

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Primer parcial — 12/05/2007

Aclaraciones

- El parcial **NO** es a libro abierto.
- Numere las hojas entregadas. Complete en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluya el número de orden asignado (léalo cuando circule la planilla), apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial complete los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con B, R ó M. Una B no significa que el ejercicio está “perfecto”, sino que cumple con los requisitos necesarios para aprobar. En los parciales promocionados se asignará una nota numérica más precisa a cada ejercicio.
- Para aprobar el parcial debe obtenerse B en el ejercicio 1 y en alguno de los ejercicios 2 y 3. Un parcial se considera promocionado si está aprobado y su puntaje es 70 o superior.

Ej. 1. Especificación (40 ptos.)

Se desea especificar un sistema para controlar la concurrencia de grupos de comensales a un restaurant. El establecimiento cuenta con varias mesas, con capacidad para 4 personas cada una. Cada mesa se identifica mediante un número (consecutivos, desde 1).

Los grupos de comensales pueden llegar en cualquier momento, como así también una mesa puede finalizar su comida y retirarse. Por simplicidad se puede suponer que los grupos se mantienen siempre unidos (nadie llega tarde ni se retira por su cuenta).

Cuando un grupo llega, se lo ubica en alguna mesa libre. Si el grupo consta de más de 4 personas, se juntarán las mesas que sean necesarias hasta poder ubicar a todo el grupo (y no más que las necesarias).

De no haber suficientes mesas libres para alojar a todos, el grupo debe esperar en la vereda y será inmediatamente ubicado ni bien se libere una cantidad suficiente de mesas. Sin embargo, por disposición municipal nunca puede haber más de un grupo en la vereda (aunque dicho grupo puede ser de cualquier tamaño). Cabe aclarar que la presencia de un grupo en la vereda no impide el ingreso de otros grupos menos numerosos para los que sí haya lugar.

Por último, la gerencia está interesada en saber qué mesa(s) fue(ron) ocupada(s) más veces desde la apertura del local.

- a) Modelar en forma completa el TAD RESTAURANT. Justifique brevemente todas las decisiones que considere conceptualmente importantes.

Ej. 2. Inducción estructural (30 puntos)

Recordemos el TAD Árbol Binario con Información en las Hojas:

| | | | |
|--|--|-------------------|--|
| TAD ÁRBOL BINARIO CON INFORMACIÓN EN LAS HOJAS(α) | | | |
| parámetros formales | | | |
| | géneros | α | |
| usa | BOOL, NAT, SECUENCIA(α) | | |
| exporta | aih(α), Nil, Hoja, Bin, Nil?, EsHoja?, Valor, Izq, Der, #Hojas, aSecu | | |
| géneros | aih(α) | | |
| observadores básicos | | | |
| Nil? | : aih(α) | \longrightarrow | bool |
| EsHoja? | : aih(α) | \longrightarrow | bool |
| Valor | : aih(α) m | \longrightarrow | α (EsHoja?(m)) |
| Izq | : aih(α) m | \longrightarrow | aih(α) (\neg Nil?(m) \wedge \neg EsHoja?(m)) |
| Der | : aih(α) m | \longrightarrow | aih(α) (\neg Nil?(m) \wedge \neg EsHoja?(m)) |
| generadores | | | |
| Nil | : | \longrightarrow | aih(α) |
| Hoja | : α | \longrightarrow | aih(α) |
| Bin | : aih(α) \times aih(α) | \longrightarrow | aih(α) |
| otras operaciones | | | |
| #Hojas | : aih(α) | \longrightarrow | nat |
| aSecu | : aih(α) | \longrightarrow | secu(α) |
| axiomas $\forall i, d: \text{aih}(\alpha), \forall h: \alpha$ | | | |
| aS_1 : aSecu(Nil) | | \equiv | $\langle \rangle$ |
| aS_2 : aSecu(Hoja(h)) | | \equiv | $h \bullet \langle \rangle$ |
| aS_3 : aSecu(Bin(i, d)) | | \equiv | aSecu(i)&aSecu(d) |
| #H ₁ : #Hojas(Nil) | | \equiv | 0 |
| #H ₂ : #Hojas(Hoja(h)) | | \equiv | 1 |
| #H ₃ : #Hojas(Bin(i, d)) | | \equiv | #Hojas(i) + #Hojas(d) |
| ... | | | |
| Fin TAD | | | |

Sean también los siguientes axiomas del TAD SECUENCIA:

Long : secu(α) \longrightarrow nat

l_1 Long($\langle \rangle$) \equiv 0

l_2 Long($a \bullet s$) \equiv Long(s) + 1

Se quiere demostrar la siguiente propiedad:

$$\forall a : \text{aih}(\alpha) (\#Hojas(a) \equiv \text{Long}(\text{aSecu}(a)))$$

1. Demuéstrelo por inducción estructural.

- Plantear y resolver el caso base.
- Plantear el paso inductivo, marcando claramente hipótesis, tesis inductiva y alcance de los cuantificadores.
- Resolver el paso inductivo. Justificar cada paso de la demostración.

Nota: si se necesitan otros lemas auxiliares, enúncielos y plantee su esquema de demostración claramente. No es necesario demostrarlos. Para obtener el mínimo puntaje requerido para este ejercicio, es necesario realizar correctamente los puntos a) y b).

Ej. 3. Diseño (30 puntos)

A continuación se detalla una especificación del TAD celular, y la estructura elegida para representarlo.

TAD CELULAR
 ...

usa $\text{BOOL}, \text{NAT}, \text{TIEMPO}, \text{SECUENCIA}(\alpha), \text{CONJUNTO}(\alpha)$

exporta $\text{celular}, \text{marcados}, \text{llamadasHechas}, \text{precioPorMinuto}, \text{nuevo}, \text{llamar}, \text{los+marcados}, \text{consumoTotal}$

géneros celular

observadores básicos
 $\text{marcados} : \text{celular} \rightarrow \text{conj}(\text{tel})$
 $\text{llamadasHechas} : \text{tel } t \times \text{celular } c \rightarrow \text{secu}(\text{tiempo})$ $t \in \text{marcados}(c)$
 $\text{precioPorMinuto} : \text{celular} \rightarrow \text{nat}$

generadores
 $\text{nuevo} : \text{nat} \rightarrow \text{celular}$
 $\text{llamar} : \text{tel} \times \text{tiempo} \times \text{celular} \rightarrow \text{celular}$

otras operaciones
 $\text{los+marcados} : \text{celular} \rightarrow \text{conj}(\text{tel})$
 $\text{consumoTotal} : \text{celular} \rightarrow \text{precio}$

axiomas $\forall c : \text{celular}, \forall \text{precio} : \text{nat}, \forall d : \text{tiempo}, \forall t, n : \text{tel}, \forall c' : \text{conj}(\text{tel})$
 $\text{marcados}(\text{nuevo}(\text{precio})) \equiv \emptyset$
 $\text{marcados}(\text{llamar}(n, d, c)) \equiv \text{Ag}(n, \text{marcados}(c))$

 $\text{llamadasHechas}(t, \text{llamar}(n, d, c)) \equiv \text{if } t=n \text{ then if } t \in \text{marcados}(c) \text{ then } d \bullet \text{llamadasHechas}(t, c) \text{ else } d \bullet \langle \rangle \text{ fi else } \text{llamadasHechas}(t, c) \text{ fi}$

 $\text{precioPorMinuto}(\text{nuevo}(\text{precio})) \equiv \text{precio}$
 $\text{precioPorMinuto}(\text{llamar}(n, d, c)) \equiv \text{precioPorMinuto}(c)$

 $(\text{los+marcados}(c) \equiv c') \Leftrightarrow ((\forall t : \text{tel}) [t \in c' \Leftrightarrow ((t \in \text{marcados}(c) \wedge (\forall t' \in \text{marcados}(c)) \text{Long}(\text{llamadasHechas}(t, c) \geq \text{Long}(\text{llamadasHechas}(t', c)))))]])$
 $\text{consumoTotal}(\text{nuevo}(\text{precio})) \equiv 0$
 $\text{consumoTotal}(\text{llamar}(n, d, c)) \equiv \text{precioPorMinuto}(c) \times d + \text{consumoTotal}(c)$

Fin TAD
 TAD TIEMPO es NAT.
 TAD TEL es NAT.

celular **se representa con** estruCel , donde

estruCel es tupla
 $\langle \text{listín_telefónico} : \text{conj}(\text{tel}),$
 $\text{llamadas_hechas} : \text{dicc}(\text{tel}, \text{secu}(\text{tiempo})),$
 $\text{precio_minuto} : \text{nat}, \text{consumo_total} : \text{nat},$
 $\text{los+marcados} : \text{conj}(\text{tel}) \rangle$

Se pide:

- Escribir formalmente y en castellano el invariante de representación (concéntrese en los aspectos más importantes).
- Escribir la función de abstracción.