Introducción a la especificación con Tipos Abstractos de Datos

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

13 de agosto de 2014

Hoy en Algo 2

Enunciado

Insoportables es un programa televisivo muy exitoso que sale al aire todas las noches; en él se debate acerca de las relaciones entre los personajes de la farándula (los "famosos"). Debido a la gran cantidad de peleas y reconciliaciones, los productores nos encargaron el desarrollo de un sistema que permita saber en todo momento quiénes están peleados y quiénes no. Además, los productores quieren poder determinar quién es el famoso que actualmente está involucrado en la mayor cantidad de peleas. Las peleas del pasado no interesan. Otra premisa de los productores es que una vez que una persona es famosa, sigue siendo famosa para siempre.

Resolución ... en teoría

Ver qué tenemos que especificar, y en base a esto:

1. Definir los observadores y la igualdad observacional.
2. Definir los generadores.
3. Definir las otras operaciones.
4. Axiomatizar.
5. Incluir otras operaciones auxiliares, de haberlas.

Pero... ¿se puede hacer así, realmente, paso por paso?

Quizá sea mejor ir pensando algunas cosas en paralelo ...

¿Qué tenemos que especificar?

- El sistema debería permitir registrar nuevos famosos, nuevas peleas y nuevas reconciliaciones.
- Determinar quiénes son famosos.
- Qué famosos están peleados. (¿La relación “estar peleado con” siempre es simétrica?)
- Y quién es el famoso involucrado en la mayor cantidad de peleas. (¿Siempre hay uno?)

Definir los observadores

- Los observadores deben permitirnos distinguir todas las instancias.
- Es decir, deberíamos poder definir todas las operaciones a partir de los observadores.

$$\begin{array}{llll} \text{famosos} & : \text{bdf} & \longrightarrow \text{conj(famoso)} & \\ \text{enemigos} & : \text{bdf } b \times \text{famoso } f & \longrightarrow \text{conj(famoso)} & \{f \in \text{famosos}(b)\} \end{array}$$

- ¿Es posible responder todas las preguntas en base a esta información?

Escribir la igualdad observacional

- Ya podemos escribir la igualdad observacional.

igualdad observacional

$$(\forall b, b' : \mathrm{bdf})\ \ (b =_{\mathrm{obs}} b' \Longleftrightarrow (\cdots))$$

Definir los generadores

- Los generadores deben permitirnos construir todas las instancias observacionalmente distintas.

crearBD :	$\longrightarrow$ bdf		
nuevoFamoso :	bdf b $\times$ famoso f	$\longrightarrow$ bdf	$\{f \notin \text{famosos}(b)\}$
pelear :	bdf b $\times$ famoso f $\times$ famoso f'	$\longrightarrow$ bdf	
			$\{\{f, f'\} \subseteq \text{famosos}(b) \wedge_{\text{L}} f \notin \text{enemigos}(b, f') \wedge f \neq f'\}$

- ¿Podemos generar todas las instancias?

Definir las otras operaciones

- Las otras operaciones tienen que ser suficientes para permitir utilizar el TAD fácilmente.

$$\text{reconciliar} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' \longrightarrow \text{bdf} \qquad \{\{f, f'\} \subseteq \text{famosos}(b) \wedge_{\mathrm{L}} (f \in \text{enemigos}(b, f'))\}$$

$$\text{másPeleador} \;:\; \text{bdf } b \longrightarrow \text{famoso} \qquad \{\text{famosos}(b) \neq \emptyset\}$$

Axiomatización I: restricciones

- Encuentre el/los error/es:

$$\text{enemigos} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \;\longrightarrow\; \text{conj(famoso)} \qquad \{f \in \text{famosos}(b)\}$$

$$\text{enemigos(crearBD, } f) \;\equiv\; \emptyset$$

$$\text{enemigos(nuevoFamoso}(b, g), f) \;\equiv\; \text{enemigos}(b, f)$$

$$\text{enemigos(pelear}(b, g, g'), f) \;\equiv\; \begin{array}{l} \textbf{if } f \in \{g, g'\} \textbf{ then} \\ \quad \{g, g'\} \setminus \{f\} \\ \textbf{else} \\ \quad \emptyset \\ \textbf{fi} \cup \text{enemigos}(b, f) \end{array}$$

Axiomatización I: restricciones

- Una solución correcta:

$$\text{enemigos} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \;\longrightarrow\; \text{conj(famoso)} \qquad \{f \in \text{famosos}(b)\}$$

$$\text{enemigos}(\text{nuevoFamoso}(b, g),\ f) \equiv \textbf{if } g = f \textbf{ then } \emptyset \textbf{ else } \text{enemigos}(b,\ f) \textbf{ fi}$$

$$\text{enemigos}(\text{pelear}(b,\ g,\ g'),\ f) \equiv \textbf{if } f \in \{g, g'\} \textbf{ then } \{g, g'\} \setminus \{f\} \textbf{ else } \emptyset \textbf{ fi} \cup \text{enemigos}(b,\ f)$$

Axiomatización I: restricciones

- Reconciliar

$$
\begin{array}{lcl}
\text{reconciliar} & : & \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' \longrightarrow \text{bdf} \\
 & & \{\{f, f'\} \subseteq \text{famosos}(b) \wedge f \in \text{enemigos}(b, f')\} \\
\text{reconciliar}(\text{pelear}(b, g, g'),\ f,\ f') & \equiv & \textbf{if } \{g, g'\} = \{f, f'\} \textbf{ then} \\
 & & \quad b \\
 & & \textbf{else} \\
 & & \quad \text{pelear}(\text{reconciliar}(b,\ f,\ f'),\ g,\ g') \\
 & & \textbf{fi} \\
\text{reconciliar}(\text{nuevoFamoso}(b, g),\ f,\ f') & \equiv & \textbf{if } g \in \{f, f'\} \textbf{ then} \\
 & & \quad b \\
 & & \textbf{else} \\
 & & \quad \text{nuevoFamoso}(\text{reconciliar}(b,\ f,\ f'),\ g) \\
 & & \textbf{fi}
\end{array}
$$

- ¿Qué hay de raro acá?

Axiomatización I: restricciones

- Una solución más limpia:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{reconciliar} : \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' & \longrightarrow & \text{bdf} \\
\multicolumn{3}{r}{\{\{f, f'\} \subseteq \text{famosos}(b) \wedge f \in \text{enemigos}(b, f')\}} \\
\text{reconciliar}(\text{pelear}(b, g, g'),\ f,\ f') & \equiv & \textbf{if } \{g, g'\} = \{f, f'\} \textbf{ then } b \textbf{ else } \text{pelear}(\text{reconciliar}(b,\ f,\ f'),\ g,\ g') \textbf{ fi} \\
\text{reconciliar}(\text{nuevoFamoso}(b, g),\ f,\ f') & \equiv & \text{nuevoFamoso}(\text{reconciliar}(b,\ f,\ f'),\ g)
\end{array}
$$

- ¿Es incorrecto chequear que $g \in \{f, f'\}$?

Axiomatización II: congruencia

- Encuentre el/los error/es.

$$\text{másPeleador}(b) \equiv \text{prim}(\text{másPeleadores}(b))$$

donde

$$\text{másPeleadores} : \text{bdf} \longrightarrow \text{secu}(\text{famoso})$$

Axiomatización II: congruencia

- Recordemos que una operación f es una congruencia (respecto de $=_{\mathrm{obs}}$) si y sólo si para cada par $i =_{obs} i'$ también vale $f(i) =_{obs} f(i')$.
- Una solución correcta:

$$\text{másPeleador}(b) \equiv \text{dameUno}(\text{másPeleadores}(b))$$

donde

$$\text{másPeleadores} : \text{bdf} \longrightarrow \text{conj(famoso)}$$

Minimalidad

- ¿Sería buena idea agregar el siguiente observador?

$$\boxed{\text{sonEnemigos?} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' \longrightarrow \text{bool} \qquad \{\ldots\}}$$

- ¿Sería buena idea que "reconciliar" fuese un generador?

$$\boxed{\text{reconciliar} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' \longrightarrow \text{bdf} \qquad \{\ldots\}}$$

- Es deseable que el conjunto de observadores sea minimal.
- Es deseable que el conjunto de generadores sea minimal.
- Lo contrario es menos claro y más propenso a errores.

Enunciado (bis)

Supongamos que los productores de *Insoportables* están contentos con la especificación entregada, pero que ahora también quieren poder determinar cuáles son los famosos que más se pelearon en su vida.

¿Qué modificaciones hay que hacerle al TAD?

¿Qué tenemos que especificar? (bis)

- Quiénes son famosos.
- Qué famosos están peleados.
- Quién es el famoso involucrado en la mayor cantidad de peleas.
- El sistema debería permitir la definición de nuevos famosos, nuevas peleas y nuevas reconciliaciones.
- Quiénes son los famosos que más veces se pelearon en su vida.

Definir los observadores (bis)

- Necesitamos una operación que nos permita determinar quiénes son los más peleadores históricos.

másPeleadoresHistóricos : bdf b $\longrightarrow$ conj(famoso)

- ¿Estaría bien incluir esta operación como otra operación?
- Cuidado con la congruencia.
- ¿Estaría bien incluir esta operación como observador?
- Cuidado con la congruencia (más sutil; pensarlo).

Definir los observadores (bis)

- Una forma de resolver esto correctamente sería agregar como observador básico una función que permita determinar la cantidad de peleas (incluyendo historia) de un famoso.

$$\boxed{\#\text{peleasHistorico} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \;\longrightarrow\; \text{nat} \qquad \{f \in \text{famosos}(b)\}}$$

- Si tuviéramos un observador que devuelva la cantidad de peleas entre un par de famosos f, f' dados, podríamos usarlo para calcular #peleasHistorico. Notar que esto capturaría un poco más de detalle del que el enunciado pedía.
- Si tuviéramos un observador que devuelva el historial completo de peleas de un famoso f dado, también podríamos usarlo para calcular #peleasHistorico. Sin embargo, esto capturaría *mucho* más detalle del que el enunciado pedía.

Definir los generadores (bis)

- ¿Podemos construir todas las instancias observacionalmente distintas con los generadores que tenemos? (crearBD, nuevoFamoso, pelear)
- (Tomarse un momento para actualizar la igualdad observacional)
- ¡Ya no, porque ahora (parte de) la historia es observable!

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{reconciliar} \;:\; \text{bdf } b \times \text{famoso } f \times \text{famoso } f' \;\longrightarrow\; \text{bdf} \\ \hfill \{\{f, f'\} \subseteq \text{famosos}(b) \wedge f \in \text{enemigos}(b, f')\} \end{array}}$$

- ¿Podemos generar ahora todas las instancias?

Axiomatización (bis)

- Ahora que "reconciliar" es un generador, no se axiomatiza.
- Sin embargo, hay que axiomatizar todas las funciones para el caso del generador "reconciliar".

$$\boxed{\#\text{peleasHistorico}(\text{reconciliar}(b, g, g'), f) \;\equiv\; \#\text{peleasHistorico}(b, f)}$$

Conclusiones

- Proceso de construcción de un TAD.
  - Determinar qué hay que especificar.
  - Observadores básicos e igualdad observacional
  - Generadores
  - Otras operaciones
  - Axiomas
  - Operaciones auxiliares
- ¿Es posible escribir por completo los generadores antes de ponerse a pensar siquiera en los observadores?
- ¿Es posible escribir por completo los observadores antes de ponerse a pensar siquiera en los generadores?
- Usualmente todo esto termina siendo un proceso iterativo.