

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

## Práctica 1 – Especificación con Tipos Abstractos de Datos

### Notas preliminares

- Los ejercicios marcados con el símbolo ★ constituyen un subconjunto mínimo de ejercitación. Sin embargo, aconsejamos fuertemente hacer todos los ejercicios.

## Parte 1 – Axiomatización de funciones recursivas sobre TADs básicos

### Ejercicio 1 (*Repaso de funciones sobre secuencias*)

Extienda el tipo  $\text{SECUENCIA}(\alpha)$  definiendo las siguientes operaciones:

- Duplicar*, que dada una secuencia la devuelve duplicada elemento a elemento.  
Por ejemplo,  $\text{Duplicar}(a \bullet b \bullet c \bullet \langle \rangle) \equiv a \bullet a \bullet b \bullet b \bullet c \bullet c \bullet \langle \rangle$ .
- $\bullet \leq \bullet$ , que chequea si una secuencia es “menor o igual” a otra según el orden lexicográfico para una relación de orden total sobre  $\alpha$  dada<sup>1</sup>.
- Reverso*, que dada una secuencia devuelve su reverso (la secuencia dada vuelta).
- Capicúa*, que determina si una secuencia es capicúa.  
Por ejemplo,  $\text{Capicúa}(a \bullet b \bullet b \bullet a \bullet \langle \rangle) \equiv \text{Capicúa}(1 \bullet \langle \rangle) \equiv \text{Capicúa}(\langle \rangle) \equiv \text{true}$ .
- EsPrefijo?*, que chequea si una secuencia es prefijo de otra.
- Buscar*, que busca una secuencia dentro de otra. Si la secuencia buscada está una o más veces, la función devuelve la posición de la primera aparición; si no está, la función se indefine.
- EstáOrdenada?*, que verifica si una secuencia está ordenada de menor a mayor.
- InsertarOrdenada*, que dados una secuencia *so* (que debe estar ordenada) y un elemento *e* (de género  $\alpha$ ) inserta *e* en *so* de manera ordenada.
- CantidadApariciones*, que dados una secuencia y un  $\alpha$  devuelve la cantidad de apariciones del elemento en la secuencia.
- EsPermutación?*, que chequea si dos secuencias dadas son permutación una de otra. Pista: utilizar *CantidadApariciones*.
- Combinar*, que dadas dos secuencias *ordenadas* devuelve una secuencia ordenada que resulta de juntar sus elementos. Por ejemplo,  $\text{Combinar}(\text{“acd”}, \text{“bef”}) \equiv \text{“abcdef”}$ .

### Ejercicio 2 (*Funciones sobre árboles binarios*) ★

Definir las siguientes funciones sobre árboles binarios:

- #Hojas*, que cuenta la cantidad de hojas del árbol.
- DegeneradoAlIzquierda*, que chequea si todo nodo interno (no hoja) tiene sólo subárbol izquierdo.
- ZigZag*, que chequea si todo el árbol es degenerado con direcciones alternadas.
- ÚltimoNivelCompleto*, que devuelve el número del último nivel que está completo (es decir, aquél que tiene todos los nodos posibles).

<sup>1</sup>Por ejemplo, si representamos palabras como secuencias de letras y el orden de  $\alpha$  (las letras) es el orden del alfabeto,  $\text{palabra}_1 \leq \text{palabra}_2$  debería indicar que  $\text{palabra}_1$  aparece en el diccionario antes que  $\text{palabra}_2$ .

- e) *Espejo*, que dado un árbol devuelve su reflejo simétrico, como en un espejo. Ver figura 1(a).  
 f) *EsSimétrico?*, que chequea si el árbol es simétrico. Lea la nota al pie una vez que lo haya resuelto.<sup>2</sup>

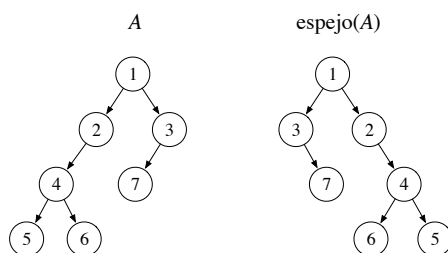
(a) Ejemplo de *Espejo*.

Figura 1: Gráfico del ejercicio 2.

**Ejercicio 3** (*Funciones sobre conjuntos*) ★

- a) Definir la función recursiva *PartesDe*, que dado un conjunto de naturales devuelve un conjunto con todos los subconjuntos del conjunto parámetro.  
 b) Definir la función *combinacionesDeK*, que dado un conjunto  $C$  y un número natural  $k$  devuelve el conjunto de todos los subconjuntos de  $C$  que contienen  $k$  elementos.

**Ejercicio 4** (*Más funciones sobre secuencias*)

Especifique la función *NTN* que dado un conjunto de secuencias y una secuencia nos devuelva el conjunto de las secuencias que:

1. son subsecuencia de la pasada como segundo parámetro, y
2. no son prefijos de ninguna otra secuencia que cumpla la propiedad anterior.

Aclaración:  $A$  es **subsecuencia de**  $B$  sii todos los elementos de  $A$  aparecen en orden no necesariamente consecutivo en  $B$  (si  $A$  tiene  $n$  elementos, entonces  $A[1] = B[i_1] \dots A[n] = B[i_n]$  donde  $i_1 < i_2 < \dots < i_n$ ).

Por ejemplo, siendo la secuencia dada  $7 \bullet 1 \bullet 5 \bullet 7 \bullet 2 \bullet 4 \bullet 9 \bullet \langle \rangle$ , en la siguiente tabla se listan los resultados esperados para algunos conjuntos de secuencias posibles:

conjunto de secuencias	resultado
$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle$	$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle$
$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 5 \bullet \langle \rangle$	$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle$
$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 5 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet 9 \bullet \langle \rangle$	$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet 9 \bullet \langle \rangle$
$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 5 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet 9 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet \langle \rangle$	$7 \bullet 5 \bullet 2 \bullet \langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet 9 \bullet \langle \rangle$
$\langle \rangle$	$\langle \rangle$
$\langle \rangle, 7 \bullet 7 \bullet \langle \rangle$	$7 \bullet 7 \bullet \langle \rangle$

**Ejercicio 5** (*Árboles ternarios*) ★

Un árbol ternario está definido de la siguiente forma:

<sup>2</sup>Si no utilizó la función *Espejo* para describir *EsSimétrico?*, vuelva a pensar el ejercicio

**TAD ÁRBOL TERNARIO**( $\alpha$ )**géneros**  $\text{at}(\alpha)$ **igualdad observacional**

$$(\forall a_1, a_2 : \text{at}(\alpha)) \left( a_1 =_{\text{obs}} a_2 \iff \left( \begin{array}{l} \text{nil?}(a_1) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a_2) \vee_{\text{L}} (\neg \text{nil?}(a_1) \Rightarrow_{\text{L}} \\ \text{raíz}(a_1) =_{\text{obs}} \text{raíz}(a_2) \wedge \text{izq}(a_1) =_{\text{obs}} \text{izq}(a_2) \\ \wedge \text{med}(a_1) =_{\text{obs}} \text{med}(a_2) \wedge \text{der}(a_1) =_{\text{obs}} \text{der}(a_2) \end{array} \right) \right)$$

**generadores** $\text{nil} : \longrightarrow \text{at}(\alpha)$  $\text{tern} : \text{at}(\alpha) \times \text{at}(\alpha) \times \text{at}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{at}(\alpha)$ **observadores básicos** $\text{nil?} : \text{at}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$  $\text{raíz} : \text{at}(\alpha) \ a \longrightarrow \alpha$  $\text{izq} : \text{at}(\alpha) \ a \longrightarrow \text{at}(\alpha)$  $\text{med} : \text{at}(\alpha) \ a \longrightarrow \text{at}(\alpha)$  $\text{der} : \text{at}(\alpha) \ a \longrightarrow \text{at}(\alpha)$  $\{\neg \text{nil?}(a)\}$  $\{\neg \text{nil?}(a)\}$  $\{\neg \text{nil?}(a)\}$  $\{\neg \text{nil?}(a)\}$ **Fin TAD**

Escribir las siguientes funciones sobre árboles ternarios:

- $\text{NivelNormal?}$ , que dado un árbol ternario y un entero  $k$  devuelve verdadero si todos los nodos en el nivel  $k$  tienen exactamente 3 hijos no  $\text{nil}$ . En caso contrario, esta función devuelve falso.
- $\text{Acotado?}$ , que dado un árbol ternario y un entero  $k$  devuelve verdadero si todo nivel en el árbol tiene como máximo  $k$  nodos.  $\text{Acotado?}$  devuelve falso en caso contrario.

**Ejercicio 6** (Funciones sobre rosetrees) ★

A continuación se presenta el tipo ROSETREE:

**TAD ROSETREE**( $\alpha$ )**géneros**  $\text{rosetree}(\alpha)$ **igualdad observacional**

$$(\forall r_1, r_2 : \text{rosetree}) (r_1 =_{\text{obs}} r_2 \iff (\text{raíz}(r_1) =_{\text{obs}} \text{raíz}(r_2) \wedge \text{hijos}(r_1) =_{\text{obs}} \text{hijos}(r_2)))$$

**observadores básicos** $\text{raíz} : \text{rosetree}(\alpha) \longrightarrow \alpha$  $\text{hijos} : \text{rosetree}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\text{rosetree}(\alpha))$ **generadores** $\text{rose} : \alpha \times \text{secu}(\text{rosetree}(\alpha)) \longrightarrow \text{rosetree}(\alpha)$ **axiomas**  $\forall s : \text{secu}(\text{rosetree}(\alpha)) \ \forall a : \alpha$  $\text{raíz}(\text{rose}(a, s)) \equiv a$  $\text{hijos}(\text{rose}(a, s)) \equiv s$ **Fin TAD**

Defina operaciones auxiliares para:

- conocer la altura de un rosetree.
- calcular la cantidad de hojas de un rosetree.
- podar un rosetree, es decir, eliminar todas las hojas del rosetree.
- obtener todas las ramas de un rosetree cuya longitud sea menor o igual a un valor  $n$  dado (Una rama es una secuencia de nodos del árbol que va desde la raíz hasta una de sus hojas).
- dado un número natural  $n$ , devolver una secuencia con los elementos del nivel  $n$  enumerados de izquierda a derecha (Los elementos de nivel  $n$  son aquellos nodos que se encuentran a distancia  $n$  de la raíz del rosetree).

f) calcular el conjunto de las ramas más largas de un rosetree que contienen al menos un elemento repetido .

## Parte 2 – Especificación con Tipos Abstractos

### Ejercicio 7 (*Polinomios*) ★

Se quieren especificar los polinomios de coeficientes naturales, sabiendo que:

- un número natural es un polinomio.
- la indeterminada  $X$  es un polinomio.
- si  $p_1$  y  $p_2$  son dos polinomios, entonces  $p_1 + p_2$  y  $p_1 \cdot p_2$  son polinomios.

Se desea tener en el tipo una operación de evaluación, que dado un polinomio y un número natural lo evalúe de la manera habitual y otra que indique si un número natural es raíz de un polinomio. Completar la especificación a partir de la signatura dada.

**TAD** POLINOMIO

**géneros**          polinomio

**igualdad observacional**

$(\forall p_1, p_2 : \text{polinomio}) (p_1 =_{\text{obs}} p_2 \iff ((\forall n : \text{nat})(\text{Evaluar}(p_1, n) =_{\text{obs}} \text{Evaluar}(p_2, n))))$

**observadores básicos**

$\text{Evaluar} : \text{polinomio} \times \text{nat} \longrightarrow \text{nat}$

**generadores**

$\text{Cte} : \text{nat} \longrightarrow \text{polinomio}$

$X : \longrightarrow \text{polinomio}$

$\bullet + \bullet : \text{polinomio} \times \text{polinomio} \longrightarrow \text{polinomio}$

$\bullet \cdot \bullet : \text{polinomio} \times \text{polinomio} \longrightarrow \text{polinomio}$

**axiomas**          ...

**Fin TAD**

### Ejercicio 8 (*Robot*)

Especifique tipos para un robot que realiza un camino a través de un plano de coordenadas cartesianas (enteras), es decir, tiene operaciones para ubicarse en un coordenada, avanzar hacia arriba, hacia abajo, hacia la derecha y hacia la izquierda, preguntar por la posición actual, saber cuántas veces pasó por una coordenada dada y saber cuál es la coordenada más a la derecha por dónde pasó.

Completar la especificación a partir de la siguiente signatura:

**TAD** ROBOT

**igualdad observacional**

$(\forall r_1, r_2 : \text{robot}) (r_1 =_{\text{obs}} r_2 \iff (\text{Trayectoria}(r_1) =_{\text{obs}} \text{Trayectoria}(r_2)))$

**observadores básicos**

$\text{Trayectoria} : \text{robot} \longrightarrow \text{secuencia}(\text{coordenada})$

**generadores**

$\text{Ubicar} : \text{coordenada} \longrightarrow \text{robot}$

$\text{Arriba} : \text{robot} \longrightarrow \text{robot}$

$\text{Abajo} : \text{robot} \longrightarrow \text{robot}$

$\text{Derecha} : \text{robot} \longrightarrow \text{robot}$

$\text{Izquierda} : \text{robot} \longrightarrow \text{robot}$

**otras operaciones**

$\text{PosiciónActual} : \text{robot} \longrightarrow \text{coordenada}$

CuántasVecesPasó : coordenada  $\times$  robot  $\longrightarrow$  nat  
 MásALaDerecha : robot  $\longrightarrow$  coordenada

**axiomas**      ...

**Fin TAD**

TAD COORDENADA es TUPLA(ENTERO  $\times$  ENTERO)

### Ejercicio 9 (*Electroimán*) ★

Se dispone de una cinta circular, dividida en una cantidad fija de celdas, sobre las cuales pueden o no existir elementos metálicos. Esta cinta se mueve en ambos sentidos.

Sobre la cinta se encuentra montado un electroimán que atrae los elementos metálicos de la cinta cuando éstos quedan debajo de él. La disposición inicial de los elementos sobre la cinta puede ser cualquiera.

El imán puede estar prendido o apagado, y sólo atrae elementos cuando está prendido y no está cargado (ocupado) con algún elemento previamente atraído. Además, sólo puede apagarse si el objeto atraído (de haberlo) puede ser depositado debajo en la cinta.

Tanto el imán como cada celda de la cinta sólo pueden contener un elemento a la vez, es decir que si el imán tiene atraído un elemento no puede atraer otro, y que si sobre una celda hay un elemento no puede soltarse sobre ella el elemento que tenga atraído el imán.

Por convención numeraremos las celdas de la cinta de 0 a  $n-1$ , siendo  $n$  la cantidad total de celdas. Además suponemos que la celda inicial es la número 0.

Se desea conocer cuántas veces se aplicaron las funciones “girar el imán” a la izquierda y a la derecha ( $\leftarrow$  y  $\rightarrow$  respectivamente), por separado, y cuántos elementos metálicos hay sobre una cinta.

Completar la especificación a partir de la signatura dada.

**TAD ELECTROIMÁN**

**igualdad observacional**

(...)

**observadores básicos**

Cinta : electroiman  $\longrightarrow$  cinta

ImánPrendido? : electroiman  $\longrightarrow$  bool

ImánCargado? : electroiman  $e \longrightarrow$  bool

$\{\text{ImánPrendido?}(e)\}$

**generadores**

Arrancar : cinta  $\longrightarrow$  electroiman

Prender : electroiman  $e \longrightarrow$  electroiman

$\{\neg \text{ImánPrendido?}(e)\}$

Apagar : electroiman  $e \longrightarrow$  electroiman

$\{\text{ImánPrendido?}(e) \wedge_L (\text{ImánCargado?}(e) \Rightarrow \neg \text{CeldaActualOcupada?}(e))\}$

$\leftarrow$  : electroiman  $\longrightarrow$  electroiman

$\rightarrow$  : electroiman  $\longrightarrow$  electroiman

**otras operaciones**

CeldaActualOcupada? : electroiman  $\longrightarrow$  bool

#Giros $\leftarrow$  : electroiman  $\longrightarrow$  nat

#Giros $\rightarrow$  : electroiman  $\longrightarrow$  nat

**axiomas**      ...

**Fin TAD**

**TAD CINTA**

**igualdad observacional**

(...)

**observadores básicos**

#Celdas : cinta  $\longrightarrow$  nat

CeldaOcupada? : nat  $n \times$  cinta  $c \longrightarrow$  bool

$\{n < \#Celdas(c)\}$

CeldaActual : cinta  $\rightarrow$  nat  
 #Giros $\leftarrow$  : cinta  $\rightarrow$  nat  
 #Giros $\rightarrow$  : cinta  $\rightarrow$  nat

**generadores**

Arrancar : nat  $n \rightarrow$  cinta  $\{n > 0\}$   
 PonerElem : cinta  $c \rightarrow$  cinta  $\{\neg \text{CeldaActualOcupada?}(c)\}$   
 SacarElem : cinta  $c \rightarrow$  cinta  $\{\text{CeldaActualOcupada?}(c)\}$   
 $\leftarrow$  : cinta  $\rightarrow$  cinta  
 $\rightarrow$  : cinta  $\rightarrow$  cinta

**otras operaciones**

CeldaActualOcupada? : cinta  $\rightarrow$  bool  
 #Elem : cinta  $\rightarrow$  nat

**axiomas** ...**Fin TAD****Ejercicio 10** (Para hacer en la fila del banco) ★

Con el objetivo de mejorar su servicio, un banco decidió analizar el comportamiento de sus largas filas de clientes. Se encargó la tarea al señor Felipe N. Sativo, empleado de la casa central del banco en cuestión, quien inmediatamente reconoció la necesidad de pedir nuestro asesoramiento.

- a) El señor Sativo nos presentó un informe en el que detallaba el comportamiento esperado de una fila de clientes. Después de leerlo, releerlo y extraer de allí la información importante, comprendimos que las acciones que esperaba registrar eran la apertura de la ventanilla, la llegada de un nuevo cliente a la fila, y la atención del cliente que estuviera en primer lugar (con su consecuente egreso de la fila). También quedó claro que el banco deseaba poder verificar si la fila estaba vacía, conocer la longitud (cantidad de clientes) de la fila, si un cliente determinado estaba o no esperando su atención en dicha fila y, en caso de estarlo, cuál era su posición en la misma (siendo la posición 1 la del próximo cliente que sería atendido, es decir, el que haya llegado primero entre los clientes presentes).

Especificar (distinguiendo generadores, observadores básicos y otras operaciones, y escribiendo los axiomas) el tipo FILA, cuyas funciones a exportar son las siguientes:

AbrirVentanilla	: $\rightarrow$ fila	
Llegar	: persona $p \times$ fila $f \rightarrow$ fila	$\{\neg \text{Esperando}(p, f)\}$
Atender	: fila $f \rightarrow$ fila	$\{\neg \text{Vacía}(f)\}$
Esperando	: persona $\times$ fila $\rightarrow$ bool	
Vacía	: fila $\rightarrow$ bool	
Posición	: persona $p \times$ fila $f \rightarrow$ nat	$\{\text{Esperando}(p, f)\}$
Longitud	: fila $\rightarrow$ nat	

El género es “fila”. Se permite agregar funciones auxiliares en caso de ser necesario.

- b) Durante el primer día de observación, Felipe N. Sativo descubrió que la realidad de las filas del banco era más compleja de lo que él había previsto. Notó que algunos clientes, desalentados por la longitud y lentitud de la fila, se retiraban de la misma sin haber sido atendidos. También detectó algunos clientes que no respetaban el orden de la fila, introduciéndose en ella delante de otros clientes que habían llegado antes (en términos más simples: colándose). Felipe decidió que era importante registrar estos sucesos, así como también conocer la identidad de los irrespetuosos alteradores del orden.

Modificar la especificación anterior para incluir las siguientes funciones:

Retirarse	: persona $p \times$ fila $f \rightarrow$ fila	$\{\text{Esperando}(p, f)\}$
ColarseAdelanteDe	: persona $p \times$ persona $q \times$ fila $f \rightarrow$ fila	$\{\neg \text{Esperando}(p, f) \wedge \text{Esperando}(q, f)\}$
SeColó?	: persona $p \times$ fila $f \rightarrow$ bool	$\{\text{Esperando}(p, f)\}$

- c) El banco felicitó al Sr. Sativo por su gran desempeño, y le entregó un último encargo, necesario para comprobar la verdadera eficiencia del banco con respecto a la atención de sus clientes. El mismo consistía en averiguar si un cliente dado ingresó alguna vez a la fila (ya se encuentre esperando en ella, haya sido atendido o se haya retirado), y si una persona determinada había sido atendida durante el día (nótese que el tipo FILA sólo registra la información de un día, desde el momento en que se abre la ventanilla).

Modificar nuevamente la especificación para agregar las funciones faltantes:

Entro?	:	persona $\times$ fila	$\longrightarrow$	bool
FueAtendido?	:	persona $\times$ fila	$\longrightarrow$	bool

### Ejercicio 11 (*Biblioteca*)

- a) En una biblioteca se guarda información sobre libros y sus autores. Se quiere poder encontrar: para un libro dado, su autor, y para un autor dado, todos los libros que escribió. Especifique este tipo.
- b) Suponga que los libros se registran por medio de su ISBN (International Standard Book Number). Modifique la especificación para reflejar este cambio en el modelo, de manera que la biblioteca pueda contener libros distintos (i.e., con distinto ISBN), pero con idéntico título.

### Ejercicio 12 (*Stock*)

Especifique un tipo abstracto de datos STOCK que permita las siguientes funcionalidades:

- Registrar un nuevo producto con su stock mínimo (un natural).
- Registrar las compras y las ventas de un producto, indicando la cantidad de elementos comprados y vendidos, respectivamente.
- Permitir que sea informado un producto sustituto para otro dado.
- Devolver el conjunto de todos los productos con stock debajo del mínimo que no tengan sustituto, o bien tales que el total del stock del producto más el de su sustituto esté por debajo del mínimo.

### Ejercicio 13 (*Videoclub*)

Especifique tipos para administrar los alquileres de un videoclub. El videoclub, bastante nuevo, no cuenta aún con sucursales. Se desea conocer el stock de los videos, cuántas copias de un video están alquiladas y no las han devuelto, y quiénes las alquilaron. Además se desea registrar la dirección de correo electrónico de los clientes.

Por simplicidad se supone que los clientes se identifican por su nombre, y que el catálogo de videos está descrito por los videos que se van comprando.

### Ejercicio 14 (*Red caminera*)

Modelar y especificar el siguiente problema. Se trata de una empresa transportista que desea conocer la situación de su flota de camiones. Esta flota de camiones se desplaza a través de diversas ciudades, llevando la carga que la empresa transportista le asigne en cada viaje. El tipo red caminera ya está definido, y es el que modela las ciudades y las distancias entre ellas, que por simplicidad se toman como naturales. El tipo a especificar debe recibir una red caminera para generar una instancia del tipo y luego se podrán informar:

- a) El comienzo de servicio para la empresa de un nuevo camión, y en qué ciudad comienza sus actividades.
- b) Los movimientos de los camiones, que reflejan cambios en su posición, siempre respetando la red caminera definida.

Escribir los axiomas y la igualdad observacional, teniendo en cuenta que interesa el recorrido de los camiones. Se deberán además proveer operaciones para conocer la cantidad de kilómetros efectuados por un camión desde que inició sus servicios, y cuáles fueron las ciudades más visitadas.

**TAD RED****igualdad observacional** $(\dots)$ **observadores básicos**Ciudad? : ciudad  $\times$  red  $\longrightarrow$  boolConectadas? : ciudad  $c_1 \times$  ciudad  $c_2 \times$  red  $r \longrightarrow$  bool  $\{ \text{Ciudad?}(c_1, r) \wedge \text{Ciudad?}(c_2, r) \wedge c_1 \neq c_2 \}$ Distancia : ciudad  $c_1 \times$  ciudad  $c_2 \times$  red  $r \longrightarrow$  nat  $\{ \text{Ciudad?}(c_1, r) \wedge \text{Ciudad?}(c_2, r) \wedge c_1 \neq c_2 \wedge_{\text{L}} \text{Conectadas?}(c_1, c_2, r) \}$ **generadores**Pavimentar :  $\longrightarrow$  redEdificar : ciudad  $c \times$  red  $r \longrightarrow$  red  $\{ \neg \text{Ciudad?}(c, r) \}$ Conectar : ciudad  $c_1 \times$  ciudad  $c_2 \times$  nat  $d \times$  red  $r \longrightarrow$  red  $\{ \text{Ciudad?}(c_1, r) \wedge \text{Ciudad?}(c_2, r) \wedge c_1 \neq c_2 \wedge (d > 0) \wedge_{\text{L}} \neg \text{Conectadas?}(c_1, c_2, r) \}$ **otras operaciones**Ciudades : red  $\longrightarrow$  conjunto(ciudad)

...

**Fin TAD****TAD CIUDAD extiende NAT**

con el agregado de la operación (aquí se adopta esta abreviatura para no sobrecargarlos en lecturas)

**otras operaciones**Match : ciudad  $c_1 \times$  ciudad  $c_2 \times$  ciudad  $c_3 \times$  ciudad  $c_4 \longrightarrow$  bool  $\{ c_1 \neq c_2 \wedge c_3 \neq c_4 \}$ **axiomas**  $\forall$  ciudad  $c_1, c_2, c_3, c_4$ Match( $c_1, c_2, c_3, c_4$ )  $\equiv ((c_1 = c_3) \wedge (c_2 = c_4)) \vee ((c_1 = c_4) \wedge (c_2 = c_3))$ **Fin TAD****Ejercicio 15 (Taller de reparaciones) ★**

Se trata de un taller que realiza reparaciones (no gratuitas) de artículos electrónicos. Las reparaciones que realiza están definidas por la gerencia del taller, y no admiten discusión alguna.

Un taller tiene un catálogo con toda la gama de reparaciones que realiza. Cada reparación se define por los repuestos que consume su realización, si es que consume alguno, más un costo de mano de obra. Se tiene también una (única) lista de precios de los repuestos que se utilizan.

Por un lado, el taller tiene un stock de repuestos que utiliza para realizar reparaciones, en donde cada tanto se reponen repuestos (esto puede ocurrir en cualquier momento). Por otra parte, recibe órdenes de trabajo, que no son otra cosa que las reparaciones a realizar. (Se debe diferenciar la orden de trabajo de su realización.)

Los tipos catálogo, reparación y precios se dan en parte definidos, y son los que modelan el catálogo de reparaciones que el taller puede realizar, una reparación y la lista de precios de los repuestos, respectivamente.

**NOTA:** estos tipos pueden extenderse de ser necesario.

Especificar un tipo que complete el modelo del problema, incluyendo las siguientes funciones:

- Ejecutar una orden de trabajo, si ésta es factible.
- Conocer cuáles son las reparaciones (es decir, sus códigos) más solicitadas, y sus precios.

Por simplicidad puede suponerse que cada orden de trabajo consiste en una única reparación.

**TAD CATÁLOGO****observadores básicos**Catalogado? : código  $\times$  catalogo  $\longrightarrow$  boolReparación : código  $cod \times$  catalogo  $cat \longrightarrow$  reparacion  $\{ \text{Catalogado?}(cod, cat) \}$ **generadores**



```

EnBlanco :  $\longrightarrow$  catalogo
Catalogar : codigo  $cod \times$  reparacion  $\times$  catalogo  $cat \longrightarrow$  catalogo  $\{ \neg \text{Catalogado?}(cod, cat) \}$ 
axiomas  $\forall$  catalogo  $cat, \forall$  codigo  $cod, cod_1, \forall$  reparacion  $rep$ 
Catalogado?( $cod$ , EnBlanco)  $\equiv$  false
Catalogado?( $cod$ , Catalogar( $cod_1$ ,  $rep$ ,  $cat$ ))  $\equiv (cod = cod_1) \vee \text{Catalogado?}(cod, cat)$ 

Reparación( $cod$ , Catalogar( $cod_1$ ,  $rep$ ,  $cat$ ))  $\equiv$  if  $cod = cod_1$  then  $rep$  else Reparación( $cod$ ,  $cat$ ) fi
Fin TAD

```

**TAD CÓDIGO es STRING**

**TAD REPARACIÓN**

**observadores básicos**

```

CostoManoObra : reparacion  $\longrightarrow$  nat
Consume?      : repuesto  $\times$  reparacion  $\longrightarrow$  bool
Cantidad      : repuesto  $rto \times$  reparacion  $rep \longrightarrow$  nat  $\{ \text{Consume?}(rto, rep) \}$ 

```

**generadores**

```

Definir       : nat  $c \longrightarrow$  reparacion  $\{ c > 0 \}$ 
Consumir      : repuesto  $\times$  reparacion  $\longrightarrow$  reparacion

```

**axiomas**  $\forall$  reparacion  $rep, \forall$  repuesto  $rto, rto_1, \forall$  nat  $c$

```

CostoManoObra(Definir( $c$ ))  $\equiv c$ 
CostoManoObra(Consumir( $rto$ ,  $rep$ ))  $\equiv$  CostoManoObra( $rep$ )

```

```

Consume?( $rto$ , Definir( $c$ ))  $\equiv$  false
Consume?( $rto$ , Consumir( $rto_1$ ,  $rep$ ))  $\equiv (rto = rto_1) \vee \text{Consume?}(rto, rep)$ 

```

```

Cantidad( $rto$ , Consumir( $rto_1$ ,  $rep$ ))  $\equiv$  [if  $rto = rto_1$  then 1 else 0 fi] +
[if Consume?( $rto$ ,  $rep$ ) then Cantidad( $rto$ ,  $rep$ ) else 0 fi]

```

**Fin TAD**

**TAD PRECIOS**

**observadores básicos**

```

TienePrecio? : repuesto  $\times$  precios  $\longrightarrow$  bool
PrecioUnitario : repuesto  $rto \times$  precios  $pr \longrightarrow$  nat  $\{ \text{TienePrecio?}(rto, pr) \}$ 

```

**generadores**

```

SinPrecios :  $\longrightarrow$  precios
Tasar      : repuesto  $rto \times$  nat  $c \times$  precios  $pr \longrightarrow$  precios  $\{ \neg \text{TienePrecio?}(rto, pr) \wedge c > 0 \}$ 

```

**axiomas**  $\forall$  precios  $pr, \forall$  repuesto  $rto, rto_1, \forall$  nat  $c$

```

TienePrecio?( $rto$ , SinPrecios)  $\equiv$  false
TienePrecio?( $rto$ , Tasar( $rto_1$ ,  $c$ ,  $pr$ ))  $\equiv rto = rto_1 \vee \text{TienePrecio?}(rto, pr)$ 

```

```

PrecioUnitario( $rto$ , Tasar( $rto_1$ ,  $c$ ,  $pr$ ))  $\equiv$  if  $rto = rto_1$  then  $c$  else PrecioUnitario( $rto$ ,  $pr$ ) fi

```

**Fin TAD**

**TAD REPUESTO es STRING**

### Ejercicio 16 (Juego de la oca) ★

Especifique el juego de la oca.

Dos jugadores, *alternadamente*, se mueven por un camino de baldosas, numeradas éstas 0, 1, 2, ... avanzando en cada turno tantas baldosas como indique el dado tirado y realizando la acción que indica el tablero para la baldosa alcanzada. Van jugando de a uno por vez.

El tablero indica que ambos jugadores comienzan en la baldosa cero, el número de la baldosa en donde está la llegada (que debe ser distinto del de partida) y cómo debe moverse un jugador cuando llega a una determinada baldosa: cuántas baldosas avanzar o retroceder, o no hacer nada (en los demás casos). La acción correspondiente a una baldosa sólo se toma si se llega a esa avanzando con el dado, no si se llega mediante la acción de otra baldosa. Gana el primer jugador que alcanza la llegada. Proveer también funciones para saber qué indicó el dado en cada jugada para cada uno de los jugadores, y para saber si un jugador pasó por una baldosa determinada.

**Pista:** Definir al menos 2 tipos; uno para el tablero y otro para el juego de la oca propiamente dicho, que use el tablero.

**Pista 2:** Recuerde que los TADs no nos permiten modelar eventos aleatorios.

### Ejercicio 17 (*Colectivo con asientos para personas con movilidad reducida*) ★

Un colectivo realiza un recorrido fijo (es decir, tiene una cantidad predefinida de paradas). El colectivo posee una cantidad fija de asientos, dispuestos en filas de dos. Cuando una persona se sube, se sienta en alguna de las butacas libres. Si no hubiera más asientos libres, se queda parada. Al bajarse, cosa que sucede cuando el colectivo llega a la parada indicada al subir, los asientos ocupados por los pasajeros son inmediatamente ocupados por algunas de las personas paradas. Es decir, habiendo asientos libres nunca hay pasajeros parados.

Se pide:

a) Modelar el TAD COLECTIVO, presentando:

- Igualdad observacional.
- Observadores básicos.
- Generadores.
- Otras operaciones.
- Axiomas.

b) ¿Cómo cambiaría el TAD del punto anterior si se agregara el siguiente párrafo?

Además pueden subir personas con movilidad reducida (embarazadas, discapacitados, etc). Cuando sube una persona con movilidad reducida y no hay asientos libres, alguna de las personas que esté sentada más adelante y no tenga movilidad reducida le deberá ceder el asiento. Esta persona, obviamente, continua el viaje parada.

Describe el comportamiento de todas las funciones que cambien. Puede axiomatizar si lo desea para aportar mayor claridad, pero no es un requisito.

### Ejercicio 18 (*Banco con clientes prioritarios*)

Un banco posee dos cajas y una única cola. La caja A, atiende sólo gente *bien*, mientras que la caja B atiende a los *proles*, siempre y cuando no haya en la cola gente *bien*, que tiene prioridad en esa caja. Por razones de seguridad las personas deben identificarse dando su número de DNI al entrar al banco, momento en el cuál se ponen en la cola. Pueden cansarse de esperar y retirarse antes de ser atendidas. Cuando los cajeros están libres gritan “pase el que sigue”, momento en el que atienden al próximo de la cola según el criterio de cada caja, que se retira sin dilaciones al terminar su transacción.

A los cajeros se les paga por cada operación realizada, de manera que interesa saber a quiénes atendió cada cajero, y por razones de seguridad, es necesario tener un control estricto de quienes entraron y salieron del banco.

Se pide:

a) Modelar el TAD BANCO, presentando:

- Igualdad observacional.
- Observadores básicos.
- Generadores.
- Otras operaciones.
- Axiomas.

- ### Ejercicio 19 (Gestión de baños en un parcial)

**Ejercicio 20** (Parte del suite de juegos de su S. O. preferido) ★