Algoritmos y Estructuras de Datos II Recuperatorio del primer parcial – 15/12/2007

Aclaraciones

- El parcial **NO** es a libro abierto.
- Numere las hojas entregadas. Complete en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluya el número de orden asignado (léalo cuando circule la planilla), apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial complete los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con B, R ó M. Una B no significa que el ejercicio está "perfecto", sino que cumple con los requisitos necesarios para aprobar. En los parciales promocionados se asignará una nota numérica más precisa a cada ejercicio.
- Para aprobar el parcial debe obtenerse B en el ejercicio 1 y en alguno de los ejercicios 2 y 3. Un parcial se considera promocionado si está aprobado y su puntaje es 70 o superior.

Ej. 1. Especificación (40 ptos.)

Aunque pocas personas lo conozcan, en Ciudad Universitaria existe un colectivo gratuito que la recorre.

El recorrido es circular y tiene una cantidad fija pero desconocida de paradas, numeradas de 1 a n. El reglamento es el que se describe a continuación. Al iniciar el servicio, el colectivo debe dirigirse a la primera parada y quedarse detenido en ese lugar a la espera de pasajeros. Las personas ingresan al colectivo de a una y, al subir, deben indicarle al chofer en qué parada desean bajar. Cuando pasa cierto tiempo, el chofer avanza hasta la siguiente parada, e inmediatamente todos los pasajeros que llegaron a destino descienden (vamos a suponer que lo hacen todos "al mismo tiempo"). Este procedimiento se repite en cada una de las paradas.

Para poder utilizar este servicio, cada persona deberá registrarse previamente ante la Oficina General Superior. El listado de personas autorizadas no es fijo, ya que nuevos usuarios pueden registrarse en cualquier momento.

Modele este procedimiento mediante un TAD. Entre otras cosas, se quiere saber quienes se encuentran adentro del colectivo en cada momento y en qué parada se encuentra detenido el vehículo. Además, se quiere conocer el conjunto de las personas que realizaron la mayor cantidad de viajes.

Ej. 2. Inducción estructural (30 puntos)

Dadas las siguientes funciones:

```
card : secu(bool) \longrightarrow < nat × nat > c_1) card(<>) \equiv < 0,0 > c_2) card(a \bullet s) \equiv < (if \neg a then 1 else 0 fi) + \pi_1(\operatorname{card}(s)), (if a then 1 else 0 fi) + \pi_2(\operatorname{card}(s)) > ord : secu(bool) \longrightarrow secu(bool) \longrightarrow secu(bool) o_1) ord(<>) \equiv <> o_2) ord(a \bullet s) \equiv if \neg a then a \bullet \operatorname{ord}(s) else ord(s) \circ a fi
```

Se quiere demostrar por inducción estructural la siguiente propiedad:

```
(\forall s : \text{secu(bool)})(\text{card}(s) = \text{card}(\text{ord}(s)))
```

- a) Plantear y resolver el caso base.
- b) Plantear el paso inductivo, marcando claramente hipótesis, tesis inductiva y alcance de los cuantificadores.
- c) Resolver el paso inductivo. Justificar cada paso de la demostración.

Nota: Si se necesitan otros lemas auxiliares, enúncielos y plantee su esquema de demostración claramente. No es necesario demostrarlos.

Ej. 3. Diseño (30 puntos)

¿Se acuerdan del ejercicio 1 del primer parcial? Se pretendía modelar mediante TADs el funcionamiento de una mesa en las elecciones. Un requerimiento de último momento nos hizo agregar el observador orden, que indica el orden en que las personas fueron votando. A continuación presentamos extractos del TAD y la estructura que propuso la cátedra :

```
TAD MESA
     observadores básicos
        padrón
                                                               → conj(persona)
                                : mesa m
        cola
                                                                  cola(persona)
                                : mesa m
                                : mesa m × persona p \longrightarrow
        votó?
                                                                  bool
                                                                                                            p \in padrón(m)
        orden
                                                                                                                 votó?(m, p)
                                : mesa m \times \text{persona } p \longrightarrow \text{nat}
        alguienVotando?
                                                               → bool
                                : mesa m
        quien
Esta<br/>Votando? : mesa \boldsymbol{m}
                                                                                                      alguienVotando?(m)
                                                                 persona
     generadores
        abrirEleccion
                                : conj(persona)
                                                                                          p \in \operatorname{padron}(m) \land \neg \operatorname{vot\'o}?(m, p)
        llegar
                                : mesa m \times \text{persona } p –
                                                               \rightarrow mesa
        emitirVoto
                                                                                                      alguienVotando?(m)
                                : mesa m
                                                               \rightarrow mesa
Fin TAD
TAD Persona es STRING.
```

```
Mesa se representa con estr, donde

estr es tupla
< Padrón: conj(persona),
Votaron: secu(persona),
Esperando: cola(persona),
CuartoOscuro: tupla < bool × persona > >
```

En el campo **padrón** se encuentran todas las personas habilitadas para votar, **votaron** es la secuencia de personas que ya votaron (en el orden en que lo hicieron) y **esperando** contiene a las personas que están haciendo cola para votar. El primer campo de **CuartoOscuro** indica si el cuarto oscuro está libre y, en caso de ser verdadero, el segundo campo contiene a la persona que se encuentra en él.

Se pide:

- a) Escribir formalmente y en castellano el invariante de representación.
- b) Escribir la función de abstracción.

Nota: Puede asumir como dadas las siguientes funciones:

```
ColaAConj : \operatorname{cola}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{conj}(\alpha) Convierte una cola en un conjunto SecuAConj : \operatorname{secu}(\alpha) \longrightarrow \operatorname{conj}(\alpha) Convierte una secuencia en un conjunto
```