

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

## Primer recuperatorio — 06/12/2010

### Aclaraciones

- El parcial es a **libro abierto**.
- Numerar las hojas entregadas. Completar en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluir el número de orden asignado, apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con P, A, R o M.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá obtener al menos una A y una R. Para promocionar, todos los ejercicios deberán ser calificados con P (P no significa perfecto)

### Ej. 1. Especificación

Un zoológico abierto es un lugar donde conviven animales de diferentes especies, sin jaulas que separen a las especies entre sí. Se desea contruir un sistema que mantenga cierta información sobre la población de un zoológico abierto. Nuevos animales llegan cada tanto al zoológico, y estos animales siempre llegan en grupos. Si bien al zoológico van ingresando grupos de animales de diferentes especies, todos los integrantes de cada grupo de animales que llega son siempre de una misma especie.

Algunas especies de animales son más agresivas que otras. Cada especie tiene un nivel de agresividad determinado, y eso puede considerarse un atributo de la especie. En un zoológico abierto sucede que si la cantidad de animales de una especie es inferior a la cantidad de animales de otra especie de agresividad mayor, entonces la primera especie es eliminada del zoológico. A partir de esto, observar que cuando un grupo de animales ingresa al zoológico, varias especies pueden resultar eliminadas, incluso el grupo que está ingresando. El zoológico prohíbe ingresar un grupo de animales si eso causa que más de la mitad de la población total que había en el zoológico sea eliminada. La única forma que un animal abandona el zoológico es siendo eliminado por algún otro.

El sistema debe poder contestar cuáles son las especies que habitan actualmente en el zoológico y cuántos animales hay de una especie determinada. Se puede suponer que dado una especie  $e$  existe una función  $agresividad(e)$  que devuelve un número natural que representa la agresividad de dicha especie. La agresividad de una especie determinada es siempre la misma en toda la historia de un zoológico.

Se pide describir el comportamiento del sistema utilizando el lenguaje de especificación de TADs.

### Ej. 2. Inducción Estructural

Demostrar por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall s: secu(\alpha), a: \alpha, i: nat) (1 \leq i \leq \text{long}(s) + 1 \Rightarrow_L ((s \circ a)[i] = \text{if } (1 \leq i \leq \text{long}(s)) \text{ then } s[i] \text{ else } a \text{ fi}))$$

Recordar los axiomas para las operaciones  $\cdot[\cdot]$  y  $\cdot \circ \cdot$ :

$$\begin{array}{ll} \cdot \circ \cdot : secu(\alpha) \times \alpha \rightarrow secu(\alpha) & \cdot[\cdot] : secu(\alpha) \times nat \rightarrow \alpha \quad \{1 \leq i \leq \text{long}(s)\} \\ \circ_1) \quad \langle \rangle \circ b \equiv b \bullet \langle \rangle & \square) \quad (a \bullet s)[i] \equiv \text{if } (i = 1) \text{ then } a \text{ else } s[i - 1] \text{ fi} \\ \circ_2) \quad (a \bullet s) \circ b \equiv a \bullet (s \circ b) & \end{array}$$

1. Dar el esquema de inducción.
2. Plantear el caso base y resolverlo, justificando cada paso de la demostración.
3. Plantear los pasos inductivos, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

### Ej. 3. Diseño

La siguiente especificación modela una agenda encargada de llevar el registro de los diferentes eventos de los empleados de una empresa. Un evento está definido por su *timestamp* (un instante de tiempo unívoco) inicial y su timestamp final. La agenda lleva el registro de los eventos de cada empleado y provee funciones para encontrar huecos libres. También permite saber cuál es el instante de tiempo en donde más eventos comienzan simultáneamente. Observar que esta agenda no permite que dos eventos de un mismo empleado se solapen (el solapamiento es estricto, es decir, para un mismo empleado, el fin de un evento no puede ser igual al comienzo del siguiente).

#### TAD AGENDA

##### observadores básicos

empleados : agenda  $\longrightarrow$  conj(empleado)  
 eventos : empleado  $e \times$  agenda  $a \longrightarrow$  conj( $\langle$ nat, nat $\rangle$ )  $\{e \in \text{empleados}(a)\}$

##### generadores

crear : conj(empleado)  $ce \longrightarrow$  agenda  $\{ce \neq \emptyset\}$   
 agEvento : empleado  $e \times$  nat  $ini \times$  nat  $fin \times$  agenda  $a \longrightarrow$  agenda  
 $\{e \in \text{empleados}(a) \wedge ini \leq fin \wedge_L \text{hayHueco}(e, ini, fin, a)\}$

##### otras operaciones

hayHueco : empleado  $e \times$  nat  $ini \times$  nat  $fin \times$  agenda  $a \longrightarrow$  bool  
 $\{e \in \text{empleados}(a) \wedge ini \leq fin\}$   
 instanteConMasEventos : agenda  $a \longrightarrow$  nat  
 $\{(\exists e : \text{empleado})(e \in \text{empleados}(a) \wedge_L \text{long}(\text{eventos}(e, a)) > 0)\}$

##### axiomas

...

#### Fin TAD

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

agenda **se representa con** estr, donde

estr es tupla  $\langle \text{eventos: dicc}(\text{empleado}, \text{secu}(\text{tupla}(\text{inicio: nat}, \text{fin: nat}))),$   
 $\text{instanteConMasEventos: nat} \rangle$

donde el campo *eventos* es un diccionario cuyas claves son todos los empleados de la empresa y, para cada empleado, su significado es una secuencia de tuplas que contiene todos los eventos de dicho empleado. Cada tupla  $t$  representa un evento del empleado en cuestión. La primera componente de  $t$  es el instante de comienzo del evento y la segunda componente el instante de finalización. El campo *instanteConMasEventos* representa un instante de tiempo donde la mayor cantidad de eventos comienza (considerando todos los eventos de la agenda). Si no hay ningún evento en la agenda, dicho campo debe ser cero.

Se pide escribir en castellano y formalmente el invariante de representación. A continuación, escribir formalmente la función de abstracción.