Algoritmos y Estructuras de Datos II Primer parcial - 02/10/2010

Aclaraciones

- El parcial es a libro abierto.
- Numerar las hojas entregadas. Completar en la primera hoja la cantidad total de hojas entregadas.
- Incluir el número de orden asignado, apellido y nombre en cada hoja.
- Al entregar el parcial completar los datos faltantes en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con P, A, R o M.
- Para aprobar el parcial se deberá obtener al menos una A en el primer ejercicio y en los ejercicios 2 y 3 se deberá
 obtener al menos una A y una R. Para promocionar, todos los ejercicios deberán ser calificados con P (P no
 significa perfecto)

Ej. 1. Especificación

En Marvel City conviven entre los ciudadanos comunes numerosos superhéroes que luchan día a día contra supervillanos. La gente de la ciudad está interesada en hacer un sistema que les permita manejar cierta información relativa a estos héroes y villanos. Les interesa que el sistema pueda registrar a todos los superhéroes y los supervillanos que hay en la ciudad. Nuevos héroes y villanos llegan cada tanto a la ciudad, y una vez que llegaron ya no la abandonan. El sistema tiene que ser capaz de registrar estas nuevas apariciones y así poder saber en todo momento qué héroes y villanos habitan la ciudad.

Por otro lado, es importante llevar un registro de las peleas que se producen. Las peleas se producen siempre entre un grupo de héroes contra un grupo de villanos. No es necesario registrar el resultado de una pelea, dado que el grupo de villanos es siempre derrotado. Sí se quiere saber dado un villano y un héroe, cuántas veces pelearon entre sí. Cuando un villano es derrotado tres veces es encerrado en la cárcel de por vida. Si un villano está en la cárcel no puede pelear contra los superhéroes. El sistema debe poder responder si un villano está en la cárcel.

Ej. 2. Inducción Estructural

La siguiente función toma una secuencia y devuelve otra secuencia representando las partes de la secuencia original:

```
\begin{array}{lll} \mathrm{partes} : \; \mathrm{secu}(\alpha) & \longrightarrow \; \mathrm{secu}(\mathrm{secu}(\alpha)) \\ p_1) & \mathrm{partes}(<>) & \equiv \; <> \bullet <> \\ p_2) & \mathrm{partes}(a \bullet s) & \equiv \; \mathrm{agATodos}(a, \, \mathrm{partes}(s)) \; \& \; \mathrm{partes}(s) \\ \mathrm{donde} & & \mathrm{agATodos} : \; \alpha \times \mathrm{secu}(\mathrm{secu}(\alpha)) \; \longrightarrow \; \mathrm{secu}(\mathrm{secu}(\alpha)) \\ & at) & \mathrm{agATodos}(a,s) \; \equiv \\ \mathrm{if} \; \mathrm{vacia?}(s) \; \; \mathrm{then} \; \; <> \; \mathrm{else} \; \; (a \bullet \; \mathrm{prim}(s)) \; \bullet \; \mathrm{agATodos}(a, \, \mathrm{fin}(s)) \; \; \mathrm{fi} \end{array}
```

Se quiere probar por inducción estructural la siguiente propiedad:

```
(\forall a: \sec u(\alpha))(\log(\operatorname{partes}(a)) = 2^{\log(a)})
```

Sugerencia. Demostrar el siguiente lema:

```
(\forall s: \operatorname{secu}(\operatorname{secu}(\alpha)), a: \alpha) (\operatorname{long}(\operatorname{agATodos}(a, s)) = \operatorname{long}(s))
```

- 1. Dar el esquema de inducción.
- 2. Plantear el caso base y resolverlo, justificando cada paso de la demostración.
- 3. Plantear los pasos inductivos, marcando claramente la hipótesis, tesis inductiva y el alcance de los cuantificadores. Resolver justificando cada paso de la demostración.

Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación que modela el funcionamiento de una municipalidad encargada de monitorear el abastecimiento de electricidad de una ciudad. La municipalidad lleva un registro de las casas de la ciudad y de los pagos que se realizan mes a mes de este servicio. Una casa puede elegir no pagar un mes. Se considera que una casa está en peligro de que el servicio sea cortado si pasan tres o más meses sin que se realice el pago correspondiente. Sin embargo, siempre que se realiza un pago, el mismo comprende ${\bf toda}$ la ${\bf deuda}$ acumulada hasta ese momento. Se considera que una casa tuvo n peligros de corte si hubo n meses distintos en los que la casa tenía tres o más meses sin haber realizado un pago.

```
TAD MUNICIPALIDAD
      observadores básicos
         casas
                                       : municipalidad
                                                                                     \rightarrow \text{conj}(\text{casa})
         mesesTranscurridos: municipalidad
                                                                                     \rightarrow nat
                                                                                                                                   \{c \in \operatorname{casas}(m)\}\
                                       : casa c \times \text{municipalidad } m \longrightarrow \text{secu(nat)}
         pagos
      generadores
         crear
                            : conj(casa)
                                                                       \longrightarrow municipalidad
                            : casa c \times municipalidad m \longrightarrow municipalidad
         pagarLuz
                         \{c \in \operatorname{casas}(m) \wedge_{\operatorname{L}} (\neg \operatorname{vacia?}(\operatorname{pagos}(c,m)) \ \Rightarrow \ \operatorname{ult}(\operatorname{pagos}(c,m)) \neq \operatorname{mesesTranscurridos}(m))\}
         pasaUnMes : municipalidad
                                                                       → municipalidad
      otras operaciones
          \#peligrosDeCorte : casa c \times municipalidad m \longrightarrow nat
                                                                                                                                   \{c \in \operatorname{casas}(m)\}\
      . . .
Fin TAD
```

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD.

```
entidad se representa con estr, donde  \text{estr es tupla } \langle casas: \text{dicc}(\text{casa, tupla} \langle pagos: \text{secu(nat)}, \ peligrosDeCorte: \text{nat} \rangle), \\ mes: \text{nat,} \\ peligroCorte: \text{conj}(\text{casa}) \rangle
```

donde el campo pagos es una lista de los meses en donde dicha casa realizó el pago. El campo peligrosDeCorte representa la cantidad de veces que dicha casa corrió peligro de sufrir un corte. El campo mes representa la cantidad de meses transcurridos desde la creación del tipo. El campo peligroCorte representa al conjunto de casas que está actualmente en peligro de corte.

- 1. Escribir en castellano y formalmente el invariante de representación
- 2. Escribir formalmente la función de abstracción.