Introducción al Procesamiento Digital de Imágenes

2do cuatrimestre de 2017

Práctica Sistemas Lineales

DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

1. Graficar:

   a) $\delta(n_1+2, n_2-3) + 2\delta(n_1, -n_2+2)$

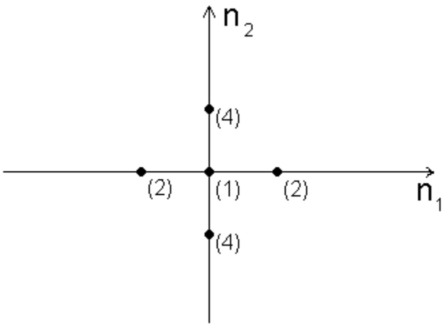
   b) $s(n_1, n_2)\ u(n_1, n_2)$, donde

   $$s(n_1,n_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_1 = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad u(n_1,n_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_1 \geq 0 \wedge n_2 \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   c) $(\frac{1}{2})^2 t(n_1, n_2) u(-n_1+1, -n_2)$, donde

   $$t(n_1,n_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_1 + n_2 = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad u(n_1,n_2) = \text{ Idem b).}$$

2. Dada la señal bidimensional $x(n_1, n_2)$ que se ve en la figura, escribir a $x(n_1, n_2)$ como combinación de las deltas trasladadas $(\delta(n_1-k_1, n_2-k_2))$.



3. Determinar si las siguientes señales son separables:

   a) $u(n_1, n_2)$

   b) $\delta(n_1, n_2)$

   c) $x(n_1, n_2) = e^{a(n_1+n_2)}$

   d) $$z(n_1,n_2) = \begin{cases} -3 & \text{si } (n_1,n_2) \in \{(1,0),(0,1),(-1,0),(0,-1)\} \\ 1 & \text{si } (n_1,n_2) \in \{(1,1),(-1,-1),(-1,1),(1,-1)\} \\ 9 & \text{si } (n_1,n_2) = (0,0) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

4. Para cada uno de los siguientes sistemas determinar si son: i) lineal, ii) invariante por desplazamiento. Hallar en cada caso la respuesta la impulso.

   a) $T[x(n)] = g(n)\, x(n)$

   b) $T[x(n)] = \sum_{k=0}^{n} x(k)$

   c) $T[x(n)] = x(n-n_0)$

   d) $T[x(n)] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x(k)$

   e) $T[x(n)] = e^{-|x(n)|}$

   f) $T[x(n)] = a\, x(n) + b$, con $a, b \in \mathbb{R}$

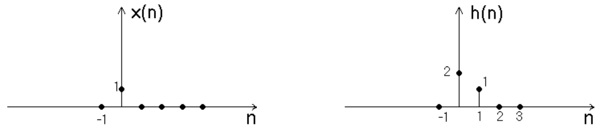
   g) $T[x(n)] = n^2\, x(n)$

   h) $T[x(n)] = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$

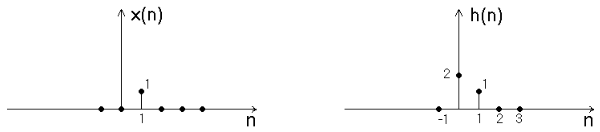
   i) $T[x(n)] = \sum_{k=0}^{M-1} x(k)\, e^{-\frac{2\pi i n k}{M}}$

5. Hallar la convolución discreta entre las siguientes señales:

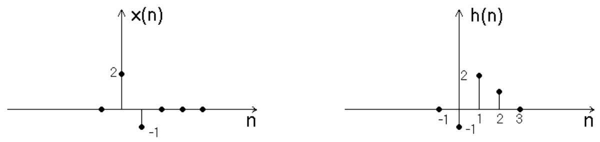
a)



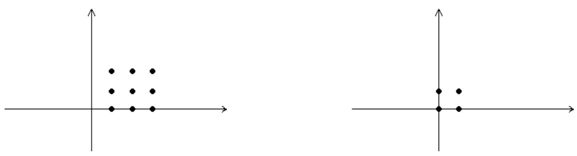
b)



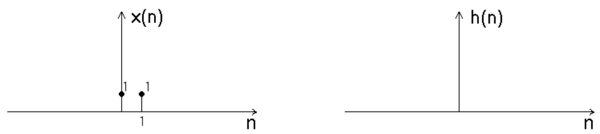
c)



d)

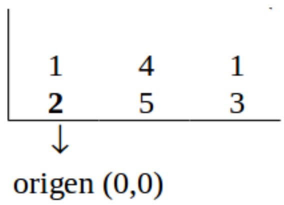


e)



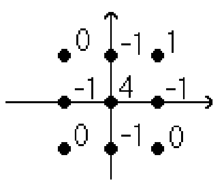
f) $f * g$, con: $f(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq n \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$, y $g(n) = \delta(n+T) + \delta(n) + \delta(n-T)$
considerar a) $T \geq 4$ y b) $T \leq 3$

6. *a*) Determinar la convolución de $x(m, n)$ que viene dada por

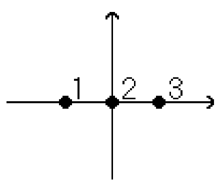


con las señales:

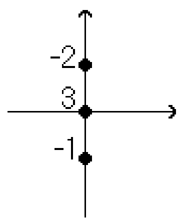
i)



ii)



iii)



b) Muestre que en general la convolución de dos arrays de dimensión $(M_1 \times N_1)$ y $(M_2 \times N_2)$ es otro array de dimensión $(M_1 + M_2 - 1) \times (N_1 + N_2 - 1)$.

7. Sea T un sistema LSI y $x(n) = e^{iwn}$, con $w \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$. Probar que $x(n)$ es una función propia de T. *Definición*: $x(n)$ es función propia del sistema T si $T[x(n)] = k\,x(n)$, con k un escalar.

8. Demostrar las siguientes propiedades de la convolución discreta:

   a) $h(n) * u(n) = u(n) * h(n)$ (conmutativa)

   b) $h(n) * [a_1 u_1(n) + a_2 u_2(n)] = a_1 h(n) * u_1(n) + a_2 h(n) * u_2(n)$ (distributiva)

   c) $h(n) * u(n - n_0) = h(n - n_0) * u(n)$ (shift invariant)

   d) $h(n) * [u_1(n) * u_2(n)] = [h(n) * u_1(n)] * u_2(n)$ (asociativa)

   e) $h(n) * \delta(n) = h(n) h(n) * \delta(n - n_0) = h(n - n_0)$