Introducción al Procesamiento Digital de Imágenes

2do cuatrimestre de 2017

DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Práctica 4: Trasformada Discreta de Fourier

A. Sea $f(n) : n \in [0,..,N-1]$ se define el par transformada-antitransformada discreta de Fourier 1-D:

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{\frac{-2\pi i n k}{N}}, \qquad k = 0, ..., N-1$$

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) e^{\frac{2\pi i n k}{N}}, \qquad n = 0, ..., N-1$$

(Nota: F es la DFT y F^{-1} es la $IDFT$)

Demostrar las siguientes propiedades de la DFT:

1. $F^{-1}(F(k)) = f(n)$
2. $F(f * g) = F(f).F(g)$
3. $F(k) = F(k+N)$
4. Si $f(n)$ es real, entonces $F(k) = F^*(-k)$(simétrica conjugada).
5. $|F(k)| = |F(-k)|$
6. $F^*(N-k) = F(k)$
7. $F^*(\frac{N}{2}+k) = F(\frac{N}{2}-k)$ para $k = 0, 1, .., \frac{N}{2}-1$.

B. Sea $f(m,n) : m,n \in [0,..,N-1]$ se define el par transformada-antitransformada discreta de Fourier 2-D:

$$F(k,l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} f(m,n) e^{\frac{-2\pi i(mk+nl)}{N}}, \qquad k,l = 0, ..., N-1$$

$$f(m,n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} F(k,l) e^{\frac{2\pi i(mk+nl)}{N}}, \qquad m,n = 0, ..., N-1$$

Demostrar:

1. $af(m,n) \xrightarrow{\text{DFT}} aF(u,v), \qquad$ con $0 \leq u,v,m,n \leq (N-1), a \in K$
2. $f(an,bm) \xrightarrow{\text{DFT}} \frac{1}{|ab|} F\left(\frac{u}{|a|}, \frac{v}{|b|}\right), \qquad$ con $a,b \in K$
3. $f(r,\phi+\phi_0) \xrightarrow{\text{DFT}} F(r,\theta+\phi_0), \qquad$ con $x = rcos(\phi), y = rsin(\phi), u = rcos(\theta), v = rsin(\theta)$
4. Hallar la DFT de $f(m-m_0, n-n_0), \qquad$ con $m_0 n_0$ fijos.
5. Hallar la IDFT de $F(u-u_0, v-v_0), \qquad$ con $u_0 v_0$ fijos.