Polytech Nice Sophia – MAM3 / MI1 **2020/2021**

FEUILLE DE T.D. 2 (Calcul d'intégrales multiples)

Exercice 1.

Calculer l'intégrale double :

$$I = \iint_{\Omega} \frac{1}{(x+y)^3} dxdy$$

où $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\; t.q \;\; 1 < x < 3 \;,\; y > 2 \;\;,\; x+y < 5\}$

Exercice 2.

Soit

$$K = \iint_{\Omega} e^{-a(x^2+y^2)} dxdy \quad ; \quad a > 0 \quad ; \quad \Omega = \mathbb{R}^{+*} \times \mathbb{R}^{+*}$$

1. Montrer que l'intégrale double K est convergente.
2. En passant en coordonnées polaires, calculer K.
3. En déduire la valeur de $\int_{\mathbb{R}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

Exercice 3.

Calculer l'intégrale triple :

$$J = \iiint_{\Omega} \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdydz$$

où $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\; t.q \;\; x^2+y^2 < a^2 \,, 0 < z < a \,; a > 0\}$

Exercice 4.

En utilisant les coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} x = r\,cos\varphi\,cos\theta \\ y = r\,cos\varphi\,sin\theta \\ z = rsin\varphi \end{cases} \quad ; \; r > 0, -\pi < \theta < \pi, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

Calculer l'intégrale :

$$I = \iiint_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dxdydz$$

où $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\; t.q \;\; 1 < x^2+y^2+z^2 < 4\}$