



Figure 1: PNS

MAM3

Mathématiques de l'ingénieur.e 1

2024-25

TD 8 - Transformée de Fourier

Exercice 1

1.1

Soit $f \in L^1(\mathbf{R})$, montrer que

$$\widehat{f}(\xi) = \overline{\widehat{f}(-\xi)}, \quad \xi \in \mathbf{R}.$$

1.2

Montrer que si f est réelle et paire, sa transformée de Fourier est également réelle et paire et que

$$\widehat{f}(\xi) = 2 \int_0^\infty f(x) \cos(2\pi\xi x) \, dx.$$

1.3

Montrer que si f est réelle et impaire, sa transformée de Fourier est imaginaire pure et impaire et que

$$\widehat{f}(\xi) = -2i \int_0^\infty f(x) \sin(2\pi\xi x) \, dx.$$

Exercice 2

Calculer les transformée de Fourier des fonctions suivantes :

2.1

$$f(x) := \frac{1}{T} \chi_{[-T/2, T/2]}(x), \quad x \in \mathbf{R}$$

2.2

$$f(x) := e^{-ax} \chi_{[0, \infty[}(x), \quad x \in \mathbf{R} \quad (a > 0)$$

2.3

$$f(x) := e^{-a|x|}, \quad x \in \mathbf{R} \quad (a > 0)$$

Exercice 3

3.1

Soit $f \in L^1(\mathbf{R})$, et soient a et b deux réels, $a \neq 0$. On pose $g(x) := f(ax + b)$, montrer que

$$\widehat{g}(\xi) = \frac{e^{2i\pi b/a}}{|a|} \widehat{f}(\xi/a).$$

3.2

Soit Λ la fonction triangle,

$$\Lambda(x) = (1 - |x|) \chi_{[-1, 1]}(x), \quad x \in \mathbf{R}.$$

Déterminer la transformée de Fourier de $\Lambda(2x - 1)$.