

FEUILLE DE ~~T.D. 9~~ 10

Les notations sont celles du cours.

**Exercice 1.**

Calculer la transformée de Laplace et préciser le domaine de sommabilité dans les cas suivants :

1.  $f(t) = \cos(\omega t) \chi_{[0, +\infty[}(t)$  ;  $g(t) = \sin(\omega t) \chi_{[0, +\infty[}(t)$  ;  $\omega \in \mathbb{R}$
2.  $f(t) = e^{-\alpha t} \chi_{[0, +\infty[}(t)$  ;  $\alpha \in \mathbb{R}$
3.  $\Pi(t) = \chi_{[0, T]}(t)$  ;  $T > 0$  ;  $f(t) = t\Pi(t)$  ;  $g(t) = t^2\Pi(t)$ .

**Exercice 2.**

1. Montrer que : si  $\mathcal{L}f(x) = F(x)$  alors  $\mathcal{L}(tf(t))(x) = -F'(x)$  où  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x > x_s$ .
2. Calculer alors les transformées de Laplace de :

$$g(t) = te^{-2t} \chi_{[0, +\infty[}(t) \quad ; \quad h(t) = (at + b) \cos(\omega t) \chi_{[0, +\infty[}(t)$$

**Exercice 3.**

Résoudre les problèmes (P1) et (P2) suivants, en utilisant la transformée de Laplace :

$$(P1) \quad \begin{cases} y''(t) + y'(t) = t ; & t \geq 0 \\ y(0) = 1 ; y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$(P2) \quad \begin{cases} ay'(t) + y(t) = \cos(\omega t) \chi_{[0, +\infty[}(t) ; & a \neq 0 ; t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

~~FEUILLE DE T.D. 9 B~~

Les notations sont celles du cours.

Exercice 4.

Résoudre le problème suivant en utilisant la transformée de Laplace :

$$\begin{cases} y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = e^{-t} & ; \quad t \geq 0 \\ y(0) = 0 & ; \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$