



Figure 1: PNS

**MAM3**

**Mathématiques de l'ingénieur.e 1**

**2023-24**

**TD 1 - Intégrales généralisées**

**Exercice 1**

Étudier la nature des intégrales généralisées suivantes et en donner la valeur dans le cas où elles sont convergentes :

$$I_1 := \int_0^\infty e^{-t} dt, \quad I_2 := \int_0^1 \ln t dt, \quad I_3 := \int_2^\infty \frac{1}{t \ln t} dt.$$

**Exercice 2**

Étudier la convergence des intégrales généralisées suivantes :

$$J_1 := \int_0^\infty \frac{1}{(1+t^2)\sqrt{t}} dt, \quad J_2 := \int_{\mathbf{R}} \frac{1}{\sqrt{t^2+1}} dt, \quad J_3 := \int_{\mathbf{R}} e^{-t^2} dt.$$

**Exercice 3**

On considère l'intégrale généralisée

$$K := \int_{\mathbf{R}} \frac{\sin t}{t} dt.$$

**3.1**

Montrer que  $K$  est une intégrale convergente.

### 3.2

Montrer également la convergence de

$$\int_1^\infty \frac{\cos 2t}{t} dt.$$

### 3.3

En déduire que l'intégrale ci-dessous est divergente, et conclure :

$$\int_0^\infty \left| \frac{\sin t}{t} \right| dt.$$

**Indication.** Vérifier que, pour tout  $t$ ,  $0 \leq \sin^2 t = (1 - \cos 2t)/2 \leq |\sin t|$ .