



Figure 1: PNS

MAM3

Mathématiques de l'ingénieur.e 1

2023-24

TD 2 - Intégrales multiples

Exercice 1

Calculer l'intégrale

$$I := \int_{\Omega} \frac{dx dy}{(x+y)^3}$$

où $\Omega := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 1 < x < 3, y > 2, x + y < 5\}$.

Exercice 2

Calculer l'intégrale

$$I := \int_{\Omega} \frac{z \, dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

où $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 < a^2, 0 < z < a\}$ (avec $a > 0$ fixé) en utilisant les coordonnées polaires :

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta,$$

avec $r > 0$ et $\theta \in]0, 2\pi[$.

Exercice 3

Calculer l'intégrale

$$I := \int_{\mathbf{R}^2} e^{-a(x^2+y^2)} \, dx dy$$

(avec $a > 0$ fixé) en utilisant les coordonnées polaires. En déduire la valeur de

$$I := \int_{\mathbf{R}} e^{-x^2} \, dx.$$

Exercice 4

Calculer l'intégrale

$$I := \int_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

où $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 4\}$ en utilisant les coordonnées sphériques :

$$x = r \sin \varphi \cos \theta, \quad y = r \sin \varphi \sin \theta, \quad z = r \cos \varphi,$$

avec $r > 0$, $\varphi \in]0, \pi[$ et $\theta \in]0, 2\pi[$.