

# Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions

## 1 Notion de fonction

### 1.1 Définition

#### Définition 2.1

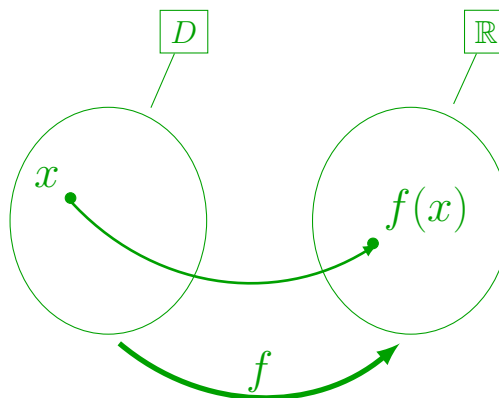
Soit  $D$  un ensemble de  $\mathbb{R}$ .

Fabriquer une fonction  $f$  de  $D$  dans  $\mathbb{R}$ , c'est associer à chaque nombre  $x$  de  $D$  un unique nombre noté  $f(x)$ .

On dit que  $D$  est l'ensemble de définition de  $f$ , ou encore que  $f$  est définie sur  $D$ .

$f(x)$  est appelé l'image de  $x$  par la fonction  $f$ .

$x$  est un antécédent de  $f(x)$  par la fonction  $f$ .



#### Remarque

- On écrira indifféremment " la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 3x - 1$  " et "la fonction  $f : x \rightarrow 3x - 1$ ".
- Un même nombre peut avoir plusieurs antécédents par la fonction  $f$ .



## Savoir-Faire 2.1

SAVOIR DÉTERMINER DES IMAGES ET DES ANTÉCÉDENTS

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x - 3$ .
  - (a) Déterminer l'image de 5 par la fonction  $f$ .
  - (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 5 par la fonction  $f$
2. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 2$ .
  - (a) Déterminer l'image de 5 par la fonction  $f$ .
  - (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 6 par la fonction  $f$
  - (c) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 1 par la fonction  $f$



## Savoir-Faire 2.2

SAVOIR UTILISER LA CALCULATRICE POUR CALCULER L'IMAGE D'UN NOMBRE

On souhaite construire les tableaux de valeurs suivants :

|                   |    |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |
|-------------------|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|
| $x$               | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x) = -x^2 + 1$ |    |    |    |    |    |   |   |   |   |   |   |

|                       |      |    |      |    |      |   |     |   |     |   |     |
|-----------------------|------|----|------|----|------|---|-----|---|-----|---|-----|
| $x$                   | -2.5 | -2 | -1.5 | -1 | -0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
| $g(x) = x^2 + 2x + 1$ |      |    |      |    |      |   |     |   |     |   |     |

- Appuyer sur la touche **Mode**, puis sélectionner FONCTION sur la ligne correspondante.
- Appuyer sur la touche  **$f(x)$** , saisir l'expression de la fonction étudiée en  $Y_1$  par exemple
  - La variable  $x$  est obtenue en appuyant sur la touche  **$x, t, \theta, n$**
  - Pour supprimer une fonction sélectionnée, appuyer sur la touche **annul**
- Choisir l'instruction **déf table** en appuyant sur les touches **2nde** et **fenêtre**.
  - Régler les paramètres de la table : valeur initiale et le pas. Valider par **Entrer**.
- L'instruction **table** est obtenue en appuyant sur les touches **2nde** et **graphe**. La table s'affiche.
  - On se déplace dans les colonnes en utilisant les touches directionnelles.



### Savoir-Faire 2.3

SAVOIR DÉFINIR UN ENSEMBLE DE DÉFINITION SIMPLE

Quel est l'ensemble de définition des fonctions  $f, g$  et  $h$  suivantes :

1.  $f : x \rightarrow \frac{11}{2x-3}$
2.  $g : x \rightarrow 3x + \sqrt{x}$
3.  $h : x \rightarrow x^2 + 3$

## 2 Représentation graphique d'une fonction

### Définition 2.2

Soit  $f$  une fonction définie sur un ensemble  $D$ .

La représentation graphique  $C$  de la fonction  $f$  dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  est l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tels que  $x \in D$  et  $y = f(x)$ .

On dit aussi que  $C$  a pour équation  $y = f(x)$

## Savoir-Faire 2.4

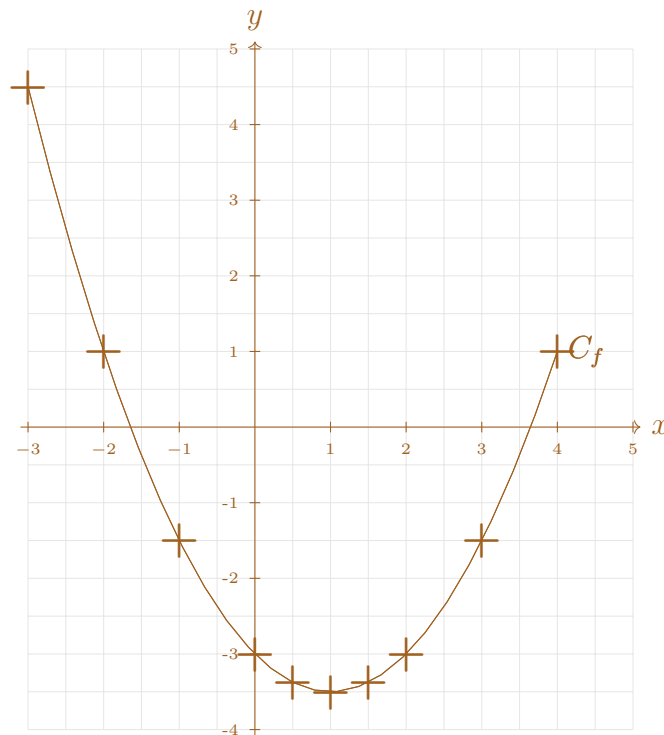
SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-3; 4]$  par  $f(x) = 0.5x^2 - x - 3$ .

Tracer la courbe représentative de  $f$ , notée  $C_f$ .

Méthode :

1. On tabule la fonction  $f$  sur  $[-3; 4]$  avec un pas bien choisi.
2. On choisit un repère adapté
3. On place les points sur le graphique
4. Si des points sont trop "espacés", ou s'il y a une incertitude sur le tracé de la courbe, on ajoute des points
5. On relie les points "à la main" pour obtenir une "belle" courbe.



## Savoir-Faire 2.5

SAVOIR UTILISER LA CALCULATRICE POUR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION

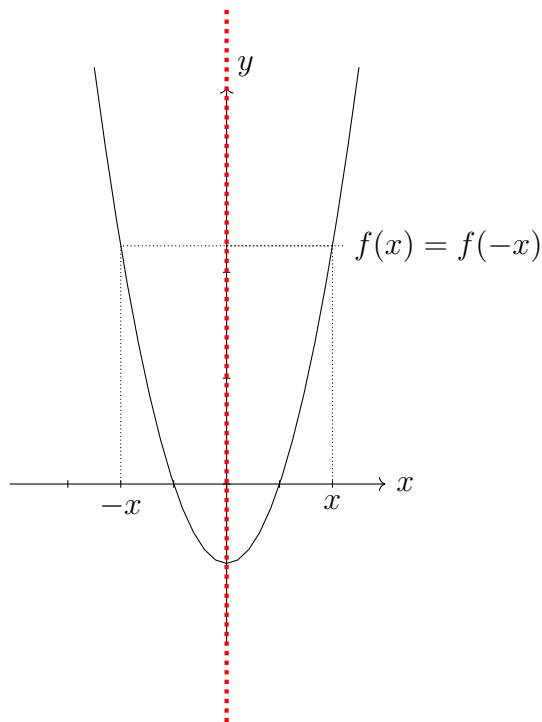
### 3 Fonctions paires, fonctions impaires

#### Définition 2.3

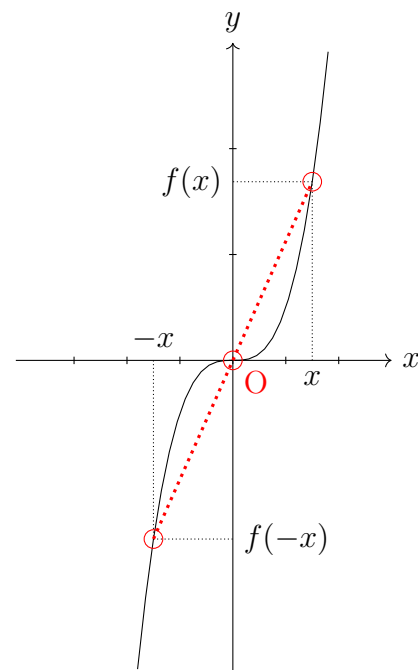
On considère une fonction  $f$  définie sur un ensemble  $D$ .

- On dit que  $f$  est *paire* si  $D$  est centré en 0 et si pour tout réel  $x$  de  $D$ , on a  $f(-x) = f(x)$
- On dit que  $f$  est *impaire* si  $D$  est centré en 0 et si pour tout réel  $x$  de  $D$ , on a  $f(-x) = -f(x)$

Fonction paire



Fonction impaire



#### Propriété 2.1 (admise)

- La courbe  $C_f$  d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- La courbe  $C_f$  d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine  $O$  du repère.



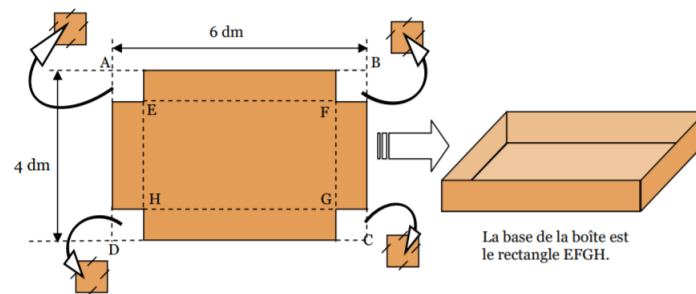
#### Savoir-Faire 2.6

SAVOIR DÉTERMINER LA PARITÉ D'UNE FONCTION

## Savoir-Faire 2.7

SAVOIR MODÉLISER UN PROBLÈME EN UTILISANT UNE FONCTION Jean possède une entreprise où l'on fabrique des boîtes en carton. Dans une plaque rectangulaire ABCD de longueur 6 dm et de largeur 4 dm, on découpe quatre carrés identiques pour fabriquer une boîte sans couvercle de forme parallélépipédique.

On désire à terme déterminer la longueur des côtés des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume est  $6 \text{ dm}^3$ ...



Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.1 dm ?

Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.2 dm ?

Pour éviter de réitérer cette question, on va chercher le volume de la boîte en fonction du côté des carrés découpés... On note  $x$  la longueur de ce côté.

1.  $x$  peut-il être égal à n'importe quel nombre ?  
→ **Notion d'ensemble de définition, notation**
2. Déterminer le volume de la boîte en fonction de  $x$ .  
→ **notion de fonction, dépendance d'une grandeur par rapport à une autre, faire le dessin, notations**
3. cette formule permet-elle de retrouver les résultats précédents ?  
→ **Notion d'images, notation, notion d'antécédents, utilisation de la calculatrice**
4. On souhaite "visualiser" cette formule, avoir une idée de cette dernière dans sa globalité...Comment s'y prendre ?  
→ **Notion de courbe représentative de fonction et de tableau de valeurs**
5. Par lecture graphique, déterminer approximativement les valeurs de  $x$  pour lesquelles le volume est égal à  $6 \text{ dm}^3$ .  
→ **Notion lecture graphique, résolution graphique d'équation et d'antécédent**