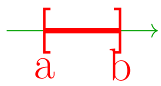
1.2 Intervalles

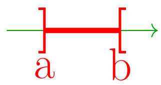
Définitions

Définition

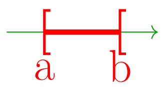
- L'intervalle fermé $[a;b]$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a \leq x \leq b$.



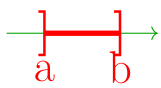
- L'intervalle ouvert $]a;b[$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a < x < b$.



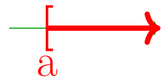
- L'intervalle semi-ouvert $[a;b[$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a \leq x < b$.



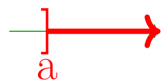
- L'intervalle semi-ouvert $]a;b]$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a < x \leq b$.



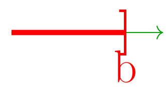
- L'intervalle $[a;+\infty[$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a \leq x$.



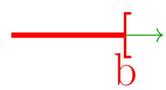
- L'intervalle $]a;+\infty[$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $a < x$.



- L'intervalle $]-\infty;b]$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $x \leq b$.



- L'intervalle $]-\infty;b[$ désigne l'ensemble des nombres x tels que $x < b$.



Exercice 1.6

Traduire sous forme d'appartenance à un intervalle les propositions suivantes :

1. x est un réel strictement positif
2. x est un réel supérieur ou égal à 10
3. y est un réel compris entre -5 exclu et 7 inclus

Exercice 1.7

Traduire sous forme d'appartenance à un intervalle les inégalités suivantes :

1. $-3.4 < x < 10.3$
2. $10^2 < x \leq 10^3$
3. $y > \sqrt{5}$
4. $3 > x$
5. $87.6 \leq x \leq 87.7$
6. $4.56 \leq t$

Exercice 1.8

Traduire sous forme d'appartenance à un intervalle les inégalités suivantes :

1. $x \leq 2$
2. $y \geq -3$
3. $z < -\sqrt{2}$
4. $0 \leq t < 0{,}1$
5. $-1 < x < 0$
6. $5 > x$

Exercice 1.9

Donner l'intervalle J le plus petit possible vérifiant la condition donnée et tel que $I \subset J$:

1. $I = [4.5; 7.8]$ avec les bornes de J entières.
2. $I = [0.123; 0.125]$ avec les bornes de J qui sont des décimaux admettant une partie décimale à deux chiffres.
3. $I = [-\sqrt{2}; \sqrt{3}]$ avec les bornes de J qui sont des décimaux admettant une partie décimale à deux chiffres.

Réunion et intersection d'intervalles

Définition

Soient I et J deux intervalles.

- L'**intersection** de I et J, noté $I \cap J$, est l'ensemble des réels qui appartiennent à I et à J.
- L'**union** (ou **réunion** de I et J, noté $I \cup J$, l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J.

Savoir-Faire 1.2

Savoir déterminer une réunion ou intersection d'intervalles

- Déterminer la réunion de $[3; 7]$ et $[4; 10]$
- Déterminer l'intersection de $[3; 7]$ et $[4; 10]$

Exercice 1.10

Déterminer la réunion et l'intersection des deux intervalles I et J, avec :

1. $I = [2; 5]$ et $J = [-1; 3]$
2. $I = [-3; 5[$ et $J = [5; 6]$
3. $I =]-\infty; 2]$ et $J =]-3; 4]$
4. $I =]-\infty; 2]$ et $J =]1; +\infty[$
5. $I =]-17; -3[$ et $J = [-4; +\infty[$

Savoir-Faire 1.3

Savoir résoudre une équation du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$, et donner la nature de la solution :

1. $3x + 1 = 8$
2. $4x - 4 = 5$

Exercice 1.11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x + 4 = 0$
2. $13 - x = 0$
3. $5x + 15 = 3$
4. $6 = 3x - 3$
5. $98 - 5x = -65$
6. $5x - 7 = 18$
7. $13x - 8 = 18$
8. $5x + 7 = 2x + 16$

Exercice 1.12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $-x + 7 = 3$
2. $4x + 4 = 0$
3. $5x - 125 = 0$
4. $2 - 5x = 7$
5. $3 = 4x + 11$
6. $2 - x = 0$
7. $-8x + 80 = 0$
8. $-5x + 2 = 7x$

Savoir-Faire 1.4

Savoir résoudre une inéquation du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $3x + 1 \leq 8$
2. $-4x - 4 \geq 5$

Exercice 1.13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $7x + 4 < 0$
2. $13 - 2x \geq 0$
3. $5x + 12 \geq 3$
4. $6 > 3x + 7$
5. $98 - 5x > -65$
6. $1 - x \geq 0$
7. $3x + 6 > -3$
8. $5 - 2x < 15 + 2x$