8.2 Suite géométrique

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

8.2.1 Approche

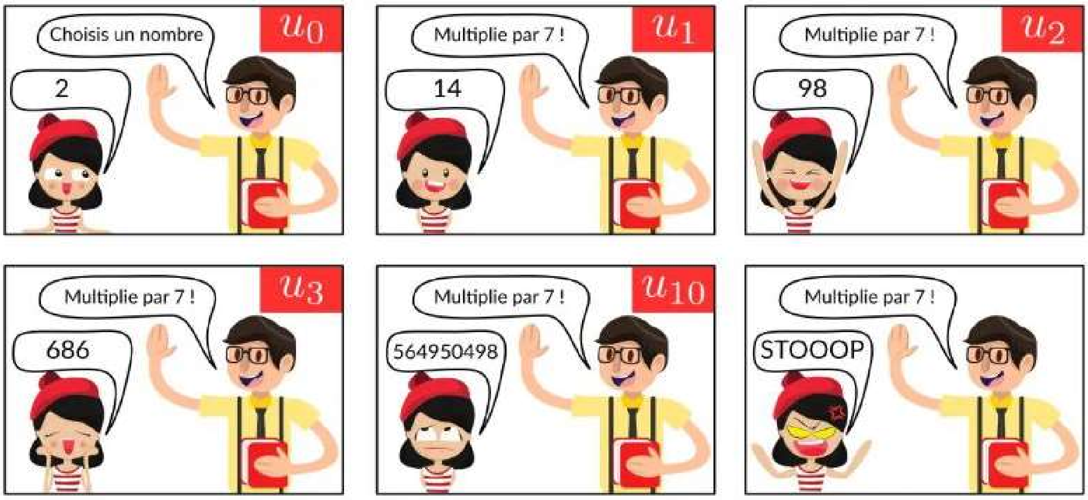
Pliages d'une feuille de papier...

L'idée est d'évaluer l'épaisseur obtenue après avoir plié une feuille de papier plusieurs fois en deux. L'épaisseur du papier à lettres est de 0,1 mm.

Quelle est l'épaisseur obtenue après 3 pliages ?
Et après 10,23 pliages ?

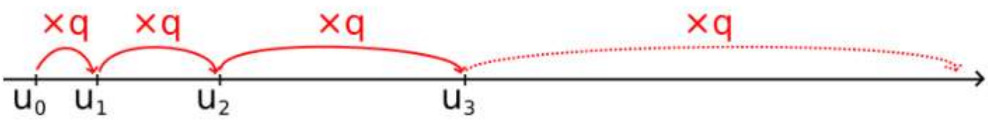
8.2.2 Définition

une suite géométrique, c'est exactement ça !



Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite géométrique** si pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = q \times u_n$, où q est un réel.
q est appelé **raison** de la suite géométrique (u_n).



Exemple

- 2 ;4 ;8 ;16 est une suite géométrique de raison 2.
- 2 ;-6,18 est une suite géométrique de raison -3

Savoir-Faire 8.41

Savoir démontrer qu'une suite est une suite géométrique ou non.
Exemple : Les suites suivantes sont-elles des suites géométriques ?

- Soit le suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n$
- Soit le suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n + 1$.
- Soit le suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n^2$
- Soit le suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3 \times 2^n$

8.2.3 Formules explicites

Démonstration 8.7

Calcul du terme général d'une suite géométrique.
Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. Montrer que $u_n = u_0 \times q^n$.

Propriété

- Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q.
  Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_0 \times q^n$.
- Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q.
  Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.
- Généralisation
  Soit p un entier naturel.
  Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_p et de raison q.
  Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_p \times q^{n-p}$.

Savoir-Faire 8.42

SAVOIR UTILISER LES FORMULES EXPLICITES AVEC LES SUITES GÉOMÉTRIQUES.
Exemple :

- Soit u la suite géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $u_0 = 4$. Calculer u_7. Rép : 8748
- Soit u la suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ telle que $u_6 = 512$. Calculer u_9. Rép : 64.
- Soit (u_n) la suite géométrique définie par $q = 5$ et $u_0 = 10$. Exprimer u_n en fonction de n.
- Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, telle que $u_4 = 48$ et $u_7 = 384$. Calculer u_0 et q.

✎Je m'entraîne seul(e)

- Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, telle que $u_4 = 324$ et $u_7 = -8748$. Calculer u_0 et q.(Réponse :$u_0 = 4$ et $q = -3$)
- Soit (u_n) la suite géométrique la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, telle que $u_2 = 0.5$ et $u_5 = 0.0625$. Calculer u_0 et q.(Réponse :$u_0 = 2$ et $q = 0.5$)
- Soit (u_n) la suite géométrique la suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q, telle que $u_5 = 2048$ et $u_7 = 32768$. Calculer u_1 et q, en sachant que $q < 0$.(Réponse :$u_1 = 8$ et $q = -4$)
- Soit (u_n) la suite géométrique la suite géométrique la suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q, telle que $u_5 = -32$ et $u_9 = -512$. Calculer u_1 et q, en sachant que $q > 0$.(Réponse :$u_1 = -2$ et $q = 2$)

8.2.4 Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

Démonstration 8.8

Démonstration : calcul de $1 + q + q^2 + ... + q^n$:

Propriété

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q, avec $q \neq 1$.

$$Somme\ des\ termes\ conséctifs = (1er\ terme) \times \frac{1-q^{nb\ de\ termes}}{1-q}$$

SG et somme des termes

Savoir calculer la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique
Exemples :

- Calculer $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 256$
- Calculer $S' = 1 + 3 + 9 + \ldots + 2187$

✎Je m'entraîne seul(e)

Voici quelques exercices corrigés

- On considère la suite géométrique de raison -2 telle que $u_7 = -256$. Calculer $S = u_7 + ... + u_{14}$.Rép : 21760
- On considère la suite géométrique de raison 1 telle que $u_2 = -4$. Calculer $S = u_2 + ... + u_9$.Rép : -32
- On considère une suite géométrique de raison 3 telle que $u_2 = -72$. Calculer $S = u_2 + ... + u_{11}$.Rép : -2125728
- Calculer la somme S telle que $S = 1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{13}$. Rép : 2391484
- Calculer $S = 7 + 14 + 28 + \ldots + 114688$. Rép : 229369

♡Défi !

Écrire une fonction Python nommée *defi2* qui :

- a pour paramètres 4 nombres :
  - q (réel, qui correspond à la raison de la SG)
  - u_0 (réel, premier terme)
  - p1 (entier)
  - p2 (entier, strictement supérieur à p1)
- renvoie la somme u_p1+...+u_p2, en considérant que la suite est une suite géométrique.

Pour tester la fonction, on vérifiera par exemple que l'appel de defi2(3,1,0,13) renvoie 2391484.

Savoir-Faire 8.44

Savoir utiliser les suites géométriques pour étudier les évolutions successives à taux constant

Rappels de la classe de seconde :

Lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur :

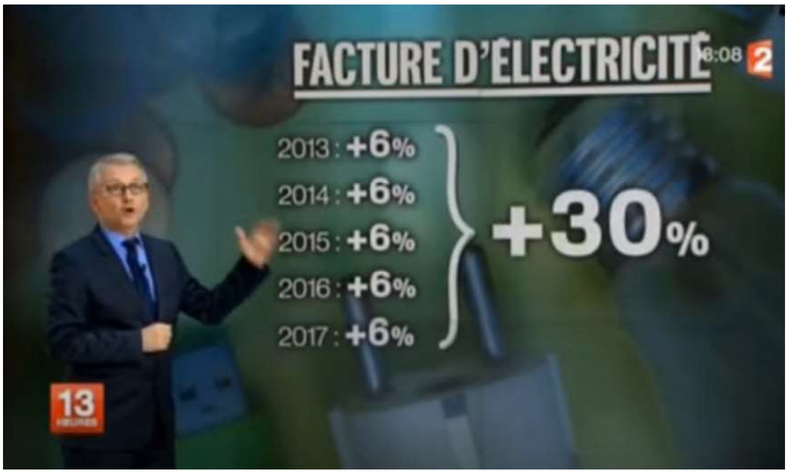
- Augmenter une valeur de t % revient à la multiplier par $1+\frac{t}{100}$
- Diminuer une valeur de t % revient à la multiplier par $1-\frac{t}{100}$
- $1+\frac{t}{100}$ et $1-\frac{t}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs.

Exemple 1 :
On place une somme de 5000 euros sur un compte rémunéré à 3 % par an (intérêts composés).

- Quelle est la somme au bout de 1 an ?
- au bout de 10 ans ?
- Au bout de combien de temps la somme aura-t-elle doublée ? triplée ?

Exemple 2 :
Corriger ce présentateur télé !

Erreur dans le JT de France 2



Cliquez ici pour voir la vidéo du JT de France 2..