

9.3

Équations différentielles

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

9.3.1 Équation différentielle $y' = ay$

Propriété

Soit a un réel. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ est l'ensemble des fonctions $x \mapsto Ce^{ax}$ où C est une constante réel.

-Exigible au bac-

Soit a un réel. On considère l'équation différentielle (E) : $y' = ay$.

- Partie directe : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = Ce^{ax}$ avec C un réel. Montrer que f est bien solution de (E) .
- Réciproque. Soit f une solution de (E) . Montrons que f est nécessairement de la forme $x \mapsto Ce^{ax}$ avec C un réel.

Savoir-Faire 9.39

SAVOIR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE LA FORME $y' = ay$

- Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' = -4y$.
- Déterminer les solutions de (E) telles que $f(2) = 1$

Exercice 9.17

- Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' = 2y$.
- Représenter sur votre calculatrice les courbes de ces fonctions solutions, en prenant pour C les valeurs 1,2,-1 et -2. on remarquera que l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à ces courbes (on peut choisir $x_{\min} = -2$, $x_{\max}=1$, $y_{\min} = -3$ et $y_{\max} = 3$)

Exercice 9.18

- Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' = 5y$.
- Déterminer les solutions de (E) telles que $f(1) = 4$

Exercice 9.19

- Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' + 6y = 0$.
- Déterminer les solutions de (E) telles que $f(1) = 1$

Exercice 9.20

Déterminer l'ensemble des solutions de chacune de ces équations différentielles :

1. $y' = -2y$

2. $-y' + 0.1y = 0$

3. $3y' - 2y + 0$

4. $y' + \ln(2)y = 0$