9.3 Équations différentielles

Maths Spé terminale - JB Duthoit

9.3.1 Équation différentielle $y' = ay$

Propriété

Soit a un réel. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ est l'ensemble des fonction $x \mapsto Ce^{ax}$ où C est une constante réel.

-Exigible au bac-

Soit a un réel. On considère l'équation différentielle $(E) : y' = ay$.

1. Partie directe :Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = Ce^{ax}$ avec C un réel. Montrer que f est bien solution de (E).
2. Réciproque. Soit f une solution de (E). Montrons que f est nécessairement de la forme $x \mapsto Ce^{ax}$ avec C un réel.

Savoir-Faire 9.39

Savoir une équation différentielle de la forme $y' = ay$

1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' = -4y$.
2. Déterminer la solution de (E) telle que $f(2) = 1$

Exercice 9.17

1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' = 2y$.
2. Représenter sur votre calculatrice les courbes de ces fonctions solutions, en prenant pour C les valeur 1,2,-1 et -2. on remarquera que l'axe des abscisses et une asymptote horizontale à ces courbes (on peut choisir xmin = -2, xmax=1, ymin= -3 et ymax = 3)

Exercice 9.18

1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' = 5y$.
2. Déterminer les solution de (E) telle que $f(1) = 4$

Exercice 9.19

1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' + 6y = 0$.
2. Déterminer les solution de (E) telle que $f(1) = 1$

Exercice 9.20

Déterminer l'ensemble des solutions de chacune de ces équations différentielles :

1. $y' = -2y$
2. $-y' + 0.1y = 0$
3. $3y' - 2y = 0$
4. $y' + ln(2)y = 0$