

## 3.2

### Opérations sur les vecteurs

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

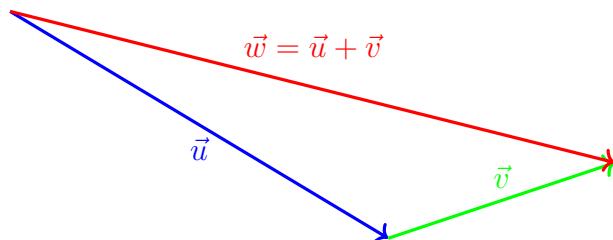
#### 3.2.1 Somme de deux vecteurs

##### Définition

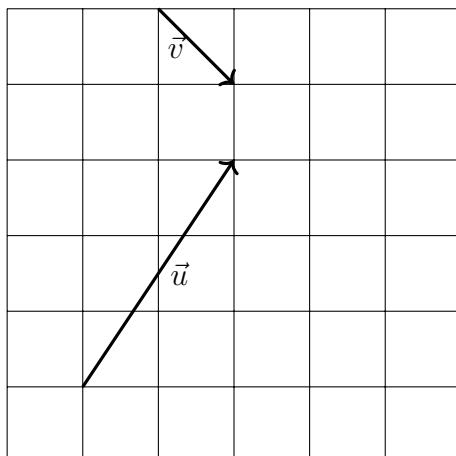
###### Définition

La somme de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur  $\vec{w}$  qui résulte de l'enchaînement des translations de vecteur  $\vec{u}$  puis de vecteur  $\vec{v}$ .

On écrit :  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

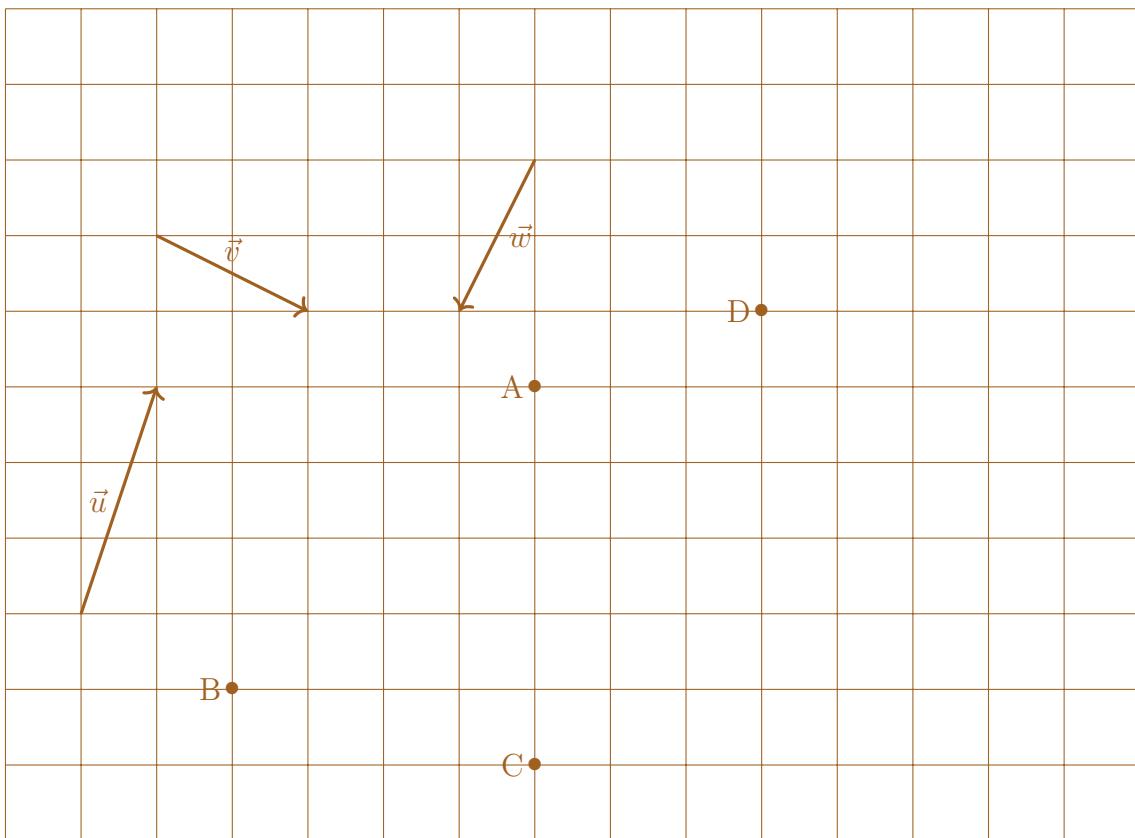


##### Exemple



##### Savoir-Faire 3.2

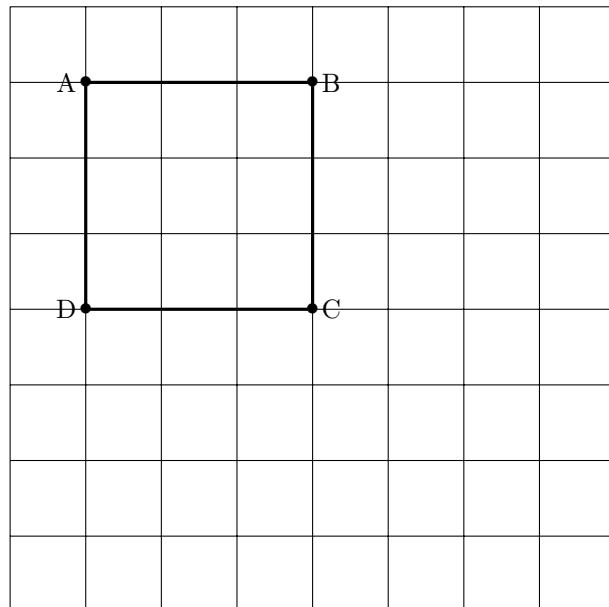
###### | SAVOIR REPRÉSENTER LA SOMME DE DEUX VECTEURS



1. Tracer un représentant du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$ .
2. Placer le point F tel que  $\overrightarrow{BF} = \vec{u} + \vec{v}$
3. Placer le point G tel que  $\overrightarrow{AG} = \vec{u} + \vec{w}$
4. Placer le point H tel que  $\overrightarrow{CH} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$
5. Placer le point I tel que  $\overrightarrow{DI} = \vec{v} + \vec{w}$

### Exercice 3.3

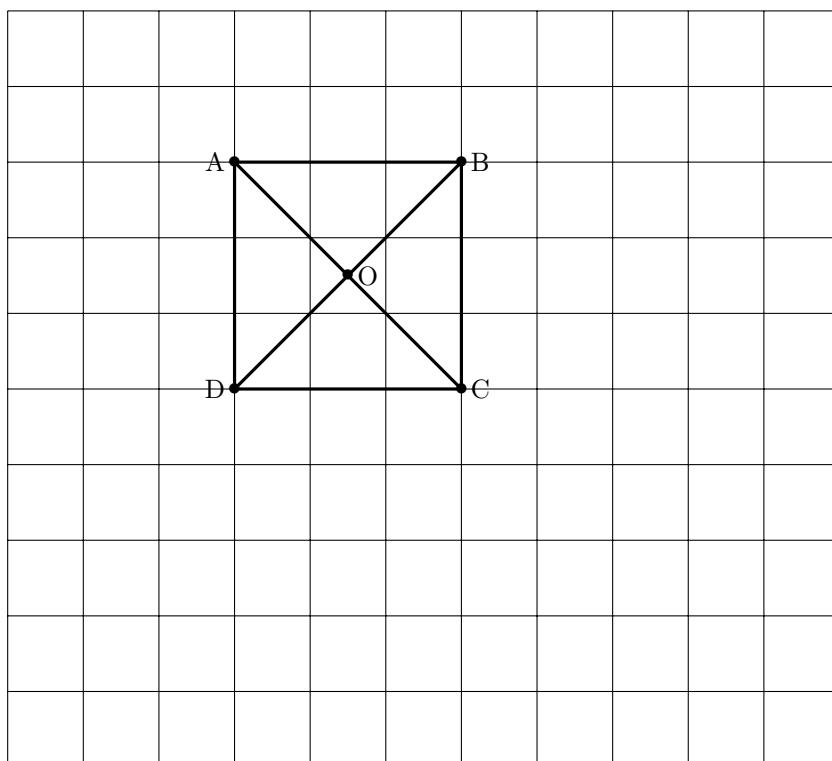
Soient  $ABCD$  un carré..



1. Placer le point  $E$  tel que  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$
2. Placer le point  $F$  tel que  $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB}$
3. Placer le point  $G$  tel que  $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC}$

#### Exercice 3.4

Soient  $ABCD$  un carré de centre  $O$ .



Placer les points

1.  $E$  tel que  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$
2.  $F$  tel que  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$
3.  $G$  tel que  $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

4.  $H$  tel que  $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{HB}$
5.  $I$  tel que  $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{AD}$
6.  $J$  tel que  $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{OB}$
7.  $K$  tel que  $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{AD}$

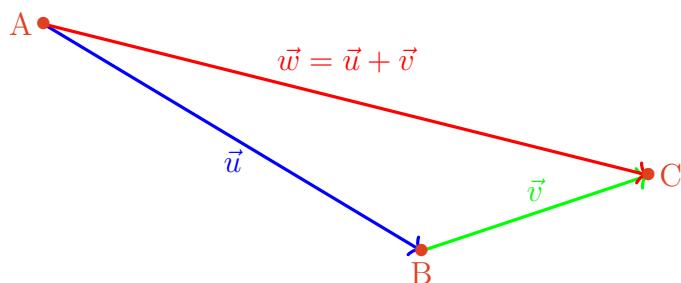
## Relation de Chasles

### Propriété (admise)

#### RELATION DE CHASLES

Pour tous points A,B et C du plan, on a :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



### Savoir-Faire 3.3

#### SAVOIR UTILISER LA RELATION DE CHASLES

1. Compléter :

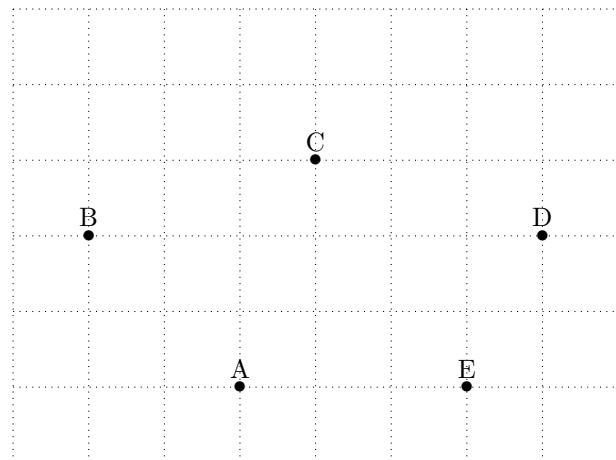
- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{\quad}$   
 b)  $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{G} = \overrightarrow{\quad}$   
 c)  $\overrightarrow{FR} + \overrightarrow{\quad} = \overrightarrow{FB}$   
 d)  $\overrightarrow{R} + \overrightarrow{T} = \overrightarrow{B}$   
 e)  $\overrightarrow{RO} + \overrightarrow{I} = \overrightarrow{RI}$   
 f)  $\overrightarrow{K} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KM}$

2. Simplifier :

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$   
 b)  $\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{BA}$   
 c)  $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{GD}$   
 d)  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$   
 e)  $\overrightarrow{RG} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{GH}$

### Exercice 3.5

Reproduire la figure ci-dessous :



1. Construire un représentant du vecteur  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{ED}$ , puis un représentant du vecteur  $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EB}$ . (utiliser des couleurs). Que constate-t-on ?
2. Le démontrer à l'aide de la relation de Chasles.

### Exercice 3.6

Soit  $ABCD$  un parallélogramme. Montrer que :

1.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
2.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$
3.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$
4.  $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

### Exercice 3.7

Soit  $RST$  un triangle.

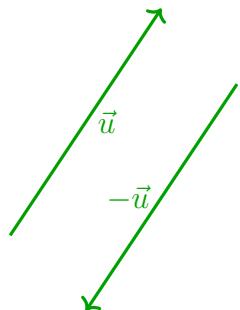
1. Construire le point P tel que  $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$
2. Montrer que  $\overrightarrow{TP} = \overrightarrow{RS}$ . Penser à la relation de Chasles !

## 3.2.2 Opposé d'un vecteur

## Définition

L'opposé d'un vecteur  $\vec{u}$  du plan est le vecteur noté  $-\vec{u}$ , qui a :

- même direction que  $\vec{u}$ .
- même norme que  $\vec{u}$ .
- le sens opposé à celui de  $\vec{u}$ .

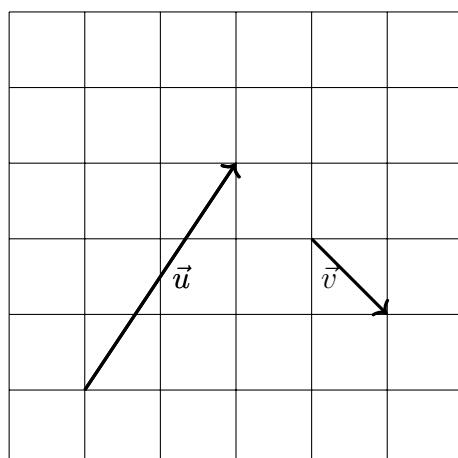


## Soustraction de deux vecteurs

### Définition

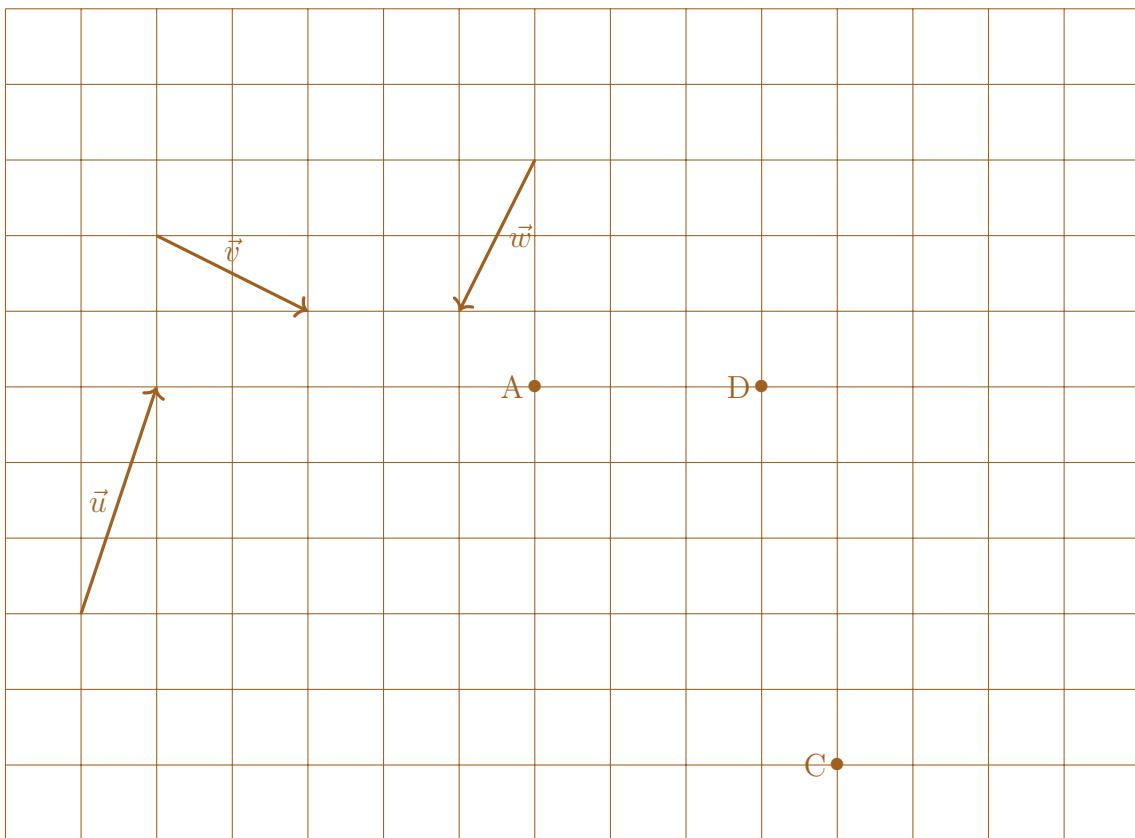
Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan. On définit la soustraction de  $\vec{u}$  par  $\vec{v}$ , notée  $\vec{u} - \vec{v}$ , le vecteur  $\vec{w}$  défini par  $\vec{w} = \vec{u} + (-\vec{v})$ .

### Exemple



### Savoir-Faire 3.4

| SAVOIR PRÉSENTER LA DIFFÉRENCE DE DEUX VECTEURS



1. Placer le point G tel que  $\overrightarrow{AG} = \vec{v} - \vec{w}$
2. Placer le point H tel que  $\overrightarrow{DH} = \vec{u} - \vec{v}$
3. Placer le point I tel que  $\overrightarrow{CI} = \vec{u} - \vec{w}$

### 3.2.3 Produit d'un vecteur par un nombre

#### Définition

Soient  $\vec{u}$  un vecteur du plan et  $k$  un réel.

Si  $k = 0$  ou si  $\vec{u} = \vec{0}$ , alors  $k \times \vec{u} = \vec{0}$

Sinon :

- Direction :  $\vec{u}$  et  $k \times \vec{u}$  ont la même direction.
- Sens :
  - si  $k > 0$  alors  $\vec{u}$  et  $k \times \vec{u}$  ont le même sens
  - si  $k < 0$ , alors  $\vec{u}$  et  $k \times \vec{u}$  ont des sens contraires
- Longueur : La longueur du vecteur  $k \times \vec{u}$  est égale à la longueur du vecteur  $\vec{u}$  multipliée par  $|k|$ .

## Propriété (admise)

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , pour tous réels  $k$  et  $k'$ , on a :

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $k(\vec{u} - \vec{v}) = k\vec{u} - k\vec{v}$
- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0}$  si et seulement si  $k = 0$  ou  $\vec{u} = \vec{0}$

## Exemple

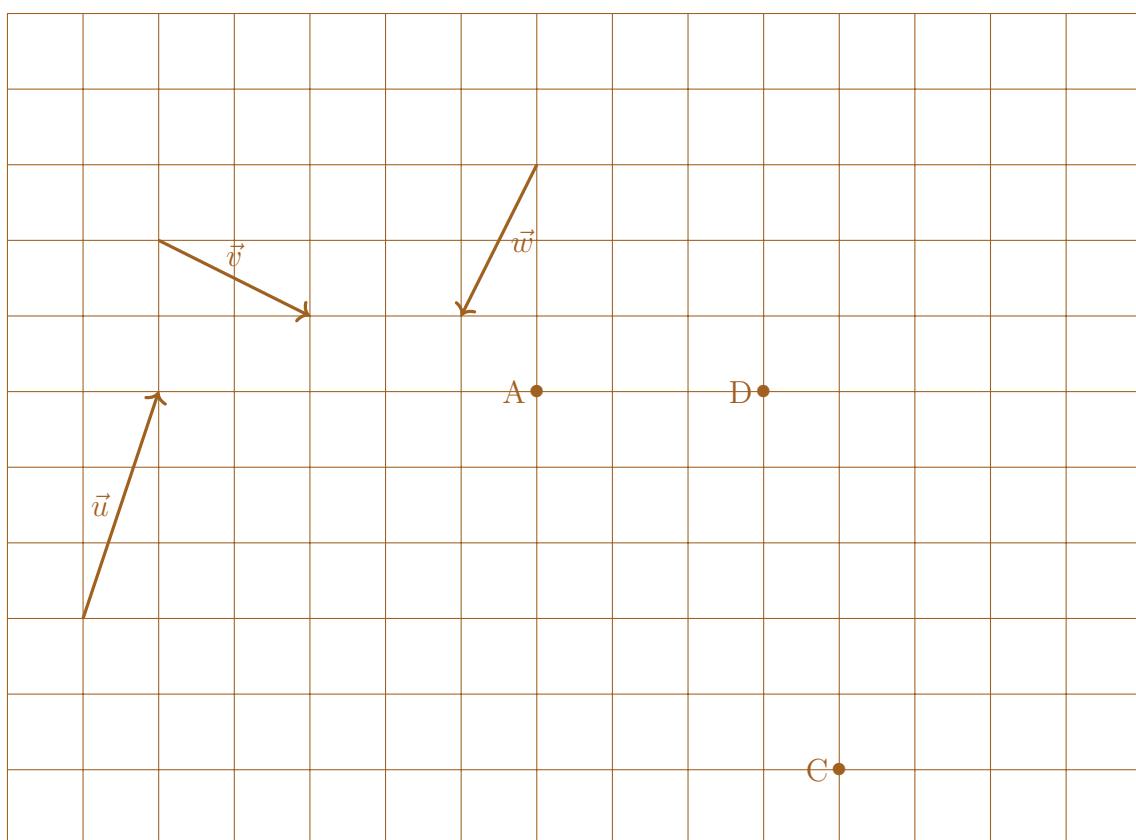
Simplifier les expressions suivantes :

- $5\vec{u} + 3\vec{u} =$
- $5\vec{u} - 3\vec{u} =$
- $5\vec{u} + 5\vec{v} =$
- $5 \times (3\vec{v}) =$



## Savoir-Faire 3.5

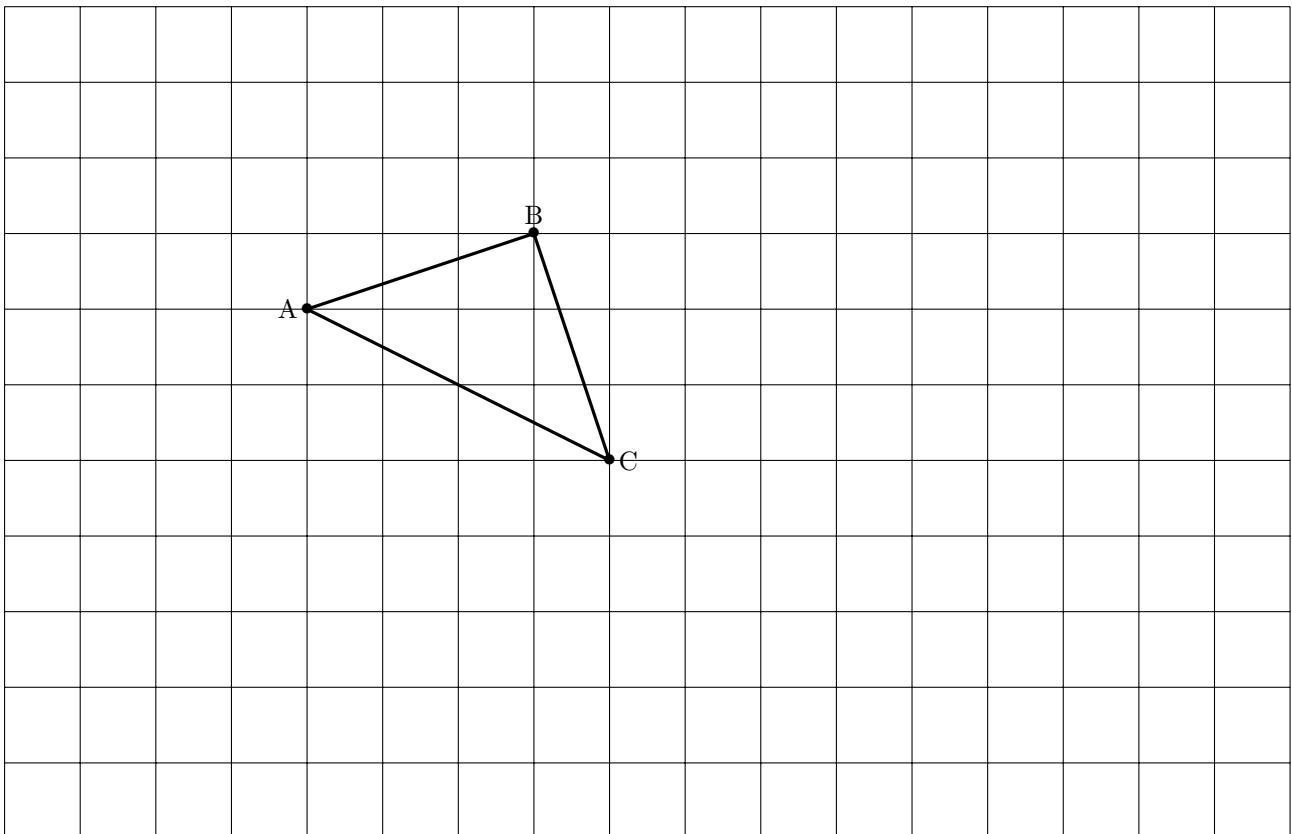
SAVOIR PLACER UN POINT DÉFINI PAR DES ÉGALITÉS VECTORIELLES



1. Placer le point G tel que  $\overrightarrow{AG} = -2\vec{u} - 2\vec{v} - 2\vec{w}$

2. Placer le point H tel que  $\overrightarrow{DH} = 2\vec{w} + \vec{v}$
3. Placer le point I tel que  $\overrightarrow{CI} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$

### Exercice 3.8



1. Placer le point D tel que  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$
2. Placer le point E tel que  $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$
3. Placer le point F tel que  $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$



### Savoir-Faire 3.6

SAVOIR UTILISER LES RÈGLES DE CALCUL SUR LES VECTEURS AFIN D'EXPRIMER UN VECTEUR EN FONCTION D'UN AUTRE

1. Placer trois points A, B et C tels que  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$
2. Exprimer  $\overrightarrow{BC}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$ . Vérifier la cohérence du résultat obtenu sur la figure.

### Exercice 3.9

1. Placer trois points A, B et C tels que  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CB}$
2. Exprimer  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de  $\overrightarrow{CB}$ . Vérifier la cohérence du résultat obtenu sur la figure.

### Exercice 3.10

1. Placer trois points P, Q et R tels que  $\overrightarrow{PR} = -2\overrightarrow{QP}$
2. Exprimer  $\overrightarrow{RQ}$  en fonction de  $\overrightarrow{QP}$ . Vérifier la cohérence du résultat obtenu sur la figure.

### Exercice 3.11

Soit  $ABC$  un triangle.

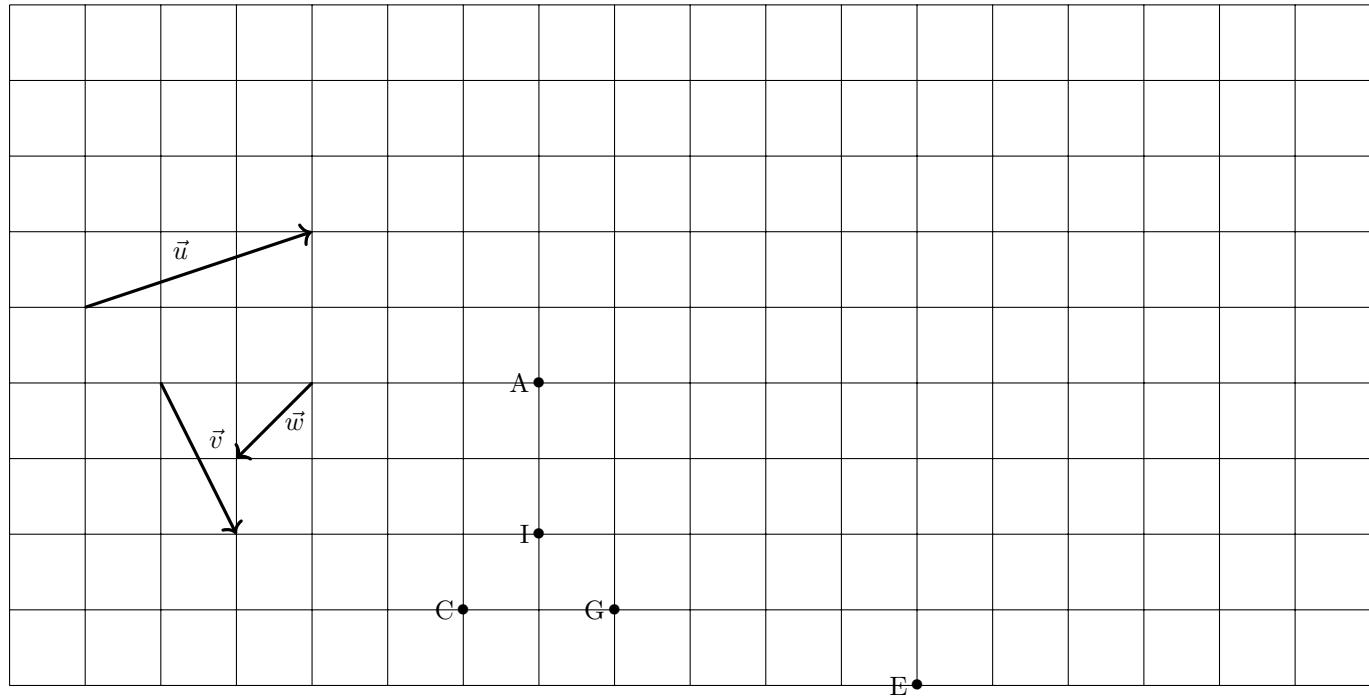
Construire les points I, J et K tels que :

1.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2.  $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$
3.  $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

### Exercice 3.12

Construire les points H, B, J, D et F vérifiant les égalités suivantes :

1.  $\overrightarrow{GH} = 3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$
2.  $\overrightarrow{AB} = \vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$
3.  $\overrightarrow{IJ} = -\frac{5}{2}\vec{v}$
4.  $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\vec{u}$
5.  $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$



### Exercice 3.13

Simplifier les expressions suivantes :

1.  $\vec{u} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{SU} + \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{UH}$
2.  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
3.  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}$
4.  $\vec{u} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$
5.  $\vec{u} = \overrightarrow{HF} - \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{FC}$
6.  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$

7.  $\vec{u} = 2\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{MQ}$

 **Exercice 3.14**

1. Placer trois points R,O et I tels que  $\overrightarrow{RO} = -3\overrightarrow{OI}$
2. Exprimer  $\overrightarrow{RI}$  en fonction de  $\overrightarrow{OI}$ . Vérifier la cohérence du résultat obtenu sur la figure.