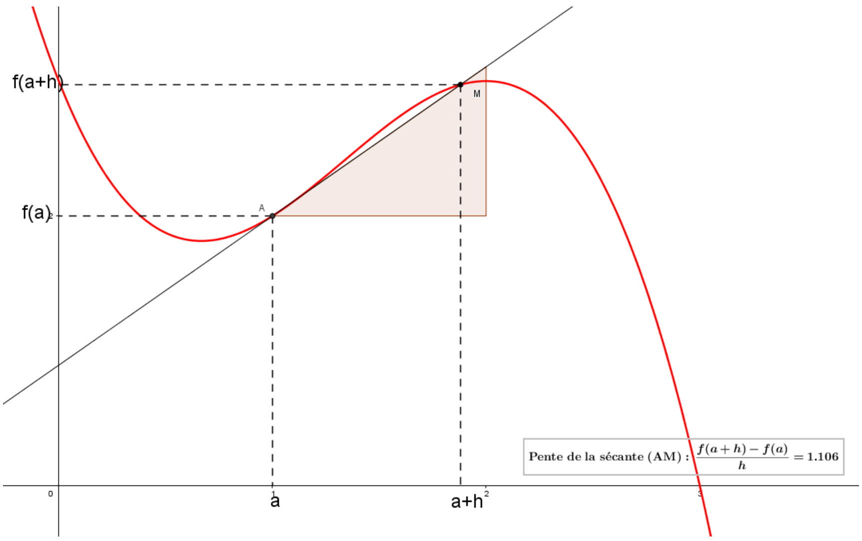
Chapitre 4 : Nombre dérivé

1 Nombre dérivé

1.1 Taux de variation

Approche

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 3$.
On considère aussi le point $A(1, f(1))$ et le point $M(1+h, f(1+h))$ où h est un réel non nul .
(A et M sont deux points distincts de la courbe C_f)



Cliquer ici pour voir la figure dynamique.

Approche

1. Etude du coefficient directeur de la droite (AM) :

   (a) Cas particulier avec h=1. On a donc $M(2; f(2))$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).

   (b) Cas particulier avec h=0.5. On a donc $M(1.5; f(1.5))$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).

   (c) Cas particulier avec h=0.1. On a donc $M(1.1; f(1.1))$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).

   (d) Cas particulier avec h=0.01. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).

2. Cas "général" : Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM) avec$A(1; f(1))$ et $M(1+h; f(1+h))$.

Définition 4.1

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$.
Soit h un réel non nul tel que $a+h \in I$.
Le taux de variation de f entre a et $a+h$ est le réel $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

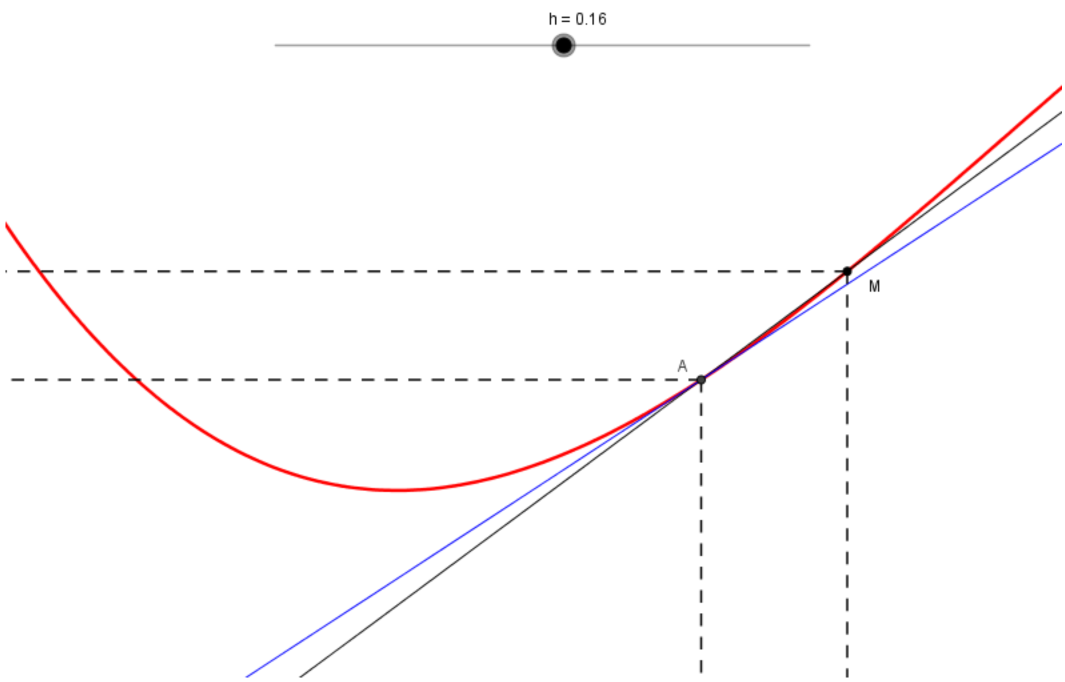
Remarque

Avec les notations et le contexte précédents, le taux de variation de f entre a et $a+h$ est le coefficient directeur de la sécante (AM) avec $A(a; f(a))$ et $M(a+h; f(a+h))$.

1.2 Nombre dérivé

Approche

On souhaite maintenant étudier la courbe au « voisinage » du point A de coordonnées (1, f(1)). On souhaite donc étudier le comportement de la sécante (AM) lorsque h se rapproche de 0. Voici donc la figure zoommée au niveau du point $A(1;2)$:



Vous trouverez la figure dynamique ici ! Si M se rapproche de A, alors la sécante (AM) semble se rapprocher d'une droite "imaginaire", la droite bleue sur le graphique.

Définition 4.2

Avec les mêmes notations. Si, lorsque h tend vers 0, $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel l, on dit que la fonction f est dérivable en a.
Le réel l est appelé nombre dérivé de la fonction f en a, et on note $f(a) = l$.

Savoir-Faire 4.1

Savoir déterminer le nombre dérivé d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soit $a \in \mathbb{R}$. Déterminer si la fonction f est dérivable en a. Si oui, déterminer son nombre dérivé $f'(a)$