

Les fonctions affines - tableaux de signes

1 Caractérisation des fonctions affines

1.1 Définitions et propriétés

Définition 8.1

Une fonction f définie sur \mathbb{R} est dite affine s'il existe deux réels m et p tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$.
 m est appelé coefficient directeur de f et p est appelé ordonnée à l'origine.

Définition 8.2

- Si $m = 0$, alors la fonction f est une fonction constante.
- Si $p = 0$, alors la fonction f est une fonction *linéaire*.

Exemple

- $f(x) = 2x + 3$
- $f(x) = -4x + 5$
- $f(x) = 2x$

Propriété 8.1

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} .
 f est une fonction affine si, et seulement si, pour tous réels distincts a et b , le rapport $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ est constant.

Remarque

Soient f une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = mx + p$ et a et b deux réels distincts.
Alors, $m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Savoir-Faire 8.1

SAVOIR RETROUVER LA FONCTION AFFINE CONNAISSANT DEUX IMAGES.

Soit f une fonction affine. Déterminer f sachant que $f(7) = 26$ et $f(2) = 11$.

Je m'entraîne seul(e)

Déterminer la fonction affine f dans chaque cas :

- $f(0) = 1$ et $f(3) = 22$. Réponse : $f(x) = 7x + 1$
- $f(-1) = -2$ et $f(1) = 6$. Réponse : $f(x) = 4x + 2$
- $f(5) = 1$ et $f(3) = 1$. Réponse : $f(x) = 1$
- $f(-5) = 6$ et $f(4) = -3$. Réponse : $f(x) = -x + 1$
- $f(5) = 10$ et $f(-3) = -6$. Réponse : $f(x) = 2x$

1.2 Représentation graphique

Propriété 8.2

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative d'une fonction affine f est une droite sécante avec l'axe des ordonnées.

Remarque

Soit f une fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$. Pour représenter f , il suffit de placer deux points distincts et de tracer la droite passant par ces deux points.

Savoir-Faire 8.2

SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION AFFINE.

Exemple : Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x + 3$.

Savoir-Faire 8.3

SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION AFFINE f EN UTILISANT LA SIGNIFICATION GRAPHIQUE DE m ET p .

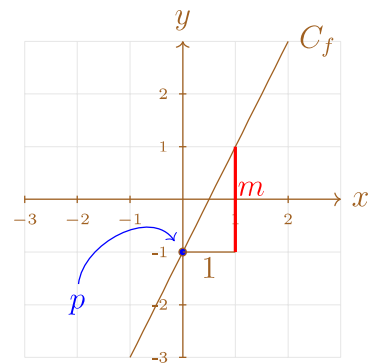
Exemple : On considère la fonction affine définie par $f(x) = 2x - 1$, et on souhaite tracer la courbe représentative de f en utilisant son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.

Propriété 8.3

La courbe représentative d'une fonction affine est la droite passant par le point $A(0; p)$ et de coefficient directeur m .

Il est possible de tracer la fonction affine en utilisant simplement l'ordonnée à l'origine p et le coefficient directeur m : p est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 0.

Pour trouver m , il suffit de se placer sur un point de la droite, d'avancer d'une unité vers la droite. Le coefficient directeur m est le nombre qui permet de "revenir" sur la droite en suivant l'axe des ordonnées.



Je m'entraîne seul(e)

Pour vous entraîner, choisissez une fonction affine ($f(x) = 3x + 4$ par exemple), et tracez sa courbe représentative en utilisant la méthode ci-dessus. Vérifier ensuite le tracé de la courbe en calculant l'image de deux ou trois réels. (par exemple $f(2)$ et $f(5)$).



Savoir-Faire 8.4

SAVOIR RETROUVER LA FONCTION AFFINE REPRÉSENTÉE PAR UNE DROITE.

On considère les droites suivantes. Déterminer la fonction affine qui les représente.

