

1.4

La racine carrée

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

1.4.1 Définition

Définition

| Soit a un réel positif. La **racine carrée** de a est le réel positif dont le carré est égal à a .

Remarque

| Pour tout $a \geq 0$, on a donc $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemples

- $\sqrt{4} =$
- $\sqrt{100} =$
- $\sqrt{36} =$
- $\sqrt{1.44} =$
- $\sqrt{0.01} =$
- $(\sqrt{5})^2 =$
- $\sqrt{5^2} =$

1.4.2 Propriétés

Propriété

| Soient a et b deux réels positifs. On a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exemples

- $\sqrt{18} =$
- $\sqrt{7 \times 5} =$

Démonstration 1.1

↗ Démontrer que pour tous a et b réels positifs, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Propriété (admise)

| Soient a et b deux réels positifs, avec b non nul.

| On a : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemples

- $\sqrt{\frac{16}{9}} =$

- $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} =$

⚠ En général : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exemple

- $\sqrt{9+16} =$

- $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$

Propriété

| Soient a et b deux réels strictement positifs. Alors on a $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Démonstration 1.2

⚡ Démontrer que pour tous a et b réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Savoir-Faire 1.5

SAVOIR ADDITIONNER, LORSQUE CELA EST POSSIBLE, DES RACINES CARRÉES

1. $\sqrt{18} + \sqrt{8} =$

2. $2\sqrt{72} - 3\sqrt{32} =$

Exercice 1.16

Écrire les expressions suivantes sous la forme de $a\sqrt{b}$, avec a et b deux entiers, et avec b le plus petit possible :

1. $\sqrt{48}$

6. $\sqrt{12}$

2. $\sqrt{75}$

7. $\sqrt{72}$

3. $\sqrt{605}$

8. $\sqrt{162}$

4. $\sqrt{288}$

9. $\sqrt{18}$

5. $\sqrt{1000}$

10. $\sqrt{27}$

Exercice 1.17

Simplifier les expressions suivantes :

1. $18 \times \sqrt{\frac{64}{81}}$

3. $\sqrt{16 \times 10^4}$

2. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

4. $\sqrt{12^4}$

Exercice 1.18

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1. $A = 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75}$
2. $B = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$
3. $C = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$
4. $D = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}$

Exercice 1.19

Le nombre $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé "nombre d'or".

1. Calculer Φ^2 et simplifier le résultat obtenu.
2. Calculer $1 + \Phi$
3. Calculer $\frac{1}{\Phi}$ et simplifier le résultat obtenu en multipliant le numérateur et le dénominateur par $1 - \sqrt{5}$
4. Que constate t-on ?