

# 7.1

## Caractérisation des fonctions affines

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

### 7.1.1 Définitions et propriétés

#### Définition

Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  est dite **fonction affine** s'il existe deux réels  $m$  et  $p$  tels que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx + p$ .

$m$  est appelé coefficient directeur de  $f$  et  $p$  est appelé ordonnée à l'origine.

#### Définition

- Si  $m = 0$ , alors la fonction  $f$  est une **fonction constante**.
- Si  $p = 0$ , alors la fonction  $f$  est une **fonction linéaire**.

#### Exemple

- $f(x) = 2x + 3$
- $f(x) = -4x + 5$
- $f(x) = 2x$

#### Propriété

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$ .

$f$  est une fonction affine si, et seulement si, pour tous réels distincts  $a$  et  $b$ , le rapport  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  est constant.

#### Remarque

Soient  $f$  une fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = mx + p$  et  $a$  et  $b$  deux réels distincts.

Alors,  $m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ .



### Savoir-Faire 7.36

SAVOIR RETROUVER LA FONCTION AFFINE CONNAISSANT DEUX IMAGES.

Soit  $f$  une fonction affine. Déterminer  $f$  sachant que  $f(7) = 26$  et  $f(2) = 11$ .

#### Je m'entraîne seul(e)

Déterminer la fonction affine  $f$  dans chaque cas :

- $f(0) = 1$  et  $f(3) = 22$ . Réponse :  $f(x) = 7x + 1$
- $f(-1) = -2$  et  $f(1) = 6$ . Réponse :  $f(x) = 4x + 2$
- $f(5) = 1$  et  $f(3) = 1$ . Réponse :  $f(x) = 1$

- $f(-5) = 6$  et  $f(4) = -3$ . Réponse :  $f(x) = -x + 1$
- $f(5) = 10$  et  $f(-3) = -6$ . Réponse :  $f(x) = 2x$

## 7.1.2 Représentation graphique

### Propriété

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative d'une fonction affine  $f$  est une droite sécante avec l'axe des ordonnées.

### Remarque

Soit  $f$  une fonction affine définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  par  $f(x) = mx + p$ . Pour représenter  $f$ , il suffit de placer deux points distincts et de tracer la droite passant par ces deux points.

### Savoir-Faire 7.37

SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION AFFINE.

Exemple : Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x + 3$ .

### Savoir-Faire 7.38

SAVOIR TRACER LA COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION AFFINE  $f$  EN UTILISANT LA SIGNIFICATION GRAPHIQUE DE  $m$  ET  $p$ .

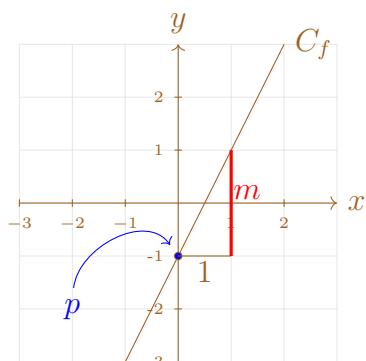
Exemple : On considère la fonction affine définie par  $f(x) = 2x - 1$ , et on souhaite tracer la courbe représentative de  $f$  en utilisant son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.

### Propriété

La courbe représentative d'une fonction affine est la droite passant par le point  $A(0; p)$  et de coefficient directeur  $m$ .

Il est possible de tracer la fonction affine en utilisant simplement l'ordonnée à l'origine  $p$  et le coefficient directeur  $m$  :  
 $p$  est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 0.

Pour trouver  $m$ , il suffit de se placer sur un point de la droite, d'avancer d'une unité vers la droite. Le coefficient directeur  $m$  est le nombre qui permet de "revenir" sur la droite en suivant l'axe des ordonnées.



### Je m'entraîne seul(e)

Pour vous entraîner, choisissez une fonction affine ( $f(x) = 3x + 4$  par exemple), et tracez sa courbe représentative en utilisant la méthode ci-dessus. Vérifier ensuite le tracé de la courbe en calculant l'image de deux ou trois réels. (par exemple  $f(2)$  et  $f(5)$ ).

### Savoir-Faire 7.39

SAVOIR RETROUVER LA FONCTION AFFINE REPRÉSENTÉE PAR UNE DROITE.

On considère les droites suivantes. Déterminer la fonction affine qui les représente.

