5.4

## Autres problèmes

NSI TLE - JB DUTHOIT

### 5.4.1 Découpe d'une barre

### Exercice 5.56

On dispose d'une barre de longueur donnée que l'on peut revendre d'un seul tenant ou en morceaux.

Par exemple : la barre est de longueur 8 et le tableau ci-dessous donne les prix en fonction de la longueur du morceau :

Longueur du morceau	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix du morceau	0	2	3	8	10	13	15	16	21

- 1. a) Combien y a t'il de découpes possibles pour une barre de longueur 2?
  - b) Combien y a t'il de découpes possibles pour une barre de longueur 3?
  - c) Combien y a t'il de découpes possibles pour une barre de longueur 4?
  - d) Combien y a t'il de découpes possibles pour une barre de longueur 5?
- 2. Voici un algorithme Approche naïve qui repose sur le principe suivant :
  - Trouver toutes les découpes possibles.
  - Calculer le gain pour chacune d'entre elles.
  - Récupérer le plus grand.

```
1 VARIABLE
2 Données :taille est un entier
3 prix est une liste d'entiers, ou un dictionnaire
4 DEBUT
5 Fonction fonction coupe(taille,prix)
       SI taille \le 0 ALORS
           renvover 0
       meilleur \leftarrow 0
8
       decoupe \leftarrow 1
9
       Tant que decoupe <= taille Faire
10
           meilleur \leftarrow max(meilleur,prix[decoupe]+coupe(taille-decoupe,prix))
11
            decoupe \leftarrow decoupe + 1
12
13
       renvoyer meilleur
14 fin
```

- 3. implementer cet algoritme en python.
  - La complexité de l'algorithme étant exponentielle, nous allons essayer d'améliorer l'algorithme.
- 4. Proposer un programme python Top down
- 5. Proposer un programme python Bottom up.
- 6. Essayer d'améliorer l'algorithme précédent pour qu'il donne la découpe optimale.

\*\*\*

# 5.4.2 Pyramide de nombres

#### Exercice 5.57

Une pyramide de nombre est un graphe donc les sommets sont des nombres. Chaque sommet d'un même niveau a deux arrêtes vers le bas. Deux sommets voisins d'un même niveau sont reliés à un même sommet du niveau suivant.

```
1 2 3 3 3 2 4 4 2 7 5 5 9 5 4 6
```

Ici on peut suivre le chemin 3 - 4 - 7 - 5 mais pas 3 - 2 - 5 : les sommets 2 et 5 ne sont pas reliés. Objectif :Déterminer la valeur maximale de la somme des chemins traversant une pyramide de nombre.

- 1. Quel est le chemin qui donne la somme maximale dans l'exemple ci-dessus ?  $^{***}$
- 2. Choix d'une structure de données adaptée pour les pyramides : T[i,j] est la valeur du nombre situé à l'étage i en partant du bas et en position j en partant de la gauche.
  - $\bullet$  Toujours sur l'exemple,T[1,1]=9, T[1,2]=5, T[2,1]=2, T[3,1]=2. Donner les valeurs de T[4,1] et T[3,2].
- 3. L[i, j] est la somme maximale de la sous pyramide dont le sommet est la case en position (i, j).
  - a) Que vaut L[1, j]?
  - b) Montrer que pour i > 1, L[i,j] = T[i,j] + max(L[i-1, j], L[i-1, j+1]).
- 4. a) Proposer un programme python récursif qui répond au problème.
  - b) Est-ce qu'on effectue plusieurs fois le même calcul? Est-ce optimal?
- 5. Proposer une amélioration en utilisant la programmation dynamique.

#### Exercice 5.58

Avec les programmes précédents, on obtient bien la somme maximale, mais pas le chemin qui y mène. Que pourrait-on ajouter pour l'obtenir?