5.2 Opérations sur les fonctions dérivées

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

5.2.1 Dérivée de (u+v)

Propriété (admise)
Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.
Alors la fonction $(u+v)$ est dérivable sur I et $(u+v)' = u' + v'$

Exemple
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x^3$.
Donner $f'(x)$

5.2.2 Dérivée de (u-v)

Propriété (admise)
Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.
Alors la fonction $(u-v)$ est dérivable sur I et $(u-v)' = u' - v'$.

Exemple
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x^3$.
Donner $f'(x)$

5.2.3 Dérivée de (ku)

Propriété (admise)

Soient u une fonctions définie et dérivable sur un intervalle I, et soit $k \in \mathbb{R}$.
Alors la fonction (ku) est dérivable sur I et $(ku)' = k \times u'$.

Exemple

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^3$.
Donner $f'(x)$

5.2.4 Dérivée de (uv)

Propriété

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.
Alors la fonction (uv) est dérivable sur I et $(uv)' = u'v + uv'$.

Démonstration 5.5

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.
Montrer que la fonction (uv) est dérivable sur I et que $(uv)' = u'v + uv'$.

Exemple

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 1) \times x^3$.
Donner $f'(x)$

5.2.5 Dérivée de $\frac{1}{v}$

Propriété (admise)

Soit v une fonction définie et dérivable sur un intervalle I, avec pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$.

Alors la fonction $\left(\dfrac{1}{v}\right)$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = \dfrac{-v'}{v^2}$.

Exemple

Soit f définie sur $\mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2x+3}$.

Donner $f'(x)$

5.2.6 Dérivée de $\frac{u}{v}$

Propriété (admise)

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I, avec, pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$.

Alors la fonction $\left(\dfrac{u}{v}\right)$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

Exemple

Soit f définie sur $\mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{2x+3}$.

Donner $f'(x)$

5.2.7 Dérivée de $g(ax+b)$

Propriété (admise)

Soient a et b deux réels, et I un intervalle.
Soit J l'intervalle constitué de l'ensemble des valeurs de $ax + b$ lorsque x décrit I.
Si g st une fonction dérivable sur J, alors la fonction f définie sur I par $f(x) = g(ax+b)$ est dérivable sur I et $f'(x) = a \times g'(ax+b)$.

Savoir-Faire 5.27

SAVOIR CALCULER UNE FONCTION DÉRIVÉE

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 8x^3 + 12x^2 - 5x + 7$
2. $f(x) = (x^2 + 3x)(x^3 - 3x^2 + 7)$
3. $f(x) = x\sqrt{x}$
4. $f(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+3}$
5. $f(x) = \dfrac{1}{3x^2+9}$
6. $f(x) = \dfrac{17}{2x^2+1}$
7. $f(x) = \sqrt{2x+3}$
8. $f(x) = \sqrt{-2x+1}$
9. $f(x) = (2x-3)^{15}$