6.1 Coordonnées d'un point

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

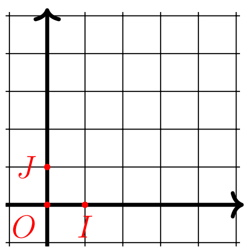
6.1.1 Repère du plan

Définition

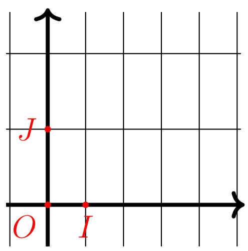
Soit O, I et J trois points du plan non alignés.
(O, I, J) est un **repère du plan**.

Remarque

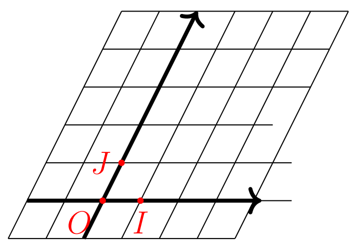
- Si le triangle OIJ est rectangle isocèle en O, le repère est dit **orthonormé**.
- Si le triangle OIJ est rectangle en O, le repère est dit **orthogonal**.



Repère orthonormé



repère orthogonal



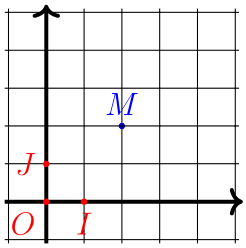
repère quelconque

6.1.2 Coordonnées d'un point

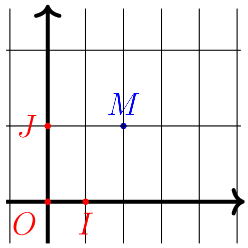
Définition

Soit (O, I, J) est un repère du plan et M un point quelconque du plan. La parallèle à (OJ) passant par M coupe l'axe (OI) en P et la parallèle à (OI) passant par M coupe (OJ) en Q.
L'**abscisse** x_M de M dans le repère (O, I, J) est l'abscisse de P dans le repère (O, I) de l'axe (OI).
L'**ordonnée** y_M de M dans le repère (O, I, J) est l'abscisse de Q dans le repère (O, J) de l'axe (OJ).

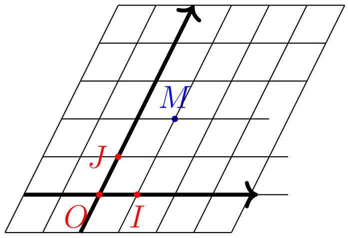
Exemple



M a pour coordonnées $(2; 2)$



M a pour coordonnées $(2; 1)$



M a pour coordonnées $(1; 2)$

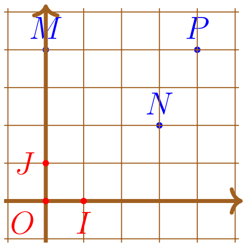
Savoir-Faire 6.6

SAVOIR DÉTERMINER LES COORDONNÉES D'UN POINT ET SAVOIR PLACER UN POINT

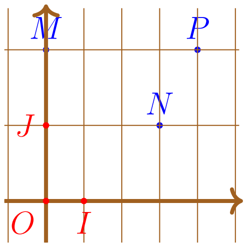
On considère un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan. Dans chacun des cas suivants :

- Déterminer les coordonnées de M, N, et P.
- Placer les points M', N' et P' sachant que $M'(-1, 0)$, $N'(-1; 2)$ et $P'(3, 2)$

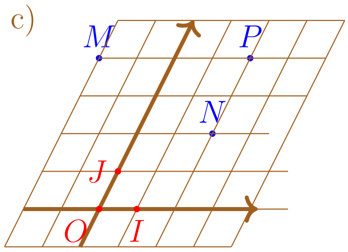
a)



b)



c)



6.1.3 Distance de deux points dans un repère orthonormé

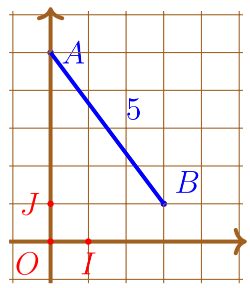
Propriété

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan.
La distance AB est donnée par la formule $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
➞ Cette formule n'est valide que dans un repère orthonormé.

Savoir-Faire 6.7

SAVOIR CALCULER UNE DISTANCE DANS UN REPÈRE ORTHONORMÉ

Soient $A(0;5)$ et $B(3;1)$ dans un repère orthonormé (O,I,J) du plan.
La distance AB est donnée par la formule
$AB = \sqrt{(3-0)^2+(1-5)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$



Exercice 6.1
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan.
On considère trois points $A(-3;3)$, $B(2;4)$ et $C(1;-4)$.

1. Faire une figure
2. Conjecturer la nature de ABC
3. Démontrer cette conjecture.

Exercice 6.2
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan.
Soient quatre points $A(-2;3)$, $B(3;4)$, $C(3;-2)$ et $M(1;1)$.
Montrer que A,B et C appartiennent à un même cercle de centre M

Exercice 6.3
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan. On considère quatre points $A(-3;0)$, $B(2;-1)$, $C(6;5)$ et $D(1;6)$.

1. Faire une figure
2. Conjecturer la nature de $ABCD$
3. Démontrer cette conjecture.

Exercice 6.4
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan. Soient trois points $A(-1;2)$, $B(4;3)$ et $C(5;-2)$.

1. Faire une figure
2. Conjecturer la nature de ABC
3. Démontrer cette conjecture.

6.1.4 Coordonnées du milieu d'un segment dans un repère

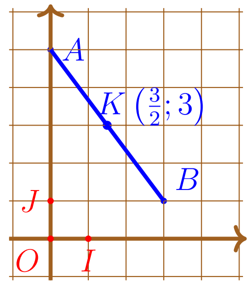
Propriété

Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ dans un repère (O,I,J) du plan.
Le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Savoir-Faire 6.8

Savoir calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Soient $A(0;5)$ et $B(3;1)$ dans un repère (O,I,J) du plan.
Le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :
$x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$ et
$y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5+1}{2} = 3$
Soit $K\left(\dfrac{3}{2};3\right)$.



Exercice 6.5
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan. On considère trois points $A(3;-2)$, $B(-1;4)$ et $C(-3;0)$.
On considère également les points E,F et G, milieux respectifs de $[AB]$,$[AC]$ et $[CB]$.

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées des points E, F et G.

Exercice 6.6
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan. On considère deux points $A(3;4)$ et $K(6;6)$.
On considère également le point B tel que K milieu de $[AB]$.

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées du point B.

Exercice 6.7
Soit (O,I,J) un repère orthonormé du plan. On considère deux points $A(1;5)$ et $B(6;6)$.
On considère également le point C tel que A milieu de $[CB]$.

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées du point C.

Exercice 6.8
On suppose le plan muni d'un repère (O,I,J).
On considère les points $A(-2;3)$ et $B(1;-4)$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu K de $[AB]$.
2. Déterminer par le calcul les coordonnées du point S symétrique du point A par rapport au point B
3. Faire une figure afin de vérifier les résultats.

Exercice 6.9
On suppose le plan muni d'un repère (O,I,J).
On considère les points $E(6;-1)$, $F(-4;3)$ et $G(1;5)$.
On désire déterminer les coordonnées de H afin que $EFGH$ soit un parallélogramme.

1. Faire une figure, que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[EG]$.

3. Déterminer les coordonnées de H, symétrique de F par rapport au point I.

Exercice 6.10

On considère les points $C(3,2)$,$B(4;-2)$ et $E(2;6)$.
Montrer que C est le milieu de $[BE]$.

Exercice 6.11

On considère les points $A(3,-2)$,$B(-1;4)$ et $C(-3;0)$.
On note I',J' et K' les milieux respectifs de $[AB]$,$[BC]$ et $[AC]$.

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées de I',J' et K'.

Exercice 6.12

On considère les points $A(3,4)$ et $I(6;6)$.
Déterminer les coordonnées de B tel que I est le milieu de $[BA]$.