0.3 Retour sur les raisonnements étudiés en première et en seconde

Maths Spé terminale - JB Duthoit

0.3.1 Raisonnement par déduction

Le raisonnement par déduction est le type de raisonnement le plus courant. Partant d'une hypothèse, on construit un raisonnement logique et on aboutit à une conclusion.

Exercice 0.41
Montrer que, pour tout réel $x \geq 7$, $(x-4)^2+3 \geq 12$

0.3.2 Raisonnement en utilisant un contre-exemple

⚠ Un exemple ne suffit pas à prouver qu'une affirmation est vraie, mais un contre-exemple suffit à démontrer qu'une proposition est fausse.

Exercice 0.42

1. La propriété suivante est-elle vraie ? "Si x et y sont deux réels tels que $x^2 < y^2$, alors $x < y$."
2. "Toute suite strictement croissante tend vers $+\infty$". Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

0.3.3 Raisonnement par l'absurde

Exercice 0.43
On veut montrer ici que "si x et y sont des réels positifs et si $\dfrac{x}{1+y} = \dfrac{y}{1+x}$ alors $x = y$"

1. On veut faire un raisonnement par l'absurde, quelles sont les hypothèses à faire ?
2. Montrer que $x^2 - y^2 = -(x-y)$
3. En déduire que $x + y = -1$. Est-ce possible ?
4. Conclure

0.3.4 Raisonnement par contraposée

⚠ Une proposition et sa contraposée sont équivalente. Démontrer l'un revient à démontrer l'autre.

Exercice 0.44
Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si n^2 est pair, alors n est pair.

0.3.5 Raisonnement par disjonction de cas

⚠ Si la démonstration dépend de la valeur de x, il est parfois utile de faire une **disjonction** de cas : on sépare le raisonnement suivant les valeurs de x

Exercice 0.45

Montrer que pour tout entier relatif n, $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un entier.