11.4 Calcul de longueurs et d'angles

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

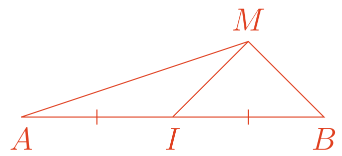
11.4.1 Transformation d'expression

Démonstration 11.15

Soient A et B deux points distincts du plan, et I le milieu du segment $[AB]$.
Soit M un point du plan.
Montrer que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$.

Propriété

Soient A et B deux points distincts du plan, et I le milieu du segment $[AB]$.
Pour tout point M du plan, on a :
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$.



Exercice 11.69
Soit ABC un triangle avec I milieu de $[AB]$.
On sait aussi que $CI = 2$ et $AB = 6$.
Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

11.4.2 Formules d'Al Kashi

Démonstration 11.16

Soit ABC un triangle.
Montrer que

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times cos(\hat{B})$$

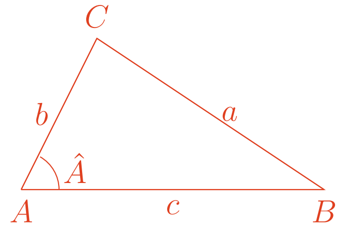
Propriété

Théorème d'Al Kashi :
Soit ABC un triangle. On a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times cos(\hat{B})$$

En posant $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$, on obtient :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times cos(\hat{A})$$



Exercice 11.70

On considère un triangle ABC avec $AB = 4$, $AC = 3$ et $B\hat{A}C = 60°$.
Calculer BC.

Savoir-Faire 11.63

Savoir utiliser le théorème d'Al Kashi (ou théorème de Pythagore généralisé)

Soit ABC le triangle tel que $AB = 9$, $BC = 4$ et $AC = 7$.
Calculer une mesure en degré des angles du triangle ABC, arrondie au degré près.