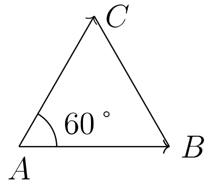


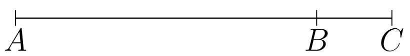
9.1.2 Cas particulier de vecteurs colinéaires

Propriété 9. 23

- si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et de même sens, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC$.
- si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et de sens opposés, alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AC$.

Exemple

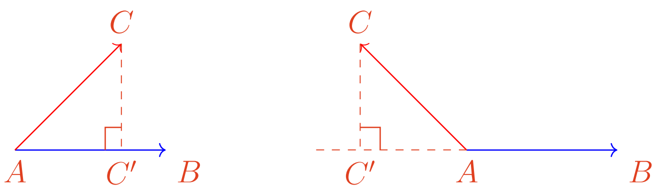
Soient A,B et C trois points alignés tels que $B \in [AC]$ et $AB = 4$ et $BC = 1$.
Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$.



9.1.3 Expression du produit scalaire avec le projeté orthogonal

Propriété 9. 24

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$, on considère le point C' projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
On a alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$



Angle $\widehat{BAC}$ aïgu   Angle $\widehat{BAC}$ obtu

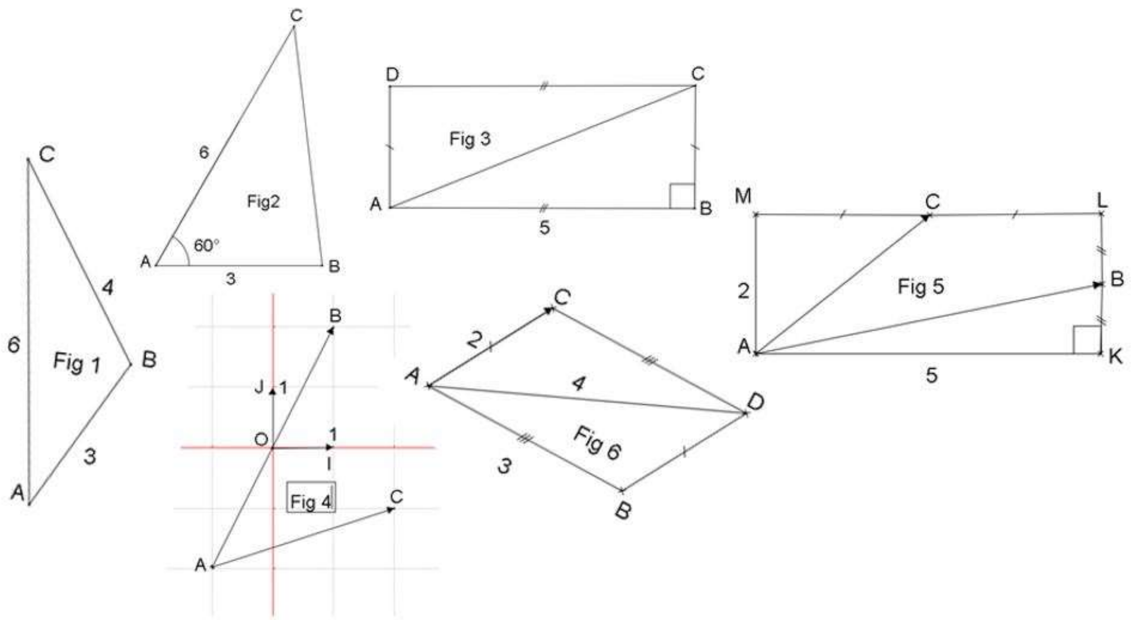
Exemple

Soit ABC un triangle et soit H le pied de la hauteur issue de C. On sait également que AH=5, AB=3 et B appartient au segment $[AH]$.
Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Savoir-Faire 9.28

SAVOIR CHOISIR LA FORME ADAPTÉE POUR CALCULER UN PRODUIT SCALAIRE

Quand cela est possible, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ dans chacune des situations ci-dessous.



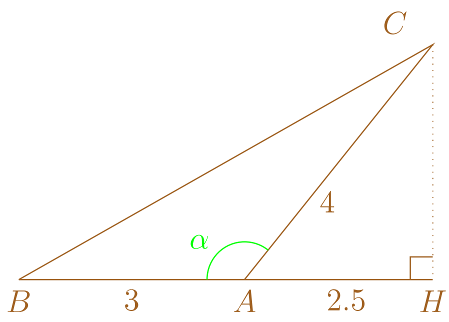
☞ Pas d'inquiétude ! Il sera possible de calculer tous ces produits scalaires...un peu de patience !

Savoir-Faire 9.29

SAVOIR UTILISER LE PRODUIT SCALAIRE POUR CALCULER UN ANGLE OU UNE DISTANCE

ABC est le triangle ci-dessous avec AB=3 et AC=4.
H est le pied de la hauteur issue de C, et AH=2.5

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
2. En déduire la mesure de α, mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au degré près.



9.1.4 Produit scalaire et orthogonalité

Définition 9.21

- Dire que deux vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux signifie que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
- Par convention, le vecteur nul $\vec{0}$ est orthogonal à tout vecteur.

Propriété 9. 25

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\vec{u}$ est orthogonal à $\vec{v}$ équivaut à $\vec{u}.\vec{v} = 0$

Démonstration 9.7

Dans le cas où $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ sont non nuls, montrons que $\vec{u}$ est orthogonal à $\vec{v}$ équivaut à $\vec{u}.\vec{v} = 0$.