Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions

1 Notion de fonction

1.1 Définition

Définition 2.1

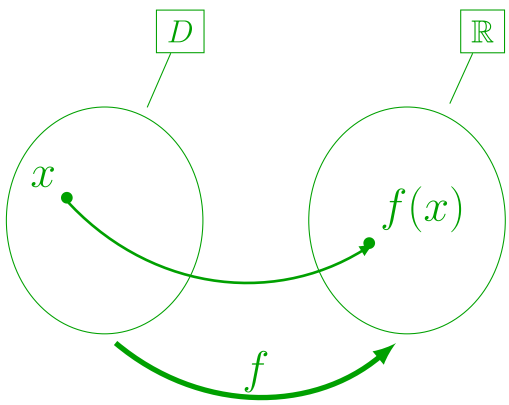
Soit D un ensemble de $\mathbb{R}$.

Fabriquer une fonction f de D dans $\mathbb{R}$, c'est associer à chaque nombre x de D un unique nombre noté $f(x)$.

On dit que D est l'ensemble de définition de f, ou encore que f est définie sur D.

$f(x)$ est appelé l'image de x par la fonction f.

x est un antécédent de $f(x)$ par la fonction f.



Remarque

- On écrira indifféremment " la fonction f définie par $f(x) = 3x - 1$ " et "la fonction $f : x \to 3x - 1$".
- Un même nombre peut avoir plusieurs antécédents par la fonction f.

Savoir-Faire 2.1

Savoir déterminer des images et des antécédents

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 3$.
   (a) Déterminer l'image de 5 par la fonction f.
   (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 5 par la fonction f
2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2$.
   (a) Déterminer l 'image de 5 par la fonction f.
   (b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 6 par la fonction f
   (c) Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 1 par la fonction f

Savoir-Faire 2.2

Savoir utiliser la calculatrice pour calculer l'image d'un nombre

On souhaite construire les tableaux de valeurs suivants :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = -x^2 + 1$											

x	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$g(x) = x^2 + 2x + 1$											

- Appuyer sur la touche Mode, puis selectionner FONCTION sur la ligne correspondante.
- Appuyer sur la touche $f(x)$, saisir l'expression de la fonction étudiée en Y_1 par exemple
  ➙ La variable x est obtenue en appuyant sur la touche x, t, θ, n
  ➙ Pour supprimer une fonction séléctionnée, appuyer sur la touche annul
- Choisir l'instruction déf table en appuyant sur les touches 2nde et fenêtre.
  ➙ Régler les paramètres de la table : valeur initiale et le pas. Valider par Entrer.
- L'instruction table est obtenue en appuyant sur les touches 2nde et graphe. La table s'affiche.
  ➙ On se déplace dans les colonnes en utilisant les touches directionnelles.

Savoir-Faire 2.3

Savoir définir un ensemble de définition simple

Quel est l'ensemble de définition des fonctions f,g et h suivantes :

1. $f : x \to \frac{11}{2x-3}$
2. $g : x \to 3x + \sqrt{x}$
3. $h : x \to x^2 + 3$

2 Représentation graphique d'une fonction

Définition 2.2

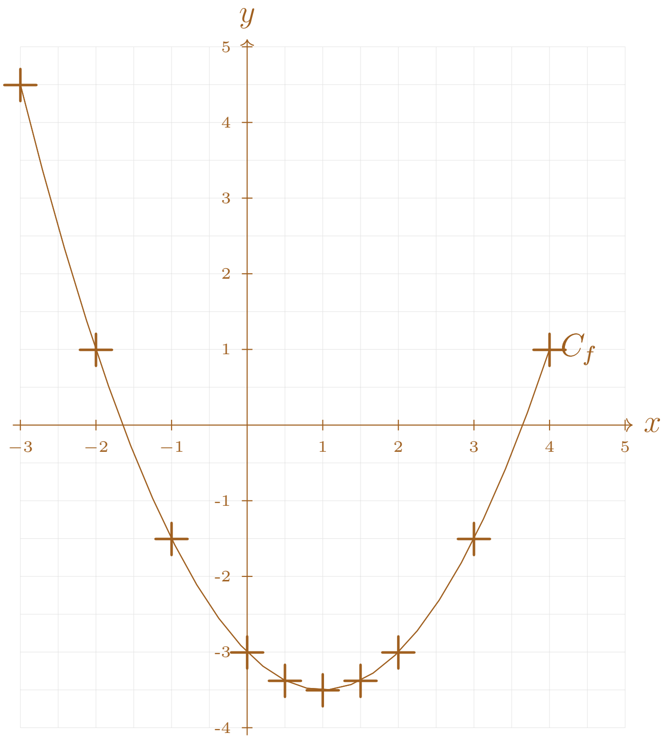
Soit f une fonction définie sur un ensemble D.
La représentation graphique C de la fonction f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $x \in D$ et $y = f(x)$.
On dit aussi que C a pour équation $y = f(x)$

Savoir-Faire 2.4

Savoir tracer la courbe représentative d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[-3;4]$ par $f(x) = 0.5x^2 - x - 3$.
Tracer la courbe représentative de f, notée C_f.
Méthode :

1. On tabule la fonction f sur $[-3;4]$ avec un pas bien choisi.
2. On choisit un repère adapté
3. On place les points sur le graphique
4. Si des points sont trop "espacés", ou s'il y a une incertitude sur le tracé de la courbe, on ajoute des points
5. On relie les points "à la main" pour obtenir une "belle" courbe.



Savoir-Faire 2.5

Savoir utiliser la calculatrice pour tracer la courbe représentative d'une fonction

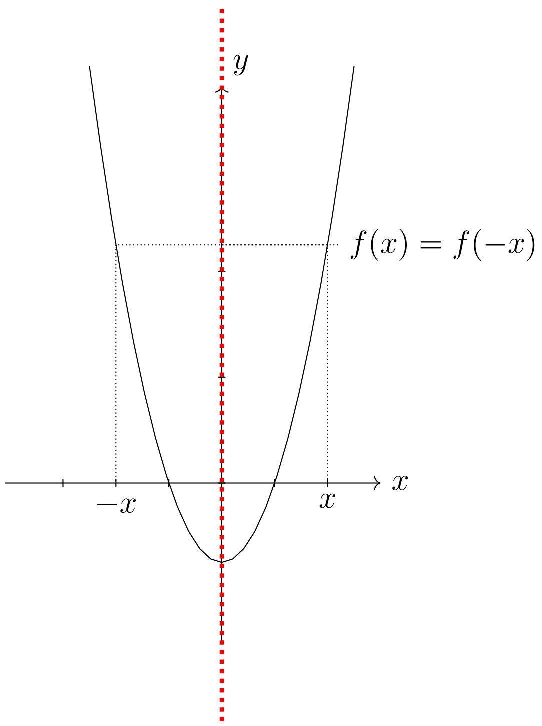
3 Fonctions paires, fonctions impaires

Définition 2.3

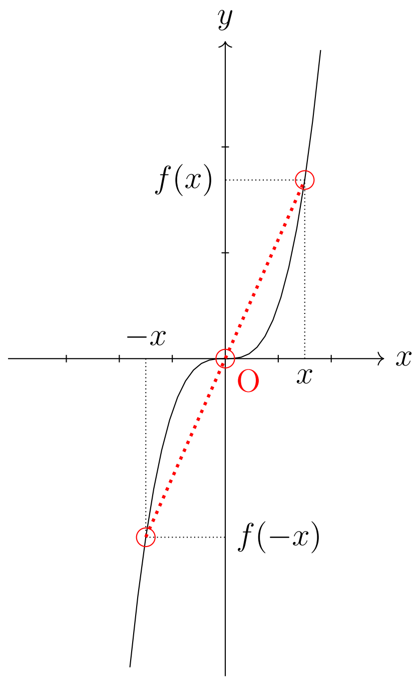
On considère une fonction f définie sur un ensemble D.

- On dit que f est *paire* si D est centré en 0 et si pour tout réel x de D, on a $f(-x) = f(x)$
- On dit que f est *impaire* si D est centré en 0 et si pour tout réel x de D, on a $f(-x) = -f(x)$

Fonction paire



Fonction impaire



Propriété 2.1 (admise)

Savoir-Faire 2.6

La courbe C_f d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

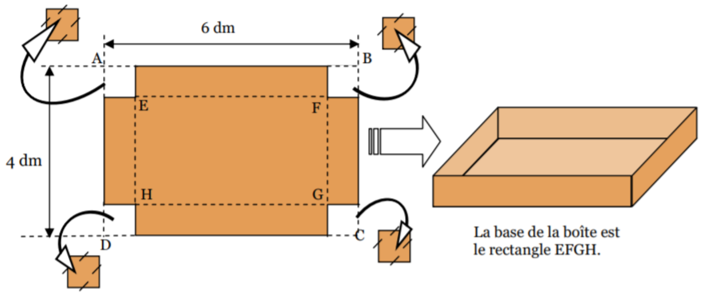
La courbe C_f d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine O du repère.
SAVOIR DÉTERMINER LA PARITÉ D'UNE FONCTION
Dans chaque cas, déterminer si la fonction est paire, impaire, ou ni l'un ni l'autre. Donner éventuellement la conséquence graphique.

1. $f(x) = x^2$ avec $D_f = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ avec $D_f = \mathbb{R}^*$
3. $f(x) = x^3 + x$ avec $D_f = \mathbb{R}$
4. $f(x) = 3x + 52$ avec $D_f = \mathbb{R}$
5. $f(x) = x^4 - 5$ avec $D_f = \mathbb{R}$
6. $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ avec $D_f = \mathbb{R}^*$

Savoir-Faire 2.7

Savoir modéliser un problème en utilisant une fonction

Jean possède une entreprise où l'on fabrique des boîtes en carton. Dans une plaque rectangulaire ABCD de longueur 6 dm et de largeur 4 dm, on découpe quatre carrés identiques pour fabriquer une boîte sans couvercle de forme parallélépipédique.
On désire à terme déterminer la longueur des côtés des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume est 6 dm3...



Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.1 dm ?
Quel est le volume de la boîte si on découpe des carrés de 0.2 dm ?
Pour éviter de réitérer cette question, on va chercher le volume de la boîte en fonction du côté des carrés découpés... On note x la longueur de ce côté.

1. x peut-il être égal à n'importe quel nombre ?
   ➙ **Notion d'ensemble de définition, notation**

2. Déterminer le volume de la boîte en fonction de x.
   ➙ **notion de fonction, dépendance d'une grandeur par rapport à une autre, faire le dessin, notations**

3. cette formule permet-elle de retrouver les résultats précédents ?
   ➙ **Notion d'images, notation, notion d'antécédents, utilisation de la calculatrice**

4. On souhaite "visualiser" cette formule, avoir une idée de cette dernière dans sa globalité...Comment s'y prendre ?
   ➙ **Notion de courbe représentative de fonction et de tableau de valeurs**

5. Par lecture graphique, déterminer approximativement les valeurs de x pour lesquelles le volume est égal à 6 dm3.
   ➙ **Notion lecture graphique, résolution graphique d'équation et d'antécédent**