4.2 Les nombres pairs et les nombres impairs

Définition

On considère un entier relatif n.

- Si n est divisible par 2, on dit que n**n est pair**. Il existe alors un entier naturel k tel que $n = 2k$.
- Sinon, n **est impair**.

Propriété

Le définition précédente est aussi une propriété !

Démonstration 3

Montrer que le carré d'un entier impair est un entier impair.

Remarque

On rappelle :

- Un entier pair est un entier qui peut s'écrire sous la forme $2k$, avec $k \in \mathbb{N}$
- Un entier impair est un entier qui peut s'écrire sous la forme $2k + 1$, avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice 4.6

Montrer que la somme de deux entiers consécutifs est un entier impair.

Exercice 4.7

Montrer que la somme de deux entiers pairs est un entier pair.

Exercice 4.8

Montrer que la somme de deux entiers impairs est un entier pair.

Exercice 4.9

Montrer que si n est pair, alors l'entier $a = n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.

Démonstration 4

Utiliser la parité pour montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel On souhaite démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel, ce qui signifie qu'on souhaite démontrer que $\sqrt{2}$ ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction d'entiers.
On suppose que que $\sqrt{2}$ s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible, et on va démontrer que cela est impossible. Ce type de raisonnement est appelé **raisonnement par l'absurde**.
On suppose donc que que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec la fraction $\frac{p}{q}$ irréductible.

1. Montrer que $p^2 = 2q^2$
2. En déduire que p est pair.
3. On pose donc $p = 2k$, avec k un entier relatif. Montrer que $q^2 = 2k^2$.
4. En déduire la parité de q
5. Conclure