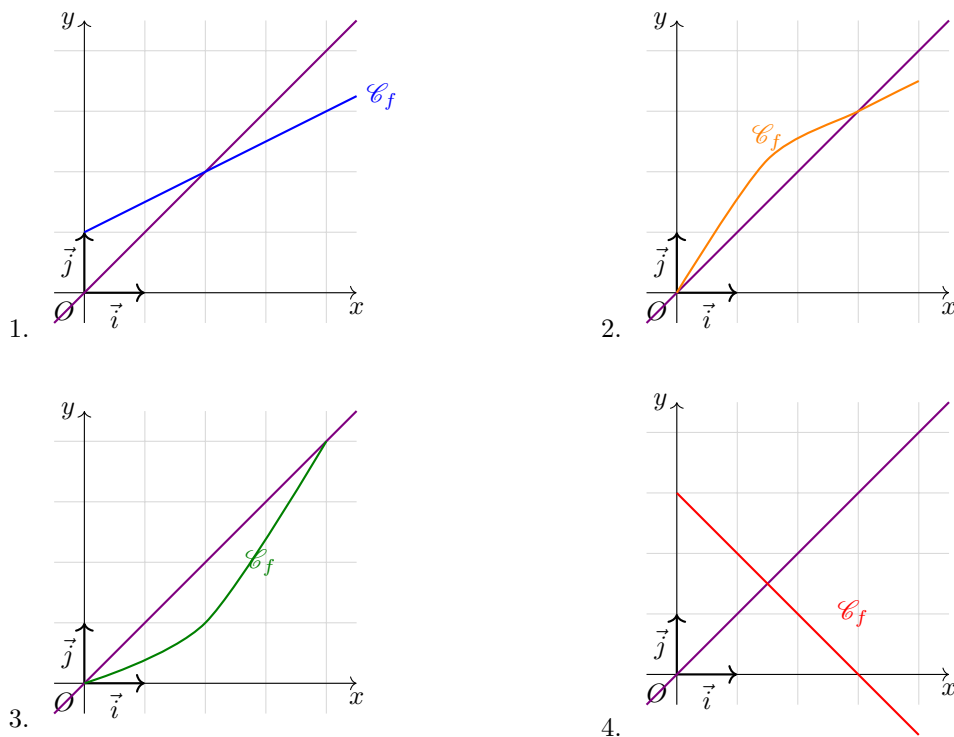


Automatismes

0.3.6 Continuité

Automatisme1

Dans chaque cas, préciser de tête la limite de la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction continue sur $[0; 4]$ dont on donne la courbe représentative.



Automatisme2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{si } x \leq 2 \\ 7 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

f est-elle continue en 2 ? Justifier.

Automatisme3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x \leq 3 \\ -x + 14 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

f est-elle continue en 3 ? Justifier.

Automatisme4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f : x \mapsto \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x > 0 \\ x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

f est-elle continue en 0 ? Justifier.

Automatisme5

La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Si f est dérivable en a , alors f est continue en a . » La réciproque est-elle vraie ?

Automatisme6

Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} dont voici le tableau de variations.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
f	-3	2	-7

Donner, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur \mathbb{R} .

Automatisme7

x	$-\infty$	4	$+\infty$
f	-3	2	-7

En utilisant le tableau de variations ci-dessus, quel est le nombre de solutions réelles de :

1. $f(x) = 3$?
2. $f(x) = -1$?
3. $f(x) = -5$?
4. $f(x) = 2$?

Automatisme8

Soit f une fonction continue sur $[0 ; 5]$ dont voici le tableau de variations.

x	0	5
f	-3	10

Quel est le nombre exact de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur $[0 ; 5]$? Justifier.

Automatisme9

f est une fonction définie sur un intervalle I et (u_n) désigne une suite définie par récurrence par $u_{n+1} = f(u_n)$. On admet que (u_n) converge vers un réel ℓ . Dans chaque cas, déterminer les valeurs possibles de ℓ pour la fonction f et l'intervalle I donnés.

$$f : x \mapsto x^2 \quad \text{et} \quad I = [0 ; 1]$$

Automatisme10

f est une fonction définie sur un intervalle I et (u_n) désigne une suite définie par récurrence par $u_{n+1} = f(u_n)$. On admet que (u_n) converge vers un réel ℓ . Dans chaque cas, déterminer les valeurs possibles de ℓ pour la fonction f et l'intervalle I donnés.

$$f : x \mapsto \frac{1}{1+x} \quad \text{et} \quad I =]-1 ; +\infty[$$

Automatisme11

f est une fonction définie sur un intervalle I et (u_n) désigne une suite définie par récurrence par $u_{n+1} = f(u_n)$. On admet que (u_n) converge vers un réel ℓ . Dans chaque cas, déterminer les valeurs possibles de ℓ pour la fonction f et l'intervalle I donnés.

$$f : x \mapsto e^{1-x} \quad \text{et} \quad I = [0 ; e]$$