6.3 Colinéarité de deux vecteurs

Maths 2nde 7 - JB Duthoit

6.3.1 Déterminant de deux vecteurs

Définition

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.
Le déterminant de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ est le réel $xy' - x'y$.
On le note $det(\vec{u};\vec{v})$ ou bien encore $\begin{vmatrix}x & x'\\y & y'\end{vmatrix}$.

Exercice 6.22
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs dans une base du plan.
Calculer le déterminant de ces deux vecteurs dans chacun des cas suivants.

1. $\vec{u}(2;3)$ et $\vec{v}(5;2)$
2. $\vec{u}(5;-1)$ et $\vec{v}(-3;3)$
3. $\vec{u}(1;0)$ et $\vec{v}(7;-2)$
4. $\vec{u}(2;3)$ et $\vec{v}(3;2)$
5. $\vec{u}(1;0)$ et $\vec{v}(0;1)$
6. $\vec{u}(2;3)$ et $\vec{v}(-4;6)$
7. $\vec{u}(-2;4)$ et $\vec{v}(1;-2)$
8. $\vec{u}(3;5)$ et $\vec{v}(9;15)$

6.3.2 Propriété

Propriété

Deux vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $det(\vec{u};\vec{v}) = 0$

Savoir-Faire 6.9

Savoir déterminer si deux vecteurs sont colinéaires ou non
Préciser dans chaque cas si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ou non :

1. $\vec{u}(5;2)$ et $\vec{v}(35;14)$.
2. $\vec{u}(16;3)$ et $\vec{v}(49;10)$.
3. $\vec{u}(20;6)$ et $\vec{v}(30;9)$.

Exercice 6.23
Déterminer dans chaque cas si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ou non :

1. $\vec{u}(-3;21)$ et $\vec{v}(4;-28)$.
2. $\vec{u}(3;12)$ et $\vec{v}(12;3)$.

Exercice 6.24
Déterminer k pour que, dans chaque cas, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires :

1. $\vec{u}(-3;5)$ et $\vec{v}(k;2)$.
2. $\vec{u}(5;k)$ et $\vec{v}(2;\frac{1}{3})$.

6.3.3 Alignement et parallélisme

Savoir-Faire 6.10

Savoir démontrer un alignement ou un parallélisme.

1. Soient $A(2;5)$, $B(6;8)$, $C(-4;1)$ et $D(5;8)$ dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
2. Soient les points $E(-8;\frac{9}{2})$,$C(-4;-2)$ et $D(4;-3)$. Les points E,C et D sont-ils alignés ?

Exercice 6.25

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Déterminer dans chaque cas si les droites (AB) et (MN) sont parallèles :

1. $A(1;2)$,$B(5;8)$,$M(0;-1)$ et $N(5;6)$
2. $A(3;-10)$,$B(15;5)$,$M(1;1)$ et $N(17;21)$

Exercice 6.26

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Déterminer dans chaque cas si les points A,B, et C sont alignés :

1. $A(2;13)$, $B(-2;-7)$ et $C(11;58)$.
2. $A(9;20)$, $B(2;-1)$ et $C(25;71)$.

Exercice 6.27

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. Déterminer dans chaque cas si le point G appartient à la droite (EF).

1. $E(5;-3)$, $F(-3;3)$ et $G(15;-9)$.
2. $E(0;-7)$, $F(1;0)$ et $G(2;7)$.

Exercice 6.28

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. On considère les points $F(-1;4)$,$G(7;2)$ et $M(1,y)$ où $y \in \mathbb{R}$. Pour quelle valeur de y le point M appartient-il à la droite (FG) ?

Exercice 6.29

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. On considère les points $M(7;3)$, $N(-3;1)$, $C(0;5)$ et $D(5;6)$. Montrer que $MNCD$ est un trapèze.

Exercice de synthèse 6.30

On considère un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan. On considère les points $A(3;4)$, $B(1;1)$, $C(6;-2)$ et $D(8;1)$. Soit I le milieu de $[BC]$, et E et F les points définis par $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées de E,F et I (par le calcul).
3. Les droites (BE) et (IF) sont-elles parallèles ?
4. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
5. a) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AC}$
   b) $ABCD$ est-il un rectangle ? justifier.
6. Les points I,F et D sont-ils alignés ?

Exercice 6.31

Soit $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère du plan. On considère les points $A(-3;-1)$, $B(-2;2)$ et $C(3;-3)$.
Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en A.