

7.2

Loi de probabilité

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

7.2.1 Exemple avec un dé

Comment modéliser un lancer de dé ?

On lance un dé à 6 faces, et on s'intéresse au résultat obtenu.

Les probabilités dépendent de la géométrie du dé.

Dé équilibré

Chaque issue à la même probabilité : on parle alors d'**équiprobabilité**.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Et si le dé est déséquilibré ?

Est-t-il possible d'obtenir la probabilité de chaque face ?

Oui, en réalisant un grand nombre de lancers. Les probabilités sont égales à la fréquence d'apparitions de chaque face.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0.2	0.1	0.1	0.15	0.15	?

Est-il possible de retrouver la probabilité de l'issue «6» ?

☛ Oui, car la somme des probabilités de toutes les issues est toujours égale à 1.

7.2.2 Définitions

Définition

Définir une loi de probabilité pour une expérience aléatoire, c'est :

- associer à chaque issue un nombre compris entre 0 et 1, appelé probabilité de l'issue,
- de sorte que la somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1.

Définition

Quand chaque issue a autant de chances de se produire qu'une autre, on parle alors d'**équiprobabilité**. Si une expérience aléatoire comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'elle est égale à $\frac{1}{n}$.

Savoir-Faire 7.34

SAVOIR CALCULER UNE PROBABILITÉ

Un dé truqué a 5 fois plus de chance de tomber sur "6" que sur toutes les autres faces.

Donner la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

7.2.3 Calculs de probabilités

Propriété (admise)

La probabilité d'un événement A , notée $p(A)$ est la somme des probabilités des événements élémentaires qui composent A .

Exemple

On lance un dé truqué à 6 faces.

La probabilité d'obtenir 2 est 0.1, et la probabilité d'obtenir 5 est égale à 0.5.

Soit A l'événement "Obtenir 2 ou 5"

Quelle est la probabilité de A , noté $p(A)$?

Propriété (admise)

En situation d'équiprobabilité sur un univers Ω , la probabilité d'un événement A , notée $p(A)$ est donnée par :

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombre total d'issues dans } \Omega}$$

Exemple

On lance un dé bien équilibré à 6 faces.

Soit A l'événement "Obtenir 2 ou 5"

Quelle est la probabilité de A , noté $p(A)$?

Propriété (admise)

Pour tous événements A et B , on a :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Exemple

On lance un dé bien équilibré à 6 faces.

Soit A l'événement "Obtenir 2 ou 5"

Soit B la probabilité d'obtenir un nombre pair.

Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$.

En déduire $p(A \cup B)$.

Propriété (admise)

Pour tout événement A , on a :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Exemple

On lance un dé bien équilibré à 6 faces.

Soit A l'événement "Obtenir 2 ou 5"

Quelle est la probabilité de \bar{A} ?

Savoir-Faire 7.35

SAVOIR CALCULER UNE PROBABILITÉS

Une urne contient trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées 1 et 2.

On tire au hasard, successivement et avec remise, deux boules de l'urne.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre
2. Soit A l'événement "La première boule est rouge" et B l'événement "La seconde boule porte le numéro 2".
Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
3. Calculer la probabilité de C : "Obtenir deux boules rouges".
4. Traduire par une phrase l'événement \bar{C} et calculer sa probabilité.

Exercice Python 7.57

On souhaite créer une fonction Python `jeu()` qui :

- Affiche le lancer de deux dés
- Puis affiche "Gagné" si la somme est égale à 7, sinon affiche "Perdu"

```
>>> jeu()
6 3
Perdu
>>> jeu()
4 3
Gagné
>>> jeu()
3 6
Perdu
```

 On rappelle qu'il faut installer la bibliothèque `random` en écrivant sur la première ligne `from random import *`. On utilisera ensuite la fonction `randint(a,b)` qui renvoie un nombre entier aléatoire (au hasard) entre `a` et `b` inclus.