

## 3.3

## Positions relatives de droites et de plans

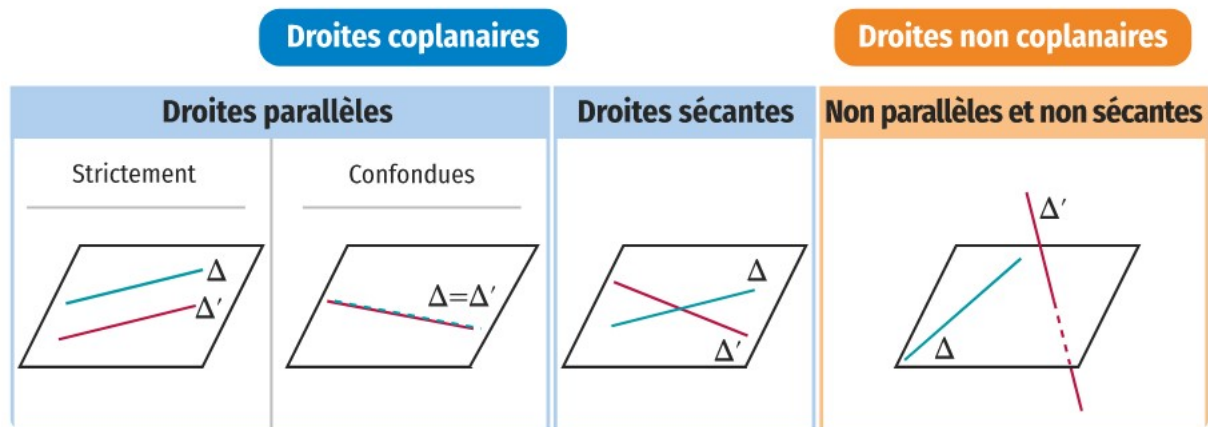
MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

## 3.3.1 Positions relatives de deux droites

## Définition

Dans l'espace, deux droites peuvent être coplanaires ou non.

Si elles sont coplanaires, alors elles appartiennent à un même plan. Elles peuvent donc être sécantes (avoir un point d'intersection) ou parallèles (strictement parallèles ou confondues)



## Remarque

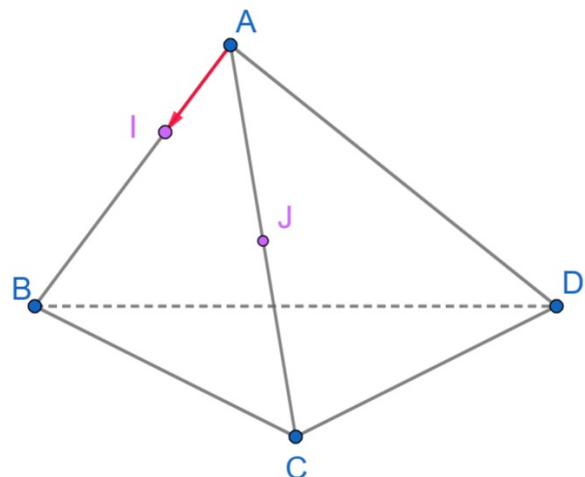
⚠ Dans l'espace, des droites non sécantes ne sont pas nécessairement parallèles

## Savoir-Faire 3.4

SAVOIR DÉCRIRE LA POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES

$ABCD$  est un tétraèdre. On définit le point  $I$  par  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et le point  $J$  qui est le milieu de  $[AC]$ .

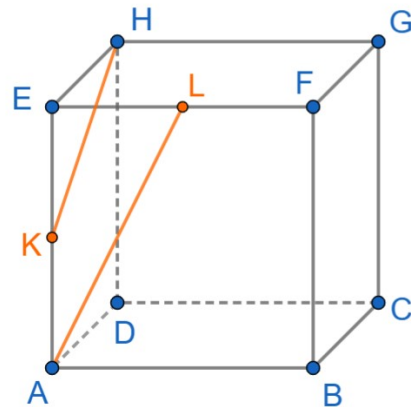
1. Démontrer que les droites  $(IJ)$  et  $(CB)$  sont sécantes.
2. Démontrer, en utilisant un raisonnement par l'absurde, que les droites  $(IJ)$  et  $(AD)$  ne sont pas parallèles.



### Exercice 3.11

$ABCDEFGH$  est un cube,  $K$  est le milieu de  $[AE]$  et  $L$  est le milieu de  $[EF]$

1.
  - a) Justifier que  $K$  appartient au plan  $(ADH)$
  - b) Justifier que les vecteurs  $\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{KH}$  ne sont pas colinéaires
  - c) Que dire des droites  $(AD)$  et  $(KH)$  ?
2. Démontrer, en utilisant un raisonnement par l'absurde, que les droites  $(AL)$  et  $(KH)$  ne sont pas parallèles.



### 3.3.2 Positions relatives d'une droite et d'un plan

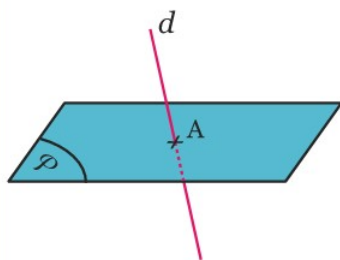
#### Définition

Soit une droite  $d(A, \vec{u})$  de l'espace et un plan  $P(C, \vec{v}, \vec{w})$  de l'espace.  
La droite  $d$  est parallèle au plan  $P$  si  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont coplanaires.

#### Définition

**$d$  sécante à  $\mathcal{P}$**

L'intersection est un point

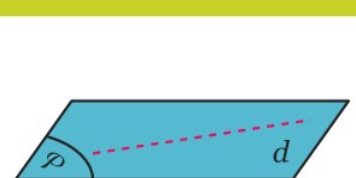


**$d$  parallèle à  $\mathcal{P}$**

$\mathcal{P}$  et  $d$  strictement parallèles



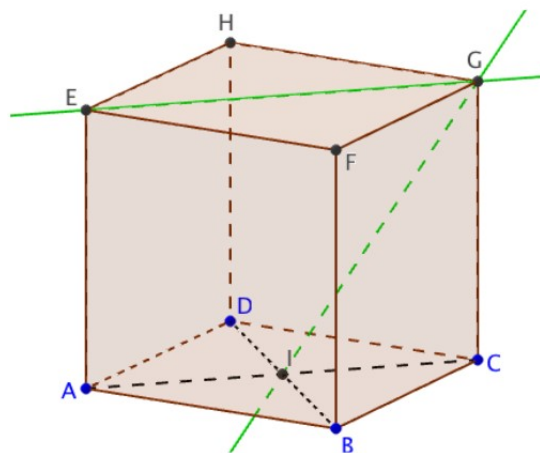
$d \subset \mathcal{P}$  ( $d$  incluse dans  $\mathcal{P}$ )



### Exercice 3.12

$ABCDEFGH$  est un cube. Compléter les pointillés avec le vocabulaire adéquat :

- La droite  $(GI)$  et le plan  $(ABC)$  sont ..... en  $I$ .
- La droite  $(EG)$  est ..... dans le plan  $(EFG)$ .
- La droite  $(EG)$  et le plan  $(ABC)$  sont .....

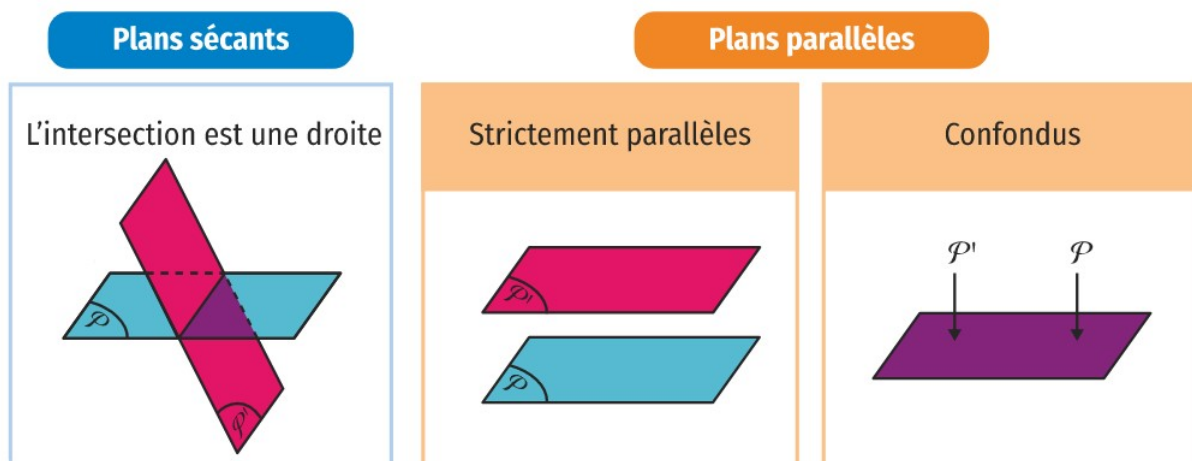


### 3.3.3 Positions relatives de deux plans

#### Définition

Deux plans sont parallèles lorsqu'ils ont la même direction.

#### Définition



#### Remarque

Trois points non alignés définissent un plan !

#### Propriété

Deux plans déterminés par le même couple de vecteurs non colinéaires sont parallèles.

## Conséquence

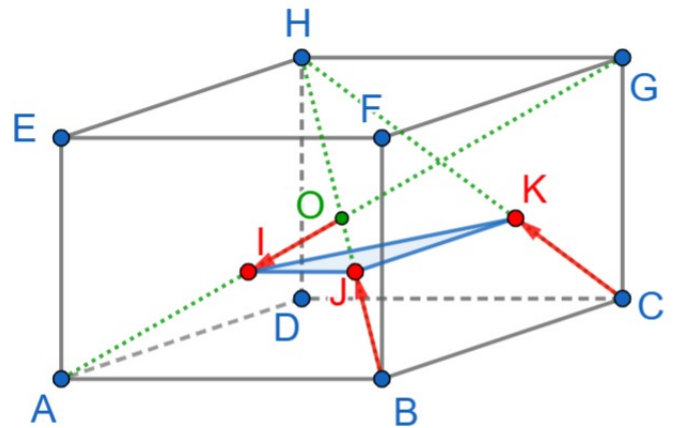
Pour montrer que deux plans sont parallèles, il suffit de montrer que deux vecteurs non colinéaires de l'un des plans sont respectivement colinéaires à deux vecteurs non colinéaires de l'autre plan.

## Savoir-Faire 3.5

SAVOIR DÉTERMINER LA POSITION RELATIVE DE DEUX PLANS

$ABCDEFGH$  est un parallélépipède rectangle de centre  $O$ . On définit les points  $I, J$  et  $K$  par  $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BO}$  et  $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CH}$ .

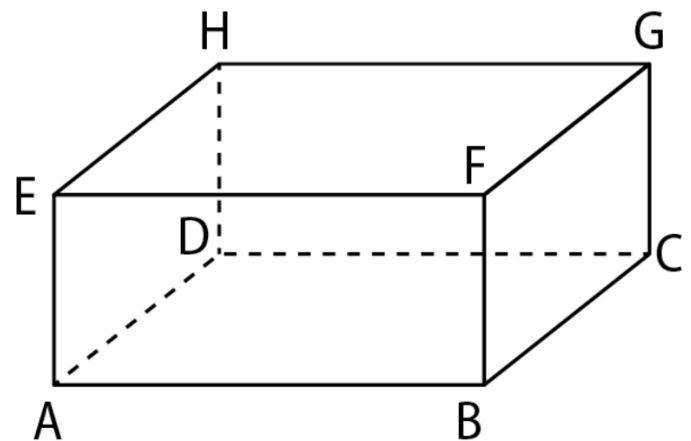
- Démontrer que les droites  $(IJ)$  et  $(AB)$  sont parallèles.
- Exprimer  $\overrightarrow{BJ}$  en fonction de  $\overrightarrow{BH}$
  - Démontrer que les plans  $(IJK)$  et  $(ABC)$  sont parallèles



## Exercice 3.13

$ABCDEFGH$  est le parallélépipède rectangle ci-contre. Pour chacune des items suivants, préciser si les plans sont confondus, strictement parallèles ou sécants. S'ils sont sécants, préciser leur droite d'intersection.

- $(ABC)$  et  $(FGH)$
- $(ABF)$  et  $(AEG)$
- $(EFG)$  et  $(EHF)$
- $(ADE)$  et  $(BFH)$



### Exercice 3.14

$SABCD$  est une pyramide dont la base  $ABCD$  est un parallélogramme. Les points  $I, J$  et  $K$  sont tels que  $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$ ,  $\overrightarrow{SJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$  et  $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$

1. Justifier que les vecteurs  $\overrightarrow{IJ}$  et  $\overrightarrow{AB}$  sont colinéaires
2. Justifier que les vecteurs  $\overrightarrow{JK}$  et  $\overrightarrow{CB}$  sont colinéaires
3. Justifier que les plans  $(IJK)$  et  $(ABC)$  sont parallèles.

