6.2 Coordonnées de vecteurs

6.2.1 Définition

Définition

une **base du plan** est un couple de vecteurs $(\vec{i};\vec{j})$ non colinéaires.

Remarque

Une base du plan est appelée **base orthonormée** si les directions de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont perpendiculaires, et si la norme des deux vecteurs est égale à 1.

Propriété

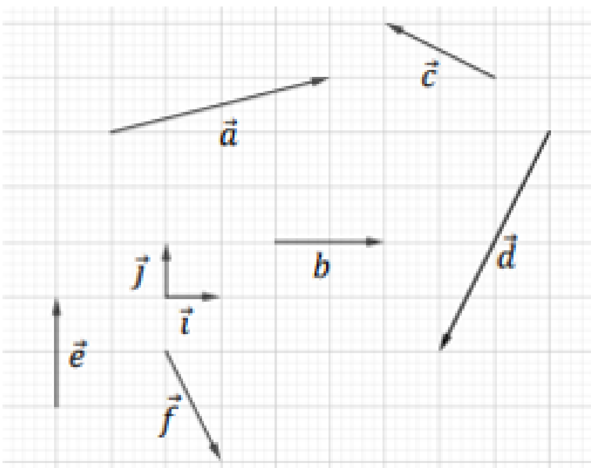
Soit $(\vec{i};\vec{j})$ une base du plan, et soit $\vec{u}$ un vecteur du plan.
Il existe un unique couple de réels $(x;y)$ tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Définition

x et y sont appelées les **coordonnées de $\vec{u}$** dans la base $(\vec{i};\vec{j})$.
On note $\vec{u}(x;y)$

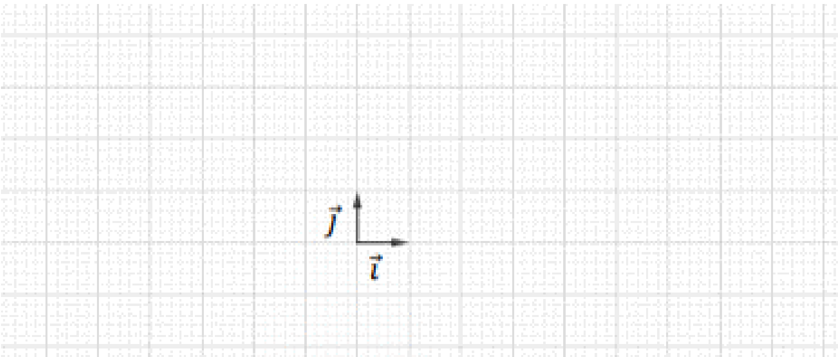
Savoir-Faire 6.9

Savoir lire les coordonnées de vecteurs
On considère les vecteurs ci-dessous, dans la base $(\vec{i};\vec{j})$.
Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées de chacun de ces vecteurs.



Savoir-Faire 6.10

Savoir représenter des vecteurs dans une base.
Dans la base $(\vec{i};\vec{j})$, représenter les vecteurs $\vec{u}(2;1)$, $\vec{v}(-2;3)$ et $\vec{w}(-3;1)$.



Propriété (admise)

Soient $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ deux vecteurs dans une base $(\vec{i};\vec{j})$ du plan.

- $\vec{u}=\vec{v}$ si et seulement si $x=x'$ et $y=y'$.

6.2.2 Coordonnées d'un vecteur

Propriété (admise)

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère du plan. Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points du plan.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B-x_A;y_B-y_A)$.

Exercice 6.13

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère du plan.
On considère les points $A(2;3)$ et $B(-1;2)$.

1. Faire une figure
2. Lire sur la figure les coordonnées du vecteurs $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et vérifier la cohérence avec la question précédente

Exercice 6.14

On considère les points $A(-4;-3)$,$B(4;-2)$,$C(3;2)$,$D(-5;1)$ et $E(2;6)$.
Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{CB}$,$\overrightarrow{DE}$,$\overrightarrow{EC}$,$\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{EA}$.

Savoir-Faire 6.11

Savoir calculer et utiliser les coordonnées de vecteurs

1. A,B,C et D sont quatre points du plan de coordonnées respectives $(-1;2)$, $(1;4)$, $(7;-2)$ et $(5;-4)$.
   En calculant des coordonnées de vecteurs, montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Soient A,B et C trois points de coordonnées respectives $(1;2)$,$(0;-1)$ et $(4;-2)$.

Déterminer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice 6.15
Soient E,F,G et H quatre points de coordonnées respectives $(2;-1)$,$(8;-1)$,$(10;3)$ et $(4;3)$.
$EFGH$ est-il un parallélogramme ?

Exercice 6.16
Soient E,F,G et H quatre points de coordonnées respectives $(1;-1)$,$(0;2)$,$(8;-3)$ et $(7;0)$.
$EFGH$ est-il un parallélogramme ?

Exercice 6.17
On considère le point $A(3,2)$ et le vecteur $\vec{u}\,(-4;4)$. Calculer les coordonnées du point C.

Exercice 6.18
On considère les points $A(3,-2)$,$B(6;1)$ et $D(3;4)$. On considère également le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.
Calculer les coordonnées du point E.

6.2.3 Norme d'un vecteur

Propriété

Soit $\vec{u}(x;y)$ un vecteur du plan dans une base orthonormée $(\vec{i};\vec{j})$.
La norme du vecteur $\vec{u}$, notée $||\vec{u}||$ est donnée par :

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x^2+y^2}$$

Savoir-Faire 6.12

Savoir calculer la norme d'un vecteur dans une base orthonormée du plan.
On considère $\vec{u}(2;-7)$ dans une base orthonormée $(\vec{i};\vec{j})$.
Calculer la norme de $\vec{u}$, notée $||\vec{u}||$

Exercice 6.19
On considère une base orthonormée $(\vec{i};\vec{j})$.
Calculer la norme de $\vec{u}$, notée $||\vec{u}||$ dans chacun des cas suivants :

1. $\vec{u}(-2;2)$
2. $\vec{u}(-3;4)$
3. $\vec{u}(0;6)$

6.2.4 Somme de deux vecteurs et produit par un réel

Propriété (admise)

Soit $(\vec{i};\vec{j})$ une base du plan. Soient $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ deux vecteurs du plan, et $k \in \mathbb{R}$.

- Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $(x+x';y+y')$.
- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx;ky)$.

Savoir-Faire 6.13

Savoir utiliser les formules des coordonnées de vecteurs pour démontrer

On considère un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
On considère le point $A(1;-3)$, et les vecteurs $\vec{u}(2;-3)$ et $\vec{v}(-1;5)$.
Soit E le point défini par $\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} - \vec{v}$.
2. En déduire les coordonnées du point E.

Exercice 6.20

On considère un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
On considère les points $A(5;-6)$,$B(4;2)$ et $D(-4;7)$.
Quels sont les coordonnées du point $C(x;y)$ sachant que le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$?

Exercice 6.21

On considère un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
On considère les points $A(-8;3)$,$B(4;2)$ et $C(11;-3)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
4. Écrire chaque vecteur $\vec{u}$,$\vec{v}$ et $\vec{w}$ uniquement en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
5. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$. Que constate-t-on ?