

4.2

Les nombres premiers

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

4.2.1 Définition

Définition

Un **nombre premier** est un entier naturel qui a exactement deux diviseurs positifs distincts.

Exemples

Parmi les entiers suivants, lesquels sont des nombres premiers, et pourquoi ?

- 1 :
- 2 :
- 3 :
- 4 :
- 5 :
- 6 :
- 7 :
- 8 :

4.2.2 Liste des nombres premiers entre 0 et 100

nous allons utiliser une méthode afin de trouver facilement tous les nombres premiers entre 1 et 100 ; cette méthode s'appelle le crible d'Erathostène.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 4.10

La conjecture de Goldbach affirme que "tout nombre pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers".

1. Vérifier cette conjecture pour tous les nombres pairs entre 10 et 20.
2. Trouver tous les nombres premiers p et p' tels que $100 = p + p'$.

4.2.3 Algorithme avec les nombres premiers

Algorithme 4.5

En vous inspirant des algorithmes précédents, créer une fonction **premier(n)** qui prend en argument un entier positif et qui renvoie true si n est premier, False sinon.

Savoir-Faire 4.2

SAVOIR DÉMONTRER QU'UN NOMBRE N'EST PAS PREMIER

Soit $p = (n+1)(n+3)$ avec $n > 0$.

Montrer que p n'est pas premier.


Exercice 4.11

Soit n un entier naturel non nul.
 Soit $a = (n+4)(n+2)$.
 Montrer que a n'est pas premier.

4.2.4 Décomposition en produit de nombres premiers

Propriété

Tout entier naturel n , avec $n \geq 2$ est premier ou produit de nombres premiers.
 Cette décomposition en produit de facteurs premiers est unique, à l'ordre près.



Savoir-Faire 4.3

SAVOIR DÉCOMPOSER UN ENTIER EN PRODUITS DE NOMBRES PREMIERS

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants :

1. 72
2. 207900


Exercice 4.12

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1. 112 | 3. 490 | 5. 1140 |
| 2. 360 | 4. 495 | |


Exercice 4.13

Décomposer les entiers suivants en produit de nombres premiers, puis en déduire tous les diviseurs de ces nombres

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. 64 | 2. 54 | 3. 72 |
|-------|-------|-------|


Exercice 4.14

Décomposer les fractions suivantes en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1. $\frac{48}{75}$ | 3. $\frac{585}{1275}$ | 5. $\frac{32670}{792}$ |
| 2. $\frac{180}{126}$ | 4. $\frac{360}{252}$ | 6. $\frac{17303}{1859}$ |