

## 7.2

## Les arbres binaires

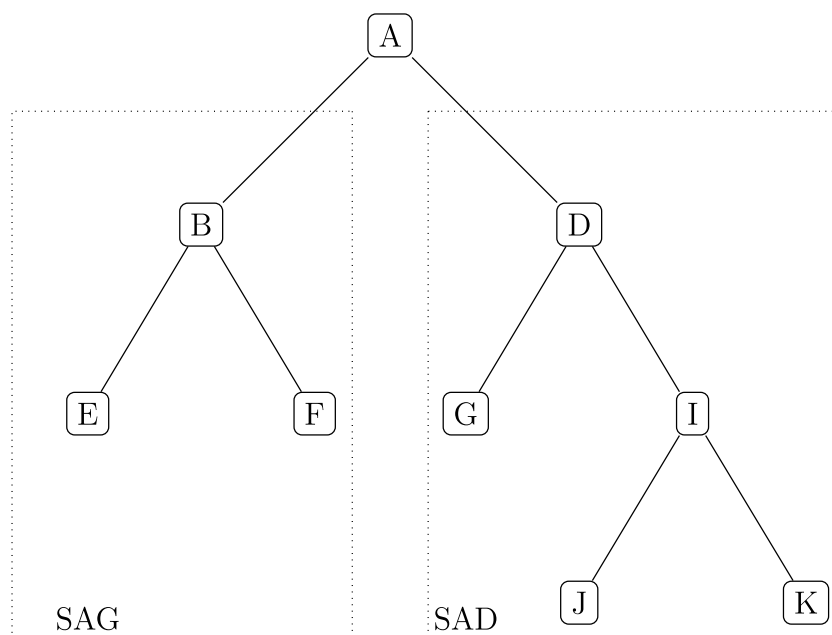
NSI TLE - JB DUTHOIT

## 7.2.1 Définition

**Définition**

Un arbre dont l'arité est 2 est un **arbre binaire**

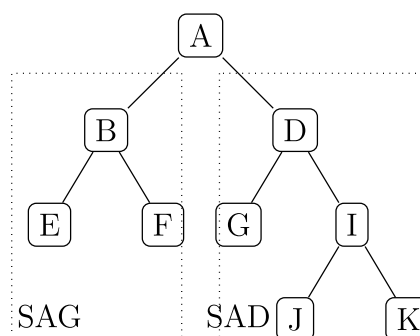
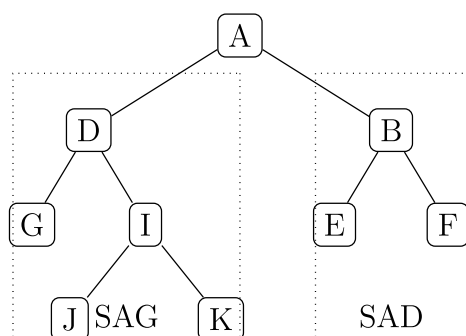
Les arbres binaires sont donc des arbres où chaque nœud peut donner 0, 1 ou 2 enfants.



On distingue généralement à partir du nœud racine 2 sous-arbres disjoints : Le sous-arbre gauche de l'arbre binaire (SAG) et le sous-arbre droit de l'arbre binaire (SAD).

**Remarque**

⚠ De ce fait, ces deux arbres ne sont pas identiques :

**Exercice 7.93**

Dessiner tous les arbres binaires possédant 3 nœuds.

**Exercice 7.94**

Dessiner tous les arbres binaires possédant 4 nœuds.

**Exercice 7.95**

Sachant qu'il y a 1 arbre binaire vide, 1 arbre binaire contenant 1 nœud, 2 arbres binaires contenant 2 nœuds, 5 arbres binaires contenant 3 nœuds et 14 arbres binaires contenant 4 nœuds, calculer le nombre d'arbres binaires contenant 5 nœuds.

⚠ On cherche seulement ici à les dénombrer.\*\*\*

## 7.2.2 Représentation en Python d'un arbre binaire

### Implémentation avec des classes

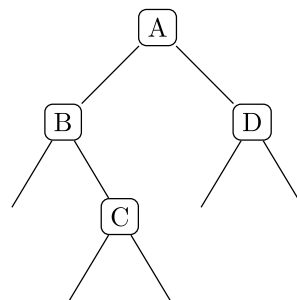
Pour représenter un arbre binaire en Python, on peut utiliser des objets. L'objet de la classe contient trois attributs : un attribut valeur (dans lequel on stocke une valeur quelconque, appelée étiquette), un attribut fils droit et un attribut fils gauche.

**Exercice 7.96**

Construire la classe Noeud afin de pouvoir construire en python des arbres binaires. Pour les feuilles, on indiquera None pour le sous arbre droit et le sous arbre gauche.

**Exercice 7.97**

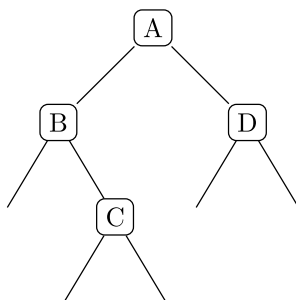
Construire l'arbre binaire suivant :



### Représentation

**Exercice 7.98**

Réaliser ce type d'affichage d'arbre binaire :



```
>>> represente(a)
```

```

A
- B
--
-- C
----
----
- D
--
```

### 7.2.3 Cas particuliers

#### Arbre dégénéré ou filiforme

##### Définition

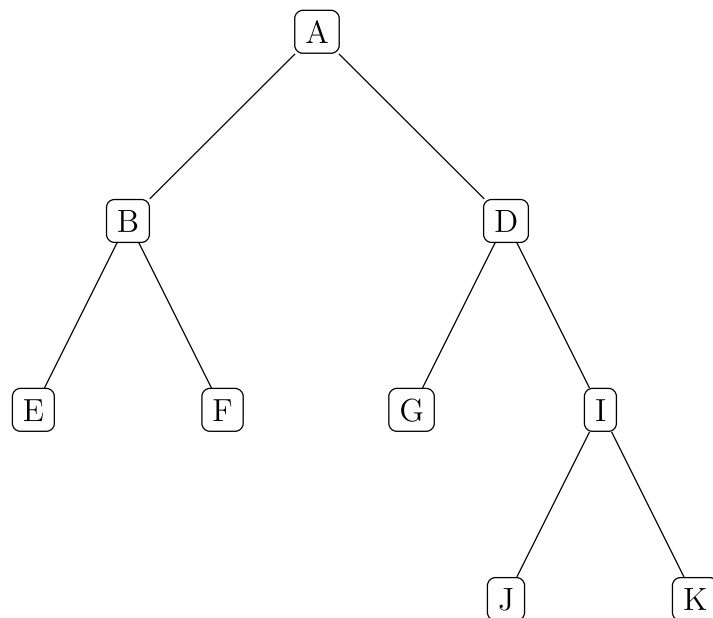
| Un **arbre dégénéré** est un arbre dont les nœuds ne possèdent au plus un enfant.



#### Arbre localement complet

##### Définition

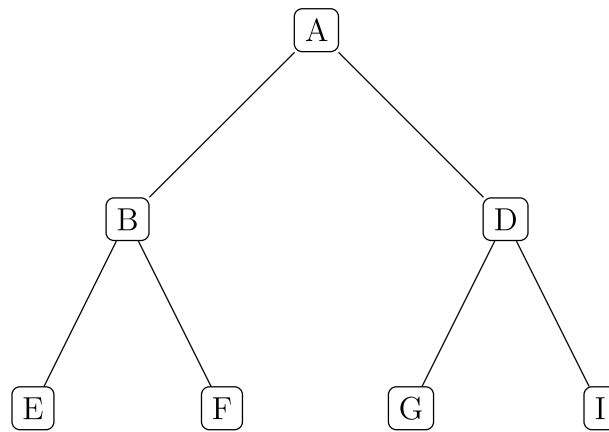
| Un **arbre localement complet** est un arbre binaire dont chacun des nœuds possède soit deux enfants, soit aucun.



#### Arbre complet

##### Définition

| C'est un arbre qui est localement complet et dont toutes les feuilles sont au niveau hiérarchique le plus bas.

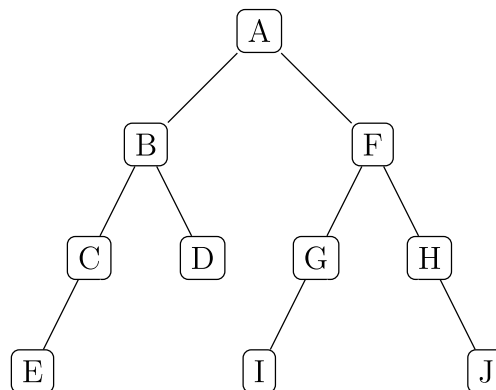


● **Exercice 7.99**

- Combien de nœuds au maximum comporte un arbre localement complet de hauteur  $h$ ? Au minimum?
- Combien de nœuds comporte un arbre complet de hauteur  $h$ ?

### 7.2.4 Notion de clé

À chaque nœud d'un arbre binaire, on associe une clé ("valeur" associée au nœud)



- Si on prend le nœud ayant pour clé A (le nœud racine de l'arbre) on a :
  - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé B, du nœud ayant pour clé C, du nœud ayant pour clé D et du nœud ayant pour clé E
  - le sous-arbre droit est composé du nœud ayant pour clé F, du nœud ayant pour clé G, du nœud ayant pour clé H, du nœud ayant pour clé I et du nœud ayant pour clé J
- si on prend le nœud ayant pour clé B on a :
  - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé C et du nœud ayant pour clé E
  - le sous-arbre droit est uniquement composé du nœud ayant pour clé D
- si on prend le nœud ayant pour clé G on a :
  - le sous-arbre gauche est uniquement composé du nœud ayant pour clé I
  - le sous-arbre droit est vide (NIL)

**Remarque**

- Un arbre vide est noté NIL

**Très important**

- Un sous-arbre (droite ou gauche) est un arbre (même s'il contient un seul nœud ou pas de nœud de tout (NIL)).