

# Chapitre 5 : Le second degré (partie 2)

## 1 Fonction polynôme du second degré - Rappels

### Définition 5.1

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels, avec  $a$  non nul.

### Vocabulaire

Les réels  $a, b$  et  $c$  sont appelés coefficients de la fonction  $f$ .

La courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré est appelée parabole.

### Propriété 5.1(admise)

Pour toute fonction polynôme du second degré de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , avec  $a$  non nul, on peut trouver des réels  $\alpha$  et  $\beta$ , tels que pour tout réel  $x$  :  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ . L'écriture  $a(x - \alpha)^2 + \beta$  est la forme canonique du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

### Propriété 5.2(admise)

La courbe représentative de  $f$  est une parabole de sommet  $S(\alpha; \beta)$ .

### Définition 5.2

Une équation du second degré, d'inconnue  $x$ , est une équation de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels donnés, avec  $a$  non nul.

### Vocabulaire

Une solution de cette équation est appelée racine du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

## 2 Résolution de $ax^2 + bx + c = 0$

### Démonstration

On considère une équation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels et avec  $c \neq 0$ .

Résolvons cette équation.

### Propriété 5.3

Soit  $\Delta = b^2 - 4ac$  le discriminant du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

- si  $\Delta > 0$ , alors l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet deux solutions distinctes :  
 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .
- Si  $\Delta = 0$ , alors l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet une seule solution :  $x_0 = \frac{-b}{2a}$ .
- Si  $\Delta < 0$ , alors l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  n'admet aucune solution.



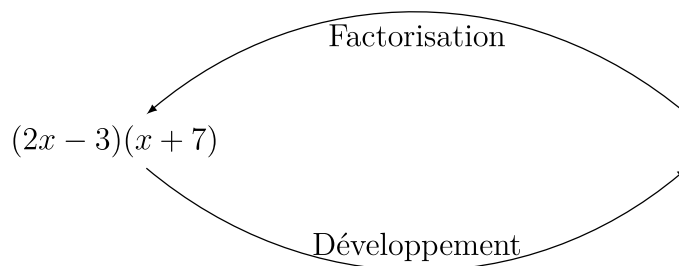
### Savoir-Faire 5.1

Savoir résoudre une équation du second degré Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- $6x^2 - x - 1 = 0$
- $16x^2 - 8x + 13 = 0$
- $x^2 + 2x = 0$

### 3 Factorisation et signe du trinôme

#### 3.1 Factorisation



#### Propriété 5.4

Soit  $\Delta = b^2 - 4ac$  le discriminant du trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

- si  $\Delta > 0$ , alors  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$  avec  $x_1$  et  $x_2$  les deux racines distinctes.
- Si  $\Delta = 0$ , alors  $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$  avec  $x_0$  la racine double.
- Si  $\Delta < 0$ ,  $ax^2 + bx + c$  n'est pas factorisable.

#### 3.2 Signe du trinôme

#### Propriété 5.5(admise)

On considère le trinôme  $ax^2 + bx + c$ .

$ax^2 + bx + c$  est du signe de  $a$ , sauf entre ses racines éventuelles.

## Remarque

Autrement dit,

- Si  $\Delta < 0$ , alors on a :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	<i>signe de a</i>	

- Si  $\Delta = 0$ , alors on a :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	<i>signe de a</i>	0	<i>signe de a</i>

- Si  $\Delta > 0$ , alors on a , avec  $x_1 < x_2$ , :

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
$ax^2 + bx + c$	$\text{signe de } a$	$0$	$\text{signe de } (-a)$	$0$	$\text{signe de } a$

### Savoir-Faire 5.2

| Savoir déterminer le signe d'un trinôme du second degré.

### Savoir-Faire 5.3

| Savoir résoudre une inéquation du second degré.

## 4 Propriétés supplémentaires

### Propriété 5.6(admise)

| Si le trinôme  $ax^2 + bx + c$  admet deux racines distinctes ou confondues, alors leur somme  $S$  est égale à  $S = -\frac{b}{a}$  et leur produit  $P$  est égal à  $P = \frac{c}{a}$ .

### Propriété 5.7(admise)

| Deux réels ont pour somme  $S$  et produit  $P$  si et seulement si ils sont solutions de l'équation  $x^2 - Sx + P = 0$ .

### Savoir-Faire 5.4

| Savoir utiliser la propriété précédente.

| Trouver, s'ils existent, deux nombres dont le produit est 1 et la somme est 4.