

8.3

Limites

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

8.3.1 Limite de la fonction logarithme

Propriété

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x) = +\infty$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty$

Exercice 8.17

Soit f la fonction définie sur $]0; 1[$ par $f(x) = \frac{x+2}{\ln(x)}$. Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. La courbe C_f admet-elle des asymptotes ? Lesquelles ?

Exercice 8.18

Soit f la fonction définie sur $]3; +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-3}\right)$. Déterminer la limite en 3.

8.3.2 Croissance comparée du logarithme népérien et de $x \mapsto x^n$ en 0 et en $+\infty$

Exercice 8.19

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x)$
2. Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln(x)}{x}$

Propriété - Croissance comparée -

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln(x) = 0$

(Exigible)

CALCUL DE $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln(x)$

► On pourra poser le changement de variable $x = e^X$

Propriété - Croissance comparée -

Pour tout entier n strictement positif, on a

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^n \ln(x) = 0$



Savoir-Faire 8.34

SAVOIR CALCULER DES LIMITES EN UTILISANT LA CROISSANCE COMPARÉE

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x+1}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \ln(x)$
3. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x(\ln(x) - 1)$

Exercice 8.20

Déterminer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x+3}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - \ln(x)$

3. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^3 \times \ln(x^3)$

4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x}{x - \ln(x)}$

Exercice 8.21

Déterminer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x) - 3x}{2x^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3}{x^3}$

Exercice 8.22

Déterminer les limites suivantes

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \times \ln(\sqrt{x})$

2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} \ln(x)$