1.5

La valeur absolue

Maths 2nde 7 - JB Duthoit

1.5.1 Définition

Définition

La valeur absolue d'un nombre réel x est la distance entre x et 0 sur l'axe des réels. Elle se note |x|.



Exemples

- |8| =
- |-4| =
- |0| =

1.5.2 Propriétés

Propriété (admise)

Soit x un nombre réel. Alors :

$$|x| = \begin{cases} x & si \ x \ge 0 \\ -x & si \ x \le 0 \end{cases}$$

Exemples

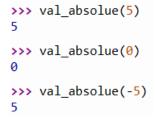
- |5| =
- |-5| =

Remarque

- Pour tout réel x, on a $|x| \ge 0$: la valeur absolue d'un nombre réel est toujours positive ou nulle car c'est une distance.
- pour tout réel x, on a |x| = |-x|.

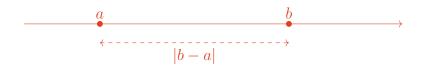
Algorithme 1.1

En utilisant la propriété précédente, programmer la fonction valeur absolue sous la forme d'une fonction python, comme le montre le screen suivant :



Propriété

|b-a| est la distance entre a et b sur l'axe gradué. On a donc |b-a|=d(a,b).



Savoir-Faire 1.6

SAVOIR RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS AVEC LA VALEUR ABSOLUE Résoudre dans $\mathbb R$ les équations et inéquations suivantes :

1.
$$|x| = 5$$

2.
$$|x| = -3$$

3.
$$|x| = 7.23$$

4.
$$|x| \le 5$$

5.
$$|x| \le 8$$

6.
$$|x-3|=1$$

7.
$$|x-3| \le 3$$

8.
$$|x-3| < 4$$

9.
$$|x+4| < 5$$

10.
$$|x+4|=0$$

Exercice 1.27

Résoudre dans $\mathbb R$ les équations et inéquations suivantes :

1.
$$|x+5|=2$$

2.
$$|x| \le 5$$

3.
$$|x| = 7,5$$

4.
$$|x-7|=10$$

5.
$$|x+1,1|=0,9$$

6.
$$|x - 13| \le 17$$

7.
$$|x+3| \le 1$$

8.
$$|x| \leq 3,01$$

Exercice 1.28

Compléter le tableau suivant de telle manière que, pour chaque ligne, les quatre propositions soient équivalentes.

$x \in [2; 8]$	$\cdots \le x \le \dots$	$d(x; \ldots) \leq \ldots$	$ x-\ldots \leq \ldots$
		$d(x; \ldots) < \ldots$	
$x \in \dots$	$\cdots \le x \le 5$	$d(x; \ldots) \leq \ldots$	$ x-\ldots \le 3$

Exercice 1.29

Résoudre dans $\mathbb R$ les équations et inéquations suivantes :

1.
$$|x| = 1$$

2.
$$|x-5|=2$$

3.
$$|x-1.5| = -1$$

4.
$$|x+2|=2$$

5.
$$|x| \le 4$$

5.
$$|x| \le 4$$

6. $|x-1| \le 3$
7. $|x+5| < 1$
8. $|3-x| < 7$

7.
$$|x+5| < 1$$

8.
$$|3-x| < 7$$

Exercice 1.30

Simplifier au maximum l'écriture des nombres suivants :

•
$$A = |1 - 5|$$

•
$$B = |3 - 9|$$

•
$$C = \left| 1 + \sqrt{3} \right|$$

•
$$D = \left| 1 - \sqrt{3} \right|$$

$$\bullet \quad E = \left| -5 - \frac{3}{2} \right|$$

•
$$F = -|3| + |1|$$

•
$$G = |-5-3| \times (-2) + 5 \times |3-8|$$