

## 1.4

## La racine carrée

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT



## 1.4.1 Définition

**Définition**

| Soit  $a$  un réel positif. La **racine carrée** de  $a$  est le réel positif dont le carré est égal à  $a$ .

**Remarque**

| Pour tout  $a \geq 0$ , on a donc  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

**Exemples**

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| • $\sqrt{4} =$    | • $\sqrt{0,01} =$  |
| • $\sqrt{100} =$  | • $(\sqrt{5})^2 =$ |
| • $\sqrt{36} =$   | • $\sqrt{5^2} =$   |
| • $\sqrt{1,44} =$ |                    |

## 1.4.2 Propriétés

**Propriété**

| Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs. On a :  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

**Exemples**

- $\sqrt{18} =$
- $\sqrt{7 \times 5} =$

## ✎ Démonstration 1- -

✎ Démontrer que pour tous  $a$  et  $b$  réels positifs,  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

### ● Exercice 1.21

Écrire les expressions suivantes sous la forme de  $a\sqrt{b}$ , avec  $a$  et  $b$  deux entiers, et avec  $b$  le plus petit possible :

1.  $\sqrt{48}$

6.  $\sqrt{12}$

2.  $\sqrt{75}$

7.  $\sqrt{72}$

3.  $\sqrt{605}$

8.  $\sqrt{162}$

4.  $\sqrt{288}$

9.  $\sqrt{18}$

5.  $\sqrt{1000}$

10.  $\sqrt{27}$

## Propriété (admise)

Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs, avec  $b$  non nul.

On a :  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

## Exemples

- $\sqrt{\frac{16}{9}} =$

- $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} =$

### ● Exercice 1.22

Simplifier les expressions suivantes :

1.  $18 \times \sqrt{\frac{64}{81}}$

3.  $\sqrt{16 \times 10^4}$

2.  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

4.  $\sqrt{12^4}$

⚠ En général :  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

## Exemple

- $\sqrt{9+16} =$

- $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$

## Propriété

| Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs. Alors on a  $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .

## **Démonstration 2-**

 Démontrer que pour tous  $a$  et  $b$  réels strictement positifs,  $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

## **Savoir-Faire 1.5**

SAVOIR ADDITIONNER, LORSQUE CELA EST POSSIBLE, DES RACINES CARRÉES

1.  $\sqrt{18} + \sqrt{8} =$

2.  $2\sqrt{72} - 3\sqrt{32} =$

### **Exercice 1.23**

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1.  $A = 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75}$

2.  $B = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$

3.  $C = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$

4.  $D = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}$

### **Exercice 1.24**

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1.  $A = 3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{18}$

2.  $B = 5\sqrt{45} - \sqrt{20} + 3\sqrt{80}$

3.  $C = 6\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 4\sqrt{12}$

4.  $D = \sqrt{200} + 7\sqrt{8} - 3\sqrt{32}$

### **Exercice 1.25**

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1.  $A = (\sqrt{5} - 5)^2$

2.  $B = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

3.  $C = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

4.  $D = (\sqrt{5} + 1)^2$

5.  $E = \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^2$

6.  $F = (1 - \sqrt{2})^2$

7.  $G = (\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})$

8.  $H = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

9.  $I = (7\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$

10.  $J = (3\sqrt{5} - 1)(3\sqrt{5} + 1)$

11.  $K = (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

12.  $L = (\sqrt{2} - 1)^2$

13.  $M = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^2$

### **Exercice 1.26**

Le nombre  $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  est appelé "nombre d'or".

1. Calculer  $\Phi^2$  et simplifier le résultat obtenu.

2. Calculer  $1 + \Phi$

3. Calculer  $\frac{1}{\Phi}$  et simplifier le résultat obtenu en multipliant le numérateur et le dénominateur par  $1 - \sqrt{5}$

4. Que constate-t-on ?