

8.2 Espérance, écart-type d'une variable aléatoire.

Découvrir l'espérance mathématique

Utiliser le programme python précédent pour construire une fonction Python qui simule 100 000 tirages de cartes et qui retourne le gain moyen obtenu.

```
def gain_moyen():
    g = ...
    for i in range (...):
        gain_partie = gain()
        g = ...
    return ...
```

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire correspond à ce gain moyen.

8.2.1 Définitions

On considère dans ce paragraphe la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par :

Valeurs prises par X	x_1	x_2	\dots	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	\dots	p_n

Définition 8.17

L'espérance de X est le nombre réel noté $E(X)$ défini par :

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$$

Savoir-Faire 8.26

SAVOIR CALCULER L'ESPÉRANCE D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE

On reprend le problème du SF1 : calculer l'espérance mathématique de X .

Remarque

- Lorsque X est une variable aléatoire qui correspond au gain algébrique d'une partie à un jeu, $E(X)$ est le gain moyen que l'on peut espérer sur un grand nombre de parties.
- Un jeu est *équitable* si l'espérance de la variable aléatoire donnant le gain algébrique est nulle.

Définition 8.18

La variance de X est le nombre réel noté $V(X)$ définie par

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2$$

Définition 8.19

| L'écart-type de X est le nombre réel noté $\sigma(X)$ défini par $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Remarque

- L'écart-type sert pour se donner une idée de la répartition des valeurs prises par une variable aléatoire autour de son espérance.
- Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs prises par la variable sont "éloignées" de l'espérance.
- Plus l'écart-type est proche de zéro, plus les valeurs prises par la variables sont resserrées autour de l'espérance.

8.2.2 Propriété

Propriété 8. 22

| On a $V(X) = p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + \dots + p_nx_n^2 - (E(X))^2$



Savoir-Faire 8.27

SAVOIR CALCULER L'ÉCART-TYPE D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE

| On reprend le problème du SF1. Calculer l'écart-type de X de deux façons différentes.