Déterminer une limite à l'aide des règles sur les opérations

103 20 min Capacité 3, p. 131

Déterminer la limite des suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n non nul.

a. $u_n = 3 - 2n - 5\sqrt{n}$ b. $u_n = -3n^3 - n^2 - n + 5$

c. $u_n = 3n^2 + 2n - \dfrac{1}{n}$

104 10 min Capacité 3, p. 131

Déterminer la limite des suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n non nul.

a. $u_n = (1 - n^2)(1 + \sqrt{n})$ b. $u_n = (n^3 - 1)\left(\dfrac{1}{n} - 1\right)$

105 10 min Capacité 4, p. 131

VRAI/FAUX

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

On considère les suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n par :

1. $u_n = -3n^2 + 8n + 1$. Alors la suite (u_n) converge vers 1.
2. $u_n = 3n^3 - 2n^2 + 3$. Alors la suite (u_n) a pour limite $+\infty$.

106 10 min Capacité 4, p. 131

Déterminer la limite des suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n non nul.

a. $u_n = \dfrac{1}{n}\left(-5n^2 + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$ b. $u_n = (n-1)\dfrac{1}{\sqrt{n}}$

Utiliser les théorèmes de comparaison

107 15 min Capacité 5, p. 133

Déterminer la limite de (u_n) définie pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 en utilisant les théorèmes de comparaisons.

a. $u_n = n - \sin(n)$ b. $u_n = \dfrac{n - \cos(n)}{n^2 - 1}$

c. $u_n = -\sqrt{n} + \cos(n^2)$

108 15 min Capacité 5, p. 133

Déterminer la limite de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2.

a. $u_n = \dfrac{2n^2 + (-1)^n}{n^2 - 1}$ b. $u_n = 2n^3 - (-1)^n$

c. $u_n = \dfrac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n}$

109 15 min Capacités 5 et 9, p. 133-136

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n{}^2 + 1$.

1. Montrer que pour tout $n \geqslant 4$, $u_n \geqslant 2^n$.
2. En déduire la limite de la suite (u_n).

110 20 min Capacités 5 et 6, p. 133

VRAI/FAUX

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

1. Toutes les suites arithmétiques sont divergentes.
2. La suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = \dfrac{\cos(n) - n}{\sqrt{n}}$ converge vers 0.

Utiliser la limite d'une suite géométrique

111 30 min Capacité 6, p. 133

Déterminer la limite éventuelle de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

1. $u_n = \dfrac{4 \times 21^n}{12 \times 7^n}$ 2. $u_n = \left(\dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}\right)^n$ 3. $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} 3^k$

4. $u_n = -3 \times 15^n + 5^n - 1$ 5. $u_n = \dfrac{3^n - 4^n}{2^n + 5^n}$

112 30 min Capacités 5 et 6, p. 133

Déterminer la limite éventuelle de la suite (u_n).

a. $u_n = \left(\dfrac{99}{100}\right)^n \sin(n)$ b. $u_n = 4^n - (-1)^n$

c. La suite (u_n) vérifie pour tout entier naturel n,

$$4 - 0{,}9^n \leqslant u_n \leqslant 4 + 0{,}1^n.$$

Étudier la convergence d'une suite majorée ou minorée

113 10 min Capacité 7, p. 135

1. Montrer que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n^2 + 4n - 3$ est minorée par -5.
2. Montrer que la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1}{2}v_n{}^2 + 8}$ est majorée par 8.

114 30 min Capacités 7, 8 et 9 pp. 135-136

QCM *Choisir la ou les bonnes réponses.*

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \cos(n) + \sin(n)$ est :

a. bornée par -2 et 1.

b. bornée par -1 et 1.

c. minorée par -2 et majorée par 2.

d. minorée par -3 et majorée par 2.

115 30 min Capacités 9 et 10 pp. 136-137

Fin 2020, un club de rugby comptait 7 000 abonnés. À la fin de chaque année, le club constate que 20 % des abonnés ne se réabonnent pas et que 4 000 nouveaux abonnés arrivent.

On note a_n le nombre d'abonnés à la fin de l'année $2020 + n$.

1. Préciser a_0 et expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}80a_n + 4\,000$.
2. Démontrer que la suite (a_n) est majorée par 20 000.
3. Démontrer que la suite (a_n) est croissante.
4. En déduire la convergence de la suite (a_n).