

## 8.3

## Limites

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

## 8.3.1 Limite de la fonction logarithme

## Propriété

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x) = +\infty$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty$

## ● Exercice 8.17

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; 1[$  par  $f(x) = \frac{x+2}{\ln(x)}$ . Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. La courbe  $C_f$  admet-elle des asymptotes ? Lesquelles ?

## ● Exercice 8.18

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]3; +\infty[$  par  $f(x) = \ln\left(\frac{2x}{x-3}\right)$ . Déterminer la limite en 3 et en  $+\infty$ .

8.3.2 Croissance comparée du logarithme népérien et de  $x \mapsto x^n$  en 0 et en  $+\infty$ 

## ● Exercice 8.19

1. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x)$
2. Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln(x)}{x}$

## Propriété - Croissance comparée -

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln(x) = 0$

## 🔗 Démonstration 10- (Exigible) -

🌀 CALCUL DE  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln(x)$

🐼 On pourra poser le changement de variable  $x = e^X$

## Propriété - Croissance comparée -

Pour tout entier  $n$  strictement positif, on a

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^n \ln(x) = 0$



### Savoir-Faire 8.35

SAVOIR CALCULER DES LIMITES EN UTILISANT LA CROISSANCE COMPARÉE

Déterminer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x+1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \ln(x)$
3.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x(\ln(x) - 1)$



### Exercice 8.20

Déterminer les limites suivantes

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x+3}$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - \ln(x)$
3.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^3 \times \ln(x^3)$
4.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x}{x - \ln(x)}$



### Exercice 8.21

Déterminer les limites suivantes

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x) - 3x}{2x^3}$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3}{x^3}$



### Exercice 8.22

Déterminer les limites suivantes

1.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \times \ln(\sqrt{x})$
2.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} \ln(x)$