

15.2

Orthogonalité de droites et de plans

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

15.2.1 Orthogonalité de deux droites de l'espace

Définition -Orthogonalité de deux droites-

Deux droites de l'espaces sont **orthogonales** si leur vecteurs directeurs respectifs sont orthogonaux.

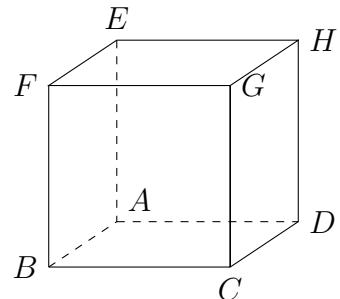
Définition -Perpendicularité de deux droites-

Deux droites de l'espaces sont **perpendiculaires** si elles sont orthogonales et coplanaires.

Exemple

Dans la figure ci-contre donner sans justifier :

1. des droites orthogonales
2. des droites perpendiculaires



Propriété

Deux droites d_1 et d_2 de vecteurs respectifs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonales si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Propriété

Deux droites d_1 et d_2 sont orthogonales si et seulement s'il existe une droite d'_1 parallèle à d_1 et une droite d'_2 parallèle à d_2 telles que d'_1 et d'_2 sont perpendiculaires.

15.2.2 Orthogonalité d'une droite et d'un plan

Définition

Une droite d de vecteur directeur \vec{u} est **orthogonale au plan \mathcal{P}** si et seulement si \vec{u} est orthogonal à tous les vecteurs de la direction de \mathcal{P} .

Propriété

Une droite d de vecteur directeur \vec{u} est **orthogonale au plan \mathcal{P}** si \vec{u} est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de la direction de \mathcal{P} .

Propriété

Une droite d orthogonale au plan \mathcal{P} si et seulement si d est orthogonale à toutes les droites du plan \mathcal{P} .

Propriété

Une droite d orthogonale au plan \mathcal{P} si et seulement si d est orthogonale à deux droites sécantes du plan \mathcal{P} .

Propriété

- Il existe une unique droite d passant par un point A et perpendiculaire à un plan \mathcal{P} donné
- Il existe un unique plan \mathcal{P} passant par un point A et perpendiculaire à une droite d donnée.

Définition

Si une droite d est orthogonale à un plan \mathcal{P} , alors on dit que la droite d est **perpendiculaire** au plan \mathcal{P} .

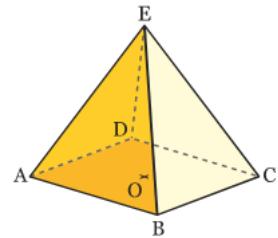


Savoir-Faire 15.78

SAVOIR ÉTUDIER L'ORTHOGONALITÉ D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

$ABCD$ est une pyramide à base carrée avec toutes les faces issues de E qui sont des triangles isocèles. On note O le centre de $ABCD$.

Montrer que (EO) est orthogonale au plan (ABC)



Méthode :

- On cherche deux droites sécantes du plan (ABC) qui sont orthogonales à (EO)
- On utilise la géométrie plane connue en se plaçant dans des plans particuliers

Exercice 15.16

On considère un cube $ABCDEFGH$.

Montrer que les droites (BG) et (EC) sont orthogonales.

