

2.1

Notion de fonction

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

Des maths dans la vraie vie !

Dans la nature, et plus généralement dans **la vie de tous les jours**, énormément de choses sont reliées entre elles :

Par exemple,

- le poids d'une pomme est reliée à l'âge qu'elle a,
- la luminosité du ciel est essentiellement reliée à l'heure qu'il est,
- la distance qu'un animal parcourt en un certain temps est directement reliée à la vitesse à laquelle il court
- etc ...

☞ Une fonction c'est simplement la façon matheuse d'écrire une relation entre deux objets.

Un exemple simple :

Le prix que tu vas payer pour acheter des fruits dépend de leur poids et du prix au kg. Autrement dit, le prix que tu vas payer pour acheter des fruits est en fonction de leur poids et du prix au kg.

⚠ Aussi compliquée soit la formule, garde toujours en tête qu'une fonction n'est que la façon matheuse de dire qu'un "truc" dépend d'un autre, et de décrire comment.

2.1.1 Définition

Définition

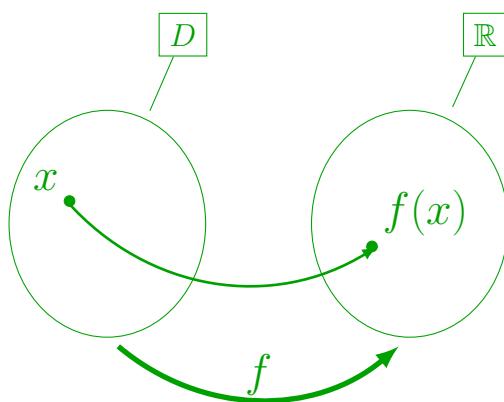
Soit D un ensemble de \mathbb{R} .

Fabriquer une **fonction f** de D dans \mathbb{R} , c'est associer à chaque nombre x de D un unique nombre noté $f(x)$.

On dit que D est l'ensemble de définition de f , ou encore que f est définie sur D .

$f(x)$ est appelé **l'image** de x par la fonction f .

x est **un antécédent de $f(x)$** par la fonction f .



Remarque

- On écrira indifféremment " la fonction f définie par $f(x) = 3x - 1$ " et "la fonction $f : x \rightarrow 3x - 1$ ".
- Un même nombre peut avoir plusieurs antécédents par la fonction f .



Savoir-Faire 2.1

SAVOIR DÉTERMINER DES IMAGES ET DES ANTÉCÉDENTS

1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x - 3$.
 - Déterminer l'image de 5 par la fonction f .
 - Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 5 par la fonction f
2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2$.
 - Déterminer l'image de 5 par la fonction f .
 - Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 6 par la fonction f
 - Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 1 par la fonction f
 - Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuels de 2 par la fonction f

Exercice 2.1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x + 7$.

1. Déterminer l'image de 0 par la fonction f .
2. Déterminer l'image de 1 par la fonction f .
3. Déterminer l'image de 6 par la fonction f .
4. Déterminer l'image de -6 par la fonction f .
5. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 7 par la fonction f
6. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de -7 par la fonction f
7. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 11 par la fonction f
8. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 3 par la fonction f

Exercice 2.2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x - 10$.

1. Déterminer l'image de 0 par la fonction f .
2. Déterminer l'image de 3 par la fonction f .
3. Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
4. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par la fonction f
5. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 3 par la fonction f
6. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 100 par la fonction f
7. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de -77 par la fonction f

Exercice 2.3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 3$.

1. Calcul d'images
 - a) Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
 - b) Déterminer l'image de 3 par la fonction f .
 - c) Déterminer l'image de 5 par la fonction f .
2. Recherche d'antécédent
 - a) Déterminer les antécédents éventuels de 21 par la fonction f .
 - b) Déterminer les antécédents éventuels de 75 par la fonction f .
 - c) Déterminer les antécédents éventuels de 3 par la fonction f .
 - d) Déterminer les antécédents éventuels de 1 par la fonction f .
 - e) Déterminer les antécédents éventuels de -3 par la fonction f .

Exercice 2.4

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 1$.

1. Calcul d'images
 - a) Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
 - b) Déterminer l'image de 5 par la fonction f .
2. Recherche d'antécédent
 - a) Déterminer les antécédents éventuels de -11 par la fonction f .

- b) Déterminer les antécédents éventuels de 10 par la fonction f .
 c) Déterminer les antécédents éventuels de 1 par la fonction f .
 d) Déterminer les antécédents éventuels de -299 par la fonction f .

Exercice 2.5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x$.

1. Calcul d'images
 - a) Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
 - b) Déterminer l'image de 5 par la fonction f .
2. Recherche d'antécédent
 - a) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par la fonction f .
 - b) Déterminer les antécédents éventuels de -1 par la fonction f .

Savoir-Faire 2.2

SAVOIR UTILISER LA CALCULATRICE POUR CALCULER L'IMAGE D'UN NOMBRE

On souhaite construire les tableaux de valeurs suivants :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = -x^2 + 1$											

x	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$g(x) = x^2 + 2x + 1$											

- cliquer sur l'onglet **Grapheur**.
- Cliquez sur **Ajouter un élément** puis **Vide**
- Entrer l'expression de la fonction (sans le " $f(x) =$ ") avec les touches du clavier. La variable x est obtenue en appuyant sur la touche **[x,n,t]**. Appuyez sur la touche **[EXE]**.
 - Vous pouvez modifier l'expression d'une fonction de la liste de fonctions en la mettant en surbrillance et en appuyant sur la touche **[OK]**.
 - Pour supprimer une fonction sélectionnée, appuyer sur les trois petits points à droite.
 - Pour désactiver une fonction (sans l'effacer) :
 - Sélectionner le nom de cette fonction dans la liste de fonctions.
 - Cliquez sur les trois petits points à droite et déactivez l'affichage.
 - Revenez à la liste de fonctions en appuyant sur la touche "retour".
- Cliquez sur **Tableau**
 - On se déplace dans les colonnes en utilisant les touches directionnelles.
 - En se plaçant dans la première colonne (celle des x), il est possible de changer la valeur de x . L'image de x se met à jour directement.
 - Il est également possible de régler l'intervalle, en se positionnant sur **Régler**

l'intervalle et en appuyant sur **OK**. Reste ensuite à compléter "X début", "X fin" et "Pas", et de cliquer sur "Valider".

Exercice 2.6

On considère la fonction f définie sur $[-3; -1]$ par $f(x) = -3x^2 + 5x + 4$. Construire le tableau de valeurs de la fonction f avec un pas de 0.5.

Exercice 2.7

On considère la fonction f définie sur $[-5; 6]$ par $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Construire le tableau de valeurs de la fonction f avec un pas de 1.

Exercice 2.8

On considère la fonction f définie sur $[-2; 5]$ par $f(x) = \frac{x^3}{4} - x^2 + 1$. Construire le tableau de valeurs de la fonction f avec un pas de 0.5. On arrondira les valeurs à 0.001 près.

Savoir-Faire 2.3

SAVOIR DÉTERMINER UN ENSEMBLE DE DÉFINITION SIMPLE

Quel est l'ensemble de définition des fonctions f , g et h suivantes :

- $f(x) = 3x^2 + 5x - 3$

- $g : x \rightarrow \frac{11}{2x-2}$

- $h : x \rightarrow 3x + \sqrt{x}$

- $i : x \rightarrow x^2 + 3$

⚠ En seconde, il faut connaître les deux opérations interdites :

- Diviser par zéro
- Prendre la racine carrée d'un nombre strictement négatif

Exercice 2.9

Quel est l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{x}{2x-4}$

- $h(x) = \frac{9x-1}{3x-3}$

- $g(x) = \frac{x+10}{3x-15}$

- $i(x) = \frac{2x}{x+4}$

Exercice 2.10

Quel est l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f(x) = \sqrt{x} + 5x^2 + 2$

- $h(x) = 3x + 3$

- $g(x) = \sqrt{2x}$

- $i(x) = \frac{1}{x}$

 **Exercice 2.11**

Quel est l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$1. \ f(x) = \sqrt{x+5}$$

$$2. \ g(x) = \sqrt{1-x}$$