

8.3

Colinéarité de deux vecteurs

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

8.3.1 Déterminant de deux vecteurs

Définition

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.

Le déterminant de \vec{u} et de \vec{v} est le réel $xy' - x'y$.

On le note $\det(\vec{u}; \vec{v})$ ou bien encore $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$.

Exercice 8.56

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs dans une base du plan.

Calculer le déterminant de ces deux vecteurs dans chacun des cas suivants.

- | | |
|---|---|
| 1. $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(5; 2)$ | 5. $\vec{u}(1; 0)$ et $\vec{v}(0; 1)$ |
| 2. $\vec{u}(5; -1)$ et $\vec{v}(-3; 3)$ | 6. $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(-4; 6)$ |
| 3. $\vec{u}(1; 0)$ et $\vec{v}(7; -2)$ | 7. $\vec{u}(-2; 4)$ et $\vec{v}(1; -2)$ |
| 4. $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(3; 2)$ | 8. $\vec{u}(3; 5)$ et $\vec{v}(9; 15)$ |

8.3.2 Propriété

Propriété

Deux vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$



Savoir-Faire 8.52

SAVOIR DÉTERMINER SI DEUX VECTEURS SONT COLINÉAIRES OU NON
Préciser dans chaque cas si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ou non :

1. $\vec{u}(5; 2)$ et $\vec{v}(35; 14)$.
2. $\vec{u}(16; 3)$ et $\vec{v}(49; 10)$.
3. $\vec{u}(20; 6)$ et $\vec{v}(30; 9)$.

Exercice 8.57

Déterminer dans chaque cas si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ou non :

1. $\vec{u}(-3; 21)$ et $\vec{v}(4; -28)$.
2. $\vec{u}(3; 12)$ et $\vec{v}(12; 3)$.

Exercice 8.58

Déterminer k pour que, dans chaque cas, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires :

1. $\vec{u}(-3; 5)$ et $\vec{v}(k; 2)$.
2. $\vec{u}(5; k)$ et $\vec{v}(2; \frac{1}{3})$.

8.3.3 Alignement et parallélisme

Savoir-Faire 8.53

SAVOIR DÉMONTRER UN ALIGNEMENT OU UN PARALLÉLISME.

1. Soient $A(2; 5)$, $B(6; 8)$, $C(-4; 1)$ et $D(5; 8)$ dans un repère du plan. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
2. Soient les points $E(-8; \frac{9}{2})$, $C(-4; -2)$ et $D(4; -3)$. Les points E , C et D sont-ils alignés ?

Exercice 8.59

Déterminer dans chaque cas si les droites (AB) et (MN) sont parallèles :

1. $A(1; 2)$, $B(5; 8)$, $M(0; -1)$ et $N(5; 6)$
2. $A(3; -10)$, $B(15; 5)$, $M(1; 1)$ et $N(17; 21)$

Exercice 8.60

Déterminer dans chaque cas si les points A , B , et C sont alignés :

1. $A(2; 13)$, $B(-2; -7)$ et $C(11; 58)$.
2. $A(9; 20)$, $B(2; -1)$ et $C(25; 71)$.

Exercice 8.61

Déterminer dans chaque cas si le point G appartient à la droite (EF) .

1. $E(5; -3)$, $F(-3; 3)$ et $G(15; -9)$.
2. $E(0; -7)$, $F(1; 0)$ et $G(2; 7)$.

Exercice 8.62

On considère les points $F(-1; 4)$, $G(7; 2)$ et $M(1, y)$ où $y \in \mathbb{R}$.

Pour quelle valeur de y le point M appartient-il à la droite (FG) ?

Exercice 8.63

On considère les points $M(7; 3)$, $N(-3; 1)$, $C(0; 5)$ et $D(5; 6)$.

Montrer que $MNCD$ est un trapèze.

Exercice 8.64

On considère les points $A(3; 4)$, $B(1; 1)$, $C(6; -2)$ et $D(8; 1)$.

Soit I le milieu de $[BC]$, et E et F les points définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

1. Faire une figure
2. Déterminer les coordonnées de E , F et I (par le calcul).
3. Les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{IF} sont-ils colinéaires ?
4. Les droites (BE) et (IF) sont-elles parallèles ?
5. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
6. a) Calculer la norme du vecteur \overrightarrow{AC}
b) $ABCD$ est-il un rectangle ? justifier.
7. Les points I , F et D sont-ils alignés ?