

1.2

Fonction polynôme du second degré

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

1.2.1 Définitions et vocabulaire

Approche

Un fermier possède un terrain carré. Il désire poser une clôture à 1€ le mètre linéaire et souhaite également amender son terrain avec un engrais qui lui revient à 1€ le mètre carré.
☞ Quel est la taille du terrain sachant qu'il dépense 140 € ?

Définition

Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des réels, avec a non nul.

Vocabulaire

- Les réels a , b et c sont appelés **coefficients** de la fonction f .
- Une fonction polynôme du second degré est aussi appelé fonction **trinôme du second degré**.
- Les solutions (si elles existent) de $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées **racines** de $ax^2 + bx + c$

Remarque

Une équation de parabole est donc du type $y = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des réels, avec a non nul.

Exemples

- La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 2x - \sqrt{7}$ est-elle une fonction polynôme du second degré ? Si oui, donner les coefficients.
- La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 2x$ est-elle une fonction polynôme du second degré ? Si oui, donner les coefficients.
- La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 1$ est-elle une fonction polynôme du second degré ? Si oui, donner les coefficients.

Savoir-Faire 1.3

SAVOIR DÉTERMINER SI UNE FONCTION EST UNE FONCTION TRINÔME DU SECOND DEGRÉ

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2(x - 2)(x + 3)$ est-elle une fonction du second degré ?


Exercices
 exercice 12 page 50

1.2.2 La forme canonique

Vocabulaire

- $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$ est une écriture sous forme factorisée de la fonction f .
- $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ est une écriture sous forme développée de la fonction f .

On cherche à déterminer une autre forme d'écriture, où la variable x n'apparaîtrait qu'une seule fois...

Propriété (admise)

Pour toute fonction polynôme du second degré de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec a non nul, on peut trouver des réels α et β , tels que pour tout réel x : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. L'écriture $a(x - \alpha)^2 + \beta$ est **la forme canonique** du trinôme $ax^2 + bx + c$.

On a $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Remarque

Ce n'est pas une formule à connaître par cœur, il faut savoir déterminer la forme canonique sans la formule


Exercices
 20 page 51
 79 page 53


Savoir-Faire 1.4

SAVOIR DÉTERMINER LA FORME CANONIQUE D'UNE EXPRESSION DU SECOND DEGRÉ.

- $x^2 + 4x - 1$
- $2x^2 - 4x + 6$
- $-x^2 + 2x + 5$
- $f(x) = 25x^2 - 150x + 209$
- $3x^2 - x + 1$


Exercices
 48, 49, 50 page 52