

2.3

Formules des probabilités totales

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

2.3.1 Cas avec deux événements A et B

Principe avec un arbre pondéré

Sur chaque branche, on peut noter la probabilité correspondante.

Définition

- | Un chemin est une suite de branche.

Propriété (admise)

- | La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Propriété (admise)

- | La probabilité d'un événement est la somme des probabilités de tous les chemins menant à l'événement.

Formules des probabilités totales (cas particuliers)

Soient A et B deux événements sur un même univers Ω . Il est clair que $B \cup \bar{B} = \Omega$ et $B \cap \bar{B} = \emptyset$. Ainsi,

- $p(A) =$
- $p(B) =$

Exercices

- | 19 et 20 page 287

2.3.2 Cas général

Définition

- | Une partition de l'univers Ω est un ensemble d'événement deux à deux incompatibles, et dont la réunion est Ω .

Propriété (admise)

- | On considère A_1, A_2, \dots, A_n , n événements de probabilités non nulles et formant une partition de l'univers Ω . Pour tout événement B , on a :

$$p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + \dots + p(A_n \cap B).$$

Savoir-Faire 2.20

CALCULER UNE PROBABILITÉ À L'AIDE DE LA FORMULE DES PROBABILITÉS TOTALES
 Une centrale d'achat se procure 40% des vêtements chez un fournisseur A et le reste chez un fournisseur B.

20% des vêtements du fournisseur A présentent un défaut, et 25% des vêtements du fournisseur B présentent un défaut.

Certains vêtements présentent des défauts, et sont vendus à prix réduit. On considère que :

- A : "Le vêtement provient du fournisseur A"
- B : "Le vêtement provient du fournisseur B"
- N : "Le vêtement est vendu à prix normal"

On choisit au hasard un vêtement de la centrale d'achat.

1. Modéliser la situation avec un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de choisir un vêtement provenant du fournisseur A et vendu à prix normal.
3. Calculer la probabilité d'avoir un vêtement à prix normal.
4. En déduire la probabilité d'avoir un vêtement à prix réduit.
5. Calculer la probabilité que le vêtement provienne du fournisseur A sachant qu'il est vendu à prix normal.

Exercice 2.29

Votre ami vient de passer les tests de dépistage d'une maladie qui touche une personne sur 100000.

Malheureusement, le test est positif. Espérant une erreur de diagnostic, votre ami a demandé quelle était la probabilité d'une erreur : le spécialiste lui a répondu que, pour 99 % des malades, le résultat est positif, alors que, pour 99,9 % des personnes saines, le résultat est négatif.

De manière surprenante, vous réussissez à utiliser ces données pour remonter le moral de votre ami. Soient M et T les événements :

M : « la personne est malade » ;

T : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant l'expérience.
2. Déterminer la probabilité qu'une personne choisie ait un test positif.
3. Déterminer la probabilité qu'une personne soit malade, sachant que le test est positif.
4. Rassurer votre ami :-)

Exercice 2.30

Une boîte de crossfit s'ouvre dans une commune composée de 9000 femmes et de 6000 hommes.

Un sondage montre que 40% des femmes souhaitent prendre un abonnement, contre seulement 15% des hommes. On rencontre au hasard un habitant de la commune. Soient les événements suivants :

F : "La personne est une femme"

A : "La personne souhaite prendre un abonnement"

1. Calculer $p(F)$
2. Construire l'arbre pondéré pour cette situation.

3. a) Expliciter par une phrase l'événement $F \cap A$
- b) Calculer la probabilité de $F \cap A$
4. Calculer la probabilité que la personne rencontrée soit un homme prêt à s'abonner.
5. Pauline trouve un papier du sondage d'un habitant où il est écrit : "Je ne veux pas m'abonner au club de crossfit". Quelle est la probabilité que ce soit une femme qui ait écrit cela.

 **Exercice 2.31**
55 page 291

 **Exercice 2.32**
56 page 291