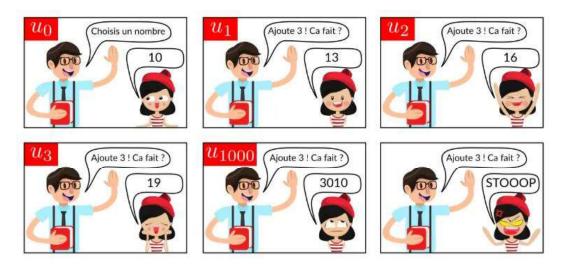
# 8.1

# Suites arithmétiques

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

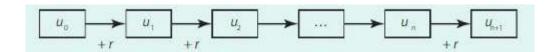
#### 8.1.1 Définition

une suite arithmétique, c'est exactement ça!



#### **Définition**

Une suite  $(u_n)$  est une <u>suite arithmétique</u> s'il existe un réel r, appelé <u>raison</u> de la suite, tel que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on ait  $u_{n+1} = u_n + r$ .



### Exemple

- La suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = -2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n + 3$  est la suite arithmétique de raison r = 3 et de premier terme  $u_0 = -2$ .
- La suite  $(v_n)$  définie par  $v_0=3$  et pour tout  $n\in\mathbb{N}$ ,  $v_{n+1}=v_n-0,5$  est la suite arithmétique de raison r=-0,5 et de premier terme  $v_0=3$ .

# Savoir-Faire 8.38

SAVOIR MONTRER QU'UNE SUITE EST UNE SUITE ARITHMÉTIQUE Dans chaque cas, dire si la suite est une suite arithmétique, et préciser éventuellement sa raison :

- Soit  $(u_n)$  définie par  $u_0 = -2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n 5$
- Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 5n 3$ .
- Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 5 2n$
- Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 5n^2$

#### 8.1.2 **Propriétés**

#### Propriété

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison r.

- Pour tout n ∈ N, u<sub>n</sub> = u<sub>0</sub> + nr.
  Pour tout n ∈ N, u<sub>n</sub> = u<sub>1</sub> + (n − 1)r.
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et  $p \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = u_p + (n-p)r$ .

## Savoir-Faire 8.39

SAVOIR UTILISER LES FORMULES EXPLICITES DES SUITES ARITHMÉTIQUES Exemple:

- Soit  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 10$  et de raison 3. Déterminer  $u_{1000}$ .
- Soit  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_7 = 10$  et de raison 5. Déterminer  $u_{1000}$ .
- Soit  $(u_n)$  est une suite arithmétique avec  $u_{11} = 11$  et  $u_{15} = 23$ . Déterminer  $u_0$  et r.
- Soit  $(u_n)$  est une suite arithmétique avec  $u_7 = 23$  et  $u_{25} = 50$ . Déterminer  $u_0$  et r.

## Substitution Substitution

Choisir deux nombres r et  $u_0$ . Calculer deux termes distincts en considérant que la suite est arithmétique (par exemple  $u_{117}$  et  $u_{215}$ ). A partir de  $u_{117}$  et  $u_{215}$ , retrouver r et  $u_0$ .

#### 8.1.3 Sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique

Carl Gauss



Nous sommes dans les années 1780, en ce qui est aujourd'hui l'Allemagne. M. Büttner est instituteur. Ses élèves étant ce jour-là quelque peu dissipé, il leur demande d'additionner les nombres de 1 à 100, espérant bien obtenir un peu de calme.

Seulement voilà, à peine quelques instants plus tard, alors que tous devraient être en train de plancher pour encore un moment sur le problème, l'un deux (Carl Gauss) prétend avoir le résultat : 5050...

#### Propriété

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique. Somme des termes conséctifs =  $\frac{nb\ de\ termes \times (1er\ terme\ +\ dernier\ terme)}{2}$ 

## Savoir-Faire 8.40

SAVOIR CALCULER LA SOMME DES TERMES CONSÉCUTIFS D'UNE SUITE ARITHMÉTIQUE Exemple : Calculer la somme des nombres impairs inférieurs à 100.

### Substitution Substitution

Voici quelques exercices corrigés

- On considère une suite arithmétique telle que  $u_7 = -9$  et  $u_{25} = -45$ . Calculer la somme  $S = u_7 + ... + u_{25}$ . Rép : -513
- On considère une suite arithmétique telle que  $u_8 = -19$  et  $S = u_8 + ... + u_{32} = -1075$ . Déterminer la raison r de cette suite. Rép : r = -2.
- On considère une suite arithmétique telle que  $u_3 = -17$  et  $S = u_3 + ... + u_{32} = -2250$ . Déterminer la raison r de cette suite. Rép : r = -4.
- On considère une suite arithmétique telle que  $u_6 = 19$  et  $u_{29} = 111$ .Calculer la somme  $S = u_6 + ... + u_{29}$ .Rép : 1560.
- On considère une suite arithmétique telle que  $u_5 = -10$  et  $u_{20} = -40$ . Calculer la somme  $S = u_5 + ... + u_{20}$ . Rép : -400.
- Déterminer l'entier n tel que 16 + 17 + ... + n = 5875. Rép : 109.
- Calculer la somme suivante, sachant que les termes de cette somme sont les termes d'une suite arithmétique. S = -76 81 + ... 251. Rép : -5886