

11.5

Savoir démontrer une égalité

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

11.5.1 Différentes méthodes

Nous allons voir différentes méthodes pour démontrer une égalité de 2 expressions (vous êtes très souvent confrontés à cette situation en devoirs surveillés).

Méthode :

Méthode 1

$$\begin{aligned} A &= \dots \\ &= \dots \\ &= B \end{aligned}$$

Méthode 2

$$\begin{aligned} B &= \dots \\ &= \dots \\ &= A \end{aligned}$$

Méthode 3

$$\begin{aligned} A - B &= \dots \\ &= \dots \\ &= 0 \end{aligned}$$

Méthode 4

$$\begin{aligned} A &= \dots \\ &= \dots \\ &= C \\ \\ B &= \dots \\ &= \dots \\ &= C \end{aligned}$$

11.5.2 Partir d'une expression et arriver à l'autre

Exercice 11.16

Démontrer que, pour tout réel x : $(2x - 3)(x + 5) = 2x^2 + 7x - 15$.

Exercice 11.17

Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $]2; +\infty[$: $\frac{5x - 1}{x - 2} = 5 + \frac{9}{x - 2}$.

11.5.3 Montrer que leur différence est nulle

Exercice 11.18

Démontrer que, pour tout réel x de $]2; +\infty[$: $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2} = \frac{x + 3}{x + 1}$.

11.5.4 Montrer qu'elles sont égales à une même expression

Exercice 11.19

Démontrer que, pour tout réel x : $(x - 3)(x + 2) - x^2 + x(x - 4) = (x - 6)(x + 1)$.

11.5.5 À vous de jouer !

Exercice 11.20

Démontrer que, pour tout réel x : $x^2 - 12x + 35 = (x - 5)(x - 7)$.

Exercice 11.21

Démontrer que, pour tout réel x de $] -1; +\infty[$: $2 + \frac{x^2 - 2}{x + 1} = x + 1 - \frac{1}{x + 1}$.

Exercice 11.22

Démontrer que, pour tout réel x de $]2; +\infty[$: $3x + 1 - \frac{1}{x - 2} = \frac{3x^2 - 5x - 3}{x - 2}$.

Exercice 11.23

Démontrer les égalités suivantes : Démontrer les égalités suivantes :

1. $2x^2 - 8x + 15 = 2(x - 2)^2 + 7$.
2. $(n + 1)^2 - (n + 1) = n^2 + n$.
3. $(x + 5)(x - 3) = (x + 1)^2 - 16$.

Exercice 11.24

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 6)(2x + 2)$

1. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 10x - 12$.
2. Montrer que $f(x) = 2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{49}{2}$.

Exercice 11.25

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 30$.

1. Montrer que $f(x) = (2x + 6)(x - 5)$.
2. Montrer que $f(x) = (2x + 2)(x - 3) - 24$.

Exercice 11.26

Démontrer les égalités suivantes :

1. $\frac{5 - \sqrt{2}}{23} = \frac{1}{5 + \sqrt{2}}$.
2. $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2} \right)^2 + \frac{3b^2}{4}$.