Chapitre 12

Fonctions trigonométriques

Sommaire

Rappels de première

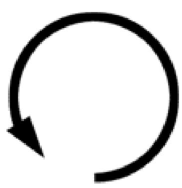
Maths Spé terminale - JB Duthoit

12.0.1 Cercle trigonométrique et radians

Définition

Le plan est dit **orienté** lorsque l'on choisit un sens positif de rotation. Par convention, dans le plan, on choisit comme sens positif LE SENS INVERSE DES AIGUILLES D'UNE MONTRE !

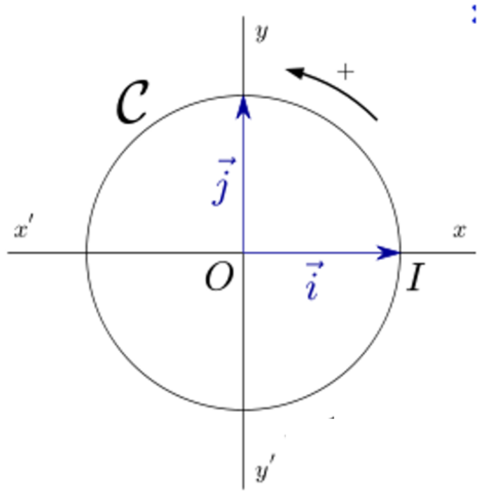
☛ Ce sens est appelé **sens trigonométrique**.



Le sens trigonométrique

Définition

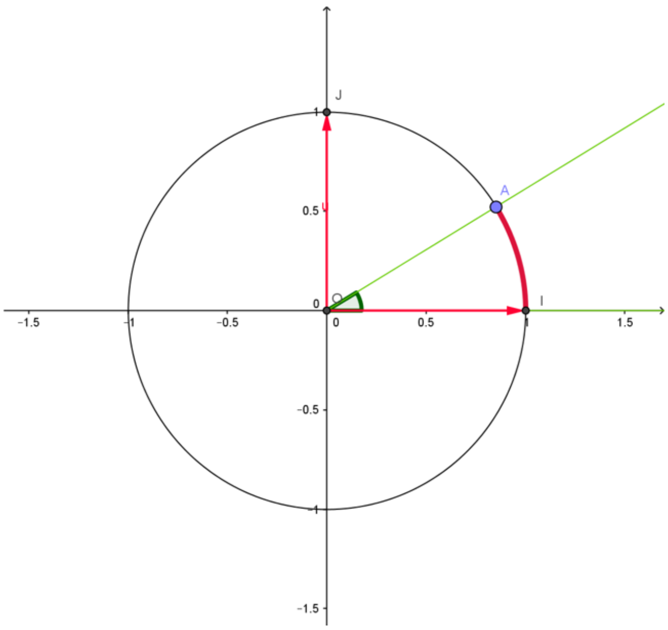
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et orienté, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1.



Cercle trigonométrique

Définition

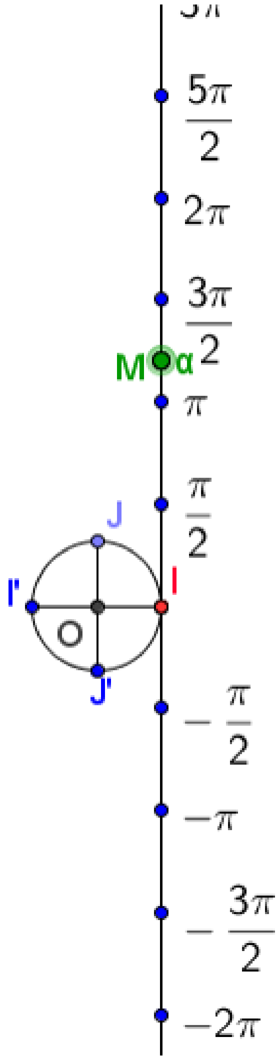
La mesure en **radian** (rad) d'un angle est égale à la longueur de l'arc du cercle trigonométrique qu'il intercepte.



Propriété

On a la conversion suivante : une angle de $\frac{\pi}{2}$ radian correspond à un angle de 90°.

12.0.2 Repérage sur le cercle trigonométrique



Enroulement de la droite des réels

Propriété

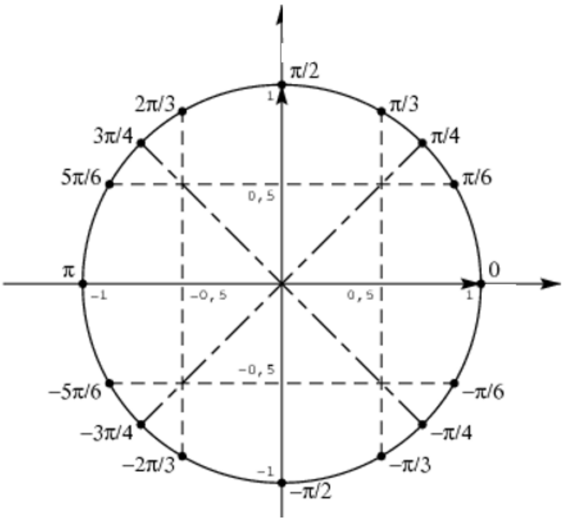
Chaque réel de la droite vient s'appliquer sur un point M unique du cercle C.

Propriété

Propriété réciproque :
Si un réel a de la droite d se retrouve en M sur le cercle trigonométrique après enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique, alors les réels $...a - 4\pi, a - 2\pi, a, a + 2\pi, a + 4\pi, a + 6\pi...$ se retrouvent aussi en M après l'enroulement.

Propriété

Parmi tous ces réels qui se trouvent en M après enroulement, un seul appartient à l'intervalle $]-\pi; \pi]$.



Nombres remarquables à connaître par ❤

12.0.3 Cosinus et sinus d'un réel

Définition

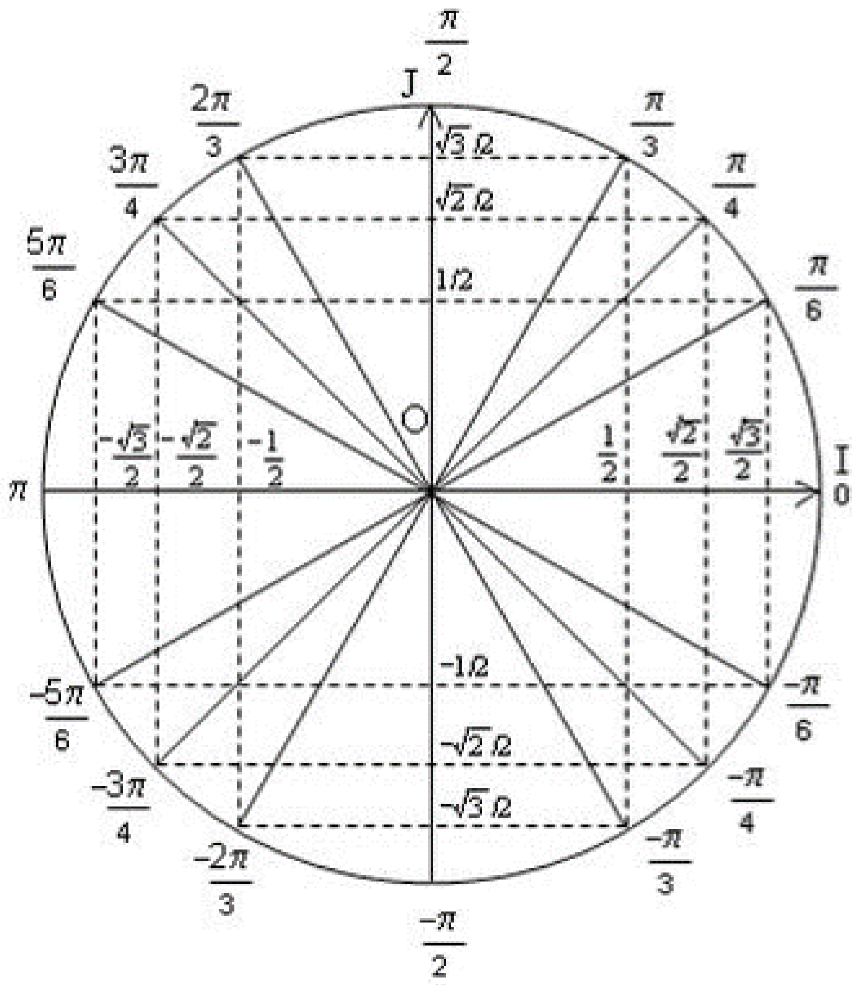
On considère un nombre x ayant pour point image M sur le cercle trigonométrique.

- Le **cosinus de** x, noté $cos(x)$, est l'abscisse de M dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.
- Le **sinus de** x, noté $sin(x)$, est l'ordonnée de M dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

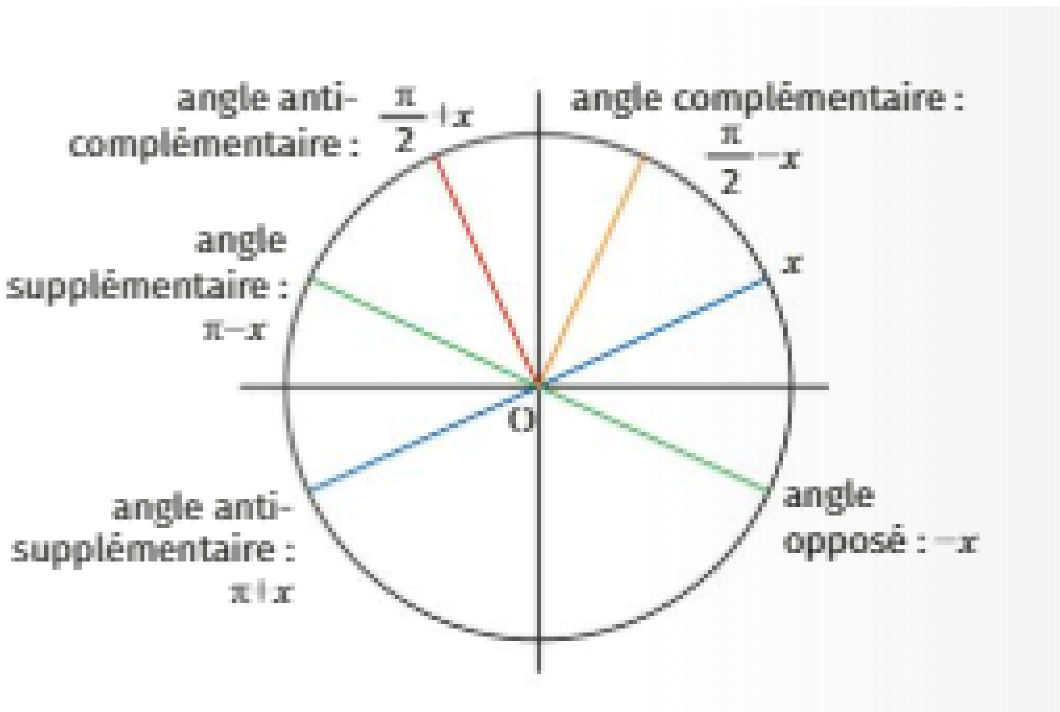
Propriété

Pour tout nombre réel x,

- $-1 \leq cos(x) \leq 1$
- $-1 \leq sin(x) \leq 1$
- $cos(x + 2k\pi) = cos(x)$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $sin(x + 2k\pi) = sin(x)$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $cos^2(x) + sin^2(x) = 1$



Cercle trigo et valeurs remarquables de sinus et cosinus



cosinus et sinus d’angles associés

Propriété (Admis, configuration du rectangle)
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

1. $cos\left(-x\right) = cos\left(x\right)$
2. $sin\left(-x\right) = -sin\left(x\right)$
3. $cos\left(\pi - x\right) = -cos\left(x\right)$
4. $sin\left(\pi - x\right) = sin\left(x\right)$
5. $cos\left(\pi + x\right) = -cos\left(x\right)$
6. $sin\left(\pi + x\right) = -sin\left(x\right)$

Propriété (Admis, configuration des angles complémentaires)
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

1. $cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = sin\left(x\right)$
2. $sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = cos\left(x\right)$
3. $cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -sin\left(x\right)$
4. $sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = cos\left(x\right)$

12.0.4 Équations trigonométrique