

## 2.2

## Opérations sur les suites

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

## 2.2.1 Addition

## Propriété

Le tableau suivant nous permet dans certains cas de trouver la limite de la suite  $(u_n + v_n)$  connaissant la limite de  $(u_n)$  et de  $(v_n)$ .

		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$			
		Somme	$l$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	$l'$	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	
	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	FI	
	$-\infty$	$-\infty$	FI	$-\infty$	

## Remarque

FI signifie que la forme est une **forme indéterminée**, c'est-à-dire que l'on ne peut pas conclure directement sur le résultat. Il faut approfondir l'étude (en transformant l'écriture par exemple)

## Exercice 2.1

Déterminer si possible les limites suivantes :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 + n$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 - n$
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^3 + n^2 + n$
4. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 + \frac{1}{n}$
5. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \sqrt{n} + n$
6. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 + 5$
7. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 - 4000$
8. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 - n + 1$

## 2.2.2 Produit

Les résultats associés à le produit des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont :

## Propriété

Le tableau suivant nous permet dans certains cas de trouver la limite de la suite  $(u_n \times v_n)$  connaissant la limite de  $(u_n)$  et de  $(v_n)$ .

		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$			
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	Produit	$l, l \neq 0$	0	$+\infty$	$-\infty$
	$l', l' \neq 0$	$l \times l'$	0	$\pm\infty$	$\pm\infty$
	0	0	0	FI	FI
	$+\infty$	$\pm\infty$	FI	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$\pm\infty$	FI	$-\infty$	$+\infty$

### Exercice 2.2

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = n^2 - n$  pour  $n \geq 0$ .

1. Montrer qu'il s'agit d'une forme indéterminée
2. Factoriser  $u_n$
3. En déduire la limite de la suite  $(u_n)$ .

### Exercice 2.3

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = (n^2 - 1)(-n + 7)$ . Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

### Exercice 2.4

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = 3^n - 4^n$ . Déterminer la limite à l'infini de  $(u_n)$ .

### Exercice 2.5

Déterminer, dans chacun des cas, la limite de la suite  $(u_n)$  définie par :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 2n^2 + 3n + 1$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 3n^2 - 4n + 2$

## 2.2.3 Quotient

Les résultats associés au quotient des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont :

### Propriété

Le tableau suivant nous permet dans certains cas de trouver la limite de la suite  $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$  connaissant la limite de  $(u_n)$  et de  $(v_n)$ .

		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$			
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	Quotient	$l, l \neq 0$	0	$+\infty$	$-\infty$
	$l', l' \neq 0$	$\frac{l}{l'}$	0	$\pm\infty$	$\pm\infty$
	0	$\pm\infty$	FI	$\pm\infty$	$\pm\infty$
	$+\infty$	0	0	FI	FI
	$-\infty$	0	0	FI	FI

### Exercice 2.6

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = \frac{1}{n^2 + 1}$  pour  $n \geq 0$ . Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

### Savoir-Faire 2.3

SAVOIR DÉTERMINER LA LIMITE D'UNE SUITE EN UTILISANT LES OPÉRATIONS SUR LES SUITES Déterminer, dans chacun des cas, la limite de la suite  $(u_n)$  définie par :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 3n^2 + n - 5$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 3n^2 - n - 5$
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2n + 3}{-n - 5}$

### Exercice 2.7

Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  dans chacun des cas suivants :

1.  $(u_n)$  est définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par  $u_n = \frac{5n^2 + n}{n^3 + 4n}$ .
2.  $(u_n)$  est définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par  $u_n = \frac{6n + 5}{2n - 7}$ .
3.  $(u_n)$  est définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par  $u_n = \frac{\frac{5}{n} + 7}{8 + \frac{2}{n}}$ .
4.  $(u_n)$  est définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par  $u_n = \frac{n^3 + 2n}{8n^2}$ .

### Exercice 2.8

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n} - 1}{n^2 + n + 1}$

### Exercice Python 2.9

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 3n^2 - 4n + 2$ .  
Écrire un programme python qui permet de déterminer à partir de quel rang  $u_n \geq 10^6$ .