

# Chapitre 4 : Nombre dérivé

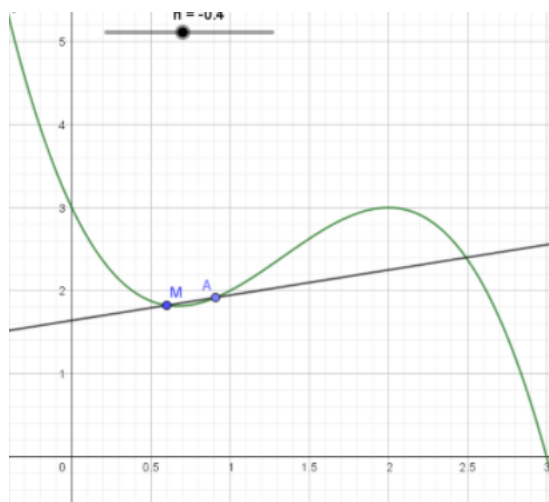
## 1 Nombre dérivé

### 1.1 Taux de variation

## 💡 Approche

On considère la fonction  $f$  définie sur l'ensemble des réels par  $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 3$ . On considère aussi le point  $A(1, f(1))$  et le point  $M(1+h, f(1+h))$  où  $h$  est un réel non nul.

(A et M sont deux points distincts de la courbe  $C_f$ )



Cliquer ici pour voir la figure dynamique.

1. Etude du coefficient directeur de la droite (AM) :
  - (a) Cas particulier avec  $h=2$ . On a donc  $M(3; f(3))$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).
  - (b) Cas particulier avec  $h=1$ . On a donc  $M(2; f(2))$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).
  - (c) Cas particulier avec  $h=0.1$ . On a donc  $M(1.1; f(1.1))$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).
  - (d) Cas particulier avec  $h=0.01$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM).
2. Cas général : Déterminer le coefficient directeur de la droite (AM) avec  $A(a; f(a))$  et  $M(a+h; f(a+h))$ .

### Définition 4.1

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et soit  $a \in I$ .

Soit un réel non nul tel que  $a+h \in I$ .

Le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est le réel  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ .

### Remarque

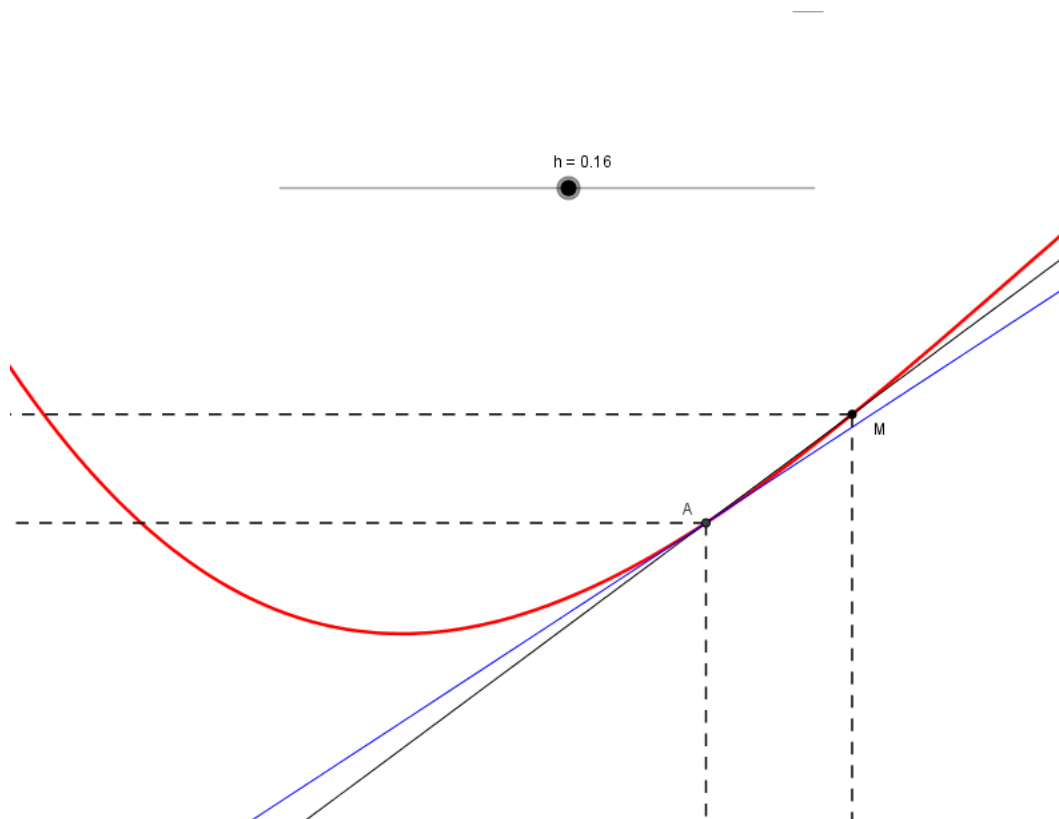
Avec les notations et le contexte précédents, le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est le coefficient directeur de la sécante (AM) avec  $A(a; f(a))$  et  $M(a+h; f(a+h))$ .

## 1.2 Nombre dérivé



### Approche

On souhaite maintenant étudier la courbe au « voisinage » du point A de coordonnées  $(1, f(1))$ . On souhaite donc étudier le comportement de la sécante  $(AM)$  lorsque  $h$  se rapproche de 0. Voici donc la figure zoommée au niveau du point  $A(1; 2)$  :



Vous trouverez la figure dynamique ici ! Si M se rapproche de A, alors la sécante  $(AM)$  semble se rapprocher d'une droite "imaginaire", la droite bleue sur le graphique.

### Définition 4.2

Avec les mêmes notations. Si, lorsque  $h$  tend vers 0,  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  tend vers un réel  $l$ , on dit que la fonction  $f$  est dérivable en  $a$ .

Le réel  $l$  est appelé nombre dérivé de la fonction  $f$  en  $a$ , et on note  $f'(a) = l$ .



### Savoir-Faire 4.1

SAVOIR DÉTERMINER LE NOMBRE DÉRIVÉ D'UNE FONCTION

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$ . Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Déterminer si la fonction  $f$  est dérivable en  $a$ . Si oui, déterminer son nombre dérivé  $f'(a)$