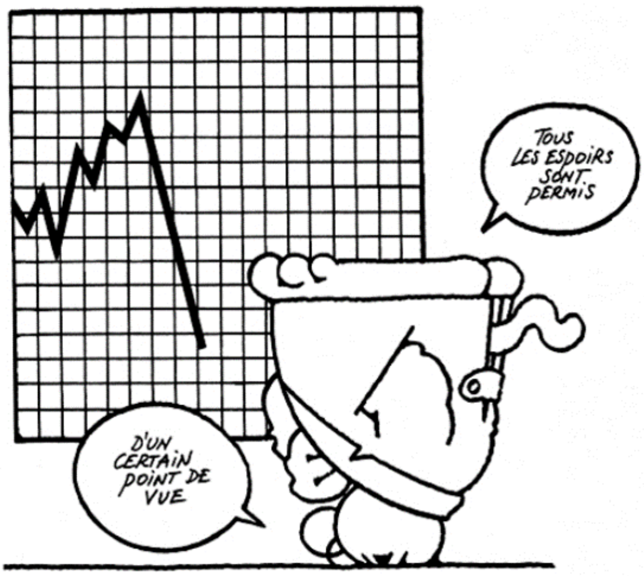
# 4.3 Lien entre les variations de $f$ et le signe de $f'$

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

## Propriété (admise)

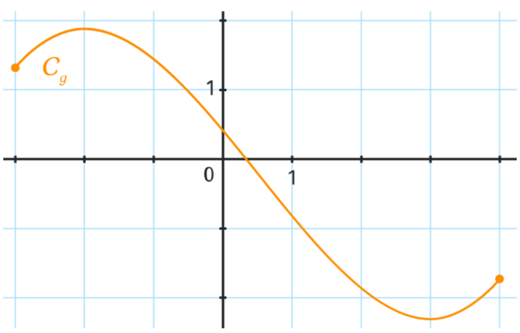
Soit $f$ une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

- $f$ est croissante sur I si et seulement si la fonction $f'$ est positive sur I.
- $f$ est décroissante sur I si et seulement si la fonction $f'$ est négative sur I.
- $f$ est constante sur I si et seulement si la fonction $f'$ est nulle sur I.




**Exercice 4.46**

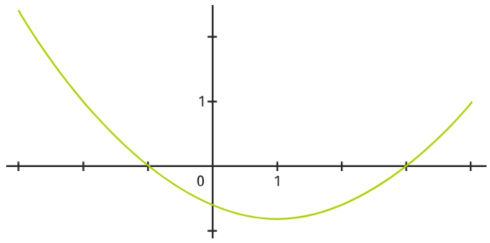
Soit $g$ une fonction définie sur $[-3;4]$ dont la courbe représentative $C_g$ est donnée par :




Donner le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de $x$.

**Exercice 4.47**

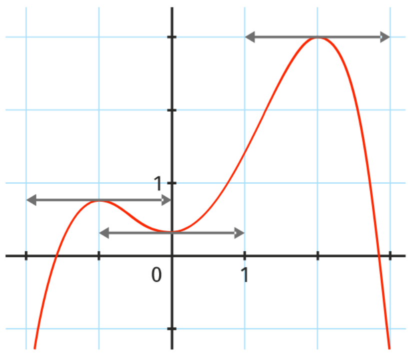
Soit $h$ une fonction définie sur l'intervalle $[-3;4]$. La courbe ci-dessous représente la fonction $h'$, dérivée de la fonction $h$ :



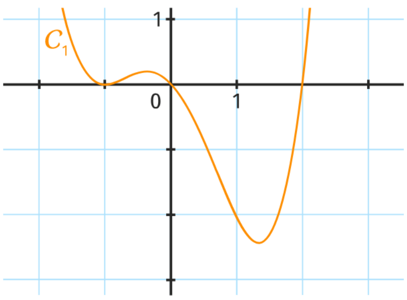

Sachant de plus que $h(-1) = 2$ et $h(3) = -1$.
Dresser le tableau de variations de $h$ sur l'intervalle $[-3;4]$.

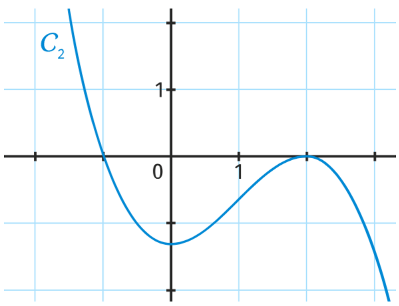
**Exercice 4.48**

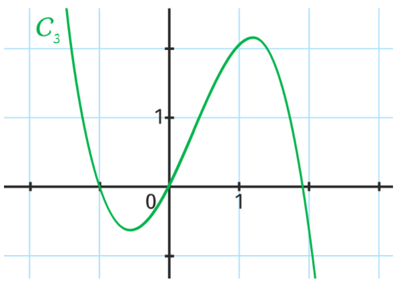
Soit une fonction $f$ dont la courbe représentative est :




Quelle est la courbe qui représente la fonction $f'$ parmi les courbes suivantes ? Expliquez !




## Savoir-Faire 4.28

Savoir étudier les variations d'une fonction grâce à la dérivation

1. $f(x) = 5x^2 - 8x + 1,\ I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = 2x^3 - 18x^2 - 42x + 7,\ I = \mathbb{R}$

**Méthode :**

- On calcule $f'(x)$
- On étudie le signe de $f'(x)$. Pour cela, il faut avoir en tête qu'il faudra peut-être :
  - factoriser l'expression
  - penser au signe de la fonction trinôme
  - mettre au même dénominateur ...
- On dresse le tableau de variations (avec le signe de $f'$ et les variations de $f$).

3. $f(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$, $I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = (x-1)\sqrt{x}$, $I = ]0; +\infty[$

**Exercice 4.49**

Dans chaque cas suivant, dresser le tableau de variation de la fonction $f$ définie sur $D_f$ :

1. $f(x) = -x^3 + x^2 - x$, $D_f = \mathbb{R}$.
2. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$, $D_f = \mathbb{R}$.
3. $f(x) = 2x^2 + 6x - 8$, $D_f = \mathbb{R}$.
4. $f(x) = -x^3 + 3x$, $D_f = \mathbb{R}$.
5. $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$, $D_f = \mathbb{R}$.
6. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 8$, $D_f = \mathbb{R}$.
7. $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$, $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$.
8. $f(x) = \dfrac{-4x}{x^2+1}$, $D_f = \mathbb{R}$.

**Exercice 4.50**

Soit $f$ la fonction définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{(x-1)^2}$.
Dresser le tableau de variations de la fonction $f$.

**Exercice 4.51**

Soit $f$ la fonction définie sur $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$.
Dresser le tableau de variations de la fonction $f$.

**Exercice 4.52**

Soit $f$ la fonction définie sur $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + \dfrac{4}{x-2}$.
Dresser le tableau de variations de la fonction $f$.

**Exercice 4.53**

Soit $f$ la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$.
Dresser le tableau de variations de la fonction $f$.