

9.3

Cosinus et sinus d'un réel

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

9.3.1 Définition

Soit x un réel. L'objectif est de déterminer le **cosinus** et le **sinus** de ce nombre réel. Après enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique, le nombre x se retrouve en un point M .

Définition

On considère un nombre x ayant pour point image M sur le cercle trigonométrique.

- Le **cosinus de x** , noté $\cos(x)$, est l'abscisse de M dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- Le **sinus de x** , noté $\sin(x)$, est l'ordonnée de M dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

9.3.2 Propriétés

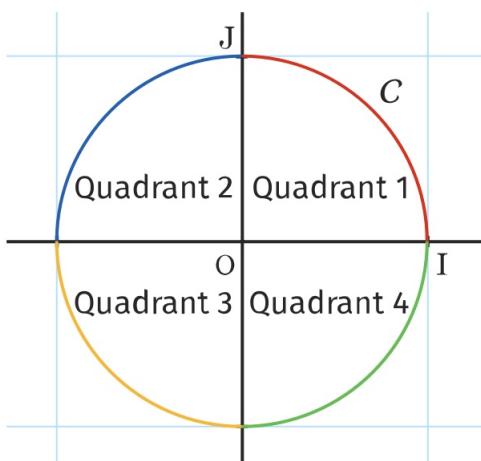
Propriété

Pour tout nombre réel x ,

- $-1 \leq \cos(x) \leq 1$
- $-1 \leq \sin(x) \leq 1$
- $\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

Exercice 9.40

On considère le cercle trigonométrique ci-dessous. M est le point image sur le cercle d'un nombre réel x .



Compléter le tableau suivant :

| | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|
| M est dans la quadrant | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Signe de $\cos(x)$ | | | | |
| Signe de $\sin(x)$ | | | | |

Savoir-Faire 9.51

SAVOIR CALCULER UN COSINUS CONNAISSANT UN SINUS ET INVERSEMENT

Exemple :

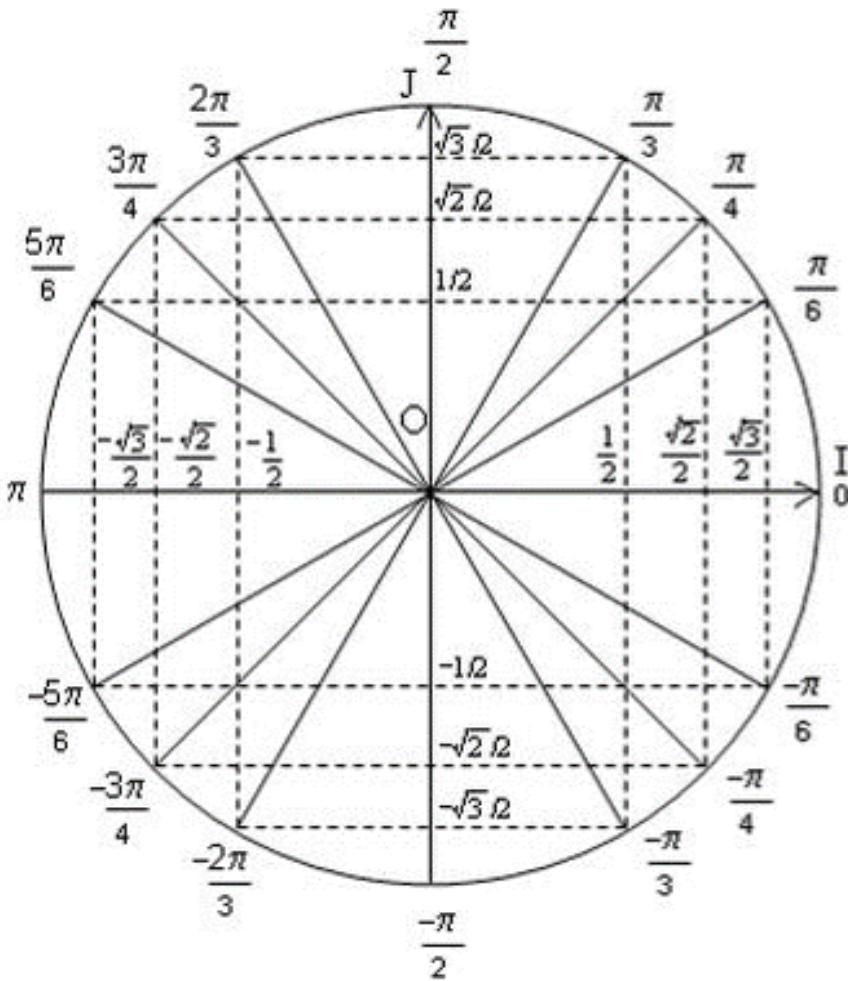
1. Soit x un réel appartenant à $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ avec $\sin(x)=0.4$. Calculer $\cos(x)$
2. On sait que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$. Calculer $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Exercice 9.41

On donne $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.

1. Calculer la valeur exacte de $\cos^2\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
2. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

9.3.3 Cosinus et sinus d'angles remarquables



Cercle trigo et valeurs remarquables de sinus et cosinus

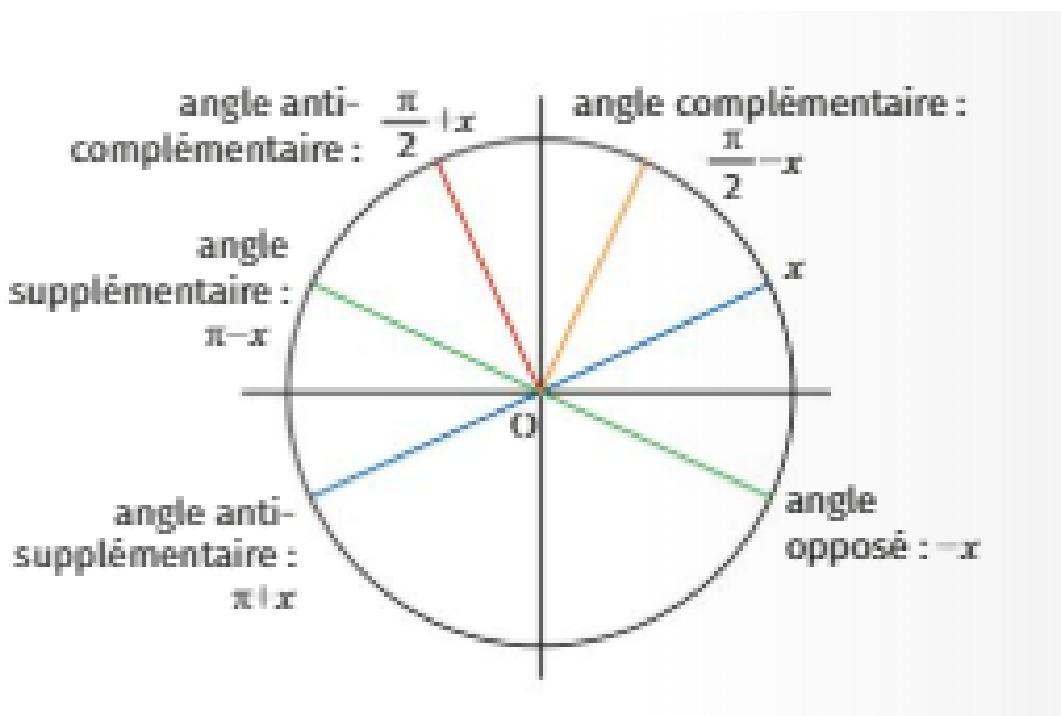
Savoir-Faire 9.52

SAVOIR CALCULER LE COSINUS OU LE SINUS D'UN RÉEL

Déterminer le cosinus et le sinus (on appelle cela les lignes trigonométriques) de :

1. $\frac{217\pi}{2}$
2. $\frac{-212\pi}{3}$
3. 12345π
4. $\frac{133\pi}{6}$

9.3.4 Cosinus et sinus d'angles associés



cosinus et sinus d'angles associés

Savoir-Faire 9.53

SAVOIR DÉTERMINER, PAR LECTURE DU CERCLE TRIGO, LES COSINUS ET SINUS DES ANGLES ASSOCIÉS À x

Exercice 9.42

On considère que $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

1. Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$.

2. En déduire :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{10}\right)$

b) $\cos\left(\frac{9\pi}{10}\right)$

c) $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

d) $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$

e) $\cos\left(\frac{11\pi}{10}\right)$

9.3.5 Lien avec le cosinus et sinus d'un triangle rectangle

9.3.6 Et avec la calculatrice ?

► $\arccos(a)$ renvoie l'angle compris entre 0 et π et dont le cosinus vaut a .

• $\arcsin(a)$ renvoie l'angle compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ dont le sinus vaut a .