7.2 Espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire.

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

Découvrir l'espérance mathématique

Utiliser le programme python précédent pour construire une fonction Python qui simule 100 000 tirages de cartes et qui retourne le gain moyen obtenu.

```
def gain_moyen():
    g = ...
    for i in range (...):
        gain_partie = gain()
        g = ...
    return ...
```

☛ L'espérance mathématique d'une variable aléatoire correspond à ce gain moyen.

7.2.1 Définitions

On considère dans ce paragraphe la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par :

Valeurs prises par X	x_1	x_2	...	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

Définition

L'**espérance de X** est le nombre réel noté $E(X)$ défini par :

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n$$

Savoir-Faire 7.40

Savoir calculer l'espérance d'une variable aléatoire

On reprend le problème du SF1 : calculer l'espérance mathématique de X.

Remarque

- Lorsque X est une variable aléatoire qui correspond au gain algébrique d'une partie à un jeu, $E(X)$ est le gain moyen que l'on peut espérer sur un grand nombre de parties.
- Un jeu est équitable si l'espérance de la variable aléatoire donnant le gain algébrique est nulle.

Définition

La **variance de X** est le nombre réel noté $V(X)$ définie par

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + ... + p_n(x_n - E(X))^2$$

Définition

L'**écart-type de X** est le nombre réel noté $\sigma(X)$ défini par $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Remarque

- L'écart-type sert pour se donner une idée de la répartition des valeurs prises par une variable aléatoire autour de son espérance.
- Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs prises par la variable sont "éloignés" de l'espérance.
- Plus l'écart-type est proche de zéro, plus les valeurs prises par la variables sont resserrées autour de l'espérance.

7.2.2 Propriété

Propriété

On a $V(X) = p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + ... + p_nx_n^2 - (E(X))^2$

Savoir-Faire 7.41

Savoir calculer l'écart-type d'une variable aléatoire

On reprend le problème du SF1. Calculer l'écart-type de X de deux façons différentes.