

5.6

TD

NSI TLE - JB DUTHOIT

5.6.1 Labyrinthe

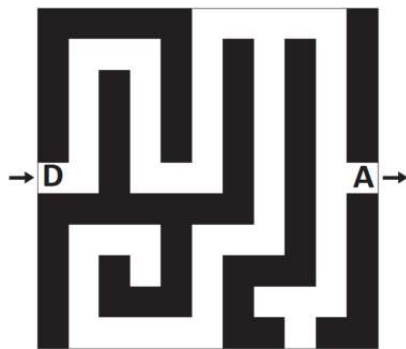
Représentation d'un labyrinthe

On modélise un labyrinthe par un tableau à deux dimensions à n lignes et p colonnes avec n et p des entiers strictement positifs.

Les lignes sont numérotées de 0 à $n-1$ et les colonnes de 0 à $p-1$.

La case en haut à gauche est repérée par $(0,0)$ et la case en bas à droite par $(n-1,p-1)$. Dans ce tableau :

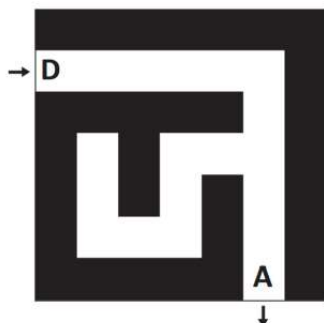
- 0 représente une case vide, hors case de départ et arrivée,
- 1 représente un mur,
- 2 représente le départ du labyrinthe,
- 3 représente l'arrivée du labyrinthe. Ainsi, en Python, le labyrinthe ci-dessous est représentée par le tableau de tableaux lab1.



lab1

```
lab1 = [
    [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1],
    [1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    [2, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 3],
    [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1],
    [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1],
    [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1]
]
```

1. Le labyrinthe ci-dessous est censé être représenté par le tableau de tableaux lab2. Cependant, dans ce tableau, un mur se trouve à la place du départ du labyrinthe. Donner une instruction permettant de placer le départ au bon endroit dans lab2.



lab2

```
lab2 = [
    [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
    [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1],
    [1, 1, 1, 1, 1, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 0, 0, 1],
    [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1],
    [1, 0, 0, 0, 1, 0, 1],
    [1, 1, 1, 1, 1, 3, 1]
]
```

2. Écrire une fonction `est_valide(i, j, n, m)` qui renvoie `True` si le couple (i,j) correspond à des coordonnées valides pour un labyrinthe de taille (n,p) , et `False` sinon. On donne ci-dessous des exemples d'appels.

```
>>> est_valide(5, 2, 10, 10)
True
>>> est_valide(-3, 4, 10, 10)
False
```

3. On suppose que le départ d'un labyrinthe est toujours indiqué, mais on ne fait aucune supposition sur son emplacement. Compléter la fonction `depart(lab)` ci-dessous de sorte qu'elle renvoie, sous la forme d'un tuple, les coordonnées du départ d'un labyrinthe (représenté par le paramètre `lab`). Par exemple, l'appel `depart(lab1)` doit renvoyer le tuple `(5, 0)`.

```
def depart(lab) :
    n = len(lab)
    m = len(lab[0])
    ...
```

4. Écrire une fonction `nb_cases_vides(lab)` qui renvoie le nombre de cases vides d'un labyrinthe (comprenant donc l'arrivée et le départ).
Par exemple, l'appel `nb_cases_vides(lab2)` doit renvoyer la valeur 19.

Recherche d'une solution dans un labyrinthe

On suppose dans cette partie que les labyrinthes possèdent un unique chemin allant du départ à l'arrivée sans repasser par la même case. Dans la suite, c'est ce chemin que l'on appellera solution du labyrinthe. Pour déterminer la solution d'un labyrinthe, on parcourt les cases vides de proche en proche. Lors d'un tel parcours, afin d'éviter de tourner en rond, on choisit de marquer les cases visitées. Pour cela, on remplace la valeur d'une case visitée dans le tableau représentant le labyrinthe par la valeur 4.

1. On dit que deux cases d'un labyrinthe sont voisines si elles ont un côté commun. On considère une fonction `voisines(i,j,lab)` qui prend en arguments deux entiers `i` et `j` représentant les coordonnées d'une case et un tableau `lab` qui représente un labyrinthe. Cette fonction renvoie la liste des coordonnées des cases voisines de la case de coordonnées `(i,j)` qui sont valides, non visitées et qui ne sont pas des murs. L'ordre des éléments de cette liste n'importe pas.

Ainsi, l'appel `voisines(1, 1, [[1, 1, 1], [4, 0, 0], [1, 0, 1]])` renvoie la liste `[(2, 1), (1, 2)]`.
Que renvoie l'appel `voisines(1, 2, [[1, 1, 4], [0, 0, 0], [1, 1, 0]])` ?

2. On souhaite stocker la solution dans une pile `chemin`. Cette liste contiendra les coordonnées des cases de la solution, dans l'ordre. Pour cela, on procède de la façon suivante :

- Initialement :
 - Déterminer les coordonnées du départ : c'est la première case à visiter ;
 - empiler les coordonnées de la case départ à la pile `chemin`.
- Tant que l'arrivée n'a pas été atteinte :
 - on marque la case visitée avec la valeur 4 ;
 - si la case visitée possède une case voisine libre, la première case de la liste renvoyée par la fonction `voisines` devient la prochaine case à visiter et on ajoute à la liste `chemin` ;

– sinon, il s'agit d'une impasse. On dépile la pile chemin. La prochaine case à visiter est celle qui est désormais en haut de la pile chemin.

- a) Le tableau de tableaux lab3 ci-dessous représente un labyrinthe. lab3 = [[1, 1, 1, 1, 1, 1], [2, 0, 0, 0, 0, 3], [1, 0, 1, 0, 1, 1], [1, 1, 1, 0, 0, 1]] La suite d'instructions ci-dessous simule le début des modifications subies par la liste chemin lorsque l'on applique la méthode présentée.

```
# entrée: (1, 0), sortie (1, 5)
chemin = Pile()
chemin.empiler((1, 0))
chemin.empiler((1, 1))
chemin.empiler((2, 1))
chemin.depiler()
chemin.empiler((1, 2))
chemin.empiler((1, 3))
chemin.empiler((2, 3))
```

Compléter cette suite d'instructions jusqu'à ce que la pile chemin représente la solution.

- b) Recopier et compléter la fonction solution(lab) donnée ci-dessous de sorte qu'elle renvoie le chemin solution du labyrinthe représenté par le paramètre lab. On pourra pour cela utiliser la fonction voisines.

```
def solution(lab):
    chemin = Pile()
    case = depart(lab)
    chemin.empiler(case)
    i = case[0]
    j = case[1]
    while t[i][j] != 3 :
        # (i,j) est la case en cours
        # On marque la case en cours avec le chiffre 4
        # Si la case en cours possède des voisins:
        # On prend le premier voisin, on l'empile
        # et deviendra la prochaine case en cours
        # si la case en cours ne possède pas de voisin,
        # On est dans une impasse !
        # On dépile
        # On repère la case du sommet de la pile,
        # qui sera la prochaine case en cours
```

Par exemple, l'appel solution(lab2) doit renvoyer une pile qui contient, de bas en haut : (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5) et (6, 5).



Curiosités mathématiques

La suite mathématique ci-dessous, proposée par Lars Blomberg, fut difficile à produire ! C'est une sorte de labyrinthe à une seule dimension.

Parcourir ce labyrinthe est enfantin... mais son issue est à l'infini.

L = [1, 3, 0, 5, 7, 9, 2, 20, 13, 15, 4, 18, 31, 38, 33, 35, 21, 8, 34, 37, 23, 17, 19, 6, 11, 78, 28, 50, 51, 25, 61, 39, 29, 81, 10, 16, 53, 27, 80, 14, 55, 57, 22, 59, 83, 30, 58, 85, 65,

12, 43, 70, 40, 71, 32, 52, 41, 73, 45, 47, 72, 42, 75, 49, 24, 54, 77...]

En voici le mode d'emploi :

Entrez par la gauche et placez-vous sur le chiffre 1 ; ce 1 est impair, vous devez donc sauter vers la droite par-dessus un chiffre ; vous atterrissez sur 0 ; ce zéro est pair, vous devez donc sauter vers la gauche par-dessus zéro chiffre ; vous atterrissez sur 3 (le voisin de gauche du zéro) ; ce 3 est impair, vous devez donc sauter vers la droite par-dessus trois chiffres ; vous atterrissez sur 9 ; ce 9 est impair, vous devez donc continuer vers la droite, franchir neuf chiffres et atterrir sur le 8 de 18 (ce ne sont pas des nombres qu'il faut enjambrer, mais des chiffres) ; ce 8 est pair, vous sautez donc vers la gauche par-dessus huit chiffres et atterrissez sur 2 ; lequel vous envoie sur 5, etc.

À la fin de l'exercice vous aurez parcouru toute la suite.

Cette suite porte le numéro A285471 dans l'OEIS, l'encyclopédie en ligne des suites d'entiers !



Exercice 5.77

On considère la suite :

1= [1, 3, 0, 5, 7, 9, 2, 20, 13, 15, 4, 18, 31, 38, 33, 35, 21, 8, 34, 37, 23, 17, 19, 6, 11, 7

On considère que l'on sort du labyrinthe si le nombre 51 a été entièrement visité ! Ecrire une fonction python qui détermine si l'on sort du labyrinthe !
