Chapitre 4 : Nombre dérivé

1 Nombre dérivé

1.1 Taux de variation

Approche

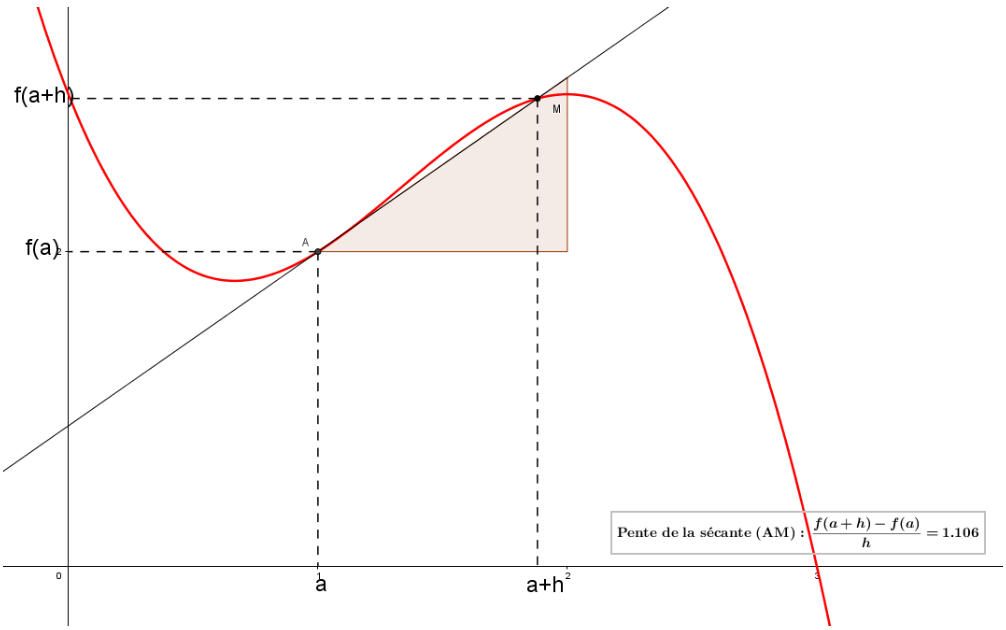
Cf. doc

Définition 4.1

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$.
Soit h un réel non nul tel que $a + h \in I$.
Le taux de variation de f entre a et $a + h$ est le réel $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Remarque

Avec les notations et le contexte précédents, le taux de variation de f entre a et $a + h$ est le coefficient directeur de la sécante (AM) avec $A(a; f(a))$ et $M(a + h; f(a + h))$. Vous pouvez le visualiser sur la figure dynamique géogébra.



Interprétation graphique du taux de variation

1.2 Nombre dérivé

Approche

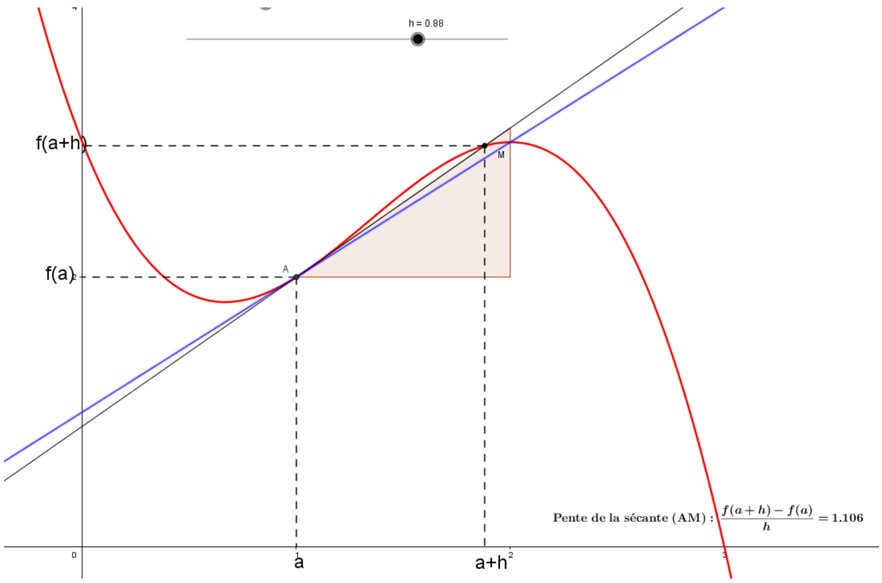
Cf. doc

Définition 4.2

Avec les mêmes notations.
Si, lorsque h tend vers 0, $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel l, on dit que la fonction f est dérivable en a.
Le réel l est appelé nombre dérivé de la fonction f en a, et on note $f'(a)=l$.

Remarque

Graphiquement, si la fonction f est dérivable en a, cela signifie que le coefficient directeur de la sécante (AM) tend vers un réel lorsque M se rapproche de A. En d'autres termes, cela signifie que la droite (AM) se "rapproche" d'une droite imaginaire, d'une "position limite". Dans l'activité géogébra, la sécante (AM) va se rapprocher de la droite bleue.



Interprétation graphique du nombre dérivé

Savoir-Faire 4.1

SAVOIR DÉTERMINER SI UNE FONCTION EST DÉRIVABLE ET SAVOIR CALCULER LE CAS ÉCHÉANT SON NOMBRE DÉRIVÉ
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$. Soit $a\in\mathbb{R}$.
Déterminer si la fonction f est dérivable en a. Si oui, déterminer son nombre dérivé $f'(a)$

Exercice 4.1
Pour chacune des fonctions f, déterminer si la fonction f est dérivable en a. Si oui, déterminer son nombre dérivé $f'(a)$

1. $f(x)=2x^2+3x-1$, $D_f=\mathbb{R}$, $a\in\mathbb{R}$
2. $f(x)=x^3$, $D_f=\mathbb{R}$, $a\in\mathbb{R}$

3. $f(x) = 2x + 5$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
4. $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
5. $f(x) = \frac{1}{x}$, $D_f = \mathbb{R}^*$, $a \in \mathbb{R}^*$
6. $f(x) = x^4$, $D_f = \mathbb{R}^*$, $a \in \mathbb{R}^*$

1.3 Tangente à une courbe

Définition 4.3

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in \mathbb{R}$
On suppose de plus que la fonction f est dérivable en a.
La tangente à la courbe C_f est la droite passant par $A(a; f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$.

Savoir-Faire 4.2

Savoir construire des tangentes à une courbe

Savoir-Faire 4.3

Savoir déterminer graphiquement un nombre dérivé

2 Nombre dérivé de fonctions usuelles

Démonstration 4.1

Soit a un nombre réel. Montrer que la fonction carré est dérivable en a. Donner son nombre dérivé.

Démonstration 4.2

Soit a un nombre réel non nul. Montrer que la fonction inverse est dérivable en a.Donner son nombre dérivé.

Démonstration 4.3

Montrer que la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.