

7.2

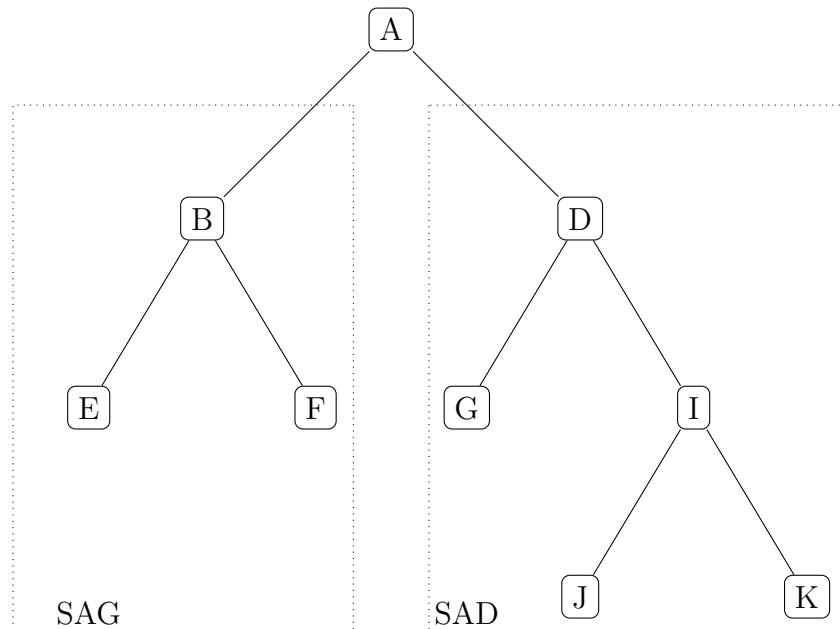
Les arbres binaires

7.2.1 Définition

Définition

- Un arbre dont l'arité est 2 est un **arbre binaire**

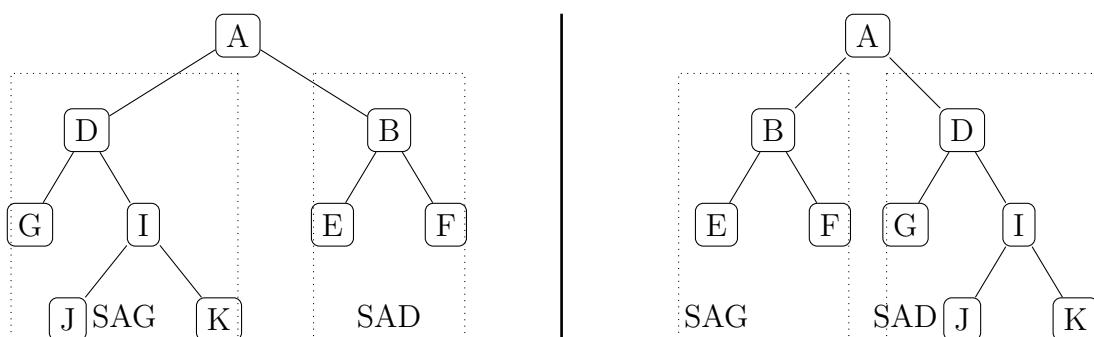
Les arbres binaires sont donc des arbres où chaque nœud peut donner 0, 1 ou 2 enfants.



On distingue généralement à partir du nœud racine 2 sous-arbres disjoints : Le sous-arbre gauche de l'arbre binaire (SAG) et le sous-arbre droit de l'arbre binaire (SAD).

Remarque

⚠ De ce fait, ces deux arbres ne sont pas identiques :



Exercice 7.152

Dessiner tous les arbres binaires possédant 3 nœuds.

Exercice 7.153

Dessiner tous les arbres binaires possédant 4 noeuds.

Exercice 7.154

Sachant qu'il y a 1 arbre binaire vide, 1 arbre binaire contenant 1 noeud, 2 arbres binaires contenant 2 noeuds, 5 arbres binaires contenant 3 noeuds et 14 arbres binaires contenant 4 noeuds, calculer le nombre d'arbres binaires contenant 5 noeuds.

\triangle On cherche seulement ici à les dénombrer.***

7.2.2 Représentation en Python d'un arbre binaire

Implémentation avec des classes

Pour représenter un arbre binaire en Python, on peut utiliser des objets.

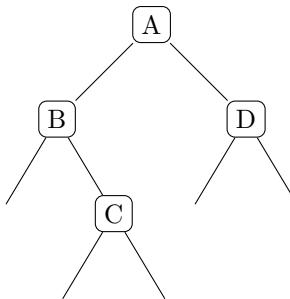
L'objet de la classe contient trois attributs : un attribut valeur (dans lequel on stocke une valeur quelconque, appelée étiquette , un attribut fils droit et un attribut fils gauche.

Exercice 7.155

Construire la classe Noeud afin de pouvoir construire en python des arbres binaires. Pour les feuilles, on indiquera None pour le sous arbre droit et le sous arbre gauche.

Exercice 7.156

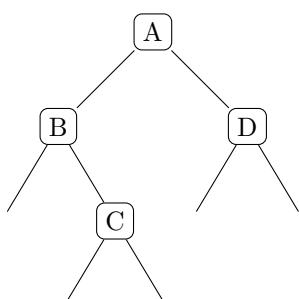
Construire l'arbre binaire suivant :



Représentation

Exercice 7.157

Réaliser ce type d'affichage d'arbre binaire :



`>>> represente(a)`

```

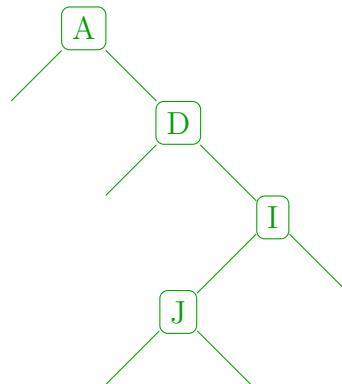
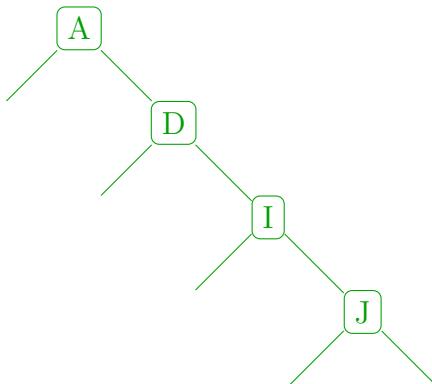
A
-
B
--
-
-- C
---
-
-
-
D
--
```

7.2.3 Cas particuliers

Arbre dégénéré ou filiforme

Définition

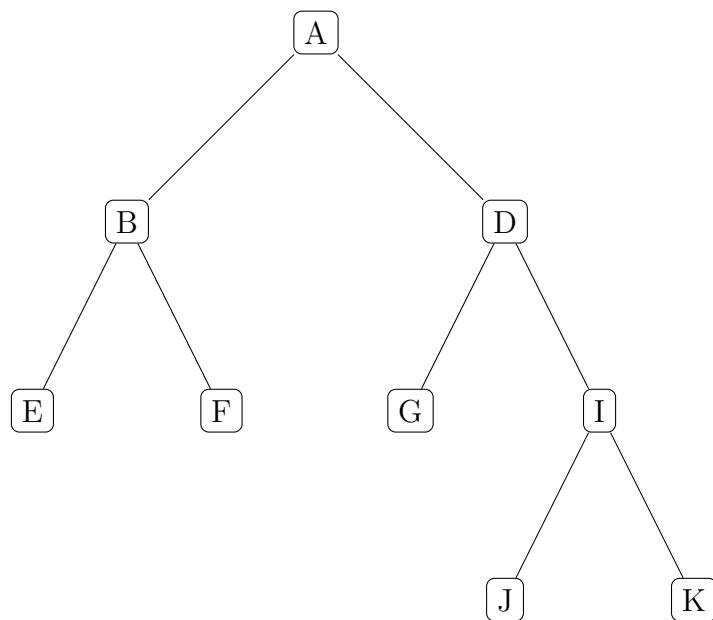
Un **arbre dégénéré** est un arbre dont les nœuds ne possèdent au plus un enfant.



Arbre localement complet

Définition

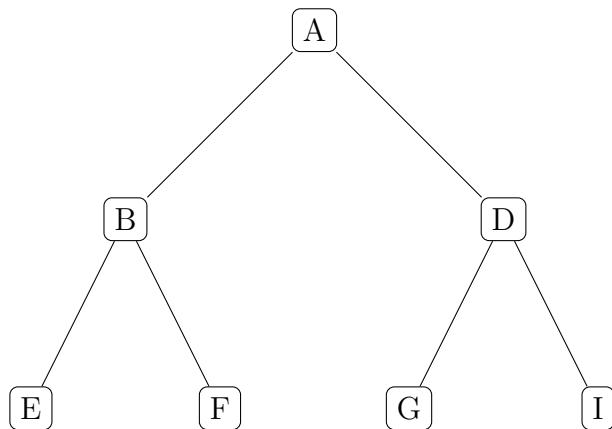
Un **arbre localement complet** est un arbre binaire dont chacun des nœuds possède soit deux enfants, soit aucun.



Arbre complet

Définition

un **arbre complet** est un arbre qui est localement complet et dont toutes les feuilles sont au niveau hiérarchique le plus bas.

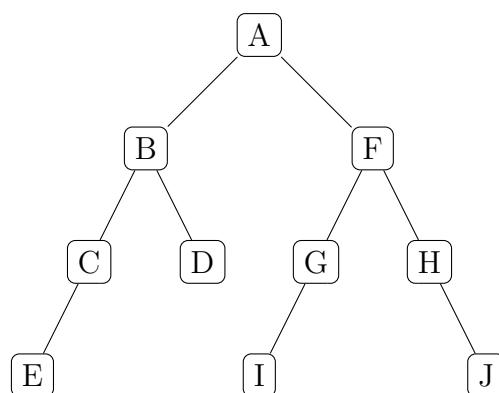


Exercice 7.158

- Combien de noeuds au maximum comporte un arbre localement complet de hauteur h ? Au minimum?
- Combien de noeuds comporte un arbre complet de hauteur h ?

7.2.4 Notion de clé

À chaque nœud d'un arbre binaire, on associe une clé ("valeur" associée au nœud)



- Si on prend le nœud ayant pour clé A (le nœud racine de l'arbre) on a :
 - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé B, du nœud ayant pour clé C, du nœud ayant pour clé D et du nœud ayant pour clé E
 - le sous-arbre droit est composé du nœud ayant pour clé F, du nœud ayant pour clé G, du nœud ayant pour clé H, du nœud ayant pour clé I et du nœud ayant pour clé J
- si on prend le nœud ayant pour clé B on a :
 - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé C et du nœud ayant pour clé E
 - le sous-arbre droit est uniquement composé du nœud ayant pour clé D
- si on prend le noeud ayant pour clé G on a :
 - le sous-arbre gauche est uniquement composé du noeud ayant pour clé I
 - le sous-arbre droit est vide (NIL)

Remarque

- | Un arbre vide est noté NIL

Très important

- | Un sous-arbre (droite ou gauche) est un arbre (même s'il contient un seul nœud ou pas de nœud de tout (NIL)).