

6.2

Coordonnées de vecteurs

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

6.2.1 Définition

Définition

une **base du plan** est un couple de vecteurs $(\vec{i}; \vec{j})$ non colinéaires.

Remarque

Une base du plan est appelée **base orthonormée** si les directions de \vec{i} et \vec{j} sont perpendiculaires, et si la norme des deux vecteurs est égale à 1.

Propriété

Soit $(\vec{i}; \vec{j})$ une base du plan, et soit \vec{u} un vecteur du plan.
Il existe un unique couple de réels $(x; y)$ tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Définition

x et y sont appelées les **coordonnées de \vec{u} dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$** .
On note $\vec{u}(x; y)$

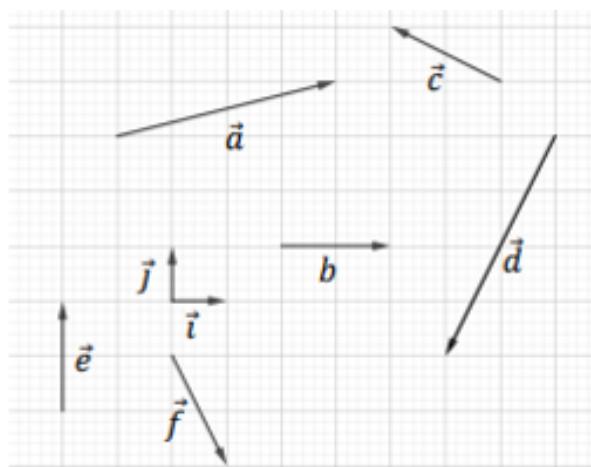


Savoir-Faire 6.9

SAVOIR LIRE LES COORDONNÉES DE VECTEURS

On considère les vecteurs ci-dessous, dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

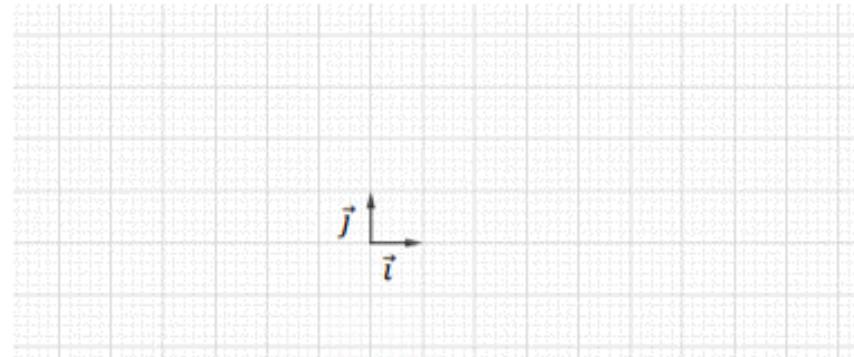
Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées de chacun de ces vecteurs.



Savoir-Faire 6.10

SAVOIR REPRÉSENTER DES VECTEURS DANS UNE BASE.

Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$, représenter les vecteurs $\vec{u}(2; 1)$, $\vec{v}(-2; 3)$ et $\vec{w}(-3; 1)$.



Propriété (admise)

Soient $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs dans une base $(\vec{i}; \vec{j})$ du plan.

- $\vec{u} = \vec{v}$ si et seulement si $x = x'$ et $y = y'$.

6.2.2 Coordonnées d'un vecteur

Propriété (admise)

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère du plan. Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan.

Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Exercice 6.13

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère du plan.

On considère les points $A(2; 3)$ et $B(-1; 2)$.

1. Faire une figure
2. Lire sur la figure les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
3. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} et vérifier la cohérence avec la question précédente

Exercice 6.14

On considère les points $A(-4; -3), B(4; -2), C(3; 2), D(-5; 1)$ et $E(2; 6)$.

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{BE}$ et \overrightarrow{EA} .

Savoir-Faire 6.11

SAVOIR CALCULER ET UTILISER LES COORDONNÉES DE VECTEURS

1. A,B,C et D sont quatre points du plan de coordonnées respectives $(-1; 2)$, $(1; 4)$, $(7; -2)$ et $(5; -4)$.

En calculant des coordonnées de vecteurs, montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Soient A,B et C trois points de coordonnées respectives $(1; 2), (0; -1)$ et $(4; -2)$.

Déterminer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice 6.15

Soient E, F, G et H quatre points de coordonnées respectives $(2; -1), (8; -1), (10; 3)$ et $(4; 3)$.
 $EFGH$ est-il un parallélogramme ?

Exercice 6.16

Soient E, F, G et H quatre points de coordonnées respectives $(1; -1), (0; 2), (8; -3)$ et $(7; 0)$.
 $EFGH$ est-il un parallélogramme ?

Exercice 6.17

On considère le point $A(3, 2)$ et le vecteur $\vec{u}(-4; 4)$. Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$.

Exercice 6.18

On considère les points $A(3, -2), B(6; 1)$ et $D(3; 4)$. On considère également le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.
Calculer les coordonnées du point E .

6.2.3 Norme d'un vecteur

Propriété

Soit $\vec{u}(x; y)$ un vecteur du plan dans une base orthonormée $(\vec{i}; \vec{j})$.
La norme du vecteur \vec{u} , notée $\|\vec{u}\|$ est donnée par :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Savoir-Faire 6.12

SAVOIR CALCULER LA NORME D'UN VECTEUR DANS UNE BASE ORTHONORMÉE DU PLAN.
On considère $\vec{u}(2; -7)$ dans une base orthonormée $(\vec{i}; \vec{j})$.

1. Tracer un représentant du vecteur \vec{u} dans un plan muni d'une base orthonormée $(\vec{i}; \vec{j})$
2. Calculer la norme de \vec{u} , notée $\|\vec{u}\|$ et vérifier la cohérence du résultat.

Exercice 6.19

On considère une base orthonormée $(\vec{i}; \vec{j})$.
Calculer la norme de \vec{u} , notée $\|\vec{u}\|$ dans chacun des cas suivants :

- | | |
|---------------------|---|
| 1. $\vec{u}(-2; 2)$ | 4. $\vec{u}(-\sqrt{2}, \sqrt{3})$ |
| 2. $\vec{u}(-3; 4)$ | 5. $\vec{u}(1 + \sqrt{2}; 4)$ |
| 3. $\vec{u}(0; 6)$ | 6. $\vec{u}(\frac{2}{3}; \frac{-3}{4})$ |

6.2.4 Somme de deux vecteurs et produit par un réel

Propriété (admise)

Soit $(\vec{i}; \vec{j})$ une base du plan. Soient $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs du plan, et $k \in \mathbb{R}$.

- Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x + x'; y + y')$.
- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx; ky)$.

Savoir-Faire 6.13

SAVOIR UTILISER LES FORMULES DES COORDONNÉES DE VECTEURS POUR DÉMONTRER
On considère un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère le point $A(1; -3)$, et les vecteurs $\vec{u}(2; -3)$ et $\vec{v}(-1; 5)$.

Soit E le point défini par $\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} - \vec{v}$.
2. En déduire les coordonnées du point E .

Exercice 6.20

On considère un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère les points $A(5; -6), B(4; 2)$ et $D(-4; 7)$.

Quels sont les coordonnées du point $C(x; y)$ sachant que le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$?

Exercice 6.21

On considère un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère les points $A(-8; 3), B(4; 2)$ et $C(11; -3)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
4. Écrire chaque vecteur \vec{u}, \vec{v} et \vec{w} uniquement en fonction de \vec{i} et \vec{j} .
5. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$. Que constate-t-on ?