

Chapitre 4 : Nombre dérivé

1 Nombre dérivé

1.1 Taux de variation



Approche

Cf. doc

Définition 4.1

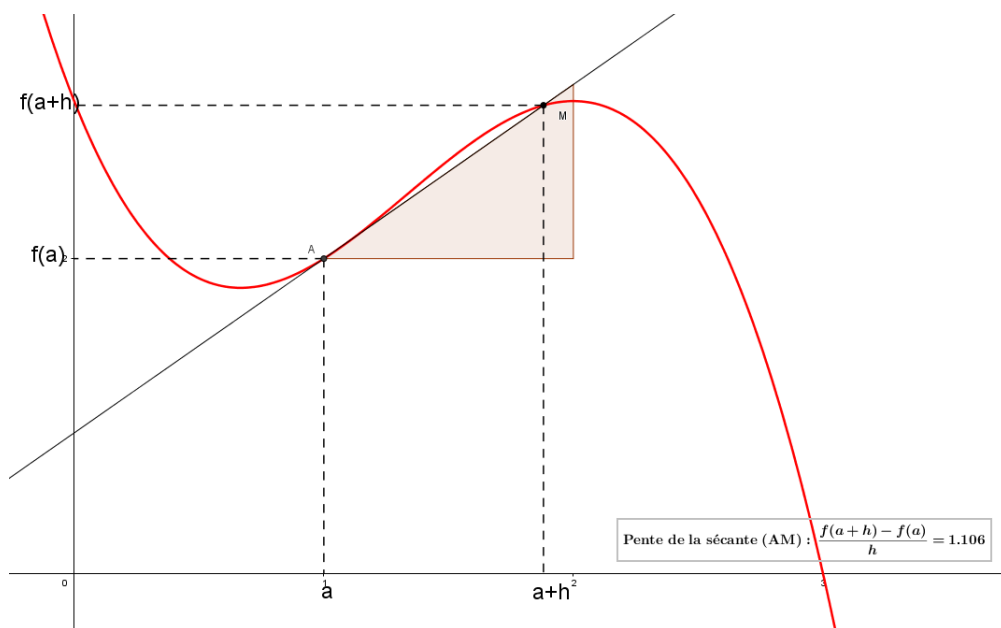
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in I$.

Soit h un réel non nul tel que $a + h \in I$.

Le taux de variation de f entre a et $a + h$ est le réel $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Remarque

Avec les notations et le contexte précédents, le taux de variation de f entre a et $a + h$ est le coefficient directeur de la sécante (AM) avec $A(a; f(a))$ et $M(a + h; f(a + h))$. Vous pouvez le visualiser sur la figure dynamique [géogébra](#).



Interprétation graphique du taux de variation

1.2 Nombre dérivé



Approche

I Cf. doc

Définition 4.2

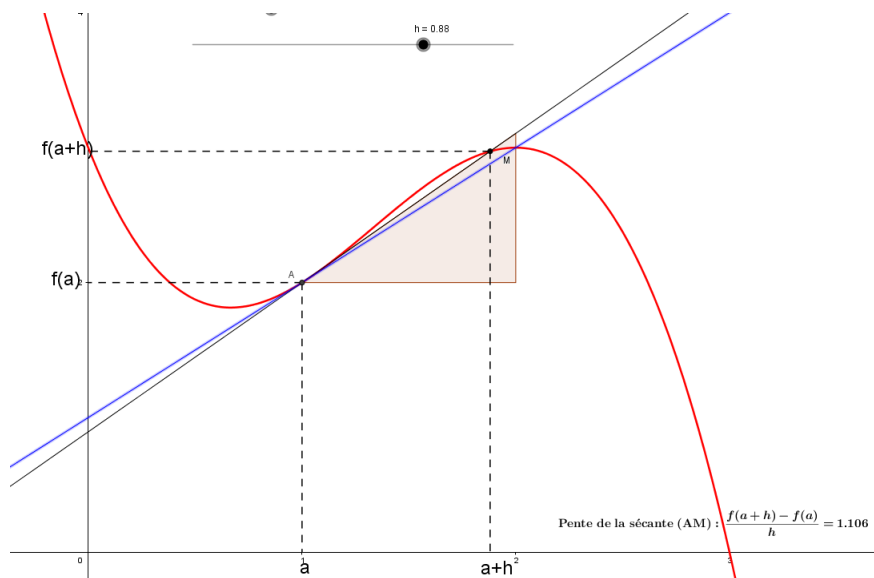
Avec les mêmes notations.

Si, lorsque h tend vers 0, $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ tend vers un réel l , on dit que la fonction f est dérivable en a .

Le réel l est appelé nombre dérivé de la fonction f en a , et on note $f'(a) = l$.

Remarque

Graphiquement, si la fonction f est dérivable en a , cela signifie que le coefficient directeur de la sécante (AM) tend vers un réel lorsque M se rapproche de A. En d'autres termes, cela signifie que la droite (AM) se "rapproche" d'une droite imaginaire, d'une "position limite". Dans l'activité **géogebra**, la sécante (AM) va se rapprocher de la droite bleue.



Interprétation graphique du nombre dérivé



Savoir-Faire 4.1

SAVOIR DÉTERMINER SI UNE FONCTION EST DÉRIVABLE ET SAVOIR CALCULER LE CAS ÉCHÉANT SON NOMBRE DÉRIVÉ

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$. Soit $a \in \mathbb{R}$.

Déterminer si la fonction f est dérivable en a . Si oui, déterminer son nombre dérivé $f'(a)$



Exercice 4.1

Pour chacune des fonctions f , déterminer si la fonction f est dérivable en a . Si oui, déterminer son nombre dérivé $f'(a)$

1. $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
2. $f(x) = x^3$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$

3. $f(x) = 2x + 5$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
4. $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $D_f = \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$
5. $f(x) = \frac{1}{x}$, $D_f = \mathbb{R}^*$, $a \in \mathbb{R}^*$
6. $f(x) = x^4$, $D_f = \mathbb{R}^*$, $a \in \mathbb{R}^*$

1.3 Tangente à une courbe

Définition 4.3

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et soit $a \in \mathbb{R}$

On suppose de plus que la fonction f est dérivable en a .

La tangente à la courbe C_f est la droite passant par $A(a; f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$.

Savoir-Faire 4.2

| SAVOIR CONSTRUIRE DES TANGENTES À UNE COURBE

Savoir-Faire 4.3

| SAVOIR DÉTERMINER GRAPHIQUEMENT UN NOMBRE DÉRIVÉ

2 Nombre dérivé de fonctions usuelles

Démonstration 4.1

Soit a un nombre réel. Montrer que la fonction carré est dérivable en a . Donner son nombre dérivé.

Démonstration 4.2

Soit a un nombre réel non nul. Montrer que la fonction inverse est dérivable en a . Donner son nombre dérivé.

Démonstration 4.3

Montrer que la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.