

## Pour travailler en autonomie

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

### 3.5.1 Vecteurs dans l'espace

#### Exercice 3.101

ABCD est un tétraèdre. E et F sont définis par :

$$\vec{AE} = \frac{1}{5}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \text{ et } \vec{AF} = \frac{1}{5}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

1. Réaliser une figure en choisissant de façon pertinente les longueurs des arêtes [AB], [AC] et [AD].

2. Exprimer  $\vec{EF}$  en fonction de  $\vec{BD}$ . Que peut-on en déduire ?

#### Exercice 3.102

Soit trois points A, B et C et  $\vec{u} = 2\vec{AC} - 2\vec{BC} + 4\vec{BA}$ .

Démontrer que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{AB}$  sont colinéaires.

#### Exercice 3.103

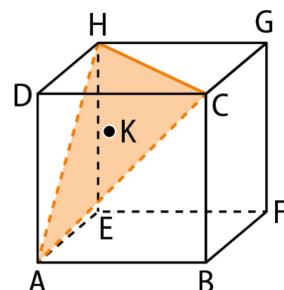
ABCDEFGH est un cube. Le point K est tel que  $\vec{AK} + \vec{CK} + \vec{HK} = \vec{0}$ .

1. a. Exprimer  $\vec{AC}$  et  $\vec{AH}$  en fonction de  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AD}$  et  $\vec{AE}$ .

b. En déduire que :

$$\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{AE}.$$

2. Justifier que D, K et F sont alignés.



#### Exercice 3.104

ABCD est un tétraèdre. M, N et P sont définis par :

$$\vec{CM} = \vec{AC}, \vec{CN} = \vec{BM} \text{ et } \vec{AP} = \vec{DN}.$$

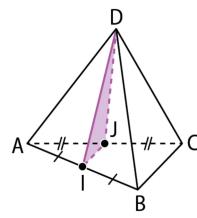
1. Justifier l'égalité  $\vec{DP} = \vec{DA} + \vec{DM} + \vec{BC}$ .

2. En déduire que les vecteurs  $\vec{DP}$ ,  $\vec{DC}$  et  $\vec{BC}$  sont coplanaires.

### Exercice 3.105

On considère le tétraèdre ABCD. I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC].

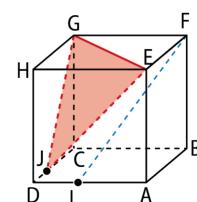
1. Justifier que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
2. Les plans (DIJ) et (BCD) sont-ils parallèles ? Justifier.
3. Déterminer l'intersection des plans (ABD) et (ACD).



### Exercice 3.106

ABCDEFGH est un cube. I et J sont définis par  $\vec{AI} = \frac{3}{5}\vec{AD}$  et  $\vec{DJ} = \frac{2}{5}\vec{DC}$ .

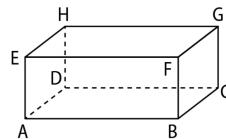
1. Justifier que les vecteurs  $\vec{JI}$  et  $\vec{GE}$  sont colinéaires.
2. En déduire la position relative de la droite (FI) et du plan (EGJ).



### Exercice 3.107

#### VRAI/FAUX

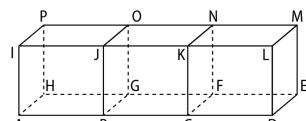
Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.  
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.



1.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$  est une base du plan (ABC).
2.  $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CH})$  est une base du plan (EBC).
3.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$  est une base de l'espace.
4.  $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CA})$  est une base de l'espace.

### Exercice 3.108

La figure ci-dessous est composée de trois parallélépipèdes rectangles identiques :



Décomposer les vecteurs  $\vec{AN}$ ,  $\vec{OC}$ , et  $\vec{HL}$  dans chacune des bases suivantes :

- a.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AI})$
- b.  $(\overrightarrow{KN}, \overrightarrow{KJ}, \overrightarrow{KB})$

## 3.5.2 Vecteurs dans les repères

 Exercice 3.109

Soit les points A(1 ; 1 ; -2), B(0 ; 5 ; 5), C(6 ; -3 ; -5) et D(1 ; 2 ; 0).

1. Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.
2. Le point E(2 ; 3 ; 1) appartient-il au plan (ABD) ? Justifier.

 Exercice 3.110

**QCM** Choisir la ou les bonnes réponses.

Soit les vecteurs  $\vec{u}(1 ; -1 ; 3)$ ,  $\vec{v}(2 ; 7 ; -5)$ ,  $\vec{w}(1 ; 17 ; -17)$  et  $\vec{t}(7 ; -7 ; 19)$ .

- a. Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{t}$  forment une base d'un plan.
- b.  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  est une base de l'espace.
- c. Dans la base  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ ,  $\vec{t}$  a pour coordonnées (4 ; 2 ; -1).
- d. Dans la base  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{t})$ ,  $\vec{w}$  a pour coordonnées (4 ; 2 ; -1).

 Exercice 3.111

On considère les points A(2 ; -2 ; 1), B(0 ; -1 ; 3) et C(4 ; 1 ; -1).

1. Calculer les coordonnées du milieu I de [BC].
2. Calculer les coordonnées du point D, symétrique du point I par rapport au point A.
3. Calculer les coordonnées du point E tel que :  $\vec{BE} = \vec{BC} - 3\vec{AC}$ .
4. Calculer les coordonnées du point F tel que :  $3\vec{BF} = 5\vec{CF}$ .
5. Les points D, E et F sont-ils alignés ? Justifier.

### 3.5.3 Équations paramétriques

 Exercice 3.112

**VRAI/FAUX**

Soit A(4 ; -2 ; 6) et soit  $d$  de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 6t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

- a. A est un point de  $d$ .
- b.  $\vec{u}(2 ; -1 ; 3)$  est un vecteur directeur de  $d$ .
- c. La droite  $d$  coupe le plan  $(O ; \vec{i}, \vec{k})$  en B(-3 ; 2 ; 0).
- d. Une représentation paramétrique de la droite  $d'$  passant

par A et parallèle à  $d$  est : 
$$\begin{cases} x = 4k \\ y = -2k \\ z = 6k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

 Exercice 3.113

La droite  $d$  passe par le point  $A(-1 ; 3 ; -3)$  et admet pour vecteur directeur  $\vec{u}(-3 ; 2 ; 1)$ . La droite  $d'$  passe par le point  $B(1 ; 3 ; -1)$  et admet pour vecteur directeur  $\vec{v}(-2 ; 1 ; 0)$ .

- 1.** Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont coplanaires.
- 2.** Justifier qu'alors  $d$  et  $d'$  sont sécantes.
- 3.** Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

 Exercice 3.114

Soit  $d$  et  $d'$  les droites de représentations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -2k \\ z = -2 + 4k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R} \text{ et } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Les droites  $d$  et  $d'$  sont-elles parallèles, sécantes ou non coplanaires ? Justifier.