2.1 Quelques rappels

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

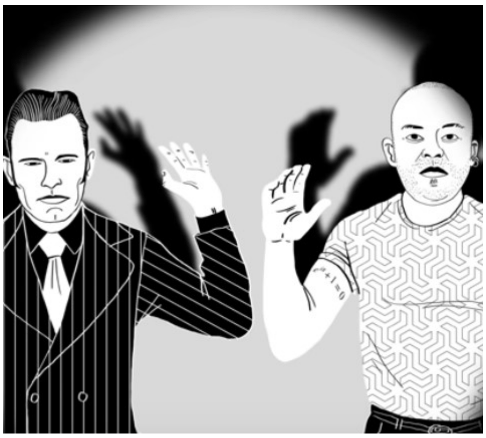
2.1.1 Des maths en vrai !

Des maths dans la vraie vie !

Le dilemme du prisonnier est une situation caractéristique de la théorie des jeux où deux joueurs auraient tout intérêt à coopérer pour une décision.
Cependant, en l'absence de communication et étant donné les probabilités, les deux joueurs se trahiront.
Ce concept a été énoncé par Albert W. Tucker en 1950.

☛ Le dilemme du prisonnier est évoqué dans de nombreux domaines variés tels que l'économie, l'évolution des espèces, le sport ou encore la psychologie. Exemple concret : deux entreprises qui auraient le droit de baisser leur prix pourraient gagner des sous par rapport à la concurrence, cependant si les 2 entreprises adoptent cette stratégie de "trahison", il aurait mieux valu ne rien faire pour chacune d'elles. C'est un dilemme du prisonnier.

Vidéo : le dilemme du prisonnier



`https://www.youtube.com/watch?v=G9ER5bLxQEU`

2.1.2 Qu'est ce qu'une probabilité ? Approche fréquentielle

Exemple du lancer de punaise :

	position 1	position 2
100000 lancers	31826	68174
Fréquence	0.31826	0.68174

probabilité position 1	0.32 env
probabilité position 2	0.68 env

La loi des grands nombres :
"Quand n est très grand, il y a de grandes chances que la fréquence soit proche de la probabilité..."

2.1.3 Généralités

Vocabulaire de base

- On lance un dé équilibré à six faces.
  On ne peut pas prévoir le résultat, on parle alors d'**expérience aléatoire**.
- Les différentes « possibilités » sont : 1, 2,3,4,5 ou 6.
  Ce sont les **issues** de l'expérience aléatoire
  L'ensemble de toutes les issues d'une expérience aléatoire s'appelle **l'univers**. On le note Ω.
- Un **événement** est une partie de l'univers.
- Un **événement élémentaire** est un événement contenant une seule issue.
- Soit B un événement. **L'événement contraire** de B est l'événement noté $\bar{B}$ et constitué de tous les issues de Ω qui ne sont pas dans B.

Loi de probabilité

Soit une expérience aléatoire comportant n issues : w_1,w_2,...,w_n.

Définition

On définit une loi de probabilité sur une expérience aléatoire lorsque pour toute issue w_i, avec $1 \leq i \leq n$, on a :

- $0 \leq p\{w_i\} \leq 1$
- $p\{w_1\} + p\{w_2\} + \ldots + p\{w_n\} = 1$

Exemple

- On considère un dé truqué.
  Compléter le tableau sachant que le probabilité d'obtenir le "6" est 0.5, et que les probabilités des autres faces sont égales.

issue w_i	1	2	3	4	5	6
$p\{w_i\}$						

Propriété

Lorsqu'une loi de probabilité est définie pour une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le compose.
Si $A = \{w_1, w_{..}, w_p\}$
Alors $p(A) = p\{w_1\} + p\{w_2\} + ... + p\{w_p\}$

Exemple

On considère le dé truqué précédent.
On considère l'événement A :"Le nombre est un entier pair"
Calculer ma probabilité de A.

Équiprobabilité

Définition

On parle de situation d'équiprobabilité lorsque toutes les issues ont la même probabilité

Propriété

On a alors $p\{w_1\} = p\{w_2\} = ... = p\{w_n\} = \frac{1}{n}$, où n est le nombre d'issues dans l'univers

Exemple

- On considère un dé non truqué.
  Compléter le tableau.

issue w_i	1	2	3	4	5	6
$p\{w_i\}$						

Propriété

Soit A un événement de l'expérience aléatoire. Lorsque l'on a une situation d'équiprobabilité, $P(A) = \dfrac{nb\ \ de\ \ cas\ \ favorables\ \ à\ \ A}{nb\ \ d'issues\ \ dans\ \ l'univers}$

Exemple

On considère un dé non truqué.
Soit A l'événement : "Le nombre est pair"
Soit B l'événement : "Le nombre strictement supérieur à 4"
Calculer $p(A)$ et $p(B)$

Retour sur l'événement contraire :

Propriété

Si $\bar{B}$ est l'événement contraire à B, alors :
$p(B) + p(\bar{B}) = 1$.

2.1.4 probabilité d'une réunion de deux événements

Propriété

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$