# 3.2 Opérations sur les vecteurs

Maths 2nde 7 - JB Duthoit

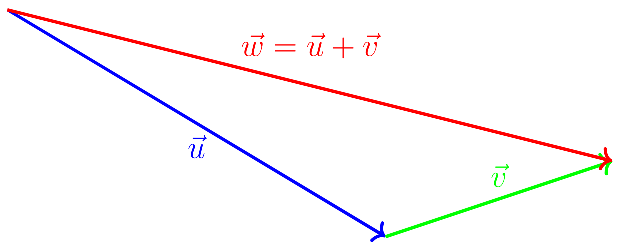
## 3.2.1 Somme de deux vecteurs

**Définition**

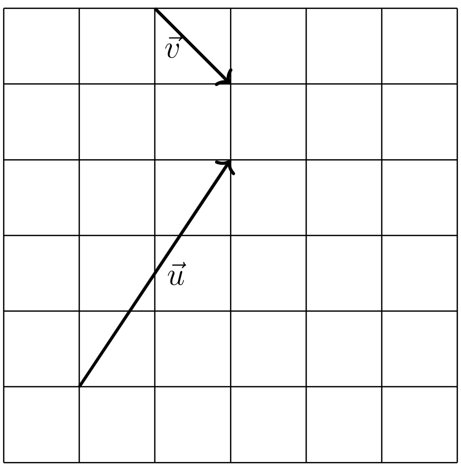
### Définition

La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{w}$ qui résulte de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ puis de vecteur $\vec{v}$.

On écrit : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

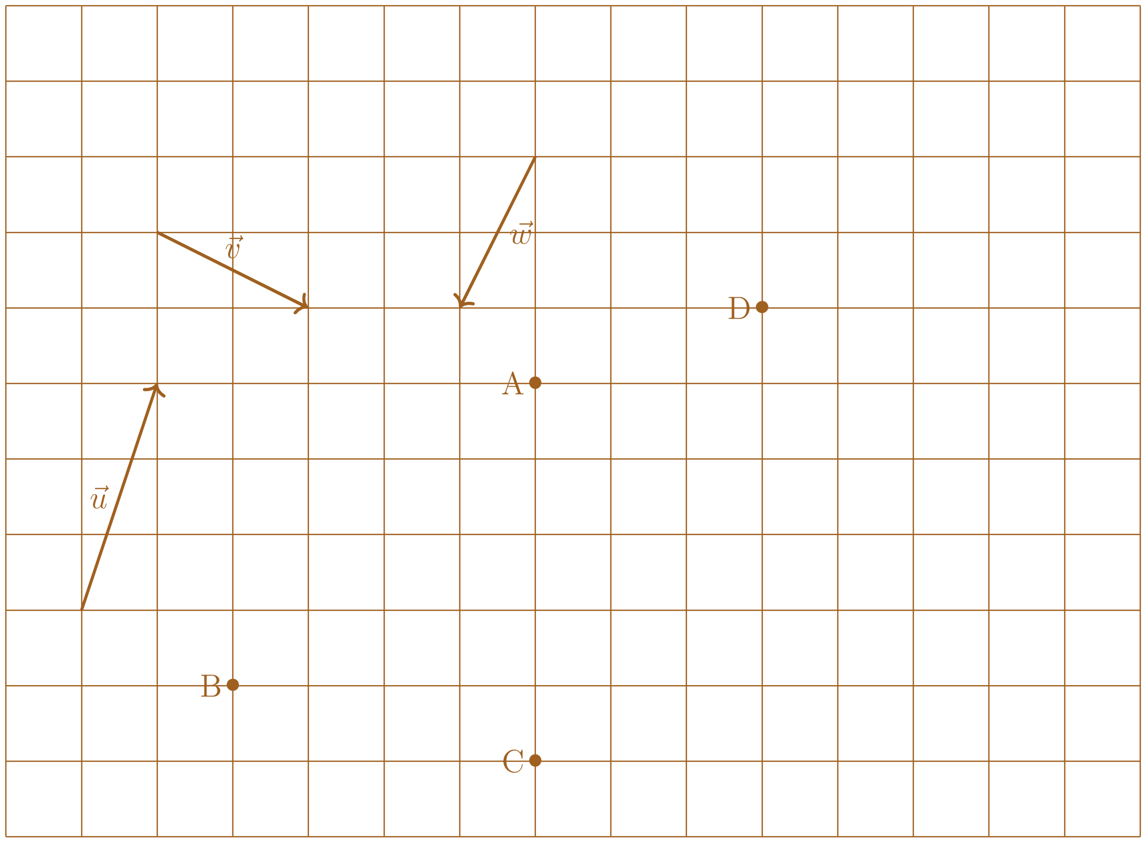



### Exemple



## Savoir-Faire 3.21

Savoir représenter la somme de deux vecteurs




1. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
2. Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \vec{u} + \vec{v}$
3. Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \vec{u} + \vec{w}$
4. Placer le point H tel que $\overrightarrow{CH} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$
5. Placer le point I tel que $\overrightarrow{DI} = \vec{v} + \vec{w}$

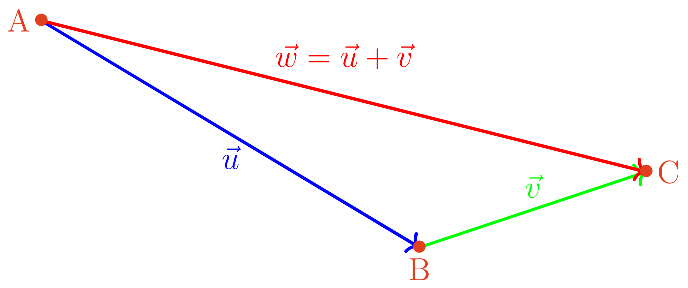
**Relation de Chasles**

## Propriété (admise)

Relation de Chasles

Pour tous points A,B et C du plan, on a :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$




## Savoir-Faire 3.22

Savoir Utiliser la relation de Chasles

1. Compléter :

   a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{\quad\quad}$

   b) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{\quad G} = \overrightarrow{\quad\quad}$

   c) $\overrightarrow{FR} + \overrightarrow{\quad\quad} = \overrightarrow{FB}$

   d) $\overrightarrow{\quad R} + \overrightarrow{\quad T} = \overrightarrow{B\quad}$

   e) $\overrightarrow{RO} + \overrightarrow{\quad I} = \overrightarrow{RI}$

   f) $\overrightarrow{K\quad} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{KM}$

2. Simplifier :

   a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

   b) $\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{BA}$

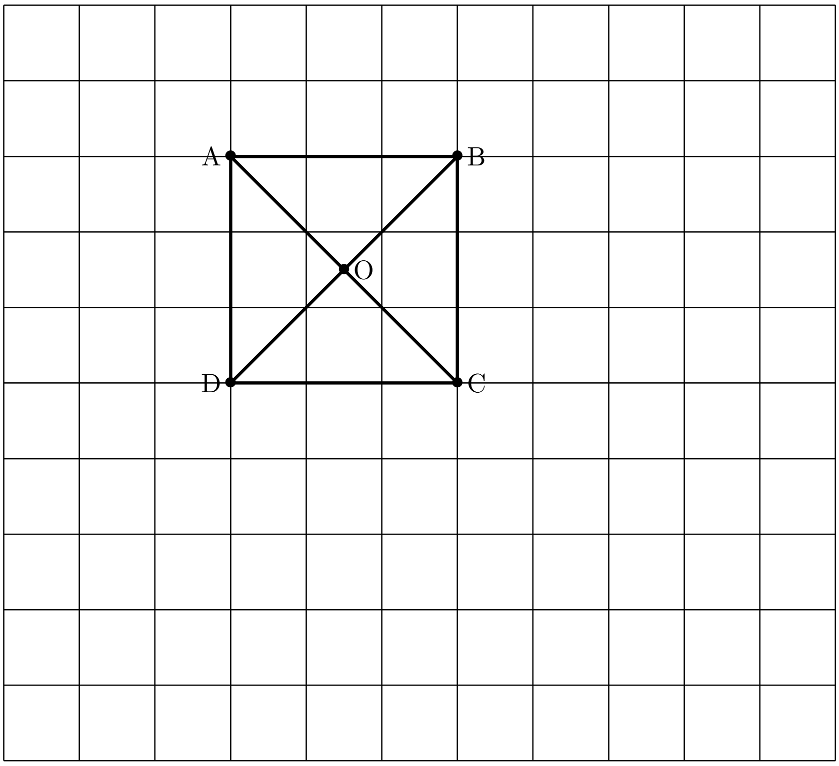
   c) $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{GD}$

   d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

   e) $\overrightarrow{RG} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{GH}$

**Exercice 3.10**

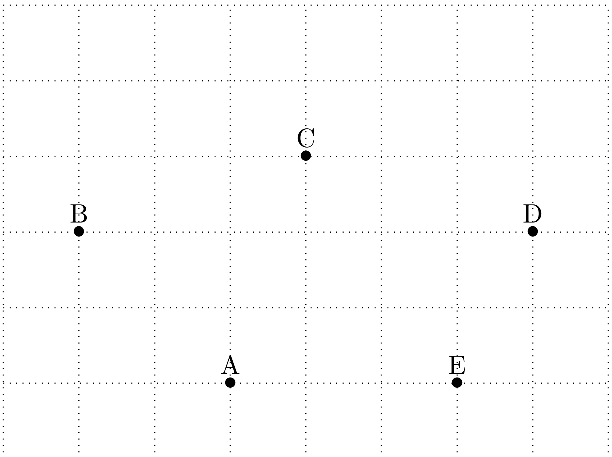
Soient $ABCD$ un carré de centre $O$.




Placer les points

1. $E$ tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$
2. $F$ tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$
3. $G$ tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$
4. $H$ tel que $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{HB}$
5. $I$ tel que $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{AD}$
6. $J$ tel que $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{OB}$
7. $K$ tel que $\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{AD}$

**Exercice 3.11**
Reproduire la figure ci-dessous :




1. Construire un représentant du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{ED}$, puis un représenant du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EB}$. (utilser des couleurs). Que constate-t-on ?

2. Le démontrer à l'aide de la relation de Chasles.

**Exercice 3.12**
Soit $ABCD$ un parallélogramme. Montrer que :

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$
3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$
4. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

**Exercice 3.13**
Soit $RST$ un triangle.

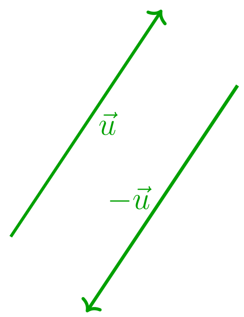
1. Construire le point P tel que $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$
2. Montrer que $\overrightarrow{TP} = \overrightarrow{RS}$. Penser à la relation de Chasles !

### 3.2.2 Opposé d'un vecteur

**Définition**

L'opposé d'un vecteur $\vec{u}$ du plan est le vecteur noté -$\vec{u}$ , qui a :

- même direction que $\vec{u}$ .
- même norme que $\vec{u}$ .
- le sens opposé à celui de $\vec{u}$ .

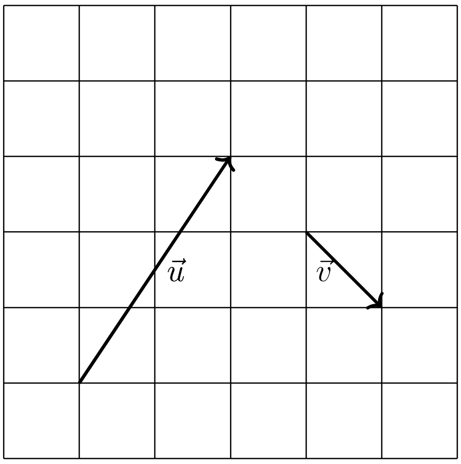



#### Soustraction de deux vecteurs

**Définition**

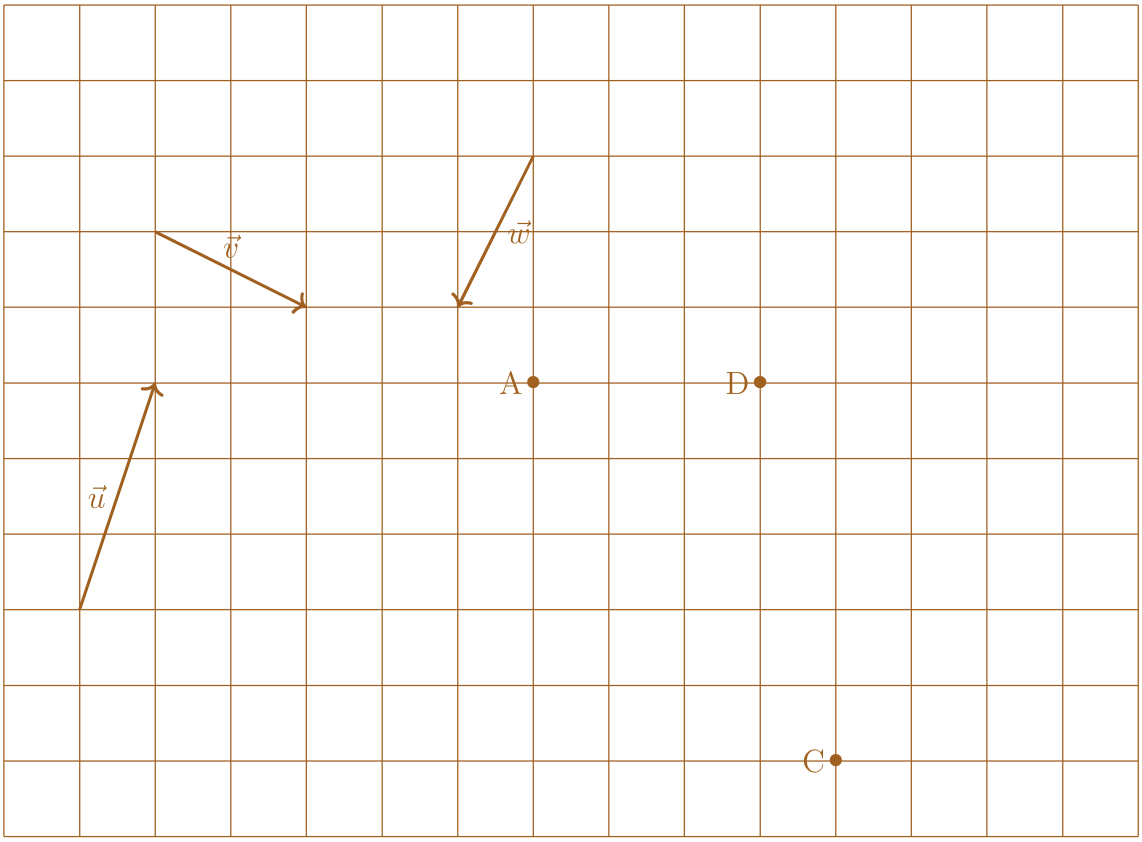
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan. On définit la soustraction de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ , notée $\vec{u}$ -$\vec{v}$ , le vecteur $\vec{w}$ défini par $\vec{w} = \vec{u} +$ (-$\vec{v}$ ).

**Exemple**




## Savoir-Faire 3.23

Savoir représenter la différence de deux vecteurs




1. Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \vec{v} - \vec{w}$
2. Placer le point H tel que $\overrightarrow{DH} = \vec{u} - \vec{v}$
3. Placer le point I tel que $\overrightarrow{CI} = \vec{u} - \vec{w}$

### 3.2.3 Produit d'un vecteur par un nombre

## Définition

Soient $\vec{u}$ un vecteur du plan et $k$ un réel.

Si $k = 0$ ou si $\vec{u} = \vec{0}$, alors $k \times \vec{u} = \vec{0}$

Sinon :

- Direction : $\vec{u}$ et $k \times \vec{u}$ ont la même direction.
- Sens :
  - si $k > 0$ alors $\vec{u}$ et $k \times \vec{u}$ ont le même sens
  - si $k < 0$, alors $\vec{u}$ et $k \times \vec{u}$ ont des sens contraires
- Longueur : La longueur du vecteur $k \times \vec{u}$ est égale à la longueur du vecteur $\vec{u}$ multipliée par $|k|$.

## Propriété (admise)

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ , pour tous réels $k$ et $k'$,on a :

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $k(\vec{u} - \vec{v}) = k\vec{u} - k\vec{v}$
- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$

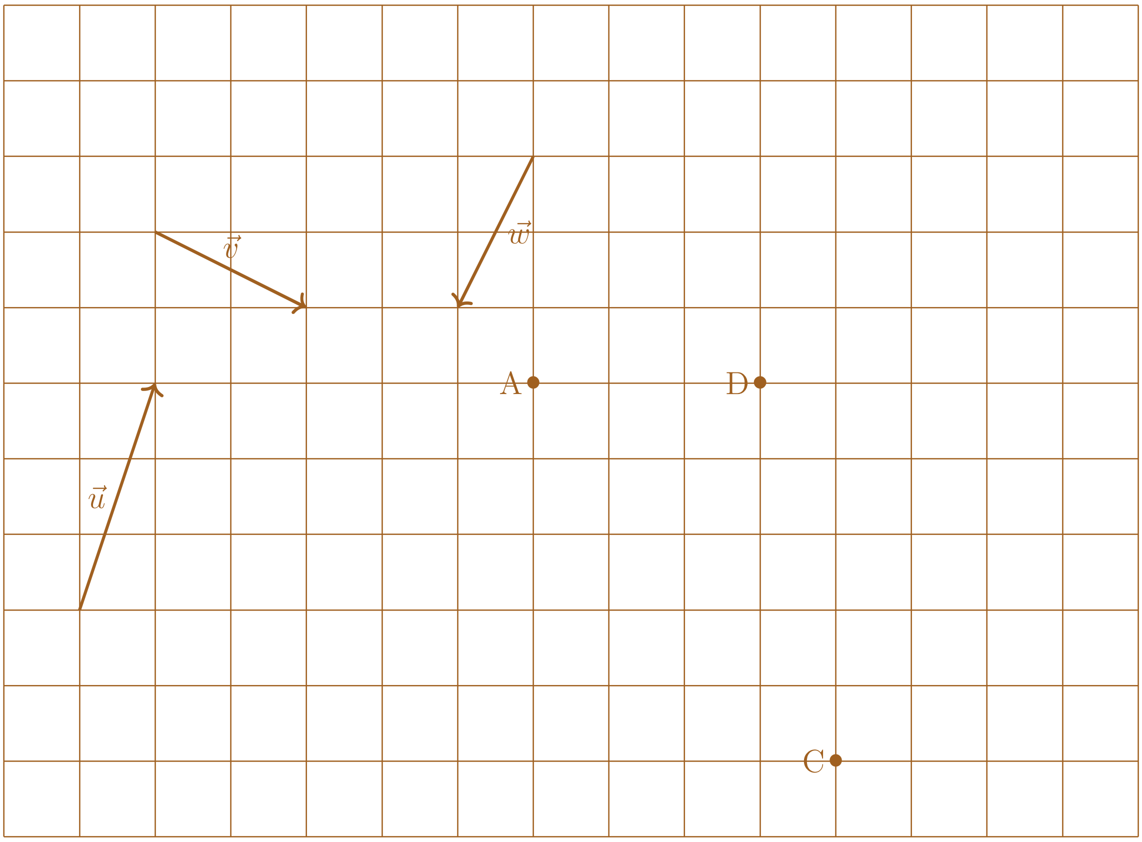
## Exemple

Simplifier les expressions suivantes :

- $5\vec{u} + 3\vec{u} =$
- $5\vec{u} - 3\vec{u} =$
- $5\vec{u} + 5\vec{v} =$
- $5 \times (3\vec{v}) =$

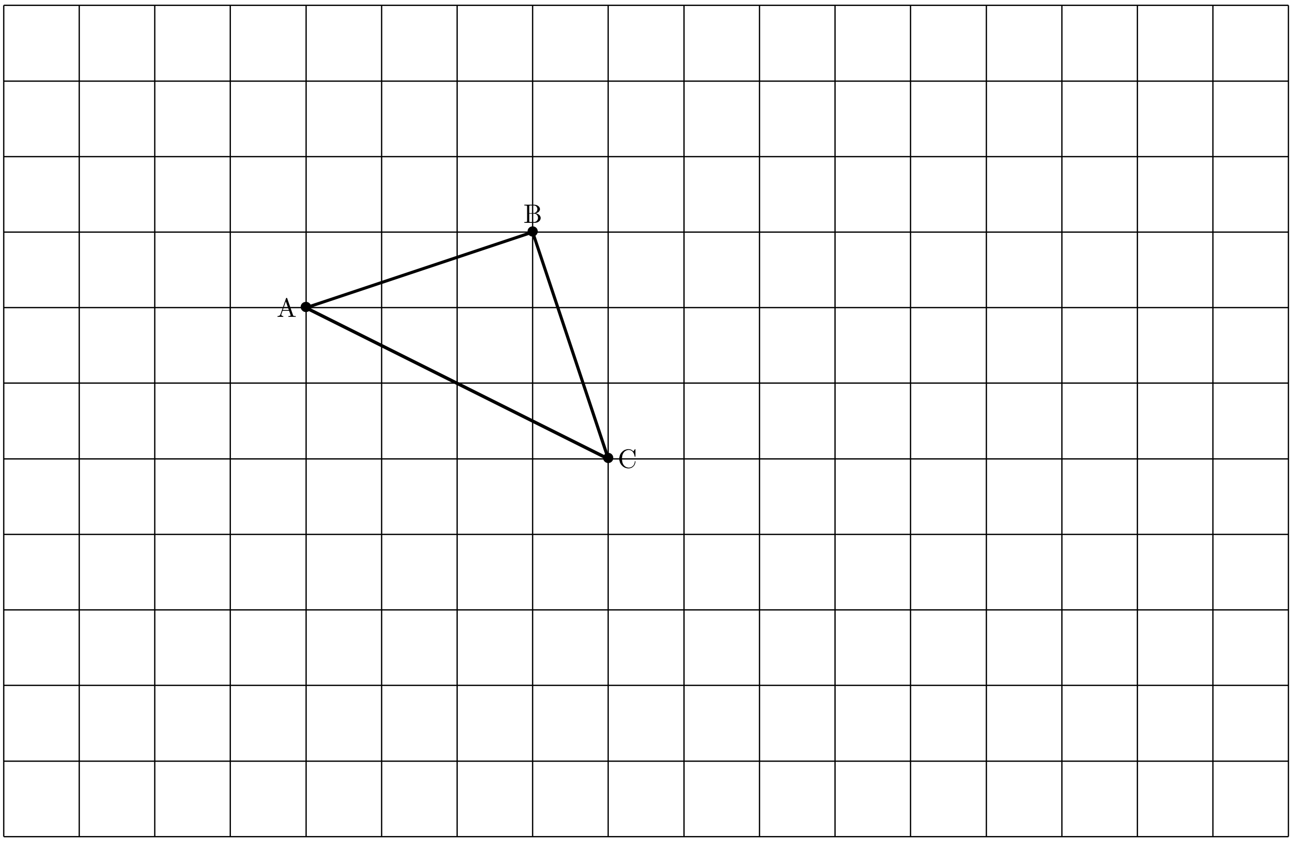
## Savoir-Faire 3.24

Savoir placer un point défini par des égalités vectorielles




1. Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = -2\vec{u} - 2\vec{v} - 2\vec{w}$
2. Placer le point H tel que $\overrightarrow{DH} = 2\vec{w} + \vec{v}$
3. Placer le point I tel que $\overrightarrow{CI} = 3\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}$

**Exercice 3.14**




1. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$
2. Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$
3. Placer le point F tel que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$

## Savoir-Faire 3.25

Savoir utiliser les règles de calcul sur les vecteurs afin d'exprimer un vecteur en fonction d'un autre

1. Placer trois points A, B et C tels que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$
2. Exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Vérifier la cohérence du résultat obtenu sur la figure.

**Exercice 3.15**

Soit $ABC$ un triangle.
Construire les points $I$, $J$ et $K$ tels que :

1. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2. $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$
3. $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$