9.1 Cercle trigonométrique et radians

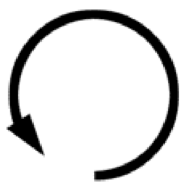
Spé Maths 1ère - JB Duthoit

9.1.1 Cercle trigonométrique

Plan orienté

Définition

Le plan est dit **orienté** lorsque l'on choisit un sens positif de rotation. Par convention, dans le plan, on choisit comme sens positif LE SENS INVERSE DES AIGUILLES D'UNE MONTRE !
☛ Ce sens est appelé **sens trigonométrique**.

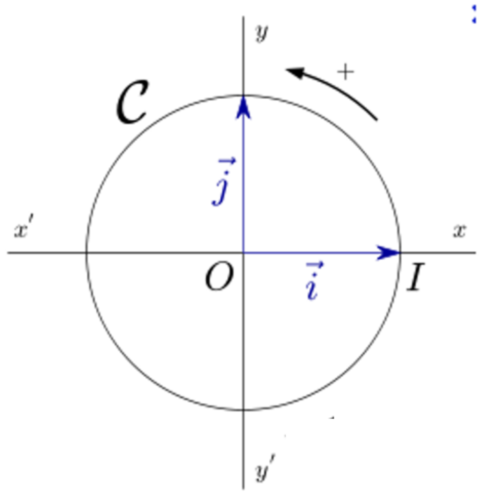


Le sens trigonométrique

Cercle trigonométrique

Définition

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et orienté, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1.

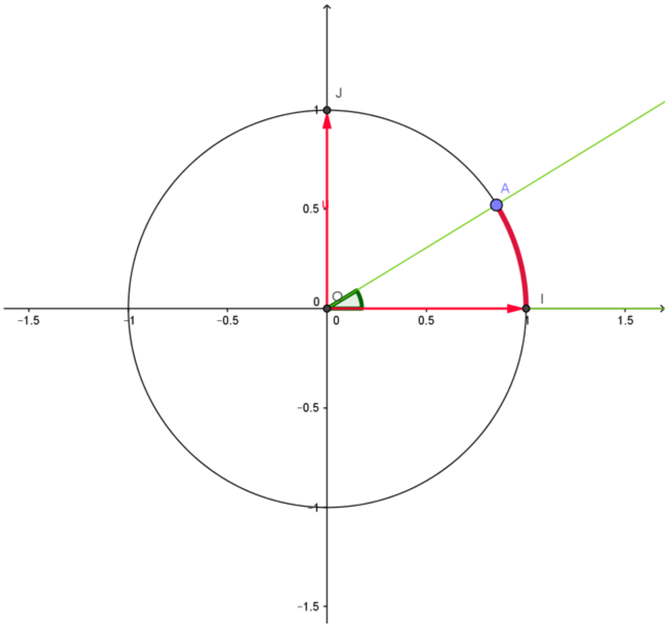


Cercle trigonométrique

9.1.2 Le radian

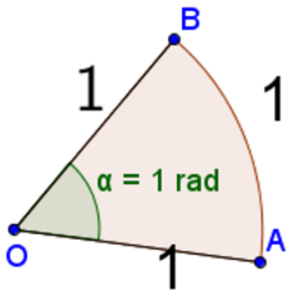
Définition

La mesure en **radian** (rad) d'un angle est égale à la longueur de l'arc du cercle trigonométrique qu'il intercepte.



Le radian

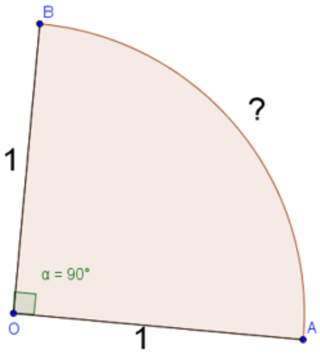
En particulier :



1 radian

Approche

Calculer $\overset{\frown}{AB}$:



Propriété

On a la conversion suivante : une angle de $\frac{\pi}{2}$ radian correspond à un angle de 90°.

Exercice 9.38

Compléter le tableau suivant :

Radians	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	1	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{180}$
degrés	o	90							

Tableau de conversion

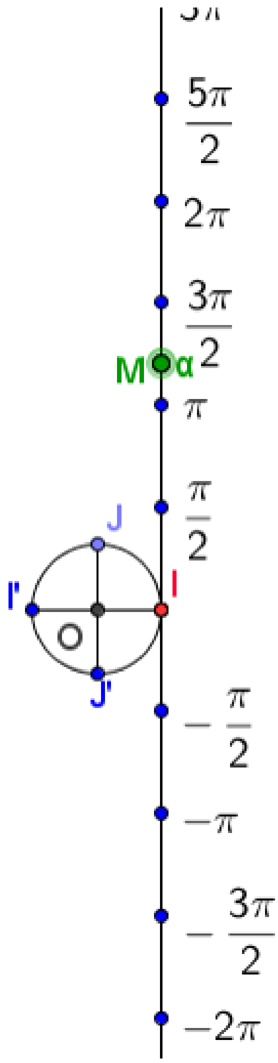
Savoir-Faire 9.49

Savoir convertir des degrés en radians et inversement

- Soit α un angle qui mesure 15°. Calculer la mesure de cet angle en radians.
- Soit α un angle qui mesure $\frac{5\pi}{6}$. Calculer la mesure de cet angle en degrés.

9.2 Repérage sur le cercle trigonométrique

9.2.1 Enroulement de la droite des réels sur le cercle



Enroulement de la droite des réels

Propriété

Chaque réel de la droite vient s'appliquer sur un point M unique du cercle C.

Propriété

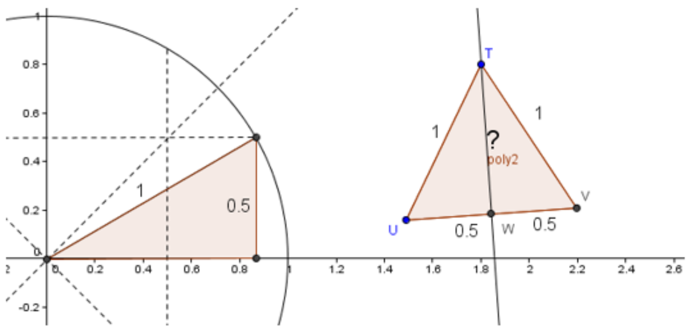
Propriété réciproque :
Si un réel a de la droite d se retrouve en M sur le cercle trigonométrique après enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique, alors les réels ...$a-4\pi, a-2\pi, a, a+2\pi, a+4\pi, a+6\pi$... se retrouvent aussi en M après l'enroulement.

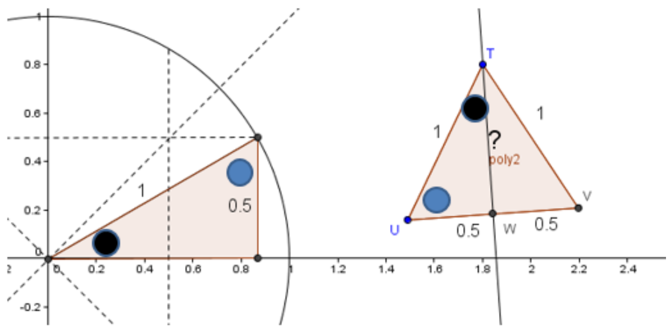
Propriété

Parmi tous ces réels qui se trouvent en M après enroulement, un seul appartient à l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

Approche

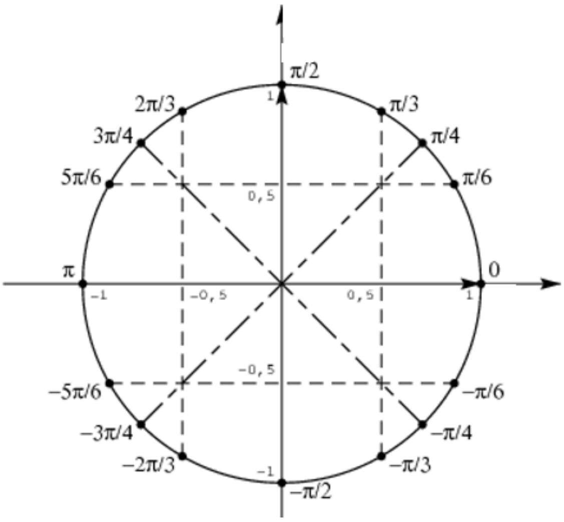
l'objectif est de placer $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.
Considérons un triangle TUV équilatéral de coté 1, et soit W milieu de $[UV]$.
Calculer TW et l'angle $\widehat{TUV}$.
On en déduit donc une manière de construire $\frac{\pi}{6}$ à la règle est au compas :





On procède de la même façon pour les angles $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{3}$.

9.2.2 Enroulement des nombres réels remarquables



Nombres remarquables à connaître par ❤

Savoir-Faire 9.50

Savoir placer un point sur le cercle trigonométrique

On considère le cercle trigonométrique C.

Placer sur ce cercle les points A,B,C,D images, par enroulement de la droite des réels, des réels suivants :

1. $\frac{9\pi}{4}$
2. $\frac{-13\pi}{6}$
3. $\frac{-135\pi}{4}$
4. $\frac{561\pi}{2}$
5. $\frac{562\pi}{3}$

Exercice 9.39

Placer les réels suivant sur le cercle trigonométrique :

1. 521π
2. $\dfrac{131\pi}{2}$
3. $\dfrac{-314\pi}{3}$
4. $\dfrac{-1111\pi}{6}$
5. $\dfrac{41\pi}{4}$