

4.1

Diviseurs et multiples

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

4.1.1 Définitions

Définition

Soit a et b deux entiers.

a est **multiple** de b si et seulement si il existe un entier k tel que $a = k \times b$.

Définition

Soit a et b deux entiers avec b non nul.

b est **diviseur** de a si et seulement si il existe un entier k tel que $a = k \times b$.

Exemples

1)

2)

3)

4)

Exercice 4.38

On considère les nombres suivants :

- | | | |
|-------|------|------|
| • 10 | • 28 | • 72 |
| • 85 | • 34 | |
| • 510 | • 60 | • 97 |

Parmi les nombres précédents, lesquels sont :

1. multiples de 5
2. multiples de 3
3. multiples de 2

☞ Justifier quand le nombre est bien un multiple.

Exercice 4.39

On considère le nombre $a = 35$ et $b = 25$.

1. Donner un multiple de a , puis un multiple de b .
2. Est-il possible de trouver un multiple de a qui soit aussi un multiple de b ?
3. Parmi tous les nombres strictement positifs qui sont multiples simultanément de a et de b , quel est le plus petit ?

Exercice 4.40

Une crèche dispose de 60 dalles carrées en mousse. Elle souhaite les placer de manière à former un rectangle.

1. Quelles sont les dimensions possibles pour ce rectangle ?
2. Quel est celui qui a le plus grand périmètre ?

Exercice 4.41

Lors d'un tournoi de pétanque, il y a 80 hommes et 60 femmes inscrits.

L'organisation du tournoi veut constituer un maximum d'équipes mixtes contenant toutes le même nombre d'hommes et le même nombre de femmes.

Combien d'équipes peuvent être constituées ?

♥ Défi !

Dans ce cadre, on compte exactement :

- multiple(s) de 2
- multiple(s) de 3
- multiple(s) de 4
- multiple(s) de 5

Algorithme 4.3

⚠ En python le `a% b` permet de donner le reste de la division euclidienne de `a` par `b`. Ainsi, si le reste est égal à zéro cela signifie que `a` est un multiple de `b`.

Taper `6%3` sur votre console est vérifier que le résultat montre bien que 6 est un multiple de 3. Faire de même avec `7%3`.

Écrire une fonction python `multiple(a,b)` avec :

- `a` et `b` deux entiers
- la fonction renvoie `True` si `a` est un multiple de `b`, et renvoie `False` sinon.

4.1.2 Algorithme qui affiche les diviseurs ou les multiples d'un entier

Algorithme 4.4

LISTE DES PREMIERS MULTIPLES POSITIFS D'UN ENTIER

Créer une fonction `liste_20_premiers_multiples(n)` qui :

- Prend en argument un entier `n`
- Affiche la liste des 20 premiers multiples positifs de `n`.

```
>>> liste_20_premiers_multiples(8)
```

```
0 8 16 24 32 40 48 56 64 72 80 88 96 104 112 120 128 136 144 152
```

Algorithme 4.5

On souhaite créer une fonction qui donne tous les diviseurs d'un entiers.

- Dans le langage Python, on a la commande `a // b` qui donne le quotient de a par b , et la commande `a % b` qui donne le reste de a par b .
Calculer à la main et vérifier avec la console Python :
 - Le quotient dans la division euclidienne de 20 par 3
 - Le quotient dans la division euclidienne de 120 par 6
 - Le reste dans la division euclidienne de 120 par 5
 - Le reste dans la division euclidienne de 127 par 3
- Créer une fonction `liste_diviseur(a)` qui prend en paramètre un entier a non nul et qui affiche les diviseurs positifs de a .

4.1.3 Montrer qu'un entier est multiple ou diviseur

Savoir-Faire 4.27

SAVOIR MONTRER QU'UN NOMBRE DÉPENDANT DE n EST UN MULTIPLE
Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est un multiples de 3.

Exercice 4.42

Soit $a = 10k$ et $b = 6k$ où $k \in \mathbb{N}$.

- Montrer que a est divisible par 2 et par 5.
- Montrer que b est un multiple de 3
- Est-ce que 8 divise $a + b$?

Remarque

On rappelle :

- Un entier pair est un entier qui peut s'écrire sous la forme $2k$, avec $k \in \mathbb{N}$
- Un entier impair est un entier qui peut s'écrire sous la forme $2k + 1$, avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice 4.43

Montrer que la somme de deux entiers consécutifs est un entier impair.

Exercice 4.44

Montrer que la somme de deux entiers pairs est un entier pair.

Exercice 4.45

Montrer que la somme de deux entiers impairs est un entier pair.

Exercice 4.46

Montrer que si n est pair, alors l'entier $a = n^2(n + 20)$ est un multiple de 8.