1.4 La racine carrée

Maths 2nde 7 - JB Duthoit

1.4.1 Définition

Définition

Soit a un réel positif. La **racine carrée** de a est le réel positif dont le carré est égal à a.

Remarque

Pour tout $a \geq 0$, on a donc $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Exemples

- $\sqrt{4} =$
- $\sqrt{100} =$
- $\sqrt{36} =$
- $\sqrt{1.44} =$
- $\sqrt{0.01} =$
- $\left(\sqrt{5}\right)^2 =$
- $\sqrt{5^2} =$

1.4.2 Propriétés

Propriété

Soient a et b deux réels positifs. On a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exemples

- $\sqrt{18} =$
- $\sqrt{7 \times 5} =$

Démonstration 1- -

Démonter que pour tous a et b réels positifs, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Propriété (admise)

Soient a et b deux réels positifs, avec b non nul.

On a : $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemples

- $\sqrt{\frac{16}{9}} =$
- $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} =$

⚠ En général : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exemple

- $\sqrt{9+16} =$
- $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$

Propriété

Soient a et b deux réels strictement positifs. Alors on a $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Démonstration 2- -

Démonter que pour tous a et b réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Savoir-Faire 1.5

Savoir additionner, lorsque cela est possible, des racines carrées

1. $\sqrt{18} + \sqrt{8} =$
2. $2\sqrt{72} - 3\sqrt{32} =$

Exercice 1.16

Écrire les expressions suivantes sous la forme de $a\sqrt{b}$, avec a et b deux entiers, et avec b le plus petit possible :

1. $\sqrt{48}$
2. $\sqrt{75}$
3. $\sqrt{605}$
4. $\sqrt{288}$
5. $\sqrt{1000}$
6. $\sqrt{12}$
7. $\sqrt{72}$
8. $\sqrt{162}$
9. $\sqrt{18}$
10. $\sqrt{27}$

Exercice 1.17

Simplifier les expressions suivantes :

1. $18 \times \sqrt{\frac{64}{81}}$
2. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$
3. $\sqrt{16 \times 10^4}$
4. $\sqrt{12^4}$

Exercice 1.18

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1. $A = 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75}$
2. $B = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$
3. $C = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$
4. $D = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}$

Exercice 1.19

Simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1. $A = (\sqrt{5} - 5)^2$
2. $B = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
3. $C = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
4. $D = (\sqrt{5} + 1)^2$
5. $E = \left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2$
6. $F = (1 - \sqrt{2})^2$
7. $G = (\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})$
8. $H = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$
9. $I = (7\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$
10. $J = (3\sqrt{5} - 1)(3\sqrt{5} + 1)$
11. $K = (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$
12. $L = (\sqrt{2} - 1)^2$
13. $M = (\sqrt{7} - \sqrt{6})^2$

Exercice 1.20

Le nombre $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé "nombre d'or".

1. Calculer Φ^2 et simplifier le résultat obtenu.
2. Calculer $1 + \Phi$
3. Calculer $\dfrac{1}{\Phi}$ et simplifier le résultat obtenu en multipliant le numérateur et le dénominateur par $1 - \sqrt{5}$
4. Que constate t-on ?