



## 1.1

### Les ensembles de nombres

MATHS 2NDE 7 - JB DUTHOIT

#### Histoire

Au fil de l'histoire, les mathématiciens ont progressivement pris conscience qu'il existait une infinité de nombres, de natures très variées. Ils se sont aperçus qu'il était possible de « ranger » en grandes familles les nombres ayant des propriétés identiques.

Cette typologie fut l'œuvre de trois mathématiciens de la deuxième moitié du XIXe siècle et du début du XXe siècle : l'Allemand Richard Dedekind (1831-1916), le Russe Georg Cantor (1845-1918) et l'Italien Giuseppe Peano (1858-1932).

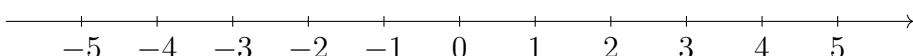
#### 1.1.1 L'ensemble des réels

##### Définition

L'ensemble de tous les nombres connus en seconde s'appelle l' **ensemble des réels**. Il est noté  $\mathbb{R}$ .

##### Remarque

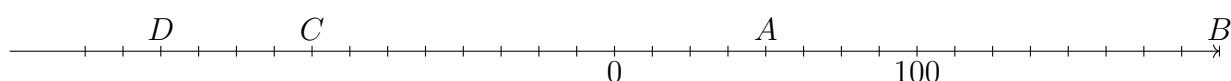
On peut représenter chaque nombre réel par un point d'une droite graduée. Et inversement : Chaque point de la droite graduée correspond à un réel et un seul.



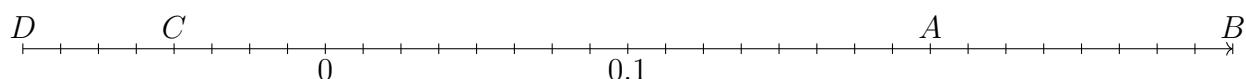
#### Exercice 1.1

Déterminer dans chacun des cas l'abscisse des points :

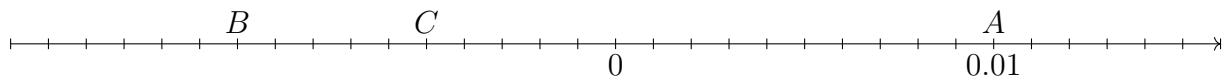
1.



2.



3.



### 1.1.2 Les autres ensembles de nombres

#### Définition

Il existe des réels particuliers :

- L'ensemble des **entiers naturels** , noté  $\mathbb{N}$  :  
0; 1; 2; 3; 4; ....
- L'ensemble des **entiers relatifs** , noté  $\mathbb{Z}$  :  
... - 3; - 2; - 1; 0; 1; 2; 3; ...
- L'ensemble des  **nombres décimaux** , noté  $\mathbb{D}$  : Un décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient d'entiers dont le dénominateur est une puissance de 10.
- L'ensemble des  **nombres rationnels** , noté  $\mathbb{Q}$  : Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient d'entiers.

#### Exemple

- 1.25 est un décimal car il peut s'écrire sous la forme  $\frac{125}{100}$ . 1.25 est donc aussi un nombre rationnel. On note  $1.25 \in \mathbb{D}$  et  $1.25 \in \mathbb{Q}$ .
- $\frac{2}{3}$  est un nombre rationnel (sans être un décimal). On note  $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ .
- -5 est un entier relatif. C'est aussi un décimal car  $-5 = \frac{-50}{10}$  , et c'est également un nombre rationnel. On note  $-5 \in \mathbb{Z}$ ,  $-5 \in \mathbb{D}$  ,  $-5 \in \mathbb{Q}$  et bien évidemment  $-5 \in \mathbb{R}$ .

#### ↗ Démonstration 1.1

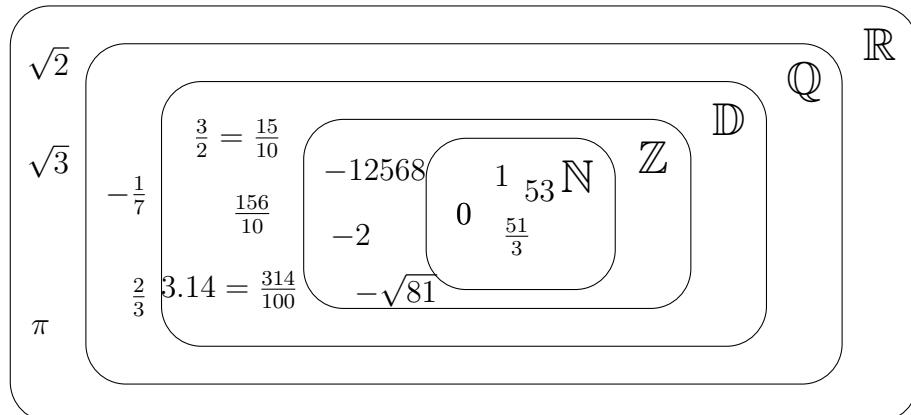
↗ Montrons que  $\frac{1}{3}$  n'est pas un nombre décimal.

### 1.1.3 Propriétés

#### Propriété (admise)

| On a :  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

## Exemple



### Savoir-Faire 1.1

SAVOIR DÉTERMINER À QUEL(S) ENSEMBLE(S) APPARTIENT UN NOMBRE

Indiquer par une croix à quel **plus petit ensemble** de nombres appartiennent les nombres suivants (Attention, deux colonnes) :

Dans le tableau apparaissent les nombres  $a$  et  $b$  qui sont définis de la façon suivante :

$\bowtie$   $a$  est l'inverse de 5

$\bowtie$   $b$  est la somme de 7 et de l'opposé de 8.

$\star$  Si ce n'est pas évident, il faut **expliquer** !

	N	Z	D	Q	R		N	Z	D	Q	R
-3						$\pi$					
$-\sqrt{144}$						$\sqrt{7}$					
$\frac{12}{3}$						0					
$-\frac{2}{3}$						$\frac{77}{25}$					
$-\frac{56874}{3}$						$\frac{4}{7}$					
$a$						$b$					

### Exercice 1.2

SAVOIR DÉTERMINER À QUEL(S) ENSEMBLE(S) APPARTIENT UN NOMBRE

Indiquer par une croix à quel(s) ensemble(s) appartiennent les nombres suivants (Attention, deux colonnes) :

	N	Z	D	Q	R		N	Z	D	Q	R
-5.55						3.1415					
$-\sqrt{81}$						$\sqrt{2}$					
$-\frac{12}{6}$						0					
$-\frac{7}{6}$						$\frac{13}{8}$					
$\frac{561}{3}$						$\frac{4}{2}$					
$a$						$b$					

### Exercice 1.3

Dans chacun des cas suivants, dire si le nombre rationnel est un nombre décimal. S'il est décimal, mettez-le sous la forme d'un quotient d'entiers dont le dénominateur est une puissance de 10.

1.  $\frac{59}{9}$   
 2.  $\frac{59}{50}$

3.  $\frac{123}{7}$   
 4.  $\frac{479}{11}$

5.  $\frac{45}{13}$

### Exercice 1.4

On considère les nombres suivants :

1.  $\frac{4}{3}$   
 2.  $\frac{8}{5}$

3.  $\frac{37}{7}$   
 4.  $\frac{48}{9}$

5.  $\frac{123}{11}$

Pour chacun des nombres rationnels suivants,

1. Dire si c'est un nombre décimal ou non
2. L'écrire comme la somme d'un entier et d'une fraction comprise entre 0 et 1.
3. L'encadrer ensuite ce nombre par deux entiers consécutifs.

### Exercice 1.5

Soit  $A$  le nombre suivant :

$$A = 0.123612361236123612\dots$$

1. Quelle semble être la période de  $A$  ?
2. Donner l'écriture décimale de  $10000A$ .
3. En déduire l'écriture décimale de  $10000A - A$
4. En déduire l'écriture fractionnaire de  $A$ .

## Algorithme 1.1

  $\sqrt{2}$  est irrationnel, on ne peut donc pas l'écrire sous la forme d'une fraction. On cherche donc à déterminer une valeur approchée à l'aide de l'informatique.

Question préliminaire : Donner deux entiers consécutifs  $a$  et  $b$  tel que  $a \leq \sqrt{2} \leq b$ . On obtient ainsi un encadrement de  $\sqrt{2}$  à l'unité près.

Déterminer par balayage un encadrement de  $\sqrt{2}$  d'amplitude inférieure ou égale à  $10^{-n}$ .



## Savoir-Faire 1.2

SAVOIR EFFECTUER DES CALCULS AVEC DES FRACTIONS (RAPPELS DE COLLÈGE)

Calculer les nombres suivants en mettant le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$1. \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$2. \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$$

$$3. \begin{array}{r} \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \\ \hline \frac{2}{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{5} - \frac{4}{7} \\ \hline \end{array}$$

$$4. \begin{array}{r} \frac{3}{4} - \frac{5}{3} \\ \hline \frac{4}{3} + \frac{5}{4} \end{array}$$

$$5. 5 - \frac{2}{3} \times \frac{7}{2}$$

$$6. \begin{array}{r} \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \\ \hline \frac{1}{2} \end{array}$$

$$7. \begin{array}{r} \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \\ \hline \frac{5}{4} - \frac{5}{2} \end{array}$$