9.2

# Propriété du produit scalaire

Spé Maths 1ère - JB Duthoit

## 9.2.1 Produit scalaire et orthogonalité

#### Définition 9.21

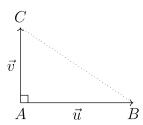
- Dire que deux vecteurs  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  et  $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$  sont orthogonaux signifie que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
- Par convention, le vecteur nul  $\vec{0}$  est orthogonal à tout vecteur.

#### Propriété 9. 25

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ ,  $\vec{u}$  est orthogonal à  $\vec{v}$  équivaut à  $\vec{u}.\vec{v}=0$ 

### ∠Démonstration 9.7

Dans le cas où  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  et  $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$  sont non nuls, montrons que  $\vec{u}$  est orthogonal à  $\vec{v}$  équivaut à  $\vec{u}.\vec{v} = 0$ .



## 9.2.2 règles de calculs

#### Propriété 9. 26

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , pour tout nombre réel  $\lambda$ :

$$1. \ \vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$$

2. 
$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

3. 
$$(\vec{u} + \vec{v}).\vec{w} = \vec{u}.\vec{w} + \vec{v}.\vec{w}$$

4. 
$$\vec{u}.(\lambda \vec{v}) = \lambda \times (\vec{u}.\vec{v})$$

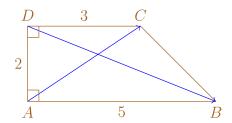
5. 
$$(\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v} = \lambda \times (\vec{u} \cdot \vec{v})$$

# Exemple

$$\vec{u} \cdot (2\vec{v} - 3\vec{w}) =$$

# Savoir-Faire 9.30

SAVOIR UTILISER LA RELATION DE CHASLES POUR CALCULER UN PRODUIT SCALAIRE ABCD est le trapèze rectangle ci-dessous avec AB=5 et AD=2 et CD=3. Calculer  $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}$ 



#### 9.2.3Carré scalaire

#### Définition 9.22

Le carré scalaire d'un vecteur  $\vec{u}$ , noté  $\vec{u}^2$ , est le produit scalaire  $\vec{u}.\vec{u}$ .

#### Conséquence 9.27

- Pour tout vecteur  $\vec{u}$ ,  $\vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$ . Pour tous points A et B,  $\overrightarrow{AB}^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = AB^2$

#### 9.2.4Identités remarquables

### Propriété 9. 28

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :

- $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$   $(\vec{u} \vec{v})^2 = \vec{u}^2 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$   $(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} \vec{v}) = \vec{u}^2 \vec{v}^2$

✓ Démonstration 9.8

→ Démontrer les 3 identités remarquables.

# Savoir-Faire 9.31

SAVOIR DÉMONTRER L'ORTHOGONALITÉ DE DEUX VECTEURS - MÉTHODE 1 ABCD est le rectangle ci-dessous avec  $\overrightarrow{AB}=5$  et  $\overrightarrow{BC}=2$ . E et F sont les points tels que  $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DF}=\frac{4}{5}\overrightarrow{DC}$ . Monter que (AF) et (DE) sont perpendiculaires.

