

7.2

Les arbres binaires

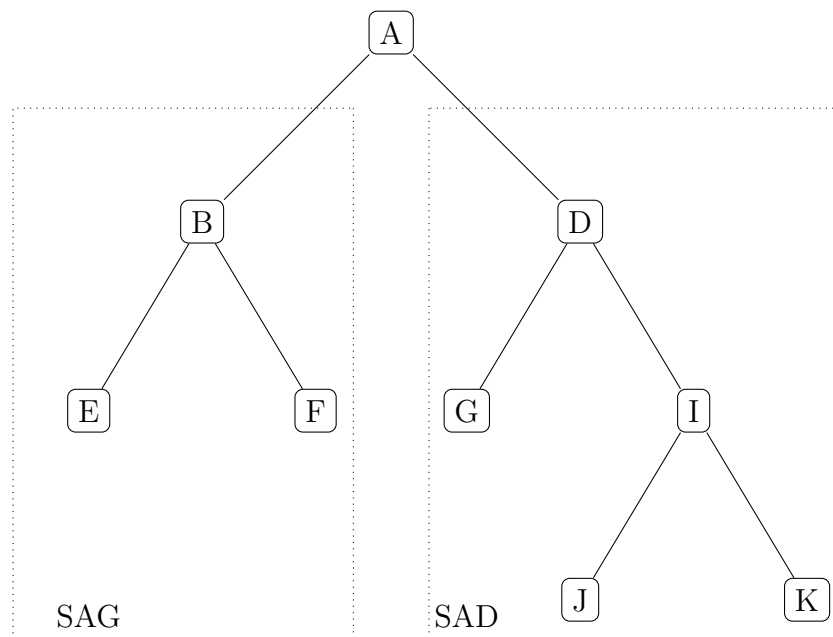
NSI TERMINALE - JB DUTHOIT

7.2.1 Définition

Définition

! Un arbre dont l'arité est 2 est un **arbre binaire**

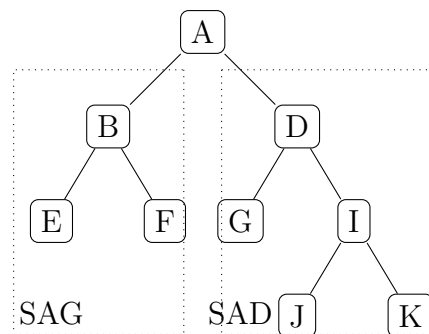
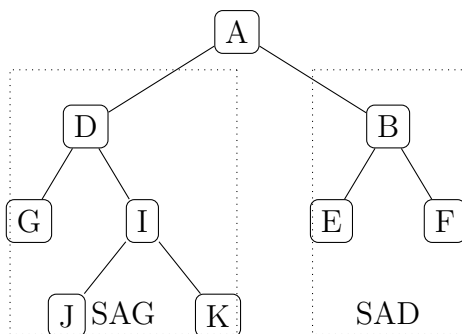
Les arbres binaires sont donc des arbres où chaque nœud peut donner 0, 1 ou 2 enfants.



On distingue généralement à partir du nœud racine 2 sous-arbres disjoints : Le sous-arbre gauche de l'arbre binaire (SAG) et le sous-arbre droit de l'arbre binaire (SAD).

Remarque

⚠ De ce fait, ces deux arbres ne sont pas identiques :



Exercice 7.9

1. Sans indiquer les étiquettes, combien y a-t-il de structures différentes d'arbres binaires avec 2 nœuds? Dessiner toutes les arbres possibles avec 2 nœuds.
2. Dessiner tous les arbres binaires possédant 3 nœuds.

Exercice 7.10

Dessiner tous les arbres binaires possédant 4 nœuds.

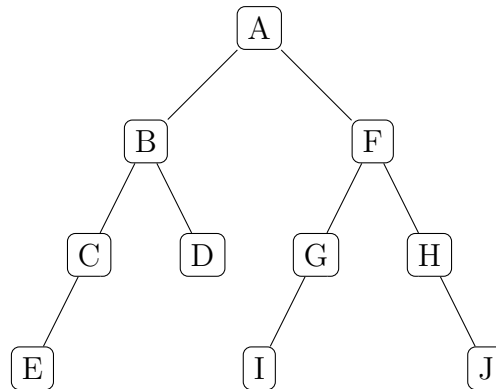
Exercice 7.11

Sachant qu'il y a 1 arbre binaire vide, 1 arbre binaire contenant 1 nœud, 2 arbres binaires contenant 2 nœuds, 5 arbres binaires contenant 3 nœuds et 14 arbres binaires contenant 4 nœuds, calculer le nombre d'arbres binaires contenant 5 nœuds.

⚠ On cherche seulement ici à les dénombrer.***

7.2.2 Notion de clé

À chaque nœud d'un arbre binaire, on associe une clé ("valeur" associée au nœud)



- Si on prend le nœud ayant pour clé A (le nœud racine de l'arbre) on a :
 - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé B, du nœud ayant pour clé C, du nœud ayant pour clé D et du nœud ayant pour clé E
 - le sous-arbre droit est composé du nœud ayant pour clé F, du nœud ayant pour clé G, du nœud ayant pour clé H, du nœud ayant pour clé I et du nœud ayant pour clé J
- si on prend le nœud ayant pour clé B on a :
 - le sous-arbre gauche est composé du nœud ayant pour clé C et du nœud ayant pour clé E
 - le sous-arbre droit est uniquement composé du nœud ayant pour clé D
- si on prend le nœud ayant pour clé G on a :
 - le sous-arbre gauche est uniquement composé du nœud ayant pour clé I
 - le sous-arbre droit est vide (NIL)

Remarque

- ! Un arbre vide est noté NIL

7.2.3 Représentation en Python d'un arbre binaire

Implémentation avec des classes

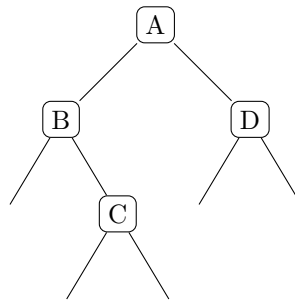
Pour représenter un arbre binaire en Python, on peut utiliser des objets. L'objet de la classe contient trois attributs : un attribut valeur (dans lequel on stocke une valeur quelconque, appelée étiquette), un attribut fils droit et un attribut fils gauche.

● Exercice 7.12

Construire la classe Noeud afin de pouvoir construire en python des arbres binaires. Pour les feuilles, on indiquera None pour le sous arbre droit et le sous arbre gauche.

● Exercice 7.13

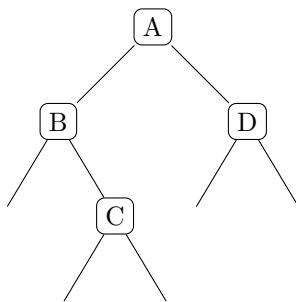
Construire l'arbre binaire suivant :



Représentation

● Exercice 7.14

Réaliser ce type d'affichage d'arbre binaire :



```
>>> represente(a)
```

```

A
- B
--
-- C
----
----
- D
--

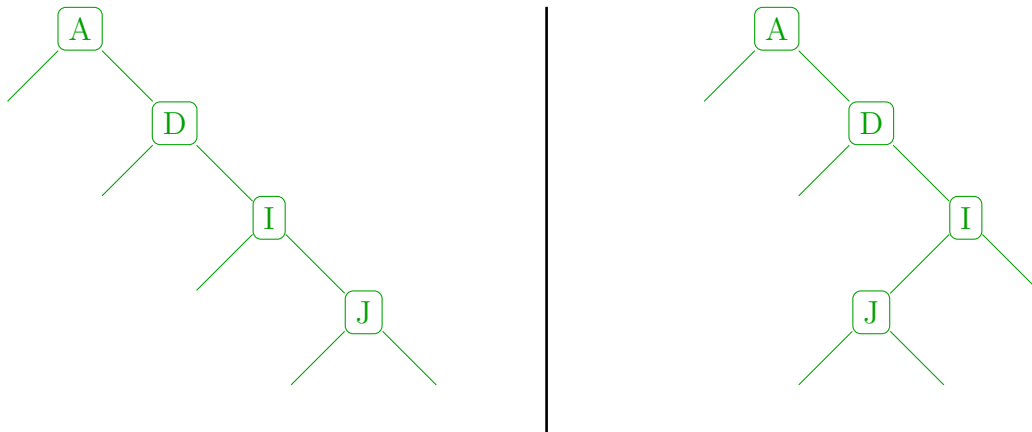
```

7.2.4 Cas particuliers

Arbre dégénéré ou filiforme

Définition

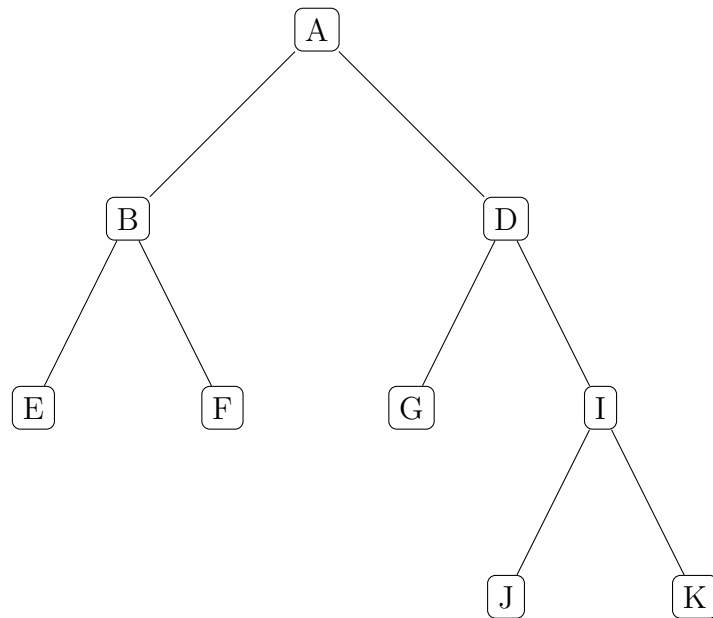
Un **arbre dégénéré** est un arbre dont les nœuds possèdent au plus un enfant.



Arbre localement complet

Définition

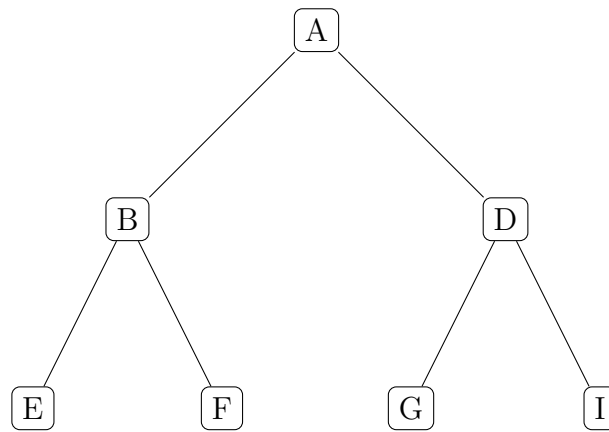
Un **arbre localement complet** est un arbre binaire dont chacun des nœuds possède soit deux enfants, soit aucun.



Arbre complet

Définition

un **arbre complet** est un arbre qui est localement complet et dont toutes les feuilles sont au niveau hiérarchique le plus bas.

**Exercice 7.15**

- Combien de nœuds au minimum comporte un arbre localement complet de hauteur h ?
- Combien de nœuds comporte un arbre complet de hauteur h ?

Très important

Un sous-arbre (droite ou gauche) est un arbre (même s'il contient un seul nœud ou pas de nœud de tout (NIL)).

7.3

Algorithme des arbres binaires

NSI TERMINALE - JB DUTHOIT

Notations pour les algorithmes : Soit T un arbre :

T.racine est le nœud racine de l'arbre T

Soit un nœud x :

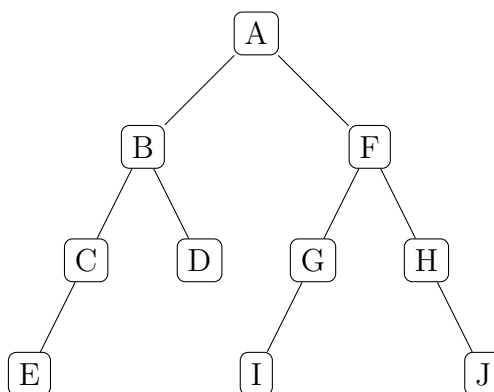
x.gauche correspond au sous-arbre gauche du nœud x

x.droit correspond au sous-arbre droit du nœud x

x.cle correspond à la clé du nœud x

7.3.1 Calcul de la taille d'un arbre

On considère de nouveau cet arbre :



● Exercice 7.16

Créer une fonction récursive python `taille(a)` qui renvoie le nombre de nœuds de l'arbre binaire a .

7.3.2 Calcul de la hauteur d'un arbre

