

## 9.2

## Propriété du produit scalaire

SPÉ MATHS 1ÈRE - JB DUTHOIT

## 9.2.1 règles de calculs

## Propriété 9. 26

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , pour tout nombre réel  $\lambda$  :

1.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
2.  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
3.  $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$
4.  $\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda \times (\vec{u} \cdot \vec{v})$
5.  $(\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v} = \lambda \times (\vec{u} \cdot \vec{v})$

## Exemple

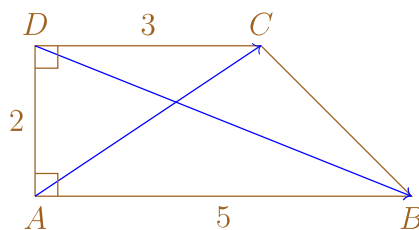
$$\vec{u} \cdot (2\vec{v} - 3\vec{w}) =$$



## Savoir-Faire 9.30

SAVOIR UTILISER LA RELATION DE CHASLES POUR CALCULER UN PRODUIT SCALAIRE  
ABCD est le trapèze rectangle ci-dessous avec AB=5 et AD=2 et CD=3.

Calculer  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$



## 9.2.2 Carré scalaire

## Définition 9.22

| Le *carré scalaire d'un vecteur*  $\vec{u}$ , noté  $\vec{u}^2$ , est le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{u}$ .

## Conséquence 9.27

- Pour tout vecteur  $\vec{u}$ ,  $\vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$ .
- Pour tous points A et B,  $\overrightarrow{AB}^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = AB^2$

### 9.2.3 Identités remarquables

#### Propriété 9. 28

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  :

- $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
- $(\vec{u} - \vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
- $(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$

#### ✚ Démonstration 9.8

✚ Démontrer les 3 identités remarquables.

#### ✂ Savoir-Faire 9.31

SAVOIR DÉMONTRER L'ORTHOGONALITÉ DE DEUX VECTEURS - MÉTHODE 1

ABCD est le rectangle ci-dessous avec  $AB=5$  et  $BC=2$ .

E et F sont les points tels que  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{DC}$ .

Monter que (AF) et (DE) sont perpendiculaires.

