9.2 Recherche de primitives

MATHS SPÉ TERMINALE - JB DUTHOIT

9.2.1 Primitives de fonctions usuelles

On rappelle ici les dérivées des fonctions usuelles ainsi que les opérations sur les dérivées :

Propriété (rappel sur les dérivées de fonctions usuelles)

Fonction usuelle	Fonction dérivée	Fonction usuelle	Primitive
$f(x) = mx + p, \mathbb{R}$	$f'(x) = m, \mathbb{R}$	$f(x) = m, \mathbb{R}$	$F(x) = mx, \mathbb{R}$
$f(x) = x^2, \mathbb{R}$	$f'(x) = 2x, \mathbb{R}$	$f(x) = x, \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2, \mathbb{R}$
$f(x) = x^3, \mathbb{R}$	$f'(x) = 3x^2, \mathbb{R}$	$f(x) = x^2, \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{1}{3}x^3, \mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*, \mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}, \mathbb{R}$	$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*, \mathbb{R}$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}, \mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}, \mathbb{R}^*$	$f(x) = \frac{1}{x^2}, \mathbb{R}^*$	$F(x) = -\frac{1}{x}, \mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{x^n}, n \geq 2, \mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}, \mathbb{R}^*$	$f(x) = \frac{1}{x^n}, n \geq 2, \mathbb{R}^*$	$F(x) = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}, \mathbb{R}^*$
$f(x) = \sqrt{x}, [0; +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, [0; +\infty[$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, [0; +\infty[$	$F(x) = 2\sqrt{x}, [0; +\infty[$
$f(x) = e^x, \mathbb{R}$	$f'(x) = e^x, \mathbb{R}$	$f(x) = e^x, \mathbb{R}$	$F(x) = e^x, \mathbb{R}$
$f(x) = ln(x), [0; +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{x}, [0; +\infty[$	$f(x) = \frac{1}{x}, [0; +\infty[$	$F(x) = ln(x), [0; +\infty[$
$f(x) = cos(x), \mathbb{R}$	$f'(x) = -sin(x), \mathbb{R}$	$f(x) = sin(x), \mathbb{R}$	$F(x) = -cos(x), \mathbb{R}$
$f(x) = sin(x), \mathbb{R}$	$f'(x) = cos(x), \mathbb{R}$	$f(x) = cos(x), \mathbb{R}$	$F(x) = sin(x), \mathbb{R}$
$f(x) = tan(x),$ $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	$f'(x) = \frac{1}{cos^2(x)},$ $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	$f(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$ $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	$F(x) = tan(x)$ $\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Savoir-Faire 9.37

SAVOIR CALCULER UNE PRIMITIVE EN UTILISANT LES FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

1. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
2. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x + 9$.
3. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 9$.
4. Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) =$

$\frac{1}{x} - \frac{4}{x^3}$.

Exercice 9.8

1. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 2$.
2. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^3 - 3x + 7$.
3. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^4 - \frac{1}{2}x^3$.
4. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^5 - x$.
5. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^4 - 7x + \sqrt{2}$.

Exercice 9.9

1. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10 - 3e^x + x$.
2. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)(x+2)$.
3. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)^2$.
4. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Exercice 9.10

1. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3x + 1 + \frac{1}{x}$.
2. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$.
3. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x - \frac{1}{2x}$.
4. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{7}{x^3}$.
5. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x+5}{x^2}$.
6. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x}$.
7. Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{4 - x\sqrt{x}}{x^2}$.

Propriété (rappels sur les opérations de dérivées)

Dérivation	Primitive	
	Fonction	*Primitive*
$(u+v)' = u' + v'$	$u' + v'$	$u+v$
$(\lambda u)' = \lambda u'$	$\lambda u'$	λu
$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$		
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$		
$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$	$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}$
$\left(\frac{1}{u^2}\right)' = \frac{-2u'}{u^3}$	$\frac{u'}{u^3}$	$\frac{-1}{2u^2}$
$(u^n)' = nu'u^{n-1}, n \geq 2$	$u'u^n, n \geq 2$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}, n \geq 2$
$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{n \times u'}{u^{n+1}}, n \geq 2$	$\frac{u'}{u^n}, n \geq 2$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}, n \geq 2$
$(e^u)' = u' \times e^u$	$u' \times e^u$	e^u
$(ln\|u\|)' = \frac{u'}{u}$	$\frac{u'}{u}$	$ln\|u\|$
$(cos(u))' = -u' \times sin(u)$	$u'sin(u)$	$-cos(u)$
$(sin(u))' = u' \times cos(u)$	$u'cos(u)$	$sin(u)$
$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$