1.1 Les ensembles de nombres

Maths 2nde 7 - JB Duthoit

Histoire

Au fil de l'histoire, les mathématiciens ont progressivement pris conscience qu'il existait une infinité de nombres, de natures très variées. Ils se sont aperçus qu'il était possible de « ranger » en grandes familles les nombres ayant des propriétés identiques.
Cette typologie fut l'œuvre de trois mathématiciens de la deuxième moitié du XIXe siècle et du début du XXe siècle : l'Allemand Richard Dedekind (1831-1916), le Russe Georg Cantor (1845-1918) et l'Italien Giuseppe Peano (1858-1932).

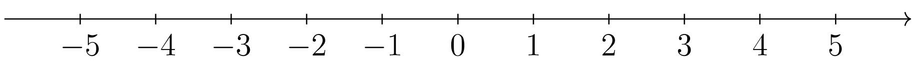
1.1.1 L'ensemble des réels

Définition

L'ensemble de tous les nombres connus en seconde s'appelle l'ensemble des réels.
Il est noté $\mathbb{R}$.

Remarque

On peut représenter chaque nombre réel par un point d'une droite graduée. Et inversement : Chaque point de la droite graduée correspond à un réel et un seul.



Exercices

47 à 50 page 22

1.1.2 Les autres ensembles de nombres

Définition

Il existe des réels particuliers :

- L'ensemble des entiers naturels, noté $\mathbb{N}$:
  $0; 1; 2; 3; 4; ....$
- L'ensemble des entiers relatifs, noté $\mathbb{Z}$:
  $... -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...$
- L'ensemble des nombres décimaux, noté $\mathbb{D}$: Un décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient d'entiers dont le dénominateur est une puissance de 10.
- L'ensemble des nombres rationnels, noté $\mathbb{Q}$: Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient d'entiers.

Exemple

- 1.25 est un décimal car il peut s'écrire sous la forme $\frac{125}{100}$. 1.25 est donc aussi un nombre rationnel. On note $1.25 \in \mathbb{D}$ et $1.25 \in \mathbb{Q}$.
- $\frac{2}{3}$ est un nombre rationnel (sans être un décimal). On note $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$.
- -5 est un entier relatif. C'est aussi un décimal car $-5 = \frac{-50}{10}$, et c'est également un nombre rationnel. On note $-5 \in \mathbb{Z}$, $-5 \in \mathbb{D}$, $-5 \in \mathbb{Q}$ et bien évidemment $-5 \in \mathbb{R}$.

Démonstration 1.1

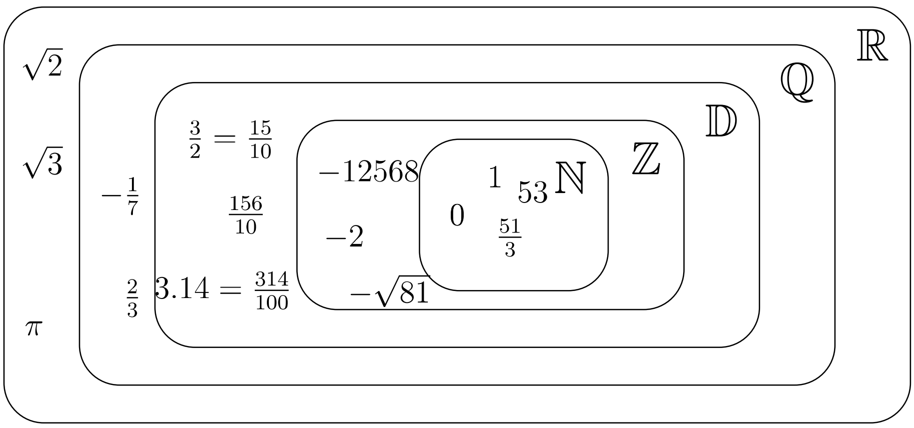
Montrons que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

1.1.3 Propriétés

Propriété (admise)

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exemple



Savoir-Faire 1.1

SAVOIR DÉTERMINER À QUEL(S) ENSEMBLE(S) APPARTIENT UN NOMBRE

Indiquer par une croix à quel **plus petit ensemble** de nombres appartiennent les nombres suivants (Attention, deux colonnes) :

Dans le tableau apparaissent les nombre a et b qui sont définis de la façon suivante :

☞ a est l'inverse de 5

☞ b est la somme de 7 et de l'opposé de 8.

✰ Si ce n'est pas évident, il faut **expliquer** !

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$		$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-3						π					
$-\sqrt{144}$						$\sqrt{7}$					
$\frac{12}{3}$						0					
$-\frac{2}{3}$						$\frac{77}{25}$					
$\frac{-56874}{3}$						$\frac{4}{7}$					
a						b					

Exercices

82 page 24, 86 et 87 page 25 (+ déterminer à quel ensemble appartiennent les nombres) .

Exercices

97 page 25, 143 page 29.

Algorithme 1.1

$\sqrt{2}$ est irrationnel, on ne peut donc pas l'écrire sous la forme d'une fraction. On cherche donc à déterminer une valeur approchée à l'aide de l'informatique.

Question préliminaire : Donner deux entiers consécutifs a et b tel que $a \leq \sqrt{2} \leq b$. On obtient ainsi un encadrement de $\sqrt{2}$ à l'unité près.

Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n}.