

Spécifications du Client

S4 – Projet de session

Génie électrique : Conception d'un système asservi

Génie informatique : Conception d'un système de traitement numérique

Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté de génie

Hiver 2017

Note : En vue d'alléger le texte, le masculin est utilisé pour désigner les femmes et les hommes.

Version 1.2 H2017, 2017-02-15 16:20

Rédigé par Jean de Lafontaine, Yves Bérubé-Lauzière, Éric Plourde, Domingo Palao et Jean-Baptiste Michaud
Copyright © 2016, Département de génie électrique et de génie informatique, Université de Sherbrooke

Contenu

Introduction	5
1. SM : Modélisation analytique et numérique.....	5
Modèle dynamique analytique du banc d'essai	6
Modèle dynamique numérique du banc d'essai.....	6
2. SB : Simulateur Blender (GI)	6
3. SC : Calibration et identification	7
Calibration et identification des actionneurs	7
Calibration et identification des capteurs à effet Hall.....	7
4. SA : Conception des asservissements.....	8
Directives générales.....	8
Spécifications générales	8
Spécifications de sécurité	9
Commande de l'inclinaison de la plaque.....	9
Hauteur de la plaque	10
Position de la sphère	10
Considérations pratiques relatives au banc d'essai.....	10
5. SS : Tests statiques et conditions d'équilibre	11
Système original	11
Plaque et masse de test	11
6. ST : Conception des trajectoires de référence	12
7. SI : Traitement d'images	12
8. SF : Filtrage des signaux RFID	13
9. SD : tests dynamiques et démonstration de l'innovation.....	14
10. SL : Spécifications sur les livrables.....	15
Documentation des outils logiciels développés par le fournisseur	15
Rencontres avec le client	15
Annexe A Modélisation du banc d'essai.....	17
A.1 Notation, nomenclature et règles de codage MATLAB	17
A.2 Repères et géométrie	19
A.3 Quantités physiques	22

A.4	Modélisation de la dynamique.....	23
A.5	Linéarisation des équations.....	31
A.6	Découplage des équations.....	35
Annexe B	Simulation Blender.....	42
Annexe C	Identification des actionneurs et des capteurs.....	43
Annexe D	Asservissements.....	44
Annexe E	Tests statiques.....	45
Annexe F	Conception des trajectoires de référence	46
F.1	Fonction d'interpolation.....	46
F.2	Éventuelles trajectoires fermées (Mandat d'innovation).....	48
Annexe G	Traitement d'images.....	52
Annexe H	Filtrage des signaux RFID.....	55
	Architecture de communication.....	55
	Détails techniques liés au mandat du fournisseur.....	58
	Livrables pour le banc d'essai	59
Annexe I	Tests dynamiques et démonstration de l'innovation.....	60
Annexe J	Rencontres avec le client	61

INTRODUCTION

Ce document spécifie les exigences applicables au design, au développement et à la réalisation des sous-systèmes du banc de test à suspension magnétique servant à la démonstration des compétences et du sens de l'innovation du fournisseur. Le degré avec lequel le fournisseur rencontre ces critères sera déterminant dans le choix par la SBB du fournisseur qui sera finalement choisi pour installer le train à suspension magnétique sur le territoire helvétique.

Les spécifications contiennent des tâches à accomplir, des fonctionnalités à implanter et des démonstrations à réaliser de même que, le cas échéant, des critères de performance associés à chaque tâche, fonctionnalité et démonstration. Ces spécifications sont organisées en 10 catégories, chacune identifiée par leur acronyme de deux lettres :

1. SM : modèles mathématiques et numériques du banc d'essai avec simulateur MATLAB/Simulink
2. SB : simulateur Blender
3. SC : calibration et identification des capteurs et actionneurs
4. SA : critères de performance des asservissements
5. SS : tests statiques : conditions d'équilibre statique de la plaque
6. ST : conception et qualification de trajectoires par méthodes numériques
7. SI : traitement d'image
8. SF : filtrage des signaux RFID
9. SD : tests dynamiques avec le banc d'essai et démonstration de l'innovation
10. SL : livrables (documentation et logiciel).

1. SM : MODÉLISATION ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE

Les modèles mathématiques développés par le fournisseur seront livrés au client pour permettre à ce dernier de :

- bien évaluer la qualité et la validité des travaux,
- détenir en sa possession les outils analytiques et numériques qui lui permettront d'effectuer de futures modifications ou améliorations au système.

Les spécifications sur les modèles (SM) visent à encadrer le développement des modèles analytiques et numériques requis dans la conception, la simulation numérique et la validation des sous-systèmes du banc d'essai à suspension magnétique, notamment dans la conception et la validation du système asservi et la simulation sur Blender. Les critères définissant la notation, la nomenclature des variables et leur représentation dans le code MATLAB/Simulink sont décrits à l'Annexe A et sont applicables à toutes les étapes de conception et de réalisation du projet.

MODÈLE DYNAMIQUE ANALYTIQUE DU BANC D’ESSAI

Les spécifications suivantes s’appliquent aux modèles analytiques en boucle ouverte du banc d’essai à suspension magnétique.

SM-1 Le fournisseur développera les équations différentielles non linéaires de la dynamique du banc d’essai à suspension magnétique et fournira les détails du développement analytique.

SM-2 Le fournisseur développera la version linéaire des équations différentielles, représentera ce modèle sous forme variables d’état et fournira les détails du développement analytique.

SM-3 Le fournisseur fera les changements de variables et les transformations nécessaires pour découpler les équations dynamiques linéaires en systèmes découplés d’ordre 2 ou 3, selon les indications de l’Annexe A.

SM-4 Les modèles variables d’état et fonctions de transfert du système découplé seront développées et fournis.

MODÈLE DYNAMIQUE NUMÉRIQUE DU BANC D’ESSAI

Les spécifications suivantes s’appliquent aux modèles numériques en boucle ouverte du banc d’essai à suspension magnétique :

SM-5 Le simulateur numérique paramétrique du banc d’essai à suspension magnétique sera réalisé sur MATLAB/Simulink à partir des équations différentielles non linéaires de la dynamique du système.

SM-6 Les modèles sous forme fonction de transfert et sous forme variables d’état de la dynamique seront réalisés sous MATLAB et leur version numérique sera calculée.

SM-7 Le simulateur numérique paramétrique linéarisé du banc d’essai numérique sera aussi réalisé sur MATLAB/Simulink à partir de la représentation d’état du système

SM-8 Les pôles et zéros des fonctions de transfert et les valeurs propres du modèle variables d’état seront calculés et la nature dynamique du système (stable vs instable) sera analysée et commentée.

2. SB : SIMULATEUR BLENDER (GI)

Les spécifications sur le simulateur Bender (SB) visent à encadrer le développement des simulations 3D virtuelles permettant de visualiser l’animation du train à suspension magnétique dans son environnement cible (la Suisse) à partir des données de simulation numériques obtenues dans les tâches SM et des données de validation du banc d’essai. Le simulateur Blender sera aussi un des outils servant à la démonstration de l’innovation des fournisseurs (spécifications SD).

SB-1 Le simulateur virtuel montrera un scénario (arrière-plan) représentatif de la situation modélisée.

SB-2 Le simulateur virtuel montrera un compteur de frame avec le temps correspondant.

SB-3 Le simulateur virtuel montrera le train avec un certain niveau de transparence pour montrer en même temps la sphère. Les déplacements du train sont proportionnels aux déplacements de la plaque.

SB-4 Le simulateur virtuel montrera la sphère de manière évidente à l’intérieur du train, avec ou non une exagération de son mouvement pour le rendre évident.

- SB-5 La caméra de la simulation sera déplacée dynamiquement de manière à montrer clairement le changement d'attitude en cours dans une vue d'ensemble de la situation représentée.
- SB-6 Lorsque des données simulées ou mesurées seront disponibles, soit des modèles Simulink soit du banc d'essai, un deuxième train et une deuxième sphère clairement différenciés seront ajoutés, avec en surimposition à chaque frame l'index de performance défini en ST-5.

3. SC : CALIBRATION ET IDENTIFICATION

CALIBRATION ET IDENTIFICATION DES ACTIONNEURS

Les spécifications sur la calibration et l'identification des actionneurs visent à encadrer le développement d'un modèle non linéaire sous forme « boîte grise » des actionneurs électromagnétiques en identifiant ses paramètres à partir de mesures prises sur ces actionneurs. Ce modèle sera utilisé dans le simulateur non linéaire analytique et numérique du banc d'essai et la version linéaire du modèle entrera dans le développement des modèles analytique et numérique sous forme fonctions de transfert et variables d'état.

- SC-1 En utilisant le modèle analytique donné à l'Annexe A de la relation entre la force électromagnétique, le courant et la distance entre l'actionneur et la plaque, et à partir des données fournies et des techniques de lissage de données par moindres carrés, les paramètres du modèle de l'actionneur seront identifiés.
- SC-2 Des calculs de la corrélation et de l'erreur RMS seront fournis et la précision de l'identification sera commentée.
- SC-3 La version linéaire du modèle des actionneurs seuls sera développée analytiquement.
- SC-4 La version linéaire du modèle des actionneurs seuls sera implantée sur MATLAB et comparée numériquement avec la version non linéaire des actionneurs seuls. La qualité de l'approximation linéaire sera commentée.

CALIBRATION ET IDENTIFICATION DES CAPTEURS À EFFET HALL

Les spécifications sur la calibration et l'identification des capteurs à effet Hall visent à encadrer le développement d'un modèle non linéaire de ceux-ci sous forme « boîte noire » en choisissant un modèle approprié et en identifiant ses paramètres à partir de mesures prises sur les capteurs. Ce modèle servira au client pour la linéarisation de la mesure du champ magnétique lu par le capteur en fonction de la distance.

- SC-5 Le fournisseur choisira un modèle analytique entre la distance et le voltage lu du capteur, autre qu'une approximation polynomiale. Au moins trois modèles différents seront comparés.
- SC-6 À partir des données (un fichier sera fourni à cet effet) et des techniques de lissage appropriées, les paramètres du modèle seront identifiés.
- SC-7 Des calculs de la corrélation et de l'erreur RMS seront fournis et la précision de l'identification sera commentée.

4. SA : CONCEPTION DES ASSERVISSEMENTS

Les spécifications sur la conception des asservissements visent à encadrer le développement des cinq compensateurs requis dans l'asservissement de la plaque et de la sphère du banc d'essai à suspension magnétique.

DIRECTIVES GÉNÉRALES

Les consignes qui suivent s'appliquent à tous les compensateurs et constituent des requis indirects. La SBB n'évaluera pas explicitement ces directives mais pénalisera toute violation intentionnelle.

CSA-1 Les opérateurs du train de la SBB ne veulent pas devoir changer les paramètres des compensateurs selon les conditions d'opération. Ainsi, un seul jeu de paramètres de compensateurs est permis pour exécuter toutes les opérations et démonstrations spécifiées dans ce document.

CSA-2 La SBB ne veut pas payer inutilement trop cher pour les asservissements du train. Ainsi, la performance des asservissements doivent rencontrer le plus fidèlement et le plus précisément possible les spécifications de performance, en effectuant les meilleurs compromis le cas échéant, et sans surpasser indûment les performances les plus faciles à rencontrer.

CSA-3 La SBB prohibe les compensateurs qui contiennent un terme dérivé (D, PD, PID) pour des questions d'immunité au bruit et de robustesse. De tels compensateurs ne pourront être utilisés sur le banc d'essai mais pourront être étudiés analytiquement ou numériquement le cas échéant pour établir et comparer leur performance.

CSA-4 La conception des asservissements doit se baser sur des principes de conception rigoureux qui seront démontrés au client. La conception par essai et erreur n'est pas permise sauf dans le cas du réglage fin, une fois les techniques de conception appliquées. Les choix de techniques de compensation de même que les étapes de conception seront démontrées au client.

CSA-5 Le banc d'essai sera opéré de 2 façons distinctes :

- En mode *plaque seule*, le fournisseur contrôlera manuellement la consigne φ^* et θ^* des angles.
- En mode *sphère avec 2 boucles imbriquées*, le système plaque constituera une boucle interne rapide dont les consignes proviendront de la boucle externe sphère lente. Le fournisseur contrôlera manuellement ou à l'aide d'une trajectoire transmise par RFID les consignes de position de la sphère (x_s^* et y_s^*).
- Dans les deux cas la position verticale de la plaque sera toujours commandée automatiquement par le banc d'essai à mi-distance entre les butées supérieures et inférieures de la plaque, soit 15 mm.

SPÉCIFICATIONS GÉNÉRALES

Les spécifications qui suivent s'appliquent à tous les compensateurs et constituent des requis directs.

SA-1 Le fournisseur donnera les détails du développement des logiciels d'asservissement qui rencontrent les exigences. Les outils de design seront livrés au client suffisamment commentés pour lui permettre de modifier le design si requis.

SA-2 Le fournisseur commentera les choix et compromis effectués lorsque toutes les spécifications ne sont pas atteintes.

- SA-3 Des lieux de racines et des diagrammes de Bode seront livrés pour illustrer le processus et les résultats du design pour tous les compensateurs développés.
- SA-4 Les compensateurs seront conçus sous forme paramétrique sur les modèles découplés appropriés avec le point d'opération $\varphi = \theta = 0$ et $z = z_{eq}$ pour la plaque, et $x_s = y_s = 0$ pour la sphère, tel que le requièrent les hypothèses préalables au découplage. Seul le réglage fin pourra être exclusivement numérique.
- SA-5 Les compensateurs conçus seront ajoutés aux simulateurs numériques définis en SM-5 et SM-7, de façon à comparer leur performance sur les modèles linéaire ou non du banc d'essai. Les deux modes (plaque seule) et (sphère) supportés par le banc d'essai devront être implémentés.

SPÉCIFICATIONS DE SÉCURITÉ

Les spécifications qui suivent assurent la sécurité de l'opération du banc d'essai.

- SA-6 La marge de gain et la marge de phase de toutes les boucles d'asservissement doivent être sécuritaires, en visant au moins 10 dB et 25 degrés, respectivement. Le fournisseur portera une attention particulière à la validation de ce requis lorsqu'il existe deux fréquences de traverse en phase.
- SA-7 Le fournisseur intégrera dans ses modèles construits en SM-5 et SM-7 un mécanisme automatique de détection de la violation des conditions suivantes :
- L'inclinaison totale de la plaque (angles φ et θ) ne doit jamais excéder 5 degrés.
 - La plaque ne doit jamais entrer en contact avec les butées supérieures et inférieures du banc d'essai.

COMMANDE DE L'INCLINAISON DE LA PLAQUE

Les spécifications suivantes s'appliquent à la commande de l'inclinaison de la plaque (angles φ et θ).

- SA-8 Les compensateurs de la commande de l'inclinaison de la plaque doivent rencontrer les spécifications suivantes en régime transitoire et en régime permanent:
- dépassement maximum : $M_{p\theta\varphi} = 5.0 \%$
 - temps de stabilisation à 2% : $t_{s\theta\varphi} = 0.030 \text{ s}$
 - temps du premier pic: $t_{p\theta\varphi} = 0.025 \text{ s}$
 - temps de montée (10-90%) : $t_{r\theta\varphi} = 0.020 \text{ s}$
 - erreur en régime permanent à une consigne échelon : nulle

HAUTEUR DE LA PLAQUE

Les spécifications suivantes s'appliquent à la commande de la hauteur de la plaque (z).

SA-9 Le compensateur de la commande de la hauteur de la plaque doit rencontrer les spécifications suivantes. Deux cas de spécification d'erreur en régime permanent sont proposés par le client et le fournisseur devra recommander au client lequel des deux designs sera le plus approprié en terme de spécifications, bande passante, complexité et performance lors des tests dynamiques SD.

- Marge de phase : 25 degrés
- Fréquence de traverse en gain : 185 rad/s
- Cas 1 : erreur en régime permanent à une consigne échelon : -0.0004 m pour une consigne de 0.010 m.
- Cas 2 : erreur en régime permanent à une consigne échelon : 0 m.

POSITION DE LA SPHÈRE

Les spécifications suivantes s'appliquent à la commande de la position de la sphère (x_s et y_s).

SA-10 Le compensateur de la commande de la position de la sphère doit être de la forme proportionnelle-tachymétrique (K_p avec K_v) et rencontrer les spécifications suivantes:

- temps de stabilisation à 2% : t_{s_s} entre 2 et 4 s
- facteur d'amortissement : $\zeta_s = 0.9$

CONSIDÉRATIONS PRATIQUES RELATIVES AU BANC D'ESSAI

Les spécifications suivantes découlent de contraintes pratiques liées à l'implémentation matérielle du banc d'essai.

SA-11 Pour le système plaque, la fréquence angulaire des pôles et des zéros non infini de toute boucle ouverte, de toute boucle fermée ou de tout compensateur pris individuellement ne doit pas excéder 1000 rad/s.

SA-12 Dans le banc d'essai, pour des raisons entre autres de flexibilité, les compensateurs sont implémentés sous forme discrète (i.e. numérique) plutôt que sous leur forme continue ou analogique telle que conçue en S4. En effet, il est beaucoup plus simple de téléverser de nouveaux coefficients dans un calculateur numérique que de reconfigurer des amplificateurs opérationnels. Le fournisseur utilisera la fonction matlab `testdiscret.p` fournie par la SBB, qui prend en entrée un seul argument de type `tf` et ne retourne rien, pour valider que les compensateurs **plaque** discrétisés (les compensateurs proportionnels-tachymétriques de la sphère ne sont pas affectés par la discrétisation) auront des performances adéquates, en particulier :

- que le lieu de Bode de tout compensateur discrétisé est suffisamment similaire au compensateur original pour anticiper qu'il aura des performances telles que conçues : les lieux de Bode ne pourront diverger légèrement qu'à moins de ~ 400 rad/s de la fréquence de Nyquist du compensateur discret, soit 1508 rad/s.
- et que tous les pôles discrétisés ont un module strictement inférieur à 1.

5. SS : TESTS STATIQUES ET CONDITIONS D'ÉQUILIBRE

Les spécifications sur les tests statiques (SS) et les conditions d'équilibre visent à démontrer au client les compétences du fournisseur à calculer des conditions d'équilibre statique et à les vérifier sur le banc d'essai.

Les requis de cette section supposent que les requis sur les asservissements ont été rencontrés et que la plaque est asservie.

SYSTÈME ORIGINAL

SS-1 À partir des équations analytiques développées à l'item SM-2 qui permettent de calculer les conditions d'équilibre statique du banc d'essai, le fournisseur calculera les valeurs correspondantes aux différentes conditions d'équilibre ci-dessous. La valeur de toutes les entrées, de toutes les variables d'état et de toutes les sorties du système à l'équilibre seront calculées. Les conditions d'équilibre suivantes seront considérées:

- plaque à l'horizontale ($\varphi_{eq} = \theta_{eq} = 0$ et z_{eq} = distance spécifiée), avec ou sans sphère
- plaque à un angle d'inclinaison et une hauteur spécifiés par le client ($\varphi_{eq}, \theta_{eq}, z_{eq}$ spécifiés), sans sphère

SS-2 Les équations d'équilibre seront réalisées de façon générique (pour tout φ, θ, z) sous MATLAB et les valeurs numériques des conditions d'équilibre des deux cas en SS-1 seront calculées et fournies.

SS-3 Les valeurs numériques des conditions d'équilibre calculées ci-dessus seront validées sur les simulateurs SM-5 et SM-7 et sur le banc d'essai. En particulier, les courants et les tensions à l'équilibre – calculés par les équations analytiques et mesurés au laboratoire – seront comparés et les différences seront expliquées.

PLAQUE ET MASSE DE TEST

Dans les tests suivants, la sphère métallique est remplacée par une masse cubique pour éviter que la masse de test se déplace sur la plaque pendant les manipulations.

SS-4 Le fournisseur développera les équations analytiques qui permettent de calculer les conditions d'équilibre statique de la plaque et d'une masse de test cubique placée sur celle-ci. Il fournira les détails d'un développement générique pour tout φ, θ, z , pour toute valeur de la masse de test et pour toute position arbitraire de celle-ci définie par le client. Les conditions d'équilibre seront définies par les équations analytiques qui donnent la valeur de toutes les entrées, de toutes les variables d'état et de toutes les sorties du système à l'équilibre pour la position et la valeur de la masse données.

SS-5 Les équations d'équilibre seront développées sous forme numérique sous MATLAB. Les valeurs numériques des conditions d'équilibre des cas en SS-4 seront calculées et fournies.

SS-6 Les valeurs numériques des conditions d'équilibre calculées ci-dessus seront validées sur le banc d'essai. En particulier, les courants et les tensions à l'équilibre – calculés par les équations analytiques sur MATLAB et mesurés au laboratoire – seront comparés et les différences seront expliquées.

6. ST : CONCEPTION DES TRAJECTOIRES DE RÉFÉRENCE

Les spécifications sur la conception de trajectoires de référence (ST) visent à démontrer au client les compétences du fournisseur à calculer des trajectoires de référence pour la sphère, en utilisant les méthodes numériques appropriées. Ces trajectoires seront utilisées dans la validation du système complet dans les spécifications sur simulations dynamiques (SD) ci-dessous.

- ST-1 Deux segments de trajectoire seront générés pour décrire la consigne de position de la sphère sur la plaque lors des tests dynamiques : un segment d'un point A vers un point B et un autre segment pour le retour du point B au point A. Chacun des deux segments sera défini par un nombre de points de passage (« way points ») spécifiés en terme des coordonnées (x_w, y_w) dans le repère de la plaque. La trajectoire devra interpoler exactement les points de passage. Les coordonnées des points A et B seront communes aux deux segments; les $N - 2$ autres coordonnées des points de passage de chaque segment étant généralement distinctes.
- ST-2 Les deux polynômes d'interpolation seront échantillonnés uniformément dans le temps de façon à ce que la vitesse moyenne de la sphère sur la distance totale parcourue dans chaque segment (v_{AB} pour le segment de A vers B et v_{BA} pour le retour, avec $v_{AB} \neq v_{BA}$) soit telle que spécifiée par le client. Un tableau de valeurs numériques $[t, x_s^*, y_s^*]$ de la position commandée de la sphère sera préparé par le fournisseur dans un format spécifié par le client. Le pas temporel Δt entre deux échantillons sera toujours fixe et spécifié par le client.
- ST-3 Les coordonnées des points de passage, leur nombre N_i et les vitesses de parcours v_{AB} , v_{BA} ne seront pas connues d'avance du fournisseur. Le logiciel de calcul du tableau $[t, x_s^*, y_s^*]$ devra être conçu en conséquence.
- ST-4 Une fois la trajectoire de la sphère exécutée sur le banc d'essai, un tableau de mesures de la position de la sphère sera généré : $[t, x_s^m, y_s^m]$. Les équations qui calculent l'erreur entre la position commandée et la position mesurée en fonction du temps seront développées. Une méthode numérique appropriée sera appliquée pour calculer à partir des données numériques $[t, x_s^*, y_s^*, x_s^m, y_s^m]$ la racine carrée de l'intégrale de l'erreur de position au carré. Cet index servira de critère de performance lors des simulations dynamiques (SD) pour évaluer la qualité des travaux exécutés par le fournisseur dans ce projet.
- ST-5 Les équations permettant de calculer l'erreur d'intégration dans le calcul de l'erreur de position seront aussi développées.

7. SI : TRAITEMENT D'IMAGES

Les spécifications quant au traitement des images visent à encadrer le développement de l'algorithme permettant le calcul de la position et de la vitesse de la sphère à partir des images acquises par la caméra. La position et la vitesse déterminées seront ensuite utilisées afin d'effectuer l'asservissement.

- SI-1 Le fournisseur concevra un algorithme prenant en entrée une image captée par la caméra du banc d'essai et l'analysera afin de déterminer la position de la sphère.
- SI-2 L'algorithme indiquera si la sphère est présente ou non dans l'image.

- SI-3 La vitesse courante de la sphère sera évaluée par une dérivation numérique arrière. Le fournisseur déterminera, en termes de bruit sur la mesure et de stabilité du banc d'essai, quel ordre entre 1 et 6 inclusivement (nombre de pas arrières considérés pour la dérivée) donne les meilleurs résultats.
- SI-4 L'ensemble des algorithmes en C/C++ relatifs au traitement d'image devront être exécutés en temps réel à 30 Hz sur le banc d'essai.
- SI-5 Les algorithmes de calculs de position et vitesse de la sphère seront validés en Matlab et en C/C++ avec des images arbitraires fournies par le client. Le fournisseur présentera, pour ces images, la position de la sphère en fonction de l'index de l'image de même que la vitesse de la sphère en fonction du temps.
- SI-6 Les algorithmes en C/C++ validés seront qualifiés sur le banc d'essai.

8. SF : FILTRAGE DES SIGNAUX RFID

Voici les spécifications du filtrage des signaux RFID (SF). Ils visent la conception de plusieurs éléments du récepteur de la chaîne de communication transmettant les directives au train telles que définies en SD-1.

- SF-1 Le fournisseur choisira la fréquence du deuxième oscillateur local, et concevra (a) 1 filtre de rejet d'image pour le deuxième oscillateur local, (b) 12 filtres numériques qui isoleront les porteuses de différentes configurations d'émetteurs, (c) 12 démodulateurs AM correspondant aux filtres précédents, ainsi que (d) un démodulateur FSK rudimentaire permettant de recouvrer les symboles.
- SF-2 Le fournisseur détaillera les étapes d'ingénierie nécessaires pour traduire l'application en spécifications sur les filtres et démodulateurs, et tout compromis ou ajustement itératif nécessaires sur ces spécifications au cours du développement.
- SF-3 La partie numérique de la chaîne de réception sera intégralement validée dans Matlab/Simulink depuis le deuxième oscillateur local jusqu'aux démodulateurs FSK du fournisseur inclusivement, et ce dans toutes les configurations d'émetteurs spécifiées.
- SF-4 Le fournisseur ajoutera au simulateur précédent la logique nécessaire pour calculer le taux d'erreur en sortie du récepteur (Baud Error Rate, BER).
- SF-5 Le fournisseur recommandera au client avec les justifications nécessaires un choix pour le nombre final d'émetteurs à portée du train, entre 1 et 3. La SBB souhaite un BER minimal limité le cas échéant à quelques pourcents.
- SF-6 La recommandation du fournisseur sera validée sur le banc d'essai. Le format des livrables est fourni en annexe.

9. SD : TESTS DYNAMIQUES ET DÉMONSTRATION DE L'INNOVATION

Le fournisseur doit développer les procédures et logiciels MATLAB de tests dynamiques du banc d'essai soumis aux critères de performance spécifiés ci-dessous. De plus, Herr von Zug veut évaluer la capacité d'innovation du fournisseur par la démonstration d'une application du banc d'essai dans le contexte ou hors du contexte d'un train à suspension magnétique. Le fournisseur doit ainsi créer un problème d'ingénierie, en développer la solution et utiliser le banc d'essai pour y démontrer la solution qui sera évaluée par von Zug.

SD-1 Pour simuler sur le banc d'essai les virages du train vers la gauche et la droite ou pour simuler les montées et descentes du train, des commandes de position de la sphère seront transmises via le système RFID vers le banc d'essai. Le système devra positionner la sphère en conséquence. Trois états sont possibles :

- a) 00 : position au centre de la plaque
- b) 01 : position avant (ou droite)
- c) 10 : position arrière (ou gauche)

Le choix entre avant-arrière et gauche-droite sera incorporé dans le banc d'essai, au choix du client. Une série de commande RFID sera émise par le client et le déplacement de la sphère sera analysé en termes de temps de stabilisation, oscillations et précision de la position finale.

SD-2 Pour simuler sur le banc d'essai une série de virages du train dans le paysage de la Suisse, la trajectoire en deux segments préparée dans la série ST des spécifications sera appliquée au banc d'essai. Les mesures de position de la sphère en fonction du temps seront obtenues et transmises au fournisseur. Avec les équations développées en ST-4 et ST-5, ce dernier calculera l'index de performance (racine carrée de l'intégrale de l'erreur au carré) et l'erreur dans le calcul de cet index.

SD-3 Pour vérifier la robustesse du système aux perturbations, la sphère sera commandée en une position donnée et une perturbation (choisie par le client) sera appliquée sur la plaque. La rapidité et la précision avec laquelle la sphère retournera à sa position commandée sera évaluée par le client.

SD-4 La SBB, représentée par Werner von Zug, veut être impressionnée par les compétences et le sens de l'innovation de son futur constructeur de train. Ainsi, le fournisseur utilisera les ressources du projet pour démontrer ses compétences et sa capacité d'innovation. Cette démonstration doit utiliser le banc d'essai. Elle peut reprendre le contexte du train qui se déplace dans les Alpes suisses ou elle peut être dans un tout autre contexte, au choix du fournisseur. Les critères d'évaluation de Herr von Zug sont :

1. le niveau d'innovation du fournisseur (et le niveau d'émerveillement du client),
2. le degré avec lequel les compétences du projet sont réutilisées parmi les 8 premiers items listés dans l'introduction.

10. SL : SPÉCIFICATIONS SUR LES LIVRABLES

DOCUMENTATION DES OUTILS LOGICIELS DÉVELOPPÉS PAR LE FOURNISSEUR

La spécification suivante s'applique à tous les modèles, scripts, programmes, etc. :

- SL-1 Tous les fichiers MATLAB et Simulink développés durant le projet seront livrés au client avec commentaires détaillés dans le code, tout en observant les règles de codage spécifiées dans les annexes.
- SL-2 Tous les fichiers C/C++ développés durant le projet seront livrés au client avec commentaires détaillés dans le code, tout en observant les règles de codage spécifiées dans les annexes.

AUTRES REQUIS SUR LES LOGICIELS UTILISÉS PAR LE FOURNISSEUR

- SL-3 Le fournisseur choisira pour toute la gestion du projet des outils logiciels nécessaires, autres que les logiciels grand public comme Facebook ou Google Drive qui sont moins rigoureux dans un contexte d'ingénierie. Le fournisseur fera un rapport sommaire de leur utilisation aux rencontres.
- SL-4 Le fournisseur mettra en œuvre un logiciel pour assurer la traçabilité du code et de la documentation qu'il produit, ainsi que des bugs et des problèmes rencontrés. Le fournisseur fera un rapport sommaire de leur utilisation aux rencontres.

RENCONTRES AVEC LE CLIENT

En lieu et place des *Design Reviews* prévus par l'ECSS, le client et le fournisseur conviennent plutôt de tenir des rencontres épisodiques qui regroupent des portions variées des revues des revues de projet.

- SL-5 Les rencontres auront lieu à date fixe prédéfinie. Le fournisseur présentera oralement au client les grandes lignes de chacun des éléments qui font l'objet de la rencontre et détaillés à l'Annexe J, avec l'emphasis sur le comment, le pourquoi, la justification et les lignes directrices de chacun des éléments, plutôt que les menus détails ou l'historique des problèmes.
- SL-6 Une attention particulière sera portée à la lisibilité et l'intelligibilité du support matériel (diapositives) de chaque présentation.
- SL-7 Le fournisseur mettra continuellement à jour son architecture de projet, à savoir ses WBS, WP et WPD. Les grandes lignes et les changements seront présentés à chaque rencontre.
- SL-8 Le fournisseur mettra continuellement à jour sa planification temporelle du projet. L'état, les conclusions, les grandes lignes et les changements seront présentés à chaque rencontre.
- SL-9 Le fournisseur établira une matrice de conformité mettant en relation
 - a. les requis du fournisseur (matrice F, guide étudiant),
 - b. les spécifications appropriées (sections 1 à 9 du présent document),
 - c. les phases de gestion (matrices G, guide étudiant),
 - d. ses propres WBS/WP/WPD avec la numérotation correspondante (SL-7)
 - e. sa propre planification temporelle (SL-8)
 - f. ainsi que les livrables objets de la rencontre, selon une matrice L à sa discrétion telle que définie ci-

dessous,

matrice où il montrera qu'il satisfait, pour chaque sous-mandat, les spécifications appropriées et le requis de gestion correspondant. Un aperçu et un résumé intelligibles de cette matrice sera montré à chaque rencontre.

SL-10 Le fournisseur déposera dans une archive électronique sa présentation ainsi que tous les livrables techniques et de gestion requis lors de la rencontre.

- a. L'archive comportera un index dans un document intitulé « L0 Index des livrables.pdf »
- b. Chaque livrable individuel sera numéroté à la suite « L1 nom de fichier.extension » ...

ANNEXE A MODÉLISATION DU BANC D’ESSAI

A.1 NOTATION, NOMENCLATURE ET RÈGLES DE CODAGE MATLAB

Voici la notation à utiliser dans les documents électroniques.

m	: masse
J	: inertie
x^I, y^I, z^I	: coordonnées exprimées dans le repère inertiel (variables d'état); on utilise x, y, z quand évident
x^P, y^P, z^P	: coordonnées exprimées dans le repère de la plaque (variables d'état)
$\underline{x}^I, \underline{z}^P$: matrice-colonne 3x1 contenant les variables d'état x, y, z dans le repère inertiel ou plaque
X, Y, Z	: position dans le repère inertiel (paramètres de position d'éléments fixes)
\underline{R}	: matrice-colonne 3x1 des paramètres X, Y, Z fixes
φ	: angle de rotation de la plaque autour de l'axe \vec{I}_x
θ	: angle de rotation de la plaque autour de l'axe \vec{I}_y
F	: force appliquée par l'actionneur sur la plaque
M	: couple appliquée par l'actionneur sur la plaque
$\vec{I}_x, \vec{I}_y, \vec{I}_z$: vecteurs unitaires définissant le repère inertiel
$\vec{P}_x, \vec{P}_y, \vec{P}_z$: vecteurs unitaires définissant le repère plaque
$()_A ()_B ()_C$: réfère aux trois actionneurs A, B, C fixés sur le montage (repère inertiel)
$()_D ()_E ()_F$: réfère aux trois capteurs à effet Hall D, E, F fixés sur le montage (repère inertiel)
$()_K$: forme générique où $K = A, B, C, D, E$ ou F ou tout autre point dans le repère inertiel
$()_a ()_b ()_c$: réfère à la projection verticale des points A, B, C sur la plaque (repère plaque)
$()_d ()_e ()_f$: réfère à la projection verticale des points D, E, F sur la plaque (repère plaque)
$()_k$: forme générique où $k = a, b, c, d, e$ ou f ou tout autre point sur la surface de la plaque
$()_p$: réfère aux propriétés de la plaque
$()_s$: réfère aux propriétés de la sphère
$()_o$: réfère au centre de la plaque (« o » pour origine)
$()_g$: réfère à la gravité
$()^m$: réfère à des variables mesurées
$()^I$: réfère à des coordonnées exprimées dans le repère inertiel (omis quand évident)
$()^P$: réfère à des coordonnées exprimées dans le repère de la plaque
$()^*$: réfère aux variables désirées ou commandées

Exemples :

Les coordonnées inertielles d'un capteur/actionneur K du montage sont formellement x_K^I, y_K^I, z_K^I mais, vu que ce sont des paramètres fixes du montage, on utilise les majuscules (pour indiquer que ce sont des constantes):

$$x_K^I = X_K \quad y_K^I = Y_K \quad z_K^I = Z_K.$$

Les coordonnées k d'un point K projeté sur la plaque sont x_k^P, y_k^P, z_k^P et, par définition, on a que $z_k^P = 0$. Les coordonnées inertielles d'un point k de la plaque sont formellement x_k^I, y_k^I, z_k^I . Ce sont des variables d'état. Pour simplifier la notation, on omet la spécification du repère inertiel quand il n'y a pas de confusion:

$$x_k^I = x_k \quad y_k^I = y_k \quad z_k^I = z_k.$$

Dans ces cas, l'indice k peut être les projections des actionneurs (a, b, c), des capteurs (d, e, f) ou les coordonnées réelles de la sphère x_s, y_s, z_s . Les coordonnées inertielles mesurées de la sphère sont x_s^m, y_s^m, z_s^m et ses coordonnées commandées sont x_s^*, y_s^*, z_s^* .

Voici la nomenclature à utiliser dans le code MATLAB/Simulink:

<i>masseS</i>	: masse de la sphère
<i>masseP</i>	: masse de la plaque
<i>inertiePx</i>	: inertie de la plaque autour de l'axe x
<i>inertiePy</i>	: inertie de la plaque autour de l'axe y
<i>XK, YK, ZK</i>	: position inertielle des éléments fixes K (K = A, B, C, D, E, F)
<i>Px, Py, Pz</i>	: position de la sphère dans le repère inertiel
<i>Vx, Vy, Vz</i>	: vitesse de la sphère dans le repère inertiel
<i>Ax, Ay</i>	: angle de rotation de la plaque φ autour de l'axe \vec{I}_x et θ autour de l'axe \vec{I}_y
<i>Wx, Wy</i>	: vitesse angulaire de la plaque \dot{W}_x autour de l'axe \vec{I}_x et \dot{W}_y autour de l'axe \vec{I}_y
<i>FA, FB, FC</i>	: forces appliquée par les actionneurs sur la plaque (positif vers le bas)
<i>MA, MB, MC</i>	: couple appliquée par les actionneurs sur la plaque
<i>VA, VB, VC</i>	: tension électrique appliquée aux actionneurs
<i>IA, IB, IC</i>	: courant électrique dans les actionneurs
<i>*_mes</i>	: réfère à des variables mesurées
<i>*_des</i>	: réfère aux variables désirées ou commandées
<i>*_ini</i>	: réfère aux variables initiales
<i>*_fin</i>	: réfère aux variables finales
<i>*_eq</i>	: réfère aux variables à l'équilibre

A.2 REPÈRES ET GÉOMÉTRIE

Deux repères sont nécessaires. Le repère inertiel \mathcal{R}_I est fixé au montage qui, lui, est fixé dans le laboratoire. Ce repère est considéré inertiel (au sens de Newton) et c'est le repère dans lequel les équations du mouvement seront développées. Son origine coïncide avec le centre de la plaque, quand celle-ci est appuyée sur l'isolant des actionneurs, c'est-à-dire en position haute extrême. Ses axes sont définis ainsi :

\vec{I}_x : axe dans le plan horizontal, dans la direction de l'actionneur A

\vec{I}_z : axe vertical, en direction de la gravité

\vec{I}_y : axe qui complète la triade dextre ($\vec{I}_y = \vec{I}_z \times \vec{I}_x$).

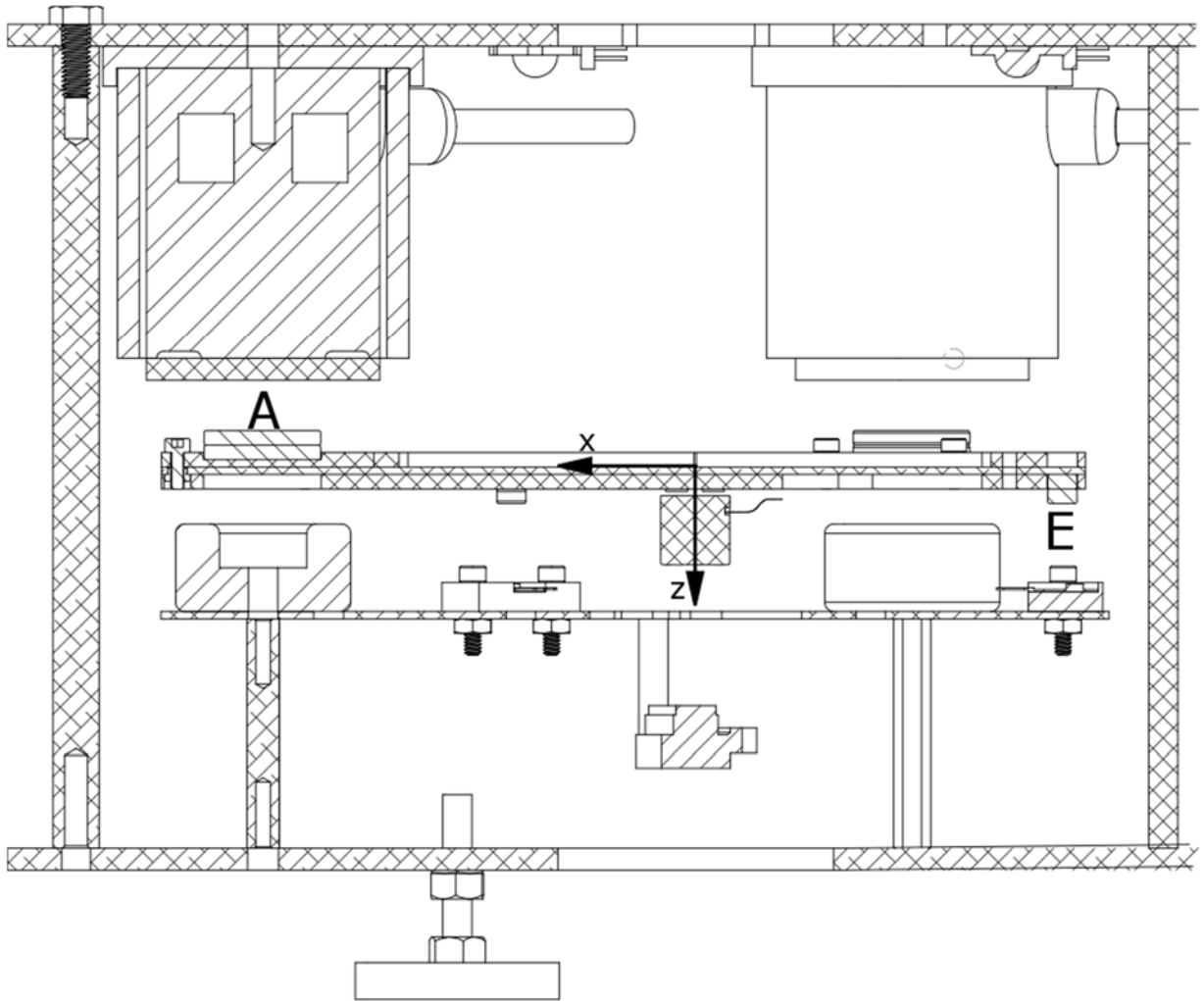


Figure 1 : Vue en coupe au centre de la plaque et repère inertiel

Le repère de la plaque \mathcal{R}_P , avec vecteurs unitaires $\vec{P}_x, \vec{P}_y, \vec{P}_z$, est fixé à la plaque, avec son origine au centre de la plaque. Il est coïncident au repère inertiel quand la plaque est appuyée sur l'isolant des actionneurs. Dans ces conditions, on a : $\varphi = \theta = 0$ et $z = z_k = 0$.

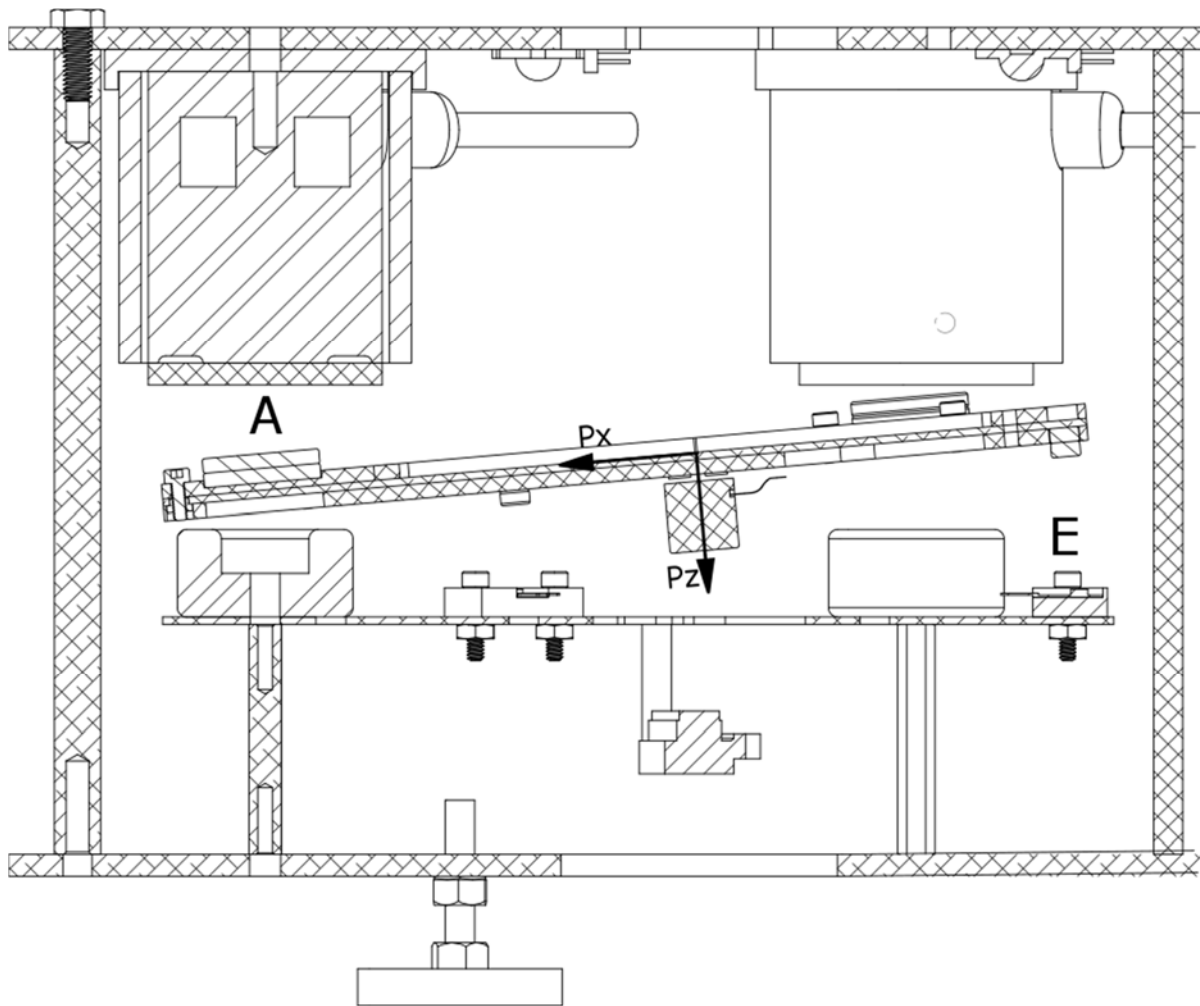


Figure 2 : Vue en coupe au centre de la plaque et repère de la plaque

La plaque possède une liberté verticale de 30 mm, entre l'isolant des actionneurs, en haut, et la butée inférieure.

Les actionneurs et les capteurs sont disposés symétriquement par rapport au centre de la plaque sur un triangle équilatéral à égale distance du centre de la plaque (origine des repères). Pour les actionneurs cette distance est $r_{ABC} = 95.2 \pm 0.1 \text{ mm}$, et pour les capteurs, $r_{DEF} = 80.0 \pm 0.1 \text{ mm}$, et l'on obtient la géométrie suivante :

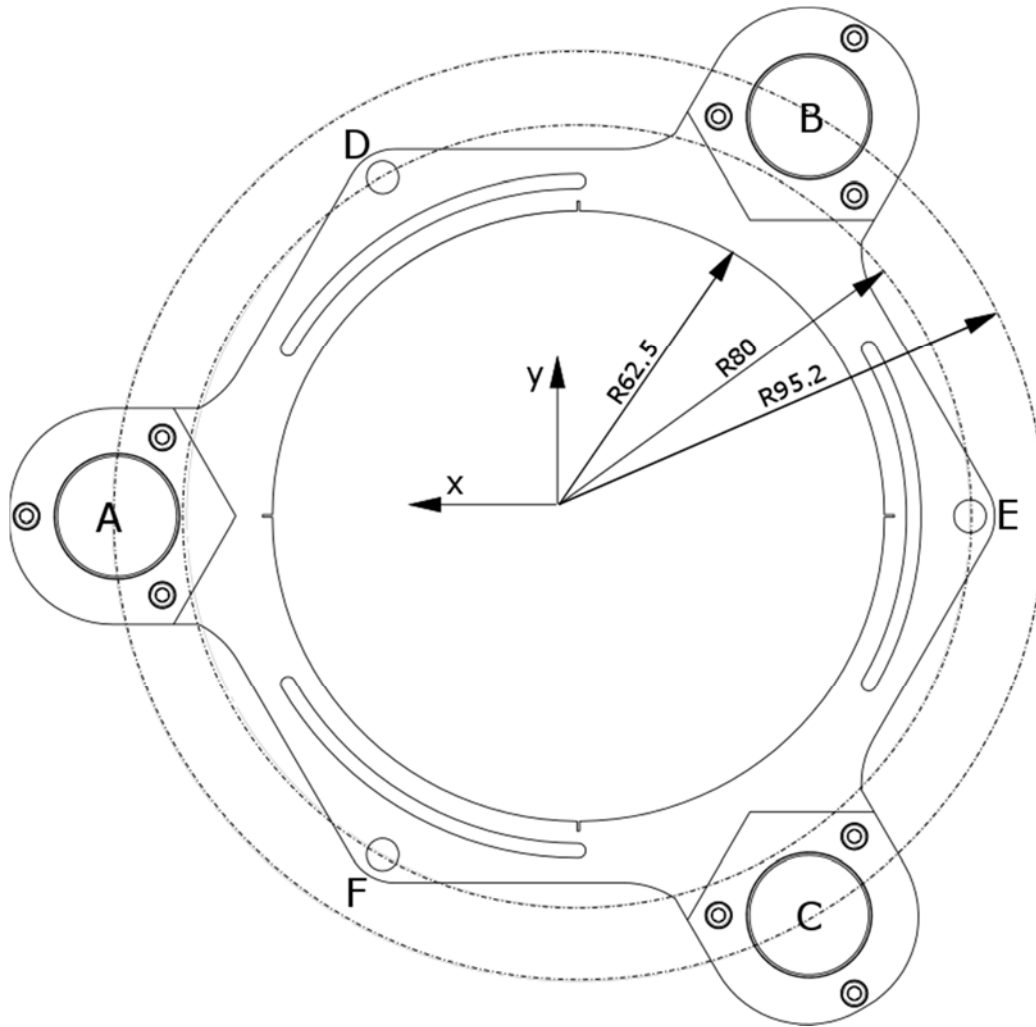


Figure 3 : Géométrie des actionneurs et des capteurs (vue de dessus)

Les coordonnées inertielles des actionneurs sont donc :

$$\begin{aligned}
 XA &= +r_{ABC} \\
 YA &= 0 \\
 ZA &= 0 \\
 XB &= -r_{ABC} \sin 30 \\
 YB &= +r_{ABC} \cos 30 \\
 ZB &= 0 \\
 XC &= -r_{ABC} \sin 30 \\
 YC &= -r_{ABC} \cos 30 \\
 ZC &= 0
 \end{aligned}$$

1

Les capteurs à effet Hall sont techniquement situés sous la plaque, mais ils sont calibrés et pour les fins de la

modélisation on considère leurs coordonnées inertielles comme étant:

$$XD = +r_{DEF} \sin 30$$

$$YD = +r_{DEF} \cos 30$$

$$ZD = 0$$

$$XE = -r_{DEF}$$

$$YE = 0$$

$$ZE = 0$$

$$XF = +r_{DEF} \sin 30$$

$$YF = -r_{DEF} \cos 30$$

$$ZF = 0$$

2

A.3 QUANTITÉS PHYSIQUES

La masse de la plaque est de 425 ± 10 g. Le moment d'inertie autour de l'axe \vec{P}_x est identique à celui autour de l'axe \vec{P}_y , à savoir $J_{xy} = 1169.1 \pm 0.2$ kg·mm².

La masse de la sphère est de 8.0 ± 0.2 g, avec un rayon de 3.9 ± 0.1 mm.

La résistance des bobines des actionneurs est de $3.6_{-0.5}^{+1.0} \Omega$, et leur inductance de 115_{-10}^{+15} mH.

Le voltage maximal, en valeur absolue, que l'on puisse appliquer aux actionneurs est de 22 V. Il n'est pas a priori problématique de saturer les actionneurs, mais ceci pourrait éventuellement rendre le système instable.

A.4 MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE

INTRODUCTION

La modélisation du système à suspension magnétique consiste à développer les équations différentielles qui régissent le mouvement de la plaque et de la sphère en fonction du temps à partir de principes mécaniques et électriques. Dans cette partie du projet, le développement se fera entièrement sous forme analytique, en paramétrant toutes les quantités physiques sous forme symbolique, sans chiffres. Cela permettra de développer un code MATLAB/Simulink générique où les valeurs numériques pourront facilement être accessibles et changées au besoin.

La modélisation d'un tel système requiert des notions de dynamique d'un corps rigide en trois dimensions, ce qui ne sera vu qu'au cours (optionnel) de commande multivariable GEI720 en S8. Les sections qui suivent présentent les approximations et les simplifications pour arriver à une version du problème qui sera adéquate pour les objectifs du projet, tout en cadrant dans les apprentissages de la session S4.

FONDEMENT DE LA MODÉLISATION ET APPROXIMATIONS REQUISES

Comme présenté à la sous-section A.2, deux repères d'axes orthogonaux sont requis pour modéliser le système, celui de la plaque en mouvement et le repère inertiel fixé au banc d'essai. Une première approximation consiste à négliger les petits déplacements entre ces deux repères :

- le déplacement horizontal de la plaque, selon les axes inertiels \vec{I}_x et \vec{I}_y , sont négligés,
- la rotation de la plaque autour de l'axe vertical \vec{I}_z est négligée.

Ainsi, les équations dynamiques de la plaque selon ces trois degrés de liberté n'auront pas à être développées. Il restera donc le mouvement vertical z_o du centre de la plaque (coïncidant avec son centre de masse) et les rotations φ autour de l'axe \vec{I}_x et θ autour de l'axe \vec{I}_y . La règle de la main droite est utilisée pour spécifier le sens de la rotation selon ces axes (pouce de la main droite selon l'axe \vec{I}_x ou \vec{I}_y , doigts qui tournent selon le sens positif de l'angle).

De façon similaire, on suppose que:

- la sphère reste toujours en contact avec la plaque et
- la distance entre le centre de masse de la sphère et son point de contact avec la plaque (i.e. son rayon) a un impact négligeable sur sa dynamique.

Ces deux suppositions permettent de considérer que la position verticale de la sphère z_s correspond à la hauteur de la plaque aux coordonnées de son point de contact x_s, y_s . Ainsi, la sphère possède deux degrés de liberté c'est-à-dire sa translation sur la plaque dans les directions \vec{P}_x, \vec{P}_y . L'équation dynamique de la sphère selon l'axe vertical n'aura pas à être développée. Cette dynamique sera considérée dans l'équation de la dynamique verticale de la plaque + sphère puisque ces deux masses seront considérés fixées une à l'autre dans la direction verticale.

Il sera utile plus loin de pouvoir calculer la distance verticale d'un point sur la plaque par rapport au repère inertiel. Par exemple, la distance de la plaque par rapport aux actionneurs A, B, C ou par rapport aux capteurs à effet Hall D, E, F sera nécessaire dans le calcul des forces électromagnétiques et des mesures par effet Hall. En projetant verticalement les points $K = A, B, C, D, E, F$ des actionneurs-capteurs du repère inertiel vers le repère de la plaque, on obtient les points correspondants $k = a, b, c, d, e, f$ sur le repère plaque et pour lesquels leur distance verticale z_k sera requise. Pour faire ces calculs, on utilise l'approximation des petits angles :

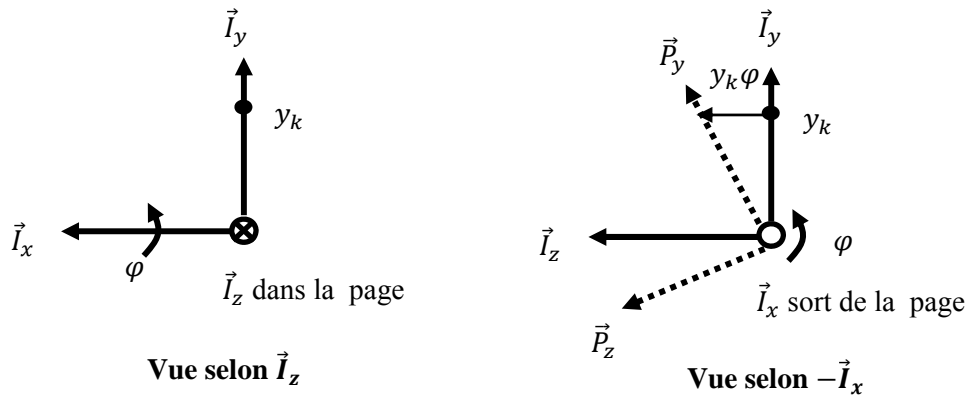
- les angles de rotation φ autour de l'axe \vec{I}_x et θ autour de l'axe \vec{I}_y sont petits.

Cela permet de faire l'approximation $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$ et de même pour l'angle θ . Cela permet aussi de considérer que les coordonnées horizontales d'un point K dans le repère inertiel sont approximativement égales aux coordonnées du point correspondant k sur la plaque :

$$\begin{aligned} x_k^p &= X_K \\ y_k^p &= Y_K. \end{aligned}$$

Cela permet aussi de traiter les deux rotations de façons indépendantes, sans considérer que la première rotation change la direction de l'axe autour duquel se fait la deuxième rotation. Finalement, l'approximation des petits angles permet de trouver de façon géométrique la distance verticale d'un point z_k sur la plaque par rapport au repère inertiel, en fonction des variables d'état z , φ , θ de la plaque.

Supposons premièrement que le centre de la plaque est à une distance $z_o = 0$ du repère inertiel et qu'une rotation positive φ autour de l'axe \vec{I}_x est appliquée. Un point k sur la plaque, avec coordonnée y_k sur l'axe \vec{P}_y , se déplacera par rapport au repère inertiel dans la direction \vec{I}_z d'une distance $y_k \varphi$ comme le montre les croquis ci-dessous (vue selon \vec{I}_z et vue selon $-\vec{I}_x$).



Similairement, si une rotation positive θ autour de l'axe \vec{I}_y est appliquée, un point k sur la plaque, avec coordonnée x_k sur l'axe \vec{P}_x , se déplacera par rapport au repère inertiel dans la direction \vec{I}_z d'une distance $-x_k \theta$. Il est à noter qu'une rotation positive autour de l'axe \vec{I}_y cause un déplacement de l'axe \vec{P}_x dans le sens négatif de \vec{I}_z . On demande de refaire le croquis ci-dessus dans le cas de rotation autour de l'axe \vec{I}_y pour bien se convaincre du signe négatif...

En ajoutant le déplacement vertical du centre de la plaque, i.e. $z_o \neq 0$, à ceux causés par la rotation de la plaque, l'équation qui détermine le déplacement du point k par rapport à l'inertiel est donnée par :

$$z_k \approx z_o - x_k \theta + y_k \varphi.$$

Selon une des suppositions précédentes, les coordonnées horizontales d'un point k sur la plaque demeurent approximativement les mêmes que les coordonnées horizontales des points K correspondants dans le repère inertiel. Ainsi, l'équation finale qui donne la distance de la plaque par rapport aux actionneurs et capteurs devient :

$$z_k \approx z_o - X_K \theta + Y_K \varphi$$

$$K = A, B, C, D, E, F.$$

NOTE : Dans le reste du document, la distance du centre de masse de la plaque par rapport au repère inertiel sera dénotée simplement par la variable z à moins de confusion auquel cas la notation complète z_o sera utilisée.

Si on veut représenter les trois distances entre actionneurs et plaque sous forme compacte, il peut être vérifié que l'on obtient sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} z_a \\ z_b \\ z_c \end{bmatrix} = T_{ABC}^T \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad T_{ABC}^T = \begin{bmatrix} +Y_A & -X_A & 1 \\ +Y_B & -X_B & 1 \\ +Y_C & -X_C & 1 \end{bmatrix}.$$

et similairement pour les distances aux capteurs :

$$\begin{bmatrix} z_d \\ z_e \\ z_f \end{bmatrix} = T_{DEF}^T \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad T_{DEF}^T = \begin{bmatrix} +Y_D & -X_D & 1 \\ +Y_E & -X_E & 1 \\ +Y_F & -X_F & 1 \end{bmatrix}.$$

Ces transformations permettent de rapidement relier la variable dépendante z_k aux variables d'état de la plaque z, φ, θ . De plus, la matrice T_{ABC} utilisée ci-dessus:

$$T_{ABC} = \begin{bmatrix} +Y_A & +Y_B & +Y_C \\ -X_A & -X_B & -X_C \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

sera très utile plus loin dans le calcul des couples appliqués à la plaque dans le développement des équations de rotation. Elle sera aussi utile pour découpler l'action des actionneurs selon les axes du mouvement de la plaque.

En terminant, il est noté que ces équations peuvent être développées mathématiquement de façon plus systématique (plutôt que de façon géométrique) en utilisant les techniques de modélisation des corps rigides, les principes de rotations élémentaires d'Euler, ainsi que l'approximation des petits déplacements et de petits angles seulement à la fin du développement, pour arriver de la même manière à ces équations simplifiées. Cela sera vu en GEI720 pour les intéressé(e)s.

DYNAMIQUE DE LA PLAQUE

Tel que mentionné précédemment, seule la dynamique de translation en z et les deux dynamiques de rotation autour des axes x et y de la plaque sont à développer. À cette fin, on doit appliquer la 2^e loi de Newton en translation pour le déplacement en z et la 2^e loi de Newton en rotation pour les rotations φ et θ autour des axes x et y . Dans l'axe vertical, la somme des forces F_z causées par les trois actionneurs et le poids de la sphère doit être développée. Similairement, la somme des couples M_x^P, M_y^P dans le repère plaque, causés par les actionneurs et le poids de la sphère, doit être calculée. On mettra la masse de la sphère à zéro dans les travaux où seule la dynamique de la plaque est en jeu, sans la présence de la sphère. Le calcul des couples M_x^P, M_y^P se fait en calculant le produit vectoriel habituel entre le vecteur position du point d'application de la force et le vecteur force et en l'exprimant ensuite selon les axes \vec{P}_x et \vec{P}_y . En continuité avec les approximations faites à ce point, il peut être démontré que la somme des couples dans le repère plaque M_x^P, M_y^P est approximativement égale aux couples correspondants dans le repère inertiel ($M_x^P \approx M_x, M_y^P \approx M_y$) et ainsi, le produit vectoriel peut être calculé directement dans le repère inertiel pour arriver aux expressions pour M_x^P, M_y^P .

Au cours du calcul de la force verticale totale F_z et des couples totaux M_x, M_y (appelés *force et couples dans le repère inertiel*), on peut montrer que la partie force F_{zABC} et couples M_{xABC}, M_{yABC} causée uniquement par les actionneurs peuvent être liés avec les forces des actionneurs F_A, F_B , et F_C (appelées *forces dans les axes actionneurs*) sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{xABC} \\ M_{yABC} \\ F_{zABC} \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{bmatrix}.$$

La forme explicite de la matrice U doit être développée. Cette équation matricielle démontre que la matrice U établit l'équivalence entre les forces dans les axes actionneurs et les forces-couples correspondants dans le repère inertiel.

Les variables d'état qui définissent la dynamique de la plaque sont donc les suivantes, et elles devront toujours être montrées dans cet ordre :

$$\underline{x}_p = [\varphi \quad \theta \quad z \quad \dot{\varphi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{z}]^T.$$

DYNAMIQUE DE LA SPHÈRE

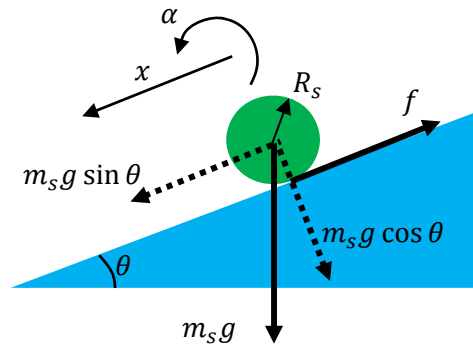
La position de la sphère dans le repère plaque, contrairement aux points a, b, c, d, e, f qui ont une position constante sur la plaque, est une variable définie par les coordonnées x_s^P, y_s^P, z_s^P où $z_s^P = 0$ par définition. La position de la sphère dans le repère inertiel est donc donnée par :

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} x_s^P \\ y_s^P \\ z - x_s^P \theta + y_s^P \varphi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} x_s^P \\ y_s^P \\ z - x_s \theta + y_s \varphi \end{bmatrix}.$$

Il peut être noté que la deuxième égalité inclut le résultat de la première égalité.

Les variables d'état qui définissent la dynamique de la sphère sont, et elles devront toujours être montrées dans cet ordre :

$$\underline{x}_s = [x_s \quad y_s \quad \dot{x}_s \quad \dot{y}_s]^T.$$



DCL 1D d'une sphère sur un plan incliné

Pour en arriver aux équations dynamiques de la sphère, considérons en premier lieu le problème à une dimension de la dynamique d'une sphère de rayon R_s qui roule sans glisser sur un plan incliné d'angle θ . Une force de friction f au contact de la sphère et du plan incliné permet de faire rouler la sphère sans glisser. En faisant la somme des forces parallèles au plan incliné, on obtient l'équation de translation selon cet axe (qu'on dénotera arbitrairement x ici) :

$$m_s \ddot{x} = m_s g \sin \theta - f.$$

La force de friction cause un couple sur la sphère qui induit sa rotation:

$$J_s \ddot{\alpha} = R_s f.$$

Vu que la sphère ne glisse pas au contact du plan incliné, une contrainte lie la rotation à la translation:

$$x = R_s \alpha,$$

Cette relation est un exemple de dépendance entre variables d'état qui permet d'éliminer une des deux variables. On peut utiliser cette contrainte pour éliminer une des deux variables d'état pour n'obtenir que des variables indépendantes. Dans notre cas, la variable qui indique l'angle de rotation α de la sphère est de peu d'intérêt; seule la translation x nous intéresse. En dérivant deux fois cette dernière équation et en y remplaçant l'équation de la dynamique en rotation, on obtient $\ddot{x} = R_s \ddot{\alpha} = R_s^2 f / J_s$. On peut résoudre cette équation pour la force de friction inconnue $f = J_s \ddot{x} / R_s^2$ et la remplacer dans l'équation de translation. On obtient ainsi :

$$m_s \ddot{x} = m_s g \sin \theta - J_s \ddot{x} / R_s^2.$$

En réarrangeant :

$$\left(m_s + \frac{J_s}{R_s^2} \right) \ddot{x} = m_s g \sin \theta.$$

Le terme entre parenthèses représente ce qui est appelé la *masse effective* $m_{s \text{ eff}}$ de la sphère :

- pour une sphère pleine, de densité uniforme : $J_s = \frac{2}{5} m_s R_s^2$ et donc $m_{s \text{ eff}} = \frac{7}{5} m_s$
- pour une sphère vide, de densité uniforme : $J_s = \frac{2}{3} m_s R_s^2$ et donc $m_{s \text{ eff}} = \frac{5}{3} m_s$

À cause de son inertie, la sphère paraît plus lourde qu'elle ne l'est. En choisissant le type de sphère, on peut ainsi contrôler la rapidité du système : plus $m_{s \text{ eff}}$ est élevée, plus la dynamique sera lente.

En généralisant le problème à trois dimensions (ce qui est hors des compétences de la S4), il est possible de démontrer que les équations deviennent :

$$\begin{aligned} \left(m_s + \frac{J_s}{R_s^2} \right) \ddot{x}_s &= -m_s g \cos^2 \varphi \sin \theta \cos \theta \\ \left(m_s + \frac{J_s}{R_s^2} \right) \ddot{y}_s &= +m_s g \sin \varphi \cos \varphi \cos \theta. \end{aligned}$$

Avec l'approximation des petits angles, on doit réécrire ces équations sous une forme plus simple et plus intuitive. On vous demande d'expliquer pourquoi une des équations a un signe positif et l'autre un signe négatif et également pourquoi les équations pour les petits angles ne font intervenir qu'un seul angle dans chacune des équations.

DYNAMIQUE DE LA PARTIE ÉLECTRIQUE DES ACTIONNEURS

Pour la partie électrique des actionneurs, il s'agit de bobines et donc de circuits RL , chacun ayant comme entrée une tension et comme sortie le courant dans la bobine. Il s'agit ici d'écrire les équations dynamiques pour ces circuits. Comme variables d'état qui définissent la dynamique de la partie électrique des actionneurs, on prendra les courants $[i_A \ i_B \ i_C]^T$ et comme entrées les tensions V_A , V_B et V_C .

DYNAMIQUE DE LA PARTIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES ACTIONNEURS

Les forces appliquées par les actionneurs (électroaimants) $K = A, B, C$ dépendent de la distance d_K entre la plaque et l'actionneur de même que du courant i_K qui circule dans chacune des bobines soumises à sa tension d'entrées V_K . Ces forces prennent l'expression générale :

$$F_K = F_K(i_K, d_K) \quad K = A, B, C$$

où la distance plaque-actionneur d_K est:

$$d_K = z_k - Z_K > 0 \quad k = a, b, c.$$

Un modèle de la relation entre les forces des électro-aimants et les variables d'état est fourni dans *H. Boudali, R. D. Williams et T. C. Giras (2003)* pour un train à lévitation magnétique. La forme générale de la force est :

$$F_K = \underbrace{\frac{G_K i_K^2 \operatorname{sgn}(i_K)}{(d_K - d_{rK})^2}}_{F_{EK}} + \underbrace{\frac{H_K}{(d_K - d_{rK})^2}}_{F_{SK}}$$

où G_K et H_K sont des constantes propres à l'électro-aimant, d_{rK} est une distance de référence (constante) et la fonction *signum* est définie par :

$$\operatorname{sgn}(i) = \begin{cases} -1 & \text{si } i < 0 \\ 0 & \text{si } i = 0. \\ +1 & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

Le dernier terme du côté droit de l'équation, dénoté F_{SK} pour indiquer la force causée par les aimants permanents seuils, est la force résiduelle causée par l'attraction des aimants permanents de la plaque avec les éléments ferromagnétiques des actionneurs et qui persiste quand le courant dans les bobines est nul. Ce terme est donc toujours négatif vu que la force d'attraction est négative (vers le haut). Ce terme ne dépend que de la distance plaque-actionneur. Dans l'autre terme du côté gauche, dénoté F_{EK} pour indiquer la force causée par les électroaimants, la constante G_K est positive par convention pour qu'un courant positif cause une force positive (i.e. répulsion vers le bas).

Une façon de déterminer les coefficients de ces équations est de les développer en fonction des propriétés ferromagnétiques, électriques et géométriques des électroaimants et de la plaque comme cela est fait dans *H. Boudali et al.* Vu la complexité de cet exercice, une méthode d'identification « boîte grise » sera utilisée. Cette méthode consiste à obtenir une modèle mathématique d'un phénomène en se basant sur les principes physiques, à la généraliser au besoin, et à déterminer les paramètres du modèle par mesures en laboratoire sur le phénomène lui-même. Cette détermination des paramètres d'un modèle est appelée *identification*.

Ainsi, à partir des équations analytiques de *H. Boudali et al* ci-dessus, on y remplace l'équation pour la distance z_k , on multiplie le dénominateur au long et, en généralisant, la forme plus générale suivante sera utilisée dans le processus d'approximation:

$$F_K = F_{EK} + F_{SK}$$

avec

$$F_{EK} = \frac{[i_K^2 + b_{E1}|i_K|] \operatorname{sgn}(i_K)}{a_{E0} + a_{E1}z_k + a_{E2}z_k^2 + a_{E3}z_k^3} \quad F_{SK} = \frac{-1}{a_{S0} + a_{S1}z_k + a_{S2}z_k^2 + a_{S3}z_k^3}.$$

Cette généralisation donne plus de degrés de liberté pour approximer plus d'effets physiques que la formulation originale. En particulier, vu la complexité du champ magnétique des aimants permanents pour une distance de l'ordre de grandeur de l'épaisseur des aimants eux-mêmes, des effets non modélisés par les équations de *H. Boudali et al* entrent en jeu. Pour prendre en compte ces effets, un terme d'ordre 3 a été ajouté au polynôme d'approximation, ainsi qu'un terme linéaire en courant. Les gains G_K et H_K ont été assimilés dans leur dénominateur respectif, de façon à ce que l'identification éventuelle converge adéquatement.

Pour la présente étape du projet, cette formulation sera utilisée dans le développement du modèle variable d'état de la dynamique du banc d'essai. Plus tard, des techniques d'identification par moindres carrés permettront de calculer les valeurs numériques des 7 coefficients apparaissant dans ce modèle à partir de mesures prises directement sur le banc d'essai.

VARIABLES D'ÉTAT, ENTRÉES ET SORTIES

Le système aura donc 13 variables d'état :

$$\underline{x} = [\varphi \quad \theta \quad z \quad \dot{\varphi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{z} \quad x_s \quad y_s \quad \dot{x}_s \quad \dot{y}_s \quad i_A \quad i_B \quad i_C]^T$$

et est ainsi d'ordre 13. L'ordre des variables d'état ci-dessus sera conservé tout au long du projet.

Les 3 entrées au système sont les tensions aux bornes des bobines :

$$\underline{u}_{ABC} = [V_A \quad V_B \quad V_C]^T.$$

Les sorties mesurées incluent la distance aux capteurs à effet Hall d_K^m ($K = D, E, F$) de même que la position et la vitesse horizontales de la sphère. Les 7 mesures sont donc :

$$\underline{y} = [d_D^m \quad d_E^m \quad d_F^m \quad x_s^m \quad y_s^m \quad \dot{x}_s^m \quad \dot{y}_s^m]^T.$$

A.5 LINÉARISATION DES ÉQUATIONS

INTRODUCTION

Une fois les lois de la physique appliquées à la modélisation dynamique du banc d'essai à suspension magnétique, il en résulte un système d'ordre 13 avec 3 entrées et 7 sorties mesurées. Il est à noter que les 13 variables d'état sont disponibles sur le simulateur pour fins d'analyse et de simulation. Cependant, sur le banc d'essai, seule une combinaison linéaire des variables d'état, telles que vues à travers les capteurs, est disponible pour observer le comportement du système et en assurer l'asservissement. C'est le cas typique de systèmes complexes où seul un sous-ensemble des variables d'états est disponible à la sortie pour la commande, soit pour raison de coûts (certains capteurs coûtent cher), de contraintes physiques (il peut manquer d'espace pour installer tous les capteurs désirés) ou parce que certaines variables d'état ne sont pas simplement mesurables.

TRANSFORMATION DES DÉRIVÉES D'ORDRE 2 À ORDRE 1

Le modèle obtenu à la section précédente combine des équations d'ordre 1 de la forme :

$$\frac{di}{dt} = f_i(\underline{x}, \underline{u})$$

due à l'application de la loi des tensions de Kirchhoff sur la partie électrique et des équations d'ordre 2 de la forme :

$$\frac{d^2w}{dt^2} = f_w(\underline{x}, \underline{u})$$

due à l'application de la 2^e loi de Newton sur les variables physiques w de translation et de rotation du système ($w = \varphi, \theta, z, x_s$ ou y_s). La première étape vers le développement d'une version linéaire du système en vue de son asservissement est de décomposer toute équation dynamique d'ordre n en n équations d'ordre 1 en définissant $n - 1$ nouvelles variables d'état. L'exemple classique est le cas de l'application de la 2^e loi de Newton pour modéliser le déplacement x d'une masse m ($n = 2$):

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F.$$

On définit la nouvelle variable d'état vitesse v pour décomposer cette équation d'ordre 2 en 2 équations d'ordre 1 :

$$\frac{dx}{dt} = v \quad \frac{dv}{dt} = F.$$

On utilisera les variables d'état suivantes pour les vitesses: $\omega_\varphi = \dot{\varphi}$, $\omega_\theta = \dot{\theta}$, $v_z = \dot{z}$, $v_{sx} = \dot{x}_s$, $v_{sy} = \dot{y}_s$. Le système d'équations est de type « entrée-sortie » de la forme générale suivante où toutes les dérivées sont d'ordre 1 :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= f(\underline{x}, \underline{u}) \\ \underline{y} &= g(\underline{x}, \underline{u}) \end{aligned}$$

où \underline{x} représente la matrice-colonne des 13 variables d'état, \underline{y} la matrice-colonne des 7 sorties et \underline{u} la matrice-colonne des 3 entrées. La première équation est l'équation d'état alors que la deuxième s'appelle l'équation de sortie.

CONDITIONS D'ÉQUILIBRE

Les fonctions $f(\underline{x}, \underline{u})$ et $g(\underline{x}, \underline{u})$ sont généralement des fonctions non linéaires des variables d'état et des entrées. Il existe plusieurs techniques de conception de système de commande qui traitent directement les systèmes non linéaires (elles sont vues au cours GEI779 en S8). Dans le contexte du présent projet, les techniques d'asservissement qui seront utilisées sont toutes basées sur des modèles linéaires. Il s'ensuit donc le besoin de linéariser les équations ci-dessus pour en arriver à un modèle variable d'état linéaire de la forme classique :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \underline{A} \underline{x} + \underline{B} \underline{u} \\ \underline{y} &= \underline{C} \underline{x} + \underline{D} \underline{u}.\end{aligned}$$

Les 5 étapes qui permettent d'obtenir le modèle variable d'état linéaire à partir des équations non linéaires sont expliquées dans le document « *Techniques de linéarisation* ». Il y est démontré que les matrices $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ sont obtenues à partir des dérivées partielles des fonctions $f(\underline{x}, \underline{u})$ et $g(\underline{x}, \underline{u})$ par rapport aux états \underline{x} et aux entrées \underline{u} .

Tel que décrit dans le document « *Techniques de linéarisation* », la linéarisation d'un système non linéaire consiste à appliquer la série de Taylor aux fonctions $f(\underline{x}, \underline{u})$ et $g(\underline{x}, \underline{u})$ autour d'une valeur fixe des variables d'état appelée « point de linéarisation » (pour les mathématiciens) ou « point d'opération » (pour les ingénieurs). C'est autour de ce point d'opération que la dynamique du système évoluera lors de l'opération du banc d'essai asservi. Il est donc important de choisir ce point judicieusement. Pour un système dynamique donné, il y a une infinité de points d'opération possibles. Dans la plupart des systèmes physiques, il existe un sous-ensemble de ces points d'opération, appelés « points d'équilibre », qui ont la propriété de placer le système en condition d'équilibre du système, une propriété utile dans la conception d'asservissements. Ces conditions d'équilibre définissent les variables d'état \underline{x} à l'équilibre, dénotées \underline{x}_{eq} et les variables d'entrées à l'équilibre \underline{u} , dénotées \underline{u}_{eq} , qui placent le système en un état où *toutes les dérivées des variables d'état sont nulles* : $\dot{\underline{x}} = \underline{0}$. Pour un système mécanique, cela correspond à un équilibre statique où la résultante des forces et des couples appliqués sur le système est nulle. Pour un système électrique (à courant continu), cela correspond à la condition où le courant est constant.

Il faut distinguer un système à l'équilibre d'un système stable. Un point d'équilibre peut être stable ou instable. Par exemple, un pendule inversé (ou un stylo que l'on place à la verticale sur sa pointe) est en position d'équilibre (si on est assez habile...) mais cet équilibre est évidemment instable. Par contre, un pendule à la verticale (avec la masse sous le pivot) est en équilibre stable. Tout déplacement de cette position d'équilibre le ramène à cette position.

En reprenant les équations ci-dessous, les conditions d'équilibre du banc d'essai sont obtenues par la solution de :

$$f(\underline{x}_{eq}, \underline{u}_{eq}) = \underline{0}.$$

Les sorties à l'équilibre seront ensuite obtenues avec :

$$\underline{y}_{eq} = g(\underline{x}_{eq}, \underline{u}_{eq}).$$

La solution de ces équations peut prendre plusieurs formes : soit on choisit une sortie désirée \underline{y}_{eq} et on calcule avec ces équations les états d'équilibre \underline{x}_{eq} et les entrées d'équilibre \underline{u}_{eq} qui satisfont les deux équations, soit on applique des entrées désirées \underline{u}_{eq} et on calcule les états d'équilibre \underline{x}_{eq} (s'ils existent) qui résulteraient de ces entrées. Par exemple, on désire une vitesse de 90 km/h pour une voiture se déplaçant sur la route ($y_{eq} = 90$ km/h) et on calcule la force motrice (\underline{u}_{eq}) qui annulera la trainée aérodynamique pour avoir une dérivée dv/dt nulle et obtenir la vitesse de sortie désirée. À l'inverse, on peut appliquer une force à la voiture et voir qu'elle vitesse à l'équilibre on obtient.

ÉTAPES DE LINÉARISATION

Avec ces informations, le modèle dynamique du banc d'essai peut être linéarisé en suivant les 5 étapes habituelles :

1. Obtenir les équations d'équilibre et calculer les entrées \underline{u}_{eq} , états \underline{x}_{eq} et sorties \underline{y}_{eq} à l'équilibre.
2. Linéariser les termes non linéaires avec une série de Taylor d'ordre 1 autour de $\underline{x}_{eq}, \underline{u}_{eq}$.
3. Remplacer les termes linéarisés dans les équations originales.
4. Faire un changement de variables en termes de variations autour de l'équilibre :

$$\underline{\Delta x} = \underline{x} - \underline{x}_{eq} \quad \underline{\Delta u} = \underline{u} - \underline{u}_{eq}.$$

5. Soustraire (ou annuler) l'équation d'équilibre de ces équations pour obtenir le système linéaire.

À la première étape, il sera démontré que les conditions d'équilibre vont générer des équations qui fixent la valeur de 10 des 13 variables d'état mais qu'il y aura une infinité de solution à cause des 3 autres variables d'état qui peuvent prendre une infinité de valeurs, au choix :

- x_{seq}, y_{seq} : la position à l'équilibre de la sphère peut être quelconque (dans les limites de la plaque)
- z_{oeq} : la hauteur du centre de la plaque à l'équilibre peut être quelconque (dans les limites du montage).

Pour les fins du développement analytique des équations linéarisées, ces trois variables seront maintenues sous leur forme symbolique. Cela permettra de développer un code MATLAB/Simulink générique où les valeurs numériques des ces trois états à l'équilibre pourront facilement être accessibles et changées au besoin pour différentes positions de la sphère et différentes hauteurs de la plaque. Les 10 autres variables à l'équilibre seront calculées avec les équations obtenues plus tôt.

FORME DU SYSTÈME LINÉARISÉ

Le système linéaire résultant sera de la forme :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta \dot{x}} &= \underline{A} \underline{\Delta x} + \underline{B} \underline{\Delta u}_{ABC} \\ \underline{\Delta y} &= \underline{C} \underline{\Delta x} + \underline{D} \underline{\Delta u}_{ABC}. \end{aligned}$$

avec la matrice-colonne des états :

$$\Delta \underline{x} = [\Delta \varphi \quad \Delta \theta \quad \Delta z \quad \Delta \omega_\varphi \quad \Delta \omega_\theta \quad \Delta v_z \quad \Delta x_s \quad \Delta y_s \quad \Delta v_{sx} \quad \Delta v_{sy} \quad \Delta i_A \quad \Delta i_B \quad \Delta i_C]^T$$

la matrice-colonne des entrées (tensions aux actionneurs):

$$\Delta \underline{u}_{ABC} = [\Delta V_A \quad \Delta V_B \quad \Delta V_C]^T$$

et la matrice-colonne des sorties (distance aux capteurs à effet Hall, position et vitesse de la sphère) :

$$\Delta \underline{y} = [\Delta d_D^m \quad \Delta d_E^m \quad \Delta d_F^m \quad \Delta x_s^m \quad \Delta y_s^m \quad \Delta \dot{x}_s^m \quad \Delta \dot{y}_s^m]^T.$$

Les symboles « Δ » sont parfois omis dans les livres de référence puisqu'il est toujours sous-entendu que la version linéaire d'un système non linéaire est en variation autour d'un point d'opération quelconque. La notation $\Delta \underline{u}_{ABC}$ est utilisée pour les entrées sous forme de tension aux actionneurs A, B, C pour les distinguer d'autres entrées en tension qui seront présentées plus loin.

Il sera démontré que les matrices d'état $\underline{A}, \underline{B}$ et de sortie $\underline{C}, \underline{D}$ seront de la forme suivante :

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{1}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{PP}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{PS}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{PC}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{1}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{SP}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{CC}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{CV}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} \underline{T}_{DEF}^T & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 4} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{4 \times 3} & \underline{0}_{4 \times 3} & \underline{1}_{4 \times 4} & \underline{0}_{4 \times 3} \end{bmatrix} \quad \underline{D} = \underline{0}_{7 \times 3}.$$

Les indices spécifient la dimension des sous-matrices. Les symboles $\underline{0}$ et $\underline{1}$ représentent respectivement une matrice de zéros et une matrice identité. Il ne reste donc qu'à obtenir la forme analytique des sous-matrices suivantes, dont la nomenclature a été choisie pour identifier le rôle de chaque sous-matrice dans la dynamique du système :

$\underline{PP}_{3 \times 3}$: dépendance de la dynamique de la plaque (P) sur les variables d'états de la plaque (P)

$\underline{PS}_{3 \times 2}$: dépendance de la dynamique de la plaque (P) sur les variables d'états de la sphère (S)

$\underline{SP}_{2 \times 3}$: dépendance de la dynamique de la sphère (S) sur les variables d'états de la plaque (P)

$\underline{PC}_{3 \times 3}$: dépendance de la dynamique de la plaque (P) sur les variables d'états du circuit électrique (C)

$\underline{CC}_{3 \times 3}$: dépendance de la dynamique du circuit électrique (C) sur les variables d'états du circuit électrique (C)

$\underline{CV}_{3 \times 3}$: dépendance de la dynamique du circuit électrique (C) sur les entrées en tension (V).

\underline{T}_{DEF} : changement de coordonnées entre les variables d'état et les variables de sorties.

La forme détaillée de chaque sous-matrice sera développée sous forme analytique avec les détails explicatifs.

A.6 DÉCOUPLAGE DES ÉQUATIONS

INTRODUCTION

Le système linéaire obtenu à la section précédente illustre le fait que les variables d'état et d'entrée sont toutes inter reliées (on dit aussi *couplées*). Tout comme il existe des techniques de commande qui traitent des systèmes non linéaires (commande non linéaire vue en GEI779), il existe aussi des techniques d'asservissement qui traitent des systèmes linéaires couplés d'ordre quelconque, ayant plusieurs entrées et plusieurs sorties (commande multivariable vue en GEI720). Cependant, dans le cadre de ce projet (commande classique), les techniques d'asservissement considérées ne peuvent traiter que des systèmes à entrée et sortie unique (SISO : *single-input, single-output*) à base de fonctions de transfert ou des systèmes à entrée unique et sortie multiple (SIMO : *single-input, multiple-output*) où les sorties sont des dérivées les une par rapport aux autres (par exemple : position, vitesse). Alors qu'un modèle variable d'état peut avoir un nombre quelconque d'entrées et de sorties, un modèle fonction de transfert n'accepte qu'une seule entrée. Pour obtenir un modèle SISO ou SIMO à partir d'un modèle multivariable couplé, il faut appliquer une technique de *découplage des équations*. Il y a plusieurs techniques pour ce faire.

Une de celles-ci consiste à appliquer les techniques d'algèbre linéaire qui effectuent un changement de variables d'état de façon à diagonaliser la matrice d'état \underline{A} ce qui découple ainsi les 13 variables d'état en 13 équations séparées. Cependant, cette technique a certains inconvénients : les nouvelles variables d'état n'ont parfois aucun sens physique et certains éléments des nouvelles matrices \underline{A} et \underline{B} deviennent complexes.

Une autre solution consiste à appliquer certaines techniques d'algèbre linéaire qui découplent la dynamique du système en *modes* dynamiques. Ce changement de variables d'état transforme la matrice d'état \underline{A} en sous-matrices modales découplées les unes des autres. À ces sous-matrices correspondent de nouvelles variables d'état qui maintiennent leur sens physique et qui deviennent ainsi regroupées en sous-ensembles découplés les uns des autres, chaque sous-ensemble de variables d'état étant associé à une des sous-matrice modale de la matrice d'état transformée. Dans cette approche, il arrive parfois qu'il faille négliger certains couplages entre deux sous-ensembles de variables d'état. Ce couplage sera ensuite considéré comme une perturbation extérieure qui devra être compensée par l'asservissement. Par exemple, dans la dynamique d'une sphère de tennis en vol, la dynamique de son altitude (z, \dot{z}) est couplée à la dynamique de sa translation horizontale (x, \dot{x}) par la trainée aérodynamique qui dépend des deux sous-ensembles de variables d'état (la trainée dépend de la vitesse totale au carré $\dot{x}^2 + \dot{z}^2$). Si on veut découpler les deux sous-ensembles de variables d'état (x, \dot{x}) et (z, \dot{z}), on doit négliger la trainée aérodynamique. On peut écrire les équations dynamiques de chaque sous-ensemble de façon indépendante, sans la trainée aérodynamique, et calculer leur trajectoire $x(t)$ et $z(t)$ de façon indépendante. Par contre, dans la réalité, la trainée aérodynamique va perturber cette trajectoire calculée par découplage. Dans le cas d'un système asservi, la rétroaction permettra de compenser cette perturbation. La technique de découplage proposée ici sera de ce deuxième type :

- un changement de coordonnées regroupera les variables d'état en sous-ensembles découplés
- certains couplages dynamiques seront ignorés.

DÉCOUPLAGE PLAQUE-SPHÈRE

Une première étape de découplage consiste à découpler la dynamique de la sphère de celle de la plaque. Il peut être observé que les équations dynamiques linéarisées de la plaque dépendent de la position de la sphère sur la plaque. En effet, la sphère cause une force et un couple qui dépend de sa position sur la plaque :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\phi} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{z} \\ \Delta\dot{\omega}_\phi \\ \Delta\dot{\omega}_\theta \\ \Delta\dot{v}_z \\ \Delta\dot{x}_s \\ \Delta\dot{y}_s \\ \Delta\dot{v}_{sx} \\ \Delta\dot{v}_{sy} \\ (\Delta\dot{i}_A) \\ (\Delta\dot{i}_B) \\ (\Delta\dot{i}_C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{1}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{PP}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{PS}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{PC}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{1}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{SP}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{CC}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta z \\ \Delta\omega_\phi \\ \Delta\omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta v_{sx} \\ \Delta v_{sy} \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{CV}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}.$$

Pour découpler le sous-ensemble des variables d'état de la plaque ($\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta z, \Delta\omega_\phi, \Delta\omega_\theta, \Delta v_z$) de celles de la sphère ($\Delta x_s, \Delta y_s, \Delta v_{sx}, \Delta v_{sy}$), on suppose que la force et le couple causés par la sphère sur la plaque est une perturbation qui peut être négligée. Cela est justifié par le fait que la masse de la sphère est négligeable par rapport à celle de la plaque. Si on néglige ainsi la présence de la sphère, le terme \underline{PS} dans la matrice \underline{A} disparaît :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\phi} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{z} \\ \Delta\dot{\omega}_\phi \\ \Delta\dot{\omega}_\theta \\ \Delta\dot{v}_z \\ \Delta\dot{x}_s \\ \Delta\dot{y}_s \\ \Delta\dot{v}_{sx} \\ \Delta\dot{v}_{sy} \\ (\Delta\dot{i}_A) \\ (\Delta\dot{i}_B) \\ (\Delta\dot{i}_C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{1}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{PP}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{PC}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{1}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{SP}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 3} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{0}_{3 \times 2} & \underline{CC}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta z \\ \Delta\omega_\phi \\ \Delta\omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta v_{sx} \\ \Delta v_{sy} \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{CV}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}.$$

On peut ainsi séparer la dynamique de la plaque de celles de la sphère selon les encadrés pointillés ci-dessus. Il sera démontré que le système d'ordre 9 de la plaque devient découplé de la dynamique d'ordre 4 de la sphère.

Équations d'état de la plaque :

$$\Delta \dot{\underline{x}}_p = \underline{A}_p \Delta \underline{x}_p + \underline{B}_p \Delta \underline{u}_{ABC}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\phi} \\ \Delta \dot{\theta} \\ \Delta \dot{z} \\ \Delta \dot{\omega}_\phi \\ \Delta \dot{\omega}_\theta \\ \Delta \dot{v}_z \\ (\Delta \dot{i}_A) \\ (\Delta \dot{i}_B) \\ (\Delta \dot{i}_C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{1}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{PP}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{PC}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{CC}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \theta \\ \Delta z \\ \Delta \omega_\phi \\ \Delta \omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{CV}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}$$

Équation de sortie de la plaque

$$\Delta \underline{y}_p = \underline{C}_p \Delta \underline{x}_p + \underline{D}_p \Delta \underline{u}_{ABC}$$

$$\Delta \underline{y}_p = \begin{bmatrix} \Delta d_D^m \\ \Delta d_E^m \\ \Delta d_F^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{DEF}^T & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \theta \\ \Delta z \\ \Delta \omega_\phi \\ \Delta \omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}$$

Équations d'état de la sphère :

$$\Delta \dot{\underline{x}}_s = \underline{A}_s \Delta \underline{x}_s + \underline{B}_s \Delta \underline{u}_p$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_s \\ \Delta \dot{y}_s \\ \Delta \dot{v}_{sx} \\ \Delta \dot{v}_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{1}_{2 \times 2} \\ \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta v_{sx} \\ \Delta v_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{2 \times 3} \\ \underline{SP}_{2 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \theta \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

Équation de sortie de la sphère :

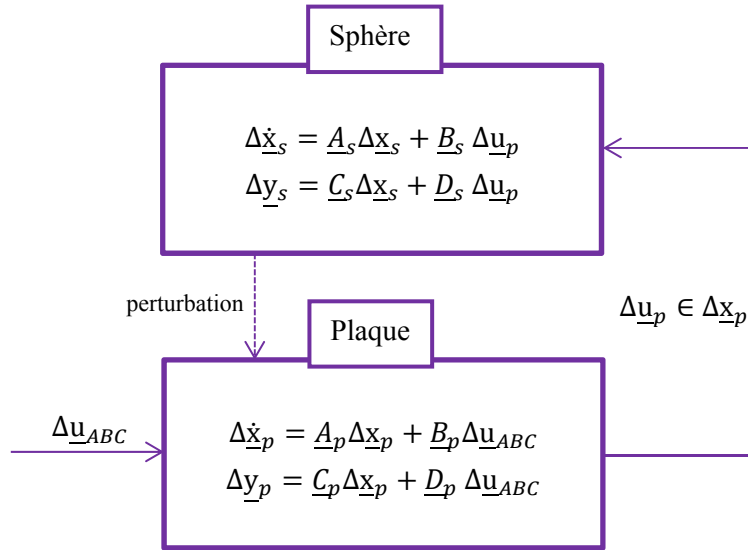
$$\Delta \underline{y}_s = \underline{C}_s \Delta \underline{x}_s + \underline{D}_s \Delta \underline{u}_p$$

$$\Delta \underline{y}_s = \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta v_{sx} \\ \Delta v_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{1}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta v_{sx} \\ \Delta v_{sy} \end{bmatrix} + \underline{0}_{4 \times 3} \begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \theta \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

Il peut être observé que la dynamique de la sphère dépend toujours de la dynamique de la plaque. Cependant, on traite cette dépendance sous forme d'entrée $\Delta \underline{u}_p$ où $\Delta \underline{u}_p = [\Delta \phi \quad \Delta \theta \quad \Delta z]^T$ est le sous-ensemble des variables d'état de la plaque $\Delta \underline{x}_p$ qui correspond à la position (angulaire et verticale) de la plaque.

On peut maintenant considérer le système complet comme étant composé de deux sous-systèmes :

- la dynamique de la plaque avec les tensions $\Delta \underline{u}_{ABC}$ comme entrées
- la dynamique de la sphère avec la position de la plaque comme entrée $\Delta \underline{u}_p$



Ainsi, on peut commander la dynamique de la plaque avec les tensions électriques $\Delta \underline{u}_{ABC}$ pour obtenir sa position verticale z et angulaire φ et θ qui, à leur tour, commandent la position de la sphère, cette dernière exerçant une perturbation sur la dynamique de la plaque.

Le système original à 13 variables d'état, 7 sorties et 3 entrées a été découplé en deux sous-systèmes :

- système-plaque : un système à 9 variables d'état, 3 sorties et 3 entrées
- système-sphère : un système à 4 variables d'état, 4 sorties et 3 entrées (correspondant aux sorties du système-plaque).

Le processus de découplage doit se poursuivre pour arriver à des systèmes SISO ou SIMO.

DÉCOUPLAGE DES AXES DE LA SPHÈRE

Une analyse de la sous-matrice $\underline{SP}_{2 \times 3}$ dans les équations d'état de la sphère permettra de réaliser que les deux axes de la dynamique de la sphère sont déjà découplés : les équations dynamiques selon \vec{P}_x avec variables d'état $\Delta x_s, \Delta v_{sx}$ sont déjà découplées des équations dynamiques selon \vec{P}_y avec variables d'état $\Delta y_s, \Delta v_{sy}$, chaque sous-ensemble de variables d'état ayant sa propre entrée indépendante de celle de l'autre sous-ensemble.

Le système-sphère original d'ordre 4 avec 4 variables d'état, 4 sorties et 3 entrées devient ainsi 2 systèmes SIMO découplés d'ordre 2 avec chacun 2 variables d'état, 2 sorties (position et vitesse) et leur entrée propre.

DÉCOUPLAGE DES AXES DE LA PLAQUE

Le système-plaque contient 9 variables d'état avec 3 sorties (distance aux 3 capteurs à effet Hall) et 3 entrées (tension électrique aux 3 actionneurs) :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\varphi} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{z} \\ \Delta\dot{\omega}_\varphi \\ \Delta\dot{\omega}_\theta \\ \Delta\dot{v}_z \\ (\Delta i_A) \\ (\Delta i_B) \\ (\Delta i_C) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{1}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{PP}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{PC}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{CC}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\theta \\ \Delta z \\ \Delta\omega_\varphi \\ \Delta\omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{CV}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}$$

$$\Delta y_p = \begin{bmatrix} \Delta d_D^m \\ \Delta d_E^m \\ \Delta d_F^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{DEF}^T & \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\theta \\ \Delta z \\ \Delta\omega_\varphi \\ \Delta\omega_\theta \\ \Delta v_z \\ \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix}$$

Ces équations sont couplées par le fait que :

- la force appliquée par un actionneur $K = A, B, C$ affecte toutes les variables d'état de la plaque : comme illustré ci-dessus en ligne rouge continue, les 3 courants Δi_K affectent l'accélération linéaire et les accélérations angulaires de la plaque à travers la sous-matrice $\underline{PC}_{3 \times 3}$
- de plus, comme illustré ci-dessus en ligne bleue pointillée, la position de la plaque affecte aussi l'accélération linéaire et les accélérations angulaires de la plaque à travers la sous-matrice $\underline{PP}_{3 \times 3}$
- les sorties sont une combinaison linéaire (donc un couplage) des états à travers la sous-matrice T_{DEF}^T .

Les sous-matrices \underline{CC} et \underline{CV} pourraient aussi être une source de couplage entre les variables d'état du courant électrique. Cependant, il sera observé que ces deux sous-matrices sont diagonales. Par conséquent, les 3 équations dynamiques des circuits électriques sont déjà découplées. Il est facile de voir que la tension ΔV_K appliquée sur l'actionneur K n'affecte que le courant Δi_K , pas les deux autres. Cet exemple démontre que si une sous-matrice est diagonale, la dynamique des variables d'état associées sera aussi découplée. Ainsi, le découplage des équations d'état demandent une analyse détaillée de la forme des matrices de couplage \underline{PC} et \underline{PP} . Les façons par lesquelles ces matrices peuvent être diagonalisées permettront d'identifier les conditions sous lesquelles le découplage sera fait.

Cet exercice de découplage, qui relève souvent d'une combinaison d'intuition et d'analyse mathématique, incite à identifier les conditions sous lesquelles on pourrait arriver à séparer les 3 axes du mouvement de la plaque (φ, θ, z) en 3 « canaux » indépendants de variables d'état, d'entrée et de sorties :

$$\begin{aligned}
 \text{axe } \varphi: & \{ \Delta\varphi, \Delta\dot{\varphi} \} \\
 \text{axe } \theta: & \{ \Delta\theta, \Delta\dot{\theta} \} \\
 \text{axe } z: & \{ \Delta z, \Delta\dot{z} \}.
 \end{aligned}$$

Cela revient à trouver les conditions sous lesquelles *toutes les sous-matrices deviennent diagonales*, permettant ainsi d'avoir les 3 axes découplés. Cet exercice de découplage a été effectué et les lignes directrices qui en résultent sont présentées ci-dessous. Il sera démontré que les nouvelles variables d'état des circuits électriques seront transformées pour en arriver à des courants électriques $\Delta i_\varphi, \Delta i_\theta, \Delta i_z$ spécifiques à chaque axe et à des entrées (tensions électriques) $\Delta V_\varphi, \Delta V_\theta, \Delta V_z$ spécifiques à chaque axe.

Voici les grandes lignes de cet exercice de découplage de la dynamique de la plaque, découplage qui sera démontré au long, avec tous les détails analytiques.

1. Les trois circuits électriques des actionneurs A, B, C seront considérés parfaitement identiques, avec des paramètres numériquement égaux. Toutes déviations de ces conditions seront considérées des perturbations à être traitées par l'asservissement.
2. La géométrie triangulaire de la disposition des actionneurs et des capteurs (Section A.2, **Figure 3**) sera considérée parfaite, toute asymétrie causée par les tolérances de fabrication considérée comme des perturbations à être traitées par l'asservissement.
3. Un changement de coordonnées dans les variables d'état des circuits électriques sera appliqué à partir des coordonnées-actionneurs A, B, C vers les coordonnées-plaque φ, θ, z selon les transformations :

$$\begin{bmatrix} \Delta i_\varphi \\ \Delta i_\theta \\ \Delta i_z \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \Delta i_A \\ \Delta i_B \\ \Delta i_C \end{bmatrix}.$$

4. Un changement de coordonnées dans les variables d'entrée des circuits électriques sera appliqué à partir des coordonnées-actionneurs A, B, C vers les coordonnées-plaque φ, θ, z selon les transformations :

$$\Delta \underline{u}_{\varphi\theta z} = \begin{bmatrix} \Delta V_\varphi \\ \Delta V_\theta \\ \Delta V_z \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \Delta V_A \\ \Delta V_B \\ \Delta V_C \end{bmatrix} = U \Delta \underline{u}_{ABC}.$$

5. Un changement de coordonnées dans les variables de sorties sera appliqué à partir des coordonnées-capteurs D, E, F vers les coordonnées-plaque φ, θ, z selon l'inverse des transformations déjà présentées :

$$\Delta \underline{y}_{\varphi\theta z} = (T_{DEF}^T)^{-1} \Delta \underline{y}_p = (T_{DEF}^T)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta d_D^m \\ \Delta d_E^m \\ \Delta d_F^m \end{bmatrix}.$$

La matrice de transformation U a déjà été développée à la Section A.4 dans l'équation :

$$\begin{bmatrix} M_{xABC} \\ M_{yABC} \\ F_{zABC} \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{bmatrix}.$$

En appliquant ces transformations, le système-plaque original d'ordre 9 avec 9 variables d'état, 3 sorties (distance aux 3 capteurs à effet Hall) et 3 entrées (tension électrique aux 3 actionneurs) se découple en 3 systèmes SISO découplés d'ordre 3 avec trois variables d'état chacun, une entrée de tension électrique et une sortie mesurée.

SYSTÈME LINÉARISÉ ET DÉCOUPLÉ FINAL

La linéarisation et le découplage des équations résultent en

- 3 sous-systèmes SISO d'ordre 3 (système-plaque) et
- 2 sous-systèmes SIMO d'ordre 2 (système-sphère).

Avec les 4 mesures de la caméra, il sera possible d'asservir les 2 sous-systèmes SIMO de la sphère avec un compensateur pour chacun des 2 sous-systèmes. Avec les 3 mesures de distance des capteurs à effet Hall, il sera possible d'asservir les 3 sous-systèmes SISO de la plaque avec un compensateur pour chaque sous-système.

AXES	Ordre	ÉTATS	ENTRÉES	SORTIES
axe φ	3	$\Delta\varphi, \Delta\dot{\varphi}, \Delta i_{\varphi}$	ΔV_{φ}	$\Delta\varphi$
axe θ	3	$\Delta\theta, \Delta\dot{\theta}, \Delta i_{\theta}$	ΔV_{θ}	$\Delta\theta$
axe z	3	$\Delta z, \Delta\dot{z}, \Delta i_z$	ΔV_z	Δz
axe x_s	2	$\Delta x_s, \Delta\dot{x}_s$	à déterminer	$\Delta x_s, \Delta\dot{x}_s$
axe y_s	2	$\Delta y_s, \Delta\dot{y}_s$	à déterminer	$\Delta y_s, \Delta\dot{y}_s$

ANNEXE B SIMULATION BLENDER

La taille et le temps de rendering sont des facteurs importants pour une vidéo. Considérez les facteurs suivants pour la création de votre vidéo :

- Taille maximale : 300 MB,
- Ratio 16:9
- Résolution : 960x540
- Frames par seconde : 60
- Le rendu doit se faire en format avi.

Pour une simulation réussie, il faut que la sphère soit clairement montrée dans le train. Pour ce faire, vous pouvez utiliser un certain niveau de transparence pour le train.

Pour vous guider dans le développement, on a mis à votre disposition sur le site du projet quelques exemples de vidéos dans le fichier VideosDemo.zip. Voici les commentaires pour chacun de ces vidéos.

- Exemple1.MP4 : Cette vidéo montre un fond bien réussi. Les deux trains sont évidents, mais la bille n'est pas facile à repérer. Le type de fichier est .mp4, ce qui n'est pas conforme à la spécification.
- Exemple2.avi : Cette vidéo montre l'intérieur du train d'une manière claire, et la bille est clairement visible. La vidéo a des problèmes de synchronisation entre les deux trains, et l'arrière-plan n'est pas très bien traité.
- Exemple3.avi : Cette vidéo montre les deux trains superposés et la bille est montrée à l'extérieur du train, ce qui permet regarder cette dernière, mais elle n'est pas assez grande pour voir ses déplacements. L'arrière-plan est correct.
- Exemple4.avi : Cette vidéo met en évidence la bille, on peut très bien regarder ses déplacements. Mais l'arrière-plan n'est pas évident et les déplacements du train non plus. La vidéo ne montre pas le compteur de frames ni le facteur de performance.
- Exemple5.m4v : Cette vidéo essaye de montrer les deux billes. La caméra est trop loin, on perd le détail du déplacement des billes. Il n'y a pas de deuxième train. Le format m4v n'est pas conforme à la spécification.
- Exemple6.avi : Cette vidéo montre une belle réalisation du train, avec la transparence pour montrer la bille au milieu. Il manquerait un peu plus d'amplitude sur le déplacement de la bille. Les rails permettent de mieux visualiser la trajectoire du train. Le compteur de frames ne se met pas à jour selon l'avancement de la vidéo.
- Exemple7.avi : Cette vidéo montre un beau travail avec le train, mais la disposition de la caméra ne permet pas d'apprécier les déplacements correctement. L'arrière-plan est correct. Il n'y a pas de compteur de frames ni le facteur de performance affiché.

ANNEXE C IDENTIFICATION DES ACTIONNEURS ET DES CAPTEURS

L'archive Matlab fournie par la SBB pour l'identification des actionneurs « mesures_forces.zip » contient les fichiers suivants :

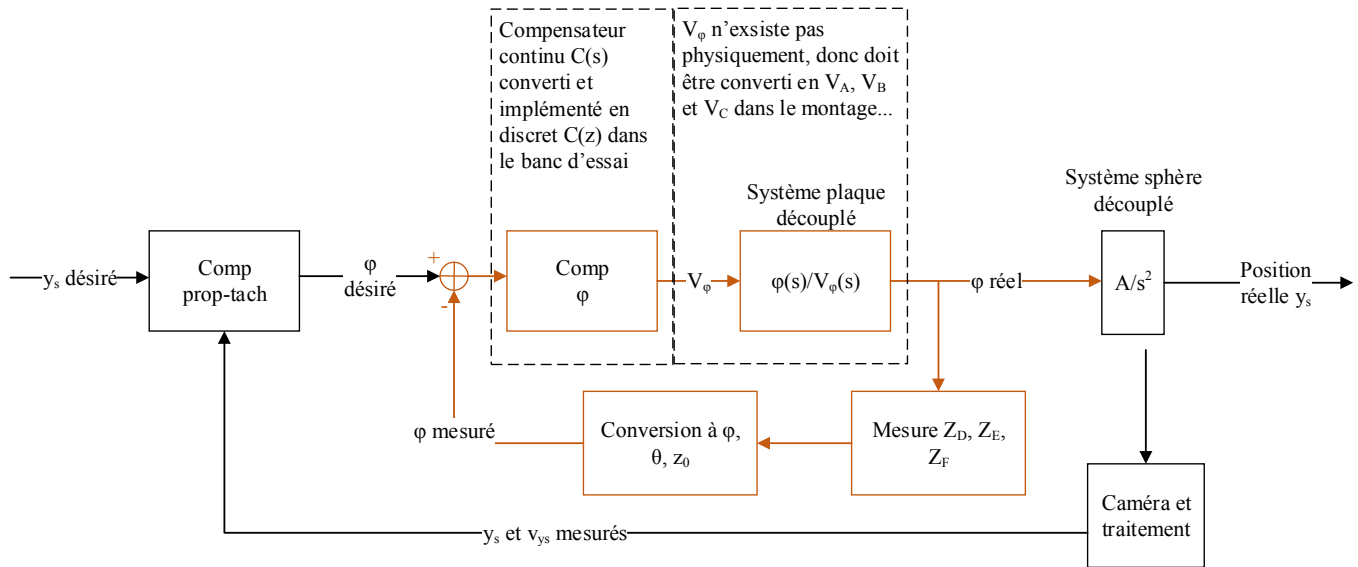
- Fe_attraction.mat : pour un seul actionneur, force F_E (N) en fonction de la hauteur de la plaque en z (m) dans le système inertiel pour un courant dans l'actionneur de -1 et -2 A. La SBB a déjà estimé le paramètre b_{E1} à 13.029359254409743.
- Fs.mat : pour un seul actionneur, force F_S (N) en fonction de la hauteur de la plaque (m).

L'archive Matlab fournie par la SBB pour l'identification des actionneurs « capteur.zip » contient le fichier suivant :

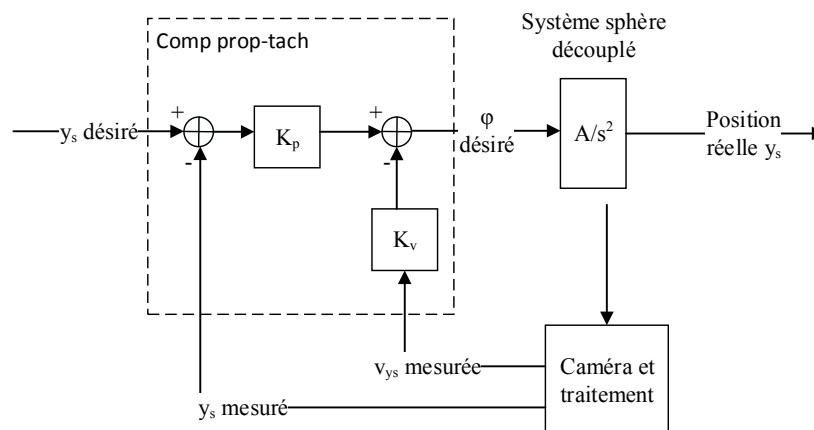
- capteur.mat : pour un seul capteur, hauteur effective en z (m) de la plaque vis-à-vis le capteur dans le système inertiel en fonction du voltage lu au capteur (V).

ANNEXE D ASSERVISSEMENTS

La figure suivante montre l'architecture partielle de conception des asservissements pour un seul des axes sphère. La boucle interne (couleur) asservit un angle de la plaque, tandis que la boucle externe (noir) asservit un des axes de la sphère.



Pour la conception du compensateur proportionnel-tachymétrique de la boucle externe, étant donné la grande rapidité de la boucle interne par rapport à la boucle externe (plusieurs ordres de grandeur plus rapide en terme de temps de réponse), on peut négliger la boucle interne, c'est-à-dire qu'on pose l'hypothèse que φ réel est égal à φ désiré, comme dans la figure suivante.



ANNEXE E TESTS STATIQUES

ANNEXE F CONCEPTION DES TRAJECTOIRES DE RÉFÉRENCE

F.1 FONCTION D'INTERPOLATION

ENTRÉES

Le fournisseur produira une fonction Matlab qui prend en entrée :

- Un tableau de dimension $(N_i, 2)$ contenant les coordonnées intermédiaires x_i (colonne 1) et y_i (colonne 2) en mètres, à interpoler pour la trajectoire du point 1 au point N_i .
- La vitesse v_{AB} , en m/s, voulue constante sur la trajectoire.
- La période d'échantillonnage T_s , en secondes, des points à calculer.

CALCUL DE LA TRAJECTOIRE

Pour les besoins du calcul, on suppose une trajectoire de la forme $y = f(x)$, donc il n'y aura qu'une valeur de y pour chaque x même si la plaque ne possède pas cette limitation. En pratique il y aura 2 trajectoires séparées pour faire un aller-retour du point 1 au point N_i et vice-versa, chaque trajectoire avec une vitesse constante différente. Les deux trajectoires utiliseront les mêmes points extrêmes et la même fonction Matlab du fournisseur sera appelée avec des paramètres différents.

Dans la fonction du fournisseur, il y a 4 catégories de discrétisation des points de la trajectoire :

- (1) Les N_i points d'interpolation qui sont imposés par le client
- (2) Les M points utilisés pour l'intégration numérique de la longueur totale de la trajectoire
- (3) Les O points à distance égale interpolés le long de la trajectoire
- (4) Les points plus raffinés arbitraires pour le graphique de la trajectoire

Étape 1 : Polynôme d'interpolation de la trajectoire

Étape 2 : Calcul de la longueur de la trajectoire

- Calcul de la longueur de la trajectoire avec la méthode du trapèze. La SBB impose $M = 101$ pour le calcul de cette longueur.
- L'équation pour ce calcul est :

$$L = \int_a^b ds = \int_a^b \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{1 + (f')^2} dx$$

où $f' = \frac{df}{dx}$ est la dérivée du polynôme d'interpolation. La fonction $\sqrt{1 + (f')^2}$ sera nommée g pour simplifier :

$$g = \sqrt{1 + (f')^2}$$

Étape 3 : Calcul de l'erreur d'intégration de la longueur de la trajectoire

- Le fournisseur devra entre autres démontrer que la dérivée requise pour ce calcul est :

$$\frac{dg}{dx} = \frac{f' f''}{g}$$

Étape 4 : Calcul de l'échantillonnage des points pour interpolation de la trajectoire

- Vu qu'une vitesse constante est spécifiée le long de la trajectoire, la distance sur la trajectoire entre chaque point est aussi constante. Ce nombre de points O doit être un entier. Le fournisseur calculera la vitesse réelle qui sera légèrement différente de la vitesse demandée à cause du nombre entier de points.
- Le fournisseur calculera les coordonnées en x correspondant aux distances constantes de trajectoire avec la méthode itérative de Newton-Raphson en partant du point précédent, ce qui revient à calculer la prochaine borne supérieure de l'intégrale de distance et nécessitera la dérivée de l'intégrale par rapport à cette borne. Par la règle de Leibniz, cette dérivée vaut

$$\frac{dL}{db} = -g(b)$$

Attention au signe dans l'équation précédente, il dépend de votre transformation de l'équation de L dans votre application de la méthode de Newton-Raphson et pourrait être positif.

Étape 5 : Calcul des points interpolés**Étape 6 : Affichage de la trajectoire**

- Le graphique devra montrer distinctement la trajectoire, les points interpolés et les points intermédiaires spécifiés.

SORTIES

La fonction Matlab retournera les variables suivantes dans des unités consistantes avec les entrées (mètres, secondes) :

- P_i , les coefficients du polynôme d'interpolation
- $Ltr(M, 2)$, une matrice contenant la longueur cumulative de la trajectoire aux M points du calcul
- E , l'erreur d'intégration de la longueur totale
- Vr , la vitesse réelle utilisée dans le calcul de l'interpolation
- $Traj(O, 2)$, les coordonnées interpolées de la trajectoire
- tt , le temps total requis pour parcourir la trajectoire
- Un tableau de format à définir pour transmettre la trajectoire au banc d'essai

F.2 ÉVENTUELLES TRAJECTOIRES FERMÉES (MANDAT D'INNOVATION)

PROBLÈME AVEC LA MÉTHODOLOGIE PROPOSÉE EN F.1

Déterminer une fonction avec certains paramètres libres afin qu'elle passe exactement par un nombre fini de points donnés est possible lorsque ces points permettent de définir une fonction. Dans un cas typique où l'on veut passer par n points $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, il est aisé de déterminer un polynôme $y = p(x) = a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ de degré $n-1$ qui passe exactement par ces n points. On obtient alors un ensemble de n équations linéaires pour les n coefficients a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 qui sont ici les paramètres libres, équations qui mènent à une matrice de Vandermonde qu'il reste à inverser.

La méthodologie précédente est celle proposée dans les APP de S4 et requise pour le mandat ST. Toutefois cette méthode ne fonctionnera pas si vous choisissez de générer des trajectoires fermées dans votre mandat d'innovation. En effet, une telle trajectoire viole une condition essentielle pour qu'une application f définisse une fonction : à chaque valeur de x , $f(x)$ ne donne plus une valeur unique $y = f(x)$. Dans le cas où on a un nombre de points donnés et que ces points définissent une courbe (ou trajectoire) fermée dans le plan tel qu'illustré à la figure 1, il est alors impossible, par la définition même d'une fonction, de trouver une seule fonction qui passe par ces points, car cette fonction devrait avoir deux valeurs différentes pour une même valeur de x .

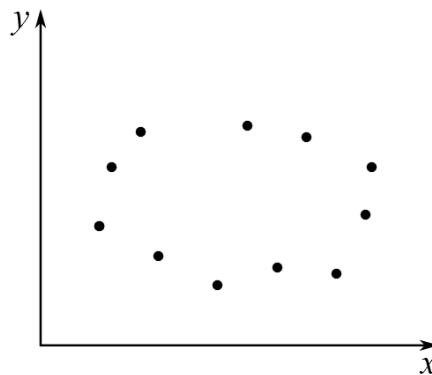


Figure 1 : Ensemble de points représentant une courbe fermée.

SOLUTIONS

Or, il est quand même nécessaire dans une application qui suit une trajectoire fermée, de trouver une (ou plusieurs) expression(s) analytique(s) qui permet(tent) d'interpoler un ensemble de points. Quelques stratégies différentes sont possibles. (1) Une première est de séparer les points en sous-ensembles disjoints de points, chacun des sous-ensembles permettant de définir une fonction. Dans ce cas il reste à « recoller » ces fonctions à leurs extrémités. (2) Une seconde stratégie, qui s'apparente à la première est de plutôt considérer à la fois des fonctions du type $y = f(x)$ et $x = g(y)$ pour « recoller » les différents morceaux afin d'assurer une interpolation la plus lisse possible. (3) Une troisième stratégie est de déterminer une forme paramétrique. Par exemple, si on sait que l'ensemble de points est sur un cercle, alors la forme paramétrique $(x_0 + r \cos \theta, y_0 + r \sin \theta)$ permet de passer sur ces points. Ici $\theta \in [0, 2\pi[$ est le paramètre qui permet de se déplacer le long du cercle, x_0 et y_0 sont les coordonnées du centre du cercle et r son rayon. Dans le cas présent, on cherchera à déterminer les paramètres x_0 , y_0 et r . En général la forme paramétrique (solution 3) est très

restrictive, car il faut à l'avance savoir que les points sont sur un lieu géométrique qui sera représentable par une forme paramétrique particulière, ce qui est rarement le cas en pratique. De ce fait, on n'élaborera pas davantage sur cette approche, car les applications requièrent généralement plus de flexibilité.

Stratégie 1 : Fonctions sur sous-ensembles disjoints de points et recollage

Considérons de nouveau les points illustrés à la figure 1. On peut dans ce cas les séparer en deux sous-ensembles de sorte que pour chacun des sous-ensembles on puisse trouver une fonction qui passe par ces points. Ceci est illustré à la figure 2, où les graphes des fonctions respectives $y = f_1(x)$ et $y = f_2(x)$ sont en vert et rouge.

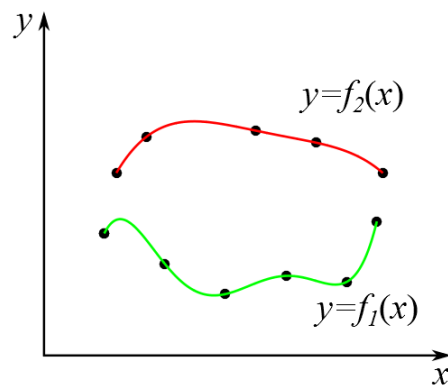


Figure 2 : Interpolation avec deux fonctions (courbe non fermée).

Il y a toutefois une difficulté à régler : avec les deux fonctions, on ne referme pas la courbe; il reste à connecter les points aux extrémités. Dans le cas montré, pour refermer la courbe, on pourrait mettre des points en commun aux extrémités, à savoir mettre aussi le point le plus à gauche du graphe vert avec les points du graphe rouge et le dernier point le plus à droite du graphe rouge avec les points du graphe vert. Ceci donnerait plutôt les graphes illustrés à la figure 3. Notez qu'en ajoutant un point, la forme des courbes obtenues par interpolation ne sont plus les mêmes que sans ces points additionnels, car les degrés des polynômes respectifs obtenus ne sont plus les mêmes après cet ajout. On aurait alors plutôt 2 autres fonctions $f_3(x)$ et $f_4(x)$.

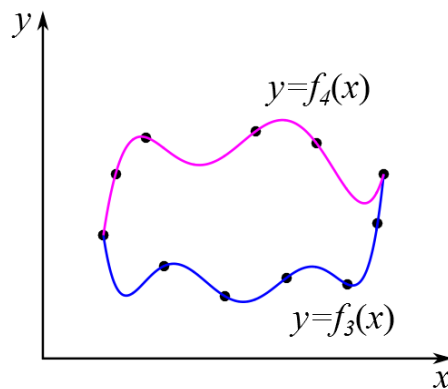


Figure 3 : Interpolation avec deux fonctions (courbe fermée, mais grandes pentes aux extrémités).

Cette approche comporte 2 difficultés. La première est qu'elle donne généralement lieu à des fonctions avec de très grandes pentes à une extrémité, voire même aux deux extrémités dans certains cas. Or, une fonction avec une très grande pente est très près de ne pas être une fonction et cela mène à des instabilités numériques, par exemple lorsque vient le temps de résoudre le système d'équations avec une matrice de Vandermonde. La seconde difficulté est que si les points extrêmes des deux ensembles de points sont parfaitement alignés verticalement, alors il sera impossible de trouver une fonction polynomiale qui les relie. En effet, une fonction polynomiale avec une pente infinie est impossible, ce qu'on retrouve presque à la figure 3. Par exemple, pour le graphe en bleu, la pente à droite est très grande, presque verticale. Et deuxièmement, même si on arrive à recoller les bouts, on voit qu'il y a une discontinuité dans la pente des deux fonctions aux points communs (les deux fonctions n'ont pas la même pente). Cela peut toutefois être acceptable dépendamment de l'application visée.

Étant donné ces difficultés, il est parfois préférable de revenir à la situation de la figure 2 et de recoller différemment et plus simplement les extrémités. Si l'on considère les courbes verte et rouge comme des trajectoires à suivre correspondant à deux « missions » différentes, on peut recoller lorsque l'application le permet ces missions avec des segments de droite comme à la figure 4. Cette approche très simple est représentative de ce qu'on fait en pratique en guidage, par exemple lorsqu'un satellite doit suivre une cible sur terre (comme p.ex. pour cartographier un territoire sur la Terre) et que périodiquement il doit se resituer dans l'espace en pointant vers le Soleil pour le suivre un certain temps. Entre les deux missions (suivi d'une cible sur Terre et suivi du Soleil), on se soucie peu de la transition, tout ce qu'on veut est qu'il le fasse. Cette approche a toutefois le désavantage de ne pas assurer la continuité de la pente, comme sur la figure 4 à la jonction du segment de gauche avec la courbe verte. Ceci n'est peut-être pas souhaitable dans une application donnée.

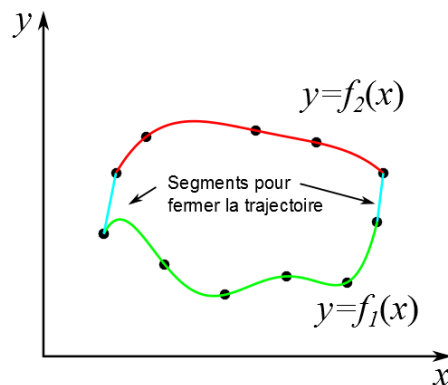


Figure 4 : Fermeture à l'aide de segments pour obtenir une trajectoire fermée.

Stratégie 2 : Fonctions du type $y = f(x)$ et $x = g(y)$ qui se recouvrent

Cette deuxième stratégie, en combinaison avec la première, permet d'en amoindrir les difficultés. Considérons de nouveau les deux graphes de la figure 2 et supposons qu'on veuille les recoller à gauche d'une façon plus lisse que ce qui est montré à la figure 4 où ils forment une pointe. Dans ce cas, à cette jonction il y a un changement abrupt entre la pente du segment de recollage et la pente de la tangente à la courbe verte, changement abrupt qu'on aimerait éviter. Reprenons la figure 2, mais en numérotant les points comme à la figure 5 pour faciliter la discussion.

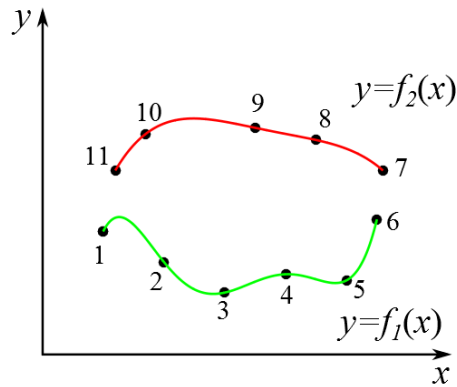


Figure 5 : Graphes de la figure 2 avec numérotation des points.

Pour effectuer un recollage lisse entre les points 1 et 11, on considérera l'ensemble des points 2, 1, 11 et 10 et on effectuera une interpolation sur ces points en considérant que x est une fonction de y , et non pas y une fonction de x comme précédemment, car dans ce cas, on ne peut définir une telle fonction. Noter qu'on a pris les points dans l'ordre indiqué parce qu'ils correspondent à des valeurs de y croissantes, tout comme on procède avec des valeurs croissantes de x lorsqu'on détermine une fonction $y = f(x)$. Le résultat d'une telle interpolation est illustré à la figure 6 (courbe noire $x = g(y)$ sur la figure).

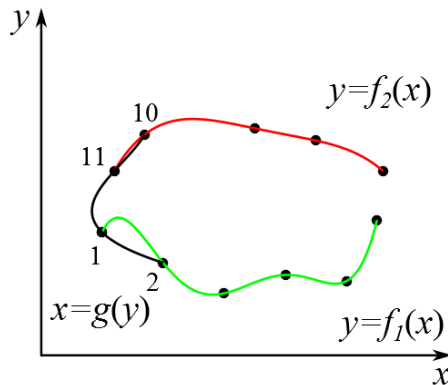


Figure 6 : Recollage avec chevauchement à l'aide d'une fonction $x = g(y)$.

On voit qu'avec cette approche, si pour les points 2, 1, 11 et 10 on utilise la courbe noire, alors on obtient une transition globalement plus lisse aux points 2 et 10 que ce qu'on avait aux points 1 et 11 à la figure 4. Cette méthode n'est toutefois pas parfaite, car il y a malgré tout une petite différence de pentes aux points de recollage 2 et 10, et la sélection des points reste arbitraire. Une méthode plus élaborée pourrait contraindre la dérivée des fonctions aux points de recollage, mais une telle méthode dépasse la portée du mandat de la SBB...

ANNEXE G TRAITEMENT D'IMAGES

Le fournisseur concevra un algorithme composé de deux fonctions. L'une prendra en entrée une ou des images captées par la caméra du montage et l'analysera afin de déterminer la position de la sphère, tandis que l'autre calculera une vitesse à partir d'un vecteur de positions et d'une période d'échantillonnage fixe. L'algorithme initialement développé dans Matlab verra sa version finale codée en C/C++.

1. Entrées/sorties

Pour le calcul de la position, une image couleur sera fournie, composée en réalité de trois matrices : une encodant la couleur rouge, une autre la couleur verte et une autre la couleur bleue. Chaque élément ou pixel de ces matrices de 480 pixels par 480 pixels est un entier codé sur 8 bits donc de valeur entre 0 et 255. Il est à noter que dans cette image, les axes du repère plaque sont orientés $+x$ est vers le bas, et $+y$, vers la gauche.

Le fournisseur travaillera pour le calcul de la position en (fraction de) pixels et non en mètres, puisque la conversion de pixels en mètres implique la détermination de la position et de l'attitude de la plaque dans l'image, ainsi que la correction de la distorsion de la lentille, deux sujets qui dépassent le mandat du fournisseur. Cette conversion sera faite par le client.

Quant au calcul de la vitesse, l'entrée consistera de la position courante (x_s, y_s) , en mètres, et dont la fréquence d'échantillonnage fixe est connue (30 Hz). La vitesse de la sphère sera déterminée à l'aide d'une dérivation numérique arrière d'un ordre entre 1 et 6 sélectionnable par le fournisseur à la compilation.

L'algorithme devra retourner en sortie pour chaque image :

Fonction 1 :

- la position en x et y de la sphère en pixels, cette position devra être représentée dans un système de coordonnées cartésien où le point (0,0) correspond au coin externe du pixel supérieur gauche de l'image, avec x horizontal et y vertical dans l'image;

Fonction 2 :

- la vitesse en v_{xs} et v_{ys} de la sphère en m/s;

2. Précisions sur le calcul de la position

Le calcul de position comportera les deux principales parties suivantes.

2.1. Présence ou non d'une sphère dans l'image

- L'algorithme doit déterminer, à l'aide d'un seuil sur l'intensité de l'image ou d'une autre méthode, s'il y a présence d'une sphère ou non dans l'image. Dans l'affirmative, passer au calcul de position.
- Dans la négative, la fonction pourra faire de deux choses l'une :
 - Retourner une valeur de position négative pour x et y (méthode privilégiée) *OU*
 - Lever une exception dérivée de `std::exception` ou `std::exception` elle-même.

2.2. Position de la sphère

- La position de la sphère est dénotée par son centroïde.
- La position de la sphère est déterminée en évaluant soit a) la corrélation entre l'image acquise et une sphère de référence à extraire des images fournies par le client, ou soit b) une autre méthode dont la précision quantitative devra être démontrée par le fournisseur.
- Afin de limiter la puissance de calcul requise, la corrélation ou la méthode choisie sera calculée uniquement dans une zone d'intérêt restreinte obtenue à partir de la dernière position connue de la sphère. Si aucune position antérieure n'est connue ou si l'information de position est obsolète, il faudra d'abord la déterminer grossièrement, potentiellement à l'étape 1.

3. Précisions sur le calcul de la vitesse

Le fournisseur devra traiter les cas limites où aucune donnée arrière n'est disponible, que des données manquent pour l'ordre sélectionné ou bien que les données sont obsolètes.

- Pour les vitesses d'ordres de dérivée supérieurs à 1, les premiers calculs de vitesse s'effectueront à ordre réduit incrémental jusqu'à ce que suffisamment de données arrières s'accumulent.
- Pour les vitesses d'ordres de dérivée supérieurs à 1, si une donnée de position manque, l'algorithme soit (a) interpolera la donnée manquante si possible soit (b) retombera automatiquement à un ordre inférieur et réenclenchera le processus décrit au point précédent.

4. Validation

Le fournisseur devra aussi fournir un environnement de validation, c'est-à-dire :

- i) Le fichier de l'algorithme de position et du calcul de vitesse.
- ii) Un autre script ou exécutable qui démontre la fonctionnalité requise, soit :
 - en affichant un graphique de la détection ou non de la sphère, et le cas échéant, de la position de la sphère et en fonction de l'index de l'image pour une banque d'images arbitraires;
 - en affichant un graphique de la vitesse de la sphère en fonction du temps pour des positions arbitraires.Le fournisseur donnera exceptionnellement la vitesse en pixel par seconde ici.

Cet environnement devra pouvoir être exécuté par le client afin de valider l'implémentation.

5. Considérations temps réel

En considérant les requis de calcul autres que le traitement d'image, l'algorithme de détermination de la position et le calcul de la vitesse devront s'exécuter en au plus 15 ms afin de s'assurer que l'asservissement puisse s'effectuer en temps réel à 30 Hz.

Pour fins d'évaluation pendant le processus de conception, les algorithmes embarqués sur le banc d'essai s'exécuteront sur un processeur Freescale ARM tournant à 1 GHz *qui ne possède pas d'opérations point flottant natives*. Il est donc primordial de limiter les manipulations point flottant dans les algorithmes.

Il est aussi recommandé de limiter les copies des images et de ne jamais passer une image en argument.

Le fournisseur mesurera dès la conception Matlab le temps requis pour l'exécution en le normalisant pour un processeur de 1 GHz, et poursuivra cet exercice dans la validation de la version C++.

6. Autres contraintes

TOUT le code devra tenir dans un seul fichier C/C++ qui sera téléversé et compilé automatiquement sur le banc d'essai avec gcc (*Ubuntu/Linaro 4.8.4-2ubuntu1~14.04.1*) 4.8.4 sous *Linux 3.14.56-g36732f8 #41 SMP PREEMPT armv7l armv7l armv7l GNU/Linux*.

Vous ne pouvez pas utiliser de *threads*.

Le gabarit à respecter est fourni dans *dummy_image_processing_plugin.cpp*.

Le code ne devra pas utiliser plus de 4 MiB de stockage interne, statique ou dynamique. La taille du code lui-même a peu d'importance.

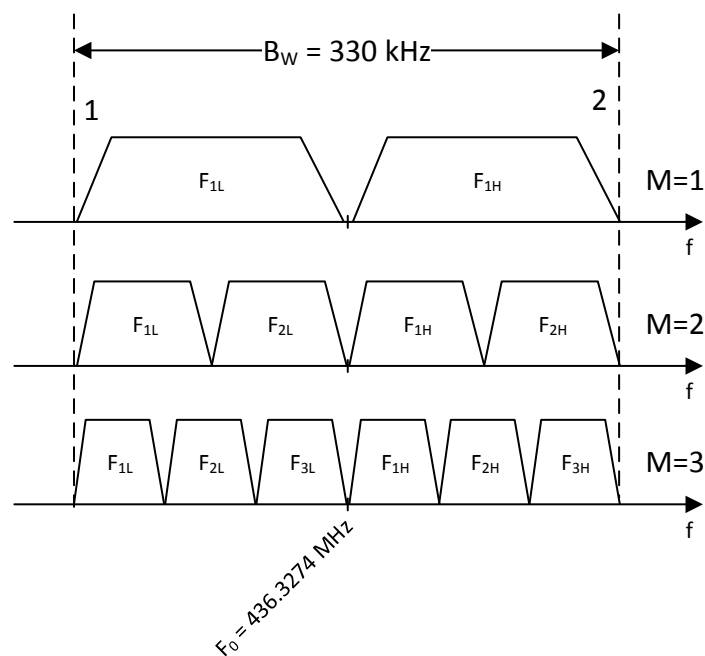
ANNEXE H FILTRAGE DES SIGNAUX RFID

ARCHITECTURE DE COMMUNICATION

La SBB désire implémenter l'architecture de communication présentée à la page suivante. Un nombre M d'émetteurs compris entre 1 et 3 inclusivement transmet les consignes au récepteur de chaque train. En conditions réelles, on sélectionne à la volée ou après réception d'une commande une seule des M chaînes de recouvrement du signal pour commander le train ou le banc d'essai. Idéalement, pour assurer la transmission continue de l'information, le train devrait toujours se trouver à portée de 2 émetteurs, et donc $M = 1$ est un cas théorique mais la SBB désire aussi l'étudier au cas où le déploiement d'un grand nombre d'émetteurs s'avérerait problématique. La redondance de $M = 3$ rendrait le système plus sécuritaire mais sa faisabilité reste à démontrer.

L'information est transmise sous forme d'une trame (suite de symboles ou bauds) contenant, outre le message, un entête connu, facilitant la récupération de l'horloge (baud clock) par le récepteur, et une parité, sous forme d'un CRC (cyclic redundancy check), pour détecter les erreurs de transmission. Le débit d'information (B_R , ou baudrate) est de 66 kbaud/s (i.e. 66000 symboles ou bauds par seconde). Ici les symboles sont simplement binaires, 0 ou 1, et correspondent directement aux bits à transmettre sans encodage supplémentaire. Les émetteurs restent silencieux entre les trames.

Le codage de l'information sur le canal de communication sans fil se fait au moyen d'une modulation de fréquence binaire (2-FSK ou Frequency-Shift Keying), et donc chaque émetteur émet alternativement deux fréquences F_L et F_H qui encodent les 2 états possibles d'un symbole (bauds). Chaque émetteur transmet sur des F_{iL} et F_{iH} propres, où i indique le i ème émetteur. Tous les émetteurs partagent la bande passante B_W disponible, soit 330 kHz, contrainte par le filtre passe-bande céramique de réjection d'image de L_{O1} . Un aperçu du spectre fréquentiel émis par les émetteurs pour M variant de 1 à 3 est montré à la figure suivante. Les amplitudes détectées au récepteur sont représentées égales, mais ne le sont pas en réalité pour des émetteurs différents.



Les fréquences nominales des émetteurs et donc les fréquences centrales des filtres de bande se calculent au moyen des formules suivantes :

$$F_{iH} = F_0 + B_W \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot (i - 1)}{4M} \right)$$

$$F_{iL} = F_{iH} - \frac{B_W}{2}$$

Ces fréquences peuvent varier de ± 2.2 kHz en raison d'une incertitude sur la multiplication de fréquence servant à générer F_0 . Par ailleurs, il existe autant à l'émetteur qu'au récepteur une incertitude supplémentaire de 30 ppm sur l'oscillateur servant à générer F_0 et L_{O1} . Pour ces raisons on représente les F_L et F_H par une bande potentielle de fréquences disponibles sur la figure précédente, plutôt que par une fréquence discrète.

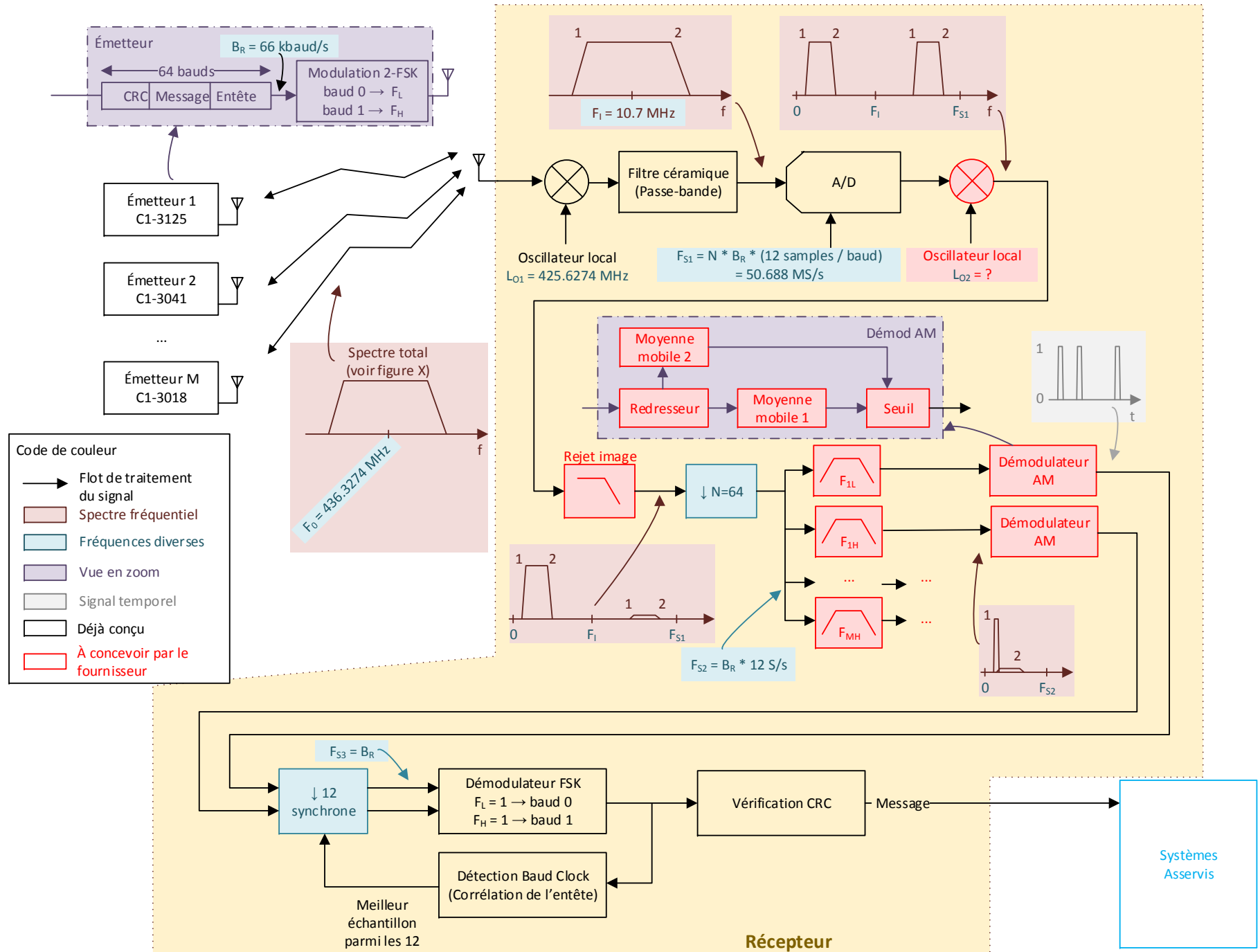
Au récepteur, la première translation de fréquence analogique (L_{O1}) recentre le spectre utile à 10.7 MHz, et le signal est numérisé immédiatement après atténuation de l'image supérieure par un filtre céramique. Par souci de simplicité la fréquence d'échantillonnage choisie est un multiple entier du débit B_R , et doit être assez élevée pour éviter le repliement de l'image supérieure lors de la deuxième translation de fréquence (L_{O2}) qui suit. Cette deuxième translation s'accompagne d'une décimation pour diminuer la complexité des filtres d'isolation des F_{iL} et des F_{iH} .

Pour chacun des émetteurs, la démodulation nécessite (a) deux démodulateurs AM à sortie binaire indiquant la présence ou non d'énergie aux fréquences F_L et F_H , (b) une resynchronisation coordonnée à une décimation par sélection de l'échantillon optimal au milieu du symbole, (c) un démodulateur FSK à proprement parler qui recouvre les symboles, et (d) une détection d'horloge utile à la resynchronisation précédente. De la logique de contrôle du démodulateur FSK et de gestion des erreurs et des cas limites n'est pas montrée.

Chaque démodulateur AM est constitué d'un redresseur suivi de deux filtres passe-bas ou de deux moyennes mobiles. La sortie de l'un, rapide, sert de filtre au symbole courant, tandis que l'autre, habituellement plus lent, sert à adapter la stratégie de seuillage en fonction de l'amplitude moyenne du signal sur plusieurs symboles, et donc à compenser pour la distance entre le récepteur et un émetteur particulier. Optionnellement, la moyenne lente peut être prise sur la somme des deux canaux d'un émetteur, ou encore les deux moyennes lentes d'un émetteur peuvent être utilisées dans les algorithmes de seuillage des deux canaux. Le seuil ou plutôt la stratégie de seuillage quant à elle arbitre la présence (1) ou non (0) d'énergie dans la bande passante associée à F_L ou F_H .

Les éléments subséquents de la chaîne de démodulation dépassent la portée du mandat du fournisseur et ne seront pas traités en profondeur ici. En lieu et place, le fournisseur concevra un démodulateur FSK rudimentaire branché directement aux démodulateurs AM qui déterminera le symbole transmis avec une logique simpliste.

Architecture de communication



DÉTAILS TECHNIQUES LIÉS AU MANDAT DU FOURNISSEUR

Le client fournit des échantillons du signal numérisé représentant des situations variées résumées dans le tableau suivant. P_{Ai} y représente l'amplitude relative reçue par le récepteur en provenance de l'émetteur i . Notez que ces signaux ne contiennent pas de trame réelle mais plutôt une suite arbitraire de symboles statistiquement représentative de toutes les combinaisons possibles entre les émetteurs. Les échantillons sont accompagnés de la liste des symboles transmis pour que le fournisseur calcule pour toutes les situations et pour tous les émetteurs le taux d'erreur à la sortie des démodulateurs AM (BER, Baud Error Rate).

Numéro échantillon	Description	M	P_{A1}	P_{A2}	P_{A3}
1a	1 seul émetteur rapproché	1	1	–	–
1b	1 seul émetteur éloigné	1	0.1	–	–
2a	2 émetteurs, 1 proche, 1 éloigné	2	1	0.1	–
2b	2 émetteurs équidistants	2	0.5	0.5	–
3a_X	3 émetteurs, 1 rapprochés, 2 éloignés L'émetteur X est rapproché	3	1	0.2	0.2
3b_Y	3 émetteurs, 2 proches, 1 éloigné L'émetteur Y est éloigné	3	0.5	0.5	0.1

Les symboles individuels de chacun des émetteurs dans ces échantillons sont soumis aux variations suivantes : incertitudes sur les fréquences exactes transmise et reçue, phase arbitraire de la fréquence transmise, et décalage arbitraire et variable de $\pm 1/2$ symbole entre les émetteurs qui ne sont forcément synchronisés.

Par ailleurs les contraintes de conception suivantes s'ajoutent aux requis et spécifications :

- L_{O2} choisie pour éviter tout repliement de ses images.
- Les (a) filtre de rejet de l'image de L_{O2} , (b) 2M filtres de bande F_H et F_L et (c) 4M filtre passe-bas 1 et 2 ou moyennes mobiles 1 et 2 sont tous limités à un ordre 50 pour les études comparatives en simulation, et un ordre 20 (FIR) ou 8 (SOS) sur le banc d'essai.
- Stratégie de seuillage basée sur maximum 5 constantes, aucune division, un tableau de 4096 mots de 16 bits pour une éventuelle inversion ($1/x$) et 100 FLOPs.
- Inutile de mentionner que les filtres devront minimiser l'interférence inter-symboles si l'on veut minimiser le taux d'erreur de recouvrement (BER).

Il n'y a par ailleurs pas de contrainte sur les fréquences de coupure, les bandes passantes ou les spécifications de réjection des filtres. La stratégie de seuillage peut aussi être propre à chaque filtre.

LIVRABLES POUR LE BANC D’ESSAI

- L_{O2} : la fréquence choisie, représentée comme un multiple de 50 kHz sous forme d’un entier positif Q8.0.
- $1 \leq M \leq 3$, le nombre d’émetteurs retenus, donc le nombre de chaînes de démodulation.
- Pour chaque filtre ou moyenne mobile :
 - la structure comme un choix binaire, soit FIR (0) ou SOS (Second Order Sections, 1) Direct Form II
 - les coefficients en Q31 pour la réjection d’image de L_{O2} et les filtres de bande, et Q15 pour les filtres des démodulateurs¹, dans un vecteur continu :
 - FIR (21 coefficients) : justifier les coefficients à la droite du vecteur et mettre les coefficients de tête inutilisés à 0.
 - SOS (20 coefficients) : dans le vecteur continu, chaque ensemble de 5 coefficients contigus contiendra dans l’ordre $-a_{1k} -a_{2k} b_{0k} b_{1k} b_{2k}$, où $1 \leq k \leq 4$ est le nombre de sections. Mettre le coefficient b_0 des sections inutilisées à 1 et les autres à 0. Pour l’éventuelle section d’ordre 1, mettre a_2 et b_2 à 0.
 - un gain limité à des puissances de 2, soit $G = 2^N$, où N est un entier positif Q8.0.
 - pour chaque filtre lent de chaque démodulateur AM : choix binaire, 1 si l’entrée est la somme des deux sous-filtres de l’émetteur courant, 0 sinon.
- Pour chaque stratégie de seuillage : fichier VHDL, aucune division permise, avec les ports suivants :

```

filtfast : in std_logic_vector(15 downto 0);    -- du filtre rapide, Q15
filtslow : in std_logic_vector(15 downto 0);    -- du filtre lent, Q15
filtother : in std_logic_vector(15 downto 0);    -- du filtre lent de l'autre sous-bande du
                                                    -- même émetteur, Q15

demod : out std_logic;
clk_792 : in std_logic;    -- 792 kHz
reset_a : in std_logic;    -- doit être asynchrone

```

Nomenclature des fichiers: à venir.

¹ Note : les entrées et sorties du filtre de réjection post- L_{O2} sont en Q31. La sortie des filtres de bande sera tronquée à Q15.

ANNEXE I TESTS DYNAMIQUES ET DÉMONSTRATION DE L'INNOVATION

ANNEXE J RENCONTRES AVEC LE CLIENT

En vue de la préparation des rencontres avec le client, la SBB fournit à toutes les équipes de fournisseurs en compétition pour l'obtention du contrat quelques conseils ainsi que les critères d'évaluation des trois rencontres de compte-rendu de projet.

JUDICIEUX CONSEILS

- La rencontre 1 durera 25 minutes, la rencontre 2, 35 minutes, et la rencontre finale, 45 minutes, dont au moins 5 minutes réservées aux questions des représentant(e)s de la SBB. La rencontre débute au plus tard à l'heure prévue ou à la première minute de disponibilité des représentant(e)s, et se termine lorsque le chronomètre des représentant(e)s est échu.
- La SBB insiste pour rencontrer l'équipe entière des fournisseurs mais le nombre d'orateurs reste à la discrétion de l'équipe.
- La spécification SL-7 devra être satisfaite avant la rencontre, l'estampe de temps de dépôt faisant preuve de l'heure, faute de quoi par respect pour la tradition helvète de ponctualité la rencontre sera nulle de nullité absolue. Par ailleurs, pendant la rencontre, les fournisseurs devront avoir à porter de main sous forme électronique tout livrable soumis, pour consultation éventuelle immédiate lors des questions.
- Comme le spécifie SL-3, la SBB rappelle courtoisement aux fournisseurs de se concentrer sur les grandes lignes de leurs méthodes, sur les choix particuliers à celle-ci, sur leurs justifications et sur les résultats significatifs qui démontrent l'atteinte des spécifications et des mandats, plutôt que de relire des documents fournis par le client, citer des procédures techniques généralement connues d'un expert en la matière, ou expliciter des détails chronologiques qu'il aurait mieux valu réserver pour les soirées folkloriques autour du feu suisse avec leurs pairs ou leur descendance.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DE LA RENCONTRE 1

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SM-1	Le fournisseur développera les équations différentielles non linéaires de la dynamique du banc d'essai à suspension magnétique et fournira les détails du développement analytique.	Q1 – Analyse de la dynamique d'un système Q1 – Équations différentielles	4	6
SM-2 (système non découplé)	Le fournisseur développera la version linéaire des équations différentielles, représentera ce modèle sous forme variables d'état et fournira les détails du développement analytique.	Q1 – Représentation d'état Q1 – Linéarisation	3	12
SM-5 (architecture seulement)	Le simulateur numérique paramétrique du banc d'essai à suspension magnétique sera réalisé sur MATLAB/Simulink à partir des équations différentielles non linéaires de la dynamique du système.	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	10	
SM-7 (architecture seulement du système non découplé)	Le simulateur numérique paramétrique linéarisé du banc d'essai numérique sera aussi réalisé sur MATLAB/Simulink à partir de la représentation d'état du système	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	5	
SS-1 (analytiquement)	À partir des équations analytiques développées en SM-2, le fournisseur calculera les valeurs correspondantes aux différentes conditions d'équilibre, y compris la valeur des entrées, de toutes les variables d'état et de toutes les sorties du système à l'équilibre.	Q1 – Résolution d'un système d'équations	10	
SD-4, phase 0	Le fournisseur utilisera les ressources du projet pour démontrer ses compétences et sa capacité d'innovation.	Q4_1 – Définir un problème d'ingénierie Q4_2 – Identifier les besoins Q4_3 – Identifier les exigences		2 2 1
SL-3-/SL-4				
SL-6	Le fournisseur fournira pour la rencontre du matériel lisible et intelligible	Q7a_2 – Présenter l'information pertinente Q7a_4 – Présenter des graphiques de qualité Q7b_1 – Organiser l'information et aborder les points qui doivent l'être Q7b_6 – Répondre aux questions		2 3 5 5
SL-7	Le fournisseur mettra continuellement à jour son architecture de gestion, à savoir ses WBS, WP et WPD. Les grandes lignes et les changements seront présentés à chaque rencontre.	Q11_2 – Structurer la planification et l'exécution du projet		15
SL-8				

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SL-9	<p>Le fournisseur établira une matrice de conformité où il montrera qu'il satisfait, pour chaque sous-mandat, les spécifications appropriées et le requis de gestion correspondant mettant en relation</p> <ul style="list-style-type: none"> a. les requis du fournisseur (matrice F, guide étudiant), b. les spécifications appropriées (sections 1 à 9 du présent document), c. les phases de gestion (matrices G, guide étudiant), d. ses propres WBS/WP/WPD avec la numérotation correspondante (SL-7) e. sa propre planification temporelle (SL-8) f. ainsi que les livrables objets de la rencontre, selon une matrice L à sa discrétion telle que définie ci-dessous, 	Q11_5 – Mettre en place des mesures de suivi et de contrôle		15

CRITÈRES D'ÉVALUATION DE LA RENCONTRE 2

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SM-3 (système découplé)	Changements de variables et les transformations nécessaires pour découpler les équations dynamiques linéaires en systèmes découplés d'ordre 2 ou 3.	Q1 – Découplage	6	
SM-4	Les modèles variables d'état et fonctions de transfert du système découplé seront développées et fournies.	Q1 – Modèle d'état Q1 – Fonctions de transfert	3 3	
SM-5 (version finale)	Le simulateur numérique paramétrique du banc d'essai à suspension magnétique sera réalisé sur MATLAB/Simulink à partir des équations différentielles non linéaires de la dynamique du système.	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	5	
SM-6	Les modèles sous forme fonction de transfert et sous forme variables d'état de la dynamique seront réalisés sous MATLAB et leur version numérique sera calculée.	Q1 – Modèle d'état Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	4 4	
SM-7 (versions finales)	Le simulateur numérique paramétrique linéarisé, versions découplée et non, du banc d'essai numérique sera aussi réalisé sur MATLAB/Simulink à partir de la représentation d'état du système	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	6	
SM-8	Les pôles et zéros des fonctions de transfert et les valeurs propres du modèle variables d'état seront calculés et la nature dynamique du système (stable vs instable) sera analysée et commentée.	Q1 – Lieu des racines, stabilité	4	
SB-1	Le simulateur virtuel montrera l'horizon, le train et la sphère par transparence à l'intérieur du train. L'attitude du train sera proportionnelle à la trajectoire de référence de la sphère, avant-arrière selon la position en x, et gauche droite selon la position en y. La caméra sera déplacée dynamiquement de manière à montrer le changement d'attitude en cours.	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	4 †	
SC-1	En utilisant le modèle analytique de la force électromagnétique, et à partir des données fournies et des techniques de lissage de données par moindres carrés, les paramètres du modèle de l'actionneur seront identifiés.	Q1 – Moindres carrés	5	
SC-2	Des calculs de la corrélation et de l'erreur RMS seront fournis et la précision de l'identification sera commentée.	Q1 - Identification	3	
SC-3	La version linéaire du modèle des actionneurs sera développée analytiquement.	Q1 - Modélisation	3	
SC-4	La version linéaire du modèle des actionneurs sera implantée sur MATLAB et comparée numériquement avec la version non linéaire. La qualité de l'approximation linéaire sera commentée.	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés Q1 – Modélisation	2 2	

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SS-2	À partir des équations analytiques développées en SS-1, le fournisseur calculera les valeurs correspondantes aux différentes conditions d'équilibre, y compris la valeur des entrées, de toutes les variables d'état et de toutes les sorties du système à l'équilibre.	Q1 – Calcul	4	
SS-4	Le fournisseur développera les équations analytiques qui permettent de calculer les conditions d'équilibre statique de la plaque et d'une masse de test cubique placée sur celle-ci.	Q1 – Modélisation	6	
SI-1 (Algorithme)	Le fournisseur concevra un algorithme prenant en entrée une image captée par la caméra du banc d'essai et l'analysera afin de déterminer la position de la sphère.	Q1 – Traitement d'image Q4_5 – Faire la conception	3 † 3 †	
SD-4, phase A	Le fournisseur utilisera les ressources du projet pour démontrer ses compétences et sa capacité d'innovation.	Q2/4_3 – Énoncer les objectifs pour résoudre un problème Q2/4_4 – Proposer des solutions et les évaluer		6 6
SL-3/SL-4				
SL-6	Le fournisseur fournira pour la rencontre du matériel lisible et intelligible	Q7a_2 – Présenter l'information pertinente Q7a_4 – Présenter des graphiques de qualité Q7b_1 – Organiser l'information et aborder les points qui doivent l'être Q7b_6 – Répondre aux questions		7 8 8 5
SL-7	Le fournisseur mettra continuellement à jour son architecture de gestion, à savoir ses WBS, WP et WPD. Les grandes lignes et les changements seront présentés à chaque rencontre.	Q11_2 – Structurer la planification et l'exécution du projet		10
SL-8				
SL-9	Le fournisseur établira une matrice de conformité où il montrera qu'il satisfait, pour chaque sous-mandat, les spécifications appropriées et le requis de gestion correspondant mettant en relation a) les requis du fournisseur (matrice F, guide étudiant), b) les spécifications appropriées (sections 1 à 9 du présent document), c) les phases de gestion (matrices G, guide étudiant), d) ses propres WBS/WP/WPD avec la numérotation correspondante (SL-7) e) sa propre planification temporelle (SL-8) f) ainsi que les livrables objets de la rencontre, selon une matrice L à sa discrétion telle que définie ci-dessous,	Q11_5 – Mettre en place des mesures de suivi et de contrôle		10

† **Remarque :** Pour simplifier la compilation, les points spécifiques à GI seulement seront physiquement comptabilisés avec la rencontre 3, même s'ils ont été acquis à la rencontre 2.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DE LA VALIDATION TECHNIQUE²

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SB-2 (Consigne + sortie modèle non-linéaire)	Lorsque des données seront disponibles, un deuxième train et une deuxième sphère clairement différenciés seront ajoutés, avec en surimposition à chaque frame l'index de performance défini en ST-5.	Q5_2 – Utilisation des outils sélectionnés	5	
SA-12 (plaque seulement)	Validation des compensateurs sur le banc d'essai		5 +5 ³	
SS-6 (Matlab NL ⁴ seul.)	Les conditions d'équilibre dans les conditions définies par le client seront calculées et validées sur le banc d'essai		1	
ST-4 (Matlab NL ⁴ seul.)	Les données simulées de la trajectoire seront comparées à la trajectoire consigne et l'index de performance sera calculé.		1	
SI-5	Les algorithmes seront validés dans Matlab.		3	
SI-6	Les algorithmes seront validés sur le banc d'essai		5	
SF-3	La chaîne de démodulation sera validée dans Simulink		4	
SF-6 (voir note ⁵)	La recommandation sera validée sur le banc d'essai		5	
SD-1	Les consignes seront transmises par RFID		1	
SD-2 (Matlab NL ⁴ seul.)	Le critère de performance sera calculé		2	
SD-3	Une perturbation sera appliquée au banc d'essai		1	
SD-4 (toute démo pertinente)	Le fournisseur utilisera les ressources du projet pour démontrer ses compétences et sa capacité d'innovation.			6+4

² Tous les points acquis à la validation technique seront compilés avec la rencontre 3.

³ Les points en rouge sont gratuits suite à la non-disponibilité du banc d'essai pour réaliser ces tests.

⁴ NL : modèle Simulink non-linéaire ou script approprié.

⁵ Démonstration Simulink; fournir aussi les livrables sauf le VHDL où du pseudo-code ou un schéma-bloc sera suffisant.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DE LA RENCONTRE 3

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SM-8 (valeurs finales)	Les pôles et zéros des fonctions de transfert et les valeurs propres du modèle variables d'état seront calculés et la nature dynamique du système (stable vs instable) sera analysée et commentée.	Q1 – Lieu des racines, stabilité	1	
SC-5	Le fournisseur choisira un modèle analytique entre la distance et le voltage lu du capteur.	Q1 – Sélection d'un modèle	3	
SC-6	À partir des données et des techniques de lissage appropriées, les paramètres du modèle seront identifiés.	Q1 – Moindres carrés	1	
SC-7	Des calculs de la corrélation et de l'erreur RMS seront fournis et la précision de l'identification sera commentée.	Q1 – Identification	1	
SA-1	Détails de conception		5	
SA-2	Justification des compromis		5	
SA-3	Lieux de Bode, Nyquist et racines		4	
SA-4	Conception paramétrique		4	
SA-5	Les compensateurs conçus seront ajoutés aux simulateurs numériques définis en SM-5 et SM-7, de façon à comparer leur performance sur les modèles linéaire ou non du banc d'essai.		6	
SA-6	Marge de gain et de phase minimales		3	
SA-7	Consignes de sécurité : le fournisseur intégrera dans ses modèles construits en SM-5 et SM-7 un mécanisme automatique de détection de la violation de ces conditions.		3	
SA-8	Compensateurs d'angle de la plaque		5	
SA-9	Compensateur z de la plaque		5	
SA-10	Compensateurs position sphère		5	
SA-11	Bande passante effective des compensateurs plaque		5	
SS-3 (sur modèles linéaire et non-linéaire)	Les valeurs numériques des conditions d'équilibre calculées seront validées. Les courants et les tensions à l'équilibre seront comparés et les différences seront expliquées.		1	
SS-5	Les équations d'équilibre seront développées sous forme numérique sous MATLAB.		1	

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
ST-1	Deux segments de trajectoire seront interpolés pour servir de consigne au modèle non-linéaire asservi.		3	
ST-2	La vitesse sera arbitraire mais constante et différente à l’aller et au retour.		1	
ST-3	Le logiciel de calcul sera conçu pour accepter un nombre arbitraire de points inconnus à l’avance.		1	
ST-5	Les équations permettant de calculer l’erreur d’intégration dans le calcul de l’erreur de position seront aussi développées.		1	
SI-1 (Implémentation)	Calcul de la position de la sphère		1	
SI-2	Détection de la présence de la sphère		1	
SI-3	Calcul de la vitesse de la sphère		3	
SI-4 (en C++)	Vitesse d’exécution		3	
SF-1	1 fréquence, 12 filtres bande, 12 démodulateurs AM, 1 démodulateur FSK		5	
SF-2	Méthodologie de conception		5	
SF-3	Modèle Simulink de la chaîne		5	
SF-4	Calcul du taux d’erreur		2	
SF-5	Recommandation		3	
SD-4, phases B et C	Le fournisseur utilisera les ressources du projet pour démontrer ses compétences et sa capacité d’innovation.			10
SL-1	Code Matlab entier			6
SL-2	Code C++ ou tout autre code entier			6
SL-3/SL-4				
SL-6	Le fournisseur fournira pour la rencontre du matériel lisible et intelligible	Q7a_2 – Présenter l’information pertinente		8
		Q7a_4 – Présenter des graphiques de qualité		8
		Q7b_1 – Organiser l’information et aborder les points qui doivent l’être		5
		Q7b_6 – Répondre aux questions		8
SL-7	Le fournisseur mettra continuellement à jour son architecture de gestion, à savoir ses WBS, WP et WPD. Les grandes lignes et les changements seront présentés à chaque rencontre.	Q11_2 – Structurer la planification et l’exécution du projet		10
SL-8				

Spécification évaluée	Description	Qualité évaluée	Barème GE et GI GE seul GI seul	
			C1	C2
SL-9	<p>Le fournisseur établira une matrice de conformité où il montrera qu'il satisfait, pour chaque sous-mandat, les spécifications appropriées et le requis de gestion correspondant mettant en relation</p> <ul style="list-style-type: none"> a. les requis du fournisseur (matrice F, guide étudiant), b. les spécifications appropriées (sections 1 à 9 du présent document), c. les phases de gestion (matrices G, guide étudiant), d. ses propres WBS/WP/VPD avec la numérotation correspondante (SL-7) e. sa propre planification temporelle (SL-8) f. ainsi que les livrables objets de la rencontre, selon une matrice L à sa discrétion telle que définie ci-dessous, 	Q11_5 – Mettre en place des mesures de suivi et de contrôle		9