Teoría Econométrica

Tarea 1
Profesor: Tatiana Rosá
Ayudante: Raimundo Contreras y Andrés Fontaine

Septiembre 2023

1 Distribución exacta y Simulación Montecarlo

Sea X una variable aleatoria con distribución U[0,1]. Se les pide:

- Genere una función para obtener la cdf exacta de X, para todo su recorrido (incluya valores de x para los que la cdf valga 0 y 1)
- Grafique la distribución exacta
- Use simulación Montecarlo para obtener la distribución apróximada. Hágalo para 1000, 100.000 y 10.000.000 de simulaciones.
- Grafique las distribuciones obtenidas a partir de las distintas simulaciones. Incluya la distribución exacta.
- A partir de que número de simulaciones considera usted que es una buena aproximación?

2 Distribución asintótica de la media y varianza muestral

En este ejercicio vamos a ver como se cumple el CLT. partiendo de distintas distribuciones, veremos como la media distribuye asintóticamente normal.

1. Genere 3 variables aleatoria con distribución:(i) U[0,1]; (ii) Exponencial($\lambda = 3$); Benouilli(0.7) para N= 1, 10 , 100 y 1000
2. Obtenga la distribución de la media muestral para estas 3 V.A via simulación montecarlo para los 4 tamaños de muestra del punto anterior. Trabaje con 10,000 simulaciones.
3. Grafique para cada variable el pdf/pmf de la media muestral para los 4 tamaños muestrales. Plotee un gráfico por VA que contenga las 4 pdf/pmf. (Puede obviar el caso de N= 1 para la Bernouilli)
4. ¿Que está representando el gráfico de la pdf/pmf de la media muestral cuando N= 1? Comente
5. ¿Cree usted que se cumple el TCL? Comente.
6. Haga lo mismo para la varianza muestral con una de las distribuciones a elección. ¿Se cumplirá el TCL en el caso de la varianza muestral? ¿Porque?

3 Distribución de Kernel

Una distribución de kernel es una representación no paramétrica de la función de densidad de probabilidad (pdf) de una variable aleatoria. Puede utilizar una distribución de kernel cuando una distribución paramétrica no pueda describir correctamente los datos o cuando desee evitar hacer suposiciones sobre la distribución de los datos. Una distribución de kernel se define mediante una función de suavizado (smoothing function) y un valor de ancho de banda, que controlan la suavidad de la curva de densidad resultante.

- Usando cualquiera de las VA definidas en el ejercicio anterior, obtenga el kernel de la media muestral. Use las siguientes funciones de suavizado: normal, epanechnikov, box, y triangle. Hágalo para el tamaño de muestra 100 y 1000.
- Grafique en una misma figura las 4 kernel density y el histograma.
- ¿Qué ocurre cuando ampliamos la muestra de 100 a 1000? Comente.

4 Llevando la teoría a los datos: estimación por MCO

En este ejercicio se le pide que estime por OLS cualquier relación que considere relevante. Para eso tendrá que buscar una base de datos. Usaremos solo datos de sección cruzada.

Estime por OLS un modelo del tipo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \epsilon_i$$

Para eso:

1. Pruebe su algoritmo de estimación con simulaciones montecarlo. Ayuda:
   - Genere datos aleatorios para las variables X e ϵ on una muestra de tamaño N. ϵ tendrá media cero y varianza $sigma$ que usted elija
   - Usando unos β fijos genere una y
   - Escriba su algoritmo para estimar $\hat{\beta}$
   - Use su algoritmo para tener un primer $\hat{\beta}$
   - Repita en 10000 muestras de tamaño N: obtendra 10000 $\hat{\beta}$
   - Si su algortimo funciona bien, la media de de sus 10000 $\hat{\beta}$ debería estar cercana β y la varianza a $Var\hat{\beta}$. Chequeelo.
2. Haga una prueba de hipótesis al 5% para cada uno de sus 10000 $\hat{\beta}$. ¿Cuantas veces rechaza la nula? ¿Cuantas veces esperaría rechazarla si hizo las cosas bien?
3. Use ese algoritmo para estimar los $\hat{\beta}$ de su muestra
4. Realice la prueba de hipótesis de las significación de sus parámetros. Concluya.