

HOMEWORK 2

$$① Y_t = \mu + \alpha t + \varepsilon_t$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ 1 & t_3 \\ 1 & t_4 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix}$$

$$M = X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & \sum t_i \\ \sum t_i & \sum t_i^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum t_i^2 & -\sum t_i \\ -\sum t_i & n \end{pmatrix} \left(\frac{1}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \right) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{pmatrix}$$

→ CONSTANT AMONGST MATRICES

$$= \begin{pmatrix} 0 & -\sum t_i - n t_1 \\ 0 & -\sum t_i - n t_2 \\ 0 & \vdots \\ 0 & -\sum t_i - n t_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{pmatrix} \left(\frac{1}{(n-1)(\sum t_i^2)} \right)$$

M
H

$$\left(\frac{1}{(n-1)\sum t_i^2} \right) \begin{pmatrix} t_1(-\sum t_i - n t_1) & t_2(-\sum t_i - n t_1) & \dots & t_n(-\sum t_i - n t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_1(-\sum t_i - n t_1) & \dots & \dots & t_n(-\sum t_i - n t_n) \end{pmatrix}$$