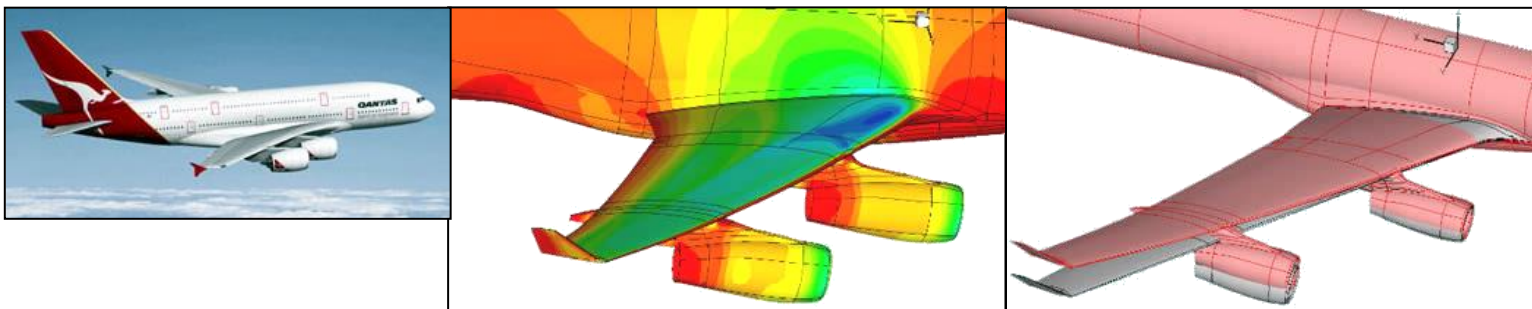


1 But de la résistance des matériaux

La résistance des matériaux est l'étude de la résistance et de la déformation des solides (arbres de transmission, bâtiments, fusées, ...). Cela permet donc de :

- Déterminer les dimensions fonctionnelles de la pièce
- Choisir le matériau constituant la pièce
- Vérifier la résistance à la "casse" de la pièce : (Dépassement de la limite à la résistance élastique du matériau)
- Vérifier la résistance à la "déformation" de la pièce
- Vérifier la résistance à la "fatigue" de la pièce : (Rupture après un certain nombre de cycles de déformation)
- Optimiser le coût de la pièce par changement des formes, des dimensions, des matériaux, ...

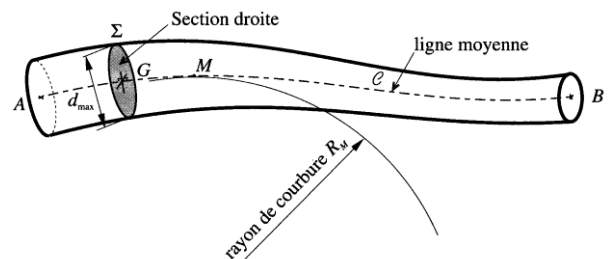


2 Les hypothèses de la RDM

2.1 La géométrie de la pièce :

Pour tous les calculs RDM, on utilise le modèle « Poutre » (solides dont une dimension est très supérieure aux deux autres).

Si la pièce à étudier ne peut pas être modélisée par une poutre, on utilise le calcul par éléments finis qui ne peut-être que logiciel.

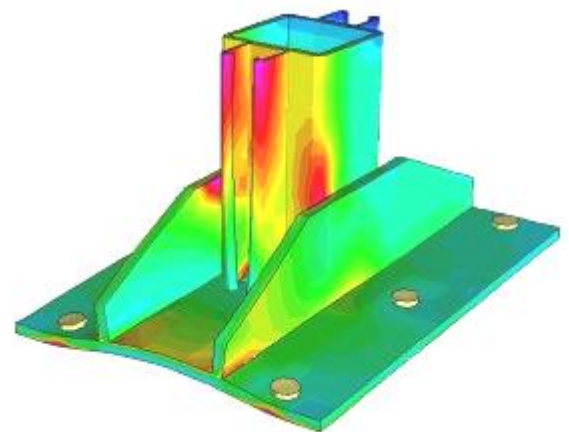
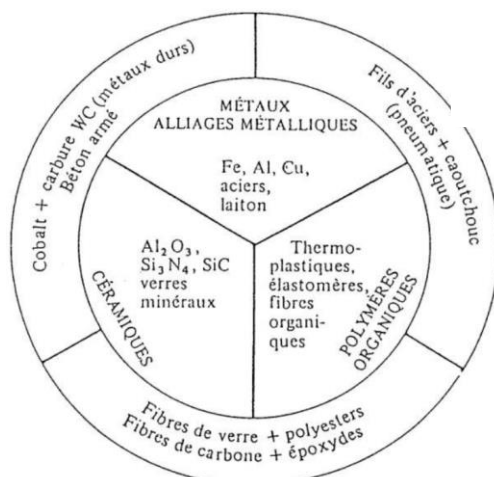


2.2 Les matériaux étudiés:

Ils doivent être :

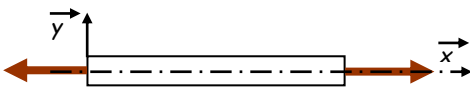
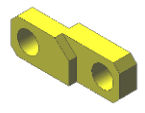
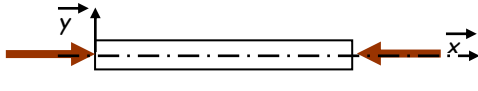
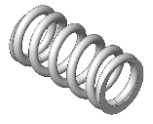
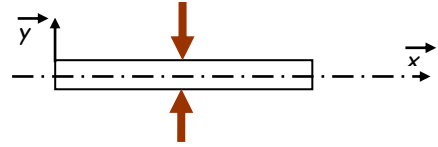
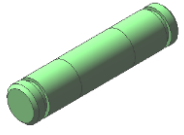
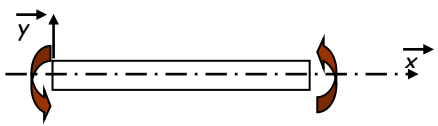
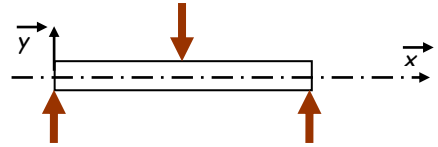
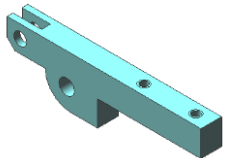
- **Isotropes** : on admet que les matériaux ont, en un même point, les mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions.. Elle n'est pas vérifiée pour les matériaux tels que le bois, les matériaux composites...etc.
- **Homogènes** : On admet que les matériaux ont les mêmes caractéristiques (composition) en tout point.
- **Continus** : pas de fissure, pas de creux ...

Note : il existe 3 classes de matériaux : les métaux, les polymères, les céramiques.
+ les composites



3 Les différentes sollicitations simples

Une poutre peut être soumise à plusieurs sollicitations qui dépendent que le nature et de la direction des actions mécaniques.

| Sollicitation | Effort de cohésion | Schéma | Exemples |
|---------------|---|---|--|
| Traction | $\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$ $N > 0$ |  | Tirant Biellette Courroie  |
| Compression | $\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$ $N < 0$ |  | Ressort  |
| Cisaillement | $\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ T_z & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$ |  | Axe Clavette Goupille Rivet  |
| Torsion | $\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,R}$ |  | Arbre de transmission Tuyauterie |
| Flexion | $\{T(coh)\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & M_f \end{Bmatrix}_{G,R}$ |  | Arbre Axe Plongeur Aile d'avion  |

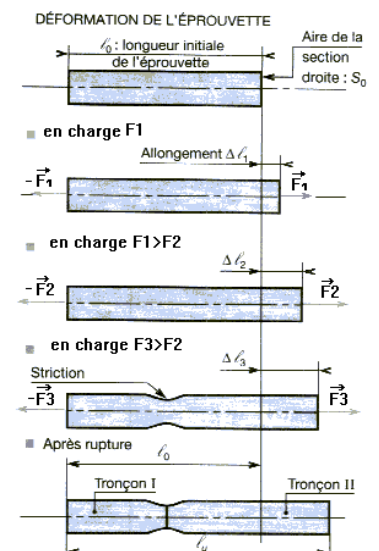
4 Traction

4.1 Essai de Traction:

L'essai de traction est une expérimentation qui a pour objet la détermination des caractéristiques de résistance du matériau testé.

On applique progressivement et lentement à une éprouvette cylindrique, de formes et de dimensions normalisées, un effort de traction croissant dont l'intensité varie de 0 à F jusqu'à la rupture..

Le tableau ci-contre montre l'évolution de la déformation de l'éprouvette en fonction de la charge appliquée.



4.1.1 Résultats de l'essai

On obtient avec cet essai le graphe de l'allongement en fonction de la charge appliquée :

4.1.2 Résistance élastique R_e

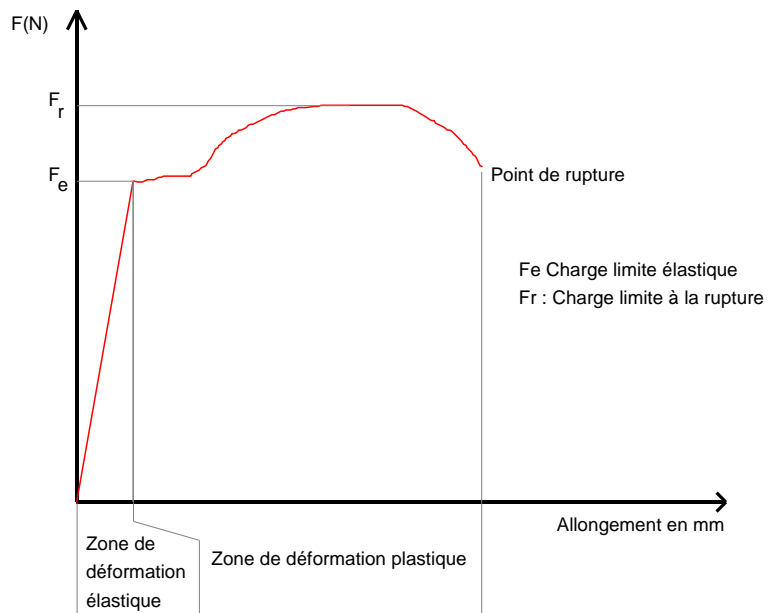
$$R_e = \frac{F_e}{S_o} \text{ avec } R_e \text{ en MPa, } F_e \text{ en N, } S_o \text{ en mm}^2.$$

4.1.3 Résistance à la rupture R_r

$$R_r = \frac{F_r}{S_o} \text{ avec } R_r \text{ en MPa, } F_r \text{ en N, } S_o \text{ en mm}^2.$$

4.1.4 Allongement relatif

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o} \text{ avec } \Delta L \text{ allongement total de la poutre; } L_o \text{ longueur d'origine; } \varepsilon \text{ allongement relatif suivant l'axe } x, \text{ il peut s'écrire } \varepsilon_x$$



4.2 Contrainte

4.2.1 Définition du vecteur contrainte :

Une coupure est effectuée au niveau de la surface Σ (le plan de coupe peut ne pas être perpendiculaire à la ligne moyenne).

Considérons un point M de cette surface et $d\Sigma$ un élément de section droite aussi petit que possible entourant le point M .

Soit $d\vec{F}_{E_2 \rightarrow E_1}^P$ l'effort élémentaire transmis par $d\Sigma$ exercé par la matière de la partie droite sur la partie gauche de la poutre.

On appelle vecteur contrainte au point M pour la coupure de normale \vec{h} le vecteur :

$$\vec{C}_{(M, \vec{h})} = \frac{d\vec{F}_{E_2 \rightarrow E_1}^P}{d\Sigma}$$

Unités : $\vec{C}_{(M, \vec{h})}$ en MPa ou N/mm². La contrainte est homogène à une pression.

4.2.2 Contrainte normale et contrainte tangentielle :

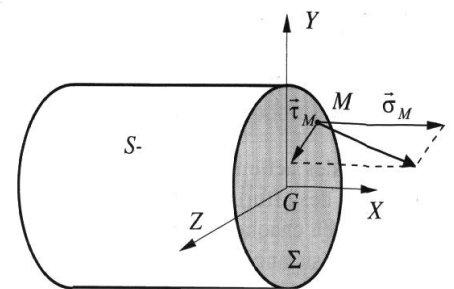
Soit $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère local affecté à la coupure suivant la section droite Σ de normale \vec{x} .

Projetons le vecteur contrainte $\vec{C}_{(M, \vec{x})}$ dans le repère $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\vec{C}_{(M, \vec{x})} = \vec{\sigma}_M + \vec{\tau}_M$$

$\vec{\sigma}_M$: Contrainte normale (projection du vecteur contrainte sur la normale à la coupure).

$\vec{\tau}_M$: Contrainte tangentielle (projection du vecteur contrainte dans le plan (\vec{y}, \vec{z})).



4.2.3 Contrainte en traction:

Lorsqu'une poutre est sollicitée en traction la contrainte tangentielle $\vec{\tau}_M$ est nulle et la contrainte normale $\vec{\sigma}_M$ vaut :

$$\sigma = \frac{F}{S} \text{ avec } \sigma \text{ en N/mm}^2 \text{ (MPa), } F \text{ en N, } S \text{ en mm}^2.$$

L'expérience montre qu'il y a proportionnalité dans la zone élastique entre la contrainte σ et l'allongement relatif ε .

Loi de Hooke : $\sigma = E\varepsilon$ avec E module de Young en daN/mm^2 .

Exemple pour les aciers E peut varier de 17 000 à 28 000 daN/mm^2 .

4.3 Condition de résistance :

Pendant toute la durée de son service, une pièce doit conserver un comportement élastique. Cette condition s'exprime par l'inégalité suivante : $\sigma_{\max i} \leq R_e$

Les problèmes d'incertitude sur la valeur de R_e , de la contrainte, de la modélisation de l'étude..., nous amènent donc à exprimer la condition de résistance par :

$$\sigma_{\max i} \leq \frac{R_e}{s} = R_{pe}$$

avec R_e : résistance limite élastique en MPa

s : coefficient de sécurité ($s > 1$)

R_{pe} : résistance ou contrainte pratique de limite élastique en MPa

4.4 Coefficient de concentration de contraintes : K_t

La plupart des pièces industrielles ne sont pas cylindriques, elles possèdent des singularités de formes (perçages, gorges, rainures, filetages...). On définit un coefficient de concentration de contrainte appelé K_t tel que :

La contrainte maximale a pour valeur : $\sigma_{\max i} = K_t \cdot \sigma_{\text{nom}}$

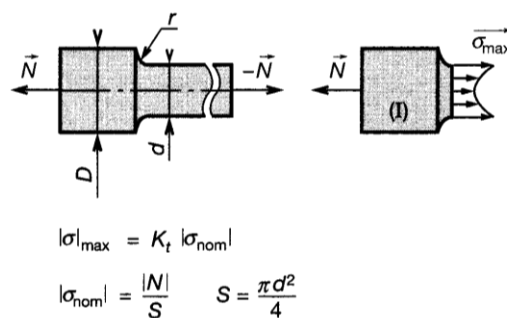
Avec : $\sigma_{\max i}$ = contrainte atteinte au voisinage de la singularité

σ_{nom} = contrainte moyenne nominale calculée

Les valeurs de K_t sont expérimentales.

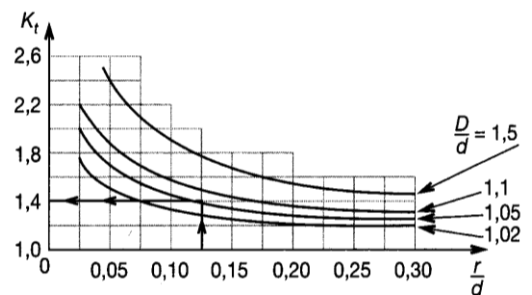
Exemple 1 : Pour un filetage triangulaire ISO : $K_t = 2.5$

Exemple 2 : Arbre de section circulaire épaulé.



$$|\sigma|_{\max} = K_t |\sigma_{\text{nom}}|$$

$$|\sigma_{\text{nom}}| = \frac{|N|}{S} \quad S = \frac{\pi d^2}{4}$$



Exemple : $\frac{r}{d} = 0,125$; $\frac{D}{d} = 1,05$; $K_t = 1,4$

Application : Mécanisme d'essuie-glace de Scénic II

Au cours de l'utilisation intensive du mécanisme, la surface balayée ne doit en aucun cas être modifiée. Les balais, notamment celui du passager doivent toujours décrire un mouvement d'amplitude égale. C'est ce que l'on nomme la répétabilité. Ici, le constructeur impose une tolérance de $\pm 1,5^\circ$ sur l'angle balayé.

La bielle inférieure 10 joue un rôle crucial dans l'amplitude angulaire du bras balai passager. La variation de sa longueur doit donc être négligeable, c'est-à-dire comprise dans un intervalle de tolérance de $\pm 0,1$ mm.

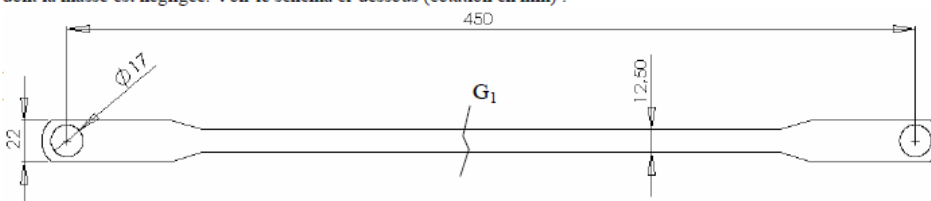
Le poids des différentes pièces est négligé devant les efforts mis en jeu.

L'étude est effectuée pour le retour des balais en position basse.

QUESTION 16 : Étudier l'équilibre de la bielle inférieure 10 et démontrer que les efforts appliqués à cette pièce ont pour direction la droite (CD).
À quelle sollicitation est soumise la bielle inférieure 10 ?

Donnée : l'effort maximal sur la bielle inférieure 10 a pour intensité 250 N.

Pour la suite de l'étude, la bielle inférieure 10 est assimilée à une poutre de section rectangulaire et d'épaisseur 2 mm dont la masse est négligée. Voir le schéma ci-dessous (cotation en mm) :



QUESTION 17 : Déterminer l'allongement maximal de la poutre ΔL si l'on considère une longueur initiale L_0 de 450 mm et un module d'élasticité longitudinale E de 150 000 MPa.

$$\text{Rappel : loi de Hooke } \sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

Les conditions sont-elles respectées pour assurer la répétabilité du dispositif ?
Justifier votre réponse.