

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

| ESTUDIO  | ASIGNATURA                                | CONVOCATORIA      |
|--|---|-------------------|
| MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA<br>MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN | 10493.- MÉTODOS<br>NUMÉRICOS APLICADOS II | Extraordinaria    |
| FECHA  | MODELO                                    | CIUDAD DEL EXAMEN |
| 02/2024  |   |                   |

### Etiqueta identificativa

L \_\_\_\_\_ J \_\_\_\_\_

## INSTRUCCIONES GENERALES

1. Ten disponible tu documentación oficial para identificarte, en el caso de que se te solicite.
2. Rellena tus datos personales en todos los espacios fijados para ello y lee atentamente todas las preguntas antes de empezar.
3. Las preguntas se contestarán en la lengua vehicular de esta asignatura.
4. Si tu examen consta de una parte tipo test, indica las respuestas en la plantilla según las características de este.
5. Debes contestar en el documento adjunto, respetando en todo momento el espaciado indicado para cada pregunta. Si este es en formato digital, los márgenes, el interlineado, fuente y tamaño de letra vienen dados por defecto y no deben modificarse. En cualquier caso, asegúrate de que la presentación es suficientemente clara y legible.
6. Entrega toda la documentación relativa al examen, revisando con detenimiento que los archivos o documentos son los correctos. El envío de archivos erróneos o un envío incompleto supondrá una calificación de “no presentado”.
7. Durante el examen y en la corrección por parte del docente, se aplicará el Reglamento de Evaluación Académica de UNIR que regula las consecuencias derivadas de las posibles irregularidades y prácticas académicas incorrectas con relación al plagio y uso inadecuado de materiales y recursos.
8. En caso de que el examen se celebre en formato online. Si se desea introducir una imagen digital, se puede capturar con un dispositivo sin capacidad de comunicarse de forma inalámbrica; se enviará al ordenador con el que se realiza el examen a través de un cable. No se puede utilizar el correo electrónico, ni aplicaciones de comunicación (Whatsapp, WhastappWeb, Telegram, Discord,...) ni sistemas de almacenamiento virtuales.
9. Está permitido el uso de material bibliográfico. Se debe utilizar el ordenador para la realización del examen, pero solo se puede utilizar el navegador para cargar/descargar el examen y Word y Matlab para completarlo.

## Puntuación

### Preguntas del examen

- Puntuación máxima 10.00 puntos

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |

Buenos días, a continuación realizarás el examen de Métodos Numéricos Aplicados II.

El examen consta de 2 preguntas con las siguientes puntuaciones:

Pregunta 1 (Problemas de frontera unidimensionales): 6 puntos.

Pregunta 2 (Ecuaciones en derivadas parciales): 4 puntos.

Responde a las preguntas en las páginas siguientes. Encontrarás las preguntas al final del examen.

¡Mucha suerte!

**1. Pregunta 1 (Problemas de frontera unidimensionales)**

NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |

**2. Pregunta 2 (Ecuaciones en derivadas parciales)**

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |



| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |

# Examen Métodos Numéricos Aplicados II

## Problema 1 (6 pts)

Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial

$$y'' = -(y')^2 - y + \ln(x), \quad x \in [1, 2], \quad (1)$$

con las condiciones de contorno

$$y(1) = 0, \quad y(2) = \ln(2)$$

- (a) (2.5 pts) Aproxima y representa la solución del problema mediante el método de disparo con el método de **Secante** (Tema 2). Utiliza 20 subintervalos, una tolerancia de  $10^{-5}$  y  $t_0 = 1$ . (No es necesario explicar el método.)

Se pide: Gráfica, tabla con los nodos  $x_i$  y las aproximaciones a la solución  $y_i$  e  $y'_i$ , valor de  $t$  y número de iteraciones.

- (b) (1.5 pts) Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial (1) y las condiciones no Dirichlet

$$-y(1) - y'(1) = -1, \quad \frac{1}{2}y(2) + y'(2) = \frac{\ln(2) + 1}{2}.$$

Explica la resolución del problema de frontera mediante el método de **diferencias finitas no lineal** (Tema 3) para este problema concreto.

Se pide: Sistema de ecuaciones especificando  $i = 0$  e  $i = N + 1$ , matriz jacobiana y explicación de porqué se usa la matriz jacobiana.

- (c) (2 pts) Aproxima y representa la solución del problema del apartado (b), tomando 20 subintervalos y una tolerancia de  $10^{-5}$ .

Se pide: Gráfica, tabla con los nodos  $x_i$ , la solución aproximada  $y_i$  y número de iteraciones.

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

**Problema 2 (4 pts)**

Consideramos la ecuación parabólica

$$8\pi^2 u_t - u_{xx} = 0, \quad x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \quad t \geq 0$$

con las condiciones de contorno e iniciales

$$\begin{aligned} 6u(0, t) + u_x(0, t) &= 6 \exp\left(-\frac{t}{2}\right), \\ -\frac{1}{2}u\left(\frac{1}{2}, t\right) + u_x\left(\frac{1}{2}, t\right) &= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t}{2}\right), \\ u(x, 0) &= \cos(2\pi x) \end{aligned}$$

Tomando  $h = 0.01$  y, como instante final,  $T = 2$ :

- (a) (1.5 pts) Obtén la expresión general en diferencias utilizando el método **explícito**. Particulariza la expresión anterior en los nodos  $i = 0, nx$ .
- (b) (0.5 pts) ¿Cuál es el valor máximo del paso temporal  $k$  que debemos elegir para que se cumplan las condiciones de convergencia del método explícito? Recuerda que el número de subintervalos debe ser entero.
- (c) (2 pts) Obtén la solución de la ecuación en derivadas parciales. Representa gráficamente la solución  $u(x, t)$  en el instante  $T = 2$ . Escribe en una tabla los valores de  $u(x, t)$  en el instante  $T = 2$ .

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

| DATOS PERSONALES | FIRMA |
|------------------|-------|
| Nombre:          | DNI:  |
| Apellidos:       |       |

BORRADOR  
PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER

B O R R A D O R  
PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER