Modelización y Valoración de Derivados y Carteras en Finanzas
Problemas tipo examen

Dr. Miguel Angel Navarro Burgos

19 de junio de 2024

Pregunta 1:

Esta estrategia se crea comprando una opción put con una prima P sobre acciones a un cierto precio de ejercicio E, y vendiendo una opción call con una prima C sobre las mismas acciones al mismo precio de ejercicio E. Supondremos que ambas opciones tendrán la misma fecha de vencimiento y que S_T denota el precio de la acción en la fecha de vencimiento T de las opciones.

- Inicialmente para adoptar esta estrategia, ¿realizará algún desembolso el inversor o por el contrario se embolsará cierta cantidad? Especifica la cantidad correspondiente.
- Escribe la expresión algebraica de cada una de las dos posiciones que se adquieren, así como de la posición final.

Pregunta 2:

Dada la siguiente tabla

t	S
0	20.00
1	20.60
2	21.42
3	22.49
4	23.84
5	25.47
6	27.43
7	29.75
8	32.46
9	35.63

- Utilizar el Algoritmo de Hull-White para calcular u y d.
- Comparar $|S_1 - uS_0|$, $|S_1 - dS_0|$, $|S_2 - u^2S_0|$, $|S_2 - udS_0|$ y $|S_2 - d^2S_0|$.

Pregunta 3:

Dado un modelo Log-Normal con $S_0 = 50$, $\mu = 0.1$, y $\sigma = 0.2$, es deci

$$S(t) = 50e^{0.08t+0.2W(t)},\ t \geq 0.$$

y la siguiente tabla de precios

t	S
0	50.00
1	54.08
2	58.78
3	64.27
4	70.58
5	77.84
6	86.20
7	95.82
8	106.87
9	119.55

Responder lo siguiente

a) μ_{MMV} y σ_{MMV}.

b) Como $t_i = i$, calcular

$$\sum_{i=0}^{4} |\hat{\mu}_S(i) - \mu_S(i)|$$

y

$$\sum_{i=0}^{4} \left|\log\left(\frac{\hat{\mu}_S(t_i)}{\mu_S(t_i)}\right)\right|,$$

donde $\mu_S(t)$ es la media del modelo Log-Normal y $\hat{\mu}_S(t)$ es $\mu_S(t)$ con $\mu = \mu_{MMV}$.

Pregunta 4:

Dado un modelo Log-Normal con $s_0 = 20$, $\mu = 0.5$ y $\sigma = 0.5$, es decir

$$S(t) = 20e^{0.375t+0.5W(t)},\ t \geq 0.$$

Luego, dada la siguiente tabla

0	20.00
1	19.65
2	24.29
3	31.20
4	40.86
5	53.68
6	70.52
7	92.75
8	121.97
9	160.38

Responder lo siguiente

a) μ_{MME} y σ_{MME}

b) Como $t_i = i$, calcular

$$\sum_{i=0}^{4} |\hat{\mu}_S(i) - \mu_S(i)|$$

y

$$\sum_{i=0}^{4} \left| \log\left(\frac{\hat{\mu}_S(t_i)}{\mu_S(t_i)}\right) \right|,$$

donde $\mu_S(t)$ es la media del modelo Log-Normal y $\hat{\mu}_S(t)$ es $\mu_S(t)$ con $\mu = \mu_{MME}$.

Pregunta 5:

Suponga que se tiene una opción europea con un precio inicial $S_0 = 75$ y un precio de ejercicio $K = 80$. La tasa de interés anual es $r = 0.05$ y la volatilidad es $\sigma = 0.25$. La opción vence en $T = 1$ año.

- Calcular el precio de la call usando el modelo de Black-Scholes.
- Calcular el precio de la put usando el modelo de Black-Scholes.

Pregunta 6:

Supongamos que tenemos una opción europea con precio inicial $S_0 = 65$ ($t_0 = 0$), el precio del ejercicio $K = 75$. Esta opción tiene un rendimiento anual $r = 0.048$ y un riesgo anual $\sigma = 0.4$. El vencimiento de esta opción es $T = 2$ años desde el momento de compra. Calcular el precio de la call y de la put.

Sugerencia: Utilizar el método de Simpson para aproximar $N(\alpha)$, es decir

$$N(\alpha) = 0.5 + \frac{\alpha}{6\sqrt{2\pi}}\left(e^{-\frac{\alpha^2}{2}} + 4e^{-\frac{\alpha^2}{8}} + 1\right).$$

Pregunta 7:

Suponga que desea minimizar el riesgo de una cartera con tres activos: acciones (A), bonos (B), y un activo de mercado (C) con los siguientes datos:

- Activo A: rendimiento promedio 10 % y volatilidad 18 %.
- Activo B: rendimiento promedio 5 % y volatilidad 10 %.
- Activo C: rendimiento promedio 7 % y volatilidad 15 %.

Además, suponga que la correlación entre los activos es:

$$\rho_{AB} = 0.3,\ \rho_{AC} = 0.5 \text{ y } \rho_{BC} = 0.2.$$

Se pide:

- Encontrar los pesos óptimos de cada activo que minimicen el riesgo de la cartera.
- Calcular el rendimiento esperado y la varianza de la cartera óptima.

Pregunta 8:

Se desea minimizar el riesgo de una cartera financiera pura en riesgo con cuatro activos: acciones (A), bonos (B), tercer activo (C) y cuarto activo (D) no correlacionados. Los rendimientos promedio y las volatilidades de los activos son los siguientes:

- Activo A: rendimiento promedio de 15 % y volatilidad de 20 %.
- Activo B: rendimiento promedio de 10 % y volatilidad de 5 %.
- Activo C: rendimiento promedio de 8.5 % y volatilidad de 15 %.
- Activo D: rendimiento promedio de 7.25 % y volatilidad de 15 %.

Se pide:

- Encontrar el riesgo mínimo y el rendimiento de la inversión.
- Considerando que $w_A + w_B + w_C = 0.8$ y $w_A + w_C = 0.4$, donde w_A, w_B y w_C corresponden a los pesos de los activos A, B y C respectivamente. Encontrar el riesgo mínimo y el rendimiento de la inversión.

Pregunta 9:

Se desea minimizar el riesgo de una cartera financiera pura en riesgo con dos activos: acciones (A) y bonos (B) correlacionados. Los rendimientos promedio y las volatilidades de los activos son los siguientes:

- Activo A: rendimiento promedio de 10 % y volatilidad de 15 %.
- Activo B: rendimiento promedio de 5 % y volatilidad de 5 %.

Se pide:

- Encontrar el riesgo mínimo y el rendimiento de la inversión cuando $\rho_{AB} = \rho_{BA} = 0$.
- Análizar el riesgo mínimo y el rendimiento de la inversión cuando $\rho_{AB} = a$ y $\rho_{BA} = b$.