Sea $X(t)$ un *proceso estocástico*, entonces:

Notaciones:

$\mu_X(t)$ ó $\mathbb{E}\big[X(t)\big]$ $\longrightarrow$ esperanza

$\sigma_X(t)$ ó $\mathbb{V}\big[X(t)\big]$ ó $\mathrm{Var}\big[X(t)\big]$ $\longrightarrow$ varianza

$C_X(t_1,t_2)$ ó $\mathbb{C}\mathrm{ov}\big[X(t_1),X(t_2)\big]$ ó $\mathrm{Cov}\big[X(t_1),X(t_2)\big]$ $\longrightarrow$ covarianza

$\Gamma_X(t_1,t_2)$ ó $\Gamma\big[X(t_1),X(t_2)\big]$ $\longrightarrow$ función de correlación

$\rho_X(t_1,t_2)$ ó $\mathbb{C}\mathrm{or}\big[X(t_1),X(t_2)\big]$ ó $\mathrm{Cor}\big[X(t_1),X(t_2)\big]$ $\longrightarrow$ coeficiente de correlación

Definiciones:

$$\mathbb{C}\mathrm{ov}\big[X(t_1),X(t_2)\big] \doteq \mathbb{E}\Big[\Big(X(t_1)-\mathbb{E}\big[X(t_1)\big]\Big)\cdot\Big(X(t_2)-\mathbb{E}\big[X(t_2)\big]\Big)\Big]$$

$$\Gamma\big[X(t_1),X(t_2)\big] \doteq \mathbb{E}\big[X(t_1)\cdot\mathbb{E}X(t_2)\big]$$

$$\mathbb{C}\mathrm{or}\big[X(t_1),X(t_2)\big] \doteq \frac{\mathbb{C}\mathrm{ov}\big[X(t_1),X(t_2)\big]}{\sqrt{\mathbb{V}\big[X(t_1)\big]\cdot\mathbb{V}\big[X(t_2)\big]}}$$

Relación:

$$\mathbb{C}\mathrm{ov}\big[X(t_1),X(t_2)\big] = \Gamma\big[X(t_1),X(t_2)\big] - \mathbb{E}\big[X(t_1)\big]\cdot\mathbb{E}\big[X(t_2)\big]$$

Ejemplo:

Sea $W(t)$ ó W_t un *proceso estocástico de Wiener*, entonces:

$$W(t) \sim N(0,t)$$

$$\mathbb{E}\big[W(t)\big] = 0$$

$$\mathbb{V}\big[W(t)\big] = t$$

$$\mathbb{C}\mathrm{ov}\big[W(t_1),W(t_2)\big] = \min(t_1,t_2)$$

$$\Gamma\big[W(t_1),W(t_2)\big] = \mathbb{C}\mathrm{ov}\big[W(t_1),W(t_2)\big]$$

$$\mathbb{C}\mathrm{or}\big[W(t_1),W(t_2)\big] = \frac{\min(t_1,t_2)}{\sqrt{t_1\cdot t_2}}$$

Integral de Itô:

Sea $X(t)$ *integrable en sentido Itô*, la *integral de Itô* $\displaystyle\int_0^t X(\tau)\,\mathrm{d}W(\tau)$ existe y es finita, entonces:

$$\mathbb{E}\Big[\int_0^t X(\tau)\,\mathrm{d}W(\tau)\Big] = 0$$

$$\mathbb{V}\Big[\int_0^t X(\tau)\,\mathrm{d}W(\tau)\Big] = \mathbb{E}\Big[\Big(\int_0^t X(\tau)\,\mathrm{d}W(\tau)\Big)^2\Big] = \int_0^t \mathbb{E}\big[X^2(\tau)\big]\,\mathrm{d}\tau$$