Métodos Númericos Aplicados I

Máster Universitario en Ingeniría Matemática y Computación

Exámen Final

Primer Cuatrimestre

2) Resolución Gauss-Laguerre

$$\int_0^{+\inf} e^{-\sqrt{x}}(x-1)\mathrm{dx}$$

Cambio de variable

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}}; \mathrm{dy} = \frac{1}{2 * \sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{2 * y}\mathrm{dx}$$

$$\int_0^{+\inf} e^{-y}(y^2-1)2y\ \mathrm{dy} \Rightarrow 2\int_0^{+\inf} e^{-y}(y^2-1)y\ \mathrm{dy} \Rightarrow 2 * \int_0^{+\inf} e^{-y} * y(y^2-1)\mathrm{dy}$$

$$f(x_i) = (y^3 - y);$$

Función de Gauss-Laguerre

Implementación

```
[ci, xi] = Coeficientes_Nodos_Gauss_Laguerre(8)
```

```
ci = 3×1
    0.7111
    0.2785
    0.0104
xi = 3×1
    0.4158
    2.2943
    6.2899
```

```
f=@(y) y.*((y.^2) - 1);
I = 2.*sum(f(xi).*ci);
I
```

```
I = 10.0000
```

Comparamos con solución real:

```
g=@(x) exp(-sqrt(x)).*(x-1);
I_real = integral(g, 0, 8);
I_real
```

```
I_real = 2.2253
```

3)Resolución de la ecuación no Lineal:

$f(x) = \sin(x) - x^2 + 1$

Usaremos Método de Newton y Traub-Otrowski

a) **Representación gráfica y valor aproximado**

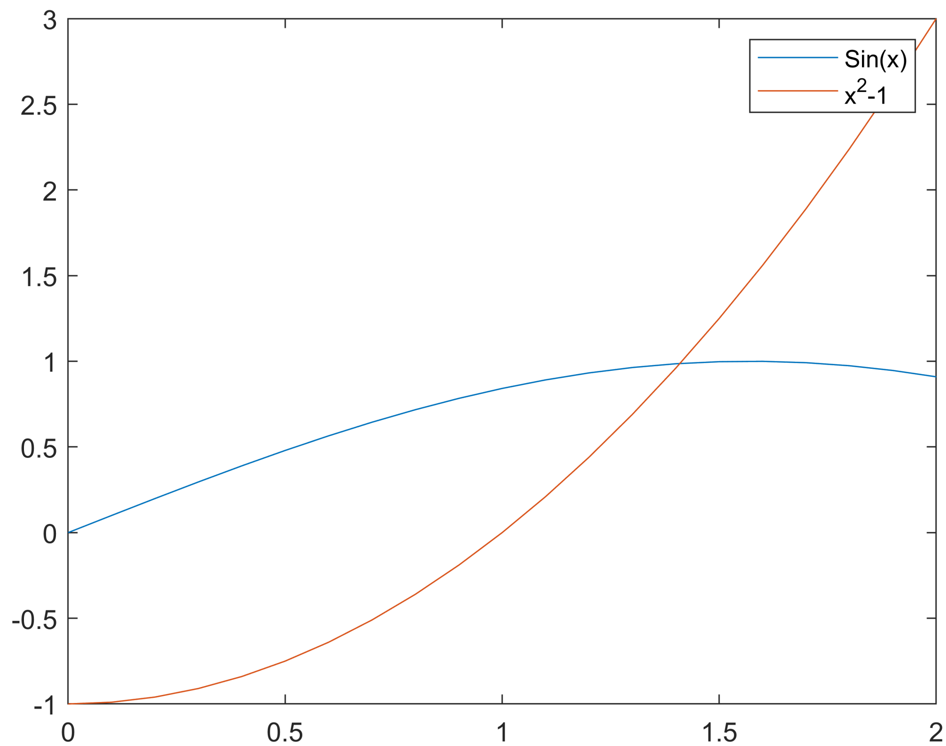
```
x = 0:0.1:2
```

```
x = 1×21
         0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.6000    0.7000 ...
```

```
y1 = sin(x)
```

```
y1 = 1×21
         0    0.0998    0.1987    0.2955    0.3894    0.4794    0.5646    0.6442 ...
```

```
y2 = x.^2 - 1;
plot(x, y1, x, y2)
legend('Sin(x)', 'x^2-1')
```



R . El valor aproximado en que se cortan ambas funciones es:

$x_0 = 1.4$

b) Método de Newton

x0 = 1;

Tol = 1e-9

inc = incre1 + incre2

maxiter = 50

Aplicamosla función:

```
x0 = 1;
tol = 1e-9;
maxiter = 50;

[sol_Newton,iter_Newton,ACOC_Newton,inc_Newton] = Newton('NLE',x0,tol,maxiter)
```

```
sol_Newton = 1.409624004
iter_Newton = 6
ACOC_Newton =
```

$$\begin{pmatrix} 1.860995974680093922870582900941371917724609375 \\ 1.99539833324894289035000838339328765869140625 \\ 2.0000709204912823224731255322694778442382812 5 \\ \infty \end{pmatrix}$$

inc_Newton = 1.11022e-16

x1 = 1.4096240

iters=6

inc final = 1.11022e-16

ACOC = 2.000070

C) Implemetanción Traub-Ostrowski

(**Final del documento**)

D) Aplicación método Traub-Ostrowski

```
[sol_TO,iter_TO,ACOC_TO,inc_TO] = TO('NLE',x0,tol,maxiter)
```

sol_TO = 1.409624004
iter_TO = 4
ACOC_TO =

$$\begin{pmatrix} 3.21664981121290338705875910818576812744140625 \\ 2.96343103058057977250427938997745513916015625 \end{pmatrix}$$

inc_TO = 6.11079e-11

x1_TO = 1.409624004

iter_TO = 4

ACOC_TO = 2.963

inc_TO = 6.11079e-11

E) Comparativa entre Newton y Traub Ostrowski

```
resultados = [sol_Newton,iter_Newton, inc_Newton, ACOC_Newton(end-1);
    sol_TO,iter_TO, inc_TO, ACOC_TO(end)];
% t = table(metodos', resultados(:,1), resultados(:,2),'VariableNames', ...
%     {'Metodo', 'Solución','Iteraciones', 'Inc', 'ACOC'});
```

```
disp(resultados)
```

$$\begin{pmatrix} 1.4096240040025962425573879954754374921321868896484375 & 6 & 0.000000000000000111022302 \\ 1.4096240040025962425573879954754374921321868896484375 & 4 & 0.000000000061107896520695 \end{pmatrix}$$

Encontrarmos que ambos métodos convergen en la solución esperada, además que alcanzan el orden téorico establecido. Newton con orden p= 2.000 y TO con orden p = 3.

El métodp TO alcanza la convergencia en menos iteraciones que Newton

iter_TO = 4; Iter_Newton= 6

Por tabto I_TO > I_Newton

```
function [fun,dfun] = NLE(x)
fun = sin(x) - x.^2 + 1;
dfun = cos(x) - 2.*x;
end

function [sol,iter,ACOC,inc] = Newton(fun,x0,tol,maxiter)
digits(200)
x0=x0(:);
iter=0;
[fx0,dfx0]=feval(fun,x0);
incre1=tol+1;
incre2=tol+1;
p=[];
inc = incre1 + incre2;
% while incre2>tol && incre1>tol && iter<maxiter
while inc > tol && iter<maxiter

    %Linea NEWTON
    x1=x0-fx0/dfx0;
    %

    %actualizo criterio de parada
    incre1=norm(x1-x0);
    p=[p incre1];
    x0=x1;
    [fx0,dfx0]=feval(fun,x0);
    incre2=norm(fx0);
    iter=iter+1;
    inc = incre1 + incre2;
end
% calculo de ACOC
ACOC=log(p(3:end)./p(2:end-1))./log(p(2:end-1)./p(1:end-2));

sol=x1;
incre1=vpa(incre1,6);
incre2=vpa(incre2,6);
inc = vpa(inc, 6);
```

```
ACOC=vpa(ACOC,6);
ACOC=ACOC(:);
sol=vpa(sol,10);
end

function [sol,iter,ACOC,inc] = TO(fun,x0,tol,maxiter)
digits(200)
x0=x0(:);
iter=0;
[fx0,dfx0]=feval(fun,x0);
incre1=tol+1;
incre2=tol+1;
p=[];
inc = tol +1;
% while incre2>tol && incre1>tol && iter<maxiter
while inc > tol && iter<maxiter

    %Linea Ostrowski
    y0 = x0 - (fx0/dfx0);
    [fy0, dfy0] = feval(fun, y0);
    x1=y0-(fx0 / (fx0 - 2*fy0))*(fy0/dfy0);
    %

    %actualizo criterio de parada
    incre1=norm(x1-x0);
    p=[p incre1];
    x0=x1;
    [fx0,dfx0]=feval(fun,x0);
    incre2=norm(fx0);
    iter=iter+1;
    inc = incre1 + incre2;
end
% calculo de ACOC
ACOC=log(p(3:end)./p(2:end-1))./log(p(2:end-1)./p(1:end-2));

sol=x1;
incre1=vpa(incre1,6);
incre2=vpa(incre2,6);
ACOC=vpa(ACOC,6);
ACOC=ACOC(:);
inc = vpa(inc, 6);
sol=vpa(sol,10);
end
```

Calculos de los Nodos y función de calculo

```
function [ci, xi] = Coeficientes_Nodos_Gauss_Laguerre(n)
%Con esta función de Matlab vamos a calcular los coeficientes y los
%nodos para la cuadratura de Gauss-Laguerre.

%La variable de entrada es el número de nodos que queremos calcular: n
```

```
%Las variables de salida son los coeficientes (ci) y los nodos (xi)

%--------------------------------------------------
%Definimos la variable simbólica
syms x

%Definimos los dos primeros polinomios: (como matlab no puede trabajar
%                                       con la componente 0 empezamos con
%                                       la primera)
pk=1;
pk1=(1-x);
%(En los polinomios añadimos una unidad porque matlab no trabaja con la componente 0)
%Calculamos un polinomio más que el número de nodos para los coeficientes
for k=0:n-1
    pk2=simplify((2*k+3-x).*pk1-(k+1)^2.*pk);
    pk=pk1;
    pk1=pk2;
end
xi=double(solve(pk==0));
ci=(factorial(n)^2.*xi)./(double(subs(pk1,x,xi)).^2);
end
```