

Examen Métodos Numéricos Aplicados II

Problema 1 (6 pts)

Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial

$$y'' + y'y = 0, \quad x \in [1, 2], \quad (1)$$

con las condiciones de contorno

$$y(1) = 2, \quad y(2) = 1$$

- (a) (2.5 pts) Aproxima y representa la solución del problema mediante el método de disparo con el método de **Newton** (Tema 2). Utiliza 20 subintervalos, una tolerancia de 10^{-5} y $t_0 = 1$. (No es necesario explicar el método.)

Se pide: Gráfica, tabla con los nodos x_i y las aproximaciones a la solución y_i e y'_i , valor de t y número de iteraciones.

- (b) (1.5 pts) Consideramos el problema de contorno modelizado por la ecuación diferencial (1) y las condiciones no Dirichlet

$$y(1) + y'(1) = 0, \quad -y(2) + y'(2) = -\frac{3}{2}.$$

Explica la resolución del problema de frontera mediante el método de **diferencias finitas no lineal** (Tema 3) para este problema concreto.

Se pide: Sistema de ecuaciones especificando $i = 0$ e $i = N + 1$, matriz jacobiana y explicación de porqué se usa la matriz jacobiana.

- (c) (2 pts) Aproxima y representa la solución del problema del apartado (b), tomando 20 subintervalos y una tolerancia de 10^{-5} .

Se pide: Gráfica, tabla con los nodos x_i , la solución aproximada y_i y número de iteraciones.

Problema 2 (4 pts)

Consideramos la ecuación parabólica

$$u_t - u_{xx} = 0, \quad x \in [0, 2] \quad t \geq 0$$

con las condiciones de contorno e iniciales

$$\begin{aligned} u(0, t) + u_x(0, t) &= \frac{\pi}{2} \exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 t\right), \\ u(2, t) - 2u_x(2, t) &= \pi \exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 t\right), \\ u(x, 0) &= \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \end{aligned}$$

Tomando $nx = 200$ y, como instante final, $T = 2$:

- (a) (1.5 pts) Obtén la expresión general en diferencias utilizando el método **explícito**. Particulariza la expresión anterior en los nodos $i = 0, nx$.
- (b) (0.5 pts) ¿Cuál es el valor máximo del paso temporal k que debemos elegir para que se cumplan las condiciones de convergencia del método explícito? Recuerda que el número de subintervalos debe ser entero.
- (c) (2 pts) Obtén la solución de la ecuación en derivadas parciales. Representa gráficamente la solución $u(x, t)$ en el instante $T = 2$. Escribe en una tabla los valores de $u(x, t)$ en el instante $T = 2$.