

Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

05.579 16 06 18 EX
05.579 16 06 18 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura matriculada.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals, ni realitzar l'examen en llapis o retolador gruixut.
- Temps total: **2 hores** Valor de cada pregunta: **indicat a l'enunciat**
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quins són?
Tot tipus d'apunts (materials de l'assignatura, exercicis d'avaluació anteriors, apunts propis, etc.). En cas de poder fer servir calculadora, de quin tipus? **CAP**
- Si hi ha preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? **NO** Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

Enunciats

Pregunta 1. (35 %)

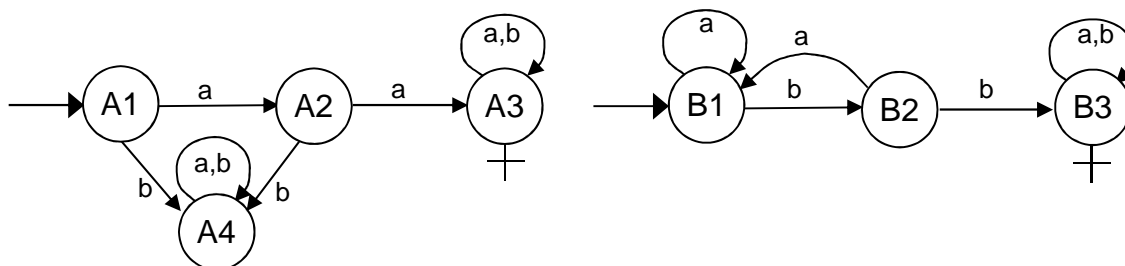
Pregunta 2. (15 %)

Pregunta 3. (20 %)

Pregunta 4. (30 %)

Pregunta 1. (35 %)

Es vol construir un **autòmat finit determinista (DFA) i mínim** que accepti tots els mots sobre l'alfabet $\{a,b\}$ del llenguatge format pel mots que comencin amb la seqüència de símbols 'aa' però que no contenen la seqüència de símbols 'bb', a partir dels autòmats següents:



a) Indiqueu quin llenguatge reconeix cada autòmat (doneu la descripció):

Autòmat A: mots que comencin amb la seqüència de símbols 'aa'

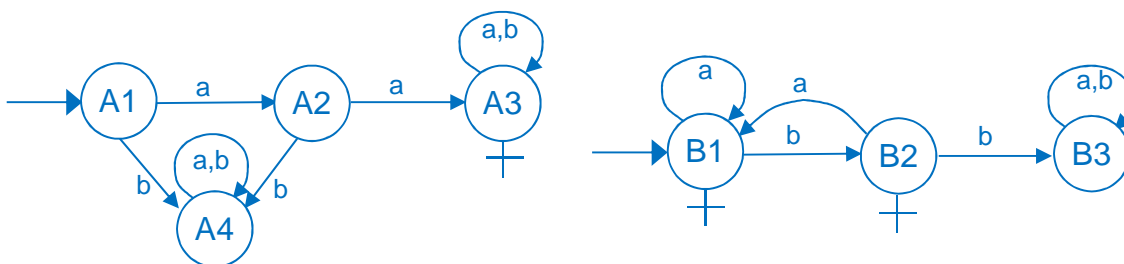
Autòmat B: mots que contenen la seqüència de símbols 'bb'.

Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

b) Quines operacions cal fer sobre els autòmats donats per a obtenir l'autòmat que accepti el llenguatge format pel mots que comencin amb la seqüència de símbols 'aa' però que no contenen la seqüència de símbols 'bb'. Indiqueu les operacions a realitzar i dibuixeu els autòmats que s'han d'utilitzar.

L'operació que s'ha de fer és A-B, que és el mateix que fer $A \cap B^c$



c) Doneu la taula de transicions de l'autòmat finit determinista (DFA) del llenguatge format pel mots que comencin amb la seqüència de símbols 'aa' però que no contenen la seqüència de símbols 'bb', segons l'operació definida i a partir dels autòmats dibuixat a l'apartat anterior.

Δ		a		b	
$\rightarrow A1B1$	C1	A2B1	C2	A4B2	C3
A2B1	C2	A3B1	C4	A4B2	C3
A4B2	C3	A4B1	C5	A4B3	C6
+A3B1	C4	A3B1	C4	A3B2	C7
A4B1	C5	A4B1	C5	A4B2	C3
A4B3	C6	A4B3	C6	A4B3	C6
+A3B2	C7	A3B1	C4	A3B3	C8
A3B3	C8	A3B3	C8	A3B3	C8

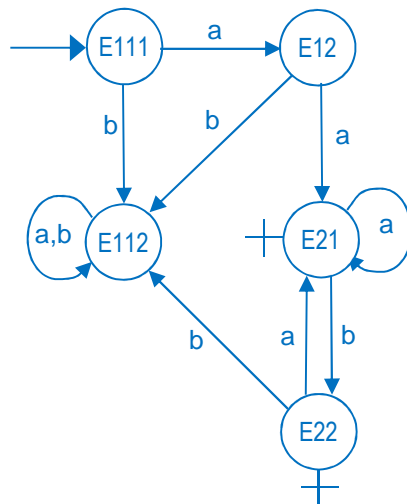
Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

- d) Doneu el DFA **mínim** que permeti reconèixer el llenguatge el llenguatge format pel mots que comencin amb la seqüència de símbols 'aa' però que no contenen la seqüència de símbols 'bb', a partir de la taula de transicions del DFA obtingut a l'apartat anterior.

E1	C1, C2, C3, C5, C6, C7, C8	E11	C1, C3, C5, C6, C7, C8
E2	C4, C7	E12	C2
		E21	C4
		E22	C7

E11	C1, C3, C5, C6, C7, C8	E111	C1
E12	C2	E112	C3, C5, C6, C7, C8
E21	C4	E12	C2
E22	C7	E21	C4
		E22	C7

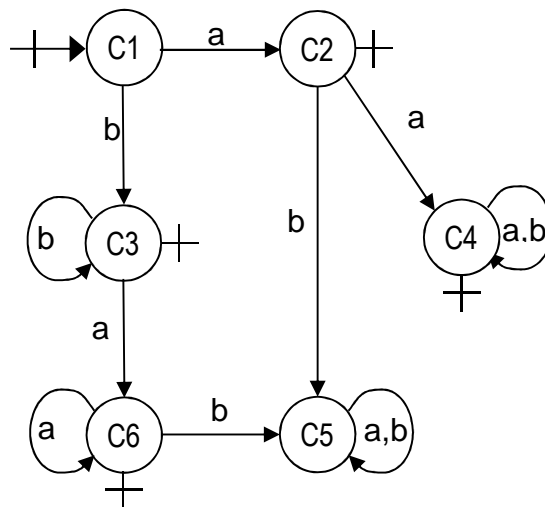


Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

Pregunta 2. (15 %)

Doneu el sistema d'equacions que descriu l'autòmat donat. Aplicant el Lema d'Arden trobeu l'expressió regular que descriu el llenguatge acceptat per l'autòmat.



$$LC1 = aLC2 + bLC3 + \lambda = aa(a+b)^* + a + bb^*(aa^* + \lambda) + \lambda$$

$$LC2 = aLC4 + bLC5 + \lambda = aLC4 + \lambda = a(a+b)^* + \lambda$$

$$LC3 = aLC6 + bLC3 + \lambda = b^*(aa^* + \lambda)$$

$$LC4 = aLC4 + bLC4 + \lambda = (a + b)^*$$

$$LC5 = aLC5 + bLC5 = \emptyset$$

$$LC6 = aLC6 + bLC5 + \lambda = a^*$$

Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

Pregunta 3. (20 %)

Sigui $G = (V, T, S, P)$ la gramàtica incontextual tal que $V = \{S, A\}$, $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ i les produccions són:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS|cSbSd|c|d|Ab \\ A &\rightarrow \lambda|aA|a \end{aligned}$$

- Trobeu una gramàtica equivalent sense símbols inútils, ni regles buides, ni regles unitàries.
- Trobeu una gramàtica equivalent en forma normal de Chomsky.

Solució:

$$\begin{aligned} \text{a) } S &\rightarrow aS|cSbSd|c|d|Ab|b \\ A &\rightarrow aA|a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S &\rightarrow C_a S | C_c D_1 | c | d | A C_b | b \\ D_1 &\rightarrow S D_2 \\ D_2 &\rightarrow C_b D_3 \\ D_3 &\rightarrow S C_d \\ A &\rightarrow C_a A | a \\ C_a &\rightarrow a \\ C_b &\rightarrow b \\ C_c &\rightarrow c \\ C_d &\rightarrow d \end{aligned}$$

Examen 2017/18-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Autòmats i gramàtiques	05.579	16/06/2018	12:00

Pregunta 4. (30 %)

Definiu les transicions d'un autòmat amb pila que reconegui el llenguatge següent per **estat final**:

$$L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 1 \wedge i \neq j\}$$

Solució:

- $Q = \{q_0, q_1, q_F\}$
- $F = \{q_F\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\Gamma = \{A, B\}$
- Z_0

	a/Z_0	b/Z_0	a/A	b/A	b/B	λ/A	λ/B
q_0	(q_0, AZ_0)	(q_1, BZ_0)	(q_0, AA)	(q_1, λ)	\emptyset	(q_F, A)	\emptyset
q_1	\emptyset	(q_1, BZ_0)	\emptyset	(q_1, λ)	(q_1, B)	(q_F, A)	(q_F, B)

Observacions:

- Per resoldre aquest problema cal tenir en compte les dues possibilitats $\#a > \#b$ i $\#a < \#b$, tal i com faríem si volguéssim trobar la gramàtica que genera el llenguatge.