

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

05.570 15 01 14 EX  
05.570 15 01 14 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?
- Valor de cada pregunta:
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

### Enunciats

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

### **Activitat 1 (15+15%)**

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Feu servir els àtoms que s'indica.

- 1) El gat està content quan miola i no esgarrapa

$$M \wedge \neg E \rightarrow G$$

- 2) Perquè el gat estigui content és necessari que atrapi un ratolí.

$$G \rightarrow A \vee \neg A \rightarrow \neg G$$

- 3) Si el gat està content, esgarrapa i miola quan atrapa un ratolí

$$G \rightarrow (A \rightarrow E \wedge M)$$

Àtoms:

- E: El gat esgarrapa
- M: El gat miola
- G: El gat està content
- A: El gat atrapa un ratolí

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Feu servir els predicats que s'indica

- 1) Totes les motos vermelles són noves

$$\forall x[M(x) \wedge V(x) \rightarrow N(x)]$$

- 2) Les motos que són propietat d'un mecànic estan ben cuidades

$$\forall x\{M(x) \wedge \exists y[T(y) \wedge P(y,x)] \rightarrow B(x)\}$$

- 3) En Pere és un mecànic que no és propietari de totes les motos vermelles

$$T(a) \wedge \neg \forall x[M(x) \wedge V(x) \rightarrow P(a,x)]$$

Predicats:

- M(x): x és una moto
- V(x): x és vermella
- N(x): x és nou
- P(x,y): x és el propietari d' y (y és propietat de x)
- B(x): x està ben cuidat
- T(x): x és un mecànic

Constants:

- a: en Pere

### **Activitat 2 (15+15%)**

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que els següents raonaments són correctes. Només podeu fer servir les regles primitives.

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

a)  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow C), A \wedge \neg C \therefore B$

1.	$A \rightarrow (\neg B \rightarrow C),$		P
2.	$A \wedge \neg C$		P
3.		$\neg B$	H
4.		A	$E \wedge 2$
5.		$\neg B \rightarrow C$	$E \rightarrow 1, 4$
6.		C	$E \rightarrow 3, 5$
7.		$\neg C$	$E \wedge 2$
8.	B		$I \neg 3, 6, 7$

b)  $P \vee Q, P \rightarrow R, \neg T \rightarrow \neg Q \therefore R \vee T$

1.	$P \vee Q$			P
2.	$P \rightarrow R$			P
3.	$\neg T \rightarrow \neg Q$			P
4.		P		H
5.		R		$E \rightarrow 2, 4$
6.		$R \vee T$		$I \vee 5$
7.		Q		H
8.			$\neg T$	H
9.			$\neg Q$	$E \rightarrow 3, 8$
10.			Q	It 7
11.		$\neg \neg T$		$I \neg 8, 9, 10$
12.		T		$E \neg 11$
13.		$R \vee T$		$I \vee 12$
14.	$R \vee T$			$E \vee 1, 6, 13$

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

### Activitat 3 (15+15%)

- a) El raonament següent és vàlid, Utilitzeu el mètode de resolució lineal amb l'estratègia del conjunt de suport per a demostrar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho.

$F \rightarrow G,$   
 $G \rightarrow H,$   
 $\neg H \wedge (P \rightarrow H)$   
 $\therefore P \vee F \rightarrow H \wedge \neg G$

FNC  $[F \rightarrow G] = \neg F \vee G$

FNC  $[G \rightarrow H] = \neg G \vee H$

FNC  $[\neg H \wedge (P \rightarrow H)] = \neg H \wedge (\neg P \vee H)$

FNC  $\neg[P \vee F \rightarrow H \wedge \neg G] = (P \vee F) \wedge (\neg H \vee G)$

El conjunt de clàusules resultant és:

$S = \{\neg F \vee G, \neg G \vee H, \neg H, \neg P \vee H, \mathbf{P \vee F}, \mathbf{\neg H \vee G}\}$  El conjunt de suport està format per les dues darreres clàusules (negreta)

La clàusula  $\neg H$  subsumeix la clàusula  $\neg H \vee G$  i amb això el conjunt de clàusules potencialment útils es redueix a :

$S' = \{\neg F \vee G, \neg G \vee H, \neg H, \neg P \vee H, \mathbf{P \vee F}\}$

No és possible aplicar la regla del literal pur

Troncals	Laterals
$P \vee F$	$\neg F \vee G$
$P \vee G$	$\neg G \vee H$
$P \vee H$	$\neg H$
$P$	$\neg P \vee H$
$H$	$\neg H$
$\square$	

- b) El següent raonament no és vàlid. Trobeu-ne el conjunt de clàusules corresponent i raoneu la impossibilitat d'obtenir la clàusula buida ( $\square$ ).

$\forall x[M(x) \rightarrow \exists y N(x,y)]$   
 $\neg N(a,b)$   
 $\therefore \forall x \neg M(x)$

La FNS de  $\forall x[M(x) \rightarrow \exists y N(x,y)]$  és  $\forall x[\neg M(x) \vee N(x,f(x))]$

La FNS de  $\neg N(a,b)$  és  $\neg N(a,b)$

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

La FNS de  $\neg\forall x\neg M(x)$  és  $M(c)$

El conjunt de clàusules resultant és

$$S = \{ \neg M(x) \vee N(x, f(x)), \neg N(a, b), \neg M(c) \}$$

Observem que el literal  $N(x, f(x))$  de la primera clàusula mai no podrà ser eliminat perquè no pot resoldre's contra  $\neg N(a, b)$  ja que la discrepància de la segona posició  $f(x)/a$  no es pot resoldre.

Això redueix el conjunt de clàusules útils a  $S' = \{ \neg N(a, b), \neg M(c) \}$  i és obvi que d'aquest conjunt no se'n pot obtenir  $\square$

### Activitat 4 (10%)

Considereu el següent raonament (incorrecte)

$$\forall x M(x) \rightarrow \exists x \exists y N(x, y)$$

$$\exists x \exists y \neg N(x, y)$$

$$\therefore \exists x \neg M(x)$$

Doneu una interpretació en el domini  $\{1, 2\}$  que en sigui un contraexemple.

Un contraexemple ha de fer certes les premisses i falsa la conclusió.

En el domini  $\{1, 2\}$  la conclusió és equivalent a

$$\neg M(1) \vee \neg M(2)$$

Perquè aquest enunciat sigui fals ha de passar que  $M(1)=V$  i que  $M(2)=V$

Amb  $M(1)=V$  i  $M(2)=V$  es té que  $\forall x M(x) = V$  ja que  $\forall x M(x)$  és equivalent a  $M(1) \wedge M(2)$ . Així, perquè

$\forall x M(x) \rightarrow \exists x \exists y N(x, y)$  sigui cert ha de ser-ho  $\exists x \exists y N(x, y)$

$\exists x \exists y N(x, y)$  és equivalent a  $N(1, 1) \vee N(1, 2) \vee N(2, 1) \vee N(2, 2)$ . Perquè aquest enunciat sigui cert n'hi ha prou amb que ho sigui un dels dos disjuntands. Posem que sigui  $N(1, 1)=V$

Per a fer certa la segona premissa s'ha de fer cert l'enunciat  $\neg N(1, 1) \vee \neg N(1, 2) \vee \neg N(2, 1) \vee \neg N(2, 2)$ . Perquè aquest enunciat sigui cert n'hi ha prou amb que ho sigui algun dels seus disjuntands. Posem que sigui  $N(1, 2) = F$

Així, una interpretació que és un contraexemple és

$$\langle \{1, 2\}, \{M(1)=V, M(2)=V, N(1, 1)=V, N(1, 2)=F, N(2, 1)=V, N(2, 2)=V\}, \emptyset \rangle$$

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00



## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00

## Examen 2013/14-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/01/2014	12:00