

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00



05.569 21 01 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?  
Cap.
- Valor de cada pregunta: Vegeu l'enunciat de cada pregunta.
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:  
No es pot usar calculadora.

### Enunciats

#### Exercici 1. (Valoració d'un 5 + 5 + 5 + 10 = 25 %)

Digueu si les següents afirmacions són verdaderes o falses, justificant la resposta:

- Tot graf hamiltonià també és eulerià.
- Tot graf eulerià conté un recorregut eulerià.
- Un circuit eulerià conté tots els vèrtexs del graf.
- Tot graf 2-connex és hamiltonià.

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

### Exercici 2. (Valoració d'un 15 + 10 = 25 %)

Sigui  $G$  una xarxa de nodes  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Si apliquem l'algorisme de Dijkstra a partir del node 0 s'obté la taula següent:

0	1	2	3	4	5	6
(0,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)
(0,0)*	(8,0)	(12,0)	(9,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)	( $\infty$ ,0)
(0,0)	(8,0)*	(12,0)	(9,0)	( $\infty$ ,0)	(17,1)	( $\infty$ ,0)
(0,0)	(8,0)	(11,3)	(9,0)*	(21,3)	(16,3)	( $\infty$ ,0)
(0,0)	(8,0)	(11,3)*	(9,0)	(21,3)	(16,3)	(19,2)
(0,0)	(8,0)	(11,3)	(9,0)	(21,3)	(16,3)*	(19,2)
(0,0)	(8,0)	(11,3)	(9,0)	(21,3)	(16,3)	(19,2)*
(0,0)	(8,0)	(11,3)	(9,0)	(21,3)*	(16,3)	(19,2)

- A partir de la taula, reconstruïu tot el que pugueu de la xarxa  $G$ .
- Podem assegurar que el diàmetre de  $G$  és 21? Justifiqueu la resposta.

### Exercici 3. (Valoració d'un 12,5 + 12,5 = 25%)

- Un arbre amb arrel té 5 vèrtexs interns i 11 fulles. A més, tots els vèrtexs interns tenen el mateix nombre  $k$  de fills. Useu el lema de les encaixades per trobar el valor de  $k$ .
- Dibuixeu l'arbre binari corresponent a l'expressió aritmètica  $(3 * x + y / 6)^2$  (usant la prioritat d'operacions habitual). Escriuiu la seqüència de vèrtexs que s'obté en explorar l'arbre usant DFS.

### Exercici 4. (Valoració d'un 5 + 10 + 10 = 25%)

Siguin els dos problemes de decisió següents:

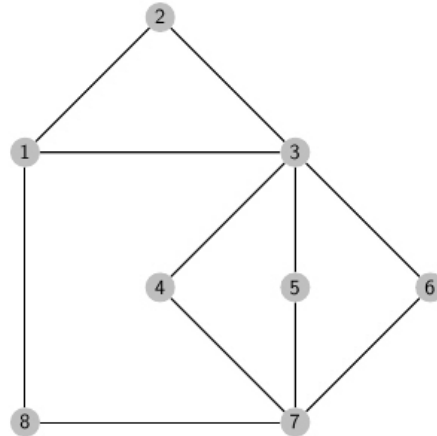
**INDEPENDENT-SET:** Donat un graf  $G = (V, A)$  d'ordre  $n$  i un enter  $k$ , volem determinar si existeix un conjunt independent de mida superior o igual a  $k$  a  $G$ . (Recordeu que un conjunt independent és un conjunt de vèrtexs tals que no hi ha cap aresta de  $G$  que uneixi dos vèrtexs del conjunt).

**VERTEX-COVER:** Donat un graf  $G = (V, A)$  d'ordre  $n$  i un enter  $k$ , volem saber si  $G$  té un recobriment de vèrtexs de mida inferior o igual a  $k$ . (Recordeu que un recobriment de vèrtexs és un conjunt de vèrtexs tals que tota aresta de  $G$ ,  $(u, v)$ , verifica que almenys un dels dos vèrtexs,  $u$  o  $v$ , pertany al conjunt).

- Marqueu sobre el graf de la figura següent un recobriment de vèrtexs de  $G$  format per 3 vèrtexs. Comproveu que el complementari d'aquest subconjunt de vèrtexs forma un conjunt independent.

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00



b) Demostreu que, per qualsevol graf, el complementari d'un recobriment de vèrtexs forma un conjunt independent i que, recíprocament, el complementari d'un conjunt independent és un recobriment de vèrtexs.

c) Useu el resultat anterior per donar una funció de reducció que permeti demostrar que  $VERTEX-COVER \leq_p INDEPENDENT-SET$ .

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00



## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	21/01/2012	12:00