Espai grapa

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

05.570 11 06 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

A:" Lluitar molt"
B:" Poder assolir un bon lloc a la feina"
C: "Començar des de baix"
D: "Tenir contactes"
E: "Tenir paciència"

1) És necessari lluitar molt per a poder assolir un bon lloc a la feina, quan comences des de baix.
   $C \rightarrow (B \rightarrow A)$

2) Si es tenen contactes, es pot assolir un bon lloc a la feina si es comença des de baix.
   $D \rightarrow (C \rightarrow B)$

3) Si per assolir un bon lloc a la feina et cal tenir contactes, és que o lluites molt o tens paciència.
   $(B \rightarrow D) \rightarrow (A \vee E)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

A(x): x és un aficionat al futbol
J(x): x és un jugador de futbol
C(x): x cobra un sou alt
R(x): x és radical
V(x,y): x vol ser com y

1) No tots els aficionats al futbol són radicals, però alguns sí.
   $\neg\forall x(A(x) \rightarrow R(x)) \wedge \exists x(A(x) \wedge R(x))$

2) Hi ha jugadors de futbol que cap aficionat no vol ser com ells.
   $\exists x\{J(x) \wedge \forall y[A(y) \rightarrow \neg V(y,x)]\}$

3) Si un jugador de futbol cobra un sou alt llavors hi ha aficionats al futbol que voldríem ser com ell.
   $\forall x[\, J(x) \wedge C(x) \rightarrow \exists y(A(y) \wedge V(y,x))\,]$

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$S \lor Q \to (P \to \neg R)$
$\neg R \to S$
$S \lor R \to \neg (Q \land S)$
$\therefore \neg(P \land Q)$

Solució

1	$S \lor Q \to (P \to \neg R)$		P
2	$\neg R \to S$		P
3	$S \lor R \to \neg (Q \land S)$		P
4		$P \land Q$	H
5		P	E∧ 4
6		Q	E∧ 4
7		$S \lor Q$	I∨ 6
8		$P \to \neg R$	E→ 1,7
9		$\neg R$	E→ 5,8
10		S	E→ 2,9
11		$S \lor R$	I∨ 10
12		$\neg (Q \land S)$	E→ 3,11
13		$Q \land S$	I∧ 6,10
14	$\neg(P \land Q)$		I¬ 4,12,13

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$P \wedge Q \rightarrow \neg(R \rightarrow \neg S)$
$\neg (R \rightarrow Q \wedge S)$
$\therefore (S \rightarrow \neg R) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

Solució

FNC($P \wedge Q \rightarrow \neg(R \rightarrow \neg S)$)= $(\neg P \vee \neg Q \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$
FNC($\neg (R \rightarrow Q \wedge S)$)=$R \wedge (\neg Q \vee \neg S)$
FNC($\neg((S \rightarrow \neg R) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$))= $(\neg S \vee \neg R) \wedge P \wedge Q$
Conjunt de clàusules ={ $\neg P \vee \neg Q \vee S$, $\neg P \vee \neg Q \vee R$, R, $\neg Q \vee \neg S$, **$\neg S \vee \neg R$, P, Q** }
R subsumeix $\neg P \vee \neg Q \vee R$
Conjunt de clàusules ={ $\neg P \vee \neg Q \vee S$, R, $\neg Q \vee \neg S$, **$\neg S \vee \neg R$, P, Q** }

Clàusules troncals	Clàusules laterals
$\neg S \vee \neg R$	R
$\neg S$	$\neg P \vee \neg Q \vee S$
$\neg P \vee \neg Q$	Q
$\neg P$	P
$\square$	

Consistència de premisses:
Conjunt de clàusules ={ $\neg P \vee \neg Q \vee S$, $\neg P \vee \neg Q \vee R$, R, $\neg Q \vee \neg S$ }
R subsumeix $\neg P \vee \neg Q \vee R$
Conjunt de clàusules ={ $\neg P \vee \neg Q \vee S$, R, $\neg Q \vee \neg S$ }
Podem eliminar $\neg P \vee \neg Q \vee S$, $\neg Q \vee \neg S$ per la regla del literal pur $\neg Q$
Conjunt de clàusules ={ R }
Podem eliminar R per la regla del literal pur
Conjunt de clàusules ={ }

Per tant el raonament és vàlid i les premisses són consistents.

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

Problema 4

Valideu o refuteu el següent raonament mitjançant el mètode de resolució:

$\exists x \forall y[\ Q(x,y) \lor (T(x) \land R(y))\ ]$
$\forall x \neg \forall y\ [\ \neg Q(x,y) \rightarrow T(x)\ ]$
$\forall x \forall y\ [\ \neg T(x) \rightarrow P(x,y)\ ]$
$\therefore\ \exists x[\ \exists y P(x,y)\ \land\ T(x)\ ]$

Solució

$FNS(\exists x \forall y[\ Q(x,y) \lor (T(x) \land R(y))\ ])$
$\forall y[\ Q(a,y) \lor (T(a) \land R(y))\ ]$
$\forall y[\ (Q(a,y) \lor T(a)) \land (Q(a,y) \lor R(y))\ ]$
Clàusules: $Q(a,y) \lor T(a)$, $Q(a,y) \lor R(y)$

$FNS(\forall x \neg \forall y\ [\ \neg Q(x,y) \rightarrow T(x)\ ])$
$\forall x \neg \forall y\ [\ \neg\neg Q(x,y) \lor T(x)\ ]$
$\forall x \neg \forall y\ [\ Q(x,y) \lor T(x)\ ]$
$\forall x \exists y\ \neg[\ Q(x,y) \lor T(x)\ ]$
$\forall x \exists y\ [\ \neg Q(x,y) \land \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \neg Q(x,f(x)) \land \neg T(x)\ ]$
Clàusules: $\neg Q(x,f(x))$, $\neg T(x)$

$FNS(\forall x \forall y\ [\ \neg T(x) \rightarrow P(x,y)\ ])$
$\forall x \forall y\ [\ \neg\neg T(x) \lor P(x,y)\ ]$
$\forall x \forall y\ [\ T(x) \lor P(x,y)\ ]$
Clàusules: $T(x) \lor P(x,y)$

$FNS(\neg \exists x[\ \exists y\ P(x,y) \land T(x)\ ])$
$\forall x \neg\ [\ \exists y\ P(x,y) \land T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \neg \exists y\ \neg P(x,y) \lor \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \forall y\ \neg P(x,y) \lor \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ \forall y\ [\ \neg P(x,y) \lor \neg T(x)\ ]$
Clàusules: $\neg P(x,y) \lor \neg T(x)$

Conjunt de clàusules: { $Q(a,y) \lor T(a)$, $Q(a,y) \lor R(y)$, $\neg Q(x,f(x))$, $\neg T(x)$, $T(x) \lor P(x,y)$, **$\neg P(x,y) \lor \neg T(x)$** }

Arbre de resolució

Clàusules troncals		Clàusules laterals	
$\neg P(x,y) \lor \neg T(x)$ $\neg P(a,y) \lor \neg T(a)$	Substituïm x per a	$Q(a,y) \lor T(a)$	
$\neg P(a,y) \lor Q(a,y)$ $\neg P(a,f(a)) \lor Q(a,f(a))$	Substituïm y per f(a)	$\neg Q(x,f(x))$ $\neg Q(a,f(a))$	Substituïm x per a
$\neg P(a,f(a))$		$T(x) \lor P(x,y)$ $T(a) \lor P(a,f(a))$	Substituïm x per a Substituïm y per f(a)
$T(a)$		$\neg T(x)$ $\neg T(a)$	Substituïm x per a
$\square$			

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	11/06/2011	15:30

Problema 5

Es vol dissenyar, usant únicament portes NOR, un circuit lògic que es correspongui amb la següent expressió:
A XOR B
Nota: XOR es correspon amb l'operador OR exclusiu.
a) Reescriu la fórmula de manera justificada usant únicament l'operador ↓.
b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

Solució

a) Expressem la fórmula inicial només amb les operacions +,· i ~. Apliquem una doble negació davant de l'expressió resultant, que és una conjunció, per a convertir-la en la negació d'una disjunció (un NOR) mitjançant la llei de De Morgan. Per últim les negacions més internes es poden transformar també en expressions amb NOR fent servir l'equivalència ~A = A NOR A.

A XOR B = (A + B)·~(A·B) = ~~[(A + B)·~(A·B)] = ~[~(A + B)+~~(A·B)] = ~[~(A + B)+~(~A+~B)] = ~[~(A + B)+~(~(A+A)+~(B+B))] = (A↓B) ↓ ((A ↓ A) ↓ (B ↓ B))

b)

A	B	X=A↓B	Y=A↓A	Z=B↓B	Y↓Z	(X) ↓ ((Y) ↓ (Z))	A XOR B
0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0