

PAC 1

Presentació

Aquesta PAC correspon al mòdul d'Òptica i Fotònica.

Competències

Competències Generals

- 11 Capacitat d'utilitzar els fonaments matemàtics, estadístics i físics per comprendre els sistemes TIC.
- 12 Capacitat d'analitzar un problema en el nivell d'abstracció adequat a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i resoldre'l.

Competències Específiques

- Saber què són les ones electromagnètiques per saber treballar amb els dispositius que les utilitzen.
- Conèixer l'espectre electromagnètic per saber utilitzar el rang de freqüències més adequat a cada situació.
- Conèixer i comprendre els fonaments de la fotònica.

Objectius

- Tenir clar que la llum és una ona electromagnètica i saber on se situa dins de la totalitat de l'espectre electromagnètic.
- Entendre les dues descripcions bàsiques dels fenòmens lumínics.
- Conèixer les bases de l'òptica geomètrica i com donen lloc a les lleis bàsiques de la reflexió i la refracció.

- Entendre l'òptica geomètrica com a primera aproximació a l'estudi de la llum i saber com superar les seves limitacions amb l'òptica ondulatoria clàssica i l'òptica quàntica.
- Conèixer qualitativament els principis bàsics de l'òptica quàntica.
- Saber els processos bàsics d'interacció entre llum i matèria tal com es descriuen en òptica quàntica.

Descripció de la PAC

La PAC està dividida en 3 parts: un qüestionari que trobareu en el Moodle de l'assignatura, 3 qüestions de caràcter teòric i raonament i 2 problemes.

Recursos

Recursos Bàsics

Materials de l'assignatura, mòdul d'*Òptica i Fotònica*.

Recursos Complementaris

A l'aula trobareu informació sobre recursos addicionals, així com PAC resoltes de semestres anteriors. Per altra banda, al final de cada mòdul trobareu una bibliografia recomanada.

Criteris d'avaluació

20% Qüestionari Moodle

30% Qüestions

50% Problemes

Excepte al Qüestionari Moodle, totes les respostes s'han de justificar adequadament.

Format i data de lliurament

La PAC1 s'ha de lliurar abans del **19/03/2018 a les 23:59h** a través del **RAC** (Registre d'Avaluació Contínua). S'intentarà fer el lliurament en un únic fitxer PDF amb totes les respostes (excepte el qüestionari Moodle) sempre que sigui possible. En cas que això no pugui ser per algun motiu justificat, es podran acceptar altres formats habituals com ara Microsoft Office (.DOC, .DOCX), OpenOffice (.ODT), fitxers de text (.TXT, .RTF) o \LaTeX (.TEX).

El Qüestionari s'ha de realitzar on-line al Moodle de l'Aula de Fonaments Físics de la Informàtica. La data límit és la mateixa que la de la PAC1 ja que en forma part d'ella.

Enunciats

QÜESTIONARI MOODLE

Connecteu-vos al Moodle de l'assignatura i responeu el qüestionari corresponent a la PAC 1. Aquest qüestionari constarà d'una sèrie de preguntes preses **a l'atzar** d'entre els qüestionaris de cada setmana. Disposareu de fins a 2 intents per a realitzar-lo i la nota final serà sempre la **més alta** d'entre les obtingudes en cada intent.

Us recordem que disposeu dels qüestionaris no avaluable corresponents al temari de cada setmana, amb els que podeu practicar tantes vegades com vulgueu sense penalització.

QÜESTIONS

Qüestió 1

Un feix de llum entra en un bloc de vidre que es troba en el buit pel punt A i surt pel punt B (vegeu la figura 1). El bloc de vidre té un índex de refracció és de 1,59. Sabem també que l'angle d'incidència és $\theta_1 = 0,436$ rad (25°) i que el feix triga 3 ns en sortir per l'altre extrem del bloc. Amb aquestes dades, calculeu quina és la longitud, L , del bloc de vidre.

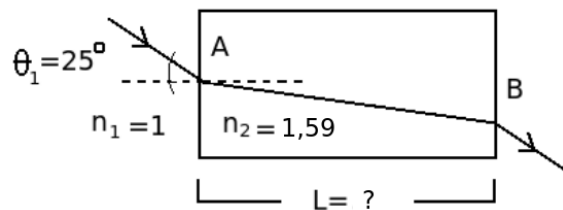


Figura 1: Feix de llum que travessa un bloc de vidre.

Solució:

Per resoldre aquesta qüestió podem considerar que la llum s'està comportant com un raig i, per tant, aplicar els principis d'òptica geomètrica que podem trobar a l'apartat 2 dels materials d'estudi.

En primer lloc, calcularem la distància que la llum recorre dins del bloc de vidre. Podem aplicar la següent fórmula:

$$d = v \cdot t \quad (1)$$

Per calcular la velocitat de propagació apliquem l'equació (10) del mòdul d'Òptica i Fotònica:

$$n = \frac{v_0}{v} \quad (2)$$

on n és l'índex de refracció del medi, v_0 la velocitat de la llum al buit i v la velocitat de la llum en el medi que estem considerant. Aïllant v de (2) trobem el següent resultat:

$$v = \frac{v_0}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,59} = 1,89 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (3)$$

Per tant:

$$d = v \cdot t = 1,88 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-9} = 0,56 \text{ m} \quad (4)$$

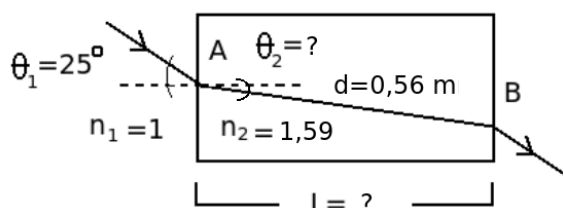


Figura 2: Càlcul de θ_2 a partir de la llei de Snell.

Podem veure la distància d (camí que recorre el feix de llum) dibuixada a la figura 2. Per calcular L , calcularem primer l'angle de refracció θ_2 aplicant la llei de Snell (equació (12) del mòdul d'Òptica i Fotònica):

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (5)$$

Substituïm les dades de l'enunciat a l'equació (5) i arribem al següent resultat:

$$1 \sin(0,436) = 1,59 \sin(\theta_2) \rightarrow \theta_2 = 0,27 \text{ rad } (15,41^\circ) \quad (6)$$

Si apliquem trigonometria (figura 3) podem calcular la longitud L com es mostra a continuació:

$$\cos(\theta_2) = \frac{L}{d} \rightarrow L = d \cdot \cos(\theta_2) = 0,56 \cdot \cos(0,27) = 0,54 \text{ m} = 54 \text{ cm} \quad (7)$$

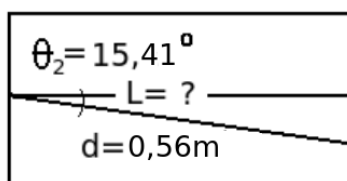


Figura 3: Càlcul de la distància que recorre el feix de llum dins del bloc de vidre.

Qüestió 2

A dos punts al buit, A i B, tenim dues fonts que emeten llum amb longitud d'ona de 700 nm. A un altre punt, C, mesurem que la diferència entre el camí òptic que han recorregut les ones és de 175 nm. Si en els punts A i B les ones estan en fase, quina és la diferència de fase entre elles en el punt C? A la figura 4 podeu veure la disposició de les ones.

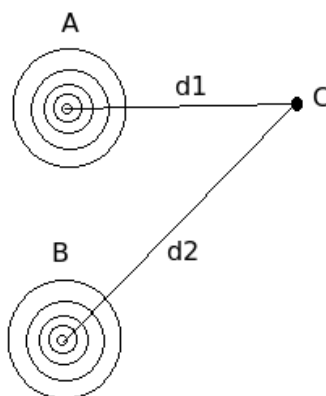


Figura 4: Càlcul de la diferència de camí òptic entre dues ones.

Solució:

A l'apartat 3.3.2 de mòdul d'Òptica i Fotònica hem estudiat la relació entre la diferència de fase i la diferència de camí recorregut per dues ones. L'expressió matemàtica d'aquesta relació ve donada per l'equació 74 d'aquest mòdul i és la següent:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (8)$$

on δ és la diferència de fase, λ és la longitud d'ona i Δr és la diferència de camí òptic.

A l'enunciat ens diuen que la longitud d'ona de la llum és $\lambda = 700 \text{ nm}$ i que la diferència de camí és $\Delta r = 175 \text{ nm}$. Si substituïm aquests valors a l'equació 8 arribem al resultat següent:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r = \frac{2\pi}{700 \cdot 10^{-9}} 175 \cdot 10^{-9} = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad (9)$$

Qüestió 3

Un feix de llum làser de color vermell (650 nm de longitud d'ona) viatja pel buit i incideix en un detector de fotons. Si l'energia mesurada pel detector ha estat de 0,5 J calculeu el nombre de fotons que ha incidit en el detector.

Solució:

L'energia d'un fotó es calcula mitjançant l'expressió 88 del mòdul d'Òptica i Fotònica:

$$E = hf \quad (10)$$

On h és la constant de Plank. Per altra banda, podem expressar la freqüència en funció de la velocitat, c , i de la longitud d'ona, λ , tal i com hem vist a l'equació (8) dels materials d'estudi del mòdul d'Òptica i Fotònica. Tenint en compte aquestes dues consideracions podem arribar a la següent expressió:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 3,06 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (11)$$

Aquesta energia correspon a un fotó. L'energia de tots els fotons es calcula multiplicant l'energia d'un fotó, E , pel nombre de fotons detectats, N . Aquesta energia total ens la donen a l'enunciat:

$$E_T = 0,5 \text{ J} = E \cdot N = 3,05 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow N = \frac{0,5}{3,05 \cdot 10^{-19}} = 1,63 \cdot 10^{18} \text{ Fotons} \quad (12)$$

PROBLEMES

Problema 1

Disposem d'una fibra òptica amb un índex de refracció del nucli, $n_n = 1,47$ i un índex de refracció del seu revestiment, $n_r = 1,41$. Suposem que la fibra es troba en el buit. Amb aquestes dades, es demana el següent:

- (a) Calculeu l'angle crític a la superfície entre el nucli i el revestiment de la fibra.
- (b) Quina és l'obertura numèrica de la fibra?
- (c) Si la longitud total de la fibra és $L = 30$ km, quin temps de propagació experimenta un raig que viatja dins la fibra rebotant a la paret interior amb l'angle crític?
- (d) Utilitzem la fibra per transmetre senyals de monitorització entre una estació base i un centre de recollida de dades. Aquesta aplicació de monitorització requereix un retard de propagació màxim de $\tau = 200 \mu\text{s}$. Quina és la distància màxima que podem cobrir amb la nostra fibra pels requeriments d'aquesta aplicació i pels rajos que viatgen amb l'angle crític?

Solució:

- (a) Per calcular l'angle crític dins de la fibra apliquem la llei de Snell que hem vist a l'equació 12 del mòdul d'*Òptica i Fotònica*. En aquesta expressió farem que l'angle de refracció al segon medi sigui de 90° , de tal manera que es doni el fenomen de reflexió total interna que hem vist a l'apartat 2.4 i el senyal quedi dins de la fibra. A la figura 5 podeu veure els angles considerats.

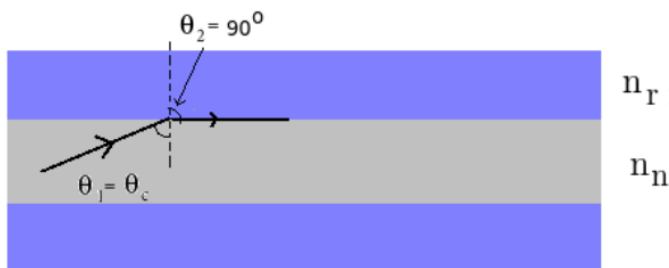


Figura 5: Angle crític per la fibra del problema 1

Apliquem la llei de Snell i obtenim el següent:

$$n_n \cdot \sin(\theta_c) = n_r \cdot \sin(90) \quad (13)$$

Ara ja podem aïllar i calcular l'angle crític:

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_r \cdot \sin(90)}{n_n}\right) = 1,28\text{rad} (73,57^\circ) \quad (14)$$

- (b) Tal i com podeu veure a l'equació 31 dels materials d'estudi, anomenem obertura numèrica a la següent expressió:

$$\sin(\theta_1) = \sqrt{\left(\frac{n_n}{n_{\text{buit}}}\right)^2 - \left(\frac{n_r}{n_{\text{buit}}}\right)^2} \quad (15)$$

Substituïm els valors que ens donen a l'enunciat i obtenim el següent resultat:

$$\sin(\theta_1) = \sqrt{\left(\frac{1,47}{1}\right)^2 - \left(\frac{1,41}{1}\right)^2} = 0,42 \quad (16)$$

L'obertura numèrica de la fibra és el sinus de l'angle que ens defineix el con d'acceptació. Podeu veure aquest concepte a la figura 9 del mòdul d'*Òptica i Fotònica*. A la figura 11 dels materials d'estudi podeu veure com es defineixen els angles per tal de calcular l'obertura numèrica. Els rajos que entrin dins d'aquest con d'acceptació ho faran de tal manera que es produirà reflexió total a l'interior de la fibra i es podran transmetre dins de la fibra. Els rajos que no entrin dins del con d'acceptació, sortiran pel revestiment de la fibra degut a la refracció i no es transmetran. En aquest cas, l'angle que defineix el con d'acceptació és:

$$\sin(\theta_1) = 0,42 \rightarrow \theta_1 = 0,43\text{rad} (24,56^\circ) \quad (17)$$

- (c) Tal com hem vist a l'apartat 2.5 del mòdul d'Òptica i Fotònica, degut a la reflexió total el senyal va rebotant a la superfície que separa el nucli del revestiment i es va transmetent al llarg de la fibra. Com podeu veure a la figura 6, la distància a és la distància que recorreria la llum si es propagués paral·lela a l'eix de la fibra i la distància c és la distància recorreguda per la llum que es propaga segons l'angle crític.

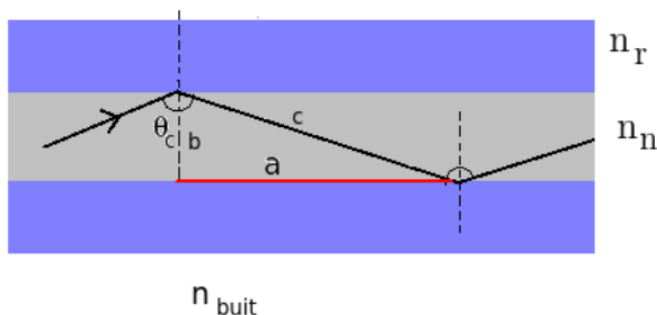


Figura 6: Propagació del senyal dins de la fibra.

Calculem el temps que triga un raig en propagar-se quan ho fa segons l'angle crític. L'angle que formen els costats a i c és el següent:

$$90 - \theta_c = 90 - 73,57^\circ = 16,43(0,29\text{rad}) \quad (18)$$

on θ_c és el valor que hem calculat a l'apartat a.

$$\frac{a}{c} = \cos(16,43) \rightarrow c = \frac{a}{\cos(16,43)} \quad (19)$$

Una manera alternativa i equivalent de fer-ho seria considerar el següent:

$$\frac{a}{c} = \sin(\theta_c) \rightarrow c = \frac{a}{\sin(73,57)} \quad (20)$$

Si considerem que el raig va rebotant dins de la fibra i va recorrent una distància igual a c per cada tram de longitud a , en sumar tots els rebots obtenim el següent:

$$D = \frac{30 \text{ km}}{\cos(16,43)} = 31,28 \text{ km} \quad (21)$$

A continuació calculem la velocitat de propagació del senyal a través de la fibra. Ho farem amb l'equació 10 dels materials d'estudi tal com es mostra a continuació:

$$n_n = \frac{v_0}{v} \rightarrow v = \frac{v_0}{n_n} \quad (22)$$

on n_n és l'índex de refracció del nucli de la fibra i v_0 la velocitat de propagació al buit. Així doncs:

$$v = \frac{v_0}{n_n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,47} = 2,04 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (23)$$

Amb aquestes dades ja podem calcular el temps que triga un raig que es propaga per la fibra segons l'angle crític:

$$t = \frac{D}{v} = \frac{31,28 \cdot 10^3}{2,04 \cdot 10^8} = 153,3 \mu s \quad (24)$$

- (d) En l'apartat anterior hem calculat quina és la velocitat de propagació del senyal dins de la fibra (expressió 23). La distància màxima que podem cobrir amb aquesta velocitat per un temps igual al màxim que ens imposa l'aplicació, $\tau = 200 \mu s$, és la següent:

$$D_{max} = vt = 2,04 \cdot 10^8 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 40,8 \text{ km} \quad (25)$$

Recordem, però, que aquesta és la distància que recorre el raig tenint en compte que va rebotant entre les parets del nucli de la fibra segons l'angle crític. A l'apartat (c) hem vist que la diferència entre aquesta distància i la distància en línia recta ens ve donada pel terme $\cos(16,43^\circ)$. Així doncs, la longitud de la fibra màxima que suporta aquesta aplicació és:

$$L_{max} = D_{max} \cdot \cos(16,43) = 39,1 \text{ km} \quad (26)$$

Problema 2

Disposem d'una pantalla opaca que té dues escletxes horitzontals separades una distància de 0,2 mm. A 2 metres de distància col·loquem una segona pantalla on podem veure la distribució de franges resultant. A la figura 7 podeu veure la configuració del problema. A una distància vertical de l'eix central de 2,5 mm trobem la primera franja més fosca. Nota: utilitzeu l'aproximació dels angles petits per resoldre el problema.

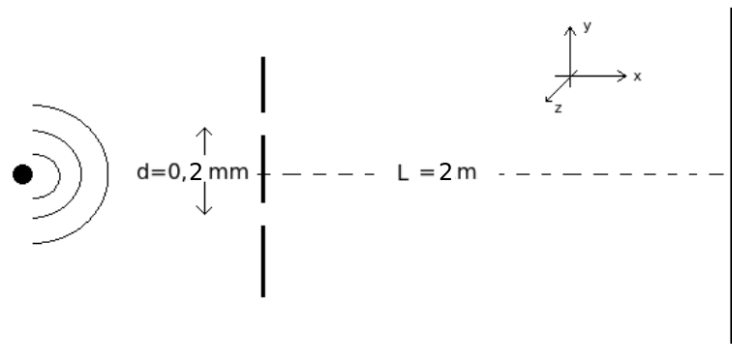


Figura 7: Experiment de la doble escletxa de Young.

- De quin color és el raig de llum incident?
- A quina distància de l'eix central trobem la segona franja més brillant? (considereu la primera franja més brillant com la que apareix per $m = 0$).
- Com varia la separació entre mínims si utilitzem llums de diferents colors? Com a eina complementària i opcional, podeu utilitzar el següent enllaç per verificar el resultat. <http://vsg.quasihome.com/interfer.htm>

Solució:

- A l'apartat 3.4.1 dels materials d'estudi hem vist l'experiment de la doble escletxa. En aquest mateix apartat hem vist, utilitzant l'aproximació dels angles petits, que podem calcular la posició dels màxims i mínims del patró resultant.

A l'enunciat ens diuen que a una distància de l'eix central de $2,5 \cdot 10^{-3}$ m trobem la primera franja fosca, és dir, trobem el primer mínim. A l'expressió 86 del mòdul d'Òptica i Fotònica podem veure com calcular els mínims de l'experiment de Young:

$$y = (m - 1/2) \frac{\lambda L}{d}, m = 1, 2, 3, 4 \dots \quad (27)$$

Prenem $m = 1$, perquè ens diuen que es tracta del primer mínim, i substituïm a l'equació 27 els valors que ens donen a l'enunciat. Arribem així al resultat que ens demanen:

$$2,5 \cdot 10^{-3} = (1 - 1/2) \frac{\lambda \cdot 2}{0,2 \cdot 10^{-3}} \rightarrow \lambda = 0,5 \cdot 10^{-6} = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad (28)$$

A la figura 5 del mòdul d'Òptica i Fotònica podem veure que aquesta longitud d'ona correspon a una llum verda.

- (b) Per trobar la distància a la que trobem el segon màxim o franja més brillant aplicarem, l'equació 85 dels materials d'estudi del mòdul d'Òptica i Fotònica. Aquesta equació ens diu el següent:

$$y = m \frac{\lambda L}{d}, m = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (29)$$

El segon màxim el trobarem per $m = 1$ si comptabilitzem la primera franja més brillant com la que apareix per $m = 0$. Així doncs, substituïm a l'equació anterior els valor que tenim i arribem al següent resultat:

$$y = 1 \frac{500 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (30)$$

A la figura 8 podeu veure on queden el mínim i el màxim demanats.

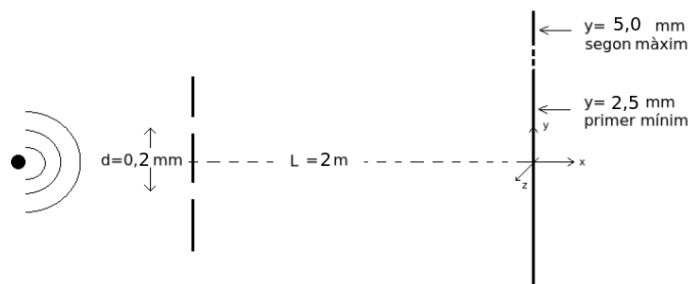


Figura 8: Posició del mínim i el màxim del problema.

- (c) Si utilitzem llums de diferents colors, estem variant la longitud d'ona. Fixeu-vos en l'equació 27. La distància a la que trobem els màxims i els mínims és proporcional a la longitud d'ona λ . Si passem de la llum vermella a llum d'altre colors (vegeu la figura 5 del mòdul d'Òptica i Fotònica) la longitud d'ona decreix i per tant la distància entre franges també ho fa. Les franges apareixeran més juntes com més petita sigui la longitud d'ona emprada.

Si utilitzem l'enllaç proporcionat a l'enunciat podem veure com varia aquesta distància amb la longitud d'ona:

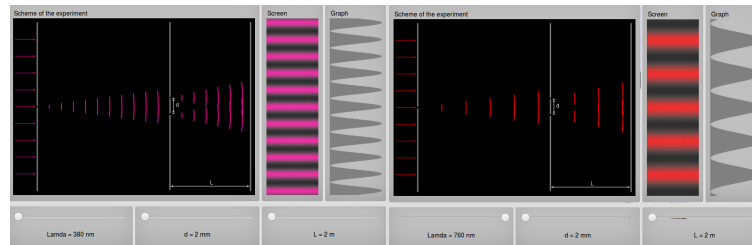


Figura 9: Variació de la distància entre franges segons la longitud d'ona de la llum incident.