Espai grapa

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

05.570 18 06 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

A: Hi ha crisis
B: Els ciutadans estan contents
C: Els ciutadans protesten
D: Els polítics es posen d'acord
E: Els polítics escolten els ciutadans

1) Només si els polítics es posen d'acord i escolten els ciutadans, no hi haurà crisis i els ciutadans estaran contents.
$\neg A \wedge B \rightarrow D \wedge E$

2) Si hi ha crisis els ciutadans no estan contents, i si no n'hi ha els ciutadans protesten quan els polítics no els escolten.
$(A \rightarrow \neg B) \wedge (\neg A \rightarrow (\neg E \rightarrow C))$

3) Quan hi ha crisis i el polítics no escolten els ciutadans, cal que els ciutadans protestin perquè els polítics es posin d'acord.
$A \wedge \neg E \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg D)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

P(x): x és un partit polític
C(x): x és corrupte
H(x): x està content
E(x): x és un elector
V(x,y): x vota a y (x és votant de y)
Constant
i: Partit Lògic

1) No tots els partits polítics són corruptes, però alguns sí que ho són.
$\neg \forall x[P(x) \rightarrow C(x)] \wedge \exists x[P(x) \wedge C(x)]$

2) Quan tots els electors estan contents, alguns electors voten el Partit Lògic.
$\forall x[E(x) \rightarrow H(x)] \rightarrow \exists x[E(x) \wedge V(x,i)]$

3) No hi ha partits polítics que siguin votats per tots els electors.
$\neg \exists x\{P(x) \wedge \forall y[E(y) \rightarrow V(y,x)]\}$

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$S \vee Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$
$\neg R \rightarrow S$
$S \vee R \rightarrow \neg(Q \wedge S)$
$\therefore P \rightarrow \neg Q$

Solució

1	$S \vee Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$			P
2	$\neg R \rightarrow S$			P
3	$S \vee R \rightarrow \neg (Q \wedge S)$			P
4		P		H
5			Q	H
6			$S \vee Q$	$I\vee$ 5
7			$P \rightarrow \neg R$	$E\rightarrow$1,6
8			$\neg R$	$E\rightarrow$4, 7
9			S	$E\rightarrow$2,8
10			$S \vee R$	$I\vee$ 9
11			$\neg(Q \wedge S)$	$E\rightarrow$3,10
12			$Q \wedge S$	$I\wedge$ 5, 9
13		$\neg Q$		$I\neg$5, 11,12
14	$P \rightarrow \neg Q$			$I\rightarrow$ 4, 13

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$P \rightarrow \neg S \wedge R$
$R \vee S \rightarrow \neg T$
$\therefore P \rightarrow \neg(R \rightarrow (\neg S \rightarrow T))$

Solució

$FNC(P \rightarrow \neg S \wedge R) = (\neg P \vee \neg S) \wedge (\neg P \vee R)$
$FNC(R \vee S \rightarrow \neg T) = (\neg R \vee \neg T) \wedge (\neg S \vee \neg T)$
$FNC(\neg(P \rightarrow \neg(R \rightarrow (\neg S \rightarrow T)))) = P \wedge (\neg R \vee S \vee T)$

Conjunt de clàusules ={$\neg P \vee \neg S$, $\neg P \vee R$, $\neg R \vee \neg T$, $\neg S \vee \neg T$, **P, $\neg R \vee S \vee T$** }

Clàusules troncals	Clàusules laterals
P	$\neg P \vee \neg S$
$\neg S$	$\neg R \vee S \vee T$
$\neg R \vee T$	$\neg R \vee \neg T$
$\neg R$	$\neg P \vee R$
$\neg P$	P

Consistència de premisses:
Conjunt de clàusules ={$\neg P \vee \neg S$, $\neg P \vee R$, $\neg R \vee \neg T$, $\neg S \vee \neg T$ }
Per la regla de literal pur ($\neg P$) podem eliminar $\neg P \vee \neg S$, $\neg P \vee R$
Conjunt de clàusules ={$\neg R \vee \neg T$, $\neg S \vee \neg T$ }
Per la regla de literal pur ($\neg T$) podem eliminar $\neg R \vee \neg T$, $\neg S \vee \neg T$
Conjunt de clàusules ={ }
Raonament vàlid i premisses consistents

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

Problema 4

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les regles bàsiques, i les regles derivades i els equivalents deductius vistos a l'assignatura.

$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y))$
$\forall x \neg \exists y\, R(x,y)$
$\therefore\ \exists x[P(x) \wedge Q(x)] \rightarrow \exists y\, T(y)$

Solució

1	$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y))$		P
2	$\forall x \neg \exists y\, R(x,y)$		P
3		$\exists x(P(x) \wedge Q(x))$	H
4		$P(a) \wedge Q(a)$	E$\exists$ 3
5		$P(a)$	E$\wedge$ 4
6		$P(a) \rightarrow \exists y\, R(a,y)$	E$\forall$ 6
7		$\exists y\, R(a,y)$	E$\rightarrow$ 5,6
8		$\neg \exists y\, R(a,y)$	E$\forall$2
9		$\exists y T(y)$	QS 7,8
10	$\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists y\, T(y)$		I$\rightarrow$ 3,9

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/06/2011	09:00

Problema 5

Es vol dissenyar, usant únicament portes NOR, un circuit lògic que es correspongui amb la següent expressió:
A↔B
a) Reescriu la fórmula de manera justificada usant únicament l'operador ↓.
b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

Solució

a) Expressem la fórmula inicial només amb les operacions +,· i ~. Apliquem una doble negació davant de l'expressió resultant, que és una conjunció, per a convertir-la en la negació d'una disjunció (un NOR) mitjançant la llei de De Morgan. Per últim les negacions més internes es poden transformar també en expressions amb NOR fent servir l'equivalència ~A = A NOR A.

A↔B = (A→B)·(B→A) = (~A+B)·(~B+A) = ~~[(~A+B)·(~B+A)] = ~[~(~A+B)+~(~B+A)] = ~[~(~(A+A)+B)+~(~(B+B)+A)] = [(A ↓ A) ↓ B] ↓ [(B ↓ B) ↓ A]

b)

A	B	X=A↓A	Y=B↓B	X↓B	Y↓A	(X↓B)↓(Y↓A)	A↔B
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1