



## PAC4: Raonament aproximat

### Presentació

Quarta PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

### Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

Competències específiques:

- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difusa.

### Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: *representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència*.

### Descripció de la PAC a realitzar

Raonament aproximat

Una web de venda de roba de segona mà es proposa establir un sistema per determinar en quin estat està el producte que es vol vendre per donar unes certes garanties en vendre'l. Diversos factors són importants, però els dos factors que s'han considerat com a determinants són l'antiguitat (anys que fa que es va comprar) i l'estat de netedat que s'avalua comparant la nitidesa dels colors comparats amb un producte nou. Volen construir un sistema difús que, a partir d'aquests factors (antiguitat i nitidesa), el venedor pugui saber l'estat de la roba que vol posar a la venda. Així doncs, el sistema tindrà dues variables d'entrada (antiguitat, nitidesa) i una variable de sortida (estat de la roba). Les regles del sistema són, per tant, de la forma: Si antiguitat = x i nitidesa = y aleshores estat = z



Els valors difusos que poden prendre les variables són aquests:

- antiguitat: baix/mig/alt
- Nitidesa: baix/mig/alt.
- Estat: No es pot vendre/Es pot regalar junt amb una altre producte/Es pot vendre molt barat/ Es pot vendre/Està en bones condicions/seminou/molt bones condicions.

Tindrem un conjunt difús associat a cadascun d'aquests valors. Els conjunts difusos seran triangulars, i els representarem amb tuples  $(a, b, c)$ , on  $a$  es el punt modal (on la funció de pertinença val 1),  $b$  és l'amplada esquerra i  $c$  l'amplada dreta (vegeu la figura 1). Per exemple, la tupla  $(10, 4, 3)$  indica una funció triangular que val 0 fins a 6, puja linealment de 0 a 1 entre 6 i 10, baixa linealment d'1 a 0 entre 10 i 13, i val 0 pels valors superiors a 13.

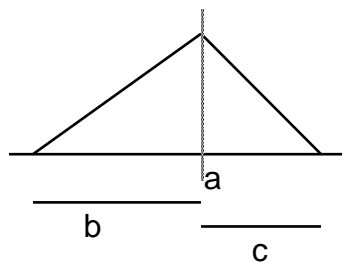


Figura 1. Conjunt difús triangular.

El conjunt difús associat a cada valor és aquest:

- Antiguitat Baixa  $(0,0,3)$ , Antiguitat mitja  $(6,4,2)$ , Antiguitat alta  $(9, 2, 1)$ . Se suposa que un peça de roba pot durar entre 0 i 10 anys.
- Nitidesa baixa  $(60,60,10)$ , Nitidesa mitja  $(100,35,80)$ , Nitidesa alta  $(200,30,100)$ . La nitidesa és un valor que es mesura entre 0 i 300.
- No es pot vendre  $(0,0,1)$ , Es pot regalar junt amb una altre producte  $(1,1,1)$ , Es pot vendre molt barat  $(2,1,1)$ , Es pot vendre  $(4,2,2)$ , Està en bones



condicions (6,1,1), seminou (8,1,1), molt bones condicions (10,1,0). L'estat de la peça de roba es mesura entre 0 i 10.

Les 9 regles del sistema difús són les representades en aquesta taula:

Antiguitat/ Nitidesa	alta	mitja	baixa
Baixa Antiguitat	Molt bones cond.	Seminou	Es pot vendre molt barat
Mitja	Seminou	Es pot vendre	Es pot regalar
Alta	Bones condicions	Es pot regalar	No es pot vendre

Taula 1. Regles del sistema difús.

Per exemple, la cantonada inferior dreta representa la regla següent: Si l'antiguitat és alta, la nitidesa és baixa, llavors no es pot vendre.

Usant Mamdani (amb t-norma **min** i t-conorma **max**), quina és la sortida del sistema quan les entrades són nitidesa=177, antiguitat=2.5?

Descriviu tot el procés que apliqueu per a calcular el resultat i, en particular, doneu:

1. Una representació gràfica dels conjunts difusos associats als valors de la variable nitidesa.

No cal representar els conjunts difusos dels valors de les altres variables.

2. Per a cada regla: grau de satisfacció de cada predicat en l'antecedent.

3. Per a cada regla: grau de satisfacció de l'antecedent.

4. Per a cada regla: conseqüent obtingut.

5. Doneu la representació gràfica del conseqüent difús del sistema.



6. Doneu el resultat nítid del sistema (la mesura exacta de les possibilitats de participació) fent una discretització del domini amb intervals de 0.25.

## SOLUCIÓ

### 1. Definició de la regla

Si Ant = x i Nit = y aleshores estat = z

on Ant = Antiguitat, Nit = nitidesa

### 2. Termes lingüístics

$L_{Ant} = \{Baixa (B), Mitja (M), Alta (A)\}$

$L_{Nit} = \{Baixa (B_{Nit}), Mitja (M_{Nit}), Alta (A_{Nit})\}$

Lestat = { No es pot vendre (NV), Es pot regalar (R), Es pot vendre molt barat (BMB), Es pot vendre (V), Bones condicions (BC), seminou (S), Molt bones condicions (MBC)}

### 3. Univers del discurs de cada terme lingüístic

$U_{Ant} = [0, 10]$  ;  $U_{Nit} = [0, 300]$  ;  $U_{estat} = [0, 10]$

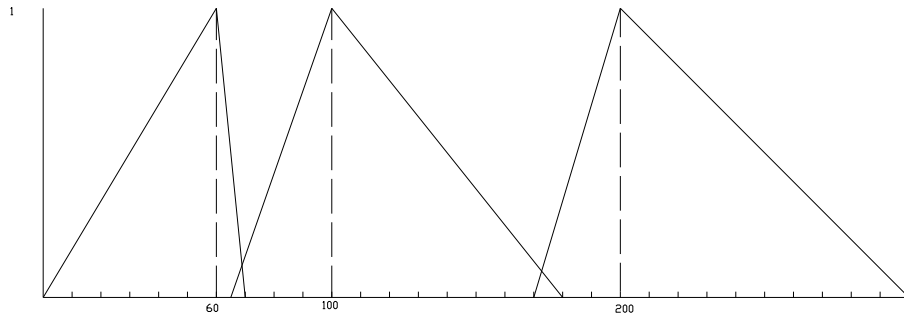
### 4. Conjunt difús associat a cada valor dels termes lingüístic i la seva funció de pertinença respectiva

Nitidesa



B= (60,60,10); M = (100,35,80),; A= (200,30,100).

Representació gràfica (Pregunta 1 de l'enunciat)



Funcions de pertinença

$$\mu_B(x) = \begin{cases} x / 60 & \text{si } 0 \leq x \leq 60 \\ 1 - (x - 60) / (70 - 60) & \text{si } 60 \leq x \leq 70 \\ 0 & \text{si } x > 70 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 65 \\ (x - 65) / (100 - 65) & \text{si } 65 \leq x \leq 100 \\ 1 - [(x - 100) / (180 - 100)] & \text{si } 100 \leq x \leq 180 \\ 0 & \text{si } x > 180 \end{cases}$$



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 170 \\ (x-170) / (200-170) & \text{si } 170 \leq x \leq 200 \\ 1 - [(x-200) / (300-200)] & \text{si } 200 \leq x \leq 300 \\ 0 & \text{si } x > 300 \end{cases}$$

### Antiguitat

$$B_{\text{ant}} = (0, 0, 3) ; M_{\text{ant}} = (6, 4, 2) ; A_{\text{ant}} = (9, 2, 1)$$

### Funcions de pertinença

$$\mu_{B_{\text{ant}}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 - (x / 3) & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\mu_{M_{\text{ant}}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2) / (6-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 6 \\ 1 - [(x-6) / (8-6)] & \text{si } 6 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{si } x > 8 \end{cases}$$



$$\mu_{Aant}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 7 \\ (x-7) / (9-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 9 \\ 1 - [(x-9) / (10-9)] & \text{si } 9 \leq x \leq 10 \\ 1 & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

### Estat

NV = (0, 0, 1) ; R = (1, 1, 1) ; BMB = (2, 1, 1) ; V = (4, 2, 2) ; BC = (6, 1, 1) ; S = (8, 1, 1) ;  
MBC = (10, 1, 0)

### Funcions de pertinença

$$\mu_{NV}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 - (x / 1) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\mu_R(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ (x) / (2) & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 1 - [(x-2) / (3-2)] & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\mu_{BMB}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ (x-1) / (2-1) & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 1 - [(x-2) / (3-2)] & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$



$$\mu_v(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2) / (4-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 1 - [(x-4) / (6-4)] & \text{si } 4 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$\mu_{BC}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ (x-5) / (6-5) & \text{si } 5 \leq x \leq 6 \\ 1 - [(x-6) / (7-6)] & \text{si } 6 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{si } x > 7 \end{cases}$$

$$\mu_s(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 7 \\ (x-7) / (8-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 8 \\ 1 - [(x-8) / (9-8)] & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{si } x > 9 \end{cases}$$

$$\mu_{MBC}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 9 \\ (x-9) / (10-9) & \text{si } 9 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

5. Aplicació de les regles segons els valors de Antiquitat (2.5) i Nitidesa (177) donats a l'enunciat





Antiguitat/ Nitidesa	alta	mitja	baixa
Baixa Antiguitat	Molt bones cond.	Seminou	Es pot vendre molt barat
Mitja	Seminou	Es pot vendre	Es pot regalar
Alta	Bones condicions	Es pot regalar	No es pot vendre

Les regles que cal tenir en compte són:

R1. Si Nit = M i Ant = Bant **aleshores** estat = S

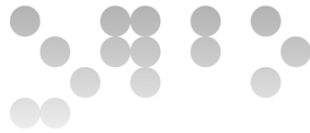
R2. Si Nit = A i Ant = Mant **aleshores** estat = S

R3. Si Nit = M i Ant = Mant **aleshores** estat = V

R4. Si Nit = A i Ant = Bant **aleshores** estat = MBC

Vegem la taula amb els graus de satisfacció dels antecedents de cada regla amb els graus de satisfacció dels seus predicats respectius: **(Preguntes 2, 3 i 4 de l'enunciat)**

Regla	NIT és A	ANT és B	Satisfacció antecedent	Conseqüent obtingut
R1	0'0375	0'166	0'0375	Seminou
R2	0'2333	0'125	0'125	Seminou
R3	0'0375	0'125	0'0375	Es pot vendre
R4	0'2333	0'1666	0'1666	Molt Bones condicions



On A i B són els valors que cada variable pren en cada predicat. És a dir  $A = \{M, A\}$  i  $B = \{B, M\}$ . El conseqüent obtingut està escapçat cap el grau de satisfacció indicat en la columna corresponent.

En la resta de regles el grau de satisfacció dels predicats és 0.

Vegem el procediment gràficament de l'aplicació de les regles:

#### Per a R1

R1. Si Nit = M i Ant = Bant aleshores estat = S

La funció de pertinença per a aquest conjunt difús és:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 7 \\ (x-7) / (8-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 7'0375 \\ 0'0375 & \text{si } 7'0375 \leq x \leq 8'9625 \\ 1 - [(x-8) / (9-8)] & \text{si } 8'9625 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{si } x > 9 \end{cases}$$

#### Per a R2

R2. Si Nit = A i Ant = Mant aleshores estat = S

La funció de pertinença per a aquest conjunt difús és:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 7 \\ (x-7) / (8-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 7'125 \\ 0'125 & \text{si } 7'125 \leq x \leq 8'875 \\ 1 - [(x-8) / (9-8)] & \text{si } 8'875 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{si } x > 9 \end{cases}$$



**Per a R3**

R3. Si Nit = M i Ant = Mant **aleshores** estat = V

La funció de pertinença per a aquest conjunt difús és:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2) / (4-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 2'075 \\ 0,0375 & \text{si } 2'075 \leq x \leq 5'925 \\ 1 - [(x-4) / (6-4)] & \text{si } 5'925 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

**Per a R4**

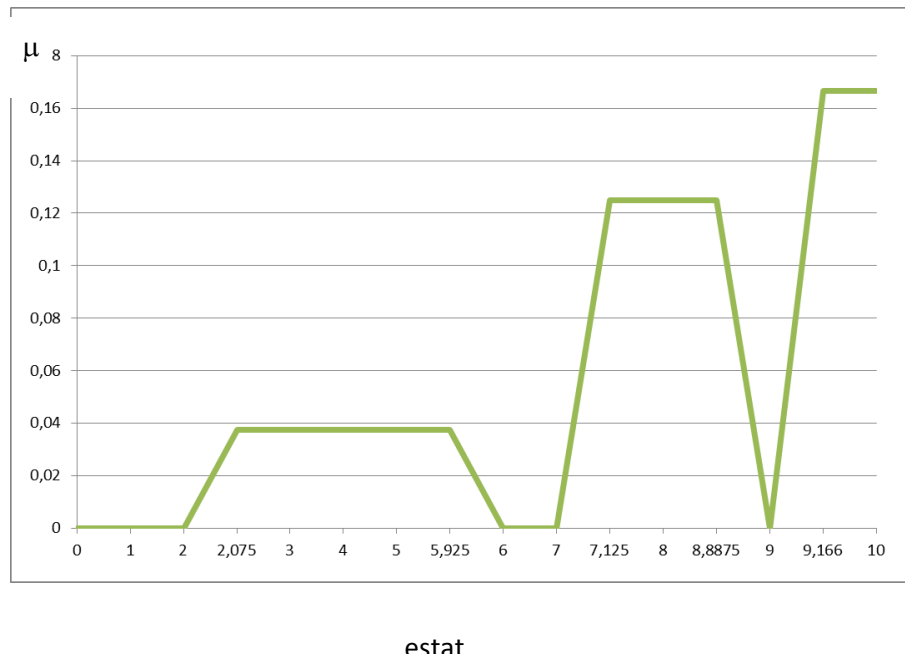
R4. Si Nit = A i Ant = Bant **aleshores** estat = MBC

La funció de pertinença per a aquest conjunt difús és:

$$\mu_{\text{MBC}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 9 \\ (x-9) / (10-9) & \text{si } 9 \leq x \leq 9,1666 \\ 0,1666 & \text{si } 9,1666 \leq x \leq 10 \end{cases}$$



Representació gràfica del conseqüent (**Pregunta 5 de l'enunciat**)





La funció de pertinença per al conjunt difús del conseqüent és:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2) / (4-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 2'075 \\ 0,0375 & \text{si } 2'075 \leq x \leq 5'925 \\ 1 - [(x-4) / (6-4)] & \text{si } 5'925 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 \leq x \leq 7 \\ (x-7) / (8-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 7'125 \\ 0'125 & \text{si } 7'125 \leq x \leq 8'875 \\ 1 - [(x-8) / (9-8)] & \text{si } 8'875 \leq x \leq 9 \\ (x-9) / (10-9) & \text{si } 9 \leq x \leq 9,1666 \\ 0,1666 & \text{si } 9,1666 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

6. Resultat nítid del sistema amb una discretització sobre el domini de 0'25  
(Pregunta 6 de l'enunciat)

Apliquem

$$\frac{\sum_{x \in D} \mu(x) \cdot x}{\sum_{x \in D} \mu(x)}$$

i obtenim:

$$\sum_{x \in D} \mu(x) \cdot x = 15,66$$

$$\sum_{x \in D} \mu(x) = 2,1039$$

Llavors el valor nítid és 7,83



## Recursos

Per a fer aquesta PAC el material imprescindible és el Tema 2 – Sistemes difusos, del mòdul 4.

## Criteris de valoració

Les preguntes 1 a la 4 valen **1 punt cada una**. Les pregunta 5 i 6 valen 3 punts cada una.

## Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser *CognomsNom\_IA\_PAC4* amb l'extensió .pdf (PDF).

La data límit de lliurament és el: **25 de maig (a les 24 hores).**

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.

### Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.