



PAC4: Raonament aproximat

Presentació

Quarta PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

Competències específiques:

- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difusa.

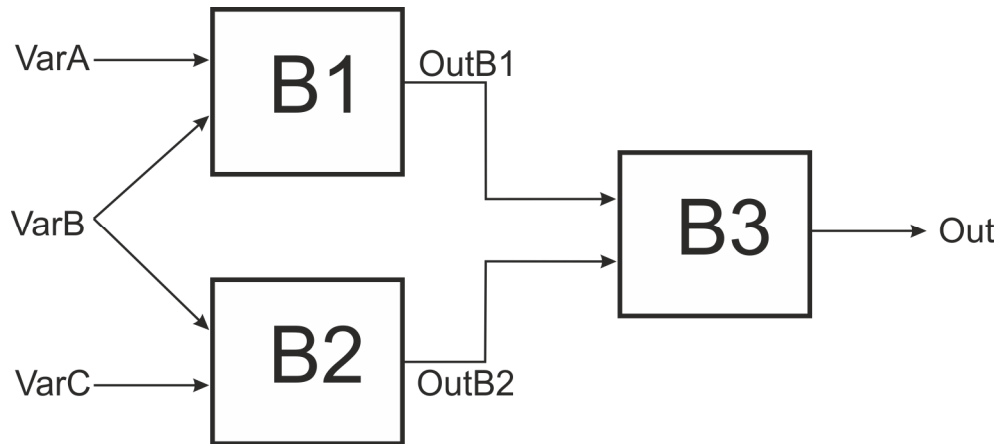
Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència.

Descripció de la PAC a realitzar

Ens trobem un **sistema expert difús jeràrquic** compost de 3 blocs de regles amb 3 variables d'entrada, 2 intermèdies i 1 de sortida.

La figura següent mostra la disposició de tots aquests elements:



Un expert ens detalla la composició de tots els termes lingüístics de les variables i les regles associades a cadascun dels blocs de regles.

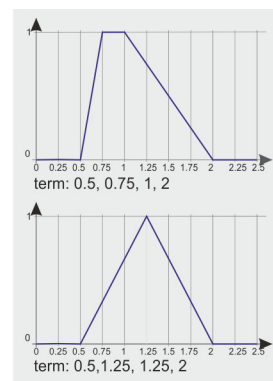
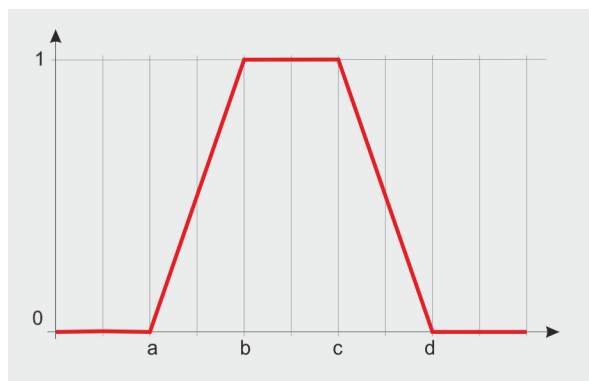
Els termes lingüístics associats a cada variable són els següents:

Variable	Rang	Terme lingüístic : punts (a,b,c,d) *
VarA	Min: 0 Max: 10	low (L) : 0, 0, 0, 3 almost low (AL) : 1, 3, 3, 8 almost medium (AM) : 3, 8, 8, 9 high (H) : 8, 9, 9, 10 very-high (VH) : 9, 10, 10, 10
VarB	Min: -4 Max: 6	low (L) : -4, -4, -3, 0 medium (M) : -2, -1, 1, 2 high (H) : 0, 3, 6, 6
VarC, OutB1	Min: 0 Max: 2	low (L) : 0, 0, 0, 1 medium (M) : 0.5, 1, 1, 1.5 high (H) : 1, 2, 2, 2
OutB2, Out	Min: 0 Max: 10	low (L) : 0, 0, 0, 2 almost low (AL) : 0, 2, 2, 7 almost medium (AM) : 2, 7, 7, 8 high (H) : 7, 8, 8, 9 very-high (VH) : 8, 9, 10, 10



(*) A continuació es presenta com s'ha d'interpretar la seqüència de punts (a,b,c,d).

A més, al costat dret s'afegeixen dos exemples il·lustratius, un terme trapezoïdal (dalt) i un terme triangular (sota).



A continuació es presenten les regles associades als blocs de regles B1, B2 i B3.

Bloc B1 (entrades VarA i VarB; sortida OutB1)

Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	L	AND	L	L
02	L	AND	M	M
03	L	AND	H	M
04	AL	AND	L	L
05	AL	AND	M	M
06	AL	AND	H	M
07	AM	AND	L	M
08	AM	AND	M	M
09	AM	AND	H	H
10	H	AND	L	M
11	H	AND	M	H
12	H	AND	H	H
13	VH	AND	L	M
14	VH	AND	M	H
15	VH	AND	H	H

Bloc B2 (entrades VarB i VarC; sortida OutB2)

Id. regla	VarB		VarC	OutB2
01	L			L
02			L	L
03	M	AND	NOT(L)	AL
04	M	AND	H	AM
05	L	OR	M	H
06	H	OR	H	AM



Bloc B3 (entrades OutB1 i OutB2; sortida Out)

Id. regla	OutB1		OutB2	Out
01	L	AND	L	L
02	L	AND	AL	L
03	L	AND	AM	AL
04	L	AND	H	AL
05	L	AND	VH	AM
06	M	AND	L	AL
07	M	AND	AL	AL
08	M	AND	AM	AM
09	M	AND	H	AM
10	M	AND	VH	H
11	H	AND	L	AM
12	H	AND	AL	H
13	H	AND	AM	H
14	H	AND	H	VH
15	H	AND	VH	VH

Preguntes

Considerar un sistema Mamdani amb t-norma min i t-conorma max.

1) Representar gràficament les variables del sistema amb els termes lingüístics.

Calcular les diferents funcions de pertinença associades a les variables.

2) Considerant els següents valors d'entrada:

$$(\text{VarA}, \text{VarB}, \text{VarC}) = (4, 1.75, 0.6)$$

2a) Calcular la sortida¹ de la variable OutB1 per l'activació de B1.

2b) Calcular la sortida de la variable OutB2 per l'activació de B2.

2c) Calcular la sortida de la variable Out donats els resultats anteriors d'OutB1 i OutB2². Calcular el valor nítid³ resultant.

¹ En tots els casos (apartats a), b) i c)) descriuiu les regles que s'activen en cadascun dels blocs, representar gràficament la sortida obtinguda, i el procés seguit per obtenir el resultat.

² L'entrada del bloc B3 és la sortida dels blocs B1 i B2; no s'han de calcular els valors nítids de les sortides OutB1 i OutB2.

³ Pel càlcul del valor nítid de la variable Out utilitzeu el mètode de centre de masses amb una resolució de 10E-3.



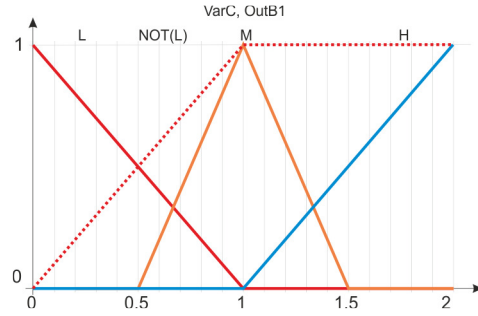
Solucions

1) Les funcions de pertinença són les següents:

Representació gràfica	Funció de pertinença
	$\mu_L(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -0.5x + 1.5 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 0 & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{AL}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 0.5x - 0.5 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -0.2x + 1.6 & \text{si } 3 < x \leq 8 \\ 0 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{AM}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ 0.2x - 0.6 & \text{si } 3 < x \leq 8 \\ -x + 9 & \text{si } 8 < x \leq 9 \\ 0 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 8 \\ x - 8 & \text{si } 8 < x \leq 9 \\ -x + 10 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{VH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 9 \\ x - 9 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$
	$\mu_L(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -4 \leq x \leq -3 \\ -0.333x & \text{si } -3 < x \leq 0 \\ 0 & \text{si } 0 < x \leq 6 \end{cases}$ $\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -4 \leq x \leq -2 \\ x + 2 & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ 1 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x \leq 6 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -4 \leq x \leq 0 \\ 0.333x & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ 1 & \text{si } 3 < x \leq 6 \end{cases}$



Representació gràfica



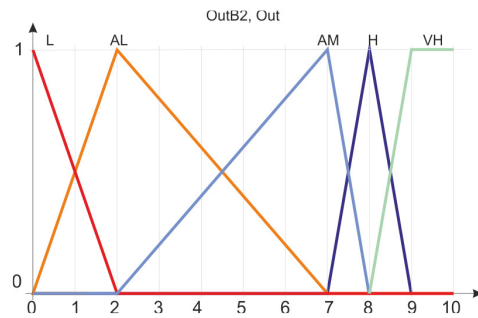
Funció de pertinença

$$\mu_L(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\mu_{NOT(L)}(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 0.5 \\ 2x-1 & \text{si } 0.5 < x \leq 1 \\ -2x+3 & \text{si } 1 < x \leq 1.5 \\ 0 & \text{si } 1.5 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$



$$\mu_L(x) = \begin{cases} -0.5x+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x \leq 10 \end{cases}$$

$$\mu_{AL}(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -0.2x+1.4 & \text{si } 2 < x \leq 7 \\ 0 & \text{si } 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

$$\mu_{AM}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0.2x-0.4 & \text{si } 2 < x \leq 7 \\ -x+8 & \text{si } 7 < x \leq 8 \\ 0 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$$

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 7 \\ x-7 & \text{si } 7 < x \leq 8 \\ -x+9 & \text{si } 8 < x \leq 9 \\ 0 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$$

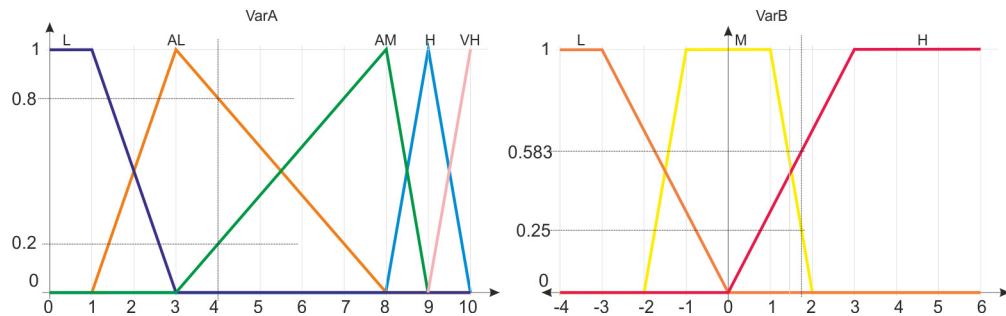
$$\mu_{VH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ x-8 & \text{si } 8 < x \leq 9 \\ 1 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$$



2) Els valors d'entrada són els següents: (VarA, VarB, VarC) = (4, 1.75, 0.6)

2a) Calcular la sortida gràfica de la variable OutB1 per l'activació de B1.

Primer mirem quines activacions tenim segons els valors d'entrada donats.



El valor VarA=4, talla el terme AL a 0.8 i el terme AM a 0.2.

El valor VarB=1.75 talla el terme M a 0.25 i el terme H a 0.583.

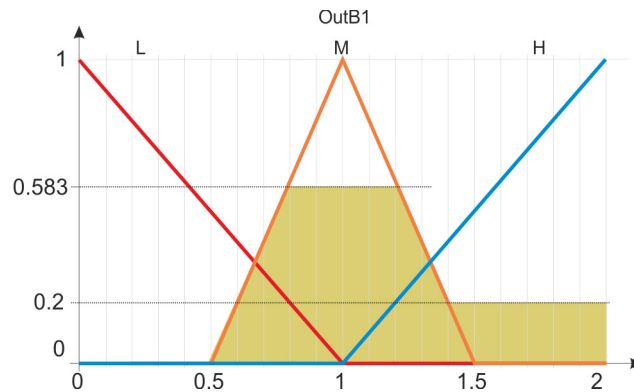
Amb aquests valors, veiem quines regles s'activen i quin conseqüent s'obté en cada cas. Per aquest darrer pas, apliquem la t-norma MIN.

Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	L	AND	L	L
02	L	AND	M (0.25)	M
03	L	AND	H (0.583)	M
04	AL (0.8)	AND	L	L
05	AL (0.8)	AND	M (0.25)	M (0.25)
06	AL (0.8)	AND	H (0.583)	M (0.583)
07	AM (0.2)	AND	L	M
08	AM (0.2)	AND	M (0.25)	M (0.2)
09	AM (0.2)	AND	H (0.583)	H (0.2)
10	H	AND	L	M
11	H	AND	M (0.25)	H
12	H	AND	H (0.583)	H
13	VH	AND	L	M
14	VH	AND	M (0.25)	H
15	VH	AND	H (0.583)	H

S'activen 4 regles (5, 6, 8 i 9). Per calcular la sortida OutB1 ens caldrà aplicar la t-conorma als conseqüents. Obtenim el terme **M activat amb un nivell 0.583** i el terme **H activat amb un nivell 0.2**.

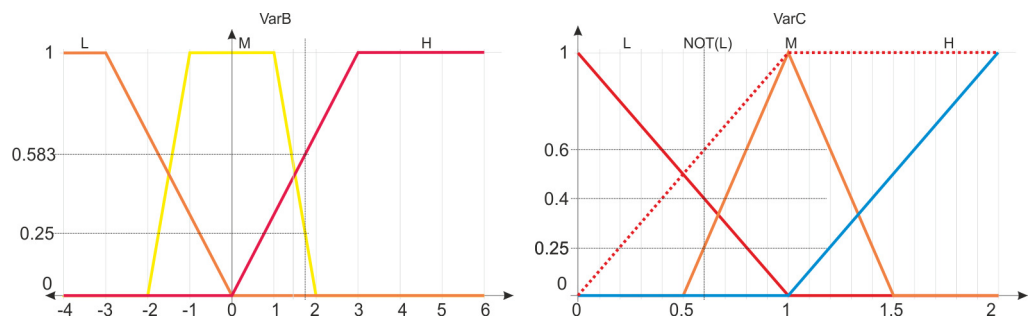


La representació gràfica d'OutB1 és la següent:



2b) Calcular la sortida OutB2.

Mirem quines activacions tenim segons els valors d'entrada donats.



El valor $\text{VarB}=1.75$ talla el terme M a 0.25 i el terme H a 0.583 (com s'ha vist en l'apartat anterior).

El valor $\text{VarC}=0.6$ talla el terme L a 0.4 i el terme M a 0.2. Addicionalment, com hi ha una regla que interpreta NOT(L), veiem que talla aquest terme en 0.6.

Apliquem aquests valors de tall al bloc de regles i obtenim el següent:

Id. regla	VarB		VarC	OutB2
01	L			L
02			L (0.4)	L (0.4)
03	M (0.25)	AND	NOT(L) (0.6)	AL (0.25)
04	M (0.25)	AND	H	AM
05	L	OR	M (0.2)	H (0.2)
06	H (0.5833)	OR	H	AM (0.5833)

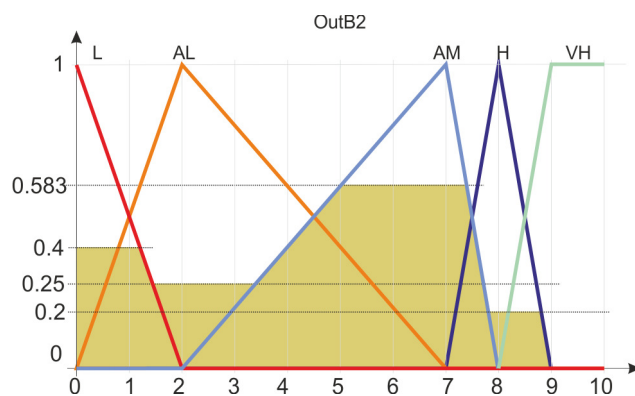


En aquest cas, per obtenir els conseqüents tenim dues estratègies diferents segons si el connector de les regles és AND o OR. En el primer cas apliquem la t-norma com en l'apartat 2a (regla 3). En el segon cas, apliquem la t-conorma doncs l'OR és menys restrictiu i només complint-se un dels dos elements, ja s'activa la regla (cas de les regles 5 i 6).

Els conseqüents finals s'obtenen igual sempre, aplicant la t-conorma. Així tenim:

- terme **L activat en 0.4** (regla 02),
- terme **AL en 0.25** (regla 03),
- terme **AM en 0.5833** (regla 06), i
- terme **H en 0.2** (regla 05).

La representació gràfica d'OutB2 és la següent:





2c) Càlcul de la sortida Out considerant les entrades OutB1 i OutB2.

Les sortides OutB1 i OutB2 són les següents:

OutB1: Obtenim el terme M activat amb un nivell 0.583 i el terme H activat amb un nivell 0.2.

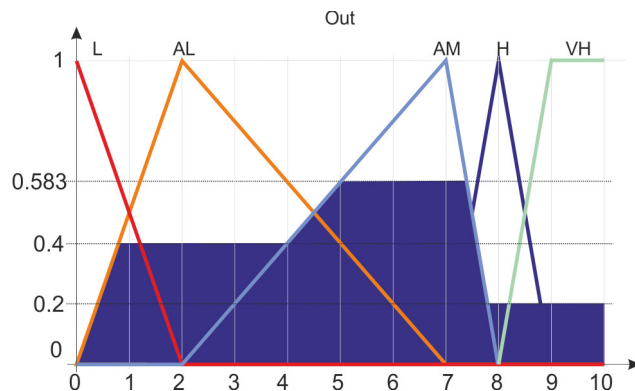
OutB2: Obtenim el terme L activat en 0.4, el terme AL en 0.25, el terme AM en 0.5833, i el terme H en 0.2.

Si traslladem aquestes activacions a les regles de B3 tenim el següent:

Id. regla	OutB1		OutB2	Out
01	L	AND	L (0.4)	L
02	L	AND	AL (0.25)	L
03	L	AND	AM (0.583)	AL
04	L	AND	H (0.2)	AL
05	L	AND	VH	AM
06	M (0.583)	AND	L (0.4)	AL (0.4)
07	M (0.583)	AND	AL (0.25)	AL (0.25)
08	M (0.583)	AND	AM (0.583)	AM (0.583)
09	M (0.583)	AND	H (0.2)	AM (0.2)
10	M (0.583)	AND	VH	H
11	H (0.2)	AND	L (0.4)	AM (0.2)
12	H (0.2)	AND	AL (0.25)	H (0.2)
13	H (0.2)	AND	AM (0.583)	H (0.2)
14	H (0.2)	AND	H (0.2)	VH (0.2)
15	H (0.2)	AND	VH	VH

El resultat final és l'activació del terme AL amb un nivell 0.4, el terme AM activat en 0.5833, i els termes H i VH activats en 0.2.

La representació gràfica és la següent:





La funció de pertinença és la següent:

$$\mu_{Out}(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 0.8 \\ 0.4 & \text{si } 0.8 < x \leq 4 \\ 0.2x - 0.4 & \text{si } 4 < x \leq 4.91 \\ 0.5833 & \text{si } 4.91 < x \leq 7.416 \\ -x + 8 & \text{si } 7.416 < x \leq 7.8 \\ 0.2 & \text{si } 7.8 < x \leq 10 \end{cases}$$

El càlcul del valor nítid dona:

$$x_d = \frac{19776.086}{4037.731} = 4.898$$

Recursos

Per a fer aquesta PAC el material imprescindible és el Tema 2 – Sistemes difusos, del mòdul 4.

Criteris de valoració

La pregunta 1 val **3 punts**.

La pregunta 2 val **7 punts** dividits de la següent forma: 2 punts la pregunta 2a, 2 punts la pregunta 2b i 3 punts la pregunta 2c.

Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser *CognomsNom_IA_PAC4* amb l'extensió .pdf (PDF).

La data límit de lliurament és el: **27 de maig** (a les 24 hores).

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.



Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.