

Activitat 1 (1.5 punt + 1.5 punts)

[Criteri de valoració: Les formalitzacions han de ser correctes en tots els aspectes inclosa la parentització. Cada frase es valora independentment de les altres]

a) Utilitzant els següents àtoms, formalitzeu les frases que hi ha a continuació

B: La producció és baixa

A: La qualitat de la producció és molt alta

G: Hom té guanys molt significatius

- 1) Si la producció es baixa, cal que tingui una qualitat molt alta per a tenir guanys significatius

$$B \rightarrow (G \rightarrow A) \text{ -||- } B \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg G)$$

- 2) Només si la producció és baixa la seva qualitat és molt alta

$$A \rightarrow B \text{ -||- } \neg B \rightarrow \neg A$$

- 3) Si hom no té guanys significatius, o bé la producció és baixa o bé la seva qualitat no és molt alta

$$\neg G \rightarrow B \vee \neg A$$

b) Fent ús dels següents predicats:

P(x): x és policia

S(x): x és simpàtic

V(x): x és un veí

T(x): x és un traficant

C(x,y): x coneix y

R(x,y): x respecta y

a (ct): "el polsims"

- 1) Formalitzeu la frase: "els policies que coneixen tots els veïns són respectats per alguns traficants"

$$\forall x \{P(x) \wedge \forall y [V(y) \rightarrow C(x,y)] \rightarrow \exists y [T(y) \wedge R(y,x)]\}$$

- 2) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "No hi ha cap veí que no conegui tots els policies simpàtics" [Només una resposta és correcta]

- a. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \forall y [P(y) \wedge S(y) \wedge \neg C(x,y)]\}$
- b. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \neg \forall y [P(y) \wedge S(y) \rightarrow C(x,y)]\}$
- c. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \forall y [P(y) \wedge S(y) \rightarrow \neg C(x,y)]\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

- 3) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "Quan cada veí respecti algun policia, cap veí no coneixerà el polsims" [Només una resposta és correcta]

- a. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \wedge \exists y [P(y) \wedge R(x,y)]\} \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge C(x,a)\}$
- b. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [P(y) \wedge R(x,y)]\} \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge \neg C(x,a)\}$
- c. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [P(y) \rightarrow R(x,y)]\} \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge C(x,a)\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

Activitat 2 (2.5 o 1.5 punts)

[Criteri de valoració: serà invàlida (0 punts) qualsevol deducció que contingui l'aplicació incorrecta d'alguna regla]

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu 2.5 punts. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu 1.5 punts. En cap cas no podeu utilitzar equivalents deductius. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta no obtindreu cap punt.

$$(B \rightarrow C) \vee A, A \rightarrow \neg D \therefore D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$$

Sense regles derivades

1	$A \vee (B \rightarrow C)$			P
2	$A \rightarrow \neg D$			P
3		$D \wedge \neg C$		H
4		D		$E \wedge 3$
5		$\neg A$		MT 2, 4
6		$B \rightarrow C$		SD 1, 5
7		$\neg C$		$E \wedge 3$
8		$\neg B$		MT 6, 7
9		$\neg B \vee E$		$I \vee 8$
10	$D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$			$I \rightarrow 3, 9$

Amb regles derivades

1	$A \vee (B \rightarrow C)$			P
2	$A \rightarrow \neg D$			P
3		$D \wedge \neg C$		H
4		D		$E \wedge 3$
5			A	H
6			$\neg D$	$E \rightarrow 2, 5$
7			D	It 4
8		$\neg A$		$I \neg 5, 6, 7$
9		$B \rightarrow C$		H
10		$B \rightarrow C$		It 9
11		A		H
12			$\neg(B \rightarrow C)$	H
13			A	It 11
14			$\neg A$	It 8
15		$\neg \neg(B \rightarrow C)$		$I \neg 12, 13, 14$
16		$B \rightarrow C$		$E \neg 15$
17				
18		$B \rightarrow C$		$E \vee 1, 10, 16$
19			B	H
20			C	$E \rightarrow 18, 19$
21			$\neg C$	$E \wedge 3$
22		$\neg B$		$I \neg, 19, 20, 21$
23		$\neg B \vee E$		$I \vee 22$
24	$D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$			$I \rightarrow 3, 23$

Activitat 3 (2 punts)

[Criteri de valoració: seran invàlides les respostes incorrectes, contradictòries o inintel·ligibles.
Cada pregunta es valora independentment de les altres]

Hom té un raonament consistent en tres premisses (pr_i) i una conclusió (cc):

$pr_1, pr_2, pr_3 \therefore cc$

La taula de veritat completa de les premisses i de la conclusió és la següent:

Interpretació	pr_1	pr_2	pr_3	cc
1	V	V	V	V
2	V	V	F	F
3	F	V	V	F
4	V	V	V	F
5	V	F	V	V
6	V	F	V	V
7	F	F	F	F
8	F	F	F	V

Responen a les següents preguntes

- a) Quines interpretacions són contraexemples del raonament? [La número 4](#)
- b) És correcte o no aquest raonament? [No, no és correcte](#)
- c) Si s'hagués aplicat el mètode de resolució a aquest raonament, és (possible però no segur / segur / impossible) que hagués estat possible obtenir-ne la clàusula buida? [impossible](#)
- d) Si s'hagués aplicat el mètode de resolució a les clàusules obtingudes de les premisses d'aquest raonament (i només de les premisses), és (possible però no segur / segur / impossible) que hagués estat possible obtenir-ne la clàusula buida? [impossible](#).

Activitat 4 (2.5 punts)

Trieu un dels dos problemes que teniu a continuació. Si en resoleu més d'un, la qualificació serà la menor. **INDIQUEU CLARAMENT QUIN ÉS L'EXERCICI QUE TRIEU**

A) El següent raonament és correcte.

$$\begin{aligned} & \exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\} \\ & \forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)] \\ & \neg \exists x \forall y \neg T(x,y) \\ & \therefore \exists x S(x) \end{aligned}$$

Demostreu-ne la correctesa utilitzant el mètode de resolució. [FNS 1punt, resta 1.5 punts]

$$\text{FNS}(\exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\}) = \forall y [(\neg P(a) \vee \neg R(a)) \wedge (\neg P(a) \vee S(y))]$$

$$\text{FNS}(\forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)]) = \forall x \forall y [\neg T(x,y) \vee P(x)]$$

$$\text{FNS}(\neg \exists x \forall y \neg T(x,y)) = \forall x T(x, f(x))$$

$$\text{FNS}(\neg \exists x S(x)) = \forall x \neg S(x)$$

$$S = \{ \neg P(a) \vee \neg R(a), \neg P(a) \vee S(y), \neg T(x,y) \vee P(x), T(x, f(x)), \neg S(x) \}$$

$\neg S(x)$	$\neg P(a) \vee S(y)$	Subs. x per y
$\neg S(y)$		
$\neg P(a)$	$\neg T(x,y) \vee P(x)$	Subs. x per a
	$\neg T(a,y) \vee P(a)$	
$\neg T(a,y)$	$T(x, f(x))$	Subs x per a
	$T(a, f(a))$	Subs y per f(a)
$\neg T(a, f(a))$		
\square		

B) El següent raonament és correcte.

$$\begin{aligned} & \exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\} \\ & \forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)] \\ & \neg \exists x \forall y \neg T(x,y) \\ & \therefore \exists x S(x) \end{aligned}$$

A continuació teniu una DN que demostra que el raonament anterior és correcte. Aquesta DN està incompleta i cal completar-la EN ELS ESPAIS OMBREJATS [-0.5 punts per cada espai en blanc o incorrecte]

1.	$\exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\}$		P
2.	$\forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)]$		P
3.	$\neg \exists x \forall y \neg T(x,y)$		P
4.		$\neg \exists x S(x)$	H
5.		$\forall x \neg S(x)$	ED 4
6.		$\forall y \{P(a) \rightarrow \neg R(a) \wedge S(y)\}$	E \exists 1
7.		$\forall x \neg \forall y \neg T(x,y)$	ED3
8.		$\forall x \exists y \neg \neg T(x,y)$	ED7
9.		$\exists y \neg \neg T(a,y)$	E \forall 8
10.		$\neg \neg T(a,b)$	E \exists 9
11.		$T(a,b)$	E \neg 10
12.		$\forall y [T(a,y) \rightarrow P(a)]$	E \forall 2
13.		$T(a,b) \rightarrow P(a)$	E \forall 12
14.		$P(a)$	E \rightarrow 13, 11
15.		$P(a) \rightarrow \neg R(a) \wedge S(u)$	E \forall 6
16.		$\neg R(a) \wedge S(u)$	E \rightarrow 15, 14
17.		$S(u)$	E \wedge 16
18.		$\neg S(u)$	E \forall 5
19.	$\neg \neg \exists x S(x)$		I \neg 4, 17, 18
20.	$\exists x S(x)$		E \neg 19