Espai
grapa

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

⊂05.570ℜ19ℜ01ℜ11ℜEΞφ∈
05.570 19 01 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l’assignatura corresponen a l’assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d’enganxar una etiqueta d’estudiant a l’espai corresponent d’aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l’examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d’aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

C: Comprar un cotxe
T: Usar transport públic
M: Comprar una moto
P: Usar petroli para desplaçar-se
A: Anar caminant a tot arreu

1) És necessari que no utilitzi el transport públic per a què em compri un cotxe o em compri una moto.
$C \vee M \rightarrow \neg T$

2) Només utilitzo petroli per desplaçar-me si em compro un cotxe, em compro una moto o utilitzo el transport públic.
$P \rightarrow C \vee M \vee T$

3) Si no utilitzo el transport públic, o em compro una moto o em compro un cotxe, però no les dues coses a la vegada.
$\neg T \rightarrow (C \vee M) \wedge \neg(C \wedge M)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

A(x) : x és un principi actiu
F(x) : x és una farmacèutica
G(x) : x és genèric
P(x, y) : x produeix y

1) Hi ha principis actius que són produïts per totes les farmacèutiques.
$\exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y,x))$

2) No hi ha cap principi actiu que no sigui produït per cap farmacèutica.
$\neg\exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow \neg P(y,x))$

3) Hi ha farmacèutiques que produeixen tots els principis actius genèrics.
$\exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow P(x,y))$

4) No hi ha cap farmacèutica que no produeixi cap principi actiu genèric.
$\neg\exists x(F(x) \wedge \neg\exists y(A(y) \wedge G(y) \wedge P(x,y)))$ o també $\neg\exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow \neg P(x,y)))$

5) No hi ha cap principi actiu genèric que sigui produït per totes les farmacèutiques.
$\neg\exists x(A(x) \wedge G(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y,x)))$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$P \rightarrow F \wedge G$
$P \wedge G \rightarrow R$
$(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$
$\therefore G \wedge R$

Solució:

1	$P \rightarrow F \wedge G$				P
2	$P \wedge G \rightarrow R$				P
3	$(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$				P
4		$\neg(G \wedge R)$			H
5			G		H
6				R	H
7				$G \wedge R$	I$\wedge$ 5,6
8				$\neg(G \wedge R)$	It 4
9			$\neg R$		I$\neg$ 6,7,8
10		$G \rightarrow \neg R$			I$\rightarrow$ 6,9
11		$F \wedge P$			E$\rightarrow$ 3,10
12		P			E$\wedge$ 11
13		$F \wedge G$			E$\rightarrow$ 1,12
14		G			E$\wedge$ 13
15		$P \wedge G$			I$\wedge$ 12,14
16		R			E$\rightarrow$ 2,15
17		$\neg R$			E$\rightarrow$ 10,14
18	$\neg\neg(G \wedge R)$				I$\neg$ 4,16,17
19	$G \wedge R$				E$\neg$ 18

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$\neg P \vee Q \rightarrow \neg R$
$\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q$
$\neg Q \vee (R \wedge S)$
$P \rightarrow Q$
$\therefore R \wedge S$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Solució:

Formes normals

Premissa 1: $\neg P \vee Q \rightarrow \neg R = (P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$
Premissa 2: $\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q = (P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)$
Premissa 3: $\neg Q \vee (R \wedge S) = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$
Premissa 4: $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$
Negació de la conclusió : $\neg(R \wedge S) = \neg R \vee \neg S$

El conjunt de clàusules és:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q, \boldsymbol{\neg R \vee \neg S}\}$
en negreta el conjunt de suport.

Si fem resolució:

$\neg R \vee \neg S$	$\neg Q \vee S$
$\neg R \vee \neg Q$	$P \vee Q$
$\neg R \vee P$	$\neg P \vee Q$
$\neg R \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$P \vee Q$
P	$\neg P \vee Q$
Q	$\neg Q$
$\square$	

Si provem si les premisses son inconsistents, tenim el conjunt de clàusules:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q\}$
No hi cap S negada, per tant podem eliminar $\neg Q \vee S$ i queda el conjunt de clàusules:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg P \vee Q\}$
Si intentem fer resolució:

$\neg P \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg P \vee \neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg P \vee \neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$P \vee Q$
Q	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	Q
$\square$	

Per tant les premisses són inconsistents.

Problema 4

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les regles bàsiques, les regles derivades i equivalents deductius.

$\forall x[\, P(x) \to \exists y(Q(y) \wedge R(x,y)\,]$
$\therefore \neg\exists z[Q(z)] \to \neg\exists u[P(u)]$

1.	$\forall x[\, P(x) \to \exists y(Q(y) \wedge R(x,y)\,]$		P
2.		$\neg\exists z[Q(z)]$	H
3.		$\quad \exists u[P(u)]$	H
4.		$\quad P(a)$	E $\exists$ 3
5.		$\quad P(a) \to \exists y(Q(y) \wedge R(a,y)$	E $\forall$ 1
6.		$\quad \exists y(Q(y) \wedge R(a,y)$	E $\to$ 4,5
7.		$\quad Q(b) \wedge R(a, b)$	E $\exists$ 6
8.		$\quad Q(b)$	E $\wedge$ 7
9.		$\quad \forall z[\neg Q(z)]$	ED 3
10.		$\quad \neg Q(b)$	E $\forall$ 9
11.		$\neg\exists u[P(u)]$	I $\neg$ 3, 8, 10
12.	$\neg\exists z[Q(z)] \to \neg\exists u[P(u)]$		I $\to$ 2, 11

Problema 5

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NOR per a l'expressió:
A• (B + C)

a) Reescriu la fórmula usant únicament l'operador ↓.

A·(B+C) = (A+A)·(B+C) = ~ ~ ((A+A)·(B+C)) = ~(~(A+A)+~(B+C)) = (A ↓ A) ↓ (B ↓ C)

b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

A	B	C	(B+C)	A·(B+C)	(A↓A)	(B↓C)	(A ↓ A) ↓ (B ↓ C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0