Espai grapa

Universitat Oberta de Catalunya

# **Examen** 2018/19-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

⊂05.570ℜ15ℜ06ℜ19ℜEΞ,∈
**05.570 15 06 19 EX**

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

## Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura matriculada.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals, ni realitzar l'examen en llapis o retolador gruixut.
- Temps total: **2 hores** Valor de cada pregunta:
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quins són?

  En cas de poder fer servir calculadora, de quin tipus? **CAP**
- Si hi ha preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? **NO** Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

# **Examen** 2018/19-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

## Enunciats

**Activitat 1 (1.5 punt + 1.5 punts)**

[Criteri de valoració: Les formalitzacions han de ser correctes en tots els aspectes inclosa la parentització. Cada frase es valora independentment de les altres]

a) Utilitzant els següents àtoms, formalitzeu les frases que hi ha a continuació

U: estic a la Universitat
M: estic motivat
A: aprenc
S: supero l'assignatura
T: treballo dur
C: mostro molta constància

1) Quan estic motivat, em cal aprendre i treballar dur per estar a la Universitat
$M\rightarrow(U\rightarrow A\wedge T)$ -||- $M\rightarrow(\neg(A\wedge T)\rightarrow\neg U)$

2) Sempre que supero l'assignatura treballo dur i mostro molta constància, quan estic a la Universitat
$U\rightarrow(S\rightarrow T\wedge C)$

3) Només quan no supero l'assignatura, ni mostro molta constància ni aprenc
$\neg C\wedge\neg A\rightarrow\neg S$ -||- $S\rightarrow\neg(\neg C\wedge\neg A)$

b) Fent ús dels següents predicats i constants formalitzeu les frases que hi ha a continuació:

B(x): x és un bosc
P(x): x és públic
G(x): x és un guarda forestal
D(x): x és disciplinat
I(x): x pateix incendis
T(x,y): x treballa a y

1) Hi ha guardes forestals que només treballen als boscos
$\exists x\{G(x)\wedge\forall y[T(x,y)\rightarrow B(y)\}$

2) En els boscos públics hi ha guardes forestals que hi treballen
$\forall x\{B(x)\wedge P(x)\rightarrow\exists y[G(y)\wedge T(y,x)]\}$

3) Si cap bosc no patís incendis, alguns guardes forestals serien disciplinats
$\neg\exists x\{B(x)\wedge I(x)\}\rightarrow\exists x\{G(x)\wedge D(x)\}$

# **Examen** 2018/19-2

| **Assignatura** | **Codi** | **Data** | **Hora inici** |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**Activitat 2 (2.5 o 1.5 punts)**

[Criteri de valoració: serà invàlida (0 punts) qualsevol deducció que contingui l'aplicació incorrecta d'alguna regla]

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu 2.5 punts. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu 1.5 punts de la puntuació total de la prova. En cap cas no podeu utilitzar equivalents deductius. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu 0 punts.

$\neg(P \vee R) \to S, \quad P\vee Q\to R \therefore \neg S \to R$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\neg(P\vee R) \to S$ | | | P |
| 2 | $P\vee Q\to R$ | | | P |
| 3 | | $\neg S$ | | H |
| 4 | | | $\neg(P\vee R)$ | H |
| 5 | | | $S$ | E→ 1, 4 |
| 6 | | | $\neg S$ | It 3 |
| 7 | | $\neg\neg(P\vee R)$ | | I¬ 4, 5, 6 |
| 8 | | $P\vee R$ | | E¬ 7 |
| 9 | | | $P$ | H |
| 10 | | | $P\vee Q$ | I∨ 9 |
| 11 | | | $R$ | E→ 2, 10 |
| | | | | |
| 12 | | | $R$ | H |
| 13 | | | $R$ | It 12 |
| 14 | | $R$ | | E∨ 8, 11, 13 |
| 15 | $\neg S\to R$ | | | I→ 3, 14 |

# **Examen** 2018/19-2

| **Assignatura** | **Codi** | **Data** | **Hora inici** |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**Activitat 3 (1.5 + 1.5 punts)**

a) El raonament següent és vàlid o no? Utilitzeu el mètode de resolució amb l'estratègia del conjunt de suport per a determinar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho.
[Criteri de valoració: La presencia d'errors en les FNCs es penalitzarà amb -0.75 punts La presencia d'errors en l'aplicació de les regles de simplificació i/o en l'aplicació de la regla de resolució es penalitzarà amb -0.75 punts com a mínim]

$\neg Q \to P$,
$\neg(\neg P \wedge \neg S)$,
$P \to R$,
$\neg R$,
$Q \to \neg(T \wedge S)$
$\therefore Q \wedge (P \vee S)$

FNC $[\neg Q \to P] = Q \vee P$
FNC $[\neg(\neg P \wedge \neg S)] = P \vee S$
FNC $[P \to R] = \neg P \vee R$
FNC $[\neg R] = \neg R$
FNC $[Q \to \neg(T \wedge S)] = \neg Q \vee \neg T \vee \neg S$
FNC $[\neg(Q \wedge (P \vee S))] = \neg Q \vee \neg(P \vee S) = \neg Q \vee (\neg P \wedge \neg S) = (\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg S)$

El conjunt de clàusules que s'obté és:
S = $\{Q \vee P, P \vee S, \neg P \vee R, \neg R, \neg Q \vee \neg T \vee \neg S, \mathbf{\neg Q \vee \neg P}, \mathbf{\neg Q \vee \neg S}\}$, on el conjunt de suport està format per les dues darreres clàusules (negreta)

Es pot observar que la clàusula $\neg Q \vee \neg T \vee \neg S$ és l'única que te un literal $\neg T$, per tant es pot eliminar per la regla del literal pur, la qual cosa es redueix el conjunt a:

S'= $\{Q \vee P, P \vee S, \neg P \vee R, \neg R, \mathbf{\neg Q \vee \neg P}, \mathbf{\neg Q \vee \neg S}\}$

Aquest nou conjunt no admet cap altre aplicació de la regla de subsumpció ni tampoc de la regla del literal pur.

| **Troncals** | **Laterals** |
|---|---|
| $\neg Q \vee \neg S$ | $P \vee S$ |
| $\neg Q \vee P$ | $\neg P \vee R$ |
| $\neg Q \vee R$ | $\neg R$ |
| $\neg Q$ | $Q \vee P$ |
| $P$ | $\neg P \vee R$ |
| $R$ | $\neg R$ |
| $\square$ | |

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

# **Examen** 2018/19-2

| **Assignatura** | **Codi** | **Data** | **Hora inici** |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

b) El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució amb l'estratègia del conjunt de suport.
[Criteri de valoració: La presencia d'errors en les FNSs es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat (-0.75 punts). L'aplicació incorrecta del mètode de resolució (incloses les substitucions) es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat (-0.75 punts), com a mínim]

$\forall x\exists y[H(x)\to P(y)\wedge T(x,y)]$
$\exists x\forall y[P(y)\to\neg T(x,y)]$
$\therefore\neg\forall xH(x)$

$FNS(\forall x\exists y[H(x)\to P(y)\wedge T(x,y)]) = \forall x[\, (\neg H(x)\vee P(f(x))) \wedge (\neg H(x)\vee T(x,f(x)))\, ]$
$FNS(\exists x\forall y[P(y)\to\neg T(x,y)]) = \forall y[\neg P(y)\vee\neg T(a,y)]$
$FNS(\neg\neg\forall xH(x)) = \forall xH(x)$

$S= \{ \neg H(x)\vee P(f(x)),\quad \neg H(x)\vee T(x,f(x))\quad \neg P(y)\vee\neg T(a,y),\quad \mathbf{H(x)}\}$

| **Troncals** | **Laterals** | **Substitucions** |
|---|---|---|
| $H(x)$ | $\neg H(z)\vee P(f(z))$ | x per z |
| $H(z)$ | | |
| | | |
| $P(f(z))$ | $\neg P(y)\vee\neg T(a,y)$ | y per f(z) |
| | $\neg P(f(z))\vee\neg T(a,f(z))$ | |
| | | |
| $\neg T(a,f(z))$ | $\neg H(x)\vee T(x,f(x))$ | x per a; z per a |
| $\neg T(a,f(a))$ | $\neg H(a)\vee T(a,f(a))$ | |
| | | |
| $\neg H(a)$ | $H(x)$ | x per a |
| | $H(a)$ | |
| | | |
| $\square$ | | |

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

# **Examen** 2018/19-2

| **Assignatura** | **Codi** | **Data** | **Hora inici** |
|---|---|---|---|
| Lògica | 05.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**Activitat 4 (1.5 punts)**

[Criteri de valoració: Les errades en el desenvolupament es penalitzaran, cadascuna, amb -0.5 punts. Les errades conceptuals invaliden la pregunta]

Considereu el següent raonament:

$\exists x[P(x) \vee Q(x,x)]$
$\forall x[\exists y Q(y,x) \rightarrow P(x)]$
$\therefore \forall x \forall y Q(x,y)$

Realitzeu el pas de fórmules a enunciats de les premisses i la conclusió. Doneu una interpretació en el domini {1,2} que sigui un contraexemple. Raoneu la vostra resposta.

Un contraexemple ha de fer certes les premisses i falsa la conclusió.

En el domini {1,2} la primera premissa es equivalent a:
$[\,P(1) \vee Q(1,1)\,] \vee [\,P(2) \vee Q(2,2)\,]$

La segona equival a:
$[\,Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)\,] \wedge [\,Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)\,]$

La conclusió equival a:
$[\,Q(1,1) \wedge Q(1,2)\,] \wedge [\,Q(2,1) \wedge Q(2,2)\,]$

Si escollim la interpretació:
$<\{1,2\}, \{P(1)=V, P(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V\}, \varnothing>$
les dues premisses són certes i la conclusió és falsa, de forma que queda demostrat que la interpretació és un contraexemple:

$[\,P(1) \vee Q(1,1)\,] \vee [\,P(2) \vee Q(2,2)\,]$
$= [\,V \vee F] \vee [V \vee V]$
$= V \vee V = V$

$[\,Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)\,] \wedge [Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)\,]$
$= [\,F \vee F \rightarrow V\,] \wedge [\,V \vee V \rightarrow V\,]$
$= [\,F \rightarrow V\,] \wedge [\,V \rightarrow V\,]$
$= V \wedge V = V$

$[\,Q(1,1) \wedge Q(1,2)\,] \wedge [\,Q(2,1) \wedge Q(2,2)\,]$
$= [\,F \wedge V] \wedge [F \wedge V]$
$= F \wedge F = F$