

PAC1: Representació de problemes

Presentació

Primera PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

Competències específiques:

- Saber representar les particularitats d'un problema segons un model de representació del coneixement.

Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar els vostres coneixements sobre formalització de problemes i cerca bàsica sobre espais d'estats.

PAC/pràctica a realitzar:

Probablement molts coneixeu els següents trencaclosques amb números: Trobar quins números (del 0 al 9) es corresponen a les lletres per a que aquesta suma amb lletres sigui correcte:

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array} = \begin{array}{r} 9 5 6 7 \\ + 1 0 8 5 \\ \hline 1 0 6 5 2 \end{array}$$

La corresponent solució és l'indicada.

Simplificarem per suposar que tenim un conjunt de N lletres diferents (no necessàriament tot l'alfabet) $C = \{c_1, \dots, c_N\}$ i un conjunt de N nombres diferents $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ (no necessàriament tots els dígitos del 0 al 9). Fixem-nos que tenim el mateix nombre de lletres que de nombres. Per exemple, el trencaclosques:

$$\begin{array}{r} \text{D O S} \\ + \text{D O S} \\ + \text{T R E S} \\ \hline \text{S I E T E} \end{array}$$

es resoluria amb $C = \{D, E, I, O, R, S, T\}$ i $D = \{0, 1, 2, 3, 5, 8, 9\}$. La solució és única, si no es diu una altra cosa. A més, a cada lletra li correspon un nombre únic, de manera que una solució serà una relació bijectiva entre C i D .

Farem servir aquest exemple per il·lustrar els raonaments teòrics de les respostes

Es demana formalitzar aquest problema i contestar les preguntes enunciades als següents apartats:

1. Quina informació hi haurà a cada estat? Quants estats possibles hi haurà al graf d'estats? Tots els estats són accessibles des de qualsevol estat inicial?

Cada estat es pot representar amb una assignació *parcial* o *total* de nombres de D a les lletres de C . Per exemple, un estat podria ser ($D=5, E=1$) (això és una assignació *parcial* perquè I, O, R , etc no estan assignades) o bé ($D=5, E=3, I=0, O=8, R=2, S=1, T=9$) (aquesta assignació *total* és, de fet, la solució al trencaclosques). Veiem trivialment que no tots els estats són accessibles des dels altres estats, ja que no puc “desassignar” lletres d'un estat. Vegeu la definició dels operadors més avall si no ho enteneu.

Per calcular el nombre d'estats caldrà veure quants estats hi ha amb $k < N$ lletres assignades. Podem agafar les lletres de qualsevol manera que no n'hi hagi de repetides i no ens importa l'ordre. Això són $C(k, N)$ (combinacions de N elements agafats de k en k). Per cada k lletres triades podem triar k nombres diferents on l'ordre sí que importa, és a dir, variacions de N elements agafats de k en k . En total tindrem $C(k, N) \times V(k, N)$. Així, el total d'estats és:

$$C(1, N) \times V(1, N) + C(2, N) \times V(2, N) + \dots + C(N, N) \times V(N, N)$$

Si ens fixem, per a $N=3$ tindrem 9 possibles assignacions d'una sola lletra, 18 assignacions amb dues lletres i 6 assignacions amb 3 lletres. En total hi ha 33 estats possibles. Si considerem l'estat buit (amb 0 assignacions) n'hi ha 34. En general:

$$1 + C(1, N) \times V(1, N) + C(2, N) \times V(2, N) + \dots + C(N, N) \times V(N, N)$$

2. Quants operadors tindrem? Quins seran aquests operadors? Com relacionen els operadors els estats que s'han descrit més amunt?

Tindrem un operador *Assigna(lletra, nombre)* amb dos paràmetres (també podriem tenir N^2 operadors sense paràmetres, però és més senzill si els parametritzem). Podem assignar en qualsevol moment un nombre a una lletra, la qual cosa afegirà l'assignació a l'estat si no hi era, o bé modificarà l'assignació de l'estat si la lletra ja estava assignada a un nombre. No tinc cap operador per “*esborrar*” assignacions.

3.- Doneu la definició de la solució a l'exemple que apareix al començament de l'enunciat (segons la vostra representació) i descriu com identificar l'estat objectiu.

(D=5,E=3,I=0,O=8,R=2,S=1,T=9) i l'estat objectiu és fàcilment identificable veient que $581+581+9231=10393$. En general, l'estat objectiu és aquella assignació de N lletres que fa correcta la suma.

4.- Imaginem que provem de trobar la solució mitjançant una cerca no informada (en amplada o en profunditat). Per simplificar el raonament, suposarem que els operadors s'apliquen a la cerca de manera que *no podem sobreescrivre assignacions*, és a dir, si una lletra té un nombre assignat, ja no es pot canviar aquesta assignació. També suposarem que apliquem els operadors de manera que totes les assignacions d'un nivell determinat de l'arbre són *assignacions a la mateixa lletra*.

a) Quina profunditat tindrà la cerca en amplada? I la cerca en profunditat? Raona la teva resposta.

Tant en la cerca en amplada com en profunditat aniré assignant, dins la mateixa branca, una lletra nova a un nombre cada vegada, a cada nivell de l'arbre (recordem que no es poden sobreescrivre les assignacions). Això vol dir que no puc evitar, en cap dels dos casos, tenir menys de N nivells en l'arbre de cerca. Així doncs, sigui com sigui la cerca, trobaré la solució a profunditat N

b) Com de bé vagi la cerca dependrà de l'ordre en que apliqui els operadors. Puc aconseguir el mateix resultat, idèntic, en una cerca en amplada i en una cerca en profunditat? Si la resposta és afirmativa, quin ha de ser l'ordre d'aplicació dels operadors?

Imaginem que triem els operadors de manera que decideixo assignar primer una lletra en el primer nivell de l'arbre (totes les

assignacions a aquella lletra són al nivell 1), en el segon nivell assignaré una altra lletra diferent, etc. L'única manera que els dos arbres siguin iguals és si tinc tanta mala sort que els he de generar complets, és a dir, la solució és a l'última assignació que fem, després d'haver explorat totes les possibilitats. L'ordre d'aplicació dels operadors haurà de ser tal que això pugui passar (haurà de ser casualitat, ja que si ho fes expressament voldria dir que conec la solució, i així no em caldria buscar-la).

c) Imaginem que trobem la solució a la primera branca completa de l'arbre de cerca *en amplada* (la branca de més a l'esquerra). Pots descriure com serà l'arbre? Quants nodes quedaran per explorar? Quants nodes s'hauran explorat? (tal i com està explicat el tema de cerca al material de l'assignatura, l'estat final s'identifica *quan s'agafa per generar els seus successors*, i no quan s'inclou a la llista de pendants. *En aquest problema, però, identificarem l'estat final quan s'inclou a la llista de pendants*)

Com que la solució està a la primera branca de cerca i de seguida que la trobo m'aturo, tindrem N-1 nivell complets de l'arbre, i el darrer nivell només tindrà un node generat, que serà el fill del node de més a l'esquerra, és a dir, la penúltima assignació (correcte). Així doncs quedaran N-2 nivells complets explorats (per tant $N + N(N-1) + N(N-1)(N-2) + \dots + \frac{1}{2}N!$ nodes explorats) més el node de nivell N-1 el fill del qual és la solució completa, i $N!-1$ per explorar (tots els del nivell N-1, menys un).

D'on surten els factorials? Penseu que en el nivell 1 tenim N nodes, i en el nivell 2, com ja hem assignat un nombre en el primer nivell, cada node tindrà N-1 fills, etc.

d) El mateix que es demana a la pregunta c) però considerant la cerca *en profunditat*.

Aquí només n'hi haurà N-1 d'explorats, però haurem generat els fills corresponents per cada un dels N-1 nodes explorats (l'últim nivell és reconegut tant bon punt generem la solució). Així doncs, quedaran $(N-1) + (N-2) + \dots + 1 = \frac{1}{2}N(N-1)$ nodes per explorar.

Recursos

Mòdul 1 i Mòdul 2, temes 1-3, dels materials de l'assignatura

Criteris de valoració

Les preguntes 1-3 valen 2 punts cadascuna. La pregunta 4 val 4 punts (1 per apartat).

Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser CognomsNom_IA_PAC1 amb l'extensió .pdf (PDF).

La data límit de lliurament és el: **13 d'Octubre** (a les 24 hores).

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.

Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagí en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.