Espai grapa

Examen 2013/14-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	28/06/2014	09:00

⊂05.570ℜ28ℜ06ℜ14ℜEΞκ∈
05.570 28 06 14 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Aquest enunciat correspon també a les assignatures següents:

- 05.056 - Lògica

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Activitat 1: 30%; activitat 2: 25% o 12.5%; activitat 3: 30%; activitat 4: 15%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2013/14-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	28/06/2014	09:00

Activitat 1 (30%)

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Feu servir els àtoms que s'indiquen.

1) Si tinc suc de taronja faig macedònia i si no en tinc faig broquetes de fruita
   $(S \rightarrow M) \wedge (\neg S \rightarrow B)$

2) Només compro un bric de suc quan no tinc taronges o faig macedònia.
   $C \rightarrow \neg T \vee M$

3) Faig broquetes de fruita quan tinc taronges, sempre que no faig macedònia
   $\neg M \rightarrow (T \rightarrow B)$

Àtoms:
- S: Tinc suc de taronja
- M: Faig macedònia
- B: Faig broquetes de fruita
- T: Tinc taronges
- C: Compro un bric de suc

b) Formalitzeu, utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats que s'indiquen.

1) Tots els residus que són tòxics es transporten en trens de seguretat
   $\forall x\{R(x) \wedge X(x) \rightarrow \exists y(T(y) \wedge S(y) \wedge V(y,x)]\}$
2) Hi ha residus que no són tòxics i que no es transporten en trens de seguretat
   $\exists x\{R(x) \wedge \neg X(x) \wedge \neg \exists y[T(y) \wedge S(y) \wedge V(y,x)]\}$

3) El DDT és un residu tòxic que només es transporta en trens de seguretat
   $R(d) \wedge X(d) \wedge \forall y(V(y,d) \rightarrow T(y) \wedge S(y))$

Predicats:
- R(x): x és un residu
- X(x): x és tòxic
- T(x): x és un tren
- V(x,y): x transporta y (y és transportat per/en x)
- S(x): x és de seguretat

Constants:
- d: DDT

Universitat Oberta de Catalunya

Examen 2013/14-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	28/06/2014	09:00

Activitat 2 (25% o 12.5%)

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu el 25% de la puntuació total de la prova. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu el 12.5% de la puntuació total de la prova. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu un 0% de la puntuació total de la prova.

$\neg(P \wedge \neg S) \rightarrow Q,\ (S \rightarrow \neg R) \wedge T,\ T \rightarrow \neg Q,\ \neg R \vee S \therefore P \rightarrow (T \rightarrow \neg R \wedge \neg S)$

1.	$\neg(P \wedge \neg S) \rightarrow Q$	P
2.	$(S \rightarrow \neg R) \wedge T$	P
3.	$T \rightarrow \neg Q$	P
4.	$\neg R \vee S$	P
5.	P	H
6.	T	H
7.	$\neg Q$	E→ 3, 6
8.	$\neg(P \wedge \neg S)$	H
9.	Q	E→ 6,11
10.	$\neg Q$	It 7
11.	$\neg\neg(P \wedge \neg S)$	I¬ 8, 9 , 10
12.	$P \wedge \neg S$	E¬ 11
13.	$\neg S$	E∧ 9
14.	$\neg R$	H
15.	$\neg R$	It 14
16.		
17.	S	H
18.	$S \rightarrow \neg(R$	E∧ 2
19.	$\neg R$	I→ 17, 18
20.	$\neg R$	E∨ 4,15, 19
21.	$\neg R \wedge \neg S$	I∧ 13, 20
22.	$T \rightarrow \neg R \wedge \neg S$	I→ 6,11
23.	$P \rightarrow (T \rightarrow \neg R \wedge \neg S)$	I→ 5,12

Activitat 3 (30%)

a) El raonament següent és vàlid. Utilitzeu el mètode de resolució lineal amb l'estratègia del conjunt de suport per a demostrar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho.

$P \wedge S \rightarrow \neg T,$
$\neg Q \rightarrow P \vee S \vee \neg(\neg R \wedge Z),$
$(\neg P \rightarrow Q) \wedge (T \rightarrow \neg S \vee \neg R)$
$\therefore T \wedge S \rightarrow Q \vee \neg S$

FNC $[P \wedge S \rightarrow \neg T] = \neg P \vee \neg S \vee \neg T$
FNC $[\neg Q \rightarrow P \vee S \vee R] = Q \vee P \vee S \vee R \vee \neg Z$
FNC $[(\neg P \rightarrow Q) \wedge (T \rightarrow \neg S \vee \neg R] = (P \vee Q) \wedge (\neg T \vee \neg S \vee \neg R)$
FNC $\neg[T \wedge S \rightarrow Q \vee \neg S] = T \wedge S \wedge \neg Q$

El conjunt de clàusules que s'obté és:

$S = \{ \neg P \vee \neg S \vee \neg T, Q \vee P \vee S \vee R \vee \neg Z, P \vee Q, \neg T \vee \neg S \vee \neg R, \mathbf{T}, \mathbf{S}, \mathbf{\neg Q}\}$
Les 3 darreres clàusules (negreta) són el conjunt de suport.
La clàusula $P \vee Q$ subsumeix a $Q \vee P \vee S \vee R \vee \neg Z$ quedant-nos llavors els conjunt de clàusules:
$S = \{ \neg P \vee \neg S \vee \neg T, P \vee Q, \neg T \vee \neg S \vee \neg R, \mathbf{T}, \mathbf{S}, \mathbf{\neg Q}\}$
Aplicant la regla del literal pur podem eliminar $\neg T \vee \neg S \vee \neg R$ ja que no tenim cap clàusula amb R, quedant-nos llavors els conjunt de clàusules:
$S = \{ \neg P \vee \neg S \vee \neg T, P \vee Q, \mathbf{T}, \mathbf{S}, \mathbf{\neg Q}\}$

Troncals	Laterals
T	$\neg P \vee \neg S \vee \neg T$
$\neg P \vee \neg S$	S
$\neg P$	$P \vee Q$
Q	$\neg Q$
$\square$	

b) El següent raonament no és vàlid. Trobeu-ne el conjunt de clàusules corresponent i raoneu la impossibilitat d'obtenir la clàusula buida ($\square$).

$\exists x[P(x) \wedge R(x) \to \forall y S(y,x)]$,
$\forall x\, \exists y\, [S(x,y) \vee \neg P(x) \to \neg R(x)]$
$\therefore \exists y \neg R(y)$

La FNS de $\exists x[P(x) \wedge R(x) \to \forall y S(y, x)]$ és $\forall y[\neg P(a) \vee \neg R(a) \vee S(y, a)]$
La FNS de $\forall x\, \exists y\, [S(x, y) \vee \neg P(x) \to \neg R(x)]$ és $\forall x\{[\neg S(x, f(x)) \vee \neg R(x)] \wedge [P(x) \vee \neg R(x)]\}$
La FNS de $\neg\exists y \neg R(x)$ és $\forall y R(y)$

El conjunt de clàusules corresponent és
$S = \{\neg P(a) \vee \neg R(a) \vee S(y, a), \neg S(x, f(x)) \vee \neg R(x), \neg P(x) \vee \neg R(x), R(y)\}$
Es pot observar que el literal $\neg S(x, f(x))$ de la clàusula $\neg S(x, f(x)) \wedge P(x) \vee \neg R(x)$ no podrà ser eliminat mai perquè no es pot resoldre contra $S(y, a)$ atès que la discrepància $f(x)/a$ no es pot solucionar
Això redueix el conjunt de clàusules potencialment útils a
$S = \{\neg P(x) \vee \neg R(x), R(y)\}$
És obvi que d'aquest conjunt no se'n pot obtenir la clàusula buida.

Activitat 4 (15%)

Considereu el següent raonament

$\exists x\, \exists y[\neg P(x,y) \vee Q(x)]$
$\exists x[Q(x) \to \forall y\, P(x,y)]$
$\therefore \exists x \neg Q(x)$

Doneu una interpretació en el domini {1,2} que en sigui un contraexemple.

Passem primer a enunciat les tres fórmules en el domini {1,2}

Primera premissa
$\exists x\, \exists y[\neg P(x,y) \vee Q(x)]$

Examen 2013/14-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	28/06/2014	09:00

$\exists x\, [\, (\neg P(x,1) \vee Q(x)) \vee (\neg P(x,2) \vee Q(x))]$
$(\neg P(1,1) \vee Q(1)) \vee (\neg P(1,2) \vee Q(1)) \vee (\neg P(2,1) \vee Q(2)) \vee (\neg P(2,2) \vee Q(2))$
Simplifiquem
$\neg P(1,1) \vee Q(1) \vee \neg P(1,2) \vee \neg P(2,1) \vee Q(2) \vee \neg P(2,2)$

Segona premissa
$\exists x[Q(x) \to \forall y\, P(x,y)]$
$\exists x[Q(x) \to P(x,1) \wedge P(x,2)]$
$(Q(1) \to P(1,1) \wedge P(1,2)) \vee (Q(2) \to P(2,1) \wedge P(2,2))$

Conclusió
$\exists\, x \neg Q(x)$
$\neg Q(1) \vee \neg Q(2)$

Busquem ara el contraexemple.
Un contraexemple ha de fer certes les premisses i falsa la conclusió.
Perquè en el domini {1,2} la conclusió sigui falsa cal que $\neg Q(1) \vee \neg Q(2)$. Per això cal que Q(1)=V i Q(2)=V

Si apliquem Q(1)=V i Q(2)=V a la primera premissa tindrem $\neg P(1,1) \vee V \vee \neg P(1,2) \vee \neg P(2,1) \vee V \vee \neg P(2,2)$.
Per tant per Q(1)=V i Q(2)=V la primera premissa és certa.

Si apliquem Q(1)=V i Q(2)=V a la segona premissa tindrem $(V \to P(1,1) \wedge P(1,2)) \vee (V \to P(2,1) \wedge P(2,2))$
Perquè aquest enunciat sigui cert caldrà que els conseqüents de cadascuna de les implicacions siguin certs.
És a dir necessitem que $(P(1,1) \wedge P(1,2))$=C i $(P(2,1) \wedge P2,2))$ = V
Per aconseguir això en el primer cas cal que que P(1,1)=C i P(1,2) = V.
En el segon cas cal que P(2,1) = V i P(2,2) = V

Així, una interpretació que és un contraexemple és

<{1,2},{Q(1)=V, Q(2)=V, P(1,1)=V, P(1,2)=V, P(2,1)=V, P(2,2)=V}, ∅>