

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

05.570 18 01 12 EX  
05.570 18 01 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?  
No es pot consultar cap material
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

### Enunciats

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

### Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

R: Se senten moltes rialles  
 S: Tot el públic està assegut  
 T: El teló s'aixeca  
 C: Veiem els còmics en escena  
 L: Els llums estan encesos

1) Només quan se senten moltes rialles i tot el públic està assegut, s'aixeca el teló i veiem els còmics en escena.

$$T \wedge C \rightarrow R \wedge S$$

2) Quan s'aixeca el teló se senten moltes rialles, i quan no s'aixeca no tot el públic està assegut si els llums estan encesos

$$(T \rightarrow R) \wedge (\neg T \rightarrow (L \rightarrow \neg S))$$

3) Quan els llums no estan encesos i el teló s'aixeca, cal que tot el públic estigui assegut per veure els còmics en escena.

$$\neg L \wedge T \rightarrow (C \rightarrow S)$$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

V(x): x és un vampir  
 M(x,y): x mossega y  
 C(x,y,z): x clava y a z  
 F(x): x és fet de fusta  
 E(x,y): x evita y  
 S(x): x és una estaca  
 L(x): x és fet de plàstic  
 P(x): x és una persona

1) Els vampirs eviten les coses fetes de fusta

$$\forall x \{V(x) \rightarrow \forall y [F(y) \rightarrow E(x,y)]\}$$

2) Si una persona clava una estaca de plàstic a un vampir, aquest la mossegarà (a la persona)

$$\forall x \{P(x) \rightarrow \forall y [V(y) \wedge \exists z (S(z) \wedge L(z) \wedge C(x,z,y) \rightarrow M(y,x))]\}$$

3) Tots els vampirs mosseguen coses de fusta o de plàstic

$$\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [(F(y) \vee L(y)) \wedge M(x,y)]\}$$

### Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$$Q \rightarrow W, \neg(\neg S \wedge T) \rightarrow \neg W, P \rightarrow \neg S \quad \therefore Q \vee P \rightarrow \neg S$$

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

### Solució

1	$Q \rightarrow W$				P
2	$\neg(\neg S \wedge T) \rightarrow \neg W$				P
3	$P \rightarrow \neg S$				P
4		$Q \vee P$			H
5			Q		H
6			W		$E \rightarrow 1,5$
7				$\neg(\neg S \wedge T)$	H
8				$\neg W$	$E \rightarrow 2, 7$
9				W	It 6
10			$\neg\neg(\neg S \wedge T)$		$I \rightarrow 7, 8, 9$
11			$\neg S \wedge T$		$E \neg 10$
12			$\neg S$		$E \wedge 11$
13			P		H
14			$\neg S$		$E \rightarrow 3, 13$
15		$\neg S$			$E \vee 4, 12, 14$
16	$Q \vee P \rightarrow \neg S$				$I \rightarrow 4, 15$

### Problema 3

El raonament que es dona a continuació és vàlid. Utilitzeu el mètode de resolució per determinar si la seva validesa pot atribuir-se a la inconsistència de les premisses o no. Feu ús de les regles de subsumpció i del literal pur sempre que sigui possible.

$$D \rightarrow R \wedge A, \quad (R \rightarrow \neg D) \wedge (S \rightarrow D), \quad (D \vee A) \wedge (A \rightarrow S), \quad \neg A \rightarrow D \vee R \quad \therefore \quad S \wedge \neg R$$

### Solució

$$\begin{aligned} \text{FNC}(D \rightarrow R \wedge A) &= (\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee A) \\ \text{FNC}((R \rightarrow \neg D) \wedge (S \rightarrow D)) &= (\neg R \vee \neg D) \wedge (\neg S \vee D) \\ \text{FNC}((D \vee A) \wedge (A \rightarrow S)) &= (D \vee A) \wedge (\neg A \vee S) \\ \text{FNC}(\neg A \rightarrow D \vee R) &= A \vee D \vee R \end{aligned}$$

Atès que només volem determinar la consistència de les premisses no cal considerar la conclusió del raonament i, per aquesta raó, no se'n calcula la FNC.

$$Sp = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg R \vee \neg D, \neg S \vee D, D \vee A, \neg A \vee S, A \vee D \vee R \}$$

$D \vee A$  subsumeix  $A \vee D \vee R$   
 No es pot aplicar la regla del literal pur.

$$S'p = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg R \vee \neg D, \neg S \vee D, D \vee A, \neg A \vee S \}$$

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

Clàusules troncs	Clàusules laterals
$\neg D \vee R$	$\neg R \vee \neg D$
$\neg D$	$\neg S \vee D$
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	$D \vee A$
$D$	$\neg D$
$\square$	

Així doncs, les premisses són inconsistentes amb la qual cosa el raonament seria correcte amb qualsevol conclusió.

### Problema 4

Demostreu que la interpretació  $\langle 1, 2 \rangle$ :  $a=1$ ,  $b=2$ ,  $R(1)=\text{cert}$   $R(2)=\text{fals}$   $S(1,2)=\text{cert}$   $S(1,1)=S(2,1)=S(2,2)=\text{fals}$ ,  $W(1,1)=W(2,1)=W(2,2)=\text{fals}$ ,  $W(1,2)=\text{cert}$  és un contraexemple de:

$$\forall x \forall y (R(x) \wedge S(x,y) \rightarrow \exists z W(x,z)), \forall x \neg W(b,x) \therefore \exists y R(y) \wedge \neg S(a,b).$$

Interpretació i valoració de les premisses:

#### Primera premissa

$$(R(1) \wedge S(1,1) \rightarrow W(1,1) \vee W(1,2)) \wedge (R(1) \wedge S(1,2) \rightarrow W(1,1) \vee W(1,2)) \wedge (R(2) \wedge S(2,1) \rightarrow W(2,1) \vee W(2,2)) \wedge (R(2) \wedge S(2,2) \rightarrow W(2,1) \vee W(2,2))$$

$$(C \wedge F \rightarrow F \vee C) \wedge (C \wedge C \rightarrow F \vee C) \wedge (F \wedge F \rightarrow F \vee F) \wedge (F \wedge F \rightarrow F \vee F) = C \wedge C \wedge C \wedge C = C$$

#### Segona premissa

$$\neg W(2,1) \wedge \neg W(2,2) = \neg F \wedge \neg F = C$$

#### Conclusió

$$(R(1) \vee R(2)) \wedge \neg S(1,2) = (C \vee F) \wedge \neg C = C \wedge F = F$$

Les premisses són verdaderes i la conclusió falsa per tant és un contraexemple.

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

### **Problema 5**

Considereu un sistema de 4 commutadors (A, B, C, D) que permeten accionar un cert mecanisme. Cada commutador admet dues posicions: 0 i 1. Doneu una expressió booleana que expressi la condició d'haver-hi un nombre parell de commutadors en la posició 1; es a dir que l'expressió valgui 1 si el nombre de commutadors en la posició 1 és parell, i que valgui 0 en cas contrari. (No es necessari fer cap taula ni tampoc justificar la manera com s'ha obtingut l'expressió. N'hi ha prou amb donar l'expressió sol·licitada.)

### **Solució:**

$$A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot (\sim C) \cdot (\sim D) + A \cdot (\sim B) \cdot C \cdot (\sim D) + A \cdot (\sim B) \cdot (\sim C) \cdot D + (\sim A) \cdot B \cdot C \cdot (\sim D) + (\sim A) \cdot B \cdot (\sim C) \cdot D + (\sim A) \cdot (\sim B) \cdot C \cdot D + (\sim A) \cdot (\sim B) \cdot (\sim C) \cdot (\sim D)$$

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00



## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	18/01/2012	09:00