

Activitat 1 (30%)

a) Utilitzant els següents àtoms, formalitzeu les frases que hi ha a continuació

B: La producció és baixa

A: La qualitat de la producció és molt alta

G: Hom té guanys molt significatius

- 1) Si la producció es baixa, cal que tingui una qualitat molt alta per a tenir guanys significatius

$$B \rightarrow (G \rightarrow A) \quad \text{--||--} \quad B \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg G)$$

- 2) Només si la producció és baixa la seva qualitat és molt alta

$$A \rightarrow B \quad \text{--||--} \quad \neg B \rightarrow \neg A$$

- 3) Si hom no té guanys significatius, o bé la producció és baixa o bé la seva qualitat no és molt alta

$$\neg G \rightarrow B \vee \neg A$$

b) Fent ús dels següents predicats:

P(x): x és policia

S(x): x és simpàtic

V(x): x és un veí

T(x): x és un traficant

C(x,y): x coneix y

R(x,y): x respecta y

a (ct): "el polsims"

- 1) Formalitzeu la frase: "els policies que coneixen tots els veïns són respectats per alguns traficants"

$$\forall x \{P(x) \wedge \forall y [V(y) \rightarrow C(x,y)] \rightarrow \exists y [T(y) \wedge R(y,x)]\}$$

- 2) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "No hi ha cap veí que no conegui tots els policies simpàtics" [Només una resposta és correcta]

- a. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \forall y [P(y) \wedge S(y) \wedge \neg C(x,y)]\}$
- b. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \neg \forall y [P(y) \wedge S(y) \rightarrow C(x,y)]\}$
- c. La seva formalització és $\neg \exists x \{V(x) \wedge \forall y [P(y) \wedge S(y) \rightarrow \neg C(x,y)]\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

- 3) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "Quan cada veí respecti algun policia, cap veí no coneixerà el polsims" [Només una resposta és correcta]

- a. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \wedge \exists y [P(y) \wedge R(x,y)] \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge C(x,a)\}$
- b. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [P(y) \wedge R(x,y)] \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge \neg C(x,a)\}$
- c. La seva formalització és $\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [P(y) \rightarrow R(x,y)] \rightarrow \neg \exists x \{V(x) \wedge C(x,a)\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

Activitat 2 (25% o 15%)

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu el 25% de la puntuació total de la prova. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu el 15% de la puntuació total de la prova. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu un 0% de la puntuació total de la prova.

$(B \rightarrow C) \vee A, A \rightarrow \neg D \therefore D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$

| | | | | |
|----|---|-------------------|--|----------------------|
| 1 | $A \vee (B \rightarrow C)$ | | | P |
| 2 | $A \rightarrow \neg D$ | | | P |
| 3 | | $D \wedge \neg C$ | | H |
| 4 | | D | | $E \wedge 3$ |
| 5 | | $\neg A$ | | MT 2, 4 |
| 6 | | $B \rightarrow C$ | | SD 1, 5 |
| 7 | | $\neg C$ | | $E \wedge 3$ |
| 8 | | $\neg B$ | | MT 6, 7 |
| 9 | | $\neg B \vee E$ | | $I \vee 8$ |
| 10 | $D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$ | | | $I \rightarrow 3, 9$ |

| | | | | |
|----|---|------------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1 | $A \vee (B \rightarrow C)$ | | | P |
| 2 | $A \rightarrow \neg D$ | | | P |
| 3 | | $D \wedge \neg C$ | | H |
| 4 | | D | | $E \wedge 3$ |
| 5 | | | A | H |
| 6 | | | $\neg D$ | $E \rightarrow 2, 5$ |
| 7 | | | D | It 4 |
| 8 | | $\neg A$ | | $I \neg 5, 6, 7$ |
| 9 | | $B \rightarrow C$ | | H |
| 10 | | $B \rightarrow C$ | | It 9 |
| 11 | | A | | H |
| 12 | | | $\neg(B \rightarrow C)$ | H |
| 13 | | | A | It 11 |
| 14 | | | $\neg A$ | It 8 |
| 15 | | $\neg \neg(B \rightarrow C)$ | | $I \neg 12, 13, 14$ |
| 16 | | $B \rightarrow C$ | | $E \neg 15$ |
| 17 | | | | |
| 18 | | $B \rightarrow C$ | | $E \vee 1, 10, 16$ |
| 19 | | | B | H |
| 20 | | | C | $E \rightarrow 18, 19$ |
| 21 | | | $\neg C$ | $E \wedge 3$ |
| 22 | | $\neg B$ | | $I \neg, 19, 20, 21$ |
| 23 | | $\neg B \vee E$ | | $I \vee 22$ |
| 24 | $D \wedge \neg C \rightarrow \neg B \vee E$ | | | $I \rightarrow 3, 23$ |

Activitat 3 (20%)

Hom té un raonament consistent en tres premisses (pr_i) i una conclusió (cc):

$pr_1, pr_2, pr_3 \therefore cc$

La taula de veritat completa de les premisses i de la conclusió és la següent:

| Interpretació | pr_1 | pr_2 | pr_3 | cc |
|---------------|--------|--------|--------|------|
| 1 | V | V | V | V |
| 2 | V | V | F | F |
| 3 | F | V | V | F |
| 4 | V | V | V | F |
| 5 | V | F | V | V |
| 6 | V | F | V | V |
| 7 | F | F | F | F |
| 8 | F | F | F | V |

Responen a les següents preguntes

- a) Quines interpretacions són contraexemples del raonament? [La número 4](#)
- b) És correcte o no aquest raonament? [No, no és correcte](#)
- c) Si s'hagués aplicat el mètode de resolució a aquest raonament, és (possible però no segur / segur / impossible) que hagués estat possible obtenir-ne la clàusula buida?
[impossible](#)
- d) Si s'hagués aplicat el mètode de resolució a les clàusules obtingudes de les premisses d'aquest raonament (i només de les premisses), és (possible però no segur / segur / impossible) que hagués estat possible obtenir-ne la clàusula buida? [impossible](#).

Activitat 4 (25%)

Trieu un dels dos problemes que teniu a continuació. Si els resoleu tots dos la qualificació serà la menor. **INDIQUEU CLARAMENT QUIN ÉS L'EXERCICI QUE TRIEU.**

A) El següent raonament és correcte.

$$\begin{aligned} & \exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\} \\ & \forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)] \\ & \neg \exists x \forall y \neg T(x,y) \\ & \therefore \exists x S(x) \end{aligned}$$

Demostreu-ne la correctesa utilitzant el mètode de resolució. [FNS 10%, resta 15%]

$$\text{FNS}(\exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\}) = \forall y [(\neg P(a) \vee \neg R(a)) \wedge (\neg P(a) \vee S(y))]$$

$$\text{FNS}(\forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)]) = \forall x \forall y [\neg T(x,y) \vee P(x)]$$

$$\text{FNS}(\neg \exists x \forall y \neg T(x,y)) = \forall x T(x, f(x))$$

$$\text{FNS}(\neg \exists x S(x)) = \forall x \neg S(x)$$

$$S = \{ \neg P(a) \vee \neg R(a), \neg P(a) \vee S(y), \neg T(x,y) \vee P(x), T(x, f(x)), \neg S(x) \}$$

| | | |
|-------------------|-------------------------|-----------------|
| $\neg S(x)$ | $\neg P(a) \vee S(y)$ | Subs. x per y |
| $\neg S(y)$ | | |
| | | |
| $\neg P(a)$ | $\neg T(x,y) \vee P(x)$ | Subs. x per a |
| | $\neg T(a,y) \vee P(a)$ | |
| | | |
| $\neg T(a,y)$ | $T(x, f(x))$ | Subs x per a |
| | $T(a, f(a))$ | Subs y per f(a) |
| $\neg T(a, f(a))$ | | |
| | | |
| \square | | |

B) El següent raonament és correcte.

$$\begin{aligned} & \exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\} \\ & \forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)] \\ & \neg \exists x \forall y \neg T(x,y) \\ & \therefore \exists x S(x) \end{aligned}$$

A continuació teniu una DN que demostra que el raonament anterior és correcte. Aquesta DN està incompleta i cal completar-la EN ELS ESPAIS OMBREJATS [-5% per cada espai en blanc o incorrecte]

| | | | |
|-----|--|--|------------------------|
| 1. | $\exists x \forall y \{P(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge S(y)\}$ | | P |
| 2. | $\forall x \forall y [T(x,y) \rightarrow P(x)]$ | | P |
| 3. | $\neg \exists x \forall y \neg T(x,y)$ | | P |
| 4. | | $\neg \exists x S(x)$ | H |
| 5. | | $\forall x \neg S(x)$ | ED 4 |
| 6. | | $\forall y \{P(a) \rightarrow \neg R(a) \wedge S(y)\}$ | E \exists 1 |
| 7. | | $\forall x \neg \forall y \neg T(x,y)$ | ED3 |
| 8. | | $\forall x \exists y \neg \neg T(x,y)$ | ED7 |
| 9. | | $\exists y \neg \neg T(a,y)$ | E \forall 8 |
| 10. | | $\neg \neg T(a,b)$ | E \exists 9 |
| 11. | | $T(a,b)$ | E \neg 10 |
| 12. | | $\forall y [T(a,y) \rightarrow P(a)]$ | E \forall 2 |
| 13. | | $T(a,b) \rightarrow P(a)$ | E \forall 12 |
| 14. | | $P(a)$ | E \rightarrow 13, 11 |
| 15. | | $P(a) \rightarrow \neg R(a) \wedge S(u)$ | E \forall 6 |
| 16. | | $\neg R(a) \wedge S(u)$ | E \rightarrow 15, 14 |
| 17. | | $S(u)$ | E \wedge 16 |
| 18. | | $\neg S(u)$ | E \forall 5 |
| 19. | $\neg \neg \exists x S(x)$ | | I \neg 4, 17, 18 |
| 20. | $\exists x S(x)$ | | E \neg 19 |