grapa

www.uoc.edu

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

⊂75.570ℜ11ℜ06ℜ11ℜEΞε∈

75.570 11 06 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

A: ”Luchar mucho”
B: ”Poder conseguir un buen puesto de trabajo”
C: ”Empezar desde abajo”
D: ”Tener contactos”
E: ”Tener paciencia”

1) Es necesario luchar mucho para poder conseguir un buen puesto de trabajo, cuando se empieza desde abajo.
   $C \rightarrow (B \rightarrow A)$

2) Cuando se tienen contactos, se puede conseguir un buen puesto de trabajo si se empieza desde abajo.
   $D \rightarrow (C \rightarrow B)$

3) Si para conseguir un buen puesto de trabajo es necesario tener contactos, es que o luchas mucho o tienes paciencia.
   $(B \rightarrow D) \rightarrow (A \vee E)$

b) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de predicados. Usad los predicados propuestos.

Dominio: un conjunto no vacío

A(x): x es un aficionado al fútbol
J(x): x es un jugador de fútbol
C(x): x cobra un sueldo alto
R(x): x es radical
V(x,y): x quiere ser como y

1) No todos los aficionados al fútbol son radicales, pero algunos sí.
   $\neg\forall x(A(x) \rightarrow R(x)) \wedge \exists x(A(x) \wedge R(x))$

2) Hay jugadores de fútbol que ningún aficionado quiere ser como ellos.
   $\exists x\{J(x) \wedge \forall y[A(y) \rightarrow \neg V(y,x)]\}$

3) Si un jugador de fútbol cobra un sueldo alto entonces hay aficionados al fútbol que querrían ser como él.
   $\forall x[J(x) \wedge C(x) \rightarrow \exists y(A(y) \wedge V(y,x))]$

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (o, lo que es lo mismo, no utilicéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos.)

$S \vee Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$
$\neg R \rightarrow S$
$S \vee R \rightarrow \neg (Q \wedge S)$
$\therefore \neg(P \wedge Q)$

Solución

1	$S \vee Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$		P
2	$\neg R \rightarrow S$		P
3	$S \vee R \rightarrow \neg (Q \wedge S)$		P
4		$P \wedge Q$	H
5		P	E$\wedge$ 4
6		Q	E$\wedge$ 4
7		$S \vee Q$	I$\vee$ 6
8		$P \rightarrow \neg R$	E$\rightarrow$ 1,7
9		$\neg R$	E$\rightarrow$ 5,8
10		S	E$\rightarrow$ 2,9
11		$S \vee R$	I$\vee$ 10
12		$\neg (Q \wedge S)$	E$\rightarrow$ 3,11
13		$Q \wedge S$	I$\wedge$ 6,10
14	$\neg(P \wedge Q)$		I$\neg$ 4,12,13

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

Problema 3

Indicad, aplicando resolución, si el razonamiento siguiente es válido o no. Indicad también si las premisas son consistentes

$P\wedge Q \rightarrow \neg(R \rightarrow \neg S)$
$\neg (R \rightarrow Q\wedge S)$
$\therefore (S \rightarrow \neg R) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

Solución

FNC($P\wedge Q\rightarrow\neg(R\rightarrow\neg S)$)= $(\neg P\vee\neg Q\vee S) \wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$
FNC($\neg (R\rightarrow Q\wedge S)$)=$R\wedge(\neg Q\vee\neg S)$
FNC($\neg((S\rightarrow\neg R)\rightarrow(P\rightarrow\neg Q)$))= $(\neg S\vee\neg R) \wedge P\wedge Q$
Conjunto de cláusulas ={ $\neg P\vee\neg Q\vee S$, $\neg P\vee\neg Q\vee R$, R, $\neg Q\vee\neg S$, **¬S∨¬R, P, Q** }
R subsume $\neg P\vee\neg Q\vee R$
Conjunto de cláusulas ={ $\neg P\vee\neg Q\vee S$, R, $\neg Q\vee\neg S$, **¬S∨¬R, P, Q** }

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
$\neg S\vee\neg R$	R
$\neg S$	$\neg P\vee\neg Q\vee S$
$\neg P\vee\neg Q$	Q
$\neg P$	P
□	

Consistencia de premisas
Conjunto de cláusulas ={ $\neg P\vee\neg Q\vee S$, $\neg P\vee\neg Q\vee R$, R, $\neg Q\vee\neg S$ }
R subsume $\neg P\vee\neg Q\vee R$
Conjunto de cláusulas ={ $\neg P\vee\neg Q\vee S$, R, $\neg Q\vee\neg S$ }
Podemos eliminar $\neg P\vee\neg Q\vee S$, $\neg Q\vee\neg S$ por la regla del literal puro $\neg Q$
Conjunto de cláusulas ={ R }
Podemos eliminar R per la regla del literal puro
Conjunto de cláusulas ={ }
Razonamiento válido y premisas consistentes

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

Problema 4

Validad o refutad el siguiente razonamiento, usando para ello el método de resolución. No es necesario verificar la consistencia de las premisas.

$\exists x \forall y[\ Q(x,y) \vee (T(x) \wedge R(y))\ ]$
$\forall x \neg \forall y\ [\ \neg Q(x,y) \rightarrow T(x)\ ]$
$\forall x \forall y\ [\ \neg T(x) \rightarrow P(x,y)\ ]$
$\therefore\ \exists x[\ \exists y P(x,y)\ \wedge\ T(x)\ ]$

Solución

$FNS(\exists x \forall y[\ Q(x,y) \vee (T(x) \wedge R(y))\ ])$
$\forall y[\ Q(a,y) \vee (T(a) \wedge R(y))\ ]$
$\forall y[\ (Q(a,y) \vee T(a)) \wedge (Q(a,y) \vee R(y))\ ]$
Cláusulas: $Q(a,y) \vee T(a)$, $Q(a,y) \vee R(y)$

$FNS(\forall x \neg \forall y\ [\ \neg Q(x,y) \rightarrow T(x)\ ])$
$\forall x \neg \forall y\ [\ \neg\neg Q(x,y) \vee T(x)\ ]$
$\forall x \neg \forall y\ [\ Q(x,y) \vee T(x)\ ]$
$\forall x \exists y\ \neg[\ Q(x,y) \vee T(x)\ ]$
$\forall x \exists y\ [\ \neg Q(x,y) \wedge \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \neg Q(x,f(x)) \wedge \neg T(x)\ ]$
Cláusulas: $\neg Q(x,f(x))$, $\neg T(x)$

$FNS(\forall x \forall y\ [\ \neg T(x) \rightarrow P(x,y)\ ])$
$\forall x \forall y\ [\ \neg\neg T(x) \vee P(x,y)\ ]$
$\forall x \forall y\ [\ T(x) \vee P(x,y)\ ]$
Cláusulas: $T(x) \vee P(x,y)$

$FNS(\neg \exists x[\ \exists y\ P(x,y) \wedge T(x)\ ])$
$\forall x \neg\ [\ \exists y\ P(x,y) \wedge T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \neg \exists y\ \neg P(x,y) \vee \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ [\ \forall y\ \neg P(x,y) \vee \neg T(x)\ ]$
$\forall x\ \forall y\ [\ \neg P(x,y) \vee \neg T(x)\ ]$
Cláusulas: $\neg P(x,y) \vee \neg T(x)$

Conjunto de cláusulas: { $Q(a,y) \vee T(a)$, $Q(a,y) \vee R(y)$, $\neg Q(x,f(x))$, $\neg T(x)$, $T(x) \vee P(x,y)$, **$\neg P(x,y) \vee \neg T(x)$** }

Árbol de resolución

Cláusulas troncales		**Cláusulas laterales**	
$\neg P(x,y) \vee \neg T(x)$ $\neg P(a,y) \vee \neg T(a)$	Sustituir x por a	$Q(a,y) \vee T(a)$	
$\neg P(a,y) \vee Q(a,y)$ $\neg P(a,f(a)) \vee Q(a,f(a))$	Sustituir y por f(a)	$\neg Q(x,f(x))$ $\neg Q(a,f(a))$	Sustituir x por a
$\neg P(a,f(a))$		$T(x) \vee P(x,y)$ $T(a) \vee P(a, f(a))$	Sustituir x por a Sustituir y por f(a)
$T(a)$		$\neg T(x)$ $\neg T(a)$	Sustituir x por a
$\square$			

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	11/06/2011	15:30

Problema 5

Se pretende diseñar, usando solo puertas NOR, el circuito lógico correspondiente a la siguiente expresión:
A XOR B
Nota: XOR es el operador OR exclusivo.

a) Reescribid la fórmula de manera justificada usando únicamente el operador↓.
b) Comprobad la equivalencia de las dos fórmulas utilizando tablas de verdad.

Solución

a) Expresamos la fórmula inicial con las operaciones +,· y ~. Aplicamos una doble negación delante de la expresión resultante, que es una conjunción, para convertirla en la negación de una disyunción (un NOR) mediante la ley de De Morgan. Por último las negaciones más internas se pueden convertir también en expresiones con NOR usando la equivalencia ~A = A NOR A.

A XOR B = (A + B)·~(A·B) = ~~[(A + B)·~(A·B)] = ~[~(A + B)+~~(A·B)] = ~[~(A + B)+~(~A+~B)] = ~[~(A + B)+~(~(A+A)+~(B+B))] = (A↓B) ↓ ((A ↓ A) ↓ (B ↓ B))

b)

A	B	X=A↓B	Y=A↓A	Z=B↓B	Y↓Z	(X) ↓ ((Y) ↓ (Z))	A XOR B
0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0