

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

□□□□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□

05.570 23 06 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?
No es pot consultar cap material
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Enunciats

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

F: "Tenir una fortuna"
 N: "Tenir una nòmina"
 H: "Fer una hipoteca"
 A: "Tenir avals"
 B: "Al barri parlen de tu"

- 1) Quan tens una fortuna, no és necessari tenir una nòmina ni tenir avals per a poder fer una hipoteca.

$$F \rightarrow \neg(H \rightarrow N \wedge A)$$
- 2) Si no tens una fortuna ni tens una nòmina, pots fer una hipoteca si tens avals.

$$\neg F \wedge \neg N \rightarrow (A \rightarrow H)$$
- 3) Per a que al barri no parlin de tu és necessari no tenir una fortuna.

$$\neg B \rightarrow \neg F$$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Predicats

A(x): és una noia
 O(x): és un noi
 C(x): x fa un acudit
 R(x): x riu sorollosament
 P(x): x fa piruetes amb el monopati
 M(x,y): x mira a y
 G(x,y): a x li agrada y

Domini: conjunt no buit de nois i noies

- 1) Les noies riuen sorollosament quan algun noi que els agrada fa un acudit

$$\forall x[A(x) \rightarrow (\exists y[O(y) \wedge G(x,y) \wedge C(y)] \rightarrow R(x))]$$
- 2) Hi ha nois que només fan piruetes amb el monopati quan una noia que els agrada els mira

$$\exists x[O(x) \wedge (P(x) \rightarrow \exists y[A(y) \wedge G(x,y) \wedge M(y,x)])]$$
- 3) Quan un noi fa un acudit i ningú riu sorollosament aleshores ell no li agrada a ningú

$$\forall x[O(x) \rightarrow (C(x) \wedge \neg \exists y R(y) \rightarrow \neg \exists z G(z,x))]$$

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Problema 2

Demostreu la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (no podeu utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius):

$$P \rightarrow Q, S \vee R, S \rightarrow P, T \rightarrow \neg R \therefore (P \wedge Q) \vee \neg T$$

1.	$P \rightarrow Q$			P
2.	$S \vee R$			P
3.	$S \rightarrow P$			P
4.	$T \rightarrow \neg R$			P
5.		S		H
6.		P		$E \rightarrow 3, 5$
7.		Q		$E \rightarrow 1, 6$
8.		$P \wedge Q$		$I \wedge 6, 7$
9.		$(P \wedge Q) \vee \neg T$		$I \vee 8$
10.		R		H
11.			T	H
12.			$\neg R$	$E \rightarrow 4, 11$
13.			R	$It 10$
14.		$\neg T$		$I \neg 11, 12, 13$
15.		$(P \wedge Q) \vee \neg T$		$I \vee 14$
16.	$(P \wedge Q) \vee \neg T$			$E \vee 2, 9, 15$

Problema 3

Analitzeu la validesa o la invalidesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució. Simplifiqueu, si es pot, el conjunt de clàusules resultant. Són consistents les premisses?

$$A \vee \neg B \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg C), A \wedge \neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg D), \neg(A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow F) \therefore C \rightarrow F$$

Normalització de les premisses i de la negació de la conclusió:

$$FNC(A \vee \neg B \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg C)) = \neg(A \vee \neg B) \vee (D \vee \neg C) = (\neg A \wedge B) \vee (D \vee \neg C) = (\neg A \vee D \vee \neg C) \wedge (B \vee D \vee \neg C) \quad (2 \text{ clàusules})$$

$$FNC(A \wedge \neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg D)) = \neg(A \wedge \neg E) \vee (F \vee \neg D) = (\neg A \vee E) \vee (F \vee \neg D) = \neg A \vee E \vee F \vee \neg D \quad (1 \text{ clàusula})$$

$$FNC(\neg(A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow F)) = \neg(\neg A \vee E) \wedge (\neg D \vee F) = A \wedge \neg E \wedge (\neg D \vee F) \quad (3 \text{ clàusules})$$

$$FNC(\neg(C \rightarrow F)) = \neg(\neg C \vee F) = C \wedge \neg F \quad (2 \text{ clàusules})$$

Aleshores, el conjunt de clàusules de què disposem és:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, B \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F, C, \neg F\}$$

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

(en **negreta**, el conjunt de suport)

Aplicant la regla del literal pur, podem eliminar la segona clàusula, ja que cap clàusula conté el literal $\neg B$:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F, \mathbf{C}, \mathbf{\neg F}\}$$

Fent resolució a partir de la primera clàusula del conjunt de suport:

Clàusules troncales	Clàusules laterals
C	$\neg A \vee D \vee \neg C$
$\neg A \vee D$	$\neg D \vee F$
$\neg A \vee F$	$\neg F$
$\neg A$	A
<input type="checkbox"/>	

L'obtenció de la clàusula buida ens permet donar com a vàlid aquest raonament.

Per a comprovar la consistència de les premisses, partim del següent conjunt de clàusules:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, B \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

Per la regla del literal pur, podem eliminar la segona clàusula, ja que cap altra clàusula conté el literal $\neg B$:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

D'altra banda, la darrera clàusula de l'anterior conjunt subsumeix la segona amb la qual cosa obtenim el conjunt següent:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

També podem eliminar $\neg E$ ja que altra clàusula d'aquest conjunt conté E (literal pur):

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, A, \neg D \vee F\}$$

Fent resolució:

Clàusules troncales	Clàusules laterals
$\neg A \vee D \vee \neg C$	A
$D \vee \neg C$	$\neg D \vee F$
$\neg C \vee F$	

No podem continuar; ens replantegem la darrera decisió:

Clàusules troncales	Clàusules laterals
$\neg A \vee D \vee \neg C$	$\neg D \vee F$
$\neg A \vee \neg C \vee F$	A
$\neg C \vee F$	

No podem continuar i hem esgotat totes les possibilitats. Per tant, les premisses són consistents.

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Problema 4

Valida el següent raonament per Deducció Natural

$\forall x [P(x) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(x,z))] \therefore \exists y (R(y) \wedge M(y)) \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$

Solució:

1	$\forall x [P(x) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(x,z))]$			Prem
2		$\exists y (R(y) \wedge M(y))$		Hip
3		$R(a) \wedge M(a)$		$E\exists$ 2
4			$P(u)$	Hip
5			$P(u) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(u,z))$	$E\forall$ 1
6			$\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(u,z)$	$E\rightarrow$ 4,5
7			$M(a)$	$E\wedge$ 3
8			$\exists y M(y)$	$I\exists$ 7
9			$\exists z S(u,z)$	$E\rightarrow$ 6,8
10		$P(u) \rightarrow \exists z S(u,z)$		$I\rightarrow$ 4,9
11		$\forall x [P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$		$I\forall$ 10
12	$\exists y (R(y) \wedge M(y)) \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$			$I\rightarrow$ 2,11

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/06/2012	18:30