

Intel·ligència Artificial

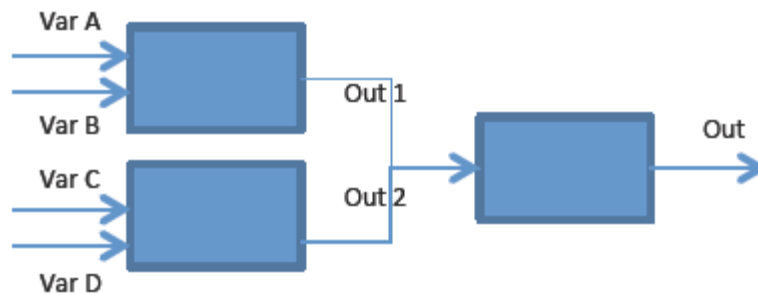
Aula 2

Consultora: Jasmina Casals Terré

Alumne: Manuel Antonio Álvarez Araujo

PAC4: Raonament aproximat

Considereu un sistema expert jeràrquic difús compost de 3 blocs de regles amb 4 variables d'entrada (A, B, C, D), 2 intermèdies (Out1 i Out2) i 1 de sortida (Out).



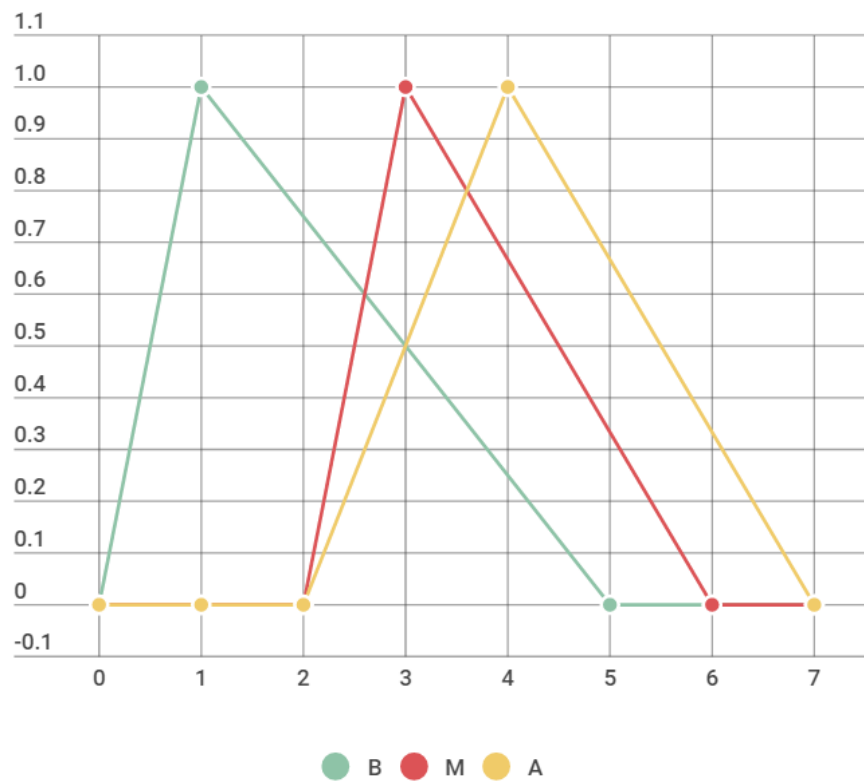
Usant Mamdani (amb t-norma **min** i t-conorma **max**), quina és la sortida del sistema OUT quan les entrades són **(5, 3, 0.3, 0.8)**?

Resposta

L'enunciat de la PAC ja ens proporciona les variables, els rangs i els termes lingüístics per cada una d'elles. També ens proporciona les regles del sistema difús Out1, Out2 i Out.

Amb aquesta informació fem els gràfics de les variables del sistema i les diferents funcions de pertinença:

Var A

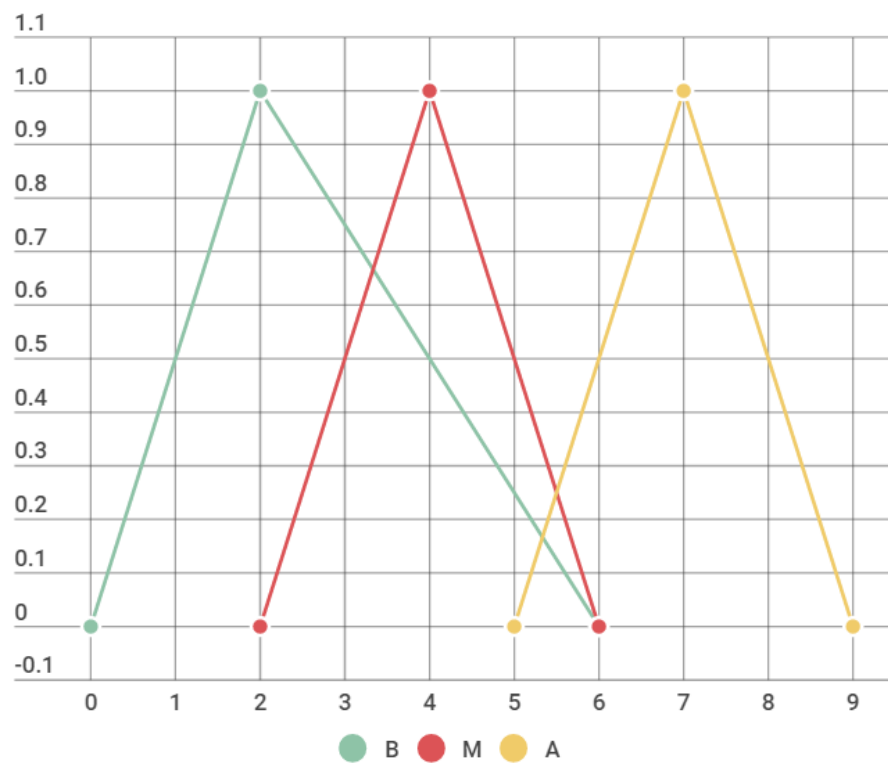


$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - ((x-1)/(5-1)) & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2)/(3-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ 1 - ((x-3)/(6-3)) & \text{si } 3 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2)/(4-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 1 - ((x-4)/(7-4)) & \text{si } 4 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{si } x > 7 \end{cases}$$

Var B

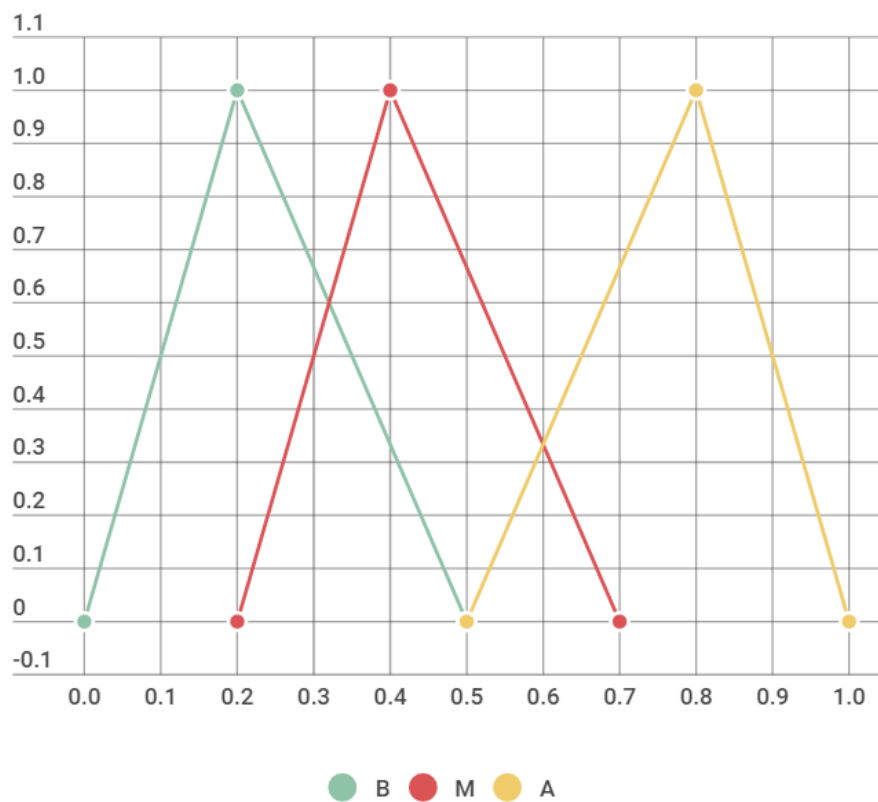


$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 - ((x - 2)/(6 - 2)) & \text{si } 2 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x - 2)/(4 - 2) & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 1 - ((x - 4)/(6 - 4)) & \text{si } 4 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ (x - 5)/(7 - 5) & \text{si } 5 \leq x \leq 7 \\ 1 - ((x - 7)/(9 - 7)) & \text{si } 7 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{si } x > 9 \end{cases}$$

Var C

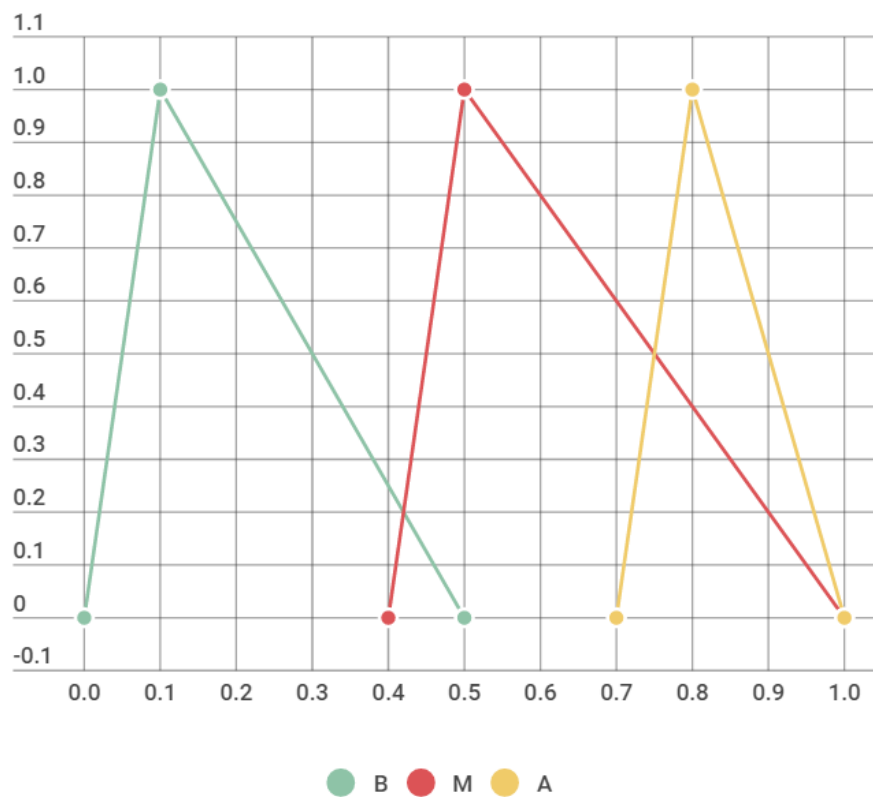


$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/0.2 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.2 \\ 1 - ((x - 0.2)/(0.5 - 0.2)) & \text{si } 0.2 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{si } x > 0.5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.2 \\ (x - 0.2)/(0.4 - 0.2) & \text{si } 0.2 \leq x \leq 0.4 \\ 1 - ((x - 0.4)/(0.7 - 0.4)) & \text{si } 0.4 \leq x \leq 0.7 \\ 0 & \text{si } x > 0.7 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.5 \\ (x - 0.5)/(0.8 - 0.5) & \text{si } 0.5 \leq x \leq 0.8 \\ 1 - ((x - 0.8)/(1 - 0.8)) & \text{si } 0.8 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Var D

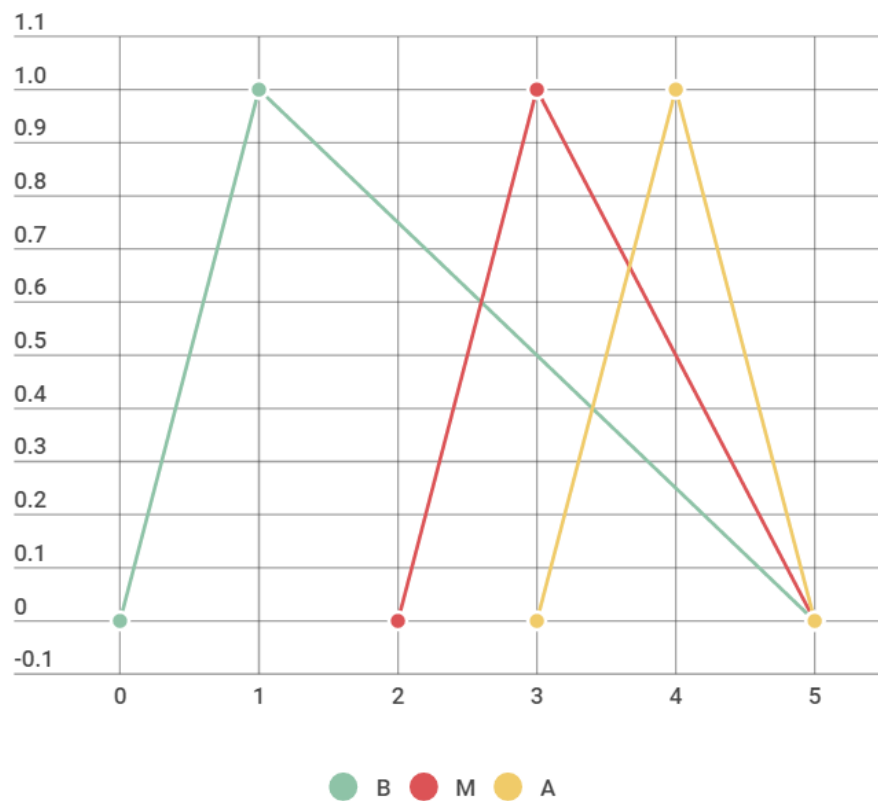


$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/0.1 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.1 \\ 1 - ((x - 0.1)/(0.5 - 0.1)) & \text{si } 0.1 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{si } x > 0.5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.4 \\ (x - 0.4)/(0.5 - 0.4) & \text{si } 0.4 \leq x \leq 0.5 \\ 1 - ((x - 0.5)/(1 - 0.5)) & \text{si } 0.5 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.7 \\ (x - 0.7)/(0.8 - 0.7) & \text{si } 0.7 \leq x \leq 0.8 \\ 1 - ((x - 0.8)/(1 - 0.8)) & \text{si } 0.8 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Out1

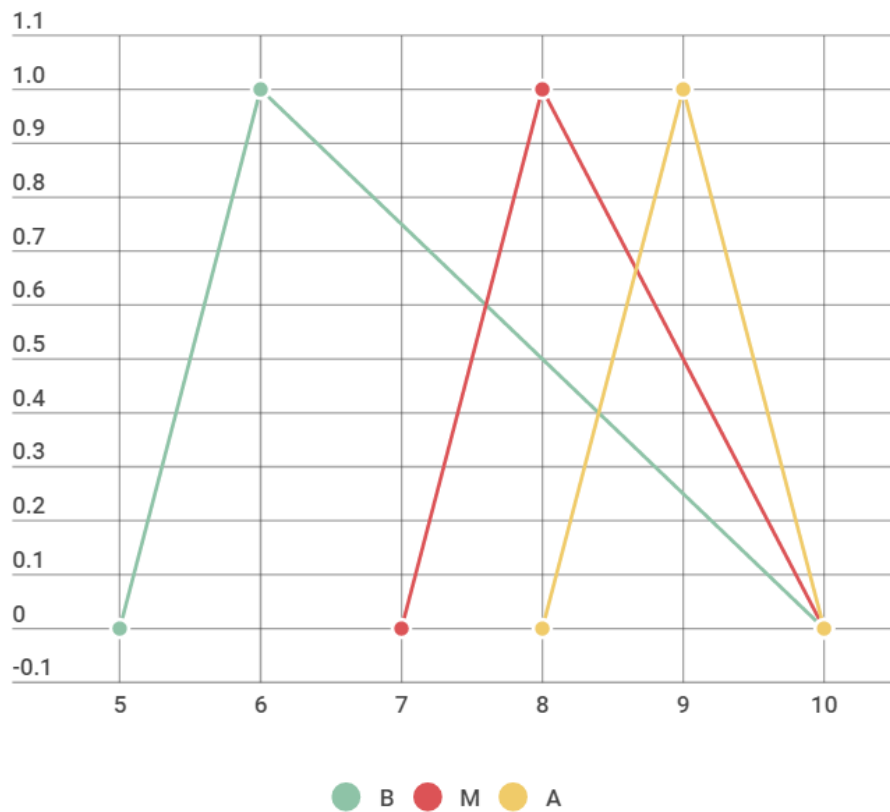


$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - ((x-1)/(5-1)) & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ (x-2)/(3-2) & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ 1 - ((x-3)/(5-3)) & \text{si } 3 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 3 \\ (x-3)/(4-3) & \text{si } 3 \leq x \leq 4 \\ 1 - ((x-4)/(5-4)) & \text{si } 4 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

Out2

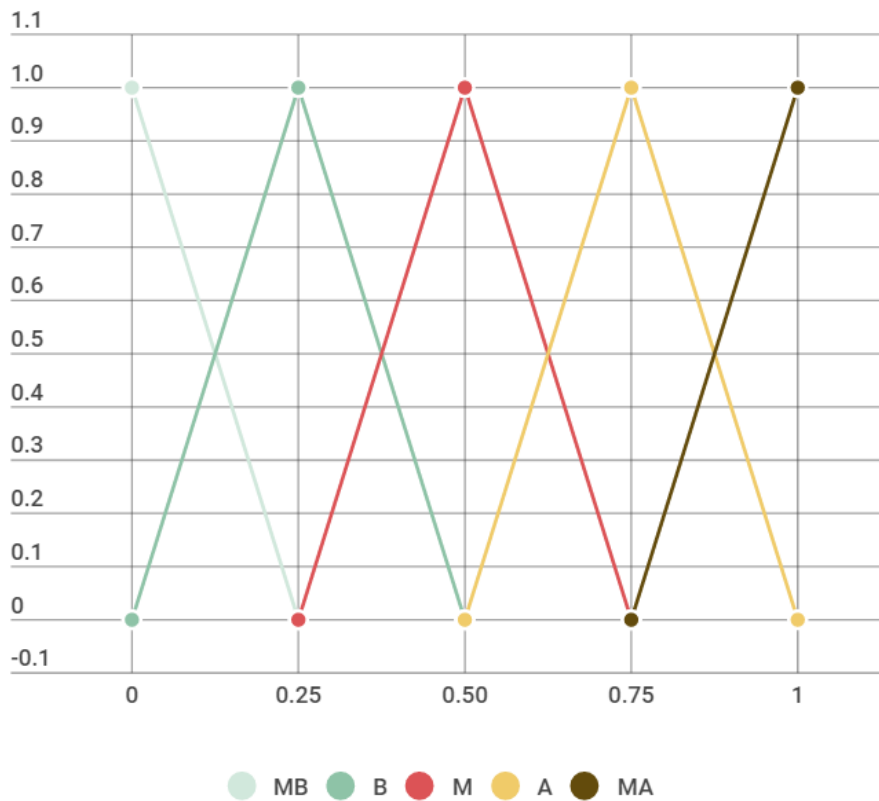


$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ (x-5)/(6-5) & \text{si } 5 \leq x \leq 6 \\ 1 - ((x-6)/(10-6)) & \text{si } 6 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 7 \\ (x-7)/(8-7) & \text{si } 7 \leq x \leq 8 \\ 1 - ((x-8)/(10-8)) & \text{si } 8 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 8 \\ (x-8)/(9-8) & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \\ 1 - ((x-9)/(10-9)) & \text{si } 9 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

Out



$$\mu_{MB}(x) = \begin{cases} 1 - (x/0.25) & \text{si } 0 \leq x \leq 0.25 \\ 0 & \text{si } x > 0.25 \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} x/0.25 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.25 \\ 1 - ((x - 0.25)/(0.5 - 0.25)) & \text{si } 0.25 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{si } x > 0.5 \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.25 \\ (x - 0.25)/(0.5 - 0.25) & \text{si } 0.25 \leq x \leq 0.5 \\ 1 - ((x - 0.5)/(0.75 - 0.5)) & \text{si } 0.5 \leq x \leq 0.75 \\ 0 & \text{si } x > 0.75 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.5 \\ (x - 0.5)/(0.75 - 0.5) & \text{si } 0.5 \leq x \leq 0.75 \\ 1 - ((x - 0.75)/(1 - 0.75)) & \text{si } 0.75 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\mu_{MA}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.75 \\ (x - 0.75)/(1 - 0.75) & \text{si } 0.75 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Un cop tenim les funcions i els gràfics, intentem determinar la sortida de Out1 i Out2 amb els valors inicials: **(5, 3, 0.3, 0.8)** corresponents a les Variables A, B, C i D.

La sortida de Out1 s'activa amb les Var A i Var B:

- Si Var A = 5, activa el terme M (mig) en 0.333, i el terme A (alt) en 0.666
- Si Var B = 3, activa el terme B (baix) en 0.75, i el terme M (mig) en 0.5

Si mirem les regles del sistema **Out1** a la següent taula:

VarA(5) / VarB(3)	B (0.75)	M (0.5)	A
B	B	B	M
M (0.333)	B (0.333)	M (0.333)	A
A (0.666)	M (0.666)	A (0.5)	A

S'activen només les regles que tenen actius els dos antecedents al mateix temps (les marquem amb fons verd). Els conseqüents obtinguts s'obtenen d'aplicar la t-norma **min**. Un cop tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma **max** per obtenir els termes que s'activen i el nivell resultant, en aquest cas tenim el terme B amb un nivell 0.333, el terme M amb un nivell 0.666 i el terme A amb un nivell 0.5.

Podem escriure les regles de la següent manera també i fer la disposició amb un altre taula:

- R1. Si VarA = M i VarB = B **aleshores** estat = B
- R2. Si VarA = A i VarB = B **aleshores** estat = M
- R3. Si VarA = M i VarB = M **aleshores** estat = M
- R4. Si VarA = A i VarB = M **aleshores** estat = A

Regla	Var A	Var B	Satisfacció antecedent	Conseqüent obtingut
R1	0.333	0.75	0.333	B
R2	0.666	0.75	0.666	M
R3	0.333	0.5	0.333	M
R4	0.666	0.5	0.5	A

Ho fem d'aquesta manera o d'una altre, el procediment és el mateix: obtenir el valor exacta dins de cada funció de pertinença, revisar les regles, aplicar la t-norma **min** i t-conorma **max** per obtenir els conseqüents i el seu nivell.

Ara fem el mateix amb Out2, que s'activa amb les Var C i Var D:

- Si Var C = 0.3, activa el terme B en 0.666, i el terme M en 0.5
- Si Var D = 0.8, activa el terme M en 0.4, i el terme A en 1

Si mirem les regles del sistema **Out2** a la següent taula:

VarC(0.3) / VarD(0.8)	B	M (0.4)	A (1)
B (0.666)	B	B (0.4)	M (0.666)
M (0.5)	B	M (0.4)	A (0.5)
A	M	A	A

S'activen només les regles que tenen actius els dos antecedents al mateix temps (les marquem amb fons verd). Els conseqüents obtinguts s'obtenen d'aplicar la t-norma **min**. Un cop tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma **max** per obtenir els termes que s'activen i el nivell resultant, en aquest cas tenim el terme B amb un nivell 0.4, el terme M amb un nivell 0.666 i el terme A amb un nivell 0.5.

Un cop tenim els termes i nivells de Out1 i Out2 ja podem determinar la sortida de Out:

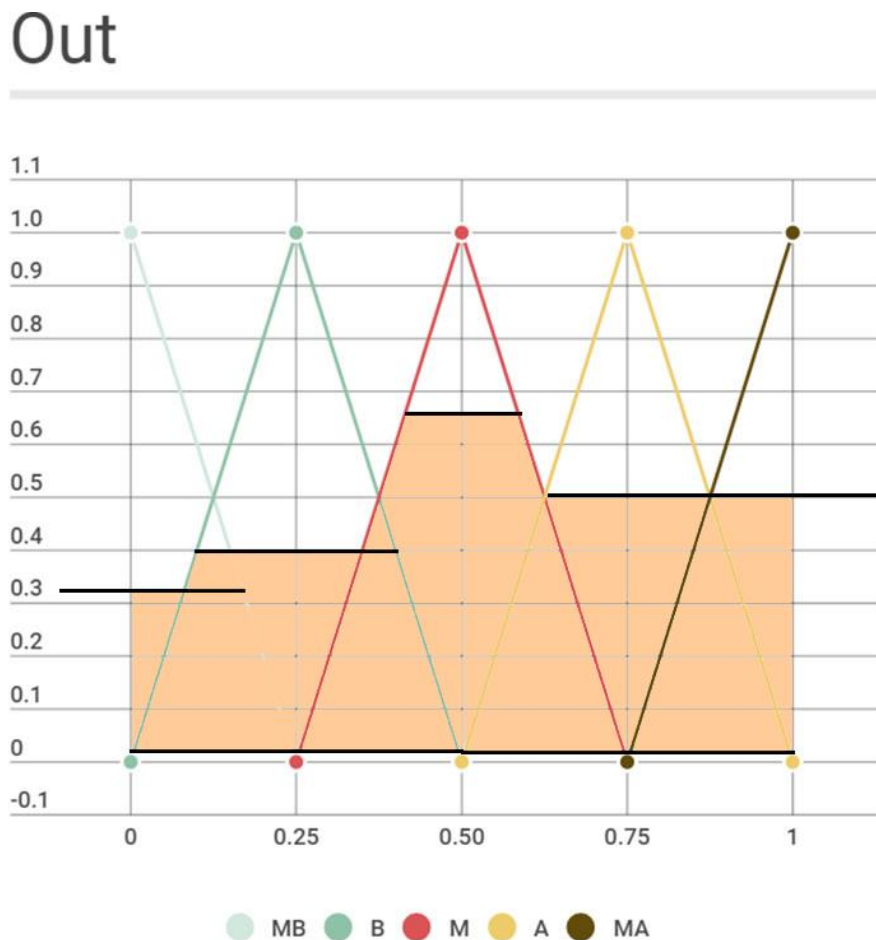
- Out1 (B1) té el terme B amb un nivell 0.333, el terme M amb un nivell 0.666 i el terme A amb un nivell 0.5
- Out2 (B2) té el terme B amb un nivell 0.4, el terme M amb un nivell 0.666 i el terme A amb un nivell 0.5.

Si mirem les regles del sistema **Out** a la següent taula:

Out B1 / Out B2	B (0.4)	M (0.666)	A (0.5)
B (0.333)	MB (0.333)	B (0.333)	M (0.333)
M (0.666)	B (0.4)	M (0.666)	A (0.5)
A (0.5)	M (0.4)	A (0.5)	MA (0.5)

En aquest cas s'activen totes les regles ja que tots els antecedents estan activats. Els conseqüents obtinguts s'obtenen d'aplicar la t-norma **min**. Un cop tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma **max** per obtenir els termes que s'activen i el nivell resultant, en aquest cas tenim **el terme MB amb un nivell 0.333, el terme B amb un nivell 0.4, el terme M amb un nivell 0.666, el terme A amb un nivell 0.5 i el terme MA amb un nivell 0.5** també.

Amb aquests valors podem representar gràficament l'activació de la variable Out del sistema, si ens fixem en el gràfic inicial de Out, ens quedaria així amb aquests resultats:



La funció de pertinença d'aquesta representació és:

$$\mu_{Out}(x) = \begin{cases} 0.333 & \text{si } x \leq 0.08325 \\ x/0.25 & \text{si } 0.08325 \leq x \leq 0.1 \\ 0.4 & \text{si } 0.1 \leq x \leq 0.35 \\ (x - 0.25)/(0.5 - 0.25) & \text{si } 0.35 \leq x \leq 0.4165 \\ 0.666 & \text{si } 0.4165 \leq x \leq 0.5835 \\ 1 - ((x - 0.5)/(0.75 - 0.5)) & \text{si } 0.5835 \leq x \leq 0.625 \\ 0.5 & \text{si } x > 0.625 \end{cases}$$

