

PAC2 semestre 101

Fecha inicio: 03/11/2010

Fecha fin: 14/11/2010

Fecha notas: 22/11/2010

Fecha solucio: 16/11/2010

- Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Pregunta resposta lliure (25%)

Pregunta

Formalitzeu el següent raonament:

"La princesa està tancada a una torre o està encantada en forma de signe, però no les dues coses alhora. Si la princesa està tancada a una torre i el príncep salva a la princesa, el príncep porta una escala o és un expert escalador. És necessari que la princesa estigui tancada a una torre o estigui encantada en forma de cigne per a que el príncep la salvi. El príncep no porta una escala però salva a la princesa. Per tant, si el príncep salva a la princesa, no porta una escala si i només si és un expert escalador o la princesa no està tancada a una torre"

Resposta

T: la princesa esta tancada a una torre

E: El príncep porta una escala

X: El príncep és un expert escalador

C: La princesa està encantada en forma de cigne

S: El príncep salva a la princesa

La princesa està tancada a una torre o està encantada en forma de signe, però no les dues coses alhora.

$(T \vee C) \wedge \neg(T \wedge C)$

Si la princesa està tancada a una torre i el príncep salva a la princesa, el príncep porta una escala o és un expert escalador

$T \wedge S \rightarrow E \vee X$

És necessari que la princesa estigui tancada a una torre o estigui encantada en forma de cigne per a que el príncep la salvi

$S \rightarrow T \vee C$

El príncep no porta una escala però salva a la princesa

$\neg E \wedge S$

Per tant, si el príncep salva a la princesa, no porta una escala si i només si és un expert escalador o la princesa no està tancada a una torre

$\therefore S \rightarrow (\neg E \rightarrow X \vee \neg T) \wedge (X \vee \neg T \rightarrow \neg E)$

Així, el raonament complet és:

$(T \vee C) \wedge \neg(T \wedge C)$

$T \wedge S \rightarrow E \vee X$

$S \rightarrow T \vee C$

$\neg E \wedge S$

$\therefore S \rightarrow (\neg E \rightarrow X \vee \neg T) \wedge (X \vee \neg T \rightarrow \neg E)$

Lògica de Enunciats - Taules de veritat: Problema 2 (25%)

És vàlid el raonament següent? Esbrineu-ho utilitzant taules de veritat. Si descobriu que el raonament és vàlid digueu si és degut a la inconsistència de les premisses. I si descobriu que no ho és, indiqueu clarament quins són els contraexemples que heu trobat.

Raonament

- 1 $P \wedge \neg Q \rightarrow R$ Premissa
- 2 $Q \wedge \neg R$ Premissa
- 3 $R \vee P$ Conclusió

Taula de veritat

P	Q	R	$\neg Q$	$\neg R$	$P \wedge \neg Q$	$P \wedge \neg Q \rightarrow R$	$Q \wedge \neg R$	$R \vee P$	Contraexemple?
V	V	V	F	F	F	V	F	V	No
V	V	F	F	V	F	V	V	V	No
V	F	V	V	F	V	V	F	V	No
V	F	F	V	V	V	F	F	V	No
F	V	V	F	F	F	V	F	V	No
F	V	F	F	V	F	V	V	F	Si
F	F	V	V	F	F	V	F	V	No
F	F	F	V	V	F	V	F	F	No

Podem concloure que el raonament és: **Invàlid**

Estat de l'exercici

Exercici correcte

Pregunta resposta lliure (15%)

Pregunta

Problema 4. Àlgebra de Boole.

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NOR per a l'expressió: $(A+B) \cdot C$

a) Reescriu la fórmula usant únicament l'operador NOR.

Indicació: pots escriure l'expressió com un producte de sumes, aplicar-li una doble negació i interioritzar-ne una mitjançant la llei de De Morgan.

b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la taula de veritat.

Resposta

$$a) (A+B) \cdot C = (A+B) \cdot (C+C) = \sim \sim ((A+B) \cdot (C+C)) = \sim(\sim(A+B) + \sim(C+C)) = (A \downarrow B) \downarrow (C \downarrow C)$$

b)

A	B	C	$(A+B)$	$(A+B) \cdot C$	$(A \downarrow B)$	$(C \downarrow C)$	$(A \downarrow B) \downarrow (C \downarrow C)$
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1

0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

Lògica de Enunciats - Resolució: Problema 3 (35%)

Valideu per resolució el raonament següent:

Raonament

- 1 $P \vee (Q \wedge R)$ Premissa
- 2 $P \vee R \rightarrow S$ Premissa
- 3 $R \rightarrow P$ Premissa
- 4 $\neg P \rightarrow R \vee Q$ Premissa
- 5 $\neg P \vee \neg S$ Premissa
- 6 $\neg R \wedge (Q \vee \neg S)$ Conclusió

FNC

Premissa 1: $P \vee (Q \wedge R)$

1. $P \vee (Q \wedge R)$
2. $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ Distributiva: $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ **Correcte**
3. **Correcte**

Correcte

Premissa 2: $P \vee R \rightarrow S$

1. $P \vee R \rightarrow S$
2. $\neg (P \vee R) \vee S$ Elimina implicació: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ **Correcte**
3. $(\neg P \wedge \neg R) \vee S$ Llei de Morgan: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ **Correcte**
4. $(\neg P \vee S) \wedge (\neg R \vee S)$ Distributiva: $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ **Correcte**
5. **Correcte**

Correcte

Premissa 3: $R \rightarrow P$

1. $R \rightarrow P$
2. $\neg R \vee P$ Elimina implicació: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ **Correcte**
3. **Correcte**

Correcte

Premissa 4: $\neg P \rightarrow R \vee Q$

1. $\neg P \rightarrow R \vee Q$
2. $\neg \neg P \vee R \vee Q$ Elimina implicació: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ **Correcte**

3. $P \vee R \vee Q$ Simplifica la doble negació: $\neg \neg A = A$ **Correcte**

4. FNC **Correcte**

Correcte

Premissa 5: $\neg P \vee \neg S$

1. $\neg P \vee \neg S$

2. FNC **Correcte**

Correcte

Negació de la conclusió: $\neg (\neg R \wedge (Q \vee \neg S))$

1. $\neg (\neg R \wedge (Q \vee \neg S))$

2. $\neg \neg R \vee \neg (Q \vee \neg S)$ Llei de Morgan: $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ **Correcte**

3. $R \vee \neg (Q \vee \neg S)$ Simplifica la doble negació: $\neg \neg A = A$ **Correcte**

4. $R \vee (\neg Q \wedge \neg \neg S)$ Llei de Morgan: $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ **Correcte**

5. $R \vee (\neg Q \wedge S)$ Simplifica la doble negació: $\neg \neg A = A$ **Correcte**

6. $(R \vee \neg Q) \wedge (R \vee S)$ Distributiva: $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ **Correcte**

7. FNC **Correcte**

Correcte

Resolució

Simplificar clàusules

Conjunt de clàusules

Acció

Conjunt de clàusules de les premisses:

$\{P \vee Q, P \vee R, \neg P \vee S, \neg R \vee S, \neg R \vee P, P \vee R \vee Q, \neg P \vee \neg S\}$

Conjunt de suport:

$\{R \vee \neg Q, R \vee S\}$

Arbre de resolució

Conjunt de clàusules de les premisses: $\{P \vee Q, P \vee R, \neg P \vee S, \neg R \vee S, \neg R \vee P, P \vee R \vee Q, \neg P \vee \neg S\}$

Conjunt de suport: $\{R \vee \neg Q, R \vee S\}$

Clàusules troncats Clàusules laterals

- | | | |
|--------------------|----------------------|-----------------|
| 1. $R \vee S$ | $\neg P \vee \neg S$ | |
| 2. $R \vee \neg P$ | $P \vee R$ | Correcte |
| 3. R | $\neg R \vee S$ | Correcte |
| 4. S | $\neg P \vee \neg S$ | Correcte |
| 5. $\neg P$ | $\neg R \vee P$ | Correcte |
| 6. $\neg R$ | R | Correcte |
| 7. \square | | Correcte |

Consistència de les premisses

Simplificar clàusules

Conjunt de clàusules

Acció

Conjunt de clàusules de les premisses:

$\{ P \vee Q, P \vee R, \neg P \vee S, \neg R \vee S, \neg R \vee P, P \vee R \vee Q, \neg P \vee \neg S \}$

Conjunt de clàusules de les premisses:

$\{ P \vee Q, P \vee R, \neg P \vee S, \neg R \vee S, \neg R \vee P, \neg P \vee \neg S \}$

Subsumpció: $P \vee R$ subsumeix $P \vee R \vee Q$

Correcte

Arbre de resolució

Conjunt de clàusules de les premisses: $\{ P \vee Q, P \vee R, \neg P \vee S, \neg R \vee S, \neg R \vee P, \neg P \vee \neg S \}$

Clàusules troncales

Clàusules laterals

- | | | |
|-------------------------|-----------------|----------|
| 1. $\neg P \vee \neg S$ | $\neg P \vee S$ | |
| 2. $\neg P$ | $P \vee R$ | Correcte |
| 3. R | $\neg R \vee P$ | Correcte |
| 4. P | $\neg P$ | Correcte |
| 5. \square | | Correcte |

Conclusió

Podem concloure que el raonament és: **Vàlid, premisses inconsistents**

Estat de l'exercici

Exercici correcte