Espai grapa

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

Ì05.056Â23Â01Â10ÂEX3Î
05.056 23 01 10 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es poc consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1) Si m'emporto comissions o amago els comptes no sóc un bon administrador.
$C \vee O \rightarrow \neg A$

2) Quan no amago els comptes no faig activitats il·legals.
$\neg O \rightarrow \neg I$

3) Només sóc un bon administrador si quan porto la comptabilitat no amago els comptes i no m'emporto comissions.
$A \rightarrow (P \rightarrow \neg O \wedge \neg C)$ o $\neg(P \rightarrow \neg O \wedge \neg C) \rightarrow \neg A$ o $A \rightarrow [(P \rightarrow \neg O) \wedge \neg C]$

4) Quan porto la comptabilitat, o no amago els comptes o no sóc un bon administrador, però no les dues coses al mateix temps.
$P \rightarrow (\neg O \vee \neg A) \wedge \neg(\neg O \wedge \neg A)$

Àtoms:

- C: M'emporto comissions
- O: Amago els comptes
- A: Sóc un bon administrador
- I: Faig activitats il·legals
- P: Porto la comptabilitat

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1) Les Illes Caiman són un paradís fiscal i hi ha milionaris que hi tenen comptes.
$F(i) \wedge \exists x[M(x) \wedge C(x,i)]$

2) Si un milionari no evadeix impostos llavors no hi ha cap pais que sigui un paradís fiscal on hi tingui comptes.
$\forall x[M(x) \wedge \neg E(x) \rightarrow \neg \exists y[P(y) \wedge F(y) \wedge C(x,y)]]$

3) Hi ha països que no són paradisos fiscals.
$\exists x[P(x) \wedge \neg F(x)]$

4) Cal tenir comptes en un paradís fiscal per evadir impostos.
$\forall x[E(x) \rightarrow \exists y[F(y) \wedge C(x,y)]]$

Domini: un conjunt no buit
Predicats:

- P(x): x és un país
- F(x): x és un paradís fiscal
- M(x): x és un milionari
- C(x,y): x té comptes a y
- E(x): x evadeix impostos

Constants:

- i: les Illes Caiman

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$P \to (Q \to (\neg R \to S)),\ \ \neg R \vee \neg Q \ \ \therefore\ \ P \to (Q \to S)$

1	$P \to (Q \to (\neg R \to S))$	P
2	$\neg R \vee \neg Q$	P
3	P	H
4	$Q \to (\neg R \to S)$	E→ 1, 3
5	Q	H
6	$\neg R \to S$	E→ 4, 5
7	$\neg Q$	H
8	$\neg S$	H
9	Q	It 5
10	$\neg Q$	It 7
11	$\neg\neg S$	I¬ 8, 9, 10
12	S	E¬ 11
13	$\neg R$	H
14	S	E→ 6, 13
15	S	E∨ 2, 12. 14
16	$Q \to S$	I→ 5, 15
17	$P \to (Q \to S)$	I→ 3, 16

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$M \vee N \to L \wedge S,\ \ L \to M \vee S \ \ \therefore\ \ L \wedge N \to S$

Cerquem les FNC:

1a Premissa:

$M \vee N \to L \wedge S$
$\neg(M \vee N) \vee (L \wedge S)$
$(\neg M \wedge \neg N) \vee (L \wedge S)$
$(\neg M \vee L) \wedge (\neg N \vee L) \wedge (\neg M \vee S) \wedge (\neg N \vee S)$

FNC($M \vee N \to L \wedge S$) = $(\neg M \vee L) \wedge (\neg N \vee L) \wedge (\neg M \vee S) \wedge (\neg N \vee S)$

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

2a Premissa:

L → M ∨ S
¬L ∨ M ∨ S

FNC(L → M ∨ S) = ¬L ∨ M ∨ S

Negació de la conclusió
conclusió
L ∧ N → S
negació
¬(L ∧ N → S)
¬(¬(L ∧ N) ∨ S)
¬¬(L ∧ N) ∧ ¬S)
L ∧ N ∧ ¬S

FNC(M ∨ N → L ∧ S) = L ∧ N ∧ ¬S

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):

{¬M ∨ L , ¬N ∨ L , ¬M ∨ S , ¬N ∨ S, ¬L ∨ M ∨ S, **L , N , ¬S**}

N	¬N ∨ S
S	**¬S**
▯	

Amb el conjunt de clàusules sense el conjunt de suport tenim:

{¬M ∨ L , ¬N ∨ L , ¬M ∨ S , ¬N ∨ S, ¬L ∨ M ∨ S}

Per la regla del literal pur són prescindibles ¬M ∨ S , ¬N ∨ S, ¬L ∨ M ∨ S, ja que no apareix enlloc el literal ¬ S.

{¬M ∨ L , ¬N ∨ L }

Per tant és obvi que amb aquest conjunt no podem arribar a la clàusula buida i per tant el conjunt de premisses és consistent.

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

Problema 4

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$\forall x \forall y\{ [T(x) \rightarrow Q(x,y)] \wedge P(x,y) \}$
$\forall x \neg \forall y[Q(x,y) \vee \neg R(x,y)]$
$\forall x \forall y[P(x,y) \vee R(x,y) \rightarrow T(y)]$
$\therefore \forall x[\exists y \neg P(x,y) \wedge \exists z \neg R(x,z)]$

FNS - $\forall x \forall y\{ [T(x) \rightarrow Q(x,y)] \wedge P(x,y)\}$
$\forall x \forall y\{ [\neg T(x) \vee Q(x,y)] \wedge P(x,y)\}$

FNS[$\forall x \forall y\{ [T(x) \rightarrow Q(x,y)] \wedge P(x,y)\}$] = $\forall x \forall y\{ [\neg T(x) \vee Q(x,y)] \wedge P(x,y)\}$
Clàusules: $\neg T(x) \vee Q(x,y)$, $P(x,y)$

FNS - $\forall x \neg \forall y[Q(x,y) \vee \neg R(x,y)]$
$\forall x \exists y \neg [Q(x,y) \vee \neg R(x,y)]$
$\forall x \exists y [\neg Q(x,y) \wedge \neg\neg R(x,y)]$
$\forall x \exists y [\neg Q(x,y) \wedge R(x,y)]$
$\forall x [\neg Q(x,g(x)) \wedge R(x,g(x))]$

FNS[$\forall x \neg \forall y[Q(x,y) \vee \neg R(x,y)]$] = $\forall x [\neg Q(x,g(x)) \wedge R(x,g(x))]$
Clàusules: $\neg Q(x,g(x))$, $R(x,g(x))$

FNS - $\forall x \forall y[P(x,y) \vee R(x,y) \rightarrow T(y)]$
$\forall x \forall y[\neg(P(x,y) \vee R(x,y)) \vee T(y)]$
$\forall x \forall y[(\neg P(x,y) \wedge \neg R(x,y)) \vee T(y)]$
$\forall x \forall y[(\neg P(x,y) \vee T(y)) \wedge (\neg R(x,y) \vee T(y))]$

FNS[$\forall x \forall y[P(x,y) \vee R(x,y) \rightarrow T(y)]$] = $\forall x \forall y[(\neg P(x,y) \vee T(y)) \wedge (\neg R(x,y) \vee T(y))]$
Clàusules: $\neg P(x,y) \vee T(y)$, $\neg R(x,y) \vee T(y)$

FNS - $\neg \forall x[\exists y \neg P(x,y) \wedge \exists z \neg R(x,z)]$
$\exists x \neg [\exists y \neg P(x,y) \wedge \exists z \neg R(x,z)]$
$\exists x [\neg \exists y \neg P(x,y) \vee \neg \exists z \neg R(x,z)]$
$\exists x [\forall y \neg\neg P(x,y) \vee \forall z \neg\neg R(x,z)]$
$\exists x [\forall y P(x,y) \vee \forall z R(x,z)]$
$\forall y \forall z[P(a,y) \vee R(a,z)]$

FNS[$\neg \forall x[\exists y \neg P(x,y) \wedge \forall z \neg R(x,z)]$] = $\forall y \forall z[P(a,y) \vee R(a,z)]$
Clàusules: $P(a,y) \vee R(a,z)$

Conjunt de clàusules: {$\neg T(x) \vee Q(x,y)$, $P(x,y)$, $\neg Q(x,g(x))$, $R(x,g(x))$, $\neg P(x,y) \vee T(y)$, $\neg R(x,y) \vee T(y)$, $P(a,y) \vee R(a,z)$}
Conjunt de suport: {$P(a,y) \vee R(a,z)$}

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	23/01/2010	16:30

Clàusules troncals	Clàusules laterals	Substitucions
$P(a,y) \vee R(a,z)$	$\neg R(x,t) \vee T(t)$ $\neg R(a,z) \vee T(z)$	Substituïm x per a Substituïm t per z
$P(a,y) \vee T(z)$	$\neg T(x) \vee Q(x,t)$ $\neg T(z) \vee Q(z,t)$	Substituïm x per z
$P(a,y) \vee Q(z,t)$ $P(a,y)) \vee Q(x,g(x))$	$\neg Q(x,g(x))$	Substituïm z per x Substituïm t per g(x)
$P(a,y)$	$\neg P(x,y) \vee T(y)$ $\neg P(a,y) \vee T(y)$	Substituïm x per a
$T(y)$	$\neg T(x) \vee Q(x,t)$ $\neg T(y) \vee Q(y,t)$	Substituïm x per y
$Q(y,t)$	$Q(x,g(x))$	Substituïm y per x Substituïm t per g(x)

Queda demostrat que el raonament és vàlid.

Problema 5

Quina de les següents interpretacions és un contraexemple del raonament? Raona la teva resposta.

$\exists x[Q(x) \rightarrow \forall y P(x,y)]$, $\exists x[P(b,x) \wedge \neg Q(x)]$ $\therefore$ $\forall x \exists y P(x,y)$

a) < {1, 2}, {Q(1)=V, Q(2)=F, P(1,1)=V, P(1,2)=V, P(2,1)=F, P(2,2)=F} , {b=1} >
b) < {1, 2}, {Q(1)=F, Q(2)=V, P(1,1)=V, P(1,2)=V, P(2,1)=V, P(2,2)=V} , {b=1} >
c) < {1, 2}, {Q(1)=V, Q(2)=F, P(1,1)=V, P(1,2)=V, P(2,1)=F, P(2,2)=V} , {b=1} >
d) < {1, 2}, {Q(1)=V, Q(2)=F, P(1,1)=V, P(1,2)=V, P(2,1)=V, P(2,2)=F} , {b=1} >

Premissa 1:
$\exists x[Q(x) \rightarrow \forall y P(x,y)] = \exists x [Q(x) \rightarrow P(x,1) \wedge P(x,2)] = [Q(1) \rightarrow P(1,1) \wedge P(1,2)] \vee [Q(2) \rightarrow P(2,1) \wedge P(2,2)]$

Premissa 2:
$\exists x[P(b,x) \wedge \neg Q(x)] = [P(b,1) \wedge \neg Q(1)] \vee [P(b,2) \wedge \neg Q(2)]$
amb b=1
$[P(1,1) \wedge \neg Q(1)] \vee [P(1,2) \wedge \neg Q(2)]$

Conclusió:
$\forall x \exists y P(x,y) = [\exists y P(1,y)] \wedge [\exists y P(2,y)] = [P(1,1) \vee P(1,2)] \wedge [P(2,1) \vee P(2,2)]$

Q(1)	Q(2)	P(1,1)	P(1,2)	P(2,1)	P(2,2)	Premissa 1	Premissa 2	Conclusió	
V	F	V	V	F	F	V	V	F	Contraex.
F	V	V	V	V	V	V	V	V	
V	F	V	V	F	V	V	V	V	
V	F	V	V	V	F	V	V	V	