

Universitat Oberta de Catalunya

Estudis d'Informàtica i Multimèdia

ASSIGNATURA: Grafs i Complexitat

Primera PAC. Mòduls 1, 2 i 3.

Semestre de tardor de 2011 (del 5 al 26 d'octubre).

Si us plau, feu cas de les instruccions següents:

- Envieu la solució en un fitxer que haureu d'anomenar:
PAC1_Cognom1cognom2nom.pdf
- L'heu de lliurar a l'apartat "Lliurament i Registre d'AC" de l'aula.
- Numereu les respostes d'acord amb la numeració de les preguntes i els apartats.
- No us limiteu a donar les respostes als problemes proposats. Doneu, també, una explicació que justifiqui la resposta.

1. (Valoració d'un 10%)

- a) Quantes funcions hi ha de $\{1, 2, 3\}$ a $\{a, b, c, d\}$? Quantes són injectives?
- b) Doneu totes les funcions no exhaustives de \mathbb{N}_5 a $\{a, b\}$.
- c) Una agència de viatges opera en dotze ciutats. Si ha d'imprimir bitllets d'avió entre totes les ciutats en què opera, i a cada bitllet ha de fer constar la ciutat d'origen i la de destinació, quants bitllets diferents haurà d'imprimir?

2. (Valoració d'un 10%)

Donat el següent algorisme per comprovar si l'equació $x^3 + y^3 = z^3$ té solucions enteres positives per a valors de x , y i z menors o iguals que un valor n fixat:

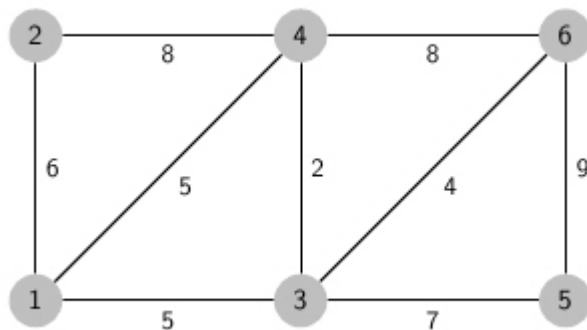
```

funció Equacio( $n$ )
  inici
     $sol \leftarrow \text{FALS}$ 
    per  $x \leftarrow 1$   fins  $n$ 
      per  $y \leftarrow 1$   fins  $n$ 
        per  $z \leftarrow 1$   fins  $n$ 
          si  $x^3 + y^3 = z^3$ 
            aleshores  $sol \leftarrow \text{CERT}$ 
          fisi
        fiper
      fiper
    retorn ( $sol$ )
  fi

```

- a) Calculeu el nombre d'operacions que efectua l'algorisme (suposeu que calculem x^3 fent $x \cdot x \cdot x$, i considereu la multiplicació com a operació elemental).
 - b) Digueu quin ordre de complexitat té.
3. (Valoració d'un 15%) Sigui la següent seqüència de graus: 1, 3, 3, 4, 5, n .
- a) Determineu per quins valors de n (≥ 1) obtenim una seqüència gràfica usant l'algorisme de Havel-Hakimi.
 - b) Trieu un dels casos en què tenim una seqüència gràfica, i dibuixeu un graf que hi correspongui.
 - c) Calculeu l'ordre, la mida i el diàmetre del graf dibuixat (a l'apartat b).
4. (Valoració d'un 20%)
- a) Dibuixeu tots els grafs connexos (no isomorfs entre ells) d'ordre 3 i d'ordre 4, i escriviu-los com a grafs elementals o combinacions d'ells.
 - b) Quins cicles C_n són autocomplementaris? Quins trajectes? Quins grafs estrella?
 - c) Quins cicles són bipartits? Quins trajectes? I quins grafs roda?
5. (Valoració d'un 10%) Digueu si les següents afirmacions són verdaderes o falses, justificant la resposta:

- a) Tot recorregut tancat és un cicle.
- b) La longitud d'un recorregut pot ser arbitràriament gran.
- c) En un graf bipartit, tot circuit ha de tenir longitud 4 o més.
6. (Valoració d'un 10%)
- a) Quantes arestes podem eliminar en un graf complet sense que deixi de ser connex? (sense eliminar cap vèrtex)
- b) I de $C_3 + T_2$?
7. (Valoració d'un 25%) Un missatger transporta paquets entre sis oficines d'una ciutat. El següent graf mostra el temps (en minuts) que triga d'una a l'altra desplaçant-se en moto:



- a) Construiu la matriu d'adjacències corresponent.
- b) Trobeu la distància mínima des de la segona oficina a totes les altres, utilitzant l'algorisme apropiat.
- c) Quin és l'itinerari òptim de l'oficina 2 a la 6?
- d) En quina oficina s'hauria d'estar el missatger, de manera que l'oficina més llunyana li quedés el més a prop possible?
- e) Calculeu el diàmetre del graf.