EJERCICIO 1

Calcular el dominio

Si es un cociente, todos los reales excepto aquellos valores que anulan el denominador.
Si hay un logaritmo, sólo en valores positivos (0 no incluido)
ln(x) = a equivale x = e^-1
Si hay raíces, tener en cuenta que no pueden ser de un valor negativo.
Cuando los límites laterales no coinciden pero es un número finito, DISCONTINUIDAD NO EVITABLE DE SALTO FINITO
Cuando los límites laterales no coinciden y sólo uno de los 2 es infinito, DISCONTINUIDAD NO EVITABLE DE SALTO INFINITO
Cuando los límites laterales son infinitos, DISCONTINUIDAD ASINTÓTICA

Dadas dos funciones con un parámetro, calcular su valor para que la función sea continua en todo R

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM3_182_C.pdf
\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf
Estudiar la continuidad en el punto crítico, se debe cumplir:

$$f(c) = \lim_{x \to c^-} f(x) = \lim_{x \to c^+} f(x)$$

Dadas dos funciones con un parámetro, calcular su valor para que la recta tangente en un punto tenga una pendiente determinada. Calcular esa recta

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf
Derivar la función correspondiente en ese punto e igualar a la pendiente dada. Despejar el parámetro.
Ecuación de la recta tangente:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

Sustituir el valor del parámetro obtenido en la función y operar con esa función.

Calcular las asíntotas

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf
\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_191_C.pdf
\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM2_191_C.pdf

Para el cálculo de límites infinito/infinito se puede usar la regla del Hopital

Asíntotas verticales

Calcular el límite de la función cuando tiende a los puntos críticos. Si uno de los límites laterales el +-infinito, es una asíntota vertical.
Calcular los límites laterales.
Los logaritmos siempre tienen una asíntota vertical en x=0

Asíntotas horizontales

Calcular el límite de la función cuando tiende a infinito. Si el cálculo de cuando tiende a +infinito es igual a cuando tiende a –infinito y el resultado es un número finito, existe una asíntota horizontal.
La función exponencial (e^x) siempre tiene una asíntota horizontal en y=0
Si existe asíntota horizontal no existe asíntota oblicua.

Asíntotas oblicuas

Cuando es un cociente en el que el numerador es de un grade mayor que el denominador y el denominador se anula en un punto y el límite de la función cuando tiende a ese punto es infinito.

La ecuación de la recta oblicua es: y= mx + n

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$$ Para que exista asíntota oblicua m tiene que ser distinto de 0 y de infinito.

$$n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx]$$

Calcular la derivada

Estudiar el crecimiento y decrecimiento

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_191_C.pdf

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB2.pdf

- Si f ′(x) ≥ 0 para todo x ? (a,b), entonces f es monótona creciente en (a,b).
- Si f ′(x) ≤ 0 para todo x ? (a,b), entonces f es monótona decreciente en (a,b).
- Si f ′(x) = 0 para todo x ? (a,b), entonces f es constante en (a,b).

Se deriva y se iguala a cero. Con ese resultado más los puntos críticos (puntos fuera del dominio) se estudia el signo de la derivada en esos intervalos.

Extremos de la función. Máximos y mínimos

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf

- Si f'(c) = 0 y f''(c) < 0 entonces f tiene un máximo relativo en ese punto.
- Si f'(c) = 0 y f''(c) > 0 entonces f tiene un mínimo relativo en ese punto.
- Si f'(x) = 0 y f''(c) = 0
  - Si f'(x) cambia de positiva a negativa en c, entonces f tiene un máximo relativo en (c, f(c))
  - Si f'(x) cambia de negativa a positiva en c, entonces f tiene un mínimo relativo en (c, f(c))
  - Si no hay cambio de signo, entonces no hay ni mínimo ni máximo relativo
  - Si f'''(x) <> 0 entonces se trata de un punto de inflexión.

La segunda derivada, f ''(x), es positiva si la función f(x) es cóncava y es negativa si la función f(x) es convexa.

- Si f''(c)=0, entonces en x=c hay un punto de inflexión.

Calcular los puntos en los que la recta tangente es paralela al eje de abscisas

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM2_191_C.pdf

Hay que derivar la función, igualarla a 0 y resolver. Los valores de x son los puntos buscados.

Calcular la ecuación de la recta tangente a la función en un punto

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM2_182_C.pdf

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB1.pdf

Ecuación de la recta tangente:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

La pendiente de la recta tangente en x=0 es igual a f'(0) y que la ecuación de la recta tangente es ***y-f(0) = f'(0)(x - (0))***.

Simplifica la expresión para obtener la ecuación explícita.
Hay que hallar el valor de f(x)
Hay que hacer la derivada de la función.
Hallar el valor de f'(x)
Con estos datos aplicar la fórmula y-f(punto)(x-(punto))

EJERCICIO 2

Calcular la integral

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB1.pdf

$$\int \frac{1}{x} \cos\left(\ln\left(3x^2\right)\right) dx$$

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB2.pdf

$$\int e^{5x} \sin\left(e^{5x}\right) dx$$

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(|f(x)|) + c$ $\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = e^{f(x)} + c$ $\int [f(x)]^n \cdot f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$

$\int \sin(f(x)) \cdot f'(x) dx = -\cos(f(x)) + c$

Calcular el área de la curva y una recta

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB1.pdf

Encontrar los puntos de corte entre las 2 curvas igualando las funciones f(x)=g(x)

Calcular la integral definida entre los puntos de corte de las funciones:

$$\int_{-1}^{3} (f(x) - g(x)) dx$$

Calcular los puntos de corte entre dos curvas necesarios para expresar este área a partir de integrales definidas y calcular su valor

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM2_182_C.pdf

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM3_182_C.pdf

EJERCICIO 3

Descomposición de números

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB2.pdf

Construir una ecuación con los datos dados.

Derivar la función e igualar a cero. Hacer la segunda derivada en el punto dado y si da mayor que cero es un mínimo.

Cálculo de áreas. Optimización

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM3_182_C.pdf

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-2.pdf

Calcular las fórmulas que hagan falta para perímetro, área…

Derivar, comprobar que es un máximo con la segunda derivada. (f''(c)<0)

Cálculo de áreas de triángulos dentro de funciones

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-2.pdf

Calcular la ecuación de la recta generatriz del cono que pasa por ciertos puntos

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf

Ecuación de recta generatriz:

$y = -\frac{h}{r}x + h$ De una recta decreciente, por eso el menos en la pendiente. La h es la altura y r es el radio.

Volumen de un cono

$$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$\pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

Volumen de un cilindro

$$\pi \cdot r^2 \cdot h$$

Calcular las dimensiones del cilindro inscrito con máximo volumen. Encontrar la proporción entre el volumen del cono y del cilindro encontrado.

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf

EJERCICIO 4

Polinomio de Taylor

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB.pdf
\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf
\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB1.pdf

$$p_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Calcular hasta qué grado hay que calcular el polinomio para que el error sea inferior a un valor dado

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf
\EXAMENES\GSites\2019-2020\20192_AM_IB1.pdf
Sacar el patrón de la derivada enésima de la función.
Establecer el valor de z, tiene que estar dentro del intervalo que se nos da, entre el punto dado ***a*** y el valor de ***x*** sobre el que se pide calcular.

Error del polinomio en un punto

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM3_182_C.pdf
\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-3.pdf

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

Integral con cambio de variable

\EXAMENES\GSites\2019-2020\20191_IB-2.pdf

Integrales impropias (si, no, convergente/divergente)

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf
Una integral definida es impropia cuando:

- Alguno de los límites de integración es infinito.
- La función a integrar se hace infinito (asíntota vertical) dentro de los límites de integración. (El denominador se anula)

Convergencia/Divergencia

\Exámenes_AM_2015-2019\201819_2\ AM1_182_C.pdf

Calcular el límite:

- Convergente: si el resultado es un número finito
- Divergente: si el resultado es infinito

Límites

$$\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_r n^r + \cdots + a_1 n + a_0}{b_s n^s + \cdots + b_1 n + b_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } s > r \\ \infty & \text{si } s < r \quad \text{y} \quad \frac{a_r}{b_s} > 0 \\ -\infty & \text{si } s < r \quad \text{y} \quad \frac{a_r}{b_s} < 0 \\ \frac{a_r}{b_s} & \text{si } r = s. \end{cases}$$

$$\infty - \infty$$

Multiplicar y dividir por el conjugado

$$A - B = \frac{(A-B)(A+B)}{A+B} = \frac{A^2 - B^2}{A+B}$$

Integrales

$$\int a^x \ln a \, dx = a^x \qquad \int 2^x dx = \int \frac{2^x \ln 2}{\ln 2} dx = \frac{1}{\ln 2} \int 2^x \ln 2 \, dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x = \frac{2^x}{\ln 2}$$

$$\boxed{\int tgx \, dx = -\ln(cosx) + k}$$

$$\boxed{\int cotgx \, dx = \ln(senx) + k}$$

$$y = \ln(senx) + 3 \longrightarrow y' = \frac{1}{senx} \cdot cosx + 0 = cotgx$$

$$\boxed{\int \frac{1}{x} dx = \ln x + k} \quad \boxed{\int \frac{1}{g} \cdot g' \, dx = \ln g + k} \quad \boxed{\int e^x \, dx = e^x + k} \quad \boxed{\int e^g \cdot g' dx = e^g + k}$$

$$\boxed{\int e^g \cdot g' \, dx = e^g + k} \quad \boxed{\int a^g \cdot \ln a \cdot g' \, dx = a^g + k} \quad \boxed{\int \frac{g'}{g} dx = \ln g + k}$$

$$\boxed{\int \frac{g'}{1+g^2} dx = \arctan(g) + k}$$

Integración por partes:

$$\boxed{\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du}$$

Mejor asignar u a:

Arcotangente	$\arctan x$
Logaritmos	$\log x$, $\ln x$
Polinómicas	x^3 , x^2 , x
Exponenciales	e^x , 4^x
Seno, coseno, tangente	$senx$, $cosx$, $tanx$

$$\int \frac{x^2 + x}{x - 2} dx.$$

20191_IB-2.pdf