Espai grapa

Examen 2018/19-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00

⊂05.570ℜ19ℜ06ℜ19ℜEΞΠ∈
05.570 19 06 19 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura matriculada.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals, ni realitzar l'examen en llapis o retolador gruixut.
- Temps total: **2 hores** Valor de cada pregunta:
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quins són?
  En cas de poder fer servir calculadora, de quin tipus? **CAP**
- Si hi ha preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? **NO** Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Examen 2018/19-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00

Enunciats

Activitat 1 (1.5 punt + 1.5 punts)

[Criteri de valoració: Les formalitzacions han de ser correctes en tots els aspectes inclosa la parentització. Cada frase es valora independentment de les altres]

a) Utilitzant els següents àtoms, formalitzeu les frases que hi ha a continuació

U: estic a la Universitat
M: estic motivat
A: aprenc
S: supero l'assignatura
T: treballo dur
C: mostro molta constància

1) Sempre que estic a la Universitat em cal superar l'assignatura i aprendre per estar motivat
$U\rightarrow(M\rightarrow S\wedge A)$ -||- $U\rightarrow(\neg(S\wedge A)\rightarrow\neg M)$

2) Si estic a la Universitat, treballo dur quan aprenc
$U\rightarrow(A\rightarrow T)$

3) Només treballant dur i superant l'assignatura estic motivat i mostro molta constància
$M\wedge C\rightarrow T\wedge S$ -||- $\neg(T\wedge S)\rightarrow\neg(M\wedge C)$

b) Fent ús dels següents predicats i constants, formalitzeu les frases que hi ha a continuació:

B(x): x és un bosc
P(x): x és públic
G(x): x és un guarda forestal
D(x): x és disciplinat
I(x): x pateix incendis
T(x,y): x treballa a y

1) Hi ha guardes forestals que treballen a tots els boscos públics
$\exists x\{G(x)\wedge\forall y[B(y)\wedge P(y)\rightarrow T(x,y)]\}$

2) Si tots els boscos patissin incendis, cap guarda forestal no seria disciplinat
$\forall x\{B(x)\rightarrow I(x)\}\rightarrow\neg\exists x\{G(x)\wedge D(x)\}$

3) Els guardes forestals, només són disciplinats els que treballen als boscos públics.
$\forall x\{G(x)\rightarrow[D(x)\rightarrow\exists y[B(y)\wedge P(y)\wedge T(x,y)]]\}$ -||- $\forall x\{G(x)\wedge D(x)\rightarrow\exists y[B(y)\wedge P(y)\wedge T(x,y)]\}$

Universitat Oberta de Catalunya

Examen 2018/19-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00

Activitat 2 (2.5 o 1.5 punts)

[Criteri de valoració: serà invàlida (0 punts) qualsevol deducció que contingui l'aplicació incorrecta d'alguna regla]

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu 2.5 punts. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu 1.5 punts de la puntuació total de la prova. En cap cas no podeu utilitzar equivalents deductius. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu 0 punts.

$\neg S \vee (T \to R)$, $\neg Q \to R$, $\neg T \vee \neg S \to \neg Q$, $\neg T \to \neg P$ $\therefore$ $P \to R$

1	$\neg S \vee (T \to R)$				H
2	$\neg Q \to R$				H
3	$\neg T \vee \neg S \to \neg Q$				H
4	$\neg T \to \neg P$				H
5		P			H
6			$\neg S$		H
7			$\neg T \vee \neg S$		I$\vee$ 6
8			$\neg Q$		E$\to$ 3, 7
9			R		E$\to$ 2, 8
10			$T \to R$		H
11				$\neg T$	H
12				$\neg P$	E$\to$ 4, 11
13				P	It 5
14			$\neg\neg T$		I$\neg$ 11, 12, 13
15			T		E$\neg$ 14
16			R		E$\to$ 10, 15
17		R			E$\vee$ 1, 9, 16
18	$P \to R$				I$\to$ 5, 17

<u>Activitat 3 (1.5 + 1.5 punts)</u>

a) El raonament següent és vàlid o no? Utilitzeu el mètode de resolució amb l'estratègia del conjunt de suport per a determinar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho. **Atenció**: possiblement us caldrà reaprofitar una clàusula troncal.
[Criteri de valoració: La presencia d'errors en les FNCs es penalitzarà amb -0.75 punts La presencia d'errors en l'aplicació de les regles de simplificació i/o en l'aplicació de la regla de resolució es penalitzarà amb -0.75 punts com a mínim]

$S \rightarrow \neg R$,
$\neg R \rightarrow T$,
$\neg(P \wedge Q)$,
$T \rightarrow Q \wedge S$
$\therefore \neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S$

FNC $[S \rightarrow \neg R] = \neg S \vee \neg R$
FNC $[\neg R \rightarrow T] = R \vee T$
FNC $[\neg(P \wedge Q)] = \neg P \vee \neg Q$
FNC $[T \rightarrow Q \wedge S] = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee S)$
FNC$\neg[\neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S] = (\neg Q \vee P) \wedge S$

El conjunt de clàusules resultant és:
$S = \{\neg S \vee \neg R, R \vee T, \neg P \vee \neg Q, \neg T \vee Q, \neg T \vee S,$ $\mathbf{\neg Q \vee P, S}\}$, on el conjunt de suport està format per les dues darreres clàusules (negreta)

La clàusula S subsumeix la clàusula $\neg T \vee S$ i amb això el conjunt de clàusules potencialment útils es redueix a : $S' = \{\neg S \vee \neg R, R \vee T, \neg P \vee \neg Q, \neg T \vee Q,$ $\mathbf{\neg Q \vee P, S}\}$

Aquest nou conjunt no admet cap altre aplicació de la regla de subsumpció ni tampoc de la regla del literal pur.

Troncals	**Laterals**
S	$\neg S \vee \neg R$
$\neg R$	$R \vee T$
T	$\neg T \vee Q$
Q	$\neg P \vee \neg Q$
$\neg P$	$\neg Q \vee P$
$\neg Q$	Q
$\square$	

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

Examen 2018/19-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00

b) Utilitzeu la deducció natural per demostrar que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar regles derivades i equivalents deductius
[Criteri de valoració: cada errada o omissió es penalitzarà amb -0.75 punts]

$\forall x\{P(x)\rightarrow\forall y[R(y)\rightarrow T(x,y)]\}, \quad \exists y[R(y)\wedge\neg T(a,y)] \quad \therefore \quad \exists x\neg P(x)$

1	$\forall x\{P(x)\rightarrow\forall y[R(y)\rightarrow T(x,y)]\}$		P
2	$\exists y[R(y)\wedge\neg T(a,y)]$		P
3		$\neg\exists x\neg P(x)$	H
4		$\forall xP(x)$	De Morgan 3
5		$R(b)\wedge\neg T(a,b)$	E∃ 2 x per b
6		$P(a)\rightarrow\forall y[R(y)\rightarrow T(a,y)]$	E∀ 1 x per a
7		$P(a)$	E∀ 4 x per a
8		$\forall y[R(y)\rightarrow T(a,y)]$	E→ 6, 7
9		$R(b)\rightarrow T(a,b)$	E∀ 8 y per b
10		$R(b)$	E∧ 5
11		$T(a,b)$	E→ 9, 10
12		$\neg T(a,b)$	E∧ 5
13	$\neg\neg\exists x\neg P(x)$		I¬ 3, 11, 12
14	$\exists x\neg P(x)$		E¬ 13

Examen 2018/19-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00

Activitat 4 (1.5 punts)

[Criteri de valoració: Les errades en el desenvolupament es penalitzaran, cadascuna, amb -0.5 punts. Les errades conceptuals invaliden la pregunta]

La fórmula $\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] \rightarrow \forall y \forall x Q(y,x)$ **NO** és una tautologia. Doneu una interpretació en el domini {1,2} que ho demostri. Raoneu la vostra resposta.

Per mostrar que la fórmula no és una tautologia trobarem una interpretació que la faci falsa. Atès que es tracta d'una implicació, serà falsa quan l'antecedent sigui cert però el conseqüent sigui fals.

En el domini {1, 2) l'antecedent és equivalent a

$\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] =$
$= [(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$

En el domini {1,2} el conseqüent és equivalent a

$\forall y \forall x Q(y,x)= [Q(1,1)\wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2)\wedge Q(2,2)]$

Una interpretació que faci cert l'antecedent i fals el conseqüent farà falsa tota la formula.

Per a fer fals el conseqüent $[Q(1,1)\wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2)\wedge Q(2,2)]$ n'hi ha prou amb fer fals algun dels predicats Q.

Concentrem-nos ara en l'antecedent. $[(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$. Volem que aquest enunciat sigui cert i això es pot fer, per exemple, fent que totes les combinacions de Q siguin falses ja que això provocarà que totes les implicacions siguin certes amb independència del valor de R. Si totes les implicacions són certes l'enunciat $[(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$ també ho serà.

Així, una interpretació que no fa certa la fórmula i en conseqüència ens permet d'afirmar que no és una tautologia seria:
$< \{1,2\}, \{Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)= F, R(1,1)=R(1,2)=R(2,1)=R(2,2)=V\}, \varnothing >$

Examen 2018/19-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/06/2019	09:00