grapa

Examen 2010/11-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	22/06/2011	18:30

⊂75.570ℜ22ℜ06ℜ11ℜEΞϖ∈
75.570 22 06 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/06/2011	18:30

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

A:"Ser generoso"
B:" Tener la conciencia tranquila"
C:"Robar"
D:"La policía te mete en prisión"
E:"Ser cauto"

1) Cuando se ha robado, se debe ser generoso para tener la conciencia tranquila.
   $C \to (B \to A)$

2) Si robas y la policía te mete en prisión es que ni eres generoso ni eres cauto.
   $C \wedge D \to \neg A \wedge \neg E$

3) Si para que la policía no te meta en prisión es necesario ser cauto, es que o tienes la conciencia tranquila o no robas.
   $(\neg D \to E) \to B \vee \neg C$

b) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de predicados. Usad los predicados propuestos.

Dominio: un conjunto no vacío

M(x): x es millonario
A(x): x es altruista
O(x): x es una ONG
C(x,y): x ayuda a y

1) No todos los millonarios son altruistas, pero algunos sí lo son.
   $\neg \forall x(M(x) \to A(x)) \wedge \exists x(M(x) \wedge A(x))$

2) Algunos millonarios altruistas ayudan a todas las ONGs.
   $\exists x\{M(x) \wedge A(x) \wedge \forall y[O(y) \to C(x,y)]\}$

3) Las ONGs altruistas son ayudadas por millonarios.
   $\forall x\{O(x) \wedge A(x) \to \exists y[M(y) \wedge C(y,x)]\}$

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/06/2011	18:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas vistas en la asignatura (es decir, no podéis utilizar equivalentes deductivos)

$S \vee Q \rightarrow (R \rightarrow \neg P)$
$\neg S \rightarrow R$
$S \vee R \rightarrow \neg(Q \wedge S)$
$\therefore\ Q \rightarrow \neg P$

Solución

1	$S \vee Q \rightarrow (R \rightarrow \neg P)$			P
2	$\neg S \rightarrow R$			P
3	$S \vee R \rightarrow \neg (Q \wedge S)$			P
4		Q		H
5			P	H
6			$S \vee Q$	I$\vee$ 4
7			$R \rightarrow \neg P$	E$\rightarrow$1,6
8			$\neg R$	MT 5, 7
9			$\neg\neg S$	MT 2, 8
10			S	E$\neg$ 9
11			$S \vee R$	I$\vee$ 10
12			$\neg(Q \wedge S)$	E$\rightarrow$3,11
13			$Q \wedge S$	I$\wedge$ 4, 10
14		$\neg P$		I$\neg$ 5, 12,13
15	$Q \rightarrow \neg P$			I$\rightarrow$4,14

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/06/2011	18:30

Problema 3

Indicad, aplicando resolución, si el razonamiento siguiente es válido o no. Indicad también si las premisas son consistentes

$\neg (P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$
$P \rightarrow S \wedge \neg T$
$T \rightarrow \neg R$
$\therefore S \wedge (T \rightarrow Q)$

Solución

$FNC(\neg (P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))) = P \wedge (Q \vee R)$
$FNC(P \rightarrow S \wedge \neg T) = (\neg P \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg T)$
$FNC(T \rightarrow \neg R) = \neg T \vee \neg R$
$FNC(\neg (S \wedge (T \rightarrow Q))) = (\neg S \vee T) \wedge (\neg S \vee \neg Q)$

Conjunto de cláusulas = { P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$, $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$, **$\neg S \vee T$, $\neg S \vee \neg Q$**}

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**
$\neg S \vee T$	$\neg T \vee \neg R$
$\neg S \vee \neg R$	$Q \vee R$
$\neg S \vee Q$	$\neg S \vee \neg Q$
$\neg S$	$\neg P \vee S$
$\neg P$	P
$\square$	

Consistencia de Premisas:
Conjunto de cláusulas ={ P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$, $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$}
Por la regla del literal puro ($\neg T$) podemos eliminar $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$
Conjunto de cláusulas ={ P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$ }
Por la regla del literal puro (S) podemos eliminar $\neg P \vee S$
Conjunto de cláusulas ={ P , $Q \vee R$ }
Por la regla del literal puro (Q) podemos eliminar $Q \vee R$
Conjunto de cláusulas ={ P }
Por la regla del literal puro podemos eliminar P
Conjunto de cláusulas ={ }
Razonamiento válido y premisas consistentes

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/06/2011	18:30

Problema 4

¿Cuál de las siguientes interpretaciones

I1: <{1,2},{P(1)=P(2)=V, Q(1,1)=V, Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)=F, T(1)=T(2)=F}>
I2: <{1,2},{P(1)=P(2)=V, Q(1,1)=V, Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)=F, T(1)=F, T(2)=V}>
I3: <{1,2},{P(1)=P(2)=F, Q(1,1)=Q(1,2)=F, Q(2,1)=V, Q(2,2)=F, T(1)=V, T(2)=F}>

Es un contraejemplo de este razonamiento?

$\forall x\ [\ \neg P(x) \rightarrow \exists y\ Q(x,y)\ ]$
$\exists x\ P(x)\ \wedge\ \exists y T(y)$
$\exists x[T(x) \vee \forall y Q(y,x)]$
$\therefore\ \neg\forall x[P(x) \vee \exists y\ Q(y,x)]$

Solución

Pasando las fórmulas a enunciados:

$\boldsymbol{\forall x(\neg P(x) \rightarrow \exists y\ Q(x,y))}$
$\forall x(\neg P(x) \rightarrow Q(x,1) \vee Q(x,2))$
$(\neg P(1) \rightarrow Q(1,1) \vee Q(1,2)) \wedge (\neg P(2) \rightarrow Q(2,1) \vee Q(2,2))$

$\boldsymbol{\exists x\ P(x) \wedge \exists y\ T(y)}$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge \exists y\ T(y)$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge (T(1) \vee T(2))$

$\boldsymbol{\exists x(T(x) \vee \forall y\ Q(y,x))}$
$\exists x(T(x) \vee (Q(1,x) \wedge Q(2,x))$
$[\ T(1) \vee (Q(1,1) \wedge Q(2,1))\ ] \vee [\ (T(2) \vee (Q(1,2) \wedge Q(2,2)\ ]$

$\boldsymbol{\neg\forall x(P(x) \vee \exists y\ Q(y,x))}$
$\neg\forall x\ P(x) \vee (Q(1,x) \vee Q(2,x))$
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ]$

I1: hace falsa la conclusión:
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ] \quad =$
$\neg\ [\ (V \vee (V \vee F)) \wedge (V \vee (F \vee F))\ ] = \neg[\ V \wedge V\ ] = F$

Hay que comprobar si todas las premisas son ciertas.
Puesto que T1=T2=F tenemos que la segunda premisa es falsa y, por lo tanto, no puede ser un contraejemplo.

I2: hace falsa la conclusión:
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ] =$
$\neg\ [\ (V \vee (V \vee F)) \wedge (V \vee (F \vee F))\ ] = \neg[\ V \wedge V\ ] = F$

Hay que comprobar si todas las premisas son ciertas.
Para la primera vemos que:
$(\neg V \rightarrow V \vee F) \wedge (\neg V \rightarrow F \vee F) = (F \rightarrow V \vee F) \wedge (F \rightarrow F \vee F) = (F \rightarrow V) \wedge (F \rightarrow F) = V \wedge V = V$

Para la segunda
$(V \vee V) \wedge (F \vee V) = V \wedge V = V$

Para la tercera:
$[F \vee (V \wedge F)] \vee [V \vee (F \wedge F)] = [F \vee F] \vee [V \vee F] = F \vee V = V$

Así que se trata de un contraejemplo ya que hace ciertas todas las premisas y falsa la conclusión.

I3: La conclusión es cierta
$\neg [(F \vee (F \vee F)) \wedge (F \vee (V \vee F))] = \neg[F \wedge V] = \neg F = V$

Luego no puede ser un contraejemplo.

Problema 5

a. Dados los conjuntos A = {0,9} y B = {7,8,9} y el universo U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} indicad si son verdaderas las siguientes afirmaciones, justificando brevemente la respuesta:

a.1) $B \cup \varnothing = B$

a.2) $A \subseteq B$

a.3) $A \cap B = \varnothing$

a.4) $(U-A) \cap (U-B) = U - (A \cup B)$

b. Indicad si esta relación presenta las propiedades simétrica, reflexiva, transitiva o antisimétrica, justificando brevemente las respuestas:

R = {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(2,3)} en {1,2,3}×{1,2,3}

Solución

a.1) $B \cup \varnothing = B$ Verdadero, es siempre cierto para cualquier conjunto B.

a.2) $A \subseteq B$ Falso, 0 pertenece a A pero no pertenece a B.

a.3) $A \cap B = \varnothing$ Falso, hay un elemento, el 9 que pertenece a los dos conjuntos.

a.4) $(U-A) \cap (U-B) = U - (A \cup B)$ Verdadero, es siempre cierto para cualesquiera conjuntos A y B.

b. R no es simétrica porque (2,3) pertenece a R pero (3,2) no pertenece a R.

R es reflexiva porque siempre (x,x) pertenece a R para cualquier x de {1,2,3}.

R no es transitiva porque $(1,2) \in R$ y $(2,3) \in R$ pero (1,3) no pertenece a R.

R no es antisimétrica porque $(1,2) \in R$ y (2,1) también.