

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

05.570 19 01 11 EX
05.570 19 01 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?
No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Enunciats

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

C: Comprar un cotxe
T: Usar transport públic
M: Comprar una moto
P: Usar petroli para desplaçar-se
A: Anar caminant a tot arreu

- 1) És necessari que no utilitzi el transport públic per a què em compri un cotxe o em compri una moto.

$$C \vee M \rightarrow \neg T$$

- 2) Només utilitzo petroli per desplaçar-me si em compro un cotxe, em compro una moto o utilitzo el transport públic.

$$P \rightarrow C \vee M \vee T$$

- 3) Si no utilitzo el transport públic, o em compro una moto o em compro un cotxe, però no les dues coses a la vegada.

$$\neg T \rightarrow (C \vee M) \wedge \neg(C \wedge M)$$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

A(x) : x és un principi actiu
F(x) : x és una farmacèutica
G(x) : x és genèric
P(x, y) : x produeix y

- 1) Hi ha principis actius que són produïts per totes les farmacèutiques.

$$\exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y, x)))$$

- 2) No hi ha cap principi actiu que no sigui produït per cap farmacèutica.

$$\neg \exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow \neg P(y, x)))$$

- 3) Hi ha farmacèutiques que produeixen tots els principis actius genèrics.

$$\exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow P(x, y)))$$

- 4) No hi ha cap farmacèutica que no produeixi cap principi actiu genèric.

$$\neg \exists x(F(x) \wedge \neg \exists y(A(y) \wedge G(y) \wedge P(x, y))) \text{ o també } \neg \exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow \neg P(x, y)))$$

- 5) No hi ha cap principi actiu genèric que sigui produït per totes les farmacèutiques.

$$\neg \exists x(A(x) \wedge G(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y, x)))$$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$P \rightarrow F \wedge G$
 $P \wedge G \rightarrow R$
 $(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$
 $\therefore G \wedge R$

Solució:

1	$P \rightarrow F \wedge G$	P
2	$P \wedge G \rightarrow R$	P
3	$(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$	P
4	$\neg(G \wedge R)$	H
5	G	H
6	R	H
7	$G \wedge R$	$I \wedge 5,6$
8	$\neg(G \wedge R)$	$It\ 4$
9	$\neg R$	$I \neg 6,7,8$
10	$G \rightarrow \neg R$	$I \rightarrow 6,9$
11	$F \wedge P$	$E \rightarrow 3,10$
12	P	$E \wedge 11$
13	$F \wedge G$	$E \rightarrow 1,12$
14	G	$E \wedge 13$
15	$P \wedge G$	$I \wedge 12,14$
16	R	$E \rightarrow 2,15$
17	$\neg R$	$E \rightarrow 10,14$
18	$\neg\neg(G \wedge R)$	$I \neg 4,16,17$
19	$G \wedge R$	$E \neg 18$

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$\neg P \vee Q \rightarrow \neg R$
 $\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q$
 $\neg Q \vee (R \wedge S)$
 $P \rightarrow Q$
 $\therefore R \wedge S$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Solució:

Formes normals

Premissa 1: $\neg P \vee Q \rightarrow \neg R = (P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$

Premissa 2: $\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q = (P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)$

Premissa 3: $\neg Q \vee (R \wedge S) = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$

Premissa 4: $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

Negació de la conclusió: $\neg(R \wedge S) = \neg R \vee \neg S$

El conjunt de clàusules és:

$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q, \neg R \vee \neg S\}$

en negreta el conjunt de suport.

Si fem resolució:

$\neg R \vee \neg S$	$\neg Q \vee S$
$\neg R \vee \neg Q$	$P \vee Q$
$\neg R \vee P$	$\neg P \vee Q$
$\neg R \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$P \vee Q$
P	$\neg P \vee Q$
Q	$\neg Q$
\square	

Si provem si les premisses son inconsistentes, tenim el conjunt de clàusules:

$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q\}$

No hi cap S negada, per tant podem eliminar $\neg Q \vee S$ i queda el conjunt de clàusules:

$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg P \vee Q\}$

Si intentem fer resolució:

$\neg P \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg P \vee \neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg P \vee \neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$P \vee Q$
Q	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	Q
\square	

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Per tant les premisses són inconsistentes.

Problema 4

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les regles bàsiques, les regles derivades i equivalents deductius.

$$\forall x [P(x) \rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x,y))]$$

$$\therefore \neg \exists z [Q(z)] \rightarrow \neg \exists u [P(u)]$$

1.	$\forall x [P(x) \rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x,y))]$		P
2.		$\neg \exists z [Q(z)]$	H
3.		$\exists u [P(u)]$	H
4.		$P(a)$	E \exists 3
5.		$P(a) \rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(a,y))$	E \forall 1
6.		$\exists y (Q(y) \wedge R(a,y))$	E \rightarrow 4,5
7.		$Q(b) \wedge R(a, b)$	E \exists 6
8.		$Q(b)$	E \wedge 7
9.		$\forall z [\neg Q(z)]$	ED 3
10.		$\neg Q(b)$	E \forall 9
11.		$\neg \exists u [P(u)]$	I \neg 3, 8, 10
12.	$\neg \exists z [Q(z)] \rightarrow \neg \exists u [P(u)]$		I \rightarrow 2, 11

Problema 5

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NOR per a l'expressió:

$$A \cdot (B + C)$$

a) Reescriu la fórmula usant únicament l'operador \downarrow .

$$A \cdot (B+C) = (A+A) \cdot (B+C) = \sim \sim ((A+A) \cdot (B+C)) = \sim (\sim (A+A) + \sim (B+C)) = (A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow C)$$

b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

A	B	C	(B+C)	$A \cdot (B+C)$	(A \downarrow A)	(B \downarrow C)	(A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2011	15:30