Raonament

1	$P \rightarrow Q$	Premissa
2	$R \rightarrow S$	Premissa
3	$(S \land Q) \rightarrow T$	Premissa
4	$(P \land R) \rightarrow T$	Conclusió

Declaracions

- **Àtoms:** P, Q, R, S, T

Deducció natural

#			Regles
1	$P \rightarrow Q$		P
2	$R \rightarrow S$		P
3	$(S \land Q) \rightarrow T$		P
4		$P \land R$	**H**
5		P	$E\land$ 4
6		R	$E\land$ 4
7		Q	$E\rightarrow$ 1, 5
8		S	$E\rightarrow$ 2, 6
9		$S \land Q$	$I\land$ 7, 8
10		T	$E\rightarrow$ 3, 9
11	$(P \land R) \rightarrow T$		$I\rightarrow$ 4, 10

Raonament

1	$P \lor Q$	Premissa
2	$\neg P \rightarrow Q$	Conclusió

Declaracions

- **Àtoms:** P, Q

Deducció natural

#			Regles
1	$P \lor Q$		P
2		$\neg P$	**H**
3		Q	SD 1, 2
4	$\neg P \rightarrow Q$		$I\rightarrow$ 2, 3

Raonament

1	$P \rightarrow T$	Premissa
2	$S \rightarrow \neg R$	Premissa
3	$P \wedge (Q \vee R)$	Premissa
4	$T \wedge (S \rightarrow Q)$	Conclusió

Declaracions

- **Àtoms:** P, Q, R, S, T

Deducció natural

#					Regles
1	$P \rightarrow T$				P
2	$S \rightarrow \neg R$				P
3	$P \wedge (Q \vee R)$				P
4	P				$E \wedge$ 3
5	T				$E \rightarrow$ 1, 4
6	$Q \vee R$				$E \wedge$ 3
7		Q			**H**
8			S		**H**
9			Q		It 7
10		$S \rightarrow Q$			$I \rightarrow$ 8, 9
11		R			**H**
12			S		**H**
13				$\neg Q$	**H**
14				$\neg R$	$E \rightarrow$ 2, 12
15				R	It 11
16			$\neg\neg Q$		$I \neg$ 13, 14, 15
17			Q		$E \neg$ 16
18		$S \rightarrow Q$			$I \rightarrow$ 12, 17
19	$S \rightarrow Q$				$E \vee$ 6, 10, 18
20	$T \wedge (S \rightarrow Q)$				$I \wedge$ 5, 19

Raonament

1	$A \vee B \rightarrow (C \rightarrow \neg D)$	Premissa
2	$\neg A \rightarrow C$	Premissa
3	$A \vee C \rightarrow \neg (B \wedge A)$	Premissa

4	B → ¬D	Conclusió

Declaracions

- **Àtoms:** A, B, C, D

Deducció natural

#					Regles
1	A ∨ B → (C → ¬D)				P
2	¬A → C				P
3	A ∨ C → ¬ (B ∧ A)				P
4		B			**H**
5			D		**H**
6			A ∨ B		I ∨ 4
7			C → ¬D		E → 1, 6
8				C	**H**
9				¬D	E → 7, 8
10				D	It 5
11			¬C		I ¬ 8, 9, 10
12				¬A	**H**
13				C	E → 2, 12
14				¬C	It 11
15			¬ ¬A		I ¬ 12, 13, 14
16			A		E ¬ 15
17			A ∨ C		I ∨ 16
18			¬ (B ∧ A)		E → 3, 17
19			B ∧ A		I ∧ 4, 16
20		¬D			I ¬ 5, 18, 19
21	B → ¬D				I → 4, 20

Raonament

1	∀x (A(x) → ∃y (B(y) ∧ C(x, y)))	Premissa
2	¬ ∃z (B(z)) → ¬ ∃t (A(t))	Conclusió

Declaracions

- **Predicats:** A, B, C
- **Variables:** x, y, z, t
- **Constants:** a, b

Deducció natural

#				Regles
1	$\forall x\,(A(x) \rightarrow \exists y\,(B(y) \wedge C(x, y)))$			P
2		$\neg \exists z\,(B(z))$		**H**
3			$\exists t\,(A(t))$	**H**
4			$A(a)$	E $\exists$ 3
5			$A(a) \rightarrow \exists y\,(B(y) \wedge C(a, y))$	E $\forall$ 1
6			$\exists y\,(B(y) \wedge C(a, y))$	E $\rightarrow$ 4, 5
7			$B(b) \wedge C(a, b)$	E $\exists$ 6
8			$B(b)$	E $\wedge$ 7
9			$\forall z\,(\neg B(z))$	$\neg \exists x\, A(x) = \forall x\, \neg A(x)$ 2
10			$\neg B(b)$	E $\forall$ 9
11		$\neg \exists t\,(A(t))$		I $\neg$ 3, 8, 10
12	$\neg \exists z\,(B(z)) \rightarrow \neg \exists t\,(A(t))$			I $\rightarrow$ 2, 11

Raonament

1	$\forall x\,(\exists y R(x, y) \rightarrow P(x) \vee Q(x))$	Premissa
2	$\neg \exists x\,(Q(x) \wedge \exists y R(x, y))$	Premissa
3	$\exists x R(a, x)$	Premissa
4	$P(a)$	Conclusió

Declaracions

- **Predicats:** R, P, Q
- **Variables:** x, y
- **Constants:** a

Deducció natural

#		Regles
1	$\forall x\,(\exists y R(x, y) \rightarrow P(x) \vee Q(x))$	P
2	$\neg \exists x\,(Q(x) \wedge \exists y R(x, y))$	P
3	$\exists x R(a, x)$	P
4	$\forall x\, \neg\,(Q(x) \wedge \exists y R(x, y))$	$\neg \exists x\, A(x) = \forall x\, \neg A(x)$ 2
5	$\neg\,(Q(a) \wedge \exists y R(a, y))$	E $\forall$ 4
6	$\neg Q(a) \vee \neg \exists y R(a, y)$	ED: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ 5
7	$\exists y R(a, y) \rightarrow P(a) \vee Q(a)$	E $\forall$ 1

8	$\exists y R(a, y)$	$\exists x\, A(x) = \exists y\, A(y)$ 3
9	$P(a) \lor Q(a)$	E $\rightarrow$ 7, 8
10	$\neg Q(a)$	SD 6, 8
11	$P(a)$	SD 9, 10

Raonament

1	$\exists x Q(x) \rightarrow \forall x \exists z\, (S(x) \rightarrow P(z) \land W(x, z))$	Premissa
2	$\forall y\, (P(y) \rightarrow \neg W(c, y))$	Premissa
3	$S(c)$	Premissa
4	$\neg \exists x Q(x)$	Conclusió

Declaracions

- **Predicats:** P, Q, R, S, W
- **Variables:** x, y, z
- **Constants:** c, b

Deducció natural

#			Regles
1	$\exists x Q(x) \rightarrow \forall x \exists z\, (S(x) \rightarrow P(z) \land W(x, z))$		P
2	$\forall y\, (P(y) \rightarrow \neg W(c, y))$		P
3	$S(c)$		P
4		$\exists x Q(x)$	**H**
5		$\forall x \exists z\, (S(x) \rightarrow P(z) \land W(x, z))$	E $\rightarrow$ 1, 4
6		$\exists z\, (S(c) \rightarrow P(z) \land W(c, z))$	E $\forall$ 5
7		$S(c) \rightarrow P(b) \land W(c, b)$	E $\exists$ 6
8		$P(b) \land W(c, b)$	E $\rightarrow$ 7, 3
9		$P(b) \rightarrow \neg W(c, b)$	E $\forall$ 2
10		$P(b)$	E $\land$ 8
11		$\neg W(c, b)$	E $\rightarrow$ 9, 10
12		$W(c, b)$	E $\land$ 8
13	$\neg \exists x Q(x)$		I $\neg$ 4, 11, 12

Passar a enunciat

Raonament

1	$\exists x\, (P(x) \land \forall y\, (Q(y) \rightarrow R(y, x)))$	Premissa
2	$\neg \exists x Q(x)$	Premissa
3	$\exists x \neg P(x)$	Conclusió

Domini

D = { 1, 2 }

Pas de fórmules a enunciats

Premissa 1: $\exists x\,(P(x) \wedge \forall y\,(Q(y) \rightarrow R(y, x))\,)$

1.	$\exists x\,(P(x) \wedge \forall y\,(Q(y) \rightarrow R(y, x))\,)$		
2.	$\exists x\,(P(x) \wedge (\,(Q(1) \rightarrow R(1, x)) \wedge (Q(2) \rightarrow R(2, x))\,)\,)$	Eliminar quantificador universal	Correcte
3.	$(P(1) \wedge (\,(Q(1) \rightarrow R(1, 1)) \wedge (Q(2) \rightarrow R(2, 1))\,)\,) \vee (P(2) \wedge (\,(Q(1) \rightarrow R(1, 2)) \wedge (Q(2) \rightarrow R(2, 2))\,)\,)$	Eliminar quantificador existencial	Correcte
4.		Enunciat	Correcte

Correcte

Premissa 2: $\neg \exists x Q(x)$

1.	$\neg \exists x Q(x)$		
2.	$\neg\,(Q(1) \vee Q(2))$	Eliminar quantificador existencial	Correcte
3.		Enunciat	Correcte

Correcte

Conclusió: $\exists x\, \neg P(x)$

1.	$\exists x\, \neg P(x)$		
2.	$\neg P(1) \vee \neg P(2)$	Eliminar quantificador existencial	Correcte
3.		Enunciat	Correcte

Correcte

Pregunta

El raonament de l'exercici anterior no és vàlid. Demostreu-ho.
[Cal haver resolt correctament l'exercici anterior per a puntuar en aquest]

Resposta

Per demostrar que el raonament no és correcte n'hi ha prou amb trobar un contraexemple, això és una interpretació que faci certes les premisses però falsa la conclusió

Per a fer falsa la conclusió $\neg P(1) \vee \neg P(2)$ cal que ambdós disjuntands siguin falsos. Això s'aconsegueix amb: **P(1) = P(2) = V**

Per a per a fer certa la segona premissa $\neg(Q(1) \vee Q(2))$ és necessari que ambdós disjuntands siguin falsos: **Q(1)=Q(2)=F**

Pel que fa a la primera premissa $(P(1) \wedge (\,(Q(1) \rightarrow R(1, 1)) \wedge (Q(2) \rightarrow R(2, 1))\,)\,) \vee (P(2) \wedge (\,(Q(1) \rightarrow R(1, 2)) \wedge (Q(2) \rightarrow R(2, 2))\,)\,)$ veiem que totes les parts de la forma Q(_) $\rightarrow$ ... són certes atès que tots els antecedents són falsos. Això redueix l'enunciat a $P(1) \vee P(2)$ i aquest enunciat ja és cert amb els valors de P(_) donats abans.

Pel que fa als valors de R(_,_) aquests poden ser qualssevol.

Així, una interpretació que és un contraexemple del raonament (i per tant una demostració de la seva incorrectesa) és:

<{1,2}, {P(1)=P(2)=V, Q(1)=Q(2)=F, R(1,1)=V, R(2,1)=V, R(1,2)=V, R(2,2)=V**}, $\emptyset$ >**