

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

05.570 16 06 12 EX
05.570 16 06 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?
No es pot consultar cap material
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Enunciats

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

M: "Tenir un bon motor"
 H: "Ser hàbil"
 P: "Tenir paciència"
 G: "Guanyar una cursa"
 C: "Guanyar el campionat"

- 1) Quan no tens un bon motor, és necessari ser hàbil i tenir paciència per a poder guanyar una cursa.
 $\neg M \rightarrow (G \rightarrow H \wedge P)$
- 2) Si tens un bon motor i ets hàbil, pots guanyar una cursa si tens paciència.
 $M \wedge H \rightarrow (P \rightarrow G)$
- 3) Per a guanyar el campionat no és necessari guanyar una cursa.
 $\neg(C \rightarrow G)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Predicats

M(x): x és un monstre
 F(x): x llença foc per la boca
 R(x): x llença rajos radioactius pels ulls
 A(x, y): x ataca y
 S(y): x es salva
 C(x): x és una ciutat

Constants

a: Gamera
 b: Gozilla
 c: Tokio

- 1) Tots els monstres llencen foc per la boca o llencen rajos radioactius pels ulls, però no les dues coses a la vegada
 $\forall x[M(x) \rightarrow (F(x) \vee R(x)) \wedge \neg(F(x) \wedge R(x))]$
- 2) Si Gozilla ataca Tokio aleshores Tokio només es salva si Gamera ataca a Gozilla
 $A(b, c) \rightarrow (S(c) \rightarrow A(a, b))$
- 3) Si un monstre que llença foc per la boca ataca una ciutat aleshores serà atacat per algun monstre que llenci rajos radioactius pels ulls.
 $\forall x[M(x) \wedge F(x) \wedge \exists y[C(y) \wedge A(x, y)] \rightarrow \exists z[M(z) \wedge R(z) \wedge A(z, x)]]$

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Problema 2

Demostreu la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (no podeu utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius):

$$A \rightarrow \neg B, D \rightarrow \neg C, B \rightarrow C \therefore B \rightarrow \neg D \wedge \neg A$$

(1)	$A \rightarrow \neg B$			P
(2)	$D \rightarrow \neg C$			P
(3)	$B \rightarrow C$			P
(4)		B		H
(5)			D	H
(6)			C	$E \rightarrow 3,4$
(7)			$\neg C$	$E \rightarrow 2,5$
(8)		$\neg D$		$I \neg 5,6,7$
(9)			A	H
(10)			B	it 4
(11)			$\neg B$	$E \rightarrow 1,9$
(12)		$\neg A$		$I \neg 9,10,11$
(13)		$\neg D \wedge \neg A$		$I \wedge 8,12$
(14)	$B \rightarrow \neg D \wedge \neg A$			$I \rightarrow 4,13$

Problema 3

Analitzeu la validesa o la invalidesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució.

$$B \rightarrow P \wedge A, A \rightarrow S \wedge F, F \vee S \rightarrow G, G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) \therefore A \rightarrow \neg G \wedge \neg B$$

Normalització de les premisses i de la negació de la conclusió:

$$B \rightarrow P \wedge A = \neg B \vee (P \wedge A) = (\neg B \vee P) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow S \wedge F = \neg A \vee (S \wedge F) = (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F)$$

$$F \vee S \rightarrow G = \neg(F \vee S) \vee G = (\neg F \wedge \neg S) \vee G = (\neg F \vee G) \wedge (\neg S \vee G)$$

$$G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) = G \rightarrow (\neg S \vee \neg A) = \neg G \vee \neg S \vee \neg A$$

$$\neg(A \rightarrow \neg G \wedge \neg B) = \neg(\neg A \vee (\neg G \wedge \neg B)) = (A \wedge \neg(\neg G \wedge \neg B)) = A \wedge (\neg\neg G \vee \neg\neg B) = A \wedge (G \vee B)$$

Conjunt de clàusules resultants:

$$\neg B \vee P, \neg B \vee A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A, A, G \vee B$$

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

(amb **negreta**, el conjunt de suport)

La clàusula $(\neg B \vee P)$ es pot eliminar perquè no hi ha cap clàusula que contingui $\neg P$ (literal pur).

La clàusula $(\neg B \vee A)$ es pot eliminar perquè hi ha la clàusula A (subsumpció).

Les dues clàusules eliminades equivalen a la primera premissa. Per tant, si el raonament és vàlid, la primera premissa no intervé en la validació.

Llavors, el conjunt resultant de clàusules és:

$\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A** , **$G \vee B$**

La clàusula $(G \vee B)$ es pot eliminar perquè no hi ha cap clàusula que contingui $\neg B$ (literal pur)

Aquesta clàusula és una part de la conclusió que es vol demostrar a partir de les premisses. Per tant, si el raonament és vàlid, només una part de la conclusió intervé realment en la validació.

Llavors, el conjunt resultant de clàusules és:

$\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A**

Resolució:

$\neg A \vee S$	A
S	$\neg S \vee G$
G	$\neg G \vee \neg S \vee \neg A$
$\neg S \vee \neg A$	A
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	A
\square	

Hem observat que la primera premissa no s'utilitza. I pel que fa a la conclusió, únicament es necessita A . Això indica que de les premisses es pot deduir $\neg A$ i, per tant, que si introduïm A com a hipòtesi podrem deduir qualsevol cosa (en particular $\neg G \wedge \neg B$).

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Problema 4

Demostra per resolució la validesa del següent raonament

$$\begin{aligned}
 &\forall x [R(x) \rightarrow \exists y S(x,y) \wedge \forall z (S(x,z) \rightarrow \neg M(z))] \\
 &\forall u \forall v (M(u) \rightarrow S(u,v)) \\
 &\therefore \forall x [R(x) \rightarrow \exists w [S(x,w) \wedge \neg M(x)]]
 \end{aligned}$$

Solució:

$$\begin{aligned}
 \text{FNS}(\forall x [R(x) \rightarrow \exists y S(x,y) \wedge \forall z (S(x,z) \rightarrow \neg M(z))]) = \\
 \forall x ([\neg R(x) \vee S(x,f(x))]) \wedge [\neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z)])
 \end{aligned}$$

$$\text{FNS}(\forall u \forall v (M(u) \rightarrow S(u,v))) = \forall u \forall v [\neg M(u) \vee S(u,v)]$$

$$\begin{aligned}
 \text{FNS}(\neg \forall x [R(x) \rightarrow \exists w [S(x,w) \wedge \neg M(x)]]) = \\
 \forall w [R(a) \wedge (\neg S(a,w) \vee M(a))]
 \end{aligned}$$

Conjunt de clàusules = $\{ \neg R(x) \vee S(x,f(x)), \neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z), \neg M(u) \vee S(u,v), R(a), \neg S(a,w) \vee M(a) \}$

Resolució:

Clàusules troncals	Clàusules laterals	
R(a)	$\neg R(x) \vee S(x,f(x))$ $\neg R(a) \vee S(a,f(a))$	Substitució x per a
S(a,f(a))	$\neg S(a,w) \vee M(a)$ $\neg S(a,f(a)) \vee M(a)$	Substitució w per f(a)
M(a)	$\neg M(u) \vee S(u,v)$ $\neg M(a) \vee S(a,v)$	Substitució u per a
S(a,v)	$\neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z)$ $\neg R(a) \vee \neg S(a,v) \vee \neg M(v)$	Substitució x per a z per v
$\neg R(a) \vee \neg M(v)$	R(a)	
$\neg M(v)$ $\neg M(a)$	M(a)	Substitució v per a
□		

Hem arribat a clàusula buida per tan el raonament és vàlid

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	16/06/2012	15:30