



## PAC3

### Presentació

Tercera PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

### Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

#### Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

#### Competències específiques:

- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difusa.

### Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència.

### Descripció de la PAC a realitzar

#### Problema 1

Tenim un sistema intel·ligent que ens ha d'ajudar a determinar el tipus malaltia que té una planta d'acord amb certes observacions de les característiques físiques de les seves fulles i altres característiques que podem obtenir de la mateixa planta.

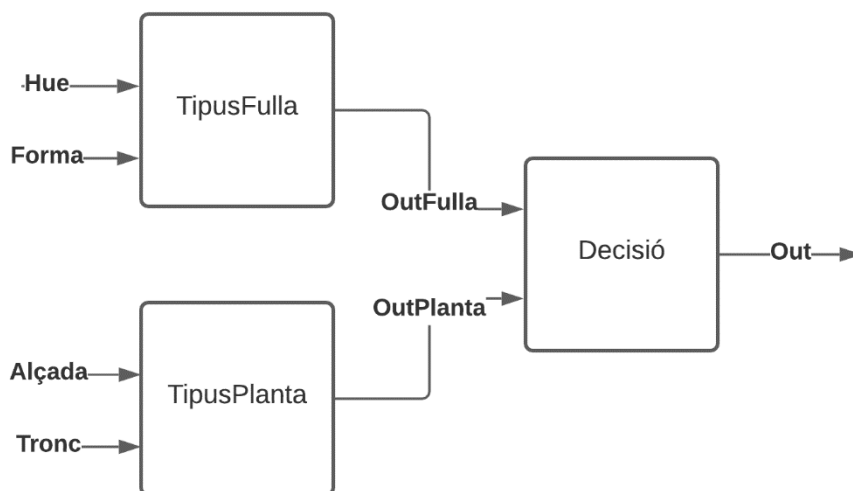
Les característiques que tindrem en compte de la fulla són: el color predominant que obtindrem a partir del canal **Hue** de l'espai de color [HSV](#) i de la relació entre la seva altura i la seva amplada a la qual anomenarem **forma**.

Les característiques que tindrem en compte de la planta són la seva **alçada** i el perímetre del **tronc**, en centímetres.

A partir de diversos estudis realitzats, un equip d'investigació ha dissenyat un sistema expert jeràrquic difús compost de 3 blocs de regles (TipusFulla, TipusPlanta i Decisió), amb les 4 variables d'entrada anteriorment definides (Color, Forma, Alçada, i Tronc), 2 intermèdies (OutFulla i OutPlanta) i 1 de sortida (Out), distribuïts



tal com es mostra a la figura següent:



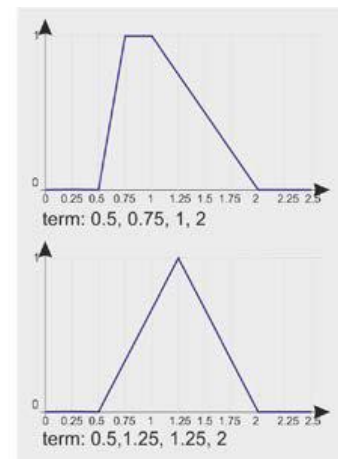
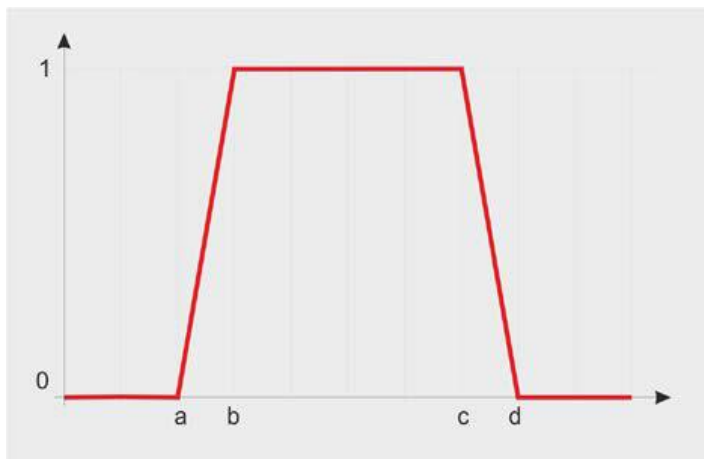
D'acord amb l'experiència de l'equip, tenim els termes lingüístics associats a cadascuna de les variables. La definició de la funció de pertinença de la variable Hue l'hem obtingut d'un article científic (*Fuzzy color recognition and segmentation of robot vision scene, Liu y Wang, 2015*)

Variable	Rang	Terme lingüístic (a, b, c, d) <i>veure nota sota la taula</i>
Hue	[0, 360]	<b>Vermell:</b> 300, 330, 10, 20 <b>Taronja:</b> 10, 20, 40, 55 <b>Verd:</b> 65, 80, 140, 170 <b>Cian:</b> 140, 170, 200, 210 <b>Blau:</b> 200, 210, 250, 270 <b>Porpra:</b> 250, 270, 300, 330 <b>Groc:</b> 40, 55, 65, 80
Forma	[0, 10]	Rodona: 0, 0, 2, 5 Mitja: 2, 5, 5, 8 Allargada: 5, 8, 10, 10
Alçada	[0, 100]	<b>Baix:</b> 0, 0, 20, 30 <b>Mitjà:</b> 20, 30, 60, 80 <b>Alt:</b> 60, 80, 100, 100
Tronc	[0, 5]	<b>Estret:</b> 0, 0, 0, 2.5



		<b>Mitjà:</b> 0, 2.5, 2.5, 3
		<b>Ample:</b> 2.5, 3, 5, 5
OutFulla	[0, 2]	<b>Molt Baix:</b> 0, 0, 0, 0.2 <b>Baix:</b> 0, 0.2, 0.2, 0.4 <b>Mitjà:</b> 0.2, 0.4, 0.4, 1.2 <b>Alt:</b> 0.4, 1.2, 1.2, 2.0 <b>Molt Alt:</b> 1.2, 2.0, 2.0, 2.0
OutPlanta	[0, 2]	<b>Baix:</b> 0, 0.8, 0.8, 1.38 <b>Mitjà:</b> 0.8, 1.38, 1.38, 1.75 <b>Alt:</b> 1.38, 1.75, 1.75, 2.0
Out	[0, 1]	<b>Sa:</b> 0, 0, 0, 0.25 <b>Enfermetat1:</b> 0, 0.25, 0.25, 0.5 <b>Enfermetat2:</b> 0.25, 0.5, 0.5, 0.75 <b>Enfermetat3:</b> 0.5, 0.75, 0.75, 1 <b>Enfermetat4:</b> 0.75, 1, 1, 1

A continuació, es presenta com s'ha d'interpretar la seqüència de punts (a, b, c, d). A més, en el costat dret s'afegeixen dos exemples il·lustratius, un terme trapezoidal (a dalt) i un terme triangular (a sota).





A més, es detallen les regles associades a cada un dels blocs definits:

Bloc TipusFulla				
Id	Hue	Operació	Forma	OutFulla
01	Vermell	AND	Rodona	MA
02	Vermell	AND	Mitja	MA
03	Vermell	AND	Allargada	M
04	Taronja	AND	Rodona	B
05	Taronja	AND	Mitja	M
06	Taronja	AND	Allargada	M
07	Groc	AND	Rodona	M
08	Groc	AND	Mitja	B
09	Groc	AND	Allargada	B
10	Verd	AND	Rodona	MB
11	Verd	AND	Mitja	MB
12	Verd	AND	Allargada	MB
13	Cian	AND	Rodona	M
14	Cian	AND	Mitja	M
15	Cian	AND	Allargada	A
16	Blau	AND	Rodona	A
17	Blau	AND	Mitja	A
18	Blau	AND	Allargada	MA
19	Porpra	AND	Rodona	A
20	Porpra	AND	Mitja	MA
21	Porpra	AND	Allargada	MA

Bloc TipusPlanta				
Id	Alçada	Operació	Tronc	OutPlanta
01	B	AND	Estret	B
02	B	AND	Mitjà	B
03	B	AND	Ample	B
04	M	AND	Estret	B
05	M	AND	Mitjà	M
06	M	AND	Ample	M
07	A	AND	Estret	B
08	A	AND	Mitjà	M
09	A	AND	Ample	A



Bloc Decisió				
Id	OutFulla	Operació	OutPlanta	Out
01	B	OR	B	S
02	B	OR	M	S
03	B	OR	A	E1
04	M	AND	B	E1
05	M	AND	M	E2
06	M	AND	A	E2
07	A	AND	B	E2
08	A	AND	M	E3
09	A	AND	A	E4
10	MA	AND	B	E2
11	MA	AND	M	E4
12	MA	AND	A	E4
13	MB	OR	B	S
14	MB	OR	M	S
15	MB	OR	A	S

### Preguntes

Considerar un sistema **Mamdani** amb **t-norma min** y **t-conorma max**.

- 1) Representar gràficament les variables de sistema amb els termes lingüístics. Calcular les funcions de pertinença per a totes les variables. (3 punts).
- 2) Determinar la funció de pertinença **Out** resultat i la seva sortida nítida considerant el següent conjunt de valors inicials: (7 punts)

Entrada	Valor
Hue	75
Forma	3.2
Alçada	65
Tronc	1.6

No s'han de calcular els valors nítids de les variables intermèdies OutFulla i OutPlanta.

Per al càlcul del valor nítid de la variable Out, podeu fer servir el mètode del centre de masses amb una resolució de  $10E-3$ .

En tots els casos, s'han de descriure les regles que s'activen en cada bloc, representar gràficament la sortida obtinguda i el procés seguit per obtenir el resultat.

### Recursos



Per realitzar aquesta PAC, el material imprescindible és dins del mòdul “Incertesa i raonament aproximant”.

De forma complementària, dins del paquet de PACs resoltes de semestres anteriors, hi ha nombrosos exemples de sistemes difusos.

## Criteris de valoració

Les puntuacions es mostren en cada pregunta de l'enunciat.

## Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir la plantilla proporcionada a l'aula. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser CognomsNom\_IA\_PAC3 amb l'extensió .pdf (format PDF).

La data límit de lliurament és el **1/12/2020 (a les 24 hores)**.

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.

### Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

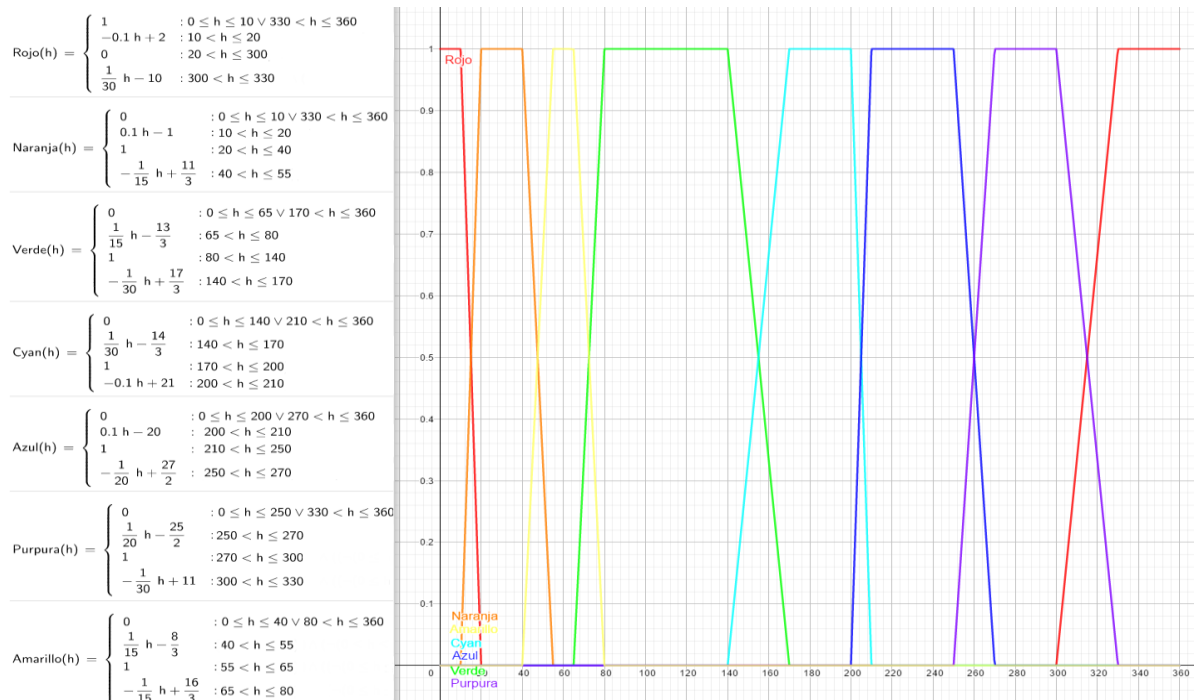
Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.



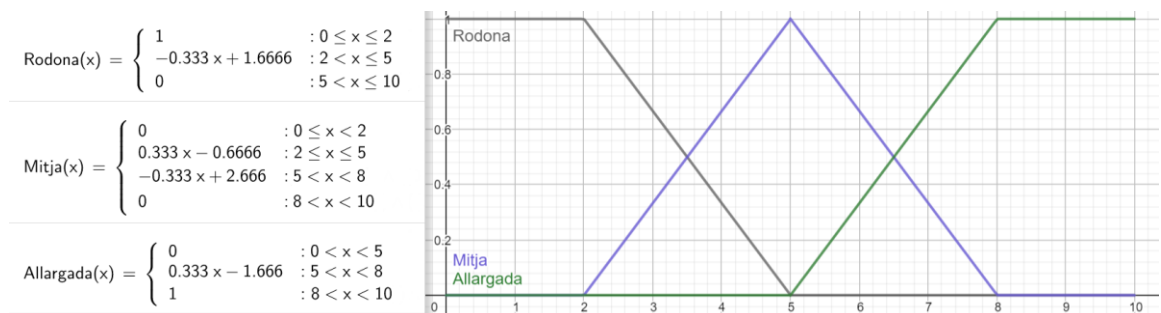
## Solucions

- 1) Representar gràficament les variables de sistema amb els termes lingüístics. Calcular les funcions de pertinença per a totes les variables.

### HUE



### Forma



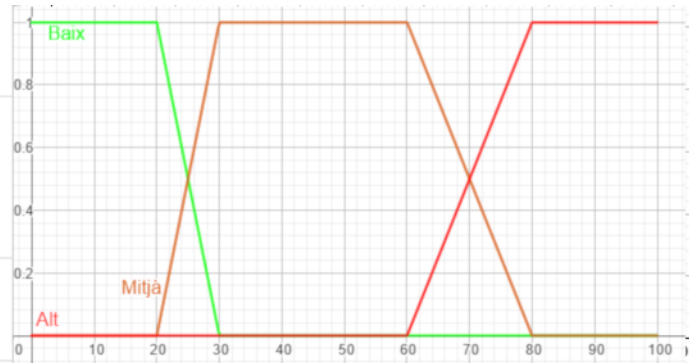


### Alçada

$$\text{Baix}(x) = \begin{cases} 1 & : 0 < x < 20 \\ -0.1x + 3 & : 20 < x < 30 \\ 0 & : 30 < x < 100 \end{cases}$$

$$\text{Mitjà}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 < x < 20 \\ 0.1x - 2 & : 20 < x < 30 \\ 1 & : 30 < x < 60 \\ -0.05x + 4 & : 60 < x < 80 \\ 0 & : 80 < x < 100 \end{cases}$$

$$\text{Alt}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 < x < 60 \\ 0.05x - 3 & : 60 < x < 80 \\ 1 & : 80 < x < 100 \end{cases}$$

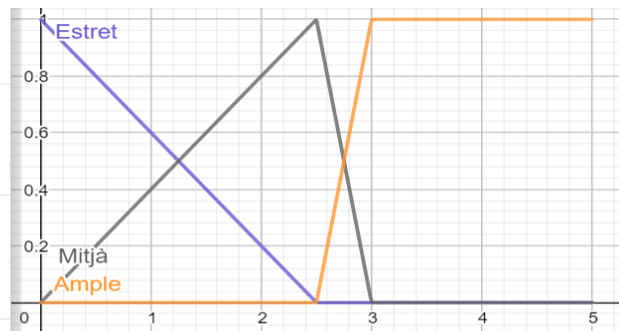


### Tronc

$$\text{Estret}(x) = \begin{cases} -0.4x + 1 & : 0 < x < 2.5 \\ 0 & : 2.5 < x < 5 \end{cases}$$

$$\text{Mitjà}(x) = \begin{cases} 0.4x & : 0 < x < 2.5 \\ -2x + 6 & : 2.5 < x < 3 \\ 0 & : 3 < x < 5 \end{cases}$$

$$\text{Ample}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 < x < 2.5 \\ 2x - 5 & : 2.5 < x < 3 \\ 1 & : 3 < x < 5 \end{cases}$$



### OutFulla

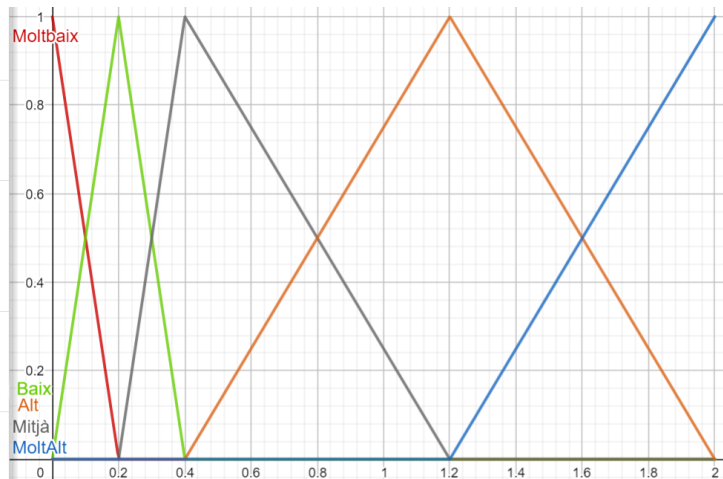
$$\text{Moltbaix}(x) = \begin{cases} -5x + 1 & : 0 \leq x \leq 0.2 \\ 0 & : 0.2 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Baix}(x) = \begin{cases} 5x & : 0 \leq x \leq 0.2 \\ -5x + 2 & : 0.2 < x \leq 0.4 \\ 0 & : 0.4 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Mitjà}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.2 \\ 5x - 1 & : 0.2 < x \leq 0.4 \\ -1.25x + 1.5 & : 0.4 < x \leq 1.2 \\ 0 & : 1.2 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Alt}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.4 \\ 1.25x - 0.5 & : 0.4 < x \leq 1.2 \\ -1.25x + 2.5 & : 1.2 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{MoltAlt}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 1.2 \\ 1.25x - 1.5 & : 1.2 < x \leq 2 \end{cases}$$





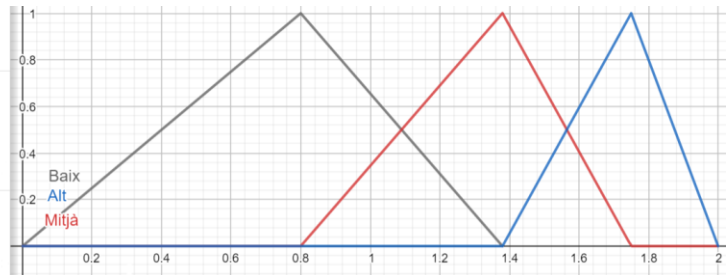


## OutPlanta

$$\text{Baix}(x) = \begin{cases} 1.25x & : 0 \leq x \leq 0.8 \\ -1.724x + 2.379 & : 0.8 < x \leq 1.38 \end{cases}$$

$$\text{Mitjà}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.8 \\ 1.724x - 1.379 & : 0.8 < x \leq 1.38 \\ -2.702x + 4.729 & : 1.38 < x \leq 1.75 \\ 0 & : 1.75 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Alt}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 1.38 \\ 2.702x - 3.729 & : 1.38 < x \leq 1.75 \\ -4x + 8 & : 1.75 < x \leq 2 \end{cases}$$



## Out

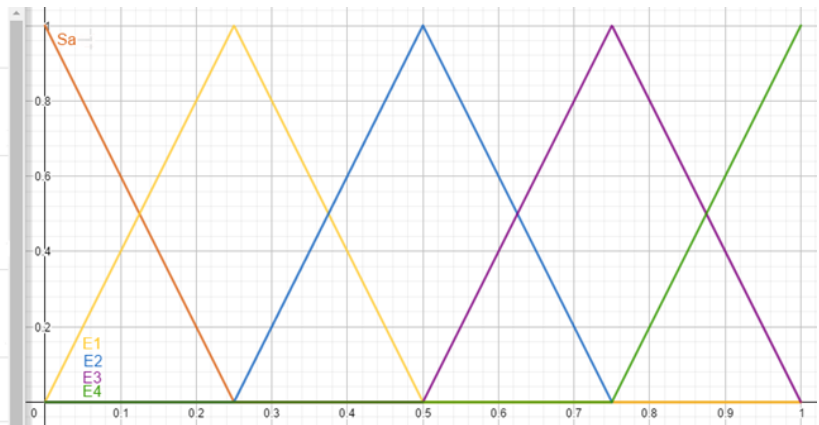
$$\text{Sa}(x) = \begin{cases} -4x + 1 & : 0 \leq x \leq 0.25 \\ 0 & : 0.25 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{E1}(x) = \begin{cases} 4x & : 0 \leq x \leq 0.25 \\ -4x + 2 & : 0.25 < x \leq 0.5 \\ 0 & : 0.5 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{E2}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.25 \\ 4x - 1 & : 0.25 < x \leq 0.5 \\ -4x + 3 & : 0.5 < x \leq 0.75 \\ 0 & : 0.75 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{E3}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.5 \\ 4x - 2 & : 0.5 < x \leq 0.75 \\ -4x + 4 & : 0.75 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{E4}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq 0.75 \\ 4x - 3 & : 0.75 < x \leq 1 \end{cases}$$



2) Determinar la funció de pertinença Out resultat i la seva sortida nítida considerant el següent conjunt de valors inicials:

En **primer lloc**, determinem les activacions de la variable OutFulla:

El valor Hue, 75 activa:

- El terme Groc en 0.333
- El terme Verd en 0.667

El valor Forma = 3.2 activa:

- El terme Rodona a 0.6
- El terme Mitja a 0.4



Traslladem aquestes activacions al bloc de regles TipusFulla

Bloc TipusFulla				
Id	Hue	Operació	Forma	OutFulla
01	Vermell	AND	Rodona (0.601)	MA
02	Vermell	AND	Mitja (0.399)	MA
03	Vermell	AND	Allargada	M
04	Taronja	AND	Rodona (0.601)	B
05	Taronja	AND	Mitja (0.399)	M
06	Taronja	AND	Allargada	M
07	Groc (0.333)	AND	Rodona (0.601)	M (0.333)
08	Groc (0.333)	AND	Mitja (0.399)	B (0.333)
09	Groc (0.333)	AND	Allargada	B
10	Verd (0.667)	AND	Rodona (0.601)	MB (0.601)
11	Verd (0.667)	AND	Mitja (0.399)	MB (0.399)
12	Verd (0.667)	AND	Allargada	MB
13	Cian	AND	Rodona (0.601)	M
14	Cian	AND	Mitja (0.399)	M
15	Cian	AND	Allargada	A
16	Blau	AND	Rodona (0.601)	A
17	Blau	AND	Mitja (0.399)	A
18	Blau	AND	Allargada	MA
19	Porpra	AND	Rodona (0.601)	A
20	Porpra	AND	Mitja (0.399)	MA
21	Porpra	AND	Allargada	MA

La darrera columna mostra entre parèntesi les activacions de les regles. S'activen només les regles que tenen actius els dos antecedents alhora (estem considerant regles amb un connector *and*).

Les regles que s'activen són les regles 07, 08, 10 i 11.

El conseqüent obtingut s'obté d'aplicar la t-norma min.

Un cop tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma max per obtenir els termes que s'activen i el nivell resultant.

En aquest cas tenim:

- El terme MB amb un nivell 0.601
- El terme B amb un nivell 0.333
- El terme M amb un nivell 0.333

En **segon lloc**, determinem les activacions de la variable OutPlanta.



El valor Alçada = 65 activa:

- El terme Mitjà amb un nivell 0.75
- El terme Alt amb un nivell 0.25

El valor Tronc = 1.6 activa:

- El terme Estret amb un nivell 0.36
- El terme Mitjà amb un nivell 0.64

Traslladem aquestes activacions al bloc de regles TipoPlanta

Bloc TipusPlanta				
Id	Alçada	Operació	Tronc	OutPlanta
01	B	AND	Estret (0.36)	B
02	B	AND	Mitjà (0.64)	B
03	B	AND	Ample	B
04	M (0.75)	AND	Estret (0.36)	B (0.36)
05	M (0.75)	AND	Mitjà (0.64)	M (0.64)
06	M (0.75)	AND	Ample	M
07	A (0.25)	AND	Estret (0.36)	B (0.25)
08	A (0.25)	AND	Mitjà (0.64)	M (0.25)
09	A (0.25)	AND	Ample	A

La darrera columna mostra entre parèntesi les activacions de les regles. S'activen només les regles que tenen actius els dos antecedents alhora (estem considerant regles amb un connector *and*).

Les regles que s'activen són les regles 04, 05, 07 i 08.

El conseqüent obtingut s'obté d'aplicar la t-norma min.

Un cop tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma max per obtenir els termes que s'activen i el nivell resultant.

En aquest cas tenim:

- El terme B amb un nivell 0.36
- El terme M amb un nivell 0.64



La **tercera passa** consisteix a traslladar els valors obtinguts amb anterioritat al bloc de regles Decisió per calcular la sortida de sistema:

Bloc Decisió				
Id	OutFulla	Operació	OutPlanta	Out
01	B (0.333)	OR	B (0.36)	S (0.36)
02	B (0.333)	OR	M (0.64)	S (0.64)
03	B (0.333)	OR	A	E1 (0.333)
04	M (0.333)	AND	B (0.36)	E1 (0.333)
05	M (0.333)	AND	M (0.64)	E2 (0.333)
06	M (0.333)	AND	A	E2
07	A	AND	B (0.36)	E2
08	A	AND	M (0.25)	E3
09	A	AND	A	E4
10	MA	AND	B (0.36)	E2
11	MA	AND	M (0.25)	E4
12	MA	AND	A	E4
13	MB (0.601)	OR	B (0.36)	S (0.601)
14	MB (0.601)	OR	M (0.64)	S (0.64)
15	MB (0.601)	OR	A	S (0.601)

En el cas de les regles 01, 02 , 03 , 13, 14 i 15 apliquem la t-conorma per obtenir els conseqüents perquè el connector és un OR.

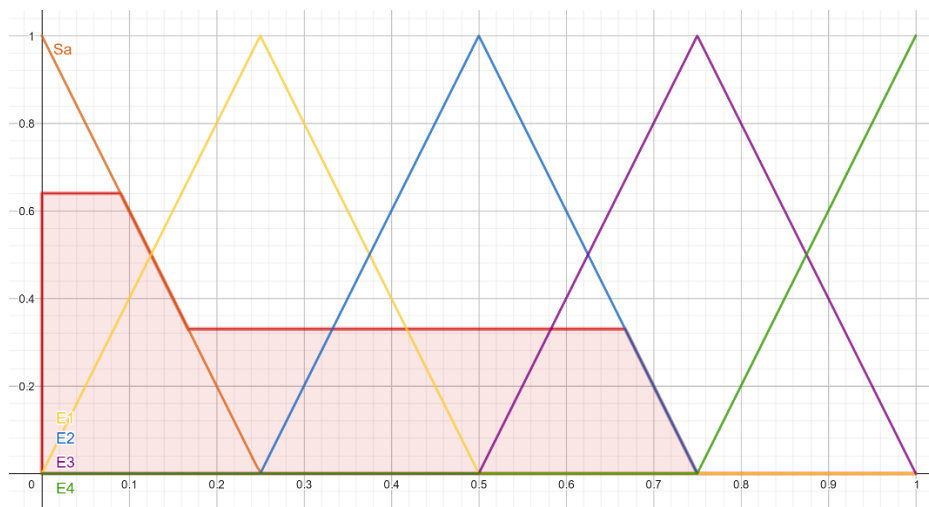
En el cas de les regles 04, 05 realitzam el mateix procés que anteriorment

Quan tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma per obtenir els nivells finals:

- $S = 0.64$
- $E1 = 0.333$
- $E2 = 0.333$
- $E3 = 0$
- $E4 = 0$



La representació final d'Out així com el valor nítid són els següents:



A continuació, la funció de pertinença:

$$\text{Out}(x) = \begin{cases} 0.64 & : 0 \leq x \leq 0.09 \\ -4x + 1 & : 0.09 < x \leq 0.168 \\ 0.33 & : 0.168 < x \leq 0.667 \\ -4x + 3 & : 0.667 < x \leq 0.75 \\ 0 & : 0.75 < x \leq 1 \end{cases}$$

Amb un valor nítid de 0.309, en el fitxer Python adjunt podeu veure el codi usat per al seu càlcul que és una adaptació de què teniu a la teoria de l'assignatura.