Espai grapa

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00

⊂05.570ℜ22ℜ01ℜ11ℜEΞ3∈
05.570 22 01 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

C: Fer molta calor
V: Comprar un ventilador
A: Comprar un aparell d'aire condicionat
B: Comprar un ventall
E: Usar electricitat para refrescar-me

1) Només si no fa molta calor em compro un ventall i no em compro ni un ventilador ni un aparell d'aire condicionat.
$B \wedge \neg V \wedge \neg A \rightarrow \neg C$

2) Només utilitzo electricitat per refrescar-me si fa molta calor i em compro un ventilador o em compro un aparell d'aire condicionat.
$E \rightarrow C \wedge (V \vee A)$

3) Si no em compro un ventilador ni em compro un aparell d'aire condicionat, no utilitzaré electricitat per refrescar-me si i només i no fa molta calor o compro un ventall.
$\neg V \wedge \neg A \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg C \vee B) \wedge (\neg C \vee B \rightarrow \neg E)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

J(x) : x és un jove promesa
C(x) : x és un club
D(x) : x és de la pedrera
A(x, y) : x alinea y

1) No hi ha cap jove promesa que no sigui alineada per cap club
$\neg\exists x(J(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow \neg A(y,x))$

2) Hi ha joves promeses que són alineades per tots els clubs
$\exists x(J(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow A(y,x))$

3) No hi ha cap club que no alineï cap jove promesa de la pedrera.
$\neg\exists x(C(x) \wedge \neg\exists y(J(y) \wedge D(y) \wedge A(x,y)))$
o també $\neg\exists x(C(x) \wedge \forall y(J(y) \wedge D(y) \rightarrow \neg A(x,y)))$

4) Hi ha clubs que alineen totes les joves promeses de la pedrera.
$\exists x(C(x) \wedge \forall y(J(y) \wedge D(y) \rightarrow A(x,y))$

5) No hi ha cap jove promesa de la pedrera que sigui alineada per tots els clubs.
$\neg\exists x(J(x) \wedge D(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow A(y,x)))$

Examen 2010/11-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$B \rightarrow A$
$C \vee \neg F \rightarrow B$
$F \rightarrow R$
$F \rightarrow G$
$\therefore \neg A \rightarrow R \wedge G$

Solució:

1	$B \rightarrow A$			P
2	$C \vee \neg F \rightarrow B$			P
3	$F \rightarrow R$			P
4	$F \rightarrow G$			P
5		$\neg A$		H
6			B	H
7			A	E$\rightarrow$ 1, 6
8			$\neg A$	It 5
9		$\neg B$		I$\neg$ 6, 7, 8
10			$C \vee \neg F$	H
11			B	E$\rightarrow$ 2, 10
12			$\neg B$	It 9
13		$\neg(C \vee \neg F)$		I$\neg$ 10, 11, 12
14			$\neg F$	H
15			$C \vee \neg F$	I$\vee$ 14
16			$\neg(C \vee \neg F)$	It 13
17		$\neg\neg F$		I$\neg$ 14, 15, 16
18		F		E$\neg$ 17
19		R		E$\rightarrow$ 18, 3
20		G		E$\rightarrow$ 18, 4
21		$R \wedge G$		I$\wedge$ 19, 20
22	$\neg A \rightarrow R \wedge G$			I$\rightarrow$ 5, 21

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg R$
$(P \rightarrow R) \rightarrow Q$
$Q \rightarrow R \wedge S$
$R \rightarrow \neg S$
$\therefore P \wedge \neg Q$

Solució:

Formes normals

Premissa 1: (P →Q) → ¬R= (P ∨¬R) ∧ (¬Q ∨¬R)
Premissa 2: (P → R) → Q = (P ∨Q) ∧ (¬R ∨Q)
Premissa 3: Q →R ∧ S = (¬Q ∨R) ∧ (¬Q ∨S)
Premissa 4: R → ¬S = ¬R ∨¬S
Negació de la conclusió : ¬(P ∧¬Q) = ¬P ∨Q

El conjunt de clàusules es:
{P ∨¬R, ¬Q ∨¬R, P ∨Q, ¬R ∨Q, ¬Q ∨R, ¬Q ∨S, ¬R ∨¬S, **¬P ∨Q**}
en negreta el conjunt de suport.

Si fem resolució;

¬P ∨Q	¬Q ∨R
¬P ∨R	¬R ∨¬S
¬P ∨¬S	¬Q ∨S
¬P ∨ ¬Q	¬P ∨Q
¬P	P ∨Q
Q	¬Q ∨R
R	¬Q ∨¬R
¬Q	Q
□	

Si provem si les premisses són inconsistents, tenim el conjunt de clàusules:
{P ∨¬R, ¬Q ∨¬R, P ∨Q, ¬R ∨Q, ¬Q ∨R, ¬Q ∨S, ¬R ∨¬S}
No hi cap P negada, per tant podem eliminar P ∨¬R i P ∨Q i queda el conjunt de clàusules:
{¬Q ∨¬R, ¬R ∨Q, ¬Q ∨R, ¬Q ∨S, ¬R ∨¬S}
Si intentem fer resolució:

¬R ∨¬S	¬Q ∨S
¬R ∨¬Q	¬R ∨Q
¬R	¬Q ∨R
¬Q	¬R ∨Q
¬R	Bucle

Podem eliminar la clàusula ¬R ∨¬S
{¬Q ∨¬R, ¬R ∨Q, ¬Q ∨R, ¬Q ∨S}
Ara no queda cap S negada:
{¬Q ∨¬R, ¬R ∨Q, ¬Q ∨R}

¬Q ∨R	¬Q ∨¬R (l'altra alternativa dona un teorema)

¬Q	¬R ∨Q
¬R	¬Q ∨R
¬Q	Bucle

I si eliminen la clàusula ¬Q ∨R tenim:
{¬Q ∨¬R, ¬R ∨Q}
Amb cap R afirmada, i per tant ens queda el conjunt buit, això vol dir que es premisses són consistents.

Problema 4

Quantes de les següents interpretacions:

I1: <{1,2}, {R(1)=F, R(2)=F, Q(1)=V, Q(2)=F}, {a=1}>

I2: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=V, R(3)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, Q(3)=V}, {a=3}>

I3: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=V, R(3)=V, Q(1)=F, Q(2)=F, Q(3)=V}, {a=2}>

I4: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=F, R(3)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, Q(3)=F}, {a=1}>

són contraexemples del raonament

∀xR(x), Q(a), ∃y¬Q(y) ∴ ∀x[R(x) → Q(x)] ? Justifica la teva resposta.

Solució:

Un contraexemple ha de fer certes totes les premisses i falsa la conclusió.

- La primera interpretació no fa certa la primera premissa perquè en el domini {1,2} ∀xR(x) és equivalent a R(1)∧R(2) i aquest enunciat és fals sota aquesta interpretació.
- La segona interpretació no fa certa la tercera premissa perquè en el domini {1,2,3} ∃y¬Q(y) és equivalent ¬Q(1)∨¬Q(2)∨¬Q(3) i aquest enunciat és fals sota aquesta interpretació.
- La tercera interpretació no fa certa la segona premissa perquè Q(a) és equivalent a Q(2) quan a=2 i en aquesta interpretació Q(2)=F
- La quarta interpretació tampoc fa certa la primera premissa que en el domini {1,2,3} és equivalent a R(1)∧R(2)∧R(3) enunciat que és fals sota aquesta interpretació.

Cap de les interpretacions donades és un contraexemple.

Problema 5 (versió inicial)

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NAND per a l'expressió:.
(A• B) ⊃ C

a) Reescriu la fórmula usant únicament l'operador ↑.

(A• B) ⊃ C = ~(A• B) + C = ~~(~(A• B) + (C•C)) = ~(~~(A• B) • ~(C•C)) =
(~(A↑B))↑ (C↑C) = [(A↑B) ↑ (A↑B)] ↑ (C↑C)

b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

A	B	C	A·B	(A·B)⊃C	(A↑B)	(A↑B) ↑ (A↑B)	(C↑C)	[(A↑B) ↑ (A↑B)] ↑ (C↑C)
1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1

<u>Problema 5 (versió corregida)</u>

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NAND per a l'expressió:.
(A• B) + C

Reescriu la fórmula usant únicament l'operador ↑.
(A• B) + C = (A• B) + (C•C) = ~~((A• B) + (C•C)) = ~(~(A• B) • ~(C•C)) =
(A↑B)↑ (C↑C)

Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

A	B	C	A·B	(A·B)+ C	(A↑B)	(C↑C)	(A↑B) ↑ (C↑C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0

Examen 2010/11-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00

Examen 2010/11-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00

Examen 2010/11-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	22/01/2011	09:00