Espai grapa

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	16/01/2010	18:45

Ì05.056Â16Â01Â10ÂEXFÎ
05.056 16 01 10 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es poc consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	16/01/2010	18:45

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1. Si corro o parlo pel mòbil no sóc un bon conductor.
   $C \vee M \rightarrow \neg D$

2. Quan no corro sóc un bon conductor.
   $\neg C \rightarrow D$

3. Només sóc un bon conductor si quan condueixo no corro i no parlo pel mòbil.
   $D \rightarrow (V \rightarrow \neg C \wedge \neg M)$ o $\neg(V \rightarrow \neg C \wedge \neg M) \rightarrow \neg D$

4. Si descobreixo un radar, o no corro o sóc un bon conductor, però no les dues coses al mateix temps.
   $R \rightarrow (\neg C \vee D) \wedge \neg(\neg C \wedge D)$

Àtoms:
- C: Corro
- M: Parlo pel mòbil
- D: Sóc un bon conductor
- R: Descobreixo un radar
- V: Condueixo

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1. En Ricard és un polític corrupte.
   $H(r) \wedge C(r)$

2. Si un polític és corrupte llavors no pot estar afiliat a cap partit polític i ha d'abandonar la política.
   $\forall x[H(x) \wedge C(x) \rightarrow \neg\exists y[P(y) \wedge A(x,y)] \wedge Q(x)]$

3. Hi ha polítics que no són corruptes que no estan afiliats a cap partit polític.
   $\exists x[H(x) \wedge \neg C(x) \wedge \neg\exists y[P(y) \wedge A(x,y)]]$

4. Només estan afiliats a un partit polític els polítics que no són corruptes.
   $\forall x[P(x) \rightarrow \forall y[H(y) \wedge A(y,x) \rightarrow \neg C(y)]]$

Domini: un conjunt no buit
Predicats:
- H(x): x és un polític
- C(x): x és corrupte
- P(x): x és un partit polític
- A(x,y): x està afiliat a y
- Q(x): x abandona la política

Constants:
- r: en Ricard

Examen 2009/10-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	16/01/2010	18:45

<u>Problema 2</u>

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$P \to Q \;\to \neg S \;\to R,\; Q \to \neg S \;\;\backslash\;\; P \to \neg Q \lor R$

1	$P \to (Q \to (\neg S \to R))$				P
2	$Q \to \neg S$				P
3		P			H
4			$\neg(\neg Q \lor R)$		H
5				$\neg Q$	H
6				$\neg Q \lor R$	I∨ 5
7				$\neg(\neg Q \lor R)$	It 4
8			$\neg\neg Q$		I¬ 5, 6, 7
9			Q		E¬ 8
10			$\neg S$		E→ 2, 9
11			$Q \to (\neg S \to R)$		E→ 1, 3
12			$\neg S \to R$		E→ 9, 11
13			R		E→ 10, 12
14			$\neg Q \lor R$		I∨ 13
15			$\neg(\neg Q \lor R)$		It 4
16		$\neg\neg(\neg Q \lor R)$			I¬ 4, 14, 15
17		$\neg Q \lor R$			E¬ 16
18	$P \to \neg Q \lor R$				I→ 3, 17

<u>Problema 3</u>

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid. Indiqueu també si les premisses són consistents.

$A \to B \land C,\; B \to D,\; \neg C \lor \neg D,\; A \land F \;\;\therefore\;\; A \to D$

<u>Cerquem les FNC:</u>

<u>1a Premissa:</u>
$A \to B \land C$
$\neg A \lor (B \land C)$
$(\neg A \lor B)\; (\land\;\; (\neg A \lor C)$
FNC($A \to B \land C$) = $(\neg A \lor B) \land (\neg A \lor C)$

<u>2a Premissa:</u>
$B \to D$
$\neg B \lor D$

FNC(B → D) = (¬B ∨ D)

3a Premissa:
¬C ∨ ¬D
FNC(¬C ∨ ¬D) = (¬C ∨ ¬D)

4a Premissa:
A ∧ F
FNC(A ∧ F) = A ∧ F

Negació de la conclusió
conclusió
A → D
negació
¬ (A → D)
¬ (¬A ∨ D)
¬¬ A ∧ ¬ D
FNC(¬ (A → D)) = A ∧ ¬ D

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):
{¬A ∨ B, ¬A ∨ C, ¬B ∨ D, ¬C ∨ ¬D, A , F, **A, ¬ D** }

A	¬A ∨ B
B	¬B ∨ D
D	¬ D
▯	

Per tant el raonament és vàlid

El conjunt de clàusules obtingudes sense el conjunt de suport:
{¬A ∨ B, ¬A ∨ C, ¬B ∨ D, ¬C ∨¬D, A , F}

A	¬A ∨ B
B	¬B ∨ D
D	¬C ∨ ¬D
¬C	¬A ∨ C
¬A	A
▯	

Podem veure que hem arribat a la clàusula buida sense les clàusules que provenen de la negació de la conclusió, per tant les premisses són inconsistents.

Problema 4

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

∀x∃y [R(y) → ¬P(y,x)]

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	16/01/2010	18:45

$\forall x\, [\exists y P(x,y) \rightarrow \exists z \neg R(z)]$
$\forall x \exists y \neg [Q(x,y) \rightarrow \neg P(x,y)]$
$\therefore\ \exists x \exists y [\neg T(x) \vee \neg(Q(x,y) \rightarrow R(x))]$

FNS - $\forall x \exists y\, [R(y) \rightarrow \neg P(y,x)]$
$\forall x \exists y\, [\neg R(y) \vee \neg P(y,x)]$
$\forall x\, [\neg R(f(x)) \vee \neg P(f(x),x)]$

FNS$[\forall x \exists y\, [R(y) \rightarrow \neg P(y,x)]] = \forall x\, [\neg R(f(x)) \vee \neg P(f(x),x)]$
Clàusules: $\neg R(f(x)) \vee \neg P(f(x),x)$

FNS - $\forall x\, [\exists y P(x,y) \rightarrow \exists z \neg R(z)]$
$\forall x\, [\neg \exists y P(x,y) \vee \exists z \neg R(z)]$
$\forall x\, [\forall y \neg P(x,y) \vee \exists z \neg R(z)]$
$\forall x\, [\forall y \neg P(x,y) \vee \neg R(g(x))]$
$\forall x \forall y\, [\neg P(x,y) \vee \neg R(g(x))]$

FNS$[\forall x\, [\exists y P(x,y) \rightarrow \exists z \neg R(z)]] = \forall x \forall y\, [\neg P(x,y) \vee \neg R(g(x))]$
Clàusules: $\neg P(x,y) \vee \neg R(g(x))$

FNS - $\forall x \exists y \neg [Q(x,y) \rightarrow \neg P(x,y)]$
$\forall x \exists y \neg [\neg Q(x,y) \vee \neg P(x,y)]$
$\forall x \exists y\, [\neg\neg Q(x,y) \wedge \neg\neg P(x,y)]$
$\forall x \exists y\, [Q(x,y) \wedge P(x,y)]$
$\forall x\, [Q(x,h(x)) \wedge P(x,h(x))]$

FNS$[\forall x \exists y \neg [Q(x,y) \rightarrow P(x,y)]] = Q(x,h(x)) \wedge P(x,h(x))$
Clàusules: $Q(x,h(x))$, $P(x,h(x))$

FNS - $\neg \exists x \exists y [\neg T(x) \vee \neg(Q(x,y) \rightarrow R(x))]$
$\neg \exists x \exists y [\neg T(x) \vee \neg(\neg Q(x,y) \vee R(x))]$
$\forall x \neg \exists y [\neg T(x) \vee \neg(\neg Q(x,y) \vee R(x))]$
$\forall x \forall y \neg [\neg T(x) \vee \neg(\neg Q(x,y) \vee R(x))]$
$\forall x \forall y\, [\neg\neg T(x) \wedge \neg\neg(\neg Q(x,y) \vee R(x))]$
$\forall x \forall y\, [T(x) \wedge (\neg Q(x,y) \vee R(x))]$

FNS$[\neg \exists x \exists y [\neg T(x) \vee \neg(Q(x,y) \rightarrow R(x))]] = \forall x \forall y\, [T(x) \wedge (\neg Q(x,y) \vee R(x))]$
Clàusules: $T(x)$, $(\neg Q(x,y) \vee R(x))$

Conjunt de clàusules: $\{\neg R(f(x)) \vee \neg P(f(x),x),\ \neg P(x,y) \vee \neg R(g(x)),\ Q(x,h(x)),\ P(x,h(x)),\ T(x)\ ,\ \neg Q(x,y) \vee R(x)\}$
Conjunt de suport: $\{\ T(x)\ ,\ \neg Q(x,y) \vee R(x)\}$

Clàusules troncals	Clàusules laterals	Substitucions
$\neg Q(x,y) \vee R(x)$ $\neg Q(x,h(x)) \vee R(x)$	$Q(x,h(x))$	Substituïm y per h(x)
$R(x)$ $R(g(z))$	$\neg P(x,y) \vee \neg R(g(x))$ $\neg P(z,y) \vee \neg R(g(z))$	Canviem de nom les variables x per z Substituïm x per g(z) Substituïm y per h(t)
$\neg P(z,y)$ $\neg P(x,h(x))$	$P(x,h(x))$	Substituïm z per x Substituïm y per h(x)

Queda demostrat que el raonament és vàlid.

Problema 5

Quina de les següents interpretacions és un contraexemple del raonament? Raona la teva resposta.

$\exists x[B(x) \rightarrow \forall y A(x,y)]$, $\exists x[A(a,x) \wedge \neg B(x)]$ $\therefore$ $\forall x \exists y\, A(x,y)$

a) < {1, 2}, {B(1)=F, B(2)=V, A(1,1)=V, A(1,2)=V, A(2,1)=V, A(2,2)=V} , {a=1 }>
b) < {1, 2}, {B(1)=V, B(2)=F, A(1,1)=V, A(1,2)=V, A(2,1)=F, A(2,2)=V} , {a=1} >
c) < {1, 2}, {B(1)=V, B(2)=F, A(1,1)=V, A(1,2)=V, A(2,1)=V, A(2,2)=F} , {a=1} >
d) < {1, 2}, {B(1)=V, B(2)=F, A(1,1)=V, A(1,2)=V, A(2,1)=F, A(2,2)=F} , {a=1} >

Premissa 1:
$\exists x[B(x) \rightarrow \forall y A(x,y)] = \exists x\, [B(x) \rightarrow A(x,1) \wedge A(x,2)] = [B(1) \rightarrow A(1,1) \wedge A(1,2)] \vee [B(2) \rightarrow A(2,1) \wedge A(2,2)]$

Premissa 2:
$\exists x[A(a,x) \wedge \neg B(x)] = [A(a,1) \wedge \neg B(1)] \vee [A(a,2) \wedge \neg B(2)]$
amb a=1
$[A(1,1) \wedge \neg B(1)] \vee [A(1,2) \wedge \neg B(2)]$

Conclusió:
$\forall x \exists y\, A(x,y) = [\exists y\, A(1,y)] \wedge [\exists y\, A(2,y)] = [A(1,1) \vee A(1,2)] \wedge [A(2,1) \vee A(2,2)]$

B(1)	B(2)	A(1,1)	A(1,2)	A(2,1)	A(2,2)	Premissa 1	Premissa 2	Conclusió	
F	V	V	V	V	V	V	V	V	
V	F	V	V	F	V	V	V	V	
V	F	V	V	V	F	V	V	V	
V	F	V	V	F	F	V	V	F	Contraex.