Espai
grapa

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	13/01/2010	11:15

Ì05.056Â13Â01Â10ÂEX+Î
05.056 13 01 10 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es poc consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	13/01/2010	11:15

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1) Si especulo amb els diners dels altres o amago els comptes no sóc honrat.
   $E \vee A \rightarrow \neg H$

2) Quan sospito d'un delicte ho denuncio.
   $S \rightarrow D$

3) Només sóc honrat si quan sospito d'un delicte ho denuncio.
   $H \rightarrow (S \rightarrow D)$ o $\neg(S \rightarrow D) \rightarrow \neg H$

4) Si sospito d'un delicte, o no ho denuncio o sóc honrat, però no les dues coses al mateix temps.
   $S \rightarrow (\neg D \vee H) \wedge \neg(\neg D \wedge H)$

Àtoms:

- E: Especulo amb els diners dels altres
- A: Amago els comptes
- H: Sóc honrat
- S: Sospito d'un delicte
- D: Ho denuncio

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1) En Bernat és un assalariat i cobra un sou alt.
   $A(b) \wedge C(b)$

2) Si un assalariat no cobra un sou alt llavors cap banc li concedeix una hipoteca i ha de viure de lloguer.
   $\forall x[A(x) \wedge \neg C(x) \rightarrow \neg\exists y[B(y) \wedge H(y,x)] \wedge L(x)]$

3) Hi ha bancs que no concedeixen cap hipoteca a cap assalariat.
   $\exists x[B(x) \wedge \neg\exists y[A(y) \wedge H(x,y)]]$

4) Si ets assalariat, cal cobrar un sou alt perquè els bancs et concedeixin una hipoteca.
   $\forall x[A(x) \rightarrow \forall y[B(y) \wedge H(y,x) \rightarrow C(x)]]$

Domini: un conjunt no buit
Predicats:

- A(x): x és un assalariat
- C(x): x cobra un sou alt
- B(x): x és un banc
- H(x,y): x concedeix una hipoteca a y
- L(x): x viu de lloguer

Constants:

- b: en Bernat

Problema 2

Examen 2009/10-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	13/01/2010	11:15

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$P \wedge Q \rightarrow R \vee S,\ Q \rightarrow \neg S \quad \therefore \quad P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

1	$P \wedge Q \rightarrow R \vee S$	P
2	$Q \rightarrow \neg S$	P
3	P	H
4	Q	H
5	$P \wedge Q$	I $\wedge$ 3, 4
6	$R \vee S$	E$\rightarrow$ 1, 5
7	$\neg S$	E$\rightarrow$ 2, 4
8	S	H
9	$\neg R$	H
10	S	It 8
11	$\neg S$	It 7
12	$\neg\neg R$	I$\neg$ 9, 10, 11
13	R	E$\neg$ 12
14	R	H
15	R	It 14
16	R	E$\vee$ 6, 13, 15
17	$Q \rightarrow R$	I$\rightarrow$ 4, 16
18	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	I$\rightarrow$ 3, 17

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$S \wedge P \rightarrow R,\ S \rightarrow M \wedge R,\ S \rightarrow M \vee R,\ R \rightarrow P,\ \neg M \rightarrow P,\ M \rightarrow R \vee S \quad \therefore \quad \neg S \wedge \neg P$

Cerquem les FNC:

1a Premissa:
$S \wedge P \rightarrow R$
$\neg(S \wedge P) \vee R$
$\neg S \vee \neg P \vee R$
FNC($S \wedge P \rightarrow R$) = ($\neg S \vee \neg P \vee R$)

2a Premissa:
$S \rightarrow M \wedge R$
$\neg S \vee (M \wedge R)$
$(\neg S \vee M) \wedge (\neg S \vee R)$

FNC(S → M ∧ R) = (¬S ∨ M) ∧ (¬S ∨ R)

3a Premissa:
S → M ∨ R
¬S ∨ M ∨ R
FNC(S → M ∨ R) = (¬S ∨ M ∨ R)

4a Premissa:
R → P
¬R ∨ P
FNC(R → P) = (¬R ∨ P)

5a Premissa:
¬M → P
¬¬M ∨ P
M ∨ P
FNC(¬M → P) = (M ∨ P)

6a Premissa:
M → R ∨ S
¬M ∨ R ∨ S
FNC(M → R ∨ S) = (¬M ∨ R ∨ S)

Negació de la conclusió
conclusió
¬S ∧ ¬P
negació
¬ (¬ S ∧ ¬P)
S ∨ P
FNC(¬ (¬ S ∧ ¬P)) = (S ∨ P)

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):
{¬ S ∨ ¬P ∨ R, ¬S ∨ M, ¬S ∨ R, ¬S ∨ M ∨ R, ¬R ∨ P, M ∨ P , ¬M ∨ R ∨ S, **S ∨ P**}

Podem subsumir ¬ S ∨ ¬P ∨ R amb ¬S ∨ R i ¬S ∨ M ∨ R amb ¬S ∨ R. Quedant el conjunt:
{¬S ∨ M, ¬S ∨ R, ¬R ∨ P, M ∨ P , ¬M ∨ R ∨ S, S ∨ P}
Pel literal pur com no hi ha ¬P podem treure les clàusules que contenen P:
¬R ∨ P, M ∨ P , **S ∨ P**
{¬S ∨ M, ¬S ∨ R, ¬M ∨ R ∨ S }
Pel literal pur com no hi ha ¬R podem treure les clàusules que contenen R:
¬S ∨ R, ¬M ∨ R ∨ S
{¬S ∨ M}
D'on es pot concloure que no podem arribar a la clàusula buida i per tant podem afirmar que el raonament no és vàlid.

Si el raonament no és vàlid podem afirmar que les premisses no són inconsistents.

Examen 2009/10-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	13/01/2010	11:15

Problema 4

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

∃y∀x[¬R(y) → P(y,x)]
∃x[∀y¬P(y,x) ∧ ∀z Q(x,z)]
∀x∀y∀z [¬Q(x,z) → ¬R(y) ∧ T(x)]
∴ ∀x∃y [Q(x,y) ∧ R(y)]

FNS - ∃y∀x[¬R(y) → P(x,y)]
∃y∀x[¬¬R(y) ∨ P(y,x)]
∃y∀x[R(y) ∨ P(y,x)]
∀x[R(a) ∨ P(a,x)]

FNS[∃y∀x[¬R(y) → P(x,y)]] = ∀x[R(a) ∨ P(a,x)]
Clàusules: R(a) ∨ P(a,x)

FNS - ∃x[∀y¬P(y,x) ∧ ∀z Q(x,z)]
∀y¬P(y,b) ∧ ∀z Q(b,z)
∀y∀z [¬P(y,b) ∧ Q(b,z)]

FNS[∃x[∀y¬P(y,x) ∧ ∀z Q(x,z)]] = ∀y∀z [¬P(y,b) ∧ Q(b,z)]
Clàusules: ¬P(y,b), Q(b,z)

FNS - ∀x∀y∀z [¬Q(x,z) → ¬R(y) ∧ T(x)]
∀x∀y∀z [¬¬Q(x,z) ∨ (¬R(y) ∧ T(x))]
∀x∀y∀z [Q(x,z) ∨ (¬R(y) ∧ T(x))]
∀x∀y∀z [(Q(x,z) ∨ ¬R(y)) ∧ (Q(x,z) ∨ T(x))]

FNS[∀x∀y∀z [¬Q(x,z) → ¬R(y) ∧ T(x)]] = ∀x∀y∀z [(Q(x,z) ∨ ¬R(y)) ∧ (Q(x,z) ∨ T(x))]
Clàusules: Q(x,z) ∨ ¬R(y), Q(x,z) ∨ T(x)

FNS - ¬∀x∃y [Q(x,y) ∧ R(y)]
∃x¬∃y [Q(x,y) ∧ R(y)]
∃x∀y ¬[Q(x,y) ∧ R(y)]
∃x∀y [¬Q(x,y) ∨ ¬R(y)]
∀y [¬Q(c,y) ∨ ¬R(y)]

FNS[¬∀x∃y [Q(x,y) ∧ R(y)]] = ∀y [¬Q(c,y) ∨ ¬R(y)]
Clàusules: ¬Q(c,y) ∨ ¬R(y)

Conjunt de clàusules: {R(a) ∨ P(a,x), ¬P(y,b), Q(b,z), Q(x,z) ∨ ¬R(y), Q(x,z) ∨ T(x), ¬Q(c,y) ∨ ¬R(y)}
Conjunt de suport: {¬Q(c,y) ∨ ¬R(y)}

Clàusules troncals	**Clàusules laterals**	**Substitucions**
¬Q(c,y) ∨ ¬R(y) ¬Q(c,a) ∨ ¬R(a)	R(a) ∨ P(a,x)	Substituïm y per a
¬Q(c,a) ∨ P(a,x)	¬P(y,b)	Substituïm x per b

Examen 2009/10-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	13/01/2010	11:15

¬Q(c,a) ∨ P(a,b)	¬P(a,b)	Substituïm y per a
¬Q(c,a)	Q(x,z) ∨ ¬R(t) Q(c,a) ∨ ¬R(t)	Substituïm x per c Substituïm z per a
¬R(t) ¬R(a)	R(a) ∨ P(a,x)	Substituïm t per a
P(a,x) P(a,b)	¬P(z,b) ¬P(a,b)	Substituïm x per b Substituïm z per a
□		

Queda demostrat que el raonament és vàlid.

Problema 5

Quina de les següents interpretacions és un contraexemple del raonament? Raona la teva resposta.

$\exists x[G(a,x) \wedge \neg H(x)]$, $\exists x[H(x) \rightarrow \forall y G(x,y)]$ ∴ $\forall x \exists y\, G(x,y)$

a) < {1, 2}, {H(1)=F, H(2)=V, G(1,1)=V, G(1,2)=V, G(2,1)=V, G(2,2)=V}, {a=1}>
b) < {1, 2}, {H(1)=V, H(2)=F, G(1,1)=V, G(1,2)=V, G(2,1)=F, G(2,2)=F} , {a=1}>
c) < {1, 2}, {H(1)=V, H(2)=F, G(1,1)=V, G(1,2)=V, G(2,1)=F, G(2,2)=V} , {a=1}>
d) < {1, 2}, {H(1)=V, H(2)=F, G(1,1)=V, G(1,2)=V, G(2,1)=V, G(2,2)=F} , {a=1}>

Premissa 1:
$\exists x[G(a,x) \wedge \neg H(x)] = [G(1,1) \wedge \neg H(1)] \vee [G(1,2) \wedge \neg H(2)]$

Premissa 2:
$\exists x[H(x) \rightarrow \forall y G(x,y)] = [H(1) \rightarrow G(1,1) \wedge G(1,2)] \vee [H(2) \rightarrow G(2,1) \wedge G(2,2)]$

Conclusió:
$\forall x \exists y\, G(x,y) = [\exists y\, G(1,y)] \wedge [\exists y\, G(2,y)] = [G(1,1) \vee G(1,2)] \wedge [G(2,1) \vee G(2,2)]$

H(1)	H(2)	G(1,1)	G(1,2)	G(2,1)	G(2,2)	Premissa 1	Premissa 2	Conclusió	
F	V	V	V	V	V	V	V	V	
V	F	V	V	F	F	V	V	F	Contraex.
V	F	V	V	F	V	V	V	V	
V	F	V	V	V	F	V	V	V	