



## PAC3: Raonament aproximat

### Presentació

Tercera PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

### Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

#### Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

#### Competències específiques:

- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difosa.

### Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: *representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència*.

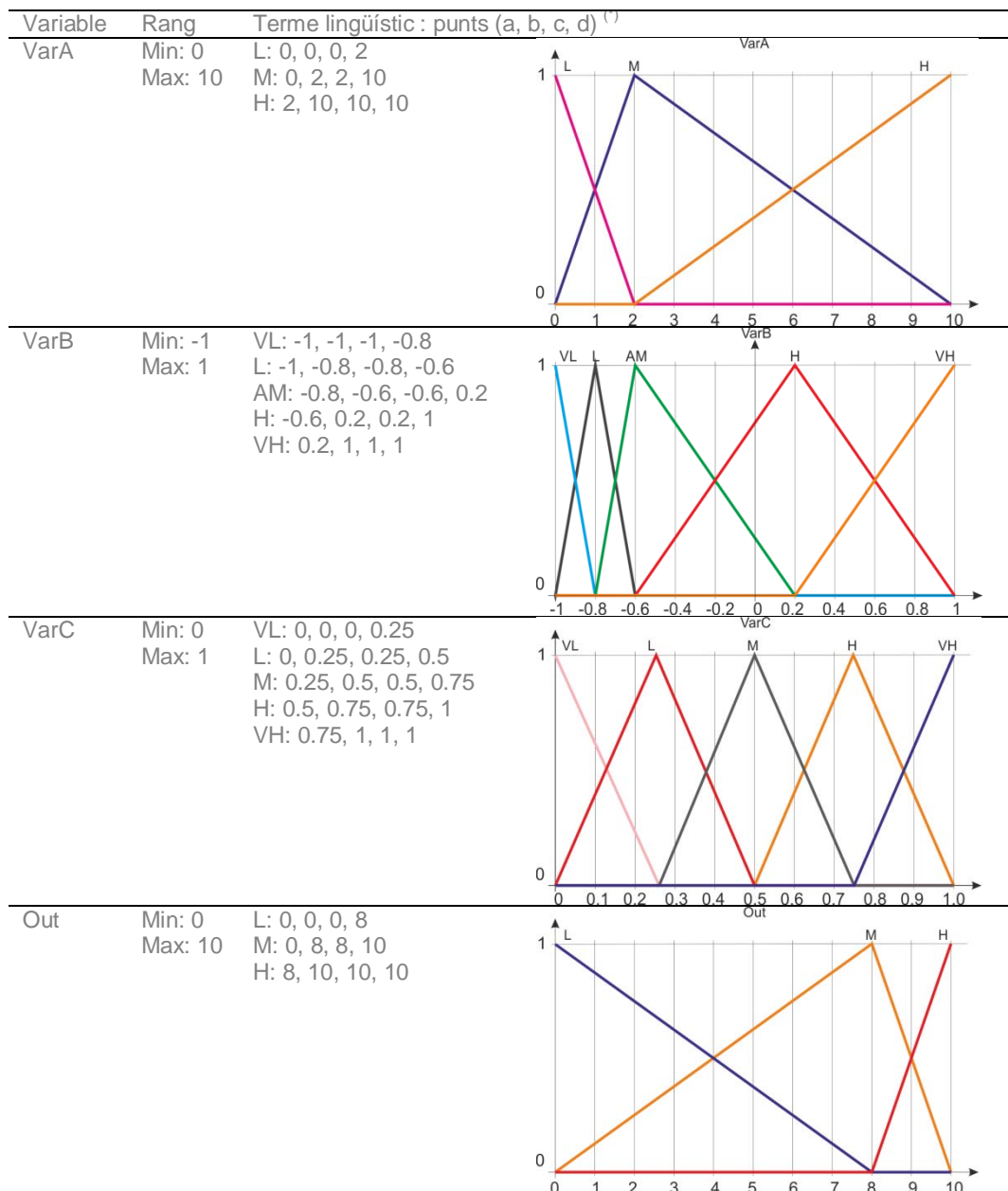
### Descripció de la PAC a realitzar

Aquesta PAC analitza el comportament d'un sistema difús jeràrquic que es mostra a la figura següent:



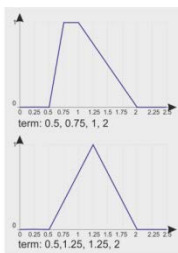
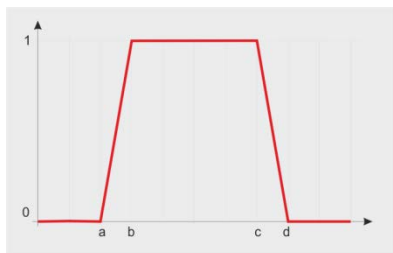
El sistema està compost de 3 variables d'entrada (VarA, VarB i VarC), i una variable de sortida Out.

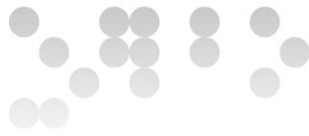
Els dominis i els termes lingüístics de les variables es presenten a continuació:



<sup>(\*)</sup> A continuació es mostra la interpretació de la seqüència de punts (a, b, c, d).

A més, al costat dret s'afegeixen dos exemples il·lustratius, un terme lingüístic trapezoïdal (dalt) i un terme lingüístic triangular (sota).





El conjunt de regles pel bloc B és el següent:

Id. regla	VarA		VarB		VarC	Out
01			L			L
02	L	OR	L			L
03	L	OR			L	L
04	L	OR			VL	L
05	NOT(M)				M	M
06	H	OR	H	OR	H	H
07	H	OR	H	OR	VH	H

## Preguntes

### Pregunta 1) (2 punts)

Donar el detall de les funcions de pertinença de cadascuna de les variables del sistema (VarA, VarB, VarC i Out).

### Pregunta 2) (3 punts)

Considerem un sistema Mamdani de la següent forma:

- T-norma:  $T(a, b) = \min(a, b)$
- T-conorma:  $S(a, b) = \max(a, b)$ .

A més, el sistema de regles B requereix una funció de complementació (regles amb el predicat NOT en els antecedents). S'ha d'utilitzar la funció de complementació de la família Yager ( $N_w(a)$ ), amb  $w=2$ .

Es demana detallar el procés d'inferència i la funció de pertinença Out que representa la sortida del bloc B amb les següents entrades:

$$(\text{VarA}, \text{VarB}, \text{VarC}) = (0.25, 0, 0.1)$$

### Pregunta 3) (3 punts)

Canviem ara a un sistema d'inferència Yager:

- T-norma:  $T(a, b) = 1 - \min(1, [(1 - a)^w + (1 - b)^w]^{1/w})$  per  $w > 0$
- T-conorma:  $S(a, b) = \min(1, (a^w + b^w)^{1/w})$  per  $w > 0$

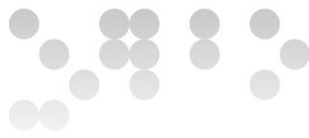
Per la realització d'aquesta pregunta, prendre el valor  $w=2$ .



Es demana detallar el procés d'inferència i la funció de pertinença de la variable Out amb els mateixos valors d'entrada del sistema de la pregunta anterior.

**Pregunta 4) (2 punts)**

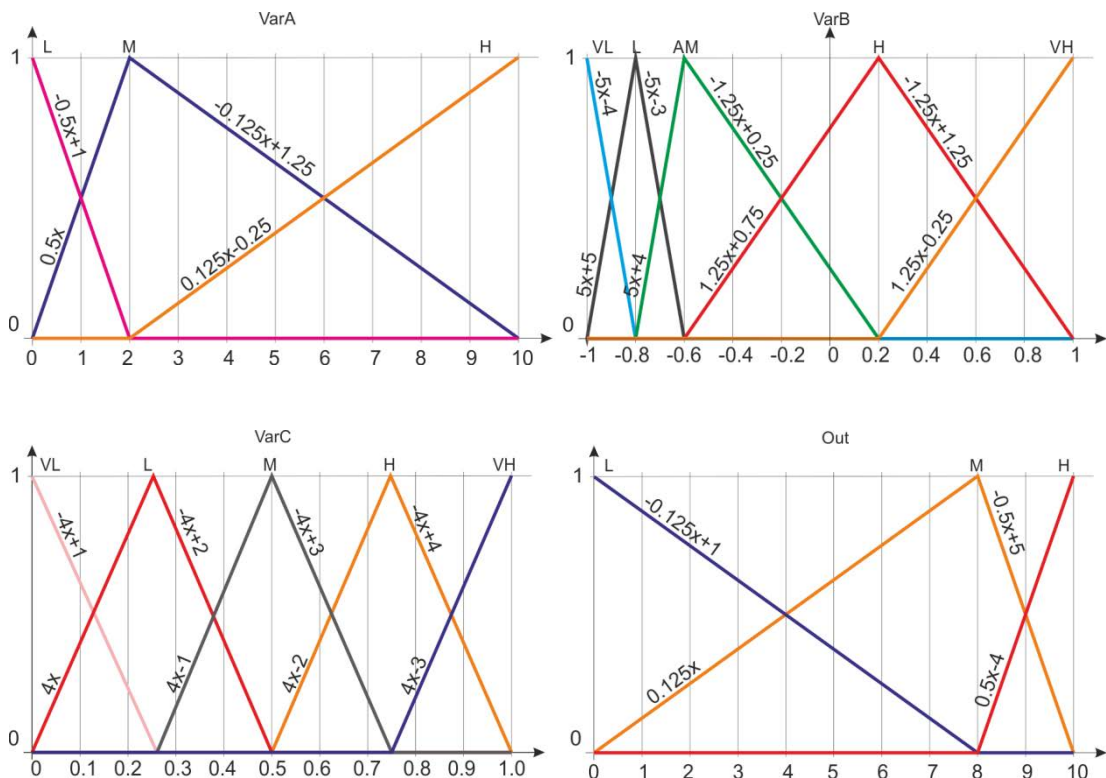
Calcular la sortida nítida de la pregunta 3 aplicant el mètode del centre de masses (CoM). Es pot optar pel càlcul analític o el discret.



## Solucions

### Pregunta 1)

Les funcions de pertinença de les variables són les següents:



### Pregunta 2)

Detallar la sortida Out amb els valors d'entrada següents:

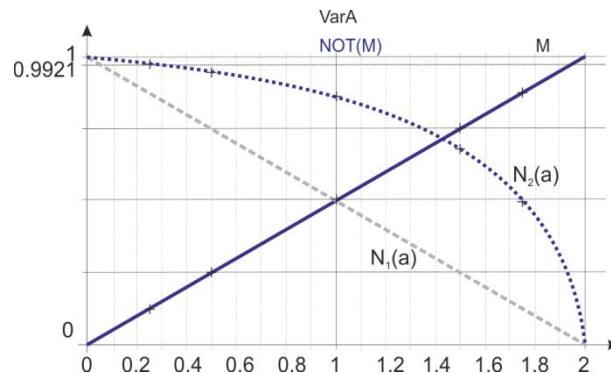
$$(\text{VarA}, \text{VarB}, \text{VarC}) = (0.25, 0, 0.1)$$

El primer pas és conèixer quins termes lingüístics de les variables d'entrada s'activen pels valors d'entrada donats.

En el cas de VarA, el bloc B defineix el terme NOT(M). Cal definir el tram afectat per conèixer quina activació té.

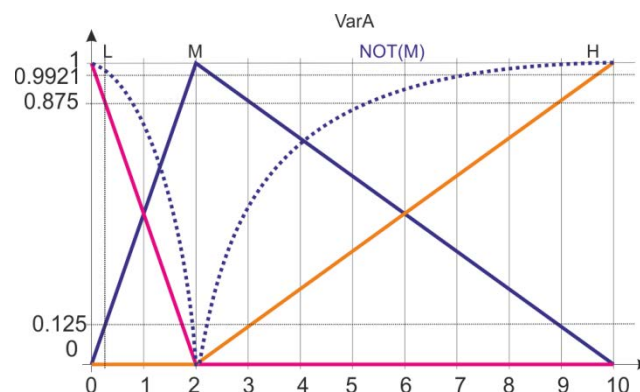
Ens diuen que la funció de complementació és de la família Yager amb  $w=2$ , és a dir,  $N_w(a) = (1 - a^w)^{1/w}$ , amb  $w=2$ . Obtenim  $N_2(a) = (1 - a^2)^{1/2}$  on  $N$  és una funció tal que  $N_2: [0,1] \rightarrow [0,1]$ .

En la figura següent, es mostra  $N_2(a)$  en el tram de VarA afectat per l'entrada donada. A més, es compara aquesta funció amb  $N_1(a)$ .



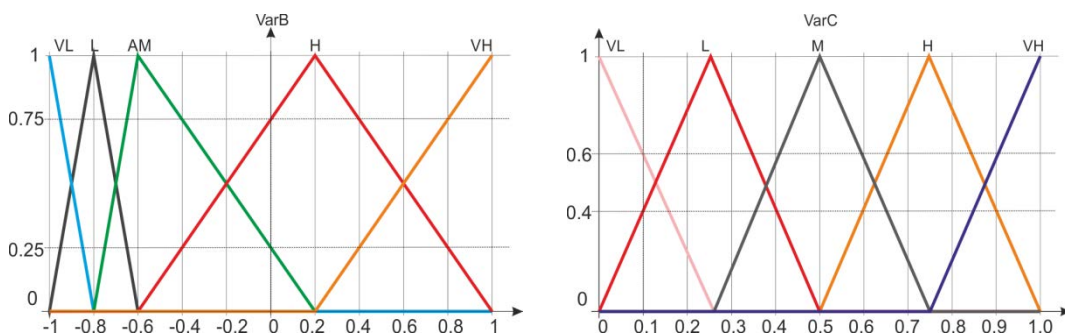
Si fixem  $\text{VarA} = 0.25$  (valor que ens donen d'entrada), obtenim que l'activació del terme M és 0.125. Aquest és el valor  $a$  en el rang  $[0,1]$  que utilitzarem per calcular  $N_2(a)$ . Així,  $N_2(0.125) = (1 - 0.125^2)^{1/2} = 0.9921$ .

A continuació, mostrem tots els termes i veiem quins s'activen per l'entrada de  $\text{VarA}=0.25$ .



L'entrada de  $\text{VarA} = 0.25$  activa el terme L amb un nivell 0.875, M amb un nivell 0.125 i NOT(M) amb un nivell 0.9921.

Veiem ara les activacions per  $\text{VarB} = 0$  i  $\text{VarC} = 0.1$ :



L'entrada  $\text{VarB} = 0$  activa el terme AM amb un nivell 0.25 i H amb un nivell 0.75.



L'entrada  $\text{VarC} = 0.1$  activa el terme VL amb un nivell 0.6 i L amb un nivell 0.4.

Ara, s'informen tots aquests nivells en les regles del bloc B per posteriorment obtenir els diferents conseqüents:

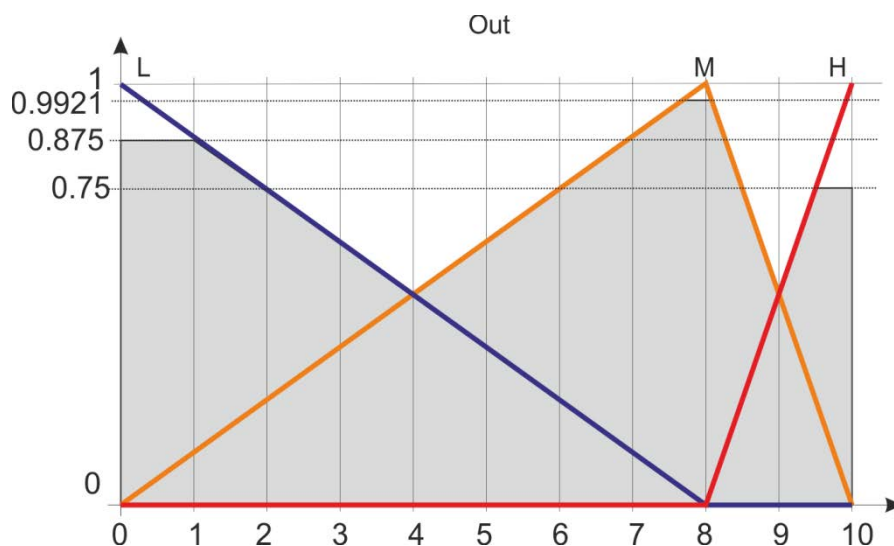
Id. regla		VarA		VarB		VarC		Out
01				L				L
02		L (0.875)		OR	L			L (0.875)
03		L (0.875)		OR			L (0.4)	L (0.875)
04		L (0.875)		OR			VL (0.6)	L (0.875)
05		NOT(M) (0.9921)		OR			M	M (0.9921)
06		H		OR	H (0.75)	OR	H	H (0.75)
07		H		OR	H (0.75)	OR	VH	H (0.75)

Per obtenir els conseqüents de cada regla, com tenim connectors OR, aplicarem la t-conorma en cada cas. Com s'aprecia en la taula anterior, s'activen les regles 02, 03, 04, 05, 06 i 07.

Finalment, per obtenir els conseqüents finals, aplicarem una altra vegada la t-conorma a totes les sortides.

Obtenim el terme L actiu en un nivell 0.875, el terme M actiu en 0,9921, i el terme H actiu en 0.75.

Gràficament, la funció de pertinença de la sortida Out queda de la manera següent:



I la funció Out descrita per trams queda de la manera següent:



$$\mu_{Out}(x) = \begin{cases} 0.875, & 0 < x \leq 1 \\ -0.125x + 1, & 1 < x \leq 4 \\ 0.125x, & 4 < x \leq 7.9368 \\ 0.9921, & 7.9368 < x \leq 8.0158 \\ -0.5x + 5, & 8.0158 < x \leq 9 \\ 0.5x - 4, & 9 < x \leq 9.5 \\ 0.75, & 9.5 < x \leq 10 \end{cases}$$

### Pregunta 3)

El canvi respecte la pregunta anterior és el mecanisme d'inferència que s'ha de considerar. En aquest cas s'han d'usar:

*T*-norma:  $T(a, b) = 1 - \min(1, [(1 - a)^w + (1 - b)^w]^{1/w})$ , amb  $w=2$  obtenim,  $T(a, b) = 1 - \min(1, ((1-a)^2 + (1-b)^2)^{1/2})$

*T*-conorma:  $S_w(a, b) = \min(1, (a^w + b^w)^{1/w})$ , amb  $w=2$  obtenim,  $S_2(a, b) = \min(1, (a^2 + b^2)^{1/2})$

Respecte la resposta anterior, els canvis comencen en el punt en què s'obtenen els conseqüents de cada regla usant la *T*-conorma, i posteriorment, el conseqüent final, aplicant una altra vegada la *T*-conorma.

Id. regla	VarA	VarB	VarC	Out
01		L		L
02	L (0.875)	OR	L	L (0.875)
03	L (0.875)	OR	L (0.4)	L (0.9620)
04	L (0.875)	OR	VL (0.6)	L (1)
05	NOT(M) (0.9921)	OR	M	M (0.9921)
06	H	OR	H (0.75)	H (0.75)
07	H	OR	H (0.75)	H (0.75)

En el cas de la regla 02, la sortida Out és  $S(0.875, 0) = \min(1, 0.875) = 0.875$ .

En el cas de la regla 03, la sortida Out és  $S(0.875, 0.4) = \min(1, 0.9620) = 0.9620$ .

En el cas de la regla 04, la sortida Out és  $S(0.875, 0.6) = \min(1, 1.0609) = 1$ .

En el cas de la regla 05, la sortida Out és  $S(0.9921, 0) = \min(1, 0.9921) = 0.9921$ .

En el cas de la regla 06, la sortida Out és  $S(S(0, 0.75), 0) = 0.75$ .

En el cas de la regla 07, la sortida Out és  $S(S(0, 0.75), 0) = 0.75$ .

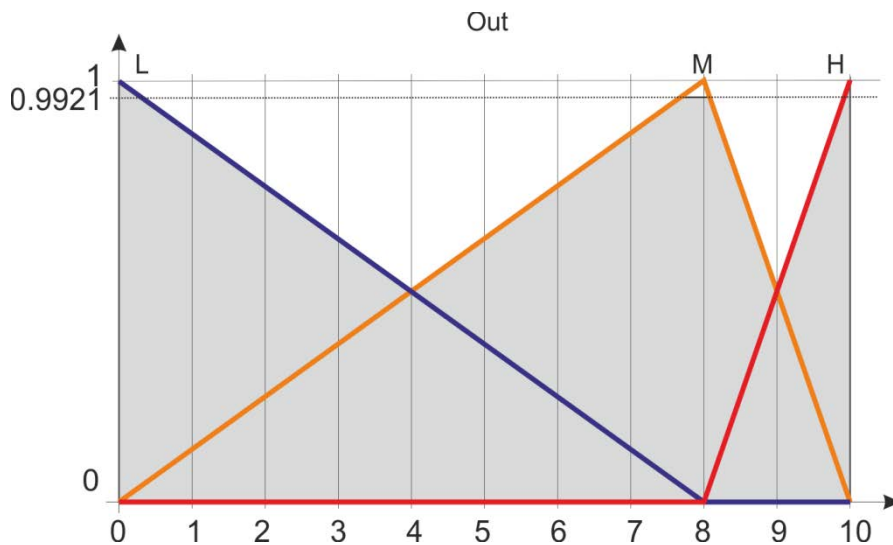
Ara, de manera similar a la pregunta 3, apliquem la *T*-conorma per afegir tots els conseqüents. En aquest cas obtenim els següents resultats:





- El terme L queda amb un nivell 1, que el marca la regla 04. Podem calcular el valor fent  $S(S(S(0.9620, 1), 0.875), 0.25) = S(S(1, 0.875), 0.25) = S(1, 0.25) = 1$ .
- El terme M queda directament amb un nivell 0.9921 obtingut de la regla 05.
- El terme H queda directament amb un nivell 1, que prové de  $S(0.75, 0.75) = \min(1, 1.0606) = 1$ .

Gràficament, la funció de pertinença de la sortida Out queda de la manera següent:



I la funció Out descrita per trams queda de la manera:

$$\mu_{Out}(x) = \begin{cases} -0.125x + 1, & 0 < x \leq 4 \\ 0.125x, & 4 < x \leq 7.9368 \\ 0.9921, & 7.9368 < x \leq 8.0158 \\ -0.5x + 5, & 8.0158 < x \leq 9 \\ 0.5x - 4, & 9 < x \leq 10 \end{cases}$$

#### Pregunta 4)

El valor nítid resultat de la pregunta 3, aplicant el mètode aproximat, és el següent:

$$CoM(x) = \frac{3744.8083}{749.9716} = 4.9932$$



## Recursos

Per realitzar aquesta PAC, el material imprescindible és el tema 2 (sistemes difusos), del mòdul “Incertesa i raonament aproximant”.

També, dins el paquet de PACs resoltes de semestres anteriors, hi ha nombrosos exemples de sistemes difusos.

## Criteris de valoració

Les puntuacions es mostren en cada pregunta de l'enunciat.

## Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser *CognomsNom\_IA\_PAC3* amb l'extensió .pdf (format PDF).

La data límit de lliurament és l'**01/12/2019** (a les 24h).

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.

### **Nota: Propietat intel·lectual**

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.