Espai
grapa

Examen 2008/09 -2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	20/06/2009	18:45

⊂05.056ℜ10ℜ01ℜ09ℜEΞ∀∈
05.056 10 01 09 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1) Quan passa que els economistes no encerten quan entrem en recessió, només si els polítics prenen mesures la inflació no baixa
$R \to \neg E \to (\neg I \to P)$

2) Si els polítics no prenen mesures llavors entrem en recessió i els ciutadans pagaran més impostos.
$\neg P \to R \wedge C$

3) Si la inflació baixa i els economistes encerten llavors no passa que només si els polítics prenen mesures no entrem en recessió.
$I \wedge E \to \neg(\neg R \to P)$

Àtoms:

- E	= Els economistes encerten
- C	= Els ciutadans pagaran més impostos
- P	= Els polítics prenen mesures
- I	= La inflació baixa
- R	= Entrem en recessió

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1) Hi ha directors de cine que només dirigeixen actors de primera línia
$\exists x\,[DC(x) \wedge \forall y\,(D(x,y) \to A(y) \wedge P(y))]$

2) Perquè un actor sigui de primera línia ha d'estar sol·licitat per qualsevol director de cine.
$\forall x\,[A(x) \wedge P(x) \to \forall y\,(DC(y) \to S(x,y))]$

3) N'hi ha prou a ser un director de cine reconegut per dirigir un actor de primera línia.
$\forall x\,[DC(x) \wedge R(x) \to \exists x\,(A(y) \wedge P(y) \wedge D(x,y))]$

Domini: qualsevol conjunt no buit

Predicats:
- DC(x): x és un director de cine
- R(x): x és reconegut
- D(x,y): x dirigeix y
- A(x): x és un actor
- P(x): x és de primera línia
- S(x,y): x està sol·licitat per y

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$$Q \vee P,\ Q \rightarrow R,\ P \rightarrow S,\ \neg R \rightarrow \neg S \therefore R$$

1	$Q \vee P$			P
2	$Q \rightarrow R$			P
3	$P \rightarrow S$			P
4	$\neg R \rightarrow \neg S$			P
5		Q		H
6		R		E$\rightarrow$ 2,5
7		P		H
8		S		E$\rightarrow$ 3.7
9			$\neg R$	H
10			$\neg S$	E$\rightarrow$ 4,9
11			S	It 8
12		$\neg\neg R$		I $\neg$ 9,10,11
13		R		E $\neg$12
14	R			E $\vee$ 1,6,13

Problema 3

El raonament següent NO és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$M \rightarrow N$
$\neg N \vee T \rightarrow \neg U$
$\neg(\neg M \rightarrow U)$
$\neg M \rightarrow (\neg T \rightarrow (N \rightarrow M))$
$\therefore \neg N \wedge T \rightarrow M$

Cerquem les FNC:

1a Premissa:

$M \rightarrow N$
$\neg M \vee N$

FNC($M \rightarrow N$) = $\neg M \vee N$

2ª Premissa
$\neg N \vee T \rightarrow \neg U$
$\neg(\neg N \vee T) \vee \neg U$
$(\neg\neg N \wedge \neg T) \vee \neg U$
$(N \wedge \neg T) \vee \neg U$
$(N \vee \neg U) \wedge (\neg T \vee \neg U)$

FNC ($\neg N \vee T \rightarrow \neg U$) = $(N \vee \neg U) \wedge (\neg T \vee \neg U)$

3ª Premissa
$\neg(\neg M \rightarrow U)$

$\neg(M \vee U)$
$\neg M \wedge \neg U$

FNC(¬(¬M→U)) = ¬M ∧ ¬U

4ª Premissa
$\neg M \rightarrow (\neg T \rightarrow (N \rightarrow M))$
$\neg\neg M \vee (\neg T \rightarrow (N \rightarrow M))$
$\neg\neg M \vee (\neg\neg T \vee (N \rightarrow M))$
$\neg\neg M \vee (\neg\neg T \vee (\neg N \vee M))$
$M \vee (T \vee (\neg N \vee M))$
$M \vee T \vee \neg N$

FNC(¬M → (¬T → (N→M))) = M ∨ T ∨ ¬N

Negació de la conclusió
$\neg[\neg N \wedge T \rightarrow M]$
$\neg[\neg(\neg N \wedge T) \vee M]$
$\neg N \wedge T \wedge \neg M$

FNC¬[¬N ∧ T → M]) = ¬N ∧ T ∧ ¬M

El conjunto de clàusules obtingudes és:

S= { ¬M ∨ N , N ∨ ¬U, ¬T ∨ ¬U, ¬M , ¬U, M ∨ T ∨ ¬N, **¬N , T, ¬M**}

La clàusula ¬A subsumeix totes les clàusules que la contenen:

S= { N ∨ ¬U, ¬T ∨ ¬U, ¬M , ¬U, M ∨ T ∨ ¬N, **¬N , T** }

Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen ¬U ja que no tenim cap clàusula amb U.

S= { ¬M , M ∨ T ∨ ¬N, **¬N , T** }

S= { ¬A , A ∨ B ∨ ¬C, **¬C , B** }

La clàusula T subsumeix totes les clàusules que la contenen:

S= { ¬M , **¬N , T** }

És obvi que aquest conjunt no permet obtenir la clàusula buida.
D'aquesta manera podem afirmar que el raonament NO és vàlid.

Problema 4

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$\forall x(A(x) \vee \neg\forall y(B(y) \wedge \neg C(x,y)))$
$\forall x\forall y(\neg E(x) \rightarrow \neg C(x,y) \wedge \exists z\, D(z))$
$\forall x(E(x) \rightarrow A(x))$
$\therefore\ \forall x\,(\neg A(x) \rightarrow \exists y\, \neg B(y))$

Cerquem les FNS

1ª premissa
$\forall x(A(x) \vee \neg\forall y(B(y) \wedge \neg C(x,y))) =$
$\forall x(A(x) \vee \exists y(\neg B(y) \vee C(x,y))) =$
$\forall x(A(x) \vee (\neg B(f(x)) \vee C(x,f(x)))) =$
$\mathbf{A(x) \vee \neg B(f(x)) \vee C(x,f(x))}$

2ª premissa
$\forall x\forall y(\neg E(x) \rightarrow \neg C(x,y) \wedge \exists z\, D(z)) =$
$\forall x\forall y(E(x) \vee (\neg C(x,y) \wedge \exists z\, D(z))) =$
$\forall x\forall y((E(x) \vee \neg C(x,y)) \wedge (E(x) \vee \exists z\, D(z)))) =$
$\forall x\forall y((E(x) \vee \neg C(x,y)) \wedge (E(x) \vee D(g(x,y)))) =$
$\mathbf{(E(x) \vee \neg C(x,y)) \wedge (E(x) \vee D(g(x,y)))}$

3ª premissa
$\forall x(E(x) \rightarrow A(x)) =$
$\forall x(\neg E(x) \vee A(x)) =$
$\mathbf{\neg E(x) \vee A(x)}$

Negació de la conclusió
$\neg\forall x\,(\neg A(x) \rightarrow \exists y\, \neg B(y)) =$
$\neg\forall x\,(A(x) \vee \exists y\, \neg B(y)) =$
$\exists x\,(\neg A(x) \wedge \neg\exists y\, \neg B(y)) =$
$\exists x\,(\neg A(x) \wedge \forall y\, B(y)) =$
$\neg A(a) \wedge \forall y\, B(y) =$
$\mathbf{\neg A(a) \wedge B(y)}$

El conjunt de clàusules obtingudes és **(en negreta el conjunt de suport):**

$\{\ A(x) \vee \neg B(f(x)) \vee C(x,f(x)),\ E(u) \vee \neg C(u,v),\ E(u) \vee D(g(u,v)),\ \neg E(w) \vee A(w), \mathbf{\neg A(a),\ B(s)}\}$

Clàusules Troncals	**Clàusules laterals**	
$\neg A(a)$	$A(x) \vee \neg B(f(x)) \vee C(x,f(x))$	Substituïm x per a
$\neg B(f(a)) \vee C(a,f(a))$	$E(u) \vee C(u,v)$	Substituïm u per a i v per f(a)
$\neg B(f(a)) \vee E(a)$	$\neg E(w) \vee A(w)$	Substituïm w per a
$\neg B(f(a)) \vee A(a)$	$\neg A(a)$	
$\neg B(f(a))$	$B(s)$	Substituïm s per f(a)
□		

Problema 5

L'argument $\forall x\ \forall y\ (\ A(x) \wedge R(x,y) \rightarrow C(y)),\ A(a),\ \exists x\ \exists y\ R(x,y)\ \therefore\ \exists x C(x)$ és refutable. Digueu quina de les interpretacions següents ens dóna un contraexemple:

a) Domini : {1}; a=1, A(1) = R(1,1) = C(1) = V.
b) Domini : {1}; a=1, A(1) = R(1,1) = F, C(1)=V.
c) Domini : {1,2}; a=1, A(1) = A(2) = V, R(1,1) = R(1,2) = R(2,1) = R(2,2) = F, C(1) = C(2) = V.
d) Domini : {1,2}; a=1, A(1) = V, A(2) = F, R(1,1) = R(1,2) = F, R(2,1) = R(2,2) = V, C(1) = C(2) = F.

a) no és un contraexemple perquè fa vàlides les premisses i també la conclusió.
b) i c) no són contraexemples perquè no validen la premissa $\exists x \exists y R(x,y)$.
d) és un contraexemple ja que fa certes les premisses

$\forall x \; \forall y \; (A(x) \wedge R(x,y) \rightarrow C(y)) =$
$(A(1) \wedge R(1,1) \rightarrow C(1)) \wedge (A(1) \wedge R(1,2) \rightarrow C(2)) \wedge (A(2) \wedge R(2,1) \rightarrow C(1)) \wedge (A(2) \wedge R(2,2) \rightarrow C(2)) =$
$(V \wedge F \rightarrow F) \wedge (V \wedge F \rightarrow F) \wedge (F \wedge V \rightarrow F) \wedge (F \wedge V \rightarrow F) =$
$(F \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F) = V \wedge V \wedge V \wedge V = V$

$A(a)= A(1) =V$

$\exists x \exists y R(x,y)= R(1,1) \vee R(1,2) \vee R(2,1) \vee R(2,2) = F \vee F \vee V \vee V = V$

i falsa la conclusió:

$\exists x C(x) = C(1) \vee C(2)= F \vee F = F$.

De fet, podíem treballar per eliminació: un contraexemple és una interpretació que fa certes les premisses i falsa la conclusió. L'única interpretació que fa falsa la conclusió és la d; per tant a, b i c no poden ser respostes correctes.