Espai
grapa

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	29/01/2011	18:30

⊂05.570ℜ29ℜ01ℜ11ℜEΞρ∈
05.570 29 01 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	29/01/2011	18:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

L: utilitzar llevat
C: posar les clares a punt de neu
E: el pastís resulta esponjós
H: el forn està a la temperatura adequada

1) És necessari utilitzar llevat i posar les clares a punt de neu per a què el pastís quedi esponjós.
$E \rightarrow L \wedge C$

2) Si el pastís no està esponjós, el forn no estava a la temperatura adequada o no s'han posat les clares a punt de neu.
$\neg E \rightarrow \neg H \vee \neg C$

3) Si el forn està a la temperatura adequada, el pastís resulta esponjós si i només si he utilitzat llevat i he posat les clares a punt de neu.
$H \rightarrow (E \rightarrow L \wedge C) \wedge (L \wedge C \rightarrow E)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

E(x) : x és un producte ecològic
A(x) : x és un agricultor
L(x) : x és làctic
P(x, y) : x produeix y

1) No hi ha cap producte ecològic làctic que sigui produït per tots els agricultors.
$\neg\exists x(E(x)\wedge L(x)\wedge\forall y(A(y)\rightarrow P(y,x)))$

2) No hi ha cap producte ecològic que no sigui produït per cap agricultor
$\neg\exists x(E(x)\wedge\forall y(A(y)\rightarrow\neg P(y,x))$

3) No hi ha cap agricultor que no produeixi cap producte ecològic làctic.
$\neg\exists x(A(x)\wedge\neg\exists y(E(y)\wedge L(y)\wedge P(x,y)))$
o també $\neg\exists x(A(x)\wedge\forall y(E(y)\wedge L(y)\rightarrow\neg P(x,y)))$

4) Hi ha agricultors que produeixen tots els productes ecològics làctics.
$\exists x(A(x)\wedge\forall y(E(y)\wedge L(y)\rightarrow P(x,y))$

5) Hi ha productes ecològics que són produïts per tots els agricultors
$\exists x(E(x)\wedge\forall y(A(y)\rightarrow P(y,x))$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	29/01/2011	18:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$B \rightarrow A$
$C \wedge \neg F \rightarrow B$
$F \rightarrow R$
$F \rightarrow G$
$\therefore \neg A \rightarrow (C \rightarrow R \wedge G)$

Solució:

1	$B \rightarrow A$				P
2	$C \wedge \neg F \rightarrow B$				P
3	$F \rightarrow R$				P
4	$F \rightarrow G$				P
5		$\neg A$			H
6			B		H
7			A		E→ 1, 6
8			$\neg A$		It 5
9		$\neg B$			I¬ 6, 7, 8
10			$C \wedge \neg F$		H
11			B		E→ 2, 10
12			$\neg B$		It 9
13		$\neg(C \wedge \neg F)$			I¬ 10, 11, 12
14			C		H
15				$\neg F$	H
16				$C \wedge \neg F$	I∧ 14, 15
17				$\neg(C \wedge \neg F)$	It 13
18			$\neg\neg F$		I¬ 15, 16, 17
19			F		E¬ 18
20			R		E→ 19, 3
21			G		E→ 19, 4
22			$R \wedge G$		I∧ 20, 21
23		$C \rightarrow R \wedge G$			I→ 14, 22
24	$\neg A \rightarrow (C \rightarrow R \wedge G)$				I→ 5, 23

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$\neg Q \rightarrow \neg(P \rightarrow R)$
$P \rightarrow Q$
$R \rightarrow P \wedge \neg Q$
$S \rightarrow \neg R$
$\therefore Q \wedge (\neg R \vee \neg S)$

Examen 2010/11-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	29/01/2011	18:30

Solució:

Formes normals

Premissa 1: $\neg Q \rightarrow \neg(P \rightarrow R) = (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg R)$
Premissa 2: $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$
Premissa 3: $R \rightarrow P \wedge \neg Q = (\neg R \vee P) \wedge (\neg R \vee \neg Q)$
Premissa 4: $S \rightarrow \neg R = \neg S \vee \neg R$
Negació de la conclusió : $\neg(Q \wedge (\neg R \wedge \neg S)) = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$

El conjunt de clàusules es:
$\{Q \vee P, Q \vee \neg R, \neg P \vee Q, \neg R \vee P, \neg R \vee \neg Q, \neg S \vee \neg R,$ **$\neg Q \vee R$, $\neg Q \vee S$**$\}$
en negreta el conjunt de suport.

Si fem resolució:

$\neg Q \vee S$	$\neg S \vee \neg R$
$\neg Q \vee \neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$Q \vee P$
Q	$\neg Q$
□	

Si provem si les premisses són inconsistents, tenim el conjunt de clàusules:
$\{Q \vee P, Q \vee \neg R, \neg P \vee Q, \neg R \vee P, \neg R \vee \neg Q, \neg S \vee \neg R\}$

No hi cap R afirmada, per tant podem eliminar totes les clàusules amb $\neg R$, queda el conjunt de clàusules:
$\{Q \vee P, \neg P \vee Q\}$

Amb cap Q negada, i per tant ens queda el conjunt buit, això vol dir que les premisses són consistents.

Problema 4

Valideu o refuteu el següent raonament mitjançant el mètode de resolució:

$\forall x \exists y \{R(x,y) \wedge \forall z[S(y,z) \rightarrow A(z)]\}$
$\exists x \forall y \{R(y,x) \rightarrow S(x,y)\}$
$\therefore \exists x \exists y \{R(x,y) \wedge A(y)\}$

Solució:

FNS $(\forall x \exists y \{R(x,y) \wedge \forall z[S(y,z) \rightarrow A(z)]\}) = \forall x \forall z \{R(x,f(x)) \wedge [\neg S(f(x),z) \vee A(z)]\}$
FNS $(\exists x \forall y \{R(y,x) \rightarrow S(x,y)\}) = \forall y \{\neg R(y,a) \vee S(a,y)\})$
FNS $(\exists x \exists y \{R(x,y) \wedge A(y)\}) = \forall x \forall y \{\neg R(x,y) \vee \neg A(y)\}$

Per tant obtenim el següent conjunt de clàusules (les clàusules en negreta provenen de la negació de la conclusió) on hem rebatejat les variables de clàusules diferents:

$\{ R(x,f(x)) \, , \neg S(f(y),z) \vee A(z) \, , \neg R(t,a) \vee S(a,t) \, , \neg R(u,v) \vee \neg A(v) \}$ }

Observem que sempre que vulguem resoldre el literal S(,) no podrem eliminar-lo, ja que haurem d'unificar una discrepància del tipus <a, f(?)> que no és mai unificable.

Per tant només ens queden les clàusules: $R(x,f(x))$, $\neg R(u,v) \vee \neg A(v)$ amb les que no podem obtenir la clàusula buida. Així doncs, hem esgotat totes les possibilitats sense arribar a la clàusula buida, i podem afirmar que el raonament no és vàlid.

Problema 5

Es vol dissenyar un circuit lògic usant únicament portes NOR per a l'expressió:

$A+(B\bullet C)$

a) Reescriu la fórmula usant únicament l'operador ↓.

Indicació: pots escriure l'expressió com un producte de sumes, aplicar-li una doble negació i interioritzar una d'elles mitjançant la llei de De Morgan.

$A+(B\cdot C) = (A+B)\cdot(A+C) = \sim\sim((A+B)\cdot(A+C)) = \sim(\sim(A+B)+\sim(A+C)) = (A\downarrow B)\downarrow(A\downarrow C)$

b) Comprova l'equivalència de les dues fórmules construint la seva taula de veritat.

A	B	C	B·C	A+(B·C)	(A↓B)	(A↓C)	(A↓B) ↓ (A↓C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0