

# Universitat Oberta de Catalunya

## Estudis d'Informàtica i Multimèdia

### **ASSIGNATURA:** Grafs i Complexitat

Segona PAC. Mòduls 4 i 5.

Semestre de tardor de 2011 (del 2 al 23 de novembre).

Si us plau, feu cas de les instruccions següents:

- Envieu la solució en un fitxer que haureu d'anomenar:  
**PAC2\_Cognom1cognom2nom.pdf**
- L'heu de lliurar a l'apartat "Lliurament i Registre d'AC" de l'aula.
- Numereu les respostes d'acord amb la numeració de les preguntes i els apartats.
- No us limiteu a donar les respostes als problemes proposats. Doneu, també, una explicació que justifiqui la resposta.

#### 1. (Valoració d'un 20%)

- a) Un arbre d'ordre 12 té dos vèrtexs de grau 4 i cap de grau 2. Si sabéssim que té algun vèrtex de grau més gran o igual que 5, quina seria la seva seqüència de vèrtexs?
- b) Continuant amb l'apartat anterior, si, en canvi, sabéssim que no té cap vèrtex de grau més gran o igual que 5, quina seria llavors la seva seqüència de vèrtexs?
- c) Trobeu quants arbres generadors minimalment diferents (no isomorfs) té  $K_{3,3}$ , quants té  $K_{3,4}$ , i quants  $K_{3,5}$ . Considereu que totes les arestes tenen pes 1.

#### 2. (Valoració d'un 20%)

- a) Exploreu un arbre usant BFS i obtenim el següent ordre dels vèrtexs:  $A, B, C, D, E, F, G$ . Si l'explorem usant DFS obtenim la seqüència  $A, B, D, E, G, C, F$ . Dibuixeu l'arbre.
- b) Considereu l'expressió aritmètica següent:  $3 * x^2 + (x - y) / 9$ . Dibuixeu l'arbre corresponent, tenint en compte la prioritat habitual dels operadors.

- c) Escriviu els recorreguts en preordre, inordre i postordre de l'arbre de l'apartat anterior.
3. (Valoració d'un 20%)
- a) Trobeu un graf que compleixi totes les condicions del teorema 4 de la pàgina 19 del mòdul 5 (no cal que sigui bipartit), i tot i així no sigui hamiltonià.
- b) Demostreu que el següent graf no és hamiltonià usant alguna condició necessària de hamiltoneïtat:



- c) Utilitzeu l'algorisme de Hierholzer per trobar un recorregut eulerià en el graf de l'apartat anterior.
4. (Valoració d'un 20%) La següent taula representa el cost aproximat (en milions d'euros) de connectar dues poblacions amb una carretera. El cost no és proporcional a la distància, ja que hi ha diferents patrocinadors que abarateixen l'obra depenent de quines poblacions es comuniquin:

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>A</i>	12	7	8	3	9
<i>B</i>		4	11	9	7
<i>C</i>			2	7	8
<i>D</i>				9	4
<i>E</i>					13

- a) Com ho hem de fer si volem connectar els cinc punts amb el menor cost possible? Quin serà aquest cost?
- b) Com que no es poden fer tots els trams alhora per falta de pressupost, es decideix d'anar-los fent progressivament, començant des del punt F. Quins trams es faran, i en quin ordre? Quin serà el cost en aquest cas?
- c) Si volguéssim fer un circuit que passés pels cinc punts i tornés al punt inicial, podríem usar l'algorisme TSP-aproximat? Justifiqueu la resposta

5. (Valoració d'un 20%) Considerem el següent conjunt de punts sobre el pla:  $\{A = (0, 5), B = (2, 7), C = (5, 7), D = (4, 3), E = (8, 3), F = (2, 0)\}$ .

La següent taula ens dóna les distàncies entre parells de punts:

	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
$A$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{29}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{68}$	$\sqrt{29}$
$B$		3	$\sqrt{20}$	$\sqrt{52}$	7
$C$			$\sqrt{17}$	5	$\sqrt{58}$
$D$				4	$\sqrt{13}$
$E$					$\sqrt{45}$

Volem fer un recorregut que passi per tots els punts una sola vegada i torni al punt inicial. Usant la teoria de grafs, respongueu les següents qüestions:

- Què és el que cerquem?
- Apliqueu l'algorisme adient per a trobar una fita superior. Justifiqueu que es pot aplicar. A partir d'aquesta fita superior, obtingueu una fita inferior.
- Expliqueu com calcularíeu una fita inferior de la longitud del recorregut aplicant un algorisme diferent al de l'apartat anterior (no cal que feu el càlcul, només que indiqueu el procediment).