



PAC4: Raonament aproximat

Presentació

Quarta PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

Competències específiques:

- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difusa.

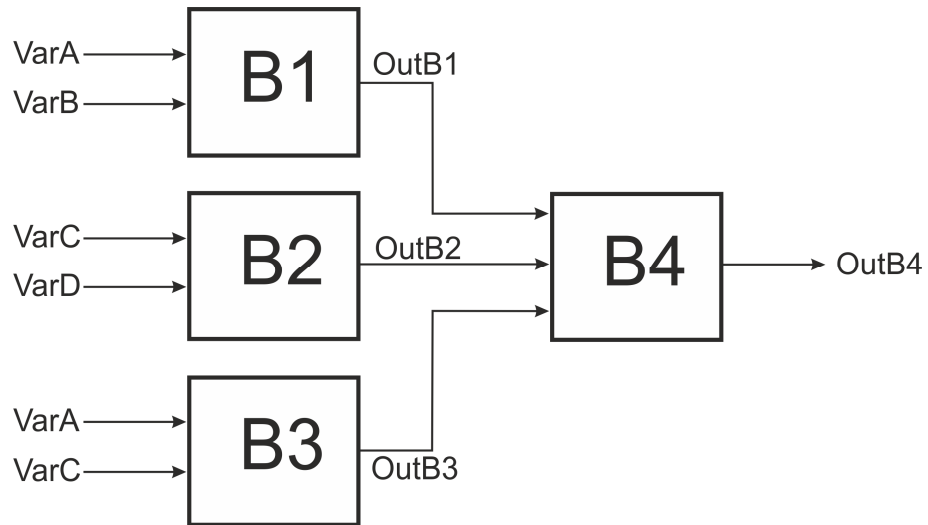
Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència.

Descripció de la PAC a realitzar

Ens trobem un **sistema expert difús jeràrquic** compostat de 4 blocs de regles amb 4 variables d'entrada, 3 intermèdies i 1 de sortida.

La figura següent mostra la disposició de tots aquests elements:



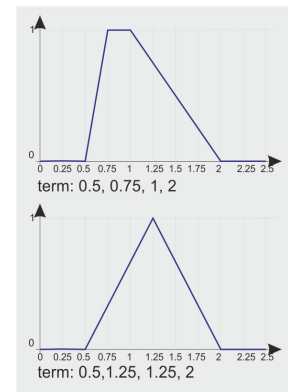
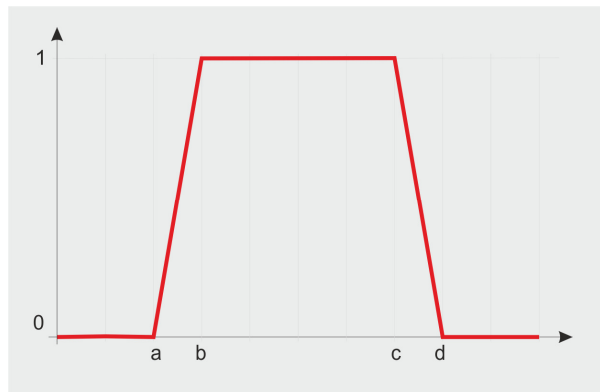
L'expert ens detalla la composició de tots els termes lingüístics de les variables i les regles associades a cadascun dels blocs de regles.

Els termes lingüístics associats a cada variable són els següents:

Variable	Rang	Terme lingüístic : punts (a,b,c,d) *
VarA	Min: 0 Max: 10	low (L) : 0, 0, 0, 7 medium (M) : 0, 7, 7, 8 high (H) : 6, 8, 8, 10 very-high (VH) : 8, 10, 10, 10
VarB	Min: 0 Max: 20	low (L) : 0, 0, 2, 6 medium (M) : 2, 6, 6, 18 high (H) : 6, 18, 20, 20
VarC	Min: 0 Max: 10	very-low (VL) : 0, 0, 0, 2 low (L) : 0, 2, 2, 5 medium (M) : 2, 5, 5, 6 high (H) : 5, 6, 6, 7 very-high (VH) : 6, 10, 10, 10
VarD	Min: 0 Max: 5	low (L) : 0, 0, 1, 3 medium (M) : 1, 3, 3, 4 high (H) : 3, 4, 5, 5
OutB1, OutB2, OutB3, OutB4	Min: 0 Max: 10	very-low (VL) : 0, 0, 0, 1 low (L) : 0, 1, 1, 5 medium (M) : 1, 5, 5, 6 high (H) : 5, 6, 6, 9 very-high (VH) : 6, 9, 10, 10



(*) A continuació es presenta com s'ha d'interpretar la seqüència de punts (a,b,c,d). A més, al costat dret s'afegeixen dos exemples il·lustratius, un terme trapezoïdal (dalt) i un terme triangular (sota).



A continuació es presenten les regles associades als blocs B1, B2, B3 i B4.

Bloc B1

Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	low	AND	low	low
02	low	AND	medium	low
03	low	AND	high	medium
04	medium	AND	low	low
05	medium	AND	medium	medium
06	medium	AND	high	high
07	high	AND	low	low
08	high	AND	medium	medium
09	high	AND	high	high
10	very-high	AND	low	high
11	very-high	AND	medium	high
12	very-high	AND	high	very-high

Bloc B2

Id. regla	VarC		VarD	OutB2
01	very-low	AND	low	very-low
02	very-low	AND	medium	low
03	very-low	AND	high	low
04	low	AND	low	very-low
05	low	AND	medium	low
06	low	AND	high	low
07	medium	AND	low	low
08	medium	AND	medium	medium
09	medium	AND	high	medium
10	high	AND	low	medium
11	high	AND	medium	medium
12	high	AND	high	high
13	very-high	AND	low	high
14	very-high	AND	medium	very-high
15	very-high	AND	high	very-high



Bloc B3

Id. regla	VarA		VarC	OutB3
01	low	AND	very-low	very-low
02	low	AND	low	very-low
03	low	AND	medium	low
04	low	AND	high	medium
05	low	AND	very-high	high
06	medium	AND	very-low	medium
07	medium	AND	low	low
08	medium	AND	medium	medium
09	medium	AND	high	medium
10	medium	AND	very-high	high
11	high	AND	very-low	low
12	high	AND	low	medium
13	high	AND	medium	high
14	high	AND	high	very-high
15	high	AND	very-high	very-high

Bloc B4

Id. regla	OutB1		OutB2		OutB3	OutB4
01	very-low					very-low
02			very-low			very-low
03					very-low	very-low
04	low	OR	low	OR	low	low
05	low	OR	medium			medium
06			medium	OR	medium	medium
07	medium	AND	very-low	AND	very-low	low
08	medium	AND	very-low	AND	low	low
09	medium	AND	very-low	AND	medium	medium
10	medium	AND	very-low	AND	high	medium
11	medium	AND	very-low	AND	very-high	medium
12	medium	AND	low	AND	very-low	very-low
13	medium	AND	low	AND	low	low
14	medium	AND	low	AND	medium	low
15	medium	AND	low	AND	high	medium
16	medium	AND	low	AND	very-high	medium
17	medium	AND	medium	AND	very-low	medium
18	medium	AND	medium	AND	low	medium
19	medium	AND	medium	AND	medium	medium
20	medium	AND	medium	AND	high	high
21	medium	AND	medium	AND	very-high	high
22	medium	AND	high	AND	very-low	medium
23	medium	AND	high	AND	low	medium
24	medium	AND	high	AND	medium	medium
25	medium	AND	high	AND	high	high
26	medium	AND	high	AND	very-high	very-high
27	medium	AND	very-high	AND	very-low	high
28	medium	AND	very-high	AND	low	high
29	medium	AND	very-high	AND	medium	very-high
30	medium	AND	very-high	AND	high	very-high
31	medium	AND	very-high	AND	very-high	very-high
32	high	OR	high	OR	high	medium
33	very-high					very-high
34			very-high			very-high
35					very-high	very-high



Preguntes

Considerar un sistema Mamdani amb t-norma min i t-conorma max.

1) Representar gràficament les variables del sistema amb els termes lingüístics.

Calcular les funcions de pertinença de totes de les variables. En el nostre cas, les variables intermèdies i la de sortida són iguals, per tant només cal calcular i mostrar una sola funció de pertinença.

2) Considerant els següents valors d'entrada:

(VarA, VarB, VarC, VarD) = (5, 8, 4, 1.5)

2a) Calcular la sortida de la variable OutB1 per l'activació de B1.

2b) Calcular la sortida de la variable OutB2 per l'activació de B2.

2c) Calcular la sortida de la variable OutB3 per l'activació de B3.

2d) Calcular la sortida de la variable OutB4 donats els resultats anteriors d'OutB1, OutB2 i OutB3. Donar també la representació nítida del valor resultant final del resultat d'OutB4.

L'entrada del bloc B4 és la sortida dels blocs B1, B2 i B3. No s'ha de calcular el valor nítid de les variables intermèdies com entrada de B4.

Pel càlcul del valor nítid de la variable OutB4 utilitzeu el mètode de centre de masses amb una resolució de 10E-3.

En tots els casos (2a – 2d) descriuiu les regles que s'activen en cadascun dels blocs, representar gràficament la sortida obtinguda, i el procés seguit per obtenir el resultat.



Solucions

1) Les funcions de pertinença dels 4 tipus de variables, representades gràficament, són les següents:

Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
VarA		$\mu_{low}(x) = \begin{cases} -0.143x+1 & \text{si } 0 < x \leq 7 \\ 0 & \text{si } 7 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{medium}(x) = \begin{cases} 0.143x & \text{si } 0 < x \leq 7 \\ -x+8 & \text{si } 7 < x \leq 8 \\ 0 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{high}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 6 \\ 0.5x-3 & \text{si } 6 < x \leq 8 \\ -0.5x+5 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{very-high}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 8 \\ 0.5x-4 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$
VarB		$\mu_{low}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -0.25x+1.5 & \text{si } 2 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 20 \end{cases}$ $\mu_{medium}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0.25x-0.5 & \text{si } 2 < x \leq 6 \\ -0.083x+1.5 & \text{si } 6 < x \leq 18 \\ 0 & \text{si } 18 < x \leq 20 \end{cases}$ $\mu_{high}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ 0.083x-0.5 & \text{si } 6 < x \leq 18 \\ 1 & \text{si } 18 < x \leq 20 \end{cases}$



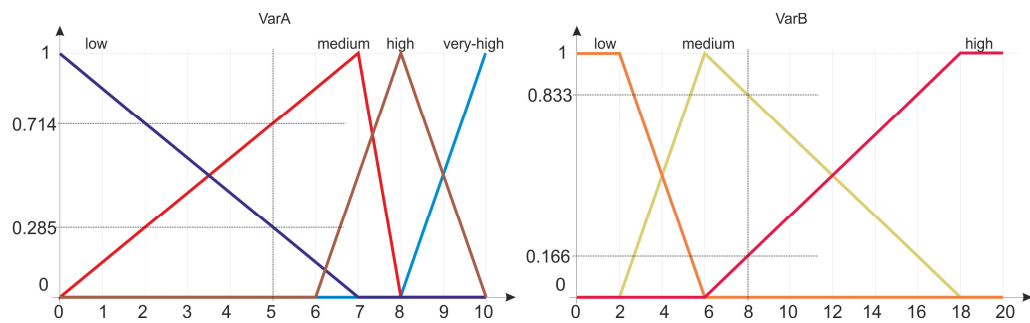
Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
VarC		$\mu_{\text{very-low}}(x) = \begin{cases} -0.5x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{\text{low}}(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -0.333x + 1.666 & \text{si } 2 < x \leq 5 \\ 0 & \text{si } 5 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{\text{medium}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0.333x - 0.666 & \text{si } 2 < x \leq 5 \\ -x + 6 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{\text{high}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ x - 5 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ -x + 7 & \text{si } 6 < x \leq 7 \\ 0 & \text{si } 7 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{\text{very-high}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ 0.25x - 1.5 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$
VarD		$\mu_{\text{low}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ -0.5x + 1.5 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 0 & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$ $\mu_{\text{medium}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0.5x - 0.5 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -x + 4 & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ 0 & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$ $\mu_{\text{high}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 3 & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ 1 & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$



Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
OutB1 OutB2, OutB3, OutB4,		$\mu_{very-low}(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{low}(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ -0.25x+1.25 & \text{si } 1 < x \leq 5 \\ 0 & \text{si } 5 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{medium}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0.25x-0.25 & \text{si } 1 < x \leq 5 \\ -x+6 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{high}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ x-5 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ -0.333x+3 & \text{si } 6 < x \leq 9 \\ 0 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{very-high}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ 0.333x-2 & \text{si } 6 < x \leq 9 \\ 1 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$

2a) Calcular la sortida gràfica de la variable OutB1 per l'activació de B1.

Mirem els valors d'entrada donats, quins termes lingüístics tallen de les variables del bloc B1, VarA i VarB.



El valor d'entrada VarA = 5 talla low a 0.285 i medium a 0.714.

El valor d'entrada VarB = 8 talla medium a 0.833 i high a 0.166.

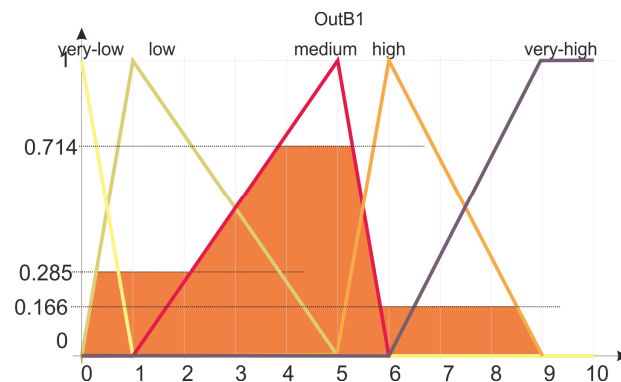
D'aquesta forma, s'activen 4 regles i veiem els nivells d'activació dels conseqüents aplicant la t-norma als anteriors.



Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	low (0.285)	AND	low	low
02	low (0.285)	AND	medium (0.833)	low (0.285)
03	low (0.285)	AND	high (0.166)	medium (0.166)
04	medium (0.714)	AND	low	low
05	medium (0.714)	AND	medium (0.833)	medium (0.714)
06	medium (0.714)	AND	high (0.166)	high (0.166)
07	high	AND	low	low
08	high	AND	medium (0.833)	medium
09	high	AND	high (0.166)	high
10	very-high	AND	low	high
11	very-high	AND	medium (0.833)	high
12	very-high	AND	high (0.166)	very-high

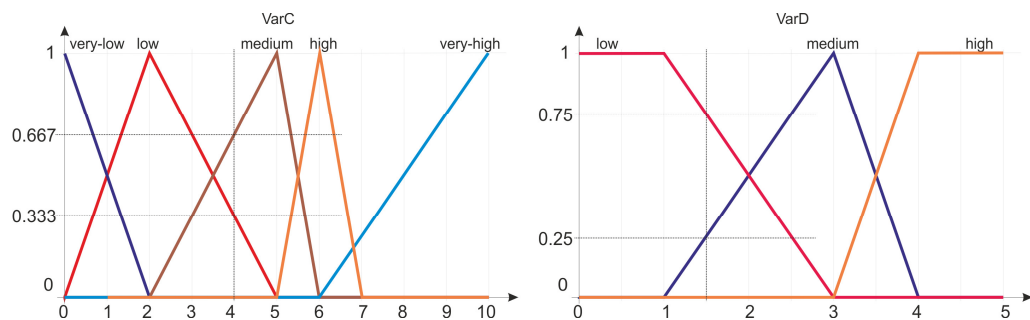
Per calcular la sortida gràfica d'OutB1 apliquem la t-conorma max als conseqüents. En aquest cas, low queda amb 0.285, medium amb 0.714 i high amb 0.166.

D'aquesta forma, la representació gràfica de la sortida OutB1 quedaria de la següent forma:



2b) Calcular la sortida gràfica de la variable OutB2 per l'activació de B2.

Mirem els valors d'entrada donats, quins termes lingüístics tallen de les variables del bloc B2, VarC i VarD.





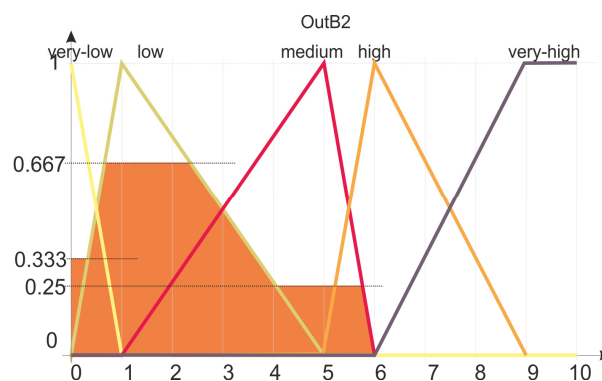
El valor d'entrada VarC = 4 talla low a 0.333 i medium a 0.667.

El valor d'entrada VarD = 1.5 talla low a 0.75 i medium a 0.25.

D'aquesta forma, s'activen 4 regles i veiem els nivells d'activació dels conseqüents aplicant la t-norma als antecedents.

Id. regla	VarC		VarD	OutB2
01	very-low	AND	low (0.75)	very-low
02	very-low	AND	medium (0.25)	low
03	very-low	AND	high	low
04	low (0.333)	AND	low (0.75)	very-low (0.333)
05	low (0.333)	AND	medium (0.25)	low (0.25)
06	low (0.333)	AND	high	low
07	medium (0.667)	AND	low (0.75)	low (0.667)
08	medium (0.667)	AND	medium (0.25)	medium (0.25)
09	medium (0.667)	AND	high	medium
10	high	AND	low (0.75)	medium
11	high	AND	medium (0.25)	medium
12	high	AND	high	high
13	very-high	AND	low (0.75)	high
14	very-high	AND	medium (0.25)	very-high
15	very-high	AND	high	very-high

La taula mostra els antecedents i el nivell d'activació dels conseqüents (aplicant la t-norma) en els casos diferent de 0. Finalment, OutB2 té actius els termes very-low amb un nivell 0.333, low amb un nivell 0.667 i medium amb un nivell 0.25. Veiem la representació gràfica de la sortida:



2c) Calcular la sortida gràfica de la variable OutB3 per l'activació de B3.

Aquest bloc té com entrades les variables VarA i VarC. Com s'ha vist anteriorment, els talls d'aquestes variables sobre els termes són els següents:

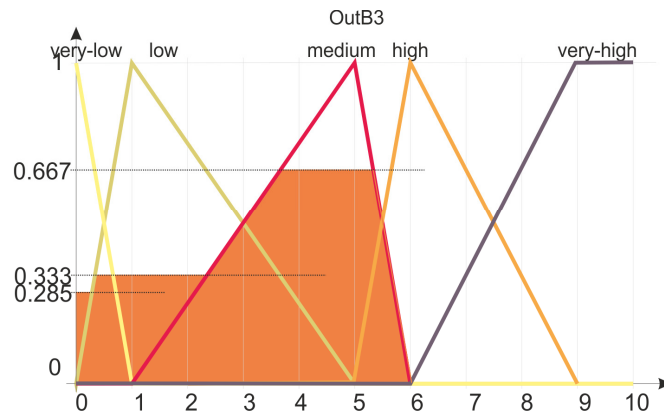
- El valor d'entrada VarA = 5 talla low a 0.285 i medium a 0.714.
- El valor d'entrada VarC = 4 talla low a 0.333 i medium a 0.667.



Mirem ara quines regles s'activen i els nivells dels conseqüents:

Id. regla	VarA		VarC	OutB3
01	low (0.285)	AND	very-low	very-low
02	low (0.285)	AND	low (0.333)	very-low (0.285)
03	low (0.285)	AND	medium (0.667)	low (0.285)
04	low (0.285)	AND	high	medium
05	low (0.285)	AND	very-high	high
06	medium (0.714)	AND	very-low	medium
07	medium (0.714)	AND	low (0.333)	low (0.333)
08	medium (0.714)	AND	medium (0.667)	medium (0.667)
09	medium (0.714)	AND	high	medium
10	medium (0.714)	AND	very-high	high
11	high	AND	very-low	low
12	high	AND	low (0.333)	medium
13	high	AND	medium (0.667)	high
14	high	AND	high	very-high
15	high	AND	very-high	very-high

Després d'aplicar la t-conorma max als termes activats, OutB3 té actius el terme very-low amb un nivell 0.285, el terme low amb un nivell 0.333, i el terme medium amb un nivell 0.667. La representació gràfica és la següent:





2d) Calcular la sortida gràfica de la variable OutB4 donats els resultats anteriors d'OutB1, OutB2 i OutB3. Donar també la representació nítida del valor resultant final del resultat d'OutB4.

Per calcular la sortida final de OutB4 ens calen els termes i nivell d'activacions de les variables d'entrada de B4. Ficarem directament el nivell assolit dins la taula de regles de B4 per calcular-ne els conseqüents:

- **OutB1:** terme low amb un nivell 0.285, medium amb un nivell 0.714 i high amb un nivell 0.166
- **OutB2:** terme very-low amb un nivell 0.333, low amb un nivell 0.667 i medium amb un nivell 0.25
- **OutB3:** terme very-low amb un nivell 0.285, el terme low amb un nivell 0.333, i el terme medium amb un nivell 0.667.

Veiem les 14 regles activades del bloc B4:

Id. regla	OutB1		OutB2		OutB3	OutB4
01	very-low					very-low
02			very-low (0.333)			very-low (0.333)
03					very-low (0.285)	very-low (0.285)
04	low (0.285)	OR	low (0.667)	OR	low (0.333)	low (0.667)
05	low (0.285)	OR	medium (0.25)			medium (0.285)
06			medium (0.25)	OR	medium (0.667)	medium (0.667)
07	medium (0.714)	AND	very-low (0.333)	AND	very-low (0.285)	low (0.285)
08	medium (0.714)	AND	very-low (0.333)	AND	low (0.333)	low (0.333)
09	medium (0.714)	AND	very-low (0.333)	AND	medium (0.667)	medium (0.333)
10	medium (0.714)	AND	very-low (0.333)	AND	high	medium
11	medium (0.714)	AND	very-low (0.333)	AND	very-high	medium
12	medium (0.714)	AND	low (0.667)	AND	very-low (0.285)	very-low (0.285)
13	medium (0.714)	AND	low (0.667)	AND	low (0.333)	low (0.333)
14	medium (0.714)	AND	low (0.667)	AND	medium (0.667)	low (0.667)
15	medium (0.714)	AND	low (0.667)	AND	high	medium
16	medium (0.714)	AND	low (0.667)	AND	very-high	medium
17	medium (0.714)	AND	medium (0.25)	AND	very-low (0.285)	medium (0.25)
18	medium (0.714)	AND	medium (0.25)	AND	low (0.333)	medium (0.25)
19	medium (0.714)	AND	medium (0.25)	AND	medium (0.667)	medium (0.25)
20	medium (0.714)	AND	medium (0.25)	AND	high	high
21	medium (0.714)	AND	medium (0.25)	AND	very-high	high
22	medium (0.714)	AND	high	AND	very-low (0.285)	medium
23	medium (0.714)	AND	high	AND	low (0.333)	medium
24	medium (0.714)	AND	high	AND	medium (0.667)	medium
25	medium (0.714)	AND	high	AND	high	high
26	medium (0.714)	AND	high	AND	very-high	very-high
27	medium (0.714)	AND	very-high	AND	very-low (0.285)	high
28	medium (0.714)	AND	very-high	AND	low (0.333)	high
29	medium (0.714)	AND	very-high	AND	medium (0.667)	very-high
30	medium (0.714)	AND	very-high	AND	high	very-high
31	medium (0.714)	AND	very-high	AND	very-high	very-high
32	high	OR	high	OR	high	medium
33	very-high					very-high
34			very-high			very-high
35					very-high	very-high

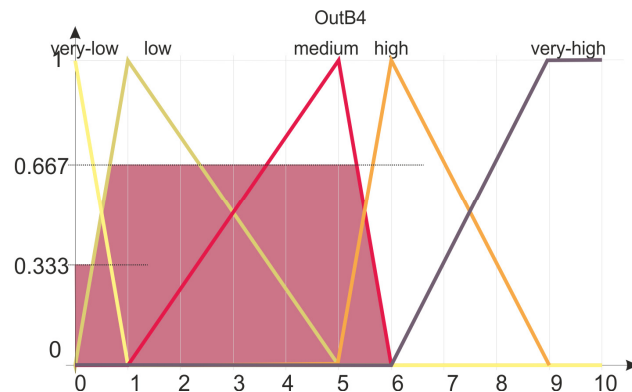


En la taula es mostren en parèntesi les activacions.

Cal notar que en el cas de les regles 04, 05 i 06 per calcular el conseqüent no s'aplica la t-norma min sinó la t-conorma max perquè enlloc d'ANDs tenim ORs.

Al final, la variable OutB4 queda de la següent forma: terme very-low actiu amb un nivell 0.333, low actiu en 0.667, i medium actiu en 0.667.

La representació gràfica de la funció OutB4 resultant és la següent:



La funció de pertinença associada a aquesta activació és la següent:

$$\mu_{OutB4}(x) = \begin{cases} 0.333 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.333 \\ x & \text{si } 0.333 < x \leq 0.666 \\ 0.667 & \text{si } 0.666 < x \leq 5.334 \\ -x + 6 & \text{si } 5.334 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$$

Si mesurem el punt nítid, obtenim el punt nítid a 2.955 unitats de OutB4:

$$x_d = \frac{10678.128}{3612.8376} = 2.955$$

Recursos

Per a fer aquesta PAC el material imprescindible és el Tema 2 – Sistemes difusos, del mòdul 4.

Criteris de valoració

La pregunta 1 val **2 punts**.



La pregunta 2 val **8 punts** dividits de la següent forma: 1 punt la pregunta 2a, 1 punt la pregunta 2b, 1 punt la pregunta 2c i 5 punts la pregunta 2d.

Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser *CognomsNom_IA_PAC4* amb l'extensió .pdf (PDF).

La data límit de lliurament és el: **17 de desembre** (a les 24 hores).

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.

Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.