Espai grapa

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2011	18:30

05.570 22 06 11 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2011	18:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

A: Ser generós
B: Tenir la consciència tranquil·la
C: Robar
D: La policia t'engarjola
E: Ser caut

1) Quan has robat, és necessari que siguis generós per tenir la consciència tranquil·la.
$C \to (B \to A)$

2) Si robes i la policia t'engarjola és que ni ets generós ni ets caut
$C \wedge D \to \neg A \wedge \neg E$

3) Si per què la policia no t'engarjoli et cal ser caut, és que o tens la consciència tranquil·la o no robes.
$(\neg D \to E) \to B \vee \neg C$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

M(x): x és milionari
A(x): x és altruista
O(x): x és una ONG
C(x,y): x ajuda a y

1) No tots els milionaris són altruistes, però alguns sí que ho són.
$\neg \forall x(M(x) \to A(x)) \wedge \exists x(M(x) \wedge A(x))$

2) Alguns milionaris altruistes ajuden totes les ONGs
$\exists x\{M(x) \wedge A(x) \wedge \forall y[O(y) \to C(x,y)]\}$

3) Les ONGs altruistes són ajudades per milionaris.
$\forall x\{O(x) \wedge A(x) \to \exists y[M(y) \wedge C(y,x)]\}$

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2011	18:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les 9 regles bàsiques i les regles derivades vistes a l'assignatura (és a dir, no podeu utilitzar equivalents deductius).

$S \lor Q \to (R \to \neg P)$
$\neg S \to R$
$S \lor R \to \neg(Q \land S)$
$\therefore\ Q \to \neg P$

Solució

1	$S\lor Q\to(R\to\neg P)$			P
2	$\neg S\to R$			P
3	$S\lor R\to\neg(Q\land S)$			P
4		Q		H
5			P	H
6			$S\lor Q$	I∨ 4
7			$R\to\neg P$	E→1,6
8			$\neg R$	MT 5, 7
9			$\neg\neg S$	MT 2, 8
10			S	E¬ 9
11			$S\lor R$	I∨ 10
12			$\neg(Q\land S)$	E→3,11
13			$Q\land S$	I∧ 4, 10
14		$\neg P$		I¬ 5, 12,13
15	$Q\to\neg P$			I→4,14

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2011	18:30

Problema 3

Indiqueu aplicant resolució si el següent raonament és vàlid, indiqueu també si les premisses són consistents.

$\neg (P \to (\neg Q \wedge \neg R))$
$P \to S \wedge \neg T$
$T \to \neg R$
$\therefore S \wedge (T \to Q)$

Solució

FNC($\neg (P \to (\neg Q \wedge \neg R))$)= $P \wedge (Q \vee R)$
FNC($P \to S \wedge \neg T$)= $(\neg P \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg T)$
FNC($T \to \neg R$)= $\neg T \vee \neg R$
FNC($\neg(S \wedge (T \to Q))$)= $(\neg S \vee T) \wedge (\neg S \vee \neg Q)$

Conjunt de clàusules ={ P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$, $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$, $\boldsymbol{\neg S \vee T}$**,** $\boldsymbol{\neg S \vee \neg Q}$}

Clàusules troncals	Clàusules laterals
$\neg S \vee T$	$\neg T \vee \neg R$
$\neg S \vee \neg R$	$Q \vee R$
$\neg S \vee Q$	$\neg S \vee \neg Q$
$\neg S$	$\neg P \vee S$
$\neg P$	P
$\square$	

Consistència de Premisses:
Conjunt de clàusules ={ P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$, $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$}
Per la regla del literal pur ($\neg T$) podem eliminar $\neg P \vee \neg T$, $\neg T \vee \neg R$
Conjunt de clàusules ={ P , $Q \vee R$, $\neg P \vee S$ }
Per la regla del literal pur (S) podem eliminar $\neg P \vee S$
Conjunt de clàusules ={ P , $Q \vee R$ }
Per la regla del literal pur (Q) podem eliminar $Q \vee R$
Conjunt de clàusules ={ P }
Per la regla del literal pur podem eliminar P
Conjunt de clàusules ={ }
Raonament vàlid i premisses consistents

Examen 2010/11-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2011	18:30

Problema 4

Quina de les següents interpretacions:

I1: $<\{1,2\},\{P(1)=P(2)=V,\ Q(1,1)=V,\ Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)=F,\ T(1)=T(2)=F\}>$
I2: $<\{1,2\},\{P(1)=P(2)=V,\ Q(1,1)=V,\ Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)=F,\ T(1)=F,\ T(2)=V\}>$
I3: $<\{1,2\},\{P(1)=P(2)=F,\ Q(1,1)=Q(1,2)=F,\ Q(2,1)=V,\ Q(2,2)=F,\ T(1)=V,\ T(2)=F\}>$

és un contraexemple del raonament següent?:

$\forall x\ [\ \neg P(x) \to \exists y\ Q(x,y)\ ]$
$\exists x\ P(x)\ \wedge\ \exists y T(y)$
$\exists x[T(x) \vee \forall y Q(y,x)]$
$\therefore\ \neg\forall x[P(x) \vee \exists y\ Q(y,x)]$

Solució

Passem les fórmules a enunciats:

$\boldsymbol{\forall x(\neg P(x) \to \exists y\ Q(x,y))}$
$\forall x(\neg P(x) \to Q(x,1) \vee Q(x,2))$
$(\neg P(1) \to Q(1,1) \vee Q(1,2)) \wedge (\neg P(2) \to Q(2,1) \vee Q(2,2))$

$\boldsymbol{\exists x\ P(x) \wedge \exists y\ T(y)}$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge \exists y\ T(y)$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge (T(1) \vee T(2))$

$\boldsymbol{\exists x(T(x) \vee \forall y\ Q(y,x))}$
$\exists x(T(x) \vee (Q(1,x) \wedge Q(2,x))$
$[\ T(1) \vee (Q(1,1) \wedge Q(2,1))\ ] \vee [\ (T(2) \vee (Q(1,2) \wedge Q(2,2)\ ]$

$\boldsymbol{\neg\forall x(P(x) \vee \exists y\ Q(y,x))}$
$\neg\forall x\ P(x) \vee (Q(1,x) \vee Q(2,x))$
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ]$

I1: Fa falsa la conclusió:
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ] \quad =$
$\neg\ [\ (V \vee (V \vee F)) \wedge (V \vee (F \vee F))\ ] = \neg[\ V \wedge V\ ] = F$

Cal, doncs comprovar si totes les premisses són certes.
Com que T1=T2=F tenim que la segona premissa és falsa i per tant no pot ser un contraexemple.

I2: Fa falsa la conclusió:
$\neg\ [\ (P(1) \vee (Q(1,1) \vee Q(2,1)) \wedge (P(2) \vee (Q(1,2) \vee Q(2,2))\ ] =$
$\neg\ [\ (V \vee (V \vee F)) \wedge (V \vee (F \vee F))\ ] = \neg[\ V \wedge V\ ] = F$

Cal, doncs comprovar si totes les premisses són certes.
Per la primera veiem que:
$(\neg V \to V \vee F) \wedge (\neg V \to F \vee F) = (F \to V \vee F) \wedge (F \to F \vee F) = (F \to V) \wedge (F \to F) = V \wedge V = V$

Per la segona:
$(V \vee V) \wedge (F \vee V) = V \wedge V = V$

Per la tercera:
$[F \vee (V \wedge F)] \vee [V \vee (F \wedge F)] = [F \vee F] \vee [V \vee F] = F \vee V = V$

Per tant és un contraexemple ja que totes les premisses són certes i falsa la conclusió.

I3: La conclusió és certa
$\neg [(F \vee (F \vee F)) \wedge (F \vee (V \vee F))] = \neg[F \wedge V] = \neg F = V$

Per tant no pot ser un contraexemple.

Problema 5

a) Donats els conjunts A = {0,9} i B = {7,8,9} i l' univers U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} digues si són vertaderes les afirmacions següents i justifica la resposta:

a.1) $B \cup \varnothing = B$

a.2) $A \subseteq B$

a.3) $A \cap B = \varnothing$

a.4) $(U-A) \cap (U-B) = U - (A \cup B)$

b) Digues si aquesta relació té les propietats simètrica, reflexiva, transitiva o antisimètrica i justifica les respostes

R = {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(2,3)} en {1,2,3}×{1,2,3}

Solució

a)

a.1) $B \cup \varnothing = B$ Cert. És cert per a qualsevol conjunt

a.2) $A \subseteq B$ Fals, 0 pertany a A però no pertany a B.

a.3) $A \cap B = \varnothing$ Fals, hi ha un element, el 9 que pertany a ambdós conjunts.

a.4) $(U-A) \cap (U-B) = U - (A \cup B)$ Cert. És sempre cert per a qualsevol parell de conjunts

b) R no és simètrica perquè (2,3) pertany a R però (3,2) no pertany a R.
R és reflexiva perquè sempre (x,x) pertany a R per a qualsevol x de {1,2,3}.
R no és transitiva perquè $(1,2) \in R$ i $(2,3) \in R$ però (1,3) no pertany a R.
R no es antisimètrica perquè $(1,2) \in R$ i (2,1) també.