

Examen 2013/14-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|-------------|--------|------------|------------|
| Lògica | 05.570 | 21/06/2014 | 15:30 |

C05.570R21R06R14REE,€
05.570 21 06 14 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Aquest enunciat correspon també a les assignatures següents:

- 05.056 - Lògica

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?
No es pot consultar cap material
- Valor de cada pregunta: Activitat 1: 30%; activitat 2: 25% o 12.5%; activitat 3: 30%; activitat 4: 15%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

Enunciats

Examen 2013/14-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|-------------|--------|------------|------------|
| Lògica | 05.570 | 21/06/2014 | 15:30 |

Activitat 1 (30%)

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les següents frases. Feu servir els àtoms que s'indiquen.

- Perquè el cotxe funcioni bé cal que passi la revisió anual
 $C \rightarrow R$ o també $\neg R \rightarrow \neg C$
- Si el cotxe no funciona bé o emet massa fums, o bé no ha passat la revisió anual o s'ha espatllat
 $\neg C \vee F \rightarrow \neg R \vee E$
- Si el cotxe emet massa fums, no pot circular quan els nivells de contaminació són alts
 $F \rightarrow (N \rightarrow G)$

Àtoms:

- C: El cotxe funciona bé
- R: El cotxe passa la revisió anual
- F: El cotxe emet massa fums
- E: El cotxe s'ha espatllat
- G: El cotxe no pot circular
- N: Els nivells de contaminació són alts

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les següents frases. Utilitzeu els predicats que s'indiquen.

- Tots els productes de neteja que són tòxics tenen envasos segurs
 $\forall x[P(x) \wedge T(x) \rightarrow E(x)]$
- Hi ha productes de neteja que no tenen un envàs segur i no són recomanables per als usuaris no especialitzats
 $\exists x\{P(x) \wedge \neg E(x) \wedge \neg \exists y[U(y) \wedge \neg S(y) \wedge R(x,y)]\}$
- El KP-9 és un producte de neteja que té un envàs segur i que es recomana per a tots els usuaris
 $P(k) \wedge E(k) \wedge \forall x\{U(x) \rightarrow R(k,x)\}$

Predicats:

- P(x): x és un producte de neteja
- T(x): x és tòxic
- E(x): x té un envàs segur
- R(x,y): x és recomanable per a y
- U(x): x és un usuari
- S(x): x està/és especialitzat

Constants:

- k: KP-9

Examen 2013/14-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|-------------|--------|------------|------------|
| Lògica | 05.570 | 21/06/2014 | 15:30 |

Activitat 2 (25% o 12.5%)

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu el 25% de la puntuació total de la prova. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu el 12.5% de la puntuació total de la prova. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu un 0% de la puntuació total de la prova.

$$(R \rightarrow Z) \vee (P \wedge Q), \neg R \rightarrow T, \neg Q \wedge \neg Z \therefore T \vee S$$

| | | |
|-----|---------------------------------------|----------------------|
| 1. | $(R \rightarrow Z) \vee (P \wedge Q)$ | P |
| 2. | $\neg R \rightarrow T$ | P |
| 3. | $\neg Q \wedge \neg Z$ | P |
| 4. | $R \rightarrow Z$ | H |
| 5. | $\neg Q \wedge \neg Z$ | It 3 |
| 6. | R | H |
| 7. | Z | $E \rightarrow 4, 6$ |
| 8. | $\neg Z$ | $E \wedge 5$ |
| 9. | $\neg R$ | $I \neg 6, 7, 8$ |
| 10. | T | $E \rightarrow 2, 9$ |
| 11. | $P \wedge Q$ | H |
| 12. | $\neg Q \wedge \neg Z$ | It 3 |
| 13. | $\neg T$ | H |
| 14. | Q | $E \wedge 11$ |
| 15. | $\neg Q$ | $E \wedge 12$ |
| 16. | $\neg \neg T$ | $I \neg 13, 14, 15$ |
| 17. | T | $E \neg 16$ |
| 18. | T | $E \vee 1, 10, 17$ |
| 19. | $T \vee S$ | $I \vee 18$ |

Activitat 3 (30%)

- a) El raonament següent és vàlid, Utilitzeu el mètode de resolució lineal amb l'estratègia del conjunt de suport per a demostrar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho.

$$\begin{aligned}
 &P \rightarrow S, \\
 &Q \wedge \neg S \rightarrow T, \\
 &(Q \vee S) \wedge (W \vee P), \\
 &\neg S \wedge (T \rightarrow \neg W) \\
 &\therefore R \vee P \rightarrow T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{FNC } [P \rightarrow S] &= \neg P \vee S \\
 \text{FNC } [Q \wedge \neg S \rightarrow T] &= \neg Q \vee S \vee T \\
 \text{FNC } [(Q \vee S) \wedge (W \vee P)] &= (Q \vee S) \wedge (W \vee P) \\
 \text{FNC } [\neg S \wedge (T \rightarrow \neg W)] &= \neg S \wedge (\neg T \vee \neg W) \\
 \text{FNC } \neg [R \vee P \rightarrow T] &= (R \vee P) \wedge \neg T
 \end{aligned}$$

El conjunt de clàusules resultant és:

$S = \{\neg P \vee S, \neg Q \vee S \vee T, Q \vee S, W \vee P, \neg S, \neg T \vee \neg W, R \vee P, \neg T\}$ El conjunt de suport està format per les dues darreres clàusules (negreta)

Examen 2013/14-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|-------------|--------|------------|------------|
| Lògica | 05.570 | 21/06/2014 | 15:30 |

La clàusula $\neg T$ subsumeix la clàusula $\neg T \vee \neg W$ i amb això el conjunt de clàusules potencialment útils es redueix a: $S' = \{\neg P \vee S, \neg Q \vee S \vee T, \neg S, Q \vee S, W \vee P, \mathbf{R \vee P, \neg T}\}$

La regla del literal pur permet d'eliminar d'aquest conjunt la clàusula $W \vee P$ per absència del literal $\neg W$ i també la clàusula $R \vee P$ per absència del literal $\neg R$. Això torna a reduir el conjunt a

$S'' = \{\neg P \vee S, \neg Q \vee S \vee T, \neg S, Q \vee S, \mathbf{\neg T}\}$. Ara, l'absència de P permet de descartar $\neg P \vee S$ amb la qual cosa el conjunt de clàusules útils es redueix a

$S''' = \{\neg Q \vee S \vee T, \neg S, Q \vee S, \mathbf{\neg T}\}$

| Troncals | Laterals |
|-----------------|------------------------|
| $\neg T$ | $\neg Q \vee S \vee T$ |
| $\neg Q \vee S$ | $\neg S$ |
| $\neg Q$ | $Q \vee S$ |
| S | $\neg S$ |
| \square | |

- b) El següent raonament no és vàlid. Trobeu-ne el conjunt de clàusules corresponent i raoneu la impossibilitat d'obtenir la clàusula buida (\square)

$$\forall x T(x) \rightarrow \forall y \exists z S(y, z)$$

$$\exists y \forall z \neg S(y, z)$$

$$\therefore \neg \exists x T(x)$$

La FNS de $\forall x T(x) \rightarrow \forall y \exists z S(y, z)$ és $\forall y [\neg T(a) \vee S(y, f(y))]$

La FNS de $\exists y \forall z \neg S(y, z)$ és $\forall z \neg S(b, z)$

La FNS de $\neg \neg \exists x T(x)$ és $T(c)$

El conjunt de clàusules resultant és

$$S = \{\neg T(a) \vee S(y, f(y)), \neg S(b, z), T(c)\}$$

Observem que el literal $\neg T(a)$ de la primera clàusula mai no podrà ser eliminat perquè no pot resoldre's contra $T(c)$ perquè la discrepància a/c no es pot resoldre. El conjunt de clàusules es redueix a $S = \{\neg S(b, z), T(c)\}$ i d'aquest conjunt no se'n pot obtenir \square

Activitat 4 (15%)

La fórmula $\forall y \exists x Q(x, y) \rightarrow \exists y \forall x Q(x, y)$ **NO** és una tautologia. Doneu una interpretació en el domini $\{1, 2\}$ que ho demostrï.

Per mostrar que la fórmula no és una tautologia trobarem una interpretació que la faci falsa. Atès que es tracta d'una implicació, serà falsa quan l'antecedent sigui cert però el conseqüent sigui fals.

En el domini $\{1, 2\}$ l'antecedent és equivalent a

$$\forall y \exists x Q(x, y) = \forall y [Q(1, y) \vee Q(2, y)] = [Q(1, 1) \vee Q(2, 1)] \wedge [Q(1, 2) \vee Q(2, 2)]$$

En el domini $\{1, 2\}$ el conseqüent és equivalent a

$$\exists y \forall x Q(x, y) = \exists y [Q(1, y) \wedge Q(2, y)] = [Q(1, 1) \wedge Q(2, 1)] \vee [Q(1, 2) \wedge Q(2, 2)]$$

Per a fer fals el conseqüent cal fer falsos els dos disjuntands:

Examen 2013/14-2

| Assignatura | Codi | Data | Hora inici |
|-------------|--------|------------|------------|
| Lògica | 05.570 | 21/06/2014 | 15:30 |

$$[Q(1,1) \wedge Q(2,1)] = F$$

$$[Q(1,2) \wedge Q(2,2)] = F$$

Una possibilitat és $Q(1,1)=F$ i $Q(2,2)=F$

Amb això l'antecedent passa a ser

$$[F \vee Q(2,1)] \wedge [Q(1,2) \vee F] = Q(2,1) \wedge Q(1,2)$$

Si volem que aquest antecedent sigui cert cal que $Q(1,2)=V$ i $Q(2,1) = V$

Així, una interpretació que no fa certa la fórmula i en conseqüència ens permet d'afirmar que no és una tautologia seria:

$\langle \{1,2\}, \{Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=V, Q(2,2)=F\}, \emptyset \rangle$