

Activitat 1 (1.5 punt + 1.5 punts)

[Criteri de valoració: Les formalitzacions han de ser correctes en tots els aspectes inclosa la parentització. Cada frase es valora independentment de les altres]

a) Utilitzant els següents àtoms, formalitzeu les frases que hi ha a continuació

A: bec aigua

F: menjo fruita

P: menjo peix

1) Quan menjo peix, no menjo fruita si bec aigua

$$P \rightarrow (A \rightarrow \neg F)$$

2) Per a menjar peix em cal beure aigua

$$\neg A \rightarrow \neg P \quad -||- \quad P \rightarrow A$$

3) Si no bec aigua haig de menjar fruita per a menjar peix

$$\neg A \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg P) \quad -||- \quad \neg A \rightarrow (P \rightarrow F)$$

b) Fent ús dels següents predicats:

E(x): x és un estudiant

B(x): x és un becarí

P(x): x és una prova

A(x,y): x admira y

S(x,y): x supera y

1) Formalitzeu la frase: "Les proves que tots els estudiants les superen també són superades per alguns becaris"

$$\forall x \{P(x) \wedge \forall y [E(y) \rightarrow S(y,x)] \rightarrow \exists y [B(y) \wedge S(y,x)]\}$$

2) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "**Alguns estudiants que superen totes les proves són admirats per tots els becaris**"
[Només una resposta és correcta. ENCERCLEU-LA]

- a. La seva formalització és $\exists x \{E(x) \wedge \forall y [P(y) \rightarrow S(x,y)] \rightarrow \forall y [B(y) \rightarrow A(y,x)]\}$
- b. La seva formalització és $\exists x \{E(x) \rightarrow \forall y [P(y) \rightarrow S(x,y)] \wedge \forall y [B(y) \rightarrow A(y,x)]\}$
- c. La seva formalització és $\exists x \{E(x) \rightarrow \forall y [P(y) \wedge S(x,y)] \wedge \forall z [B(z) \wedge A(z,x)]\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

3) Indiqueu quina de les següents afirmacions és certa respecte de la frase "**Quan tots els becaris superen totes les proves, cap estudiant no n'admira a cap altre**"
[Només una resposta és correcta. ENCERCLEU-LA]

- a. La seva formalització és $\forall x \{B(x) \wedge \forall y [P(y) \rightarrow S(x,y)] \rightarrow \neg \exists x \{E(x) \wedge \exists y [E(y) \wedge \neg A(x,y)]\}$
- b. La seva formalització és $\forall x \{[B(x) \rightarrow \forall y (P(y) \rightarrow S(x,y))] \rightarrow \neg \exists y E(y) \wedge \exists z [E(z) \wedge \neg A(y,z)]\}$
- c. La seva formalització és $\forall x \{B(x) \rightarrow \forall y [P(y) \rightarrow S(x,y)] \rightarrow \neg \exists x \{E(x) \wedge \exists y [E(y) \wedge A(x,y)]\}$
- d. La seva formalització no és cap de les anteriors

Activitat 2 (2.5 o 1.5 punts)

[Criteri de valoració: serà invàlida (0 punts) qualsevol deducció que contingui l'aplicació incorrecta d'alguna regla]

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu 2.5 punts. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu 1.5 punts. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta no obtindreu cap punt.

$$\neg(P \vee R) \rightarrow Q, P \rightarrow T, \neg T \rightarrow \neg R \quad \therefore \neg Q \rightarrow T \vee Q$$

1.-	$\neg(P \vee R) \rightarrow Q$				P
2.-	$P \rightarrow T$				P
3.-	$\neg T \rightarrow \neg R$				P
4.-		$\neg Q$			H
5.-			$\neg(P \vee R)$		H
6.-			Q		E \rightarrow 1, 5
7.-			$\neg Q$		It 4
8.-		$\neg\neg(P \vee R)$			I \neg 5, 6, 7
9.-		$P \vee R$			E \neg 8
10.-			P		H
11.-			T		E \rightarrow 2, 10
12.-			R		H
13.-				$\neg T$	H
14.-				$\neg R$	E \rightarrow 3, 13
15.-				R	It 12
16.-			$\neg\neg T$		I \neg 13, 14, 15
17.-			T		E \neg 16
18.-		T			E \vee 9, 11, 17
19.-		$T \vee Q$			I \vee 18
20.-	$\neg Q \rightarrow T \vee Q$				I \rightarrow 4, 19

Activitat 3 (2 punts)

[Criteri de valoració: seran invàlides les respostes incorrectes, contradictòries o intel·ligibles. Cada pregunta es valora independentment de les altres]

Un raonament ha donat lloc al següent conjunt de clàusules de les quals la darrera, en negreta, prové de la negació de la conclusió:

$\{ A \vee B, \neg A \vee \neg B \vee \neg C, A \vee \neg C \vee B, \mathbf{C} \}$

Responeu a les següents preguntes

- a) Si haguéssim construït la taula de veritat del raonament que ha donat lloc a aquest conjunt de clàusules, és *possible però no segur, segur o impossible* que haguéssim trobat algun contraexemple? [segur](#)
- b) Si haguéssim construït la taula de veritat de les premisses d'aquest raonament, és *possible però no segur, segur o impossible* que haguéssim trobat alguna interpretació que les fes totes certes simultàniament? [segur](#)
- c) La regla del literal pur o la regla de subsumpció permeten d'eliminar alguna clàusula? Quines? [Sí, la clàusula \$A \vee \neg C \vee B\$ es pot eliminar perquè queda subsumida per \$A \vee B\$](#)
- d) Si la conclusió del raonament hagués estat $\neg C \wedge B$ en lloc de $\neg C$, aquest nou raonament *segur que seria correcte, segur que seria incorrecte, no es pot saber si seria o no seria correcte*? [Segur que seria incorrecte](#)

Activitat 4 (2.5 punts)

Trieu un dels tres problemes que teniu a continuació. Si en resoleu més d'un, la qualificació serà la menor. **INDIQUEU CLARAMENT QUIN ÉS L'EXERCICI QUE TRIEU**

- A) Trobeu el conjunt de clàusules que permetria d'aplicar el mètode de resolució al següent raonament (Només heu de trobar el conjunt de clàusules que permetria d'aplicar el mètode de resolució, però no heu d'arribar a aplicar el mètode de resolució).
[Criteri de valoració: cada errada es penalitzarà amb -1.25 punts]

$$\forall x[\forall yP(x,y) \rightarrow \exists zR(x,z)]$$

$$\neg \forall x \neg \exists z \neg P(x,z)$$

$$\therefore \neg \exists x \exists y R(x,y)$$

$$\text{FNS}(\forall x[\forall yP(x,y) \rightarrow \exists zR(x,z)]) = \forall x[\neg P(x,f(x)) \vee R(x,g(x))]$$

$$\text{FNS}(\neg \forall x \neg \exists z \neg P(x,z)) = \neg P(a,b)$$

$$\text{FNS}(\neg \neg \exists x \exists y R(x,y)) = R(c,d)$$

$$S = \{ \neg P(x,f(x)) \vee R(x,g(x)), \neg P(a,b), R(c,d) \}$$

- B) Un raonament ha donat lloc al següent conjunt de clàusules. Apliqueu el mètode de resolució amb l'estratègia del conjunt de suport per determinar si és correcte o no. La darrera clàusula (en negreta) s'ha obtingut de la negació de la conclusió.

[Criteri de valoració: cada errada es penalitzarà amb -1.25 punts]

$$S = \{ \neg B(a) \vee C(b), \neg C(y), A(x, f(x)), \neg A(x,y) \vee B(x) \}$$

$\neg A(x,y) \vee B(x)$	$\neg B(a) \vee C(b)$	Subs. x per a
$\neg A(a,y) \vee B(a)$		
$\neg A(a,y) \vee C(b)$	$\neg C(y)$	Canvi de nom a la lateral per evitar confusions
	$\neg C(t)$	Subs. t per b
	$\neg C(b)$	
$\neg A(a,y)$	$A(x, f(x))$	Subs. x per a
	$A(a, f(a))$	Subs y per f(a)
$\neg A(a, f(a))$		
\square		

- C) Utilitzeu la deducció natural per demostrar que el següent raonament és correcte.
 Podeu utilitzar regles derivades i equivalents deductius
 [Criteri de valoració: cada errada es penalitzarà amb -1.25 punts]

$\forall x[P(x) \rightarrow T(x)], \neg \exists x T(x) \therefore \forall x \neg P(x)$

1	$\forall x[P(x) \rightarrow T(x)]$		P
2	$\neg \exists x T(x)$		P
3		$\neg \forall x \neg P(x)$	H
4		$\exists x P(x)$	De Morgan 3
5		$P(a)$	E \exists 4
6		$P(a) \rightarrow T(a)$	E \forall 1
7		$T(a)$	E \rightarrow 5, 6
8		$\exists x T(x)$	I \exists 7
9		$\neg \exists x T(x)$	It 2
10	$\neg \neg \forall x \neg P(x)$		I \neg 3, 8, 9
11	$\forall x \neg P(x)$		E \neg 10