Espai grapa

Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	14/01/2012	15:30

⊂05.570ℜ14ℜ01ℜ12ℜEΞΛ∈

05.570 14 01 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2011/12-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	14/01/2012	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

R:"Hi ha retallades en sanitat"
G:"Es prescriuen medicaments genèrics"
T:"Es tanquen llits als hospitals"
C:"Creixen les llistes d'espera"

1) Cal que es prescriguin medicaments genèrics perquè no es tanquin llits als hospitals, quan hi ha retallades en sanitat
   $R\rightarrow(\neg T\rightarrow G)$
2) Si no creixen les llistes d'espera, es tanquen llits als hospitals si hi ha retallades en sanitat
   $\neg C\rightarrow(R\rightarrow T)$
3) Quan per tancar llits als hospitals és necessari que hi hagi retallades en sanitat, creixen les llistes d'espera però no es prescriuen medicaments genèrics.
   $(T\rightarrow R)\rightarrow(C \wedge \neg G)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

P(x): x és una persona
M(x,y): x mossega a y
Z(x): x és un zombi
A(x): x és una arma automàtica carregada
T(x,y): x té y

1) Les persones mossegades per zombis també són zombis
   $\forall x\{P(x) \wedge \exists y[Z(y)\wedge M(x,y)] \rightarrow Z(x)\}$
2) Tot zombi ha estat mossegat per algun zombi
   $\forall x\{Z(x)\rightarrow\exists y[Z(y)\wedge M(y,z)]\}$
3) Per a que una persona no sigui mossegada per cap zombi cal que tingui una arma automàtica carregada.
   $\forall x\{P(x) \wedge \neg\exists y[Z(y)\wedge M(y,x)] \rightarrow \exists z[A(z) \wedge T(x,z)]\}$

Problema 2

Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	14/01/2012	15:30

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$\neg(Q \wedge R) \to \neg T$, $S \to (P \to R)$, P $\therefore$ $T \vee S \to R$

Solució

(1)	$\neg(Q \wedge R) \to \neg T$				P
(2)	$S \to (P \to R)$				P
(3)	P				P
(4)		$T \vee S$			H
(5)			T		H
(6)				$\neg(Q \wedge R)$	H
(7)				$\neg T$	E$\to$ 1, 6
(8)				T	It 5
(9)			$\neg\neg(Q \wedge R)$		I$\neg$ 6, 7, 8
(10)			$Q \wedge R$		E$\neg$ 9
(11)			R		E$\wedge$ 10
(12)			S		H
(13)			$P \to R$		E$\to$ 2, 12
(14)			R		E$\to$ 3, 13
(15)		R			E$\vee$ 4, 11, 14
(16)	$T \vee S \to R$				I$\to$ 4, 15

Problema 3

Esbrineu aplicant resolució amb l'estratègia del conjunt de suport si el següent raonament és vàlid o no. Esbrineu també si les premisses són consistents.

$D \to R \wedge A$, $A \to S \wedge F$, $F \vee S \to G$, $G \to (S \to \neg A)$ $\therefore$ $A \to \neg G \wedge \neg D$

Solució

FNC($D \to R \wedge A$) = $(\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee A)$
FNC($A \to S \wedge F$) = $(\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F)$
FNC($F \vee S \to G$) = = $(\neg F \vee G) \wedge (\neg S \vee G)$
FNC($G \to (S \to \neg A)$) = $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$
FNC($\neg(A \to \neg G \wedge \neg D)$) = $A \wedge (G \vee D)$

S={ $\neg D \vee R$, $\neg D \vee A$, $\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A**, **G∨D** }

A subsumeix $\neg D \vee A$
La regla del literal pur permet d'eliminar $\neg D \vee R$
La regla del literal put permet d'eliminar $G \vee D$

S'={ $\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A**}

Clàusules troncals	Clàusules laterals

A	$\neg A \vee S$
S	$\neg S \vee G$
G	$\neg G \vee \neg S \vee \neg A$
$\neg S \vee \neg A$	A
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	A
$\square$	

Consistència de premisses

$S_p = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A \}$

La regla del literal pur permet d'eliminar $\neg D \vee R$ i $\neg D \vee A$

$S'p = \{ \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A \}$

L'absència del literal A permet d'eliminar totes clàusules que contenen $\neg A$

$S''p = \{ \neg F \vee G, \neg S \vee G \}$

L'absència del literal $\neg G$ permet descartar totes dues clàusules

$S'''p = \varnothing$

Atès que aquest conjunt no permet d'obtenir la clàusula buida, podem concloure que les premisses del raonament són CONSISTENT

Problema 4

Donat el següent raonament demostra la seva validesa mitjançant el mètode de resolució:

$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y) \wedge \exists z\, S(x,z))$
$\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x))$
$\exists x\, \forall y(S(x,y) \rightarrow R(y,x) \wedge P(x))$
$\therefore\ \exists x \exists y\, \neg S(x,y)$

FNC

Premissa 1

$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y) \wedge \exists z\, S(x,z))$
$\forall x(\neg P(x) \vee (\exists y\, R(x,y) \wedge \exists z\, S(x,z)))$
$\forall x((\neg P(x) \vee \exists y\, R(x,y)) \wedge (\neg P(x) \vee \exists z\, S(x,z)))$
$\forall x((\neg P(x) \vee R(x,f(x))) \wedge (\neg P(x) \vee S(x,g(x))))$

Premissa 2

$\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x))$
$\forall x \forall y(\neg R(x,y) \vee \neg R(y,x))$

Premissa 3
$\exists x\, \forall y(S(x,y) \rightarrow R(y,x) \wedge P(x))$

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	14/01/2012	15:30

∃x ∀y(¬S(x,y) ∨ (R(y,x) ∧ P(x)))
∃x ∀y((¬S(x,y) ∨ R(y,x)) ∧ (¬S(x,y) ∨P(x)))
∀y((¬S(a,y) ∨ R(y,a)) ∧ (¬S(a,y) ∨P(a)))

Conclusió negada

¬∃x∃y ¬S(x,y)
∀x∀y ¬¬S(x,y)
∀x∀y S(x,y)

Conjunt de clàusules:

{¬P(x) ∨ R(x,f(x)), ¬P(x) ∨ S(x,g(x)),¬R(x,y)∨¬R(y,x),¬S(a,y) ∨ R(y,a), ¬S(a,y) ∨P(a),**S(x,y)**}

S(x,y)	¬S(a,y) ∨P(a)	Substitució x=a y=y
P(a)	¬P(x) ∨ R(x,f(x))	Substitució x=a
R(a,f(a))	¬R(x,y)∨¬R(y,x)	Substitució x=a y=f(a)
¬R(f(a),a)	¬S(a,y) ∨ R(y,a)	Substitució y=f(a)
¬S(a,f(a))	S(x,y)	Substitució x=a y=f(a)
□		

Problema 5

Considereu un sistema de 4 commutadors (A, B, C ,D) que permeten accionar un cert mecanisme. Cada commutador admet dues posicions: 0 i 1. Doneu una expressió booleana que expressi la condició d'haver-hi un nombre senar de commutadores en la posició 0; es a dir que l'expressió valgui 1 si el nombre de commutadors en la posició 0 és senar, i que valgui 0 en cas contrari.(No es necessari fer cap taula ni tampoc justificar la manera com s'ha obtingut l'expressió. N'hi ha prou amb donar l'expressió sol·licitada.)

Solució:

(~A)·B·C·D + A·(~B)·C·D + A·B·(~C)·D + A·B·C·(~D) + (~A)·(~B)·(~C)·D + (~A)·(~B)·C·(~D) +
(~A)·B·(~C)·(~D) + A·(~B)·(~C)·(~D)