

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00



05.569 14 01 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?  
Cap.
- Valor de cada pregunta: Vegeu l'enunciat de cada pregunta.
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:  
No es pot usar calculadora.

### Enunciats

#### Exercici 1. (Valoració d'un 10 + 15 = 25%)

Considereu el graf  $G = (T_3 \times T_2) + C_4$ .

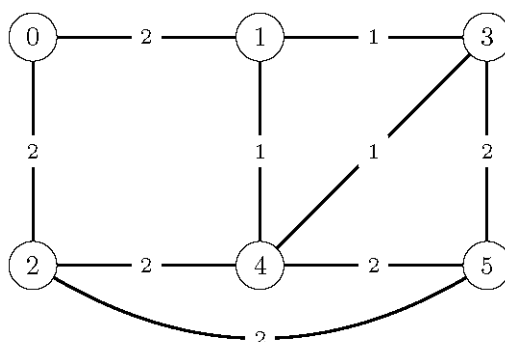
- Calculeu el diàmetre de  $G$ .
- Calculeu el nombre màxim d'arestes que es poden eliminar de  $G$  de tal manera que el graf resultant sigui connex.

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

### Exercici 2. (Valoració d'un 15 + 10 = 25%)

a) Utilitzeu l'algorisme de Prim per calcular un arbre generador minimal del graf

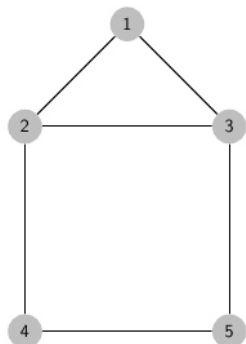


b) Si haguéssim utilitzat l'algorisme de Kruskal, hauríem obtingut el mateix arbre? Justifiqueu la resposta.

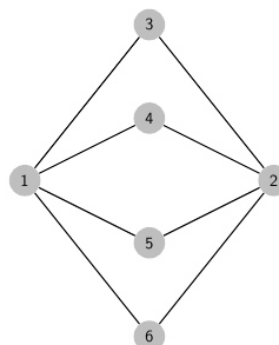
### Exercici 3. (Valoració d'un 10 + 10 + 5 = 25%)

Considereu els grafs  $G_1$  i  $G_2$  de la figura.

$G_1$



$G_2$



- Demostreu que  $G_1$  és hamiltonià però no eulerià.
- Demostreu que  $G_2$  és eulerià però no hamiltonià.
- Escriviu  $G_2$  com a combinació de grafs elementals.

### Exercici 4. (Valoració d'un 12,5 + 12,5 = 25%)

Considereu els dos problemes de decisió següents:

**HAM-CYCLE:** Donat un graf d'ordre  $n$ ,  $G = (V, A)$ , i un enter  $k$ , volem determinar si existeix un cicle hamiltonià a  $G$ .

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

$TSD2(k)$ : Donat un graf complet d'ordre  $n$ ,  $G = (V, A)$ , amb pesos a les arestes, volem saber si  $G$  té un cicle hamiltonià de pes total inferior o igual a  $k$ .

a) Demostreu que el problema de decisió  $TSD2(k)$  pertany a  $NP$ . Escriviu el problema d'optimització associat a  $TSD2(k)$ .

b) Considereu la funció  $f(G) = (G', k)$  que associa a cada graf  $G = (V, A)$  el graf complet  $G' = (V, A')$ , amb mateixos vèrtexs i amb les arestes ponderades següents:

- Si  $(u, v) \in A$ , aleshores l'aresta  $(u, v)$  de  $A'$  té pes 1.
- Si  $(u, v) \notin A$ , aleshores l'aresta  $(u, v)$  de  $A'$  té pes 2.

Volem realitzar la reducció  $HAM-CYCLE \leq_p TSD2(k)$ . Demostreu que per  $k = n$  la funció  $f$  és una funció de reducció polinòmica correcta. Justifiqueu també si  $f$  és calculable en temps polinòmic.

Indicació: Dibuixeu un exemple per entendre quin graf  $G'$  s'associa a  $G$ .

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00



## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Grafs i complexitat	05.569	14/01/2012	09:00