

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

05.570 21 01 12 EX  
05.570 21 01 12 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?  
No es pot consultar cap material
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

### Enunciats

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

### Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

G: Els guepards fugen  
 T: S'espanten els tigres  
 R: Es veuen rinoceronts  
 E: Els elefants s'apropen

- 1) Quan els guepards fugen és necessari no espantar els tigres per a poder veure els rinoceronts  
 $G \rightarrow (R \rightarrow \neg T)$
- 2) Si ni veus rinoceronts ni els elefants s'apropen, s'espanten els tigres o els guepards fugen però no ambdues coses simultàniament  
 $\neg R \wedge \neg E \rightarrow (T \vee G) \wedge \neg (T \wedge G)$
- 3) Si per veure rinoceronts cal espantar els tigres, els guepards fugen quan els elefants s'apropen  
 $(R \rightarrow T) \rightarrow (E \rightarrow G)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Domini: un conjunt no buit

L(x): x és un home llop.  
 P(x): x és una persona.  
 M(x): x es mora  
 B(x): x és una bala de plata  
 D(x,y,z): x dispara y a z  
 I(x): x és innocent  
 S(x): x surt al carrer quan hi ha lluna plena

- 1) Els homes llop només es moren si alguna persona els dispara una bala de plata  
 $\forall x \{L(x) \wedge M(x) \rightarrow \exists y \exists z [P(y) \wedge B(z) \wedge D(y,z,x)]\}$
- 2) No totes les persones que surten al carrer quan hi ha lluna plena són homes llops, però algunes sí.  
 $\neg \forall x [P(x) \wedge S(x) \rightarrow L(x)] \wedge \exists x [P(x) \wedge S(x) \wedge L(x)]$
- 3) Hi ha homes llop que disparen bales de plata a persones innocents  
 $\exists x \{L(x) \wedge \exists y \exists z [P(y) \wedge I(y) \wedge B(z) \wedge D(x,z,y)]\}$

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

### Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$Q \rightarrow R \wedge T, \quad S \rightarrow (\neg T \rightarrow \neg P), \quad P \quad \therefore \quad Q \vee S \rightarrow T$

### Solució

(1)	$Q \rightarrow R \wedge T$				P
(2)	$S \rightarrow (\neg T \rightarrow \neg P)$				P
(3)	P				P
(4)		$Q \vee S$			H
(5)			Q		H
(6)			$R \wedge T$		$E \rightarrow 1, 5$
(7)			T		$E \wedge 6$
(8)			S		H
(9)				$\neg T$	H
(10)				$\neg T \rightarrow \neg P$	$E \rightarrow 2, 8$
(11)				$\neg P$	$E \rightarrow 9, 10$
(12)				P	It 3
(13)			$\neg \neg T$		$I \neg 9, 11, 12$
(14)			T		$E \neg 13$
(15)		T			$E \vee 4, 7, 14$
(16)	$Q \vee S \rightarrow T$				$I \rightarrow 4, 15$

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

### Problema 3

Esbrineu aplicant resolució amb l'estratègia del conjunt de suport si el següent raonament és vàlid o no. Esbrineu també si les premisses són consistents. Apliqueu la regla de subsumpció i del literal pur sempre que això sigui possible

$D \rightarrow R \wedge \neg A$   
 $A \rightarrow S \wedge F$   
 $F \vee S \rightarrow G$   
 $G \rightarrow (\neg S \rightarrow F)$   
 $\therefore \neg(G \vee D)$

### Solució

$\text{FNC}(D \rightarrow R \wedge \neg A) = (\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee \neg A)$   
 $\text{FNC}(A \rightarrow S \wedge F) = (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F)$   
 $\text{FNC}(F \vee S \rightarrow G) = (\neg F \vee \neg G) \wedge (\neg S \vee G)$   
 $\text{FNC}(G \rightarrow (\neg S \rightarrow F)) = \neg G \vee S \vee F$   
 $\text{FNC}(\neg \neg(G \vee D)) = A \wedge (G \vee D)$

$S = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee \neg A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F, \mathbf{G \vee D} \}$

Cap clàusula no subsumeix a cap altra.

La regla del literal pur permet d'eliminar  $\neg D \vee R$  per absència del literal  $\neg R$

L'absència del literal  $A$  permet d'eliminar totes les clàusules que contenen el literal  $\neg A$

$S' = \{ \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F, \mathbf{G \vee D} \}$

L'absència del literal  $\neg D$  permet d'eliminar la clàusula  $G \vee D$ . Amb la desaparició d'aquesta clàusula que era la única provinent del suport veiem que si el raonament és correcte segur que ho és per inconsistència de les premisses.

$S'' = \{ \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F \}$

Iniciant la resolució amb  $\neg F \vee G$

Clàusules troncals	Clàusules laterals
$\neg F \vee G$	$\neg G \vee S \vee F$
Teorema	

Iniciant la resolució amb  $\neg S \vee G$

Clàusules troncals	Clàusules laterals
$\neg S \vee G$	$\neg G \vee S \vee F$
Teorema	

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

Iniciant la resolució amb  $\neg G \vee S \vee F$

Clàusules troncats	Clàusules laterals
$\neg G \vee S \vee F$	$\neg F \vee G$
Teorema	

Atès que cap de les possibilitats no condueix a la clàusula buida, podem concloure que el raonament és incorrecte i que, per tant, les seves premisses eren consistents

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

### Problema 4

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les regles bàsiques, i les regles derivades i els equivalents deductius vistos a l'assignatura.

$\forall y Q(y) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge \neg R(x))$   
 $\therefore \forall x (P(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow \exists y \neg Q(y)$

### Solució

1	$\forall y Q(y) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge \neg R(x))$			P
2		$\forall x (P(x) \rightarrow R(x))$		H
3			$\neg \exists y \neg Q(y)$	H
4			$\forall y \neg \neg Q(y)$	ED 3
5			$\forall y Q(y)$	ED 4
6			$\exists x (P(x) \wedge \neg R(x))$	E $\rightarrow$ 1,5
7			$P(a) \wedge \neg R(a)$	E $\exists$ 6
8			$P(a) \rightarrow R(a)$	E $\forall$ 2
9			$P(a)$	E $\wedge$ 7
10			$R(a)$	E $\rightarrow$ 8,9
11			$\neg R(a)$	E $\wedge$ 7
12		$\neg \neg \exists y \neg Q(y)$		I $\neg$ 3, 10, 11
13		$\exists y \neg Q(y)$		E $\neg$ 12
14	$\forall x (P(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow \exists y \neg Q(y)$			I $\rightarrow$ 2, 13

## Examen 2011/12-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	21/01/2012	18:30

### **Problema 5**

Considereu com a domini  $U$  el conjunt dels socis d'un club i considereu en aquest domini els conjunts següents:

- P: conjunt dels socis que són pintors
- M: conjunt dels socis que els agrada el mar
- E: conjunt dels socis que són escultors

Usant els conjunts anteriors i el llenguatge dels conjunts (sense quantificadors) expresseu els conjunts i enunciats següents:

- 1) El conjunt dels socis escultors que no els agrada el mar o que no són pintors
  
- 2) Hi ha socis pintors que no són escultors que els agrada el mar.

### **Solució**

$$E \cap (\overline{M} \cup \overline{P})$$

$$P \cap \overline{E} \cap M \neq \emptyset$$