grapa

Examen 2010/11-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

⊂75.570ℜ18ℜ06ℜ11ℜEΞ=∈
75.570 18 06 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

A:" Hay crisis"
B:" Los ciudadanos están contentos"
C:"Los ciudadanos protestan"
D:"Los políticos se ponen de acuerdo"
E:"Los políticos escuchan a los ciudadanos"

1) Solo si los políticos se ponen de acuerdo y escuchan a los ciudadanos, no habrá crisis y los ciudadanos estarán contentos.
   $\neg A \wedge B \rightarrow D \wedge E$

2) Si hay crisis los ciudadanos están contentos y si no la hay los ciudadanos protestan cuando los políticos no les escuchan.
   $(A \rightarrow \neg B) \wedge (\neg A \rightarrow (\neg E \rightarrow C))$

3) Cuando hay crisis y los políticos no escuchan a los ciudadanos, es necesario que los ciudadanos protestes para que los políticos se pongan de acuerdo.
   $A \wedge \neg E \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg D)$

b) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de predicados. Usad los predicados propuestos.

Dominio: un conjunto no vacío

P(x): x es un partido político
C(x): x es corrupto
H(x): x está contento
E(x): x es un elector
V(x,y): x vota a y (x es votante de y)
Constante
    i: Partido Lógico

1) No todos los partidos políticos son corruptos, pero algunos sí lo son.
   $\neg \forall x[P(x) \rightarrow C(x)] \wedge \exists x[P(x) \wedge C(x)]$

2) Cuando todos los electores están contentos, algunos electores votan al Partido Lógico
   $\forall x[E(x) \rightarrow H(x)] \rightarrow \exists x[E(x) \wedge V(x,i)]$

3) Ningún partido político es votado por todos los electores.
   $\neg \exists x\{P(x) \wedge \forall y[E(y) \rightarrow V(y,x)]\}$

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (o, lo que es lo mismo, no utilicéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$S \lor Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$
$\neg R \rightarrow S$
$S \lor R \rightarrow \neg(Q \land S)$
$\therefore\ P \rightarrow \neg Q$

Solución

1	$S \lor Q \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$			P
2	$\neg R \rightarrow S$			P
3	$S \lor R \rightarrow \neg (Q \land S)$			P
4		P		H
5			Q	H
6			$S \lor Q$	I∨ 5
7			$P \rightarrow \neg R$	E→1,6
8			$\neg R$	E→4, 7
9			S	E→2,8
10			$S \lor R$	I∨ 9
11			$\neg(Q \land S)$	E→3,10
12			$Q \land S$	I∧ 5, 9
13		$\neg Q$		I¬5, 11,12
14	$P \rightarrow \neg Q$			I→ 4, 13

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

Problema 3

Indicad, aplicando resolución, si el razonamiento siguiente es válido o no. Indicad también si las premisas son consistentes

$P \to \neg S \wedge R$
$R \vee S \to \neg T$
$\therefore P \to \neg(R \to (\neg S \to T))$

Solución

$FNC(P \to \neg S \wedge R) = (\neg P \vee \neg S) \wedge (\neg P \vee R)$
$FNC(R \vee S \to \neg T) = (\neg R \vee \neg T) \wedge (\neg S \vee \neg T)$
$FNC(\neg(P \to \neg(R \to (\neg S \to T)))) = P \wedge (\neg R \vee S \vee T)$

Conjunto de cláusulas $=\{\neg P \vee \neg S,\ \neg P \vee R,\ \neg R \vee \neg T,\ \neg S \vee \neg T,\ \mathbf{P},\ \mathbf{\neg R \vee S \vee T}\}$

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**
P	$\neg P \vee \neg S$
$\neg S$	$\neg R \vee S \vee T$
$\neg R \vee T$	$\neg R \vee \neg T$
$\neg R$	$\neg P \vee R$
$\neg P$	P
$\square$	

Consistencia de premisas:
Conjunto de cláusulas $=\{\neg P \vee \neg S,\ \neg P \vee R,\ \neg R \vee \neg T,\ \neg S \vee \neg T\}$
Por la regla de literal puro ($\neg P$) podemos eliminar $\neg P \vee \neg S$, $\neg P \vee R$
Conjunto de cláusulas $=\{\neg R \vee \neg T,\ \neg S \vee \neg T\}$
Por la regla de literal puro ($\neg T$) podemos eliminar $\neg R \vee \neg T$, $\neg S \vee \neg T$
Conjunto de cláusulas $=\{\ \}$
Razonamiento válido y premisas consistentes

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

Problema 4

Demostrad, utilizando la deducción natural que el razonamiento siguiente es correcto. Podéis utilizar las reglas básicas, las reglas derivadas y los equivalentes deductivos vistos en la asignatura.

$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y))$
$\forall x \neg\exists y\, R(x,y)$
$\therefore\ \exists x[P(x) \wedge Q(x)] \ \rightarrow\ \exists y\, T(y)$

Solución

1	$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y))$		P
2	$\forall x\neg\exists y\, R(x,y)$		P
3		$\exists x(P(x) \wedge Q(x))$	H
4		$P(a) \wedge Q(a)$	E$\exists$ 3
5		$P(a)$	E$\wedge$ 4
6		$P(a) \rightarrow \exists y\, R(a,y)$	E$\forall$ 6
7		$\exists y\, R(a,y)$	E$\rightarrow$ 5,6
8		$\neg\exists y\, R(a,y)$	E$\forall$2
9		$\exists y T(y)$	QS 7,8
10	$\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \exists y\, T(y)$		I$\rightarrow$ 3,9

Examen 2010/11-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	18/06/2011	09:00

Problema 5

Se pretende diseñar, usando solo puertas NOR, el circuito lógico correspondiente a la siguiente expresión: A↔B

a) Reescribid la fórmula de manera justificada usando únicamente el operador↓.
b) Comprobad la equivalencia de las dos fórmulas utilizando tablas de verdad

Solución

a)
Expresamos la fórmula inicial con las operaciones +,· y ~. Aplicamos una doble negación delante de la expresión resultante, que es una conjunción, para convertirla en la negación de una disyunción (un NOR) mediante la ley de De Morgan. Por último las negaciones más internas se pueden convertir también en expresiones con NOR usando la equivalencia ~A = A NOR A.

A↔B = (A→B)·(B→A) = (~A+B)·(~B+A) = ~~[(~A+B)·(~B+A)] = ~[~(~A+B)+~(~B+A)] =
~[~(~(A+A)+B)+~(~(B+B)+A)] = [(A ↓ A) ↓ B] ↓ [(B ↓ B) ↓ A]

b)

A	B	X=A↓A	Y=B↓B	X↓B	Y↓A	(X↓B)↓(Y↓A)	A↔B
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1