Universitat Oberta de Catalunya

Estudios de Informática, Multimedia y Telecomunicación

ASIGNATURA: Grafos y Complejidad

Semestre Otoño 2018

Final 1

1. (Valoración de un 10+5+5+5=25%)

   (a) ¿Cuántas secuencias de longitud 6 se pueden construir con los símbolos “0”, “1” y “2”? ¿Cuántas de estas secuencias no empiezan por “11”?

   (b) Sea L una secuencia de bits de longitud n ($n \geq 1$). Considerad el siguiente algoritmo:

   función $Func(L)$
     inicio
       $n \leftarrow Longitud(L)$
       $resultado \leftarrow 0$
       para $i = 1$ **hasta** n
           si $L[i] = 1$ **entonces**
               $resultado \leftarrow resultado + 2^{i-1}$
           finsi
       finpara
       retorno $resultado$
     fin

   i. Calculad el resultado de la llamada $Func([1,0,1,1,0,1])$.
   ii. ¿En qué caso se efectúa el máximo número de operaciones?
   iii. Determinad la complejidad del algoritmo, en función del número de bits n.

Solución:

(a) Hay $3^6 = 729$ secuencias ternarias. Hay 3^4 que empiezan por “11”, por lo tanto hay $3^6 - 3^4 = 648$ que no empiezan por “11”.

(b) i. El resultado de la llamada *Func*([1,0,1,1,0,1]) es 45.

ii. El número máximo de operaciones se efectúa cuando el parámetro de entrada L tiene el máximo número de unos, o sea, cuando $L[i] = 1$ para todo $i = 1, \ldots, n$, y esto corresponde al caso en que la secuencia contiene todo unos.

iii. Si consideramos que calcular 2^{i-1} representa una operación elemental, la complejidad del algoritmo, en función del número de bits n, es $O(n)$. En cambio, si consideramos que necesitamos $i-2$ operaciones elementales (multiplicaciones), entonces en el peor de los casos, tenemos que calcular $2^0, 2^1, 2^2, \ldots, 2^{n-1}$, o sea, se tienen que hacer $0+0+1+2+\ldots+(n-2) = (n-1)(n-2)/2$ operaciones elementales, y por tanto la complejidad seria $O(n^2)$. Finalmente, si aplicamos el algoritmo de multiplicar y elevar para calcular las potencias, la complejidad seria $O(n \log_2 n)$.

---

2. (Valoración de un 10+5+5+5=25%)

Sea G un grafo con secuencia no ordenada de grados $s : 4, 4, 4, 2, d, d$ tal que su complementario es un árbol.

(a) Determinad el valor de d.

(b) ¿Es G un grafo euleriano?

(c) Dad la secuencia gráfica del grafo complementario, G^c, y determinad cuántas hojas y cuántos vértices internos tiene G^c.

(d) Justificad que K_3 está incluido en G. ¿Es G bipartito?

Solución:

(a) Sabemos que G^c es un árbol con orden $n = 6$ y medida $m = n - 1 = 5$. Por lo tanto, el grafo G tiene medida $\binom{6}{2} - 5 = 10$. Por la fórmula de los grados, tenemos que $2 \cdot 10 = 4+4+4+2+d+d = 14+2d$. Por lo tanto, $d = 3$.

(b) Como G tiene dos vértices de grado 3, el grafo no es euleriano.

(c) La secuencia gráfica de G^c es $s^c : 1, 1, 1, 3, 2, 2$. Si escogemos como raíz uno de los vértices de grado 1, entonces tiene 2 hojas y 4 vértices internos. En cambio, si escogemos como raíz alguno de los otros vértices, entonces tiene 3 hojas y 3 vértices internos.

(d) Como G^c es conexo y tiene 3 vértices de grado 1, éstos no están conectados entre ellos. Así, en G, los 3 vértices están conectados entre ellos dos a dos y por lo tanto K_3 está incluido en G. Entonces, podemos asegurar que G tiene ciclos de longitud 3 y no es bipartito.

---

3. (Valoración de un 10+10+5=25%)

Considerad el grafo G con vértices $\{A, B, C, D, E\}$ y con pesos asignados a las aristas dados por la siguiente tabla:

	A	B	C	D	E
A	0	24	15	25	10
B	24	0	9	11	30
C	15	9	0	10	25
D	25	11	10	0	28
E	10	30	25	28	0

(a) ¿Cuál es el peso mínimo para conectar todos los vértices? Dad también en este caso todas las conexiones y decid si la solución es única.

(b) Fijaos que el grafo verifica la desigualdad triangular.

i. Encontrad un circuito H que pase por todos los vértices una única vez aplicando el algoritmo TSP-aproximado. Dad también el peso del circuito.

ii. A partir del resultado anterior, indicad entre qué valores está el peso del ciclo hamiltoniano óptimo.

Solución:

(a) Utilizaremos el algoritmo de Kruskal. Consideramos las aristas ordenadas por peso. Escogemos y marcamos con un asterisco las 6 primeras aristas que no forman ningún ciclo, y marcamos con negrita las descartadas porque forman ciclo.

Arista	Peso
$\{B, C\}^*$	9
$\{A, E\}^*$	10
$\{C, D\}^*$	10
$\{\mathbf{B}, \mathbf{D}\}$	11
$\{A, C\}^*$	15
$\{A, B\}$	24
$\{A, D\}$	25
$\{C, E\}$	25
$\{D, E\}$	28
$\{B, E\}$	30

Así, aplicando el algoritmo de Kruskal obtenemos que el peso es 44 y las aristas necesarias para obtener el árbol generador de peso mínimo son las siguientes: $\{A, C\}$, $\{A, E\}$, $\{C, B\}$, $\{C, D\}$. En este caso, la solución es única, ya que no escogemos entre aristas de un mismo peso.

(b) i. Podemos utilizar el TSP-aproximado puesto que el grafo verifica la desigualdad triangular. A partir del apartado anterior tenemos que las aristas del árbol generador de peso mínimo son: $\{A, C\}$, $\{A, E\}$, $\{C, B\}$, $\{C, D\}$. Un recorrido del árbol en preorden es $\{A, C, B, D, E\}$ y el ciclo sería $\{A, C, B, D, E, A\}$, con peso $15 + 9 + 11 + 28 + 10 = 73$.

ii. Del algoritmo TSP-aproximado obtenemos que una cota superior es 73 y una cota inferior $\frac{73}{2} = 36.5$. A partir del árbol generador minimal también tenemos que 44 es una cota inferior. La mejor cota inferior es la más elevada, o sea 44. Podemos decir que el peso del ciclo hamiltoniano óptimo está entre 37 y 73, o de forma más ajustada entre 44 y 73.

---

4. (Valoración de un 6.25+6.25+6.25+6.25=25%)

(a) Sea A un problema cuya solución puede verificarse en tiempo polinómico y B un problema NP-Completo. Indica si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones (son independientes entre sí) justificando tu respuesta.

i. A y B pertenecen a la misma clase de complejidad.

ii. $A \leq_p 3SAT$ y $3SAT \leq_p B$.

(b) El problema de decisión $PARTICION$ recibe un conjunto S de enteros y devuelve SÍ si existe una partición del conjunto original en $S_1, S_2 \subset S$ tales que $S_1 \cup S_2 = S$, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ y

$$\sum_{s_1 \in S_1} s_1 = \sum_{s_2 \in S_2} s_2.$$

En caso contrario, devuelve NO. Sabemos que $PARTICION$ es NP-Completo.

i. Proporciona un conjunto testigo de 5 elementos que devuelva como respuesta SÍ para el problema $PARTICION$.

ii. Dado un problema $C \leq_p PARTICION$ y, sabiendo que existe un algoritmo para resolver C de complejidad $O(2^n)$, ¿podemos asegurar que C es NP-Completo?

Solución:

(a) i. Cierto, ya que A pertenece a NP y B también pertenece a NP por ser NP-Completo.

ii. Cierto. Como $3SAT$ es NP-Completo, sabemos que cualquier problema NP se puede reducir a él. El problema A es NP, ya que su solución se puede verificar en tiempo polinómico. Por lo tanto la primera reducción es cierta. Como B es NP-Completo, y $3SAT$ es NP, por el mismo motivo, también se cumple la segunda reducción.

(b) i. Un testigo que retorna SÍ para el problema $PARTICION$ podría ser $S = \{1, 2, 3, 4, 10\}$, ya que si tomamos $S_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ y $S_2 = \{10\}$, tenemos que se cumple $S_1 \cup S_2 = S$, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ y $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

ii. Falso. Como $C \leq_p PARTICION$ y $PARTICION \in NP$, sabemos que $C \in NP$, pero eso no implica que tenga que ser NP-Completo. La segunda condición, o sea, saber que existe un algoritmo para resolverlo de complejidad $O(2^n)$ tampoco nos asegura que sea NP-Completo, sólo nos indica que es EXP.

Final 2

1. (Valoración de un 5+5+5+10=25%)

   (a) Consideramos el conjunto $A = \{1, \ldots, 10\}$ y el conjunto $B = \{a, b, c, d, e, f\}$.

      i. ¿Cuántas funciones de A a B hay?

      ii. ¿Cuántas de estas funciones son inyectivas? ¿Y cuántas son biyectivas?

      iii. ¿Cuántas funciones $f : A \to B$ cumplen que $f(2) = c$?

   (b) ¿De cuántas maneras podemos asignar 5 pacientes a 8 doctores, de forma que ningún doctor tenga asignado más de un paciente?

Solución:

(a) i. Hay $VR(6, 10) = 6^{10}$ funciones de A a B.

   ii. Como $|A| > |B|$, no hay ninguna de inyectiva, ni de biyectiva.

   iii. Hay $VR(6, 9) = 6^9$ que cumplen esta condición.

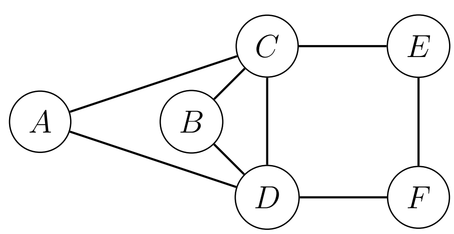
(b) La solución es equivalente al número de funciones inyectivas de un conjunto A con 5 elementos a un conjunto B con 8 elementos, que es $V(8, 5) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$.

---

2. (Valoración de un 5+5+10+5=25%)

   (a) Sea G un grafo euleriano. ¿Qué condiciones tiene que cumplir para que su grafo complementario G^c sea euleriano?

   (b) Considerad el siguiente grafo:



   Responded justificadamente las siguientes preguntas:

i. ¿Es bipartito? En caso negativo justificad por qué no lo es y en caso afirmativo dad una partición del conjunto de vértices.

ii. ¿Tiene un circuito o un recorrido euleriano? En caso negativo justificad por qué no existe y en caso afirmativo dad un circuito o recorrido euleriano, usando el algoritmo de Hierholzer.

iii. ¿Es hamiltoniano? En caso negativo justificad por qué no lo es y en caso afirmativo dad un ciclo hamiltoniano.

Solución:

(a) Como G es euleriano, todos sus vértices tienen grado par. Si el grado de un vértice es d en G, entonces el grado de este vértice es $n-1-d$ en G^c, donde n es el orden del grafo. Por lo tanto, si queremos que G^c sea euleriano, entonces n tiene que ser impar.

(b) i. El grafo no es bipartito puesto que contiene el subgrafo C_3, que es un ciclo de orden impar.

ii. Para determinar si existe un circuito o un recorrido euleriano miramos los grados de los vértices. Todos los vértices del grafo tienen grado par. Por lo tanto, tiene un circuito euleriano y no contiene ningún recorrido euleriano. Aplicamos el algoritmo de Hierholzer para dar el circuito euleriano.

Iteración	v	C'	C
0	A		$\{A\}$
1	A	$\{A, C, D, A\}$	$\{A, C, D, A\}$
2	C	$\{C, B, D, F, E, C\}$	$\{A, C, B, D, F, E, C, D, A\}$

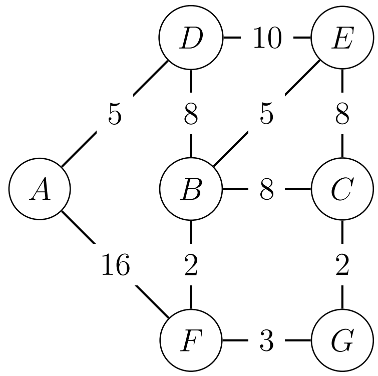
Un circuito euleriano es $\{A, C, B, D, F, E, C, D, A\}$.

iii. Si eliminamos los dos vértices C y D, obtenemos tres componentes conexas y, por lo tanto, no es hamiltoniano.

---

3. (Valoración de un 15+10=25%)

Considerad el siguiente grafo:



(a) Queremos conectar todos los vértices del grafo con el mínimo número de aristas. Determinad qué algoritmo podemos utilizar si queremos que el peso total sea mínimo. Utilizad este algoritmo para dar las aristas y el peso total. ¿La solución dada es única?

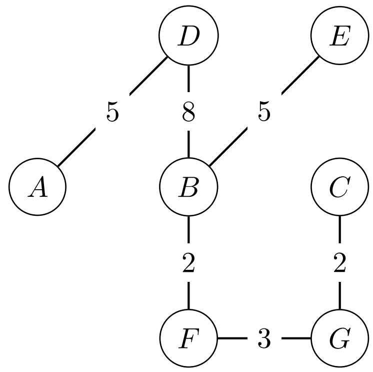
(b) Queremos conectar todos los vértices del grafo con el mínimo número de aristas. Determinad qué algoritmo podemos utilizar si queremos que el peso del camino del vértice A a cada uno de los otros vértices sea mínimo. Utilizad este algoritmo para dar las aristas y el peso total.

Solución:

(a) Queremos encontrar un árbol generador minimal. Podemos utilizar el algoritmo de Kruskal o Prim. En este caso, utilizaremos el algoritmo de Kruskal para resolver el ejercicio. Consideramos las aristas ordenadas por peso. Escogemos y marcamos con un asterisco las 6 primeras aristas que no forman ningún ciclo, y marcamos con negrita las descartadas porque forman ciclo.

Arista	Peso
$\{B,F\}^*$	2
$\{C,G\}^*$	2
$\{F,G\}^*$	3
$\{A,D\}^*$	5
$\{B,E\}^*$	5
$\{\mathbf{B},\mathbf{C}\}$	8
$\{B,D\}^*$	8
$\{C,E\}$	8
$\{D,E\}$	10
$\{A,F\}$	16

Así, las aristas del árbol generador minimal son $\{B,F\}$, $\{C,G\}$, $\{F,G\}$, $\{A,D\}$, $\{B,E\}$, y $\{B,D\}$, con un peso total de 25.



El árbol generador minimal es único porque, si nos fijamos en las aristas que tienen el mismo peso, hemos escogido todas las de peso 2 y 5, y de las 3 aristas diferentes de peso 8, sólo podemos escoger la arista $\{B,D\}$ ya que cualquiera de las otras dos forma un ciclo.

(b) Utilizamos el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino de peso mínimo del vértice A al resto de vértices.

A	B	C	D	E	F	G
$(0,A)$	(∞,A)	(∞,A)	(∞,A)	(∞,A)	(∞,A)	(∞,A)
$(0,A)^*$	(∞,A)	(∞,A)	$(5,A)$	(∞,A)	$(16,A)$	(∞,A)
	$(13,D)$	(∞,A)	$(5,A)^*$	$(15,D)$	$(16,A)$	(∞,A)
	$(13,D)^*$	$(21,B)$		$(15,D)$	$(15,B)$	(∞,A)
		$(21,B)$		$(15,D)^*$	$(15,B)$	(∞,A)
		$(21,B)$			$(15,B)^*$	$(18,F)$
		$(20,G)$				$(18,F)^*$
		$(20,G)^*$				

Las aristas del árbol de distancias mínimas, empezando por el vértice A son $\{B,D\}$, $\{C,G\}$, $\{A,D\}, \{E,D\}, \{F,B\}$ y $\{G,F\}$, con un peso de 30.

---

4. (Valoración de un 6.25+6.25+6.25+6.25=25%)

(a) Sea A un problema cuya solución puede verificarse en tiempo polinómico y B un problema NP-Difícil. Indica si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones (son independientes entre sí) justificando tu respuesta.

i. Las soluciones de B pueden verificarse también en tiempo polinómico.
ii. Si existe un problema C tal que $A \leq_p C$ y $C \leq_p B$, entonces C es NP.

(b) Dadas las siguientes expresiones, conviértelas a FNC y proporciona un conjunto de valores que las hagan ciertas:

i. $(a \wedge b) \wedge (\bar{a} \vee c)$.
ii. $(\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee \bar{c}$.

Solución:

(a) i. Falso. Por ser B NP-Difícil, B puede pertenecer a NP o a una clase de complejidad superior. Lo único garantizado es que todo problema $Prob \in NP$ puede reducirse a B. Si $B \notin NP$, entonces sus soluciones no podrán verificarse en tiempo polinómico.

ii. Falso, B y C podrían ser EXP y aún así cumplirse las reducciones planteadas.

(b) i. Ya está en FNC. Se podría simplificar más y obtener la expresión $a \wedge b \wedge c$. El único conjunto de valores que hace cierta la expresión es $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$.

ii. La expresión en FNC es $(\bar{a} \vee \bar{c}) \wedge (\bar{b} \vee \bar{c})$. Las soluciones que hacen cierta la expresión son
$a = 0$, $b = 0$, $c = 0$,
$a = 0$, $b = 0$, $c = 1$,
$a = 0$, $b = 1$, $c = 0$,
$a = 1$, $b = 0$, $c = 0$,
$a = 1$, $b = 1$, $c = 0$.

Final 3

1. (Valoración de un 15+5+5=25%)

   (a) ¿Cuántos números pares hay de siete cifras decimales? ¿Cuántos de estos números son también capicúa?

   (b) Sean L_1 y L_2 dos secuencias de bits de longitud n ($n \geq 1$). Considerad el siguiente algoritmo:

   función $Func(L_1, L_2)$
   inicio
   $n \leftarrow Longitud(L_1)$
   $contador \leftarrow 0$
   para $i = 1$ **hasta** n
   si $L_1[i] = L_2[i]$ **entonces**
   $contador \leftarrow contador + 1$
   finsi
   finpara
   retorno $n - contador$
   fin

   i. Calculad el resultado de la llamada *Func*([1,0,1,1,0,1], [1,1,1,1,1,0]). ¿Qué calcula la función?

   ii. Determinad la complejidad del algoritmo, en función del número de bits n.

Solución:

(a) Como la primera cifra no puede ser 0 y la última tiene que ser un número par, hay $9 \cdot 10^5 \cdot 5 = 4500000$ números pares de siete cifras decimales. De éstos, hay $10^3 \cdot 4 = 4000$ que son capicúa, ya que la última y la primera cifra tienen que ser un número par diferente de cero.

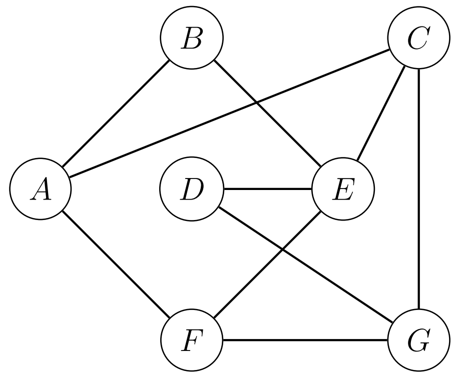
(b) i. El resultado de la llamada *Func*([1,0,1,1,0,1], [1,1,1,1,1,0]) es 3. La función calcula el número de posiciones en que difieren las dos secuencias.

ii. La complejidad del algoritmo, en función del número de bits n, es $O(n)$.

---

2. (Valoración de un 5+5+10+5=25%)

   Considerad el siguiente grafo, G, donde todas las aristas tienen peso 1:



   (a) ¿Cuál es el orden y la medida de su grafo complementario G^c a partir del orden y la medida de G?

   (b) Dad un grafo con la misma secuencia gráfica que G pero que no sea isomorfo a G. Justificad por qué los dos grafos no son isomorfos.

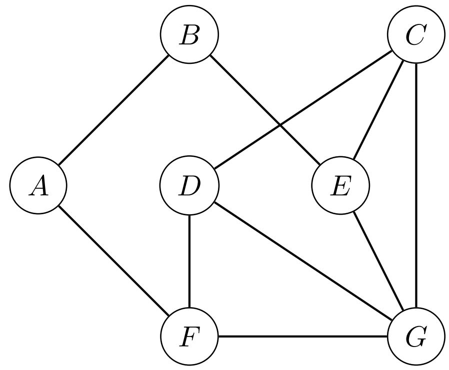
   (c) Dad el recorrido en BFS de G empezando por el vértice A y considerad el árbol que se obtiene con este recorrido. ¿Es un árbol generador minimal?

   (d) ¿Es G hamiltoniano?

Solución:

(a) El grafo G tiene orden $n = 7$ y medida $m = 10$. Entonces, el grafo G^c tiene el mismo orden, 7, y medida $\binom{7}{2} - 10 = 21 - 10 = 11$.

(b) La secuencia de grados ordenada de G es $s : 4, 3, 3, 3, 3, 2, 2$. Un ejemplo de grafo con la misma secuencia de grados sería el grafo G_2:



Los grafos G y G_2 no son isomorfos porque, por ejemplo, G_2 tiene ciclos de longitud 3 y G no. También se puede ver por el hecho que en G_2 el vértice de grado 4 está conectado a los 3 vértices de grado 3 y esto no pasa en G.

(c) El recorrido en BFS es

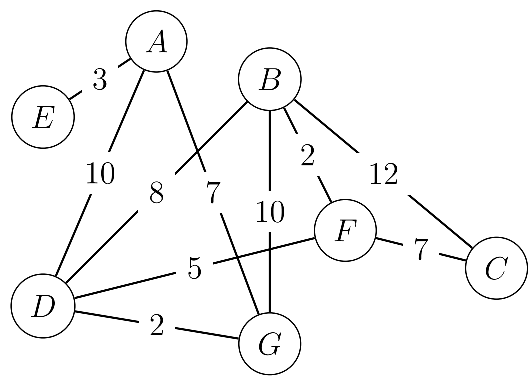
Q	Vèrtex afegit	Vèrtex eliminat	$dist$
A	A	-	[A]
AB	B	-	[A,B]
ABC	C	-	[A,B,C]
ABCF	F	-	[A,B,C,F]
BCF	-	A	[A,B,C,F]
BCFE	E	-	[A,B,C,F,E]
CFE	-	B	[A,B,C,F,E]
CFEG	G	-	[A,B,C,F,E,G]
FEG	-	C	[A,B,C,F,E,G]
EG	-	F	[A,B,C,F,E,G,D]
EGD	D	-	[A,B,C,F,E,G,D]
GD	-	E	[A,B,C,F,E,G,D]
D	-	G	[A,B,C,F,E,G,D]
$\emptyset$	-	D	[A,B,C,F,E,G,D]

El árbol obtenido del recorrido en BFS contiene las aristas $\{A,B\},\{A,C\},\{A,F\}$, $\{B,E\}$, $\{C,G\},\{E,D\}$ que es un árbol generador. Como todas las aristas tienen peso 1, cualquier árbol generador también es un árbol generador minimal.

(d) Podemos ver que G es bipartito considerando los conjuntos $\{A,E,G\}$ y $\{B,C,D,F\}$. Como los dos conjuntos no tienen el mismo número de elementos, entonces G no es hamiltoniano.

3. (Valoración de un 10+5+5+5=25%)

Una ciudad turística tiene siete puntos de interés. La ciudad dispone de diferentes autobuses que conectan los puntos entre sí. Los vértices del siguiente grafo representan los puntos de interés, las aristas representan la existencia de un autobús que conecta los dos puntos y el peso es el tiempo en minutos del trayecto.



(a) Queremos encontrar la distancia mínima de B al resto de puntos de interés. Determinad cuál es el algoritmo para resolver el problema y utilizad este algoritmo para dar la solución.

(b) ¿Por qué puntos de interés tenemos que pasar para ir de B al punto de interés más lejano a B utilizando estos autobuses?

(c) ¿Podemos asegurar que el punto B y el más lejano a B son los dos puntos de interés que se encuentran a más distancia? En caso afirmativo justificad por qué y en caso negativo determinad qué algoritmo eficiente tendríamos que aplicar para encontrarlos (no hace falta aplicar el algoritmo, sólo indicar cuál sería).

(d) Queremos revisar todos los trayectos en autobús entre los diferentes puntos de interés. ¿Es posible encontrar un circuito o un recorrido que nos permita pasar por todos los trayectos sin repetir ninguno? ¿Qué algoritmo nos permite encontrar este tipo de recorrido o circuito? En caso que exista el circuito o el recorrido, aplicad el algoritmo para dar la solución.

Solución:

(a) Utilizamos el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino de peso mínimo del vértice B al resto de vértices.

A	B	C	D	E	F	G
(∞,B)	$(0,B)$	(∞,B)	(∞,B)	(∞,B)	(∞,B)	(∞,B)
(∞,B)	$(0,B)^*$	$(12,B)$	$(8,B)$	(∞,B)	$(2,B)$	$(10,B)$
(∞,B)		$(9,F)$	$(7,F)$	(∞,B)	$(2,B)^*$	$(10,B)$
$(17,B)$		$(9,F)$	$(7,F)^*$	(∞,B)		$(9,D)$
$(17,B)$		$(9,F)^*$		(∞,B)		$(9,D)$
$(16,G)$				(∞,B)		$(9,D)^*$
$(16,G)^*$				$(19,A)$		
				$(19,A)^*$		

(b) El punto de interés más lejano es E. A partir de la tabla anterior, tenemos que el camino de peso mínimo es $\{B, F, D, G, A, E\}$. A partir de la etiqueta del punto E, $(19, A)$, sabemos que el camino viene de A. A partir de la etiqueta de A, $(16, G)$, a A llegamos desde G. A partir de la etiqueta de G, $(9, D)$, venimos de D. A partir de la etiqueta de D, $(7, F)$, venimos de F. Finalmente, con la etiqueta de F, $(2, B)$, llegamos al punto inicial B.

(c) El vértice E es el que está a mayor distancia de B, pero no podemos asegurar que no hayan dos vértices diferentes a mayor distancia. El algoritmo más eficiente para encontrar los dos puntos de interés que se encuentran a mayor distancia es el algoritmo de Floyd.

(d) Queremos encontrar un circuito o un recorrido euleriano. En este caso, podemos ver que hay 4 vértices de grado impar $\{A, E, F, G\}$ y, por lo tanto, no existe ni un circuito ni un recorrido euleriano. El algoritmo que permite encontrar los circuitos o recorridos eulerianos es el algoritmo de Hierholzer.

---

4. (Valoración de un 6.25+6.25+6.25+6.25=25%)

(a) Sea A un problema cualquiera y B un problema P. Indica si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones (son independientes entre sí) justificando tu respuesta y suponiendo que $P \neq NP$.

i. Si $3SAT \leq_p A$, entonces $A \leq_p B$.

ii. Existen problemas en EXP que no están en P.

(b) Una empresa de logística quiere mejorar los siguientes procesos:

i. Cargar un camión: Cargar un camión con objetos a enviar de forma que proporcione el mayor beneficio a la empresa sin exceder su carga máxima autorizada. Cada objecto a cargar tiene asociado un peso y el beneficio que obtiene la empresa.

ii. Determinar el número de repartidores necesarios: La empresa de transporte tiene un grafo en el que los nodos representan entregas a realizar. Dos nodos están conectados por una arista si ambas entregas tienen el mismo horario. Sabiendo que para cada horario son necesarios tantos repartidores como entregas a realizar, calcular el mínimo número de repartidores requeridos para realizar todas las entregas.

Para cada uno de ellos, establece un paralelismo con algún problema tratado durante el curso.

Solución:

(a)
 i. Falso, puesto que sabemos que A es al menos NP, B pertenece a una clase de complejidad inferior y, según el enunciado, $P \neq NP$.
 ii. Cierto, dado que $P \subsetneq EXP$. Un ejemplo seria el problema del ajedrez (encontrar una secuencia de jugadas ganadora a partir de una posición en el tablero).

(b)
 i. El problema asociado es el de la mochila. La capacidad que tenemos sería la carga máxima del camión, el coste es el peso de la carga que queremos cargar y el valor, el beneficio que obtiene la empresa.
 ii. El problema asociado sería la coloración de grafos. El número cromático asociado al grafo indica el número mínimo de empleados que necesitamos de forma simultánea.
