

Universitat Oberta de Catalunya

Estudis d'Informàtica, Multimèdia i Telecomunicació

ASSIGNATURA: Grafs i Complexitat

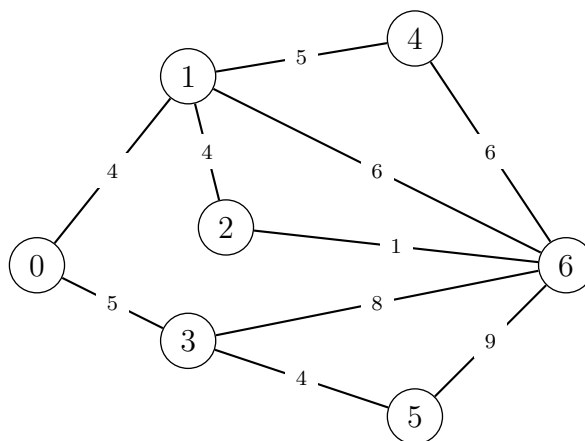
Segona PAC. Mòduls 4 i 5.

Semestre de primavera de 2012 (del 12 d'abril al 2 de maig).

Si us plau, feu cas de les instruccions següents:

- Envieu la solució en un fitxer que haureu d'anomenar:
PAC1_Cognom1Cognom2nom.pdf
- L'heu de lliurar a l'apartat "Lliurament i Registre d'AC" de l'aula.
- Numereu les respostes d'acord amb la numeració de les preguntes i els apartats.
- No us limiteu a donar les respostes als problemes proposats. Doneu, també, una explicació que justifiqui la resposta.

1. (Valoració d'un 20%) El *Spanning Tree Protocol* és un protocol de xarxa que evita la formació de llaços (*loops*) en una xarxa formada per nodes (*bridges*) i segments de la xarxa. Suposem que representem la xarxa com un graf on els vèrtexs representen nodes i les arestes són les connexions entre els nodes. El pes d'una aresta representa el cost de cada segment.



4) $C_4 = \{00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22\}$.

b) La longitud mitjana d'un codi prefixe d' n paraules-codi es calcula per la fórmula

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$$

on L_i és la longitud (nombre de símbols) de la paraula-codi i . Per exemple, pel codi C la longitud mitjana és $\bar{L} = \frac{1+2+3+4+4}{5} = 2.8$. Els codis millors són els que tenen la menor longitud mitjana.

Relacioneu la longitud mitjana d'un codi prefixe amb les propietats de l'arbre que el representa.

- c) En el codi ASCII cada caràcter està representat per un codi de 8 bits. És un codi prefixe? En cas afirmatiu digueu quina altura tindria l'arbre que el representa, quantes fulles tindria i quina classe d'arbre és.
- d) Volem construir un codi ternari per representar 243 caràcters. Volem que sigui un codi prefixe de la menor longitud mitjana possible. Utilitzant la seva representació en forma d'arbre, indiqueu com es construiria aquest codi i quina seria la seva longitud mitjana.

3. (Valoració d'un 20%) Quatre amics, *Anna*, *Bob*, *Carles* i *Diana*, van de vacances a una illa del carib. La taula següent representa els 9 punts d'interès cultural de l'illa juntament amb les carreteres que els uneixen (de doble sentit) i la distància en quilòmetres entre ells:

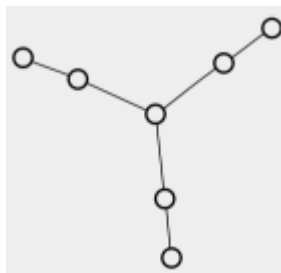
	$P0$	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$	$P5$	$P6$	$P7$	$P8$
$P0$		12		6		5		4	
$P1$			7				8		2
$P2$				7				5	
$P3$					2				1
$P4$						9			
$P5$							6		15
$P6$								3	
$P7$									5

- a) Dibuixeu el mapa de carreteres de l'illa.
- b) L'*Anna* vol fer diferents circuits (començant i acabant en el mateix punt) que incloguin sempre un nombre parell de punts diferents. Ho podrà fer?

- c) El *Bob* vol visitar tots els punts d'interès sense repetir-ne cap i tornar al punt de partida. Podrà fer-ho? En cas afirmatiu doneu el recorregut que haurà de seguir.
- d) El *Carles* vol recórrer totes les carreteres de la illa, independentment del sentit, una sola vegada i tornar al punt de partida. Ho podrà fer? En cas afirmatiu doneu el recorregut que haurà de seguir. En cas negatiu, digueu si ho podrà fer encara que el punt d'arribada sigui diferent del de partida.
- e) La *Diana*, com el Bob, vol visitar tots els punts d'interès sense repetir-ne cap i tornar al punt de partida però recorrent el menor nombre de quilòmetres possible. Ho podrà fer? En cas afirmatiu expliqueu com es trobaria la solució. En cas negatiu, calculeu el nombre mínim de quilòmetres que hauria de recórrer per visitar tots els punts.

4. (Valoració d'un 20%)

- a) Demostreu que un arbre amb màxim grau k té, com a mínim, k fulles.
- b) Un hidrocarbur saturat és una mol·lècula C_iH_j , on cada carboni (C) té quatre enllaços i cada hidrògen (H) en té un, i que no conté cap cicle. Demostreu que una mol·lècula d'aquest tipus només pot existir si es verifica que $j = 2i + 2$.
- c) Demostreu que un graf G és un arbre si i només si no conté cicles i té un únic arbre generador.
- d) Un arbre A es diu que és una *eruga* quan conté com a subgraf un graf trajecte T , de manera que tot vèrtex de A , o bé pertany a T , o bé és adjacent a un vèrtex de T . Demostreu que un arbre és una eruga si i només si no conté com a subgraf al graf Y de la figura.



5. (Valoració d'un 20%)

- a) Un hongarès vol visitar les sis ciutats europees de la taula partint i acabant a Budapest. Justifiqueu que podem usar *TSP – aproximatiu* i apliqueu-lo.

- b)* Trobeu una fita inferior del circuit òptim. Demostreu que el circuit trobat a l'apartat anterior no és l'òptim.
- c)* Apliqueu l'algorisme de Hierholzer a K_7 .

	<i>Bar</i>	<i>Bel</i>	<i>Ber</i>	<i>Bru</i>	<i>Buc</i>	<i>Bud</i>
Barcelona		1528	1498	1063	1968	1499
Belgrad			999	1373	447	316
Berlín				652	1293	689
Brussel·les					1770	1132
Bucarest						640
Budapest						