Espacio grapa

Examen 2004/05-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	15/01/2005	18:45

⊂75.056ℜ15ℜ01ℜ05ℜEΞ⊕∈
75.056 15 01 05 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y nombre de la asignatura corresponde a la asignatura de la cual estas matriculado.**
- **Debes adjuntar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En caso que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede utilizar ningún tipo de material
- **Valor de cada pregunta:**
- **En caso que haya preguntas tipo test: ¿Descuentan las preguntas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Pregunta 1

Formalizad, **indicando el dominio**, las siguientes frases **utilizando únicamente** los predicados atómicos que se indican a continuación:

F(x): *x es un futbolista*
E(x): *x es una estrella*
A(x): *x es aficionado*
D(x,y): *x admira a y*

a) *Hay futbolistas que son admirados por todos los aficionados.*
$\exists x\{ F(x) \wedge \forall y(A(y) \rightarrow D(y,x))\}$
b) *Ni todos los aficionados son futbolistas, ni todos los futbolistas son aficionados.*
$\neg\forall x\{A(x)\rightarrow F(x)\} \wedge \neg\forall x\{F(x)\rightarrow A(x)\}$
c) *Cuando todos los futbolistas son estrellas, cada futbolista es admirado por algún aficionado.*
$\forall x\{ F(x) \rightarrow E(x) \} \rightarrow \forall x\{ F(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge D(y,x)) \}$

d) *Hay aficionados que admiran a todos los futbolistas estrellas.*
$\exists x\{ A(x) \wedge \forall y(F(y) \wedge E(y) \rightarrow D(x,y)) \}$

e) *No hay ningún aficionado que no admire a ningún futbolista estrella.*
$\neg\exists x\{A(x) \wedge \forall y(F(y) \wedge E(y) \rightarrow \neg D(x,y)) \}$

Pregunta 2

Dados los enunciados siguientes:

F1: $P\wedge Q \rightarrow R\vee P$
F2: $(P \rightarrow R\wedge Q) \wedge (R\wedge Q \rightarrow P)$

Hallad la FNC de F1 y F2 y contestad las siguientes preguntas, razonando cada respuesta.

a) ¿Cuáles de los siguientes enunciados son una contradicción?

a. $F1 \wedge F2$
b. $F1 \vee F2$
c. $F1 \wedge \neg F2$
d. $\neg F1 \wedge F2$

b) Sea **F3** un enunciado tal que $F1 \wedge F3$ resulta ser una contradicción. ¿Cuál de los siguientes enunciados puede ser **F3**?

a. $P \vee \neg Q\vee R$
b. $\neg (P \rightarrow (P\vee R))$
c. $P \wedge Q \wedge \neg R$
d. Q

Solución:

En el apartado a), si sabemos que F1 es un teorema (lo cual se puede demostrar usando las tablas de verdad o bien dándose cuenta que si eliminamos la implicación podemos encontrar el enunciado $\neg P\vee P$, el cual al ser cierto, y tratarse de disyunciones hace cierta la expresión) entonces es claro que $\neg$F1 tendrá que ser una contradicción, por lo tanto $\neg F1 \wedge F2$ es una contradicción.
.
NOTA: el alumno debe comprobar que F2 no es una contradicción

En el apartado b), de los posibles enunciados para F3 hay que elegir aquel que se corresponda con una contradicción de forma que al hacer la conjunción con F1 (que es un teorema) resulte consiguientemente, también una contradicción.

Pregunta 3

Dado el siguiente razonamiento, demostrad su validez mediante el método de resolución:

$\forall x\ (A(x) \rightarrow C(x))$
$\forall x\ [A(x) \rightarrow \exists y\ \{B(y) \wedge E(y,x)\}]$
$\exists x\ D(x) \rightarrow \forall y\ [B(y) \rightarrow \exists z\ \{A(z) \wedge E(y,z)\}]$
$\exists x\ C(x) \rightarrow \exists y\ D(y)$
$\therefore\ \forall x\ [B(x) \wedge C(x) \rightarrow \exists y\ \{C(y) \wedge E(x,y)\}]$

Espacio grapa

Examen 2004/05-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	15/01/2005	18:45

Justificad todos los pasos utilizados.

Solución:

Primero pasamos a forma normal prenexa skolemizada el razonamiento:

∀x (A(x) → C(x)) (SK)=> ¬A(x) ∨ C(x)
∀x [A(x) → ∃y {B(y) ∧ E(y,x)}] (SK)=> (¬A(x) ∨ B(f(x)) ∧ (¬A(x) ∨ E(f(x),x))
∃x D(x) → ∀y [B(y) → ∃z {A(z) ∧ E(y,z)}] (SK)=> (¬D(x) ∨ ¬B(y) ∨ A(g(y)) ∧ (¬D(x) ∨ ¬B(y) ∨ E(y,g(y)))
∃x C(x) → ∃y D(y) (SK)=> ¬C(x) ∨ D(a)

Negamos la conclusión y obtenemos su formal normal de skolem:
¬∀x [B(x) ∧ C(x) → ∃y {C(y) ∧ E(x,y)}] (SK)=>B(b) ∧ C(b) ∧ (¬C(y) ∨ ¬E(b,y))

Por tanto obtenemos el siguiente conjunto de cláusulas (las cláusulas en negrita provienen de la negación de la conclusión, hemos renombrado las variables de las cláusulas para no tener problemas de colisión de variables en la resolución):

{¬A(x)∨ C(x), ¬A(y) ∨ B(f(y)), ¬A(y) ∨ E(f(y),y), ¬D(w) ∨ ¬B(v) ∨ A(g(v)), ¬D(w) ∨ ¬B(v) ∨ E(v,g(v)), ¬C(s) ∨ D(a), **B(b), C(b), ¬C(t) ∨ ¬E(b,t)**}

Aplicamos el método de resolución:

B(b)	¬D(w) ∨ ¬B(v) ∨ A(g(v))	{v=b}
¬D(w) ∨ A(g(b))	¬A(x)∨ C(x)	{x=g(b)}
¬D(w) ∨ C(g(b))	¬C(t) ∨ ¬E(b,t)	{t=g(b)}
¬D(w) ∨ ¬E(b,g(b))	¬D(w) ∨ ¬B(v) ∨ E(v,g(v))	{v=b}
¬D(w) ∨ ¬B(b)	B(b)	
¬D(w)	¬C(s) ∨ D(a)	{w=a}
¬C(s)	C(b)	{s=b}