



PAC4: Raonament aproximat

Presentació

Quarta PAC del curs d'Intel·ligència Artificial

Competències

En aquesta PAC es treballen les següents competències:

Competències de grau:

- Capacitat d'analitzar un problema amb el nivell d'abstracció adient a cada situació i aplicar les habilitats i coneixements adquirits per abordar-lo i solucionar-lo.

Competències específiques:

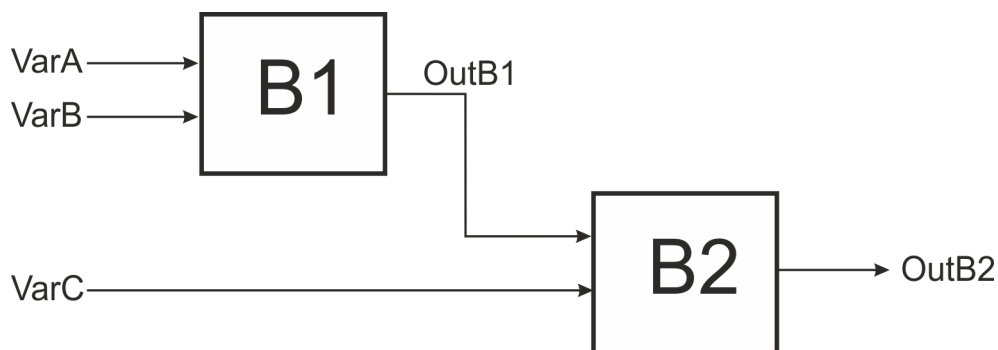
- Conèixer els diferents models de representació del coneixement (marcs, sistemes basats en regles, raonament basat en casos, ontologies, programació lògica).
- Raonament basat en lògica difusa.

Objectius

Aquesta PAC pretén avaluar diferents aspectes de lògica difusa: *representació i ús de termes lingüístics, i mètodes d'inferència.*

Descripció de la PAC a realitzar

Considerem un **sistema expert jeràrquic difús** compost de 2 blocs de regles amb 3 variables d'entrada (VarA, VarB, VarC), 1 intermèdia (OutB1) i 1 de sortida (OutB2), distribuïts tal com es mostra a la figura següent:

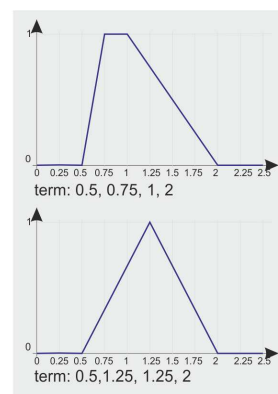
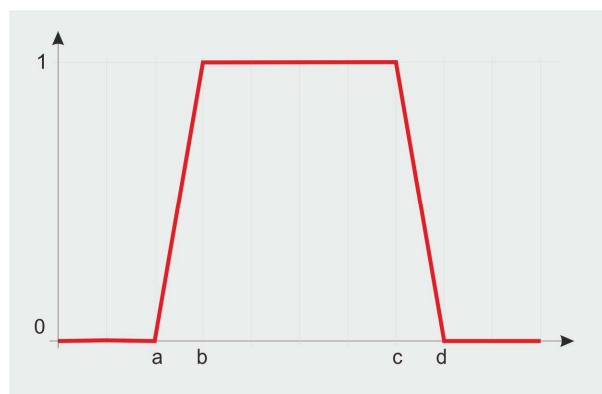




Ens proporcionen els termes lingüístics associats a cadascuna de les variables.

Variable	Rang	Terme lingüístic : punts (a,b,c,d) *
VarA	Min: 0 Max: 10	Very-low (VL): 0, 0, 0, 1 Low (L): 0, 2, 2, 3 Medium (M): 2, 4, 5, 6 High (H): 5, 6, 6, 9 Very-high (VH): 7, 8, 10, 10
VarB	Min: 0 Max: 5	Low (L): 0, 0, 0, 2.5 Medium (M): 0, 2.5, 2.5, 3 High (H): 2.5, 3, 5, 5
VarC	Min: -3 Max: 7	Very-low (VL): -3, -3, -3, -1 Low (L): -3, -1, -1, 0 Medium (M): -1, 0, 0, 1 High (H): 0, 1, 1, 5 Very-high (VH): 1, 5, 7, 7
OutB1	Min: 0 Max: 2	Very-low (VL): 0, 0, 0, 0.2 Low (L): 0, 0.2, 0.2, 0.4 Almost-medium (AM): 0.2, 0.4, 0.4, 1.2 High (H): 0.4, 1.2, 1.2, 2 Very-high (VH): 1.2, 2, 2, 2
OutB2	Min: 0 Max: 1	Very-low (VL): 0, 0, 0, 0.1 Low (L): 0, 0.1, 0.1, 0.2 Almost-medium (AM): 0.1, 0.2, 0.2, 0.9 Almost-high (AH): 0.2, 0.9, 0.9, 1 High (H): 0.9, 1, 1, 1

(*) A continuació es presenta com s'ha d'interpretar la seqüència de punts (a,b,c,d). A més, al costat dret s'afegeixen dos exemples il·lustratius, un terme trapezoïdal (dalt) i un terme triangular (sota).





Ens detallen de forma concisa les regles associades al bloc de regles B1.

Bloc B1

Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	VL	AND	L	VL
02	VL	AND	M	VL
03	VL	AND	H	L
04	L	AND	L	L
05	L	AND	M	L
06	L	AND	H	AM
07	M	AND	L	AM
08	M	AND	M	AM
09	M	AND	H	AM
10	H	AND	L	L
11	H	AND	M	AM
12	H	AND	H	H
13	VH	AND	L	H
14	VH	AND	M	VH
15	VH	AND	H	VH

Preguntes

Considerar un sistema Mamdani amb t-norma min i t-conorma max.

1) Representar gràficament les variables del sistema amb els termes lingüístics.

Calcular les funcions de pertinença de totes de les variables.

Per les preguntes 2) i 3), considerar els següents valors d'entrada:

(VarA, VarB, VarC) = (7.5, 2, 3.5)

2) Determinar la sortida OutB2 considerant el següent bloc de regles B2.



Bloc B2

Id. regla	VarC		OutB1	OutB2
01	VL	AND	VL	VL
02	VL	AND	L	VL
03	VL	AND	AM	L
04	VL	AND	H	L
05	VL	AND	VH	AM
06	L	AND	VL	VL
07	L	AND	L	L
08	L	AND	AM	AM
09	L	AND	H	AM
10	L	AND	VH	AM
11	M	AND	VL	L
12	M	AND	L	AM
13	M	AND	AM	AM
14	M	AND	H	AM
15	M	AND	VH	AH
16	H	AND	VL	L
17	H	AND	L	AM
18	H	AND	AM	AH
19	H	AND	H	AH
20	H	AND	VH	H
21	VH	AND	VL	L
22	VH	AND	L	AM
23	VH	AND	AM	AH
24	VH	AND	H	H
25	VH	AND	VH	H

3) Determinar la sortida OutB2 considerant ara el següent bloc de regles B2.

Bloc B2

Id. regla	VarC		OutB1	OutB2
01	VL	OR	VL	VL
02	VL	OR	L	L
03	M	OR	AM	AM
04	H	OR	H	H
05	H	OR	VH	H
06	VH	AND	VL	AM
07	VH	AND	L	AM
08	VH	AND	AM	AH
09	VH	AND	H	AH
10	VH	AND	VH	H

Notes preguntes 2) i 3):

L'entrada del bloc B2 és la sortida del blocs B1. No s'ha de calcular el valor nítid de la variable intermèdia OutB1 com entrada de B2.

Pel càlcul del valor nítid de la variable OutB2 utilitzeu el mètode de centre de masses amb una resolució de 10E-3.



En tots els casos descriu les regles que s'activen en cadascun dels blocs, representar gràficament la sortida obtinguda, i el procés seguit per obtenir el resultat.



Solucions

1) A continuació es detallen les funcions de pertinença per les variables del sistema:

Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
VarA		$\mu_{VL}(x) = \begin{cases} -0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_L(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -x+3 & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 0 & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0.5x-1 & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 1 & \text{si } 4 < x \leq 5 \\ -x+6 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ x-5 & \text{si } 5 < x \leq 6 \\ -0.333x+3 & \text{si } 6 < x \leq 9 \\ 0 & \text{si } 9 < x \leq 10 \end{cases}$ $\mu_{VH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 7 \\ x-7 & \text{si } 7 < x \leq 8 \\ 1 & \text{si } 8 < x \leq 10 \end{cases}$
VarB		$\mu_L(x) = \begin{cases} -0.4x+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2.5 \\ 0 & \text{si } 2.5 < x \leq 5 \end{cases}$ $\mu_M(x) = \begin{cases} 0.4x & \text{si } 0 \leq x \leq 2.5 \\ -2x+6 & \text{si } 2.5 < x \leq 3 \\ 0 & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 2.5 \\ 2x-5 & \text{si } 2.5 < x \leq 3 \\ 1 & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$



Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
VarC		$\mu_{VL}(x) = \begin{cases} -0.5x - 0.5 & \text{si } -3 \leq x \leq -1 \\ 0 & \text{si } -1 < x \leq 7 \end{cases}$ $\mu_L(x) = \begin{cases} 0.5x + 1.5 & \text{si } -3 \leq x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 0 & \text{si } 0 < x \leq 7 \end{cases}$ $\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -3 \leq x \leq -1 \\ x+1 & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ -x+1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 7 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -0.25x + 1.25 & \text{si } 1 < x \leq 5 \\ 0 & \text{si } 5 < x \leq 7 \end{cases}$ $\mu_{VH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ 0.25x - 0.25 & \text{si } 1 < x \leq 7 \\ 1 & \text{si } 7 < x \leq 10 \end{cases}$
OutB1		$\mu_{VL}(x) = \begin{cases} -5x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.2 \\ 0 & \text{si } 0.2 < x \leq 2 \end{cases}$ $\mu_L(x) = \begin{cases} 5x & \text{si } 0 \leq x \leq 0.2 \\ -5x + 2 & \text{si } 0.2 < x \leq 0.4 \\ 0 & \text{si } 0.4 < x \leq 2 \end{cases}$ $\mu_{AM}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.2 \\ 5x - 1 & \text{si } 0.2 < x \leq 0.4 \\ -1.25x + 1.5 & \text{si } 0.4 < x \leq 1.2 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 7 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ 1.25x - 0.5 & \text{si } 0.4 < x \leq 1.2 \\ -1.25x + 2.5 & \text{si } 1.2 < x \leq 2 \end{cases}$ $\mu_{VH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 1.2 \\ 1.25x - 1.5 & \text{si } 1.2 < x \leq 2 \end{cases}$



Var.	Representació gràfica	Funció de pertinença
OutB2		$\mu_{VL}(x) = \begin{cases} -10x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.1 \\ 0 & \text{si } 0.1 < x \leq 1 \end{cases}$ $\mu_L(x) = \begin{cases} 10x & \text{si } 0 \leq x \leq 0.1 \\ -10x + 2 & \text{si } 0.1 < x \leq 0.2 \\ 0 & \text{si } 0.2 < x \leq 1 \end{cases}$ $\mu_{AM}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.1 \\ 10x - 1 & \text{si } 0.1 < x \leq 0.2 \\ -1.43x + 1.28 & \text{si } 0.2 < x \leq 0.9 \\ 0 & \text{si } 0.9 < x \leq 1 \end{cases}$ $\mu_{AH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.2 \\ 1.43x - 0.28 & \text{si } 0.2 < x \leq 0.9 \\ -10x + 10 & \text{si } 0.9 < x \leq 1 \end{cases}$ $\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.9 \\ 10x - 9 & \text{si } 0.9 < x \leq 1 \end{cases}$

2) Determinar la sortida OutB2 considerant el següent bloc de regles B2.
(VarA, VarB, VarC) = (7.5, 2, 3.5)

Bloc B1

Amb els valors VarA i VarB, veiem quins talls tenim en els termes lingüístics:

- VarA: El valor 7.5, talla els termes H i VH a 0.5.
- VarB: El valor 2 talla el terme L a 0.2, i el terme M a 0.8.

Si traslladem aquests valors a les regles del bloc, tenim:

Id. regla	VarA		VarB	OutB1
01	VL	AND	L (0.2)	VL
02	VL	AND	M (0.8)	VL
03	VL	AND	H	L
04	L	AND	L (0.2)	L
05	L	AND	M (0.8)	L
06	L	AND	H	AM
07	M	AND	L (0.2)	AM
08	M	AND	M (0.8)	AM
09	M	AND	H	AM
10	H (0.5)	AND	L (0.2)	L (0.2)
11	H (0.5)	AND	M (0.8)	AM (0.5)
12	H (0.5)	AND	H	H
13	VH (0.5)	AND	L (0.2)	H (0.2)
14	VH (0.5)	AND	M (0.8)	VH (0.5)
15	VH (0.5)	AND	H	VH



Apliquem la t-norma min en les 4 regles que s'activen (10, 11, 14, 15), i obtenim els conseqüents que es destaquen en negreta, i també es mostra el nivell d'activació; en aquest cas, tots els conseqüents són diferents i no cal consensuar el resultat final aplicant la t-conorma.

Aquests valors, junt amb els de l'activació de VarC són les entrades del segon bloc de regles B2.

Lavors, les entrades de B2 són:

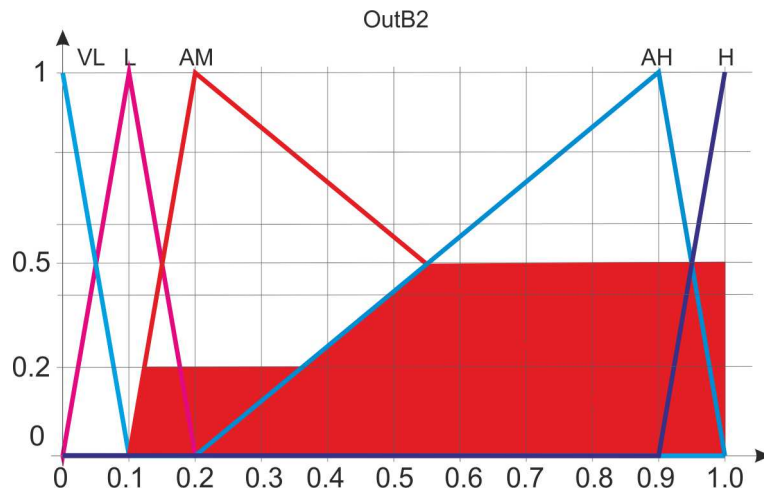
- VarC: El valor 3.5, talla el terme H a 0.375, i VH a 0.625.
- OutB1: Les sortides de B1 són L a 0.2, AM a 0.5, H a 0.2 i VH a 0.5.

Traslladem aquests valors al bloc de regles B2, i obtenim el següent:

Id. regla	VarC		OutB1	OutB2
01	VL	AND	VL	VL
02	VL	AND	L (0.2)	VL
03	VL	AND	AM (0.5)	L
04	VL	AND	H (0.2)	L
05	VL	AND	VH (0.5)	AM
06	L	AND	VL	VL
07	L	AND	L (0.2)	L
08	L	AND	AM (0.5)	AM
09	L	AND	H (0.2)	AM
10	L	AND	VH (0.5)	AM
11	M	AND	VL	L
12	M	AND	L (0.2)	AM
13	M	AND	AM (0.5)	AM
14	M	AND	H (0.2)	AM
15	M	AND	VH (0.5)	AH
16	H (0.375)	AND	VL	L
17	H (0.375)	AND	L (0.2)	AM (0.2)
18	H (0.375)	AND	AM (0.5)	AH (0.375)
19	H (0.375)	AND	H (0.2)	AH (0.2)
20	H (0.375)	AND	VH (0.5)	H (0.375)
21	VH (0.625)	AND	VL	L
22	VH (0.625)	AND	L (0.2)	AM (0.2)
23	VH (0.625)	AND	AM (0.5)	AH (0.5)
24	VH (0.625)	AND	H (0.2)	H (0.2)
25	VH (0.625)	AND	VH (0.5)	H (0.5)

Com es destaca, s'activen fins a 8 regles i cal aplicar la t-conorma per obtenir els conseqüents finals. S'obté el terme AM activat en 0.2, AH activat en 0.5, i H activat en 0.5.

La representació final de OutB2 així com el valor nítid són els següents:



La funció de pertinença és la següent:

$$\mu_{OutB2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 0.1 \\ 10x - 1 & \text{si } 0.1 < x \leq 0.12 \\ 0.2 & \text{si } 0.12 < x \leq 0.34 \\ 1.43x - 0.28 & \text{si } 0.34 < x \leq 0.55 \\ 0.5 & \text{si } 0.55 < x \leq 1 \end{cases}$$

I el valor nítid és el següent:

$$OutB2 = \frac{219.375}{346.083} = 0.634$$



3) Determinar la sortida OutB2 considerant un nou bloc de regles B2.

El nou bloc de regles no fa variar la sortida de B1, per la qual cosa, només cal variar la forma de traslladar els valors de VarC i OutB1 cap a B2, i veure la sortida que s'obté.

Llavors, les entrades de B2 són:

- VarC: El valor 3.5, talla el terme H a 0.375, i VH a 0.625.
- OutB1: Les sortides de B1 són L a 0.2, AM a 0.5, H a 0.2 i VH a 0.5.

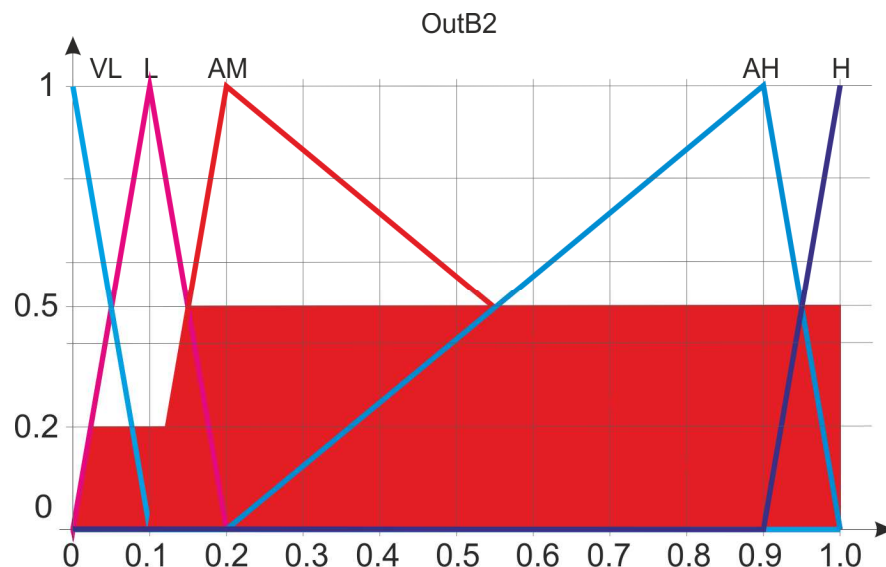
Traslladem aquests valors al bloc de regles B2, i obtenim el següent:

Id. regla	VarC		OutB1	OutB2
01	VL	OR	VL	VL
02	VL	OR	L (0.2)	L (0.2)
03	M	OR	AM (0.5)	AM (0.5)
04	H (0.375)	OR	H (0.2)	H (0.375)
05	H (0.375)	OR	VH (0.5)	H (0.5)
06	VH (0.625)	AND	VL	AM
07	VH (0.625)	AND	L (0.2)	AM (0.2)
08	VH (0.625)	AND	AM (0.5)	AH (0.5)
09	VH (0.625)	AND	H (0.2)	AH (0.2)
10	VH (0.625)	AND	VH (0.5)	H (0.5)

En el cas de les regles 02, 03, 04 i 05, apliquem la t-conorma per obtenir els conseqüents perquè el connector és un OR.

Quan tenim tots els conseqüents, apliquem la t-conorma per obtenir els nivells finals: L a 0.2, AM a 0.5, AH a 0.5 i H a 0.5.

La representació final de OutB2 així com el valor nítid són els següents:



La funció de pertinença és la següent:



$$\mu_{OutB2}(x) = \begin{cases} 10x & \text{si } 0 \leq x \leq 0.02 \\ 0.2 & \text{si } 0.02 < x \leq 0.12 \\ 10x - 1 & \text{si } 0.12 < x \leq 0.15 \\ 0.5 & \text{si } 0.15 < x \leq 1 \end{cases}$$

I el valor nítid és el següent:

$$OutB2 = \frac{247.490}{457.750} = 0.541$$

Recursos

Per a fer aquesta PAC el material imprescindible és el Tema 2 – Sistemes difusos, del mòdul 4.

Criteris de valoració

La pregunta 1 val **2 punts**. Les preguntes 2 i 3 valen **4 punts** cadascuna.

Format i data de lliurament

Per a dubtes i aclariments sobre l'enunciat, adreceu-vos al consultor responsable de la vostra aula.

Cal lliurar la solució en un fitxer PDF fent servir una de les plantilles lliurades conjuntament amb aquest enunciat. Adjunteu el fitxer a un missatge a l'apartat Lliurament i Registre d'AC (RAC).

El nom del fitxer ha de ser *CognomsNom_IA_PAC4* amb l'extensió .pdf (PDF).

La data límit de lliurament és el: **16 de desembre (a les 24 hores)**.

Raoneu la resposta en tots els exercicis. Les respostes sense justificació no rebran puntuació.



Nota: Propietat intel·lectual

Sovint és inevitable, en produir una obra multimèdia, fer ús de recursos creats per terceres persones. És per tant comprensible fer-ho en el marc d'una pràctica dels estudis d'Informàtica, sempre i això es documenti clarament i no suposi plagi en la pràctica.

Per tant, en presentar una pràctica que faci ús de recursos aliens, s'ha de presentar juntament amb ella un document en què es detallin tots ells, especificant el nom de cada recurs, el seu autor, el lloc on es va obtenir i el seu estatus legal: si l'obra està protegida pel copyright o s'acull a alguna altra llicència d'ús (Creative Commons, llicència GNU, GPL ...). L'estudiant haurà d'assegurar-se que la llicència que sigui no impedeix específicament seu ús en el marc de la pràctica. En cas de no trobar la informació corresponent haurà d'assumir que l'obra està protegida pel copyright.

Hauran, a més, adjuntar els fitxers originals quan les obres utilitzades siguin digitals, i el seu codi font si correspon.