1 Loi Normale/Gauss/Cloche

Propriété 1

$$\mathbb{P}(X \geq x) = 1 - \mathbb{P}(X \leq x) \tag{1}$$

Propriété 2 Si $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$\mathbb{P}(Z \leq z) = \Phi(z) \tag{2}$$

Propriété 3 Si $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ et $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$, on fait le **changement de variable** suivant

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{3}$$

qui implique

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \leq x) \quad &= \mathbb{P}(Z \leq z) \quad &&= \Phi\left(z\right) \\ &= \mathbb{P}\left(Z \leq \tfrac{x-\mu}{\sigma}\right) &&= \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

Propriété 4 Si $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$

$$\mathbb{P}(Z \leq -z) = 1 - \mathbb{P}(Z \geq z) = 1 - \Phi(z) \tag{6}$$

Propriété 5 $\Phi(z)$ est défini comme la fonction de répartition de la loi de densité de la loi normale ($Z \sim \mathcal{N}(0,1)$, représenté ici par $f_Z(z) = \phi(z)$), elle a les propriétés suivantes

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \phi(x)dx \tag{7}$$

$$\Phi(-\infty) = 0 \tag{8}$$

$$\Phi(\infty) = 1 \tag{9}$$

$$\frac{d\Phi(z)}{dz} > 0 \tag{10}$$

Propriété 6

- 68% des valeurs sont dans $\mu \pm \sigma$
- 95.54% des valeurs sont dans $\mu \pm 2\sigma$

Propriété 7

- $\Phi(0) = 50\%$
- $\Phi(1.69) = 95\%$
- $\Phi(1.96) = 97.5\%$

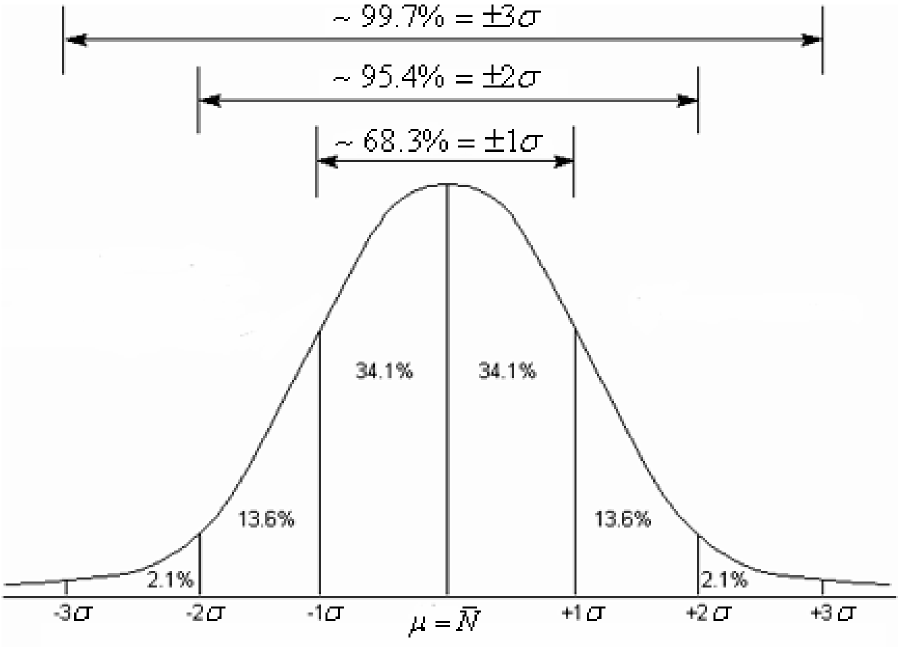

Figure 1: Illustration de la courbe de Gauss

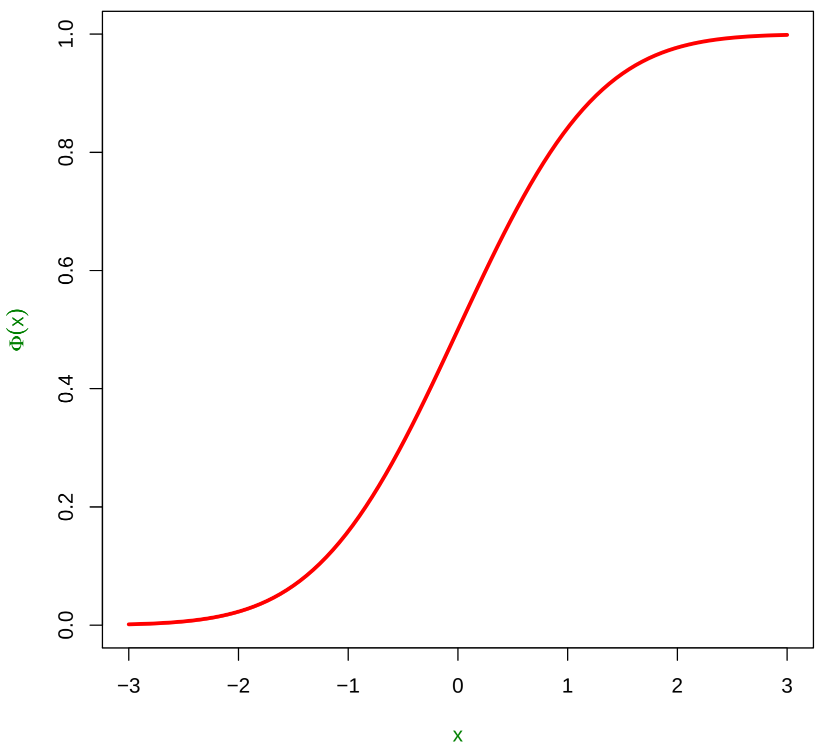

Figure 2: Illustration de la fonction de répartition de la distribution normale