

# Conceitos de Álgebra de Boole

Introdução a Programação

# Objetivo de Aprendizagem

Compreender os conceitos elementares da Álgebra de *Boole*

# Agenda

- Álgebra de dois valores
- Tabela verdade
- Operadores AND (E) e OR (OU)

# Álgebra de Dois Valores

Define-se como Álgebra de *Boole* (ou Booleana) um conjunto de operadores que são assumidos como válidos sem necessidade de prova.

# Características AB

- As variáveis assumem um número finito de valores constantes
  - Em números reais as variáveis podem assumir valores de  $+\infty$  a  $-\infty$
- Variáveis booleanas podem assumir dois valores
  - [F, V]
  - [H, L] (*High* ou *Low*)
  - [On, Off]
  - [Acesso, Apagado]
  - [Certo, Errado]
- **O que há em comum com esses valores?**

# Funções Reais

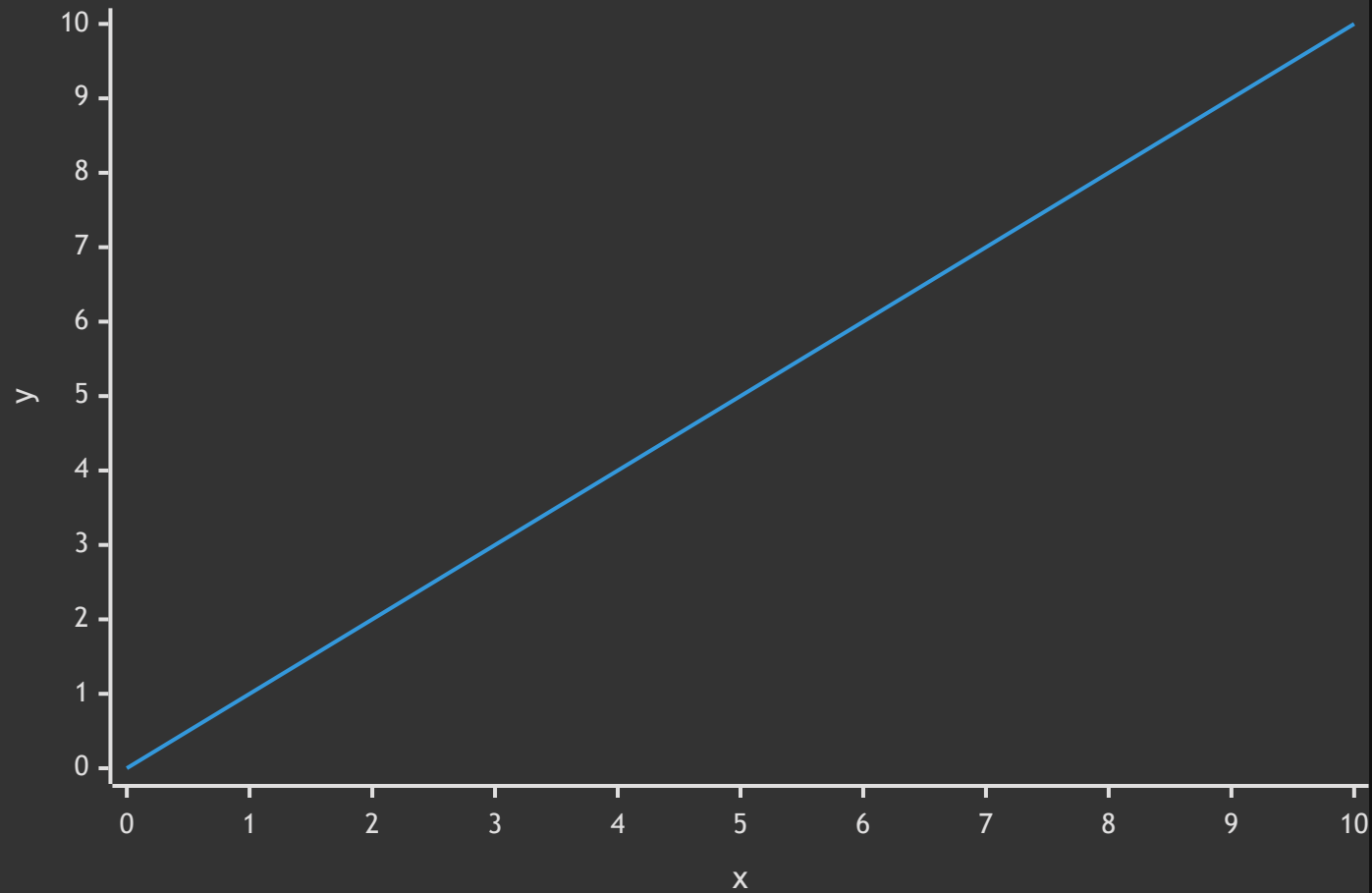
- Considere como exemplo a função  $f(x) = x + 5$
- Como poderíamos representar todos os valores dessa função?

# Gráfico

$x$	$f(x)$
-5	0
0	5
5	10



$$f(x) = x + 5$$



# Tabela Verdade

- O número de estados que uma função booleana pode assumir é **finito**
- Pode-se descrever **completamente** uma função booleana utilizando tabelas
- Uma Tabela Verdade (TV) lista os valores de entrada que as variáveis podem assumir e o valor de saída da função

# Exemplo de Tabela Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Operadores Elementares

# Operadores

- Funções booleanas ou Operadores
  - **OR** (OU,  $+$ )
  - **AND** (E,  $\cdot$ )
  - **NOT** (Negação, Complemento,  $\sim$ )

A operação **OR** resulta 1 se pelo menos uma das variáveis de entrada vale 1.  
Também conhecida como adição lógica.

OR

$0 + 0$

=

?

---

$0 + 1$

=

?

---

$1 + 0$

=

?

---

$1 + 1$

=

?

---

OR

$$0 + 0$$

=

$$0$$

$$0 + 1$$

=

$$1$$

$$1 + 0$$

=

$$1$$

$$1 + 1$$

=

$$1$$



# Tabela Verdade OR

A	B	OR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Características OR

- Operador binário
- Apenas um **ÚNICO** valor 1 na entrada faz com que a saída seja 1
- Somente com **TODOS** os valores de entrada 0 a saída será 0

A operação **AND** resulta 0 se pelo menos uma das variáveis de entrada valer 0. Também conhecida como multiplicação lógica

# AND

$0 + 0$

 $=$  $?$ 

$0 + 1$

 $=$  $?$ 

$1 + 0$

 $=$  $?$ 

$1 + 1$

 $=$  $?$

# AND

$0 + 0$

 $=$ 

$0$

$0 + 1$

 $=$ 

$0$

$1 + 0$

 $=$ 

$0$

$1 + 1$

 $=$ 

$1$

# Tabela Verdade AND

A	B	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Características AND

- Operador binário
- Apenas um **UMA** entrada com valor 0 faz com que a saída seja 0
- Somente com **TODOS** os valores de entrada 1 a saída será 1

A operação NOT tem como resultado o valor complementar ao que a variável apresenta. Também chamado de Negação, Inversão ou Complementação.



# NOT

$\overline{0}$

=

?

---

$\overline{1}$

=

?

---

# NOT

 $\overline{0}$  $=$ 

1

 $\overline{1}$  $=$ 

0

# Tabela Verdade NOT

A	$\overline{A}$
1	0
0	1

# Características NOT

- Operador unário
- Definida para uma variável apenas

# Expressões Booleanas

Uma expressão ou função booleana é uma combinação de operadores e variáveis que resultam em um valor booleano (ou lógico).

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

# Exemplo

- Quais as variáveis de entrada?
- Quantas linhas são necessárias para escrever a TV?
- Qual a precedência entre as operações?

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$



# Quais as variáveis de entrada?

A variável de saída  $W$  é expressa como uma função de 3 variáveis de entrada,  $X$ ,  $Y$  e  $Z$

Quantas linhas são necessárias na TV?

Qual a precedência entre as operações?

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

 $X$  $Y$  $Z$  $\overline{Z}$  $Y \cdot \overline{Z}$  $W$ 

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

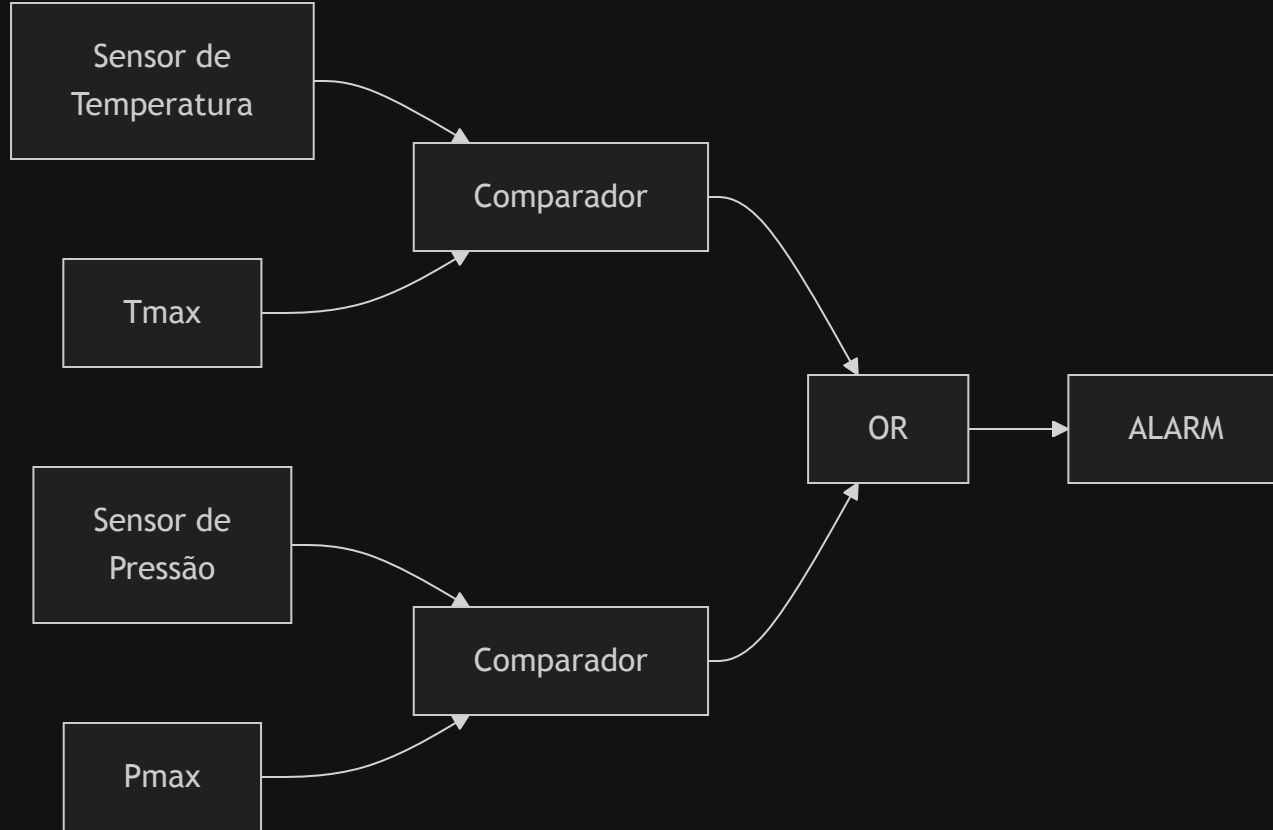
$X$	$Y$	$Z$	$\overline{Z}$	$Y \cdot \overline{Z}$	$W$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

# Exemplo de Aplicação

# Exemplo de Aplicação

Em um processo químico é desejável que um alarme seja ativado sempre que a temperatura exceder um certo valor máximo ou sempre que a pressão estiver acima de um certo limite.

# Esquema





# Perguntas

Para casa

# Exercício

Para cada uma das expressões booleanas abaixo, escrever a tabela verdade para determinar o valor da variável de saída  $S$ .

1.

$$S = \overline{A} + B\overline{C}$$

2.

$$S = AB + \overline{C}\overline{D}$$

# Referências

- George Boole
- Brasil Escola