

Álgebra de Boole

Introdução a Programação

Objetivo de Aprendizagem

- Compreender os conceitos elementares da Álgebra de *Boole*

Agenda

- Álgebra de dois valores
- Tabela verdade
- Operadores AND (E) e OR (OU)

Álgebra de Dois Valores

Define-se como Álgebra de *Boole* (ou Booleana) um conjunto de operadores que são assumidos como válidos sem necessidade de prova.

Características AB

- As variáveis assumem um número finito de valores constantes
 - Em números reais as variáveis podem assumir valores de $+\infty$ a $-\infty$
- Variáveis booleanas podem assumir dois valores
 - [F, V]
 - [H, L] (*High* ou *Low*)
 - [On, Off]
 - [Acesso, Apagado]
 - [Certo, Errado]
- **O que há em comum com esses valores?**

Funções Reais

- Considere como exemplo a função $f(x) = x + 5$
- Como poderíamos representar todos os valores dessa função?

Função

x	$f(x)$
0	5
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10

Gráfico

Tabela Verdade

- O número de estados que uma função booleana pode assumir é **finito**
- Pode-se descrever **completamente** uma função booleana utilizando tabelas
- Uma Tabela Verdade (TV) lista os valores de entrada que as variáveis podem assumir e o valor de saída da função

Exemplo de Tabela Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Operadores Elementares

Operadores

- Funções booleanas ou Operadores
 - **OR** (OU, $+$)
 - **AND** (E, \cdot)
 - **NOT** (Negação, Complemento, \sim)

A operação **OR** resulta 1 se pelo menos uma das variáveis de entrada vale 1.
Também conhecida como adição lógica.

OR

A operação **OR** resulta 1 se pelo menos uma das variáveis de entrada vale 1. Também conhecida como adição lógica.

$0 + 0$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$0 + 1$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$1 + 0$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$1 + 1$	$=$	$?$
---------	-----	-----

OR

$0 + 0$	$=$	0
---------	-----	-----

$0 + 1$	$=$	1
---------	-----	-----

$1 + 0$	$=$	1
---------	-----	-----

$1 + 1$	$=$	1
---------	-----	-----

Tabela Verdade OR

A	B	OR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Características OR

- Operador binário
- Apenas um **ÚNICO** valor 1 na entrada faz com que a saída seja 1
- Somente com **TODOS** os valores de entrada 0 a saída será 0

A operação **AND** resulta 0 se pelo menos uma das variáveis de entrada valer 0. Também conhecida como multiplicação lógica

AND

A operação **AND** resulta 0 se pelo menos uma das variáveis de entrada valer 0. Também conhecida como multiplicação lógica

$0 + 0$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$0 + 1$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$1 + 0$	$=$	$?$
---------	-----	-----

$1 + 1$	$=$	$?$
---------	-----	-----

AND

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 0$$

$$1 + 0 = 0$$

$$1 + 1 = 1$$

Tabela Verdade AND

A	B	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Características AND

- Operador binário
- Apenas um **UMA** entrada com valor 0 faz com que a saída seja 0
- Somente com **TODOS** os valores de entrada 1 a saída será 1

A operação NOT tem como resultado o valor complementar ao que a variável apresenta. Também chamado de Negação, Inversão ou Complementação.

NOT

 $\overline{0}$ $=$ $?$ $\overline{1}$ $=$ $?$

NOT

 $\overline{0}$ $=$

1

 $\overline{1}$ $=$

0

Tabela Verdade NOT

A	\overline{A}
1	0
0	1

Características NOT

- Operador unário
- Definida para uma variável apenas

Expressões Booleanas

Uma expressão ou função booleana é uma combinação de operadores e variáveis que resultam em um valor booleano (ou lógico).

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

Exemplo

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

- Quais as variáveis de entrada?
- Quantas linhas são necessárias para escrever a TV?
- Qual a precedência entre as operações?

Quais as variáveis de entrada?

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

A variável de saída W é expressa como uma função de 3 variáveis de entrada, X , Y e Z

Quantas linhas são necessárias na TV?

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

Se temos 3 variáveis de entrada, existem 2^3 combinações possíveis dos valores, logo a TV contém 8 linhas.

Qual a precedência entre as operações?

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

- Assim como nas expressões algébricas, nas booleanas há precedência nas operações da seguinte forma:
 - AND
 - OR
 - NOT (Assim que possível)

$$W = X + Y \cdot \overline{Z}$$

 X Y Z \overline{Z} $Y \cdot \overline{Z}$ W

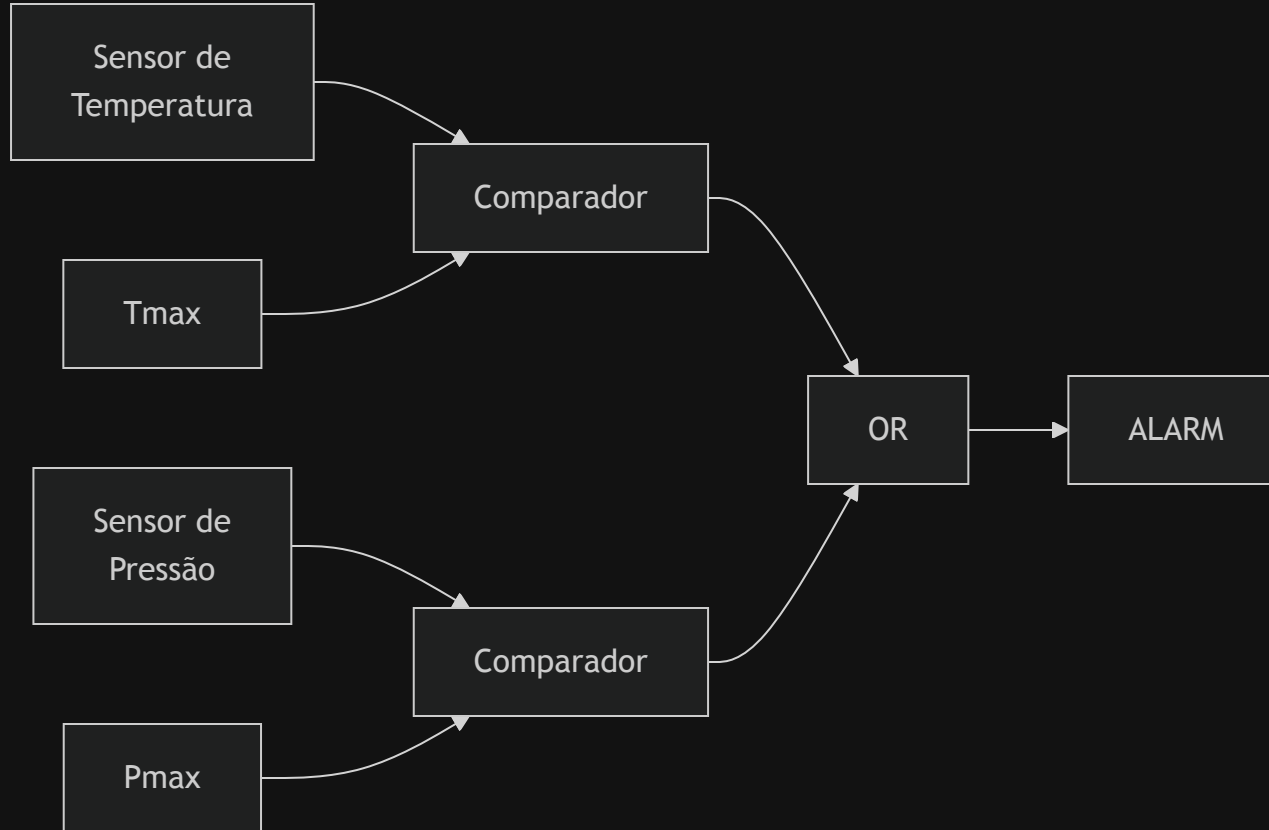
X	Y	Z	\overline{Z}	$Y \cdot \overline{Z}$	W
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Exemplo de Aplicação

Exemplo de Aplicação

Em um processo químico é desejável que um alarme seja ativado sempre que a temperatura exceder um certo valor máximo ou sempre que a pressão estiver acima de um certo limite. Como o seria o diagrama de blocos de uma solução tecnológica para esse problema?

Diagrama



Perguntas

Exercícios

1

Para cada uma das expressões booleanas abaixo, escrever a tabela verdade para determinar o valor da variável de saída S .

1. $S = \overline{A} + B\overline{C}$

2. $S = AB + \overline{CD}$

3. $S = X + Y + \overline{ZW}$

2

Em um sistema de segurança residencial, uma sirene deve ser acionada sempre que a porta principal estiver aberta E o sensor de movimento interno for ativado após o horário programado (22h). No entanto, o morador pode desativar manualmente todo o sistema com uma chave, independentemente das outras condições.

- Como seria o diagrama de blocos de uma solução tecnológica para esse problema?
- Identifique também as variáveis de entrada e a saída.

Referências

- George Boole
- Brasil Escola

José Roberto Bezerra

jbroberto@ifce.edu.br

<https://gihtub.com/jbroberto76>


Powered by  Slidify

Imagem by <https://haikai.app/>