

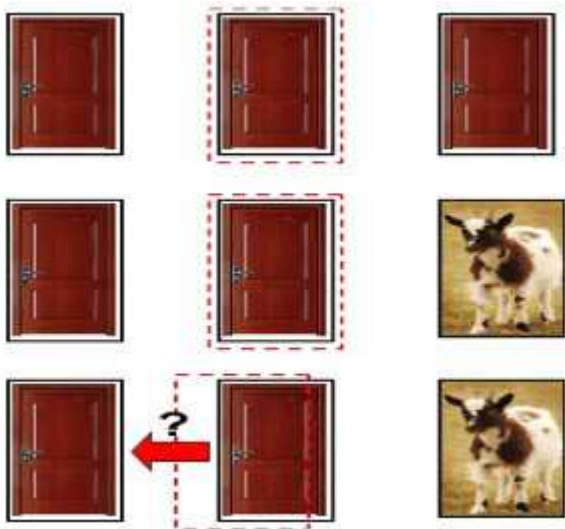
Le paradoxe de Monty Hall

Le problème de Monty Hall est un célèbre jeu de probabilités qui tire son nom d'une émission télévisée. On le qualifie de paradoxe, car la bonne stratégie à adopter nous semble souvent contre-intuitive. Des expériences montrent d'ailleurs que même en répétant plusieurs fois le jeu, l'être humain a vraiment du mal à comprendre le truc, alors que le pigeon, lui, s'en sort très bien. De là à conclure à la supériorité intellectuelle des volatiles, il n'y a qu'un pas !

Le principe du jeu

Le paradoxe de Monty Hall trouve son origine dans le jeu télévisé *Let's Make a Deal*, diffusé aux Etats-Unis à partir de 1963. L'animateur Monty Hall y proposait le choix suivant. Un candidat est présenté face à 3 portes : derrière une seule de ces portes se trouve un cadeau, alors que derrière chacune des deux autres portes se trouve un objet sans intérêt (typiquement : une chèvre).

- Le candidat choisit une de ces 3 portes, mais sans l'ouvrir;
- L'animateur (qui sait où se trouve le cadeau) ouvre une des 2 portes restantes, en prenant soin (si besoin) d'éviter la porte qui contient le cadeau (la porte ouverte par l'animateur révèle donc toujours une chèvre);
- Le candidat a alors le choix entre conserver sa porte initiale, ou changer pour prendre l'autre porte restante. Que doit faire le candidat ? Conserver ou changer ? Réfléchissez donc 5 minutes...



Une chance sur deux (ou trois)

En faisant un raisonnement rapide, on peut se dire qu'on a le choix entre deux portes, et qu'initialement chaque porte a autant de chance que l'autre de contenir le cadeau. Alors que l'on change ou que l'on conserve sa porte, on gagne avec une chance sur deux. En réalité ce raisonnement est trompeur, et le vrai résultat est que la probabilité de gagner si on change est de $\frac{2}{3}$ contre seulement $\frac{1}{3}$ si on conserve sa porte initiale : on a donc toujours intérêt à changer ! On peut passer des heures à essayer de se convaincre de ce résultat.

Voici l'argument le plus simple : si vous restez, vous gagnez si vous aviez au départ fait le bon choix (ce qui se produit dans un tiers des cas), si vous changez, vous gagnez si vous aviez fait au départ le mauvais choix (ce qui se produit 2 fois sur 3). Donc changer vous fait gagner dans $\frac{2}{3}$ des cas. Pour les sceptiques, la méthode la plus définitive consiste à dénombrer tous les cas, voire à

faire une simulation numérique (on raconte que le mathématicien Erdős dû faire cette simulation pour se laisser convaincre du résultat). Pour les sceptiques n'aimant pas les méthodes de physicien, c'est un problème de probabilités conditionnelles (Probabilité de A sachant B et théorème de Bayes).

Un problème pour pigeons ?

Pour quelqu'un qui découvre le jeu, une manière de trouver la bonne tactique, c'est de jouer une centaine de parties. On peut penser que si vous êtes un peu observateur, vous allez finir par comprendre que changer est en moyenne plus intéressant que rester. D'ailleurs le pigeon lui fait ça très bien. C'est l'expérience qu'ont réalisé deux chercheurs en psychologie du Whitman College dans l'état de Washington. Ils ont soumis plusieurs volatiles à une version répétée du problème Monty Hall (où le cadeau c'est de la bouffe, car le pigeon est basique). Ils ont alors observé qu'après plusieurs centaines d'essais, le pigeon a parfaitement compris que la bonne stratégie c'est de changer. Au début de l'expérience ils changent de porte dans 36% des cas, alors qu'à la fin de l'expérience (qui dure plusieurs jours), ils changent dans 96% des cas !

Homme VS Pigeon

Là où ça devient inquiétant, c'est qu'en soumettant des humains à la même version répétée du problème, ils ont observé que l'homme ne semble pas très enclin à apprendre de ses erreurs : après 200 essais les humains ne changent que dans 66% des cas. Le pigeon bat l'homme sans problèmes ! Il faut croire que dans cette situation, l'homme est pollué par son propre (mauvais) raisonnement, et continue de penser que changer ou pas, ça ne fait pas de différence. En attendant, le pigeon, lui, se gave...