

**Uniwersytet Warszawski**  
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

**Jakub Bujak**

Nr albumu: 370737

# **Logika separacji dla języka programowania Jafun**

**Praca magisterska  
na kierunku INFORMATYKA**

Praca wykonana pod kierunkiem  
**dr hab. Aleksego Schuberta, prof. UW**

Wrzesień 2020

## **Oświadczenie kierującego pracą**

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data

Podpis kierującego pracą

## **Oświadczenie autora (autorów) pracy**

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data

Podpis autora pracy

## **Streszczenie**

W pracy zdefiniowano logikę separacji dla języka Jafun, przedstawiono jej formalizację w systemie Coq i udowodniono jej poprawność względem semantyki języka. Logika separacji pozwala na podział sterty na rozłączne fragmenty. Upraszcza to wnioskowanie o programach, pozwalając na dowodzenie własności podwyrażeń na prostszych fragmentach sterty.

## **Słowa kluczowe**

Logika separacji, Jafun, weryfikacja

## **Dziedzina pracy (kody wg programu Socrates-Erasmus)**

11.3 Informatyka

## **Klasyfikacja tematyczna**



# Spis treści

Wprowadzenie . . . . .	5
1. Podstawowe pojęcia i definicje . . . . .	7
2. Jafun . . . . .	9
2.1. Składnia i semantyka . . . . .	9
2.2. Ewaluacja . . . . .	9
3. Składnia i semantyka . . . . .	11
4. Reguły wnioskowania . . . . .	13
5. Własności ewaluacji . . . . .	15
6. Poprawność . . . . .	17
7. Formalizacja w systemie Coq . . . . .	19
8. Podsumowanie . . . . .	21
Bibliografia . . . . .	23



# Wprowadzenie





## Rozdział 1

# Podstawowe pojęcia i definicje



# Rozdział 2

## Jafun

Jafun to zorientowany obiektowo język programowania podobny do Javy. Jego szczegółowy opis znajduje się w pracy [1]. Poniżej przedstawiam te aspekty języka, które są istotne dla prezentowanej logiki.

### 2.1. Składnia i semantyka

### 2.2. Ewaluacja

Ewaluacją konfiguracji  $(h, st)$  będziemy nazywać dowolny ciąg par  $(h_1, st_1), \dots, (h_n, st_n)$ , taki że  $h_1 = h$ ,  $st_1 = st$  oraz  $(h_i, st_i) \rightarrow (h_{i+1}, st_{i+1})$  dla  $1 \leq i < n$ .

Ewaluacją wyrażenia  $e$  na stercie  $h$  będziemy nazywać taką ewaluację konfiguracji  $(h, \llbracket e \rrbracket_\phi)$ , że  $st_n = \llbracket l \rrbracket_A$  dla pewnych  $l, A$ . Jeśli taka ewaluacja istnieje, będziemy to oznaczać jako  $(h, e) \rightsquigarrow (h_n, A, l)$



## Rozdział 3

# Składnia i semantyka

Prezentowana logika separacji dla języka Jafun jest logiką z kwantyfikatorami egzystencjalnymi pierwszego rzędu, trójkami Hoare’a, operatorem  $\hookrightarrow$ , pozwalającym na opisywanie wartości sterty i operatorami separacji  $*$  i  $\multimap$ .

Iris, na którym wzorowana jest niniejsza logika, jest afiniczną logiką separacyjną, to znaczy własność spełniania termu przez stertę jest domknięta ze względu na rozszerzanie sterty. W celu zachowania zarówno afiniczności, jak i poprawności względem semantyki języka, prezentowana logika nie zawiera kwantyfikatora ogólnego, a kwantyfikator egzystencjalny jest ograniczony do termów najwyższego poziomu (Rysunek 3.1).

Używane będzie także oznaczenie  $v_1 \neq v_2$  jako skrót dla  $v_1 = v_2 \Rightarrow \text{False}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &::= \exists x : C. \mathbf{P} \mid \mathbf{P} \wedge \mathbf{P} \mid \mathbf{P} \vee \mathbf{P} \mid P \\ P &::= \text{True} \mid \text{False} \mid P \wedge P \mid P \vee P \mid P \Rightarrow P \mid v = v \mid \\ &\quad v \hookrightarrow x = v \mid \{P\}e\{x.P\}_A \mid P * P \mid P \multimap P \\ v &::= x \mid \text{null} \mid \text{this} \\ A &::= C \mid \phi \\ x &::= \langle \text{identifier} \rangle \text{ (variable/field name)} \\ C &::= \langle \text{identifier} \rangle \text{ (class name)} \\ e &::= \langle \text{Jafun expression} \rangle \end{aligned}$$

Rysunek 3.1: Składnia logiki

Środowisko to funkcja częściowa przypisująca identyfikatorom lokacje na stercie lub `null`. Semantyka logiki (Rysunek 3.2) jest standardowa dla kwantyfikatora i operatorów logicznych. Dla uproszczenia zapisu notacja  $\llbracket \cdot \rrbracket$  została użyta do opisu semantyki obu poziomów termów ( $\mathbf{P}$  i  $P$ ). To, do którego poziomu się odnosi, wynika z kontekstu.

Sterta spełnia trójkę Hoare’a  $\{P\}e\{x.Q\}_A$ , jeśli dla każdej sterty spełniającej  $P$ , wyrażenie  $e$  zostanie obliczone bez błędu, zwróci wyjątek typu  $A$  (czyli być może żaden), a wynikowa sterta będzie spełniała  $Q$ , w którym za  $x$  podstawiony zostanie wynik obliczenia.

Sterta spełnia term  $P * Q$ , jeśli można ją podzielić na dwa rozłączne fragmenty, z których jeden spełnia  $P$ , a drugi  $Q$ . Operator  $\multimap$  to pewnego rodzaju odwrotność operatora  $*$  – sterta spełnia  $P \multimap Q$ , jeśli po połączeniu jej z dowolną rozłączną stertą spełniającą  $P$ , otrzymana sterta spełnia  $Q$ .

$$\begin{aligned}
\llbracket \mathbf{True} \rrbracket &\triangleq \top \\
\llbracket \mathbf{False} \rrbracket &\triangleq \perp \\
\llbracket \exists x : C.P \rrbracket_{h,env} &\triangleq \exists l : Loc . class(h, l) = C \wedge \llbracket P \rrbracket_{h,env[x \mapsto l]} \\
\llbracket P \wedge Q \rrbracket_{h,env} &\triangleq \llbracket P \rrbracket_{h,env} \wedge \llbracket Q \rrbracket_{h,env} \\
\llbracket P \vee Q \rrbracket_{h,env} &\triangleq \llbracket P \rrbracket_{h,env} \vee \llbracket Q \rrbracket_{h,env} \\
\llbracket P \Rightarrow Q \rrbracket_{h,env} &\triangleq \llbracket P \rrbracket_{h,env} \Rightarrow \llbracket Q \rrbracket_{h,env} \\
\llbracket x = y \rrbracket_{h,env} &\triangleq env(x) = env(y) \\
\llbracket x \hookrightarrow f = y \rrbracket_{h,env} &\triangleq h(env(x))(f) = env(y) \\
\llbracket \{P\}e\{x.Q\}_A \rrbracket_{h,env} &\triangleq \forall h : Heap . \llbracket P \rrbracket_{h,env} \Rightarrow \\
&\quad \exists h' : Heap, l : Loc . (h, e[/env]) \rightsquigarrow (h', A, l) \wedge \llbracket Q \rrbracket_{h',env[x \mapsto l]} \\
\llbracket P * Q \rrbracket_{h,env} &\triangleq \exists h_1, h_2 : Heap . h_1 \oplus h_2 = h \wedge \llbracket P \rrbracket_{h_1,env} \wedge \llbracket Q \rrbracket_{h_2,env} \\
\llbracket P \multimap Q \rrbracket_{h,env} &\triangleq \forall h' : Heap . \llbracket P \rrbracket_{h',env} \Rightarrow \llbracket Q \rrbracket_{h \oplus h',env}
\end{aligned}$$

Uwaga:  $e[/env]$  oznacza wyrażenie powstałe przez podstawienie  $env[x]$  w miejsce  $x$  dla każdej zmiennej wolnej  $x$  w  $e$ .

Rysunek 3.2: Semantyka logiki

## Rozdział 4

# Reguły wnioskowania

Osądy w prezentowanej logice są postaci  $\Gamma | P \vdash Q$ , gdzie  $\Gamma$  to środowisko typów, przypisujące zmiennym odpowiadające im typy (czyli nazwy klas), a  $P$  i  $Q$  to termy logiki. Intuicyjnie, osąd  $\Gamma | P \vdash Q$  oznacza że  $Q$  wynika z  $P$ , a więc że każda sarta spełniająca  $P$  spełnia też  $Q$ .

Dla poprawienia czytelności, jeśli  $\Gamma$  jest wspólne dla wszystkich osądów występujących w danej regule, to jest ono pomijane.

$$\begin{array}{c}
 \text{ASM} \frac{}{P \vdash P} \quad \text{TRANS} \frac{P \vdash Q \quad Q \vdash R}{P \vdash R} \quad \text{EQ-REFL} \frac{}{P \vdash v = v} \quad \text{EQ-SYM} \frac{P \vdash v = w}{P \vdash w = v} \\
 \\
 \perp\text{E} \frac{P \vdash \text{False}}{P \vdash Q} \quad \top\text{I} \frac{}{P \vdash \text{True}} \quad \wedge\text{I} \frac{R \vdash P \quad R \vdash Q}{R \vdash P \wedge Q} \quad \wedge\text{EL} \frac{R \vdash P \wedge Q}{R \vdash P} \\
 \\
 \wedge\text{ER} \frac{R \vdash P \wedge Q}{R \vdash Q} \quad \vee\text{IL} \frac{R \vdash P}{R \vdash P \vee Q} \quad \vee\text{IR} \frac{R \vdash Q}{R \vdash P \vee Q} \\
 \\
 \vee\text{E} \frac{S \vdash P \vee Q \quad P \vdash R \quad Q \vdash R}{S \vdash R} \quad \Rightarrow\text{I} \frac{R \wedge P \vdash Q}{R \vdash P \Rightarrow Q} \quad \Rightarrow\text{E} \frac{R \vdash P \Rightarrow Q \quad R \vdash P}{R \vdash Q} \\
 \\
 \exists\text{I} \frac{\Gamma, x : C | Q \vdash P[t/x]}{Q \vdash \exists x : C.P} \quad \exists\text{E} \frac{\Gamma | R \vdash \exists x : C.P \quad \Gamma, x : C | R \wedge P \vdash Q}{\Gamma | R \vdash Q}
 \end{array}$$

Rysunek 4.1: Reguły wnioskowania dla tradycyjnych operatorów logicznych

$$\begin{array}{c}
 \text{WEAK} \frac{}{P * Q \vdash P} \quad \text{SEP-ASSOC} \frac{}{P * (Q * R) \dashv\vdash (P * Q) * R} \quad \text{SEP-SYM} \frac{}{P * Q \vdash Q * P} \\
 \\
 *\text{I} \frac{P_1 \vdash Q_1 \quad P_2 \vdash Q_2}{P_1 * Q_1 \vdash P_2 * Q_2} \quad *\text{I} \frac{R * P \vdash Q}{R \vdash P * Q} \quad *\text{E} \frac{R_1 \vdash P * Q \quad R_2 \vdash P}{R_1 * R_2 \vdash Q}
 \end{array}$$

Rysunek 4.2: Reguły wnioskowania dla operatorów separacyjnych

### Reguły strukturalne dla trójek Hoare'a

$$\begin{array}{c}
\text{HT-FRAME} \frac{S \vdash \{P\}e\{v.Q\}_A \quad S \text{ jest trwały}}{S \vdash \{P * R\}e\{v.Q * R\}_A} \quad \text{HT-RET} \frac{}{S \vdash \{\mathbf{True}\}w\{v.v = w\}_\phi} \\
\\
\text{HT-CSQ} \frac{\Gamma | S \vdash P \Rightarrow P' \quad \Gamma | S \vdash \{P'\}e\{v.Q'\}_A \quad \Gamma, v : C | S \vdash Q' \Rightarrow Q \quad S \text{ jest trwały}}{S \vdash \{P\}e\{v.Q\}_A} \\
\\
\text{HT-DISJ} \frac{S \vdash \{P\}e\{v.Q\}_A \quad S \vdash \{Q\}e\{v.Q\}_A}{S \vdash \{P \vee Q\}e\{v.Q\}_A} \\
\\
\text{HT-PERS} \frac{S \wedge R \vdash \{Q\}e\{v.Q\}_A}{S \vdash \{Q \wedge R\}e\{v.Q\}_A} \text{ jeśli } R \text{ trwały}
\end{array}$$

### Reguły dla trójek Hoare'a opisujących konstrukcje języka

$$\begin{array}{c}
\text{HT-NEW-NULL} \frac{}{S \vdash \{\mathbf{True}\}\mathbf{new} \ C(\bar{v})\{w.w \neq \mathbf{null}\}_\phi} \\
\\
\text{HT-NEW-FIELD} \frac{\text{flds}(C) = f_1, \dots, f_n}{S \vdash \{\mathbf{True}\}\mathbf{new} \ C(v_1, \dots, v_n)\{w.w \hookrightarrow f_i = v_i\}_\phi} \\
\\
\text{HT-LET} \frac{\Gamma | S \vdash \{P\}E_1\{x.Q\}_\phi \quad \Gamma, x : C | S \vdash \{Q\}E_2\{w.R\}_A \text{ jeśli } S \text{ trwały}}{\Gamma | S \vdash \{P\}\mathbf{let} \ C \ x = E_1 \ \mathbf{in} \ E_2\{w.R\}_A} \\
\\
\text{HT-LET-EX} \frac{S \vdash \{P\}E_1\{w.Q\}_A \quad A \neq \phi}{\Gamma | S \vdash \{P\}\mathbf{let} \ C \ x = E_1 \ \mathbf{in} \ E_2\{w.Q\}_A} \\
\\
\text{HT-FIELD-SET} \frac{}{S \vdash \{x \neq \mathbf{null}\}x.f = v\{ \_ .x \hookrightarrow f = v \}_\phi} \\
\\
\text{HT-NULL-SET} \frac{}{S \vdash \{x = \mathbf{null}\}x.f = v\{w.w = \mathbf{npe}\}_{\mathbf{NPE}}} \\
\\
\text{HT-FIELD-GET} \frac{}{S \vdash \{x \hookrightarrow f = v\}x.f\{w.w = v\}_\phi} \\
\\
\text{HT-NULL-GET} \frac{}{S \vdash \{x = \mathbf{null}\}x.f\{w.w = \mathbf{npe}\}_{\mathbf{NPE}}}
\end{array}$$

Rysunek 4.3: Reguły wnioskowania dla trójek Hoare'a



$$\begin{array}{c}
\text{HT-IF} \frac{S \vdash \{P \wedge v_1 = v_2\} E_1 \{w.Q\}_A \quad S \vdash \{P \wedge v_1 \neq v_2\} E_2 \{w.Q\}_A}{S \vdash \{P\} \mathbf{if} \ v_1 = v_2 \ \mathbf{then} \ E_1 \ \mathbf{else} \ E_2 \{w.Q\}_A} \\
\\
\text{HT-INVOKE} \frac{\Gamma \vdash x : C \quad \{P'\} \cdot \{w.Q'\}_A \in \mathbf{invariants}(C, m) \quad S \wedge \{P'\} x.m(\bar{v}) \{w.Q'\}_A \vdash \{P\} x.m(\bar{v}) \{w.Q\}_A}{S \vdash \{P\} x.m(\bar{v}) \{w.Q\}_A} \\
\\
\text{HT-NUL-VOKE} \frac{}{S \vdash \{x = \mathbf{null}\} x.m(\bar{v}) \{w.w = \mathbf{npe}\}_{\mathbf{NPE}}} \\
\\
\text{HT-THROW} \frac{\Gamma \vdash x : C}{S \vdash \{x \neq \mathbf{null}\} \mathbf{throw} \ x \{w.w = x\}_C} \\
\\
\text{HT-NUL-THROW} \frac{}{S \vdash \{x = \mathbf{null}\} \mathbf{throw} \ x \{w.w = \mathbf{npe}\}_{\mathbf{NPE}}} \\
\\
\text{HT-CATCH-NORMAL} \frac{S \vdash \{P\} E_1 \{w.Q\}_\phi}{S \vdash \{P\} \mathbf{try} \ E_1 \ \mathbf{catch} \ (C \ x) \ E_2 \{w.Q\}_\phi} \\
\\
\text{HT-CATCH-EX} \frac{\Gamma | S \vdash \{P\} E_1 \{x.Q\}'_C \quad \Gamma, x : C' | S \vdash \{Q\} E_2 \{w.R\}_A \quad C' \leq C}{\Gamma | S \vdash \{P\} \mathbf{try} \ E_1 \ \mathbf{catch} \ (C \ x) \ E_2 \{w.R\}_A} \text{jeśli } S \text{ trwały} \\
\\
\text{HT-CATCH-PASS} \frac{S \vdash \{P\} E_1 \{w.Q\}'_C \quad C' \not\leq C}{S \vdash \{P\} \mathbf{try} \ E_1 \ \mathbf{catch} \ (C \ x) \ E_2 \{w.Q\}'_C}
\end{array}$$

Rysunek 4.4: Reguły wnioskowania dla trójek Hoare'a - c.d.



## Rozdział 5

# Własności ewaluacji



## Rozdział 6

# Poprawność



## Rozdział 7

# Formalizacja w systemie Coq





## Rozdział 8

# Podsumowanie



# Bibliografia

- [1] J. Chrzęszcz and A. Schubert. Function definitions for compound values in object- oriented languages. In *Proc. of the 19th International Symposium on Principles and Practice of Declarative Programming*, PPDP '17, pp. 61–72. ACM, 2017.
- [2] J. Chrzęszcz and A.Schubert. Formalisation of a frame stack semantics for a Java-like language. 2018