

Vzorový zápočtový test: výroková logika

Časový limit: 45 minut. Celkem bodů: 100.

1. Mějme tři bratry, přičemž o každém víme, že buď vždy říká pravdu anebo vždy lže.

- (i) Nejstarší říká: “*Oba mí bratři jsou lháři.*”
- (ii) Prostřední říká: “*Nejmladší je lhář.*”
- (iii) Nejmladší říká: “*Nejstarší je lhář.*”

Nechť prvovýroky p_1, p_2, p_3 reprezentují (po řadě), že “*nejstarší / prostřední / nejmladší bratr je pravdomluvný*” a označme $\mathbb{P} = \{p_1, p_2, p_3\}$.

- (a) Napište výroky (ve tvaru ekvivalence) $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ nad \mathbb{P} reprezentující znalosti vyplývající (po řadě) z (i), (ii), (iii). (15b)
 - (b) Napište teorii S v množinové reprezentaci vzniklou převodem $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, p_3$ či jejich negací na CNF, která je nespílitelná, právě když z tvrzení (i), (ii), (iii) plyne, že “*nejmladší je pravdomluvný*”. (15b)
 - (c) Rezolucí ukažte, že S je nespílitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. (20b)
2. Nechť $T = \{(\neg p \wedge q) \rightarrow r, (q \rightarrow r) \leftrightarrow p\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$.
- (a) Tablo metodou určete všechny modely teorie T . (20b)
 - (b) Je T extenzí teorie $S = \{q \rightarrow p\}$ nad $\{p, q\}$? Je T konzervativní extenzí S ? Uveďte zdůvodnění. (15b)
 - (c) Určete, kolik je navzájem neekvivalentních výroků nad \mathbb{P} , které jsou nezávislé v S i v T . Uveďte zdůvodnění. (15b)