

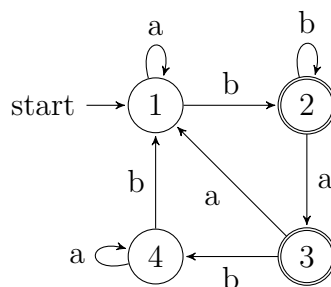
NTIN071 A&G: CVIČENÍ 7 – FORMÁLNÍ GRAMATIKY, REGULÁRNÍ A  
BEZKONTEXTOVÉ GRAMATIKY, BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY

Vyřešte nejprve 1a-d, 2, 3, 4ab (zbytek je na procvičení, bonusová sekce o dvousměrných automatech v testu nebude).

**Příklad 1** (Konstrukce gramatik). Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky (nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$ , není-li řečeno jinak).

- |  |  |
|--|--|
| (a) $L = \Sigma^*$                         | (d) $L = \{a^{2i}b^j \mid i \leq j\}$                  |
| (b) $L = \{w \mid  w _b \text{ je sudý}\}$ | (e) $L = \{w \mid  w _a = 2 w _b\}$                    |
| (c) $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$     | (f) $L = \{a^ib^jc^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$ |

**Příklad 2** (Z konečného automatu na gramatiku). Pro následující konečný automat nalzněte ekvivalentní gramatiku. V jaké třídě Chomského hierarchie se budete pohybovat?



**Příklad 3** (Z regulární gramatiky na konečný automat). Pro následující pravou lineární gramatiku sestrojte ekvivalentní konečný automat:  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S)$ , kde  $\mathcal{P}$  sestává z následujících pravidel:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow abS \mid babA \mid \epsilon \\
 A &\rightarrow abA \mid aB \mid bC \\
 B &\rightarrow abS \mid B \mid bC \mid \epsilon \\
 C &\rightarrow aab \mid A \mid aA \mid \epsilon
 \end{aligned}$$

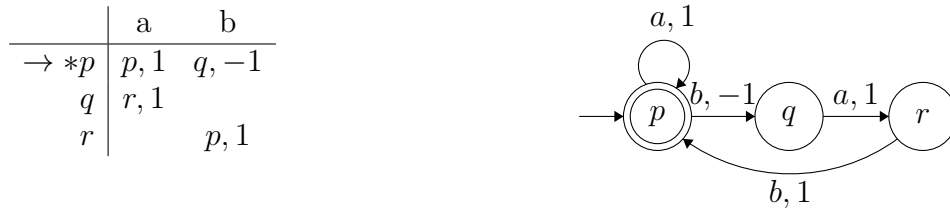
**Příklad 4** (Testování vlastností bezkontextových jazyků). Vymyslete (co nejefektivnější) algoritmus, který rozhodne, zda daná bezkontextová gramatika splňuje danou vlastnost:

- (a)  $L(G) \neq \emptyset$
- (b)  $\epsilon \in L(G)$
- (c)  $L(G)$  je konečný jazyk

**Příklad 5** (Malé gramatiky generující velké (konečné) jazyky). Najděte posloupnost bezkontextových gramatik  $G_1, G_2, G_3, \dots$  (nad danou abecedou  $\Sigma$ ) takových, že  $G_n$  generuje právě všechna slova délky  $\leq 2^n$  (a žádná jiná), a přitom velikost  $G_n$  (pro jednoduchost počet symbolů v tělech produkčních pravidel) je v  $O(n)$ .

### BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY

**Příklad 6** (Dvousměrný automat, převod na jednosměrný). Mějme následující dvousměrný automat.



- Určete jakýk přijímaný tímto automatem.
- Určete funkce  $f_u$  a kongruenci  $\sim$  pro všechna slova délky nejvýše 4.
- Převeďte ho na ekvivalentní jednosměrný konečný automat.

**Příklad 7** (Bez dvousměrných automatů to jde těžko). Pro daný DFA  $A$  navrhňte nedeterministický konečný automat přijímající jazyk  $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L(A)\}$ . Přitom nevyužívejte znalosti dvousměrných automatů.

**Příklad 8** (Konstrukce dvousměrného automatu). Nechť  $L$  je regulární jazyk nad abecedou  $\Sigma$  rozpoznávaný konečným automatem  $A$  a  $\# \notin \Sigma$ . Sestrojte dvousměrný konečný automat rozpoznávající daný jazyk:

- $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L\}$
- $L' = \{\#w\# \mid (\exists u \in \Sigma^*) wu \in L \ \& \ |w| = |u|\}$