

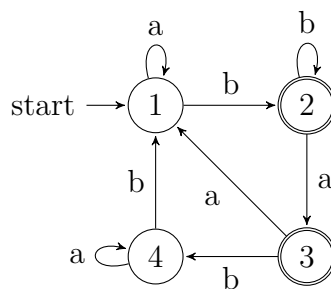
NTIN071 A&G: CVIČENÍ 7 – FORMÁLNÍ GRAMATIKY, REGULÁRNÍ A
BEZKONTEXTOVÉ GRAMATIKY, BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY

Vyřešte nejprve 1a-d, 2, 3, 4ab (zbytek je na procvičení, bonusová sekce o dvousměrných automatech v testu nebude).

Příklad 1 (Konstrukce gramatik). Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky (nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, není-li řečeno jinak).

- | | |
|--|--|
| (a) $L = \Sigma^*$ | (d) $L = \{a^{2i}b^j \mid i \leq j\}$ |
| (b) $L = \{w \mid w _b \text{ je sudý}\}$ | (e) $L = \{w \mid w _a = 2 w _b\}$ |
| (c) $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$ | (f) $L = \{a^ib^jc^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$ |

Příklad 2 (Z konečného automatu na gramatiku). Pro následující konečný automat nalzněte ekvivalentní gramatiku. V jaké třídě Chomského hierarchie se budete pohybovat?



Příklad 3 (Z regulární gramatiky na konečný automat). Pro následující pravou lineární gramatiku sestrojte ekvivalentní konečný automat: $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S)$, kde \mathcal{P} sestává z následujících pravidel:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow abS \mid babA \mid \lambda \\
 A &\rightarrow abA \mid aB \mid bC \\
 B &\rightarrow abS \mid B \mid bC \mid \lambda \\
 C &\rightarrow aab \mid A \mid aA \mid \lambda
 \end{aligned}$$

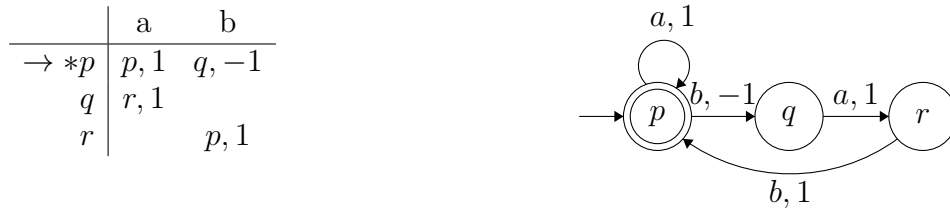
Příklad 4 (Testování vlastností bezkontextových jazyků). Vymyslete (co nejefektivnější) algoritmus, který rozhodne, zda daná bezkontextová gramatika splňuje danou vlastnost:

- (a) $L(G) \neq \emptyset$
- (b) $\lambda \in L(G)$
- (c) $L(G)$ je konečný jazyk

Příklad 5 (Malé gramatiky generující velké (konečné) jazyky). Najděte posloupnost bezkontextových gramatik G_1, G_2, G_3, \dots (nad danou abecedou Σ) takových, že G_n generuje právě všechna slova délky $\leq 2^n$ (a žádná jiná), a přitom velikost G_n (pro jednoduchost počet symbolů v tělech produkčních pravidel) je v $O(n)$.

BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY

Příklad 6 (Dvousměrný automat, převod na jednosměrný). Mějme následující dvousměrný automat.



- Určete jakýk přijímaný tímto automatem.
- Určete funkce f_u a kongruenci \sim pro všechna slova délky nejvýše 4.
- Převeďte ho na ekvivalentní jednosměrný konečný automat.

Příklad 7 (Bez dvousměrných automatů to jde těžko). Pro daný DFA A navrhňte nedeterministický konečný automat přijímající jazyk $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L(A)\}$. Přitom nevyužívejte znalosti dvousměrných automatů.

Příklad 8 (Konstrukce dvousměrného automatu). Nechť L je regulární jazyk nad abecedou Σ rozpoznávaný konečným automatem A a $\# \notin \Sigma$. Sestrojte dvousměrný konečný automat rozpoznávající daný jazyk:

- $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L\}$
- $L' = \{\#w\# \mid (\exists u \in \Sigma^*) wu \in L \ \& \ |w| = |u|\}$