

# NTIN071 A&G: Cvičení 10 – Zásobníkové automaty

Vyřešte nejprve 1a-h, 2ab, 3a (zbytek je na procvičení).

**Příklad 1** (Konstrukce PDA). Navrhněte zásobníkové automaty pro následující jazyky. (Mohou přijímat koncovým stavem i prázdným zásobníkem, u některých sestrojte obojí.)

- (a)  $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^*, |w|_1 \geq 3\}$
- (b)  $L = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
- (c)  $L = \{w \in \{(\,,\,)\}^* \mid w \text{ je korektní uzávorkování}\}$
- (d)  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$
- (e)  $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$
- (f)  $L = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\}$
- (g)  $L = \{a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0\}$
- (h)  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$
- (i)  $L = \{u2v \mid u, v \in \{0, 1\}^* \text{ a } |u| \neq |v|\}$
- (j)  $L = \{w \in \{(\,,\,), [\,,\,]\}^* \mid w \text{ je korektní uzávorkování}\}$

**Příklad 2** (Koncový stav vs. prázdný zásobník). Vybrané zásobníkové automaty sestrojené v předchozím příkladu převedte z přijímání koncovým stavem na přijímání prázdným zásobníkem, a naopak. (Vyzkoušejte si obě konstrukce.)

**Příklad 3** (Z gramatiky na PDA). Pro danou gramatiku  $G$  sestrojte zásobníkové automaty  $Z_1, Z_2$  že  $L(Z_1) = L(G)$  a  $N(Z_2) = L(G)$ .

- (a)  $G = (\{S, T, X\}, \{a, b\}, P, S)$

$$P = \{S \rightarrow aTXb, \\ T \rightarrow XTS \mid \epsilon, \\ X \rightarrow a \mid b\}$$

- (b)  $G = (\{S, T, X\}, \{(\,,\,), *, +, \cdot, 1\}, P, S)$

$$P = \{S \rightarrow S + T \mid T, \\ T \rightarrow T * X \mid X, \\ X \rightarrow 1 \mid (S)\}$$

Pro nějaké rozumně dlouhé slovo  $w \in L(G)$  najděte levou derivaci a simulujte výpočet automatu  $Z_2$ .

**Příklad 4** (Z PDA na gramatiku). Vybrané (malé) zásobníkové automaty sestrojené na předchozím cvičení převedte na bezkontextové gramatiky. Pro nějaké rozumně dlouhé slovo  $w$  přijímané daným automatem najděte levou derivaci tohoto slova v zkonstruované gramatice.

#### BONUS: KONTEXTOVÉ GRAMATIKY

**Příklad 5** (Kontextová gramatika). Uvažme  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P)$ , kde:

$$P = \{S \rightarrow aSBC \mid aBC, B \rightarrow BBC, C \rightarrow CC, CB \rightarrow BC, \\ aB \rightarrow ab, bB \rightarrow bb, bC \rightarrow bc, cC \rightarrow cc\}$$

Jaký jazyk generuje? Je gramatika  $G$  kontextová? Pokud ne, najděte ekvivalentní kontextovou gramatiku.