

# NTIN071 A&G: CVIČENÍ 5 – REGULÁRNÍ VÝRAZY (BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY)

**Cíle výuky:** Po absolvování student umí

- definovat regulární výrazy a odpovídající jazyky
- sestavit regulární výraz pro regulární jazyk daný v množinovém zápisu
- převést regulární výraz na konečný automat
- převést konečný automat na regulární výraz

## PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

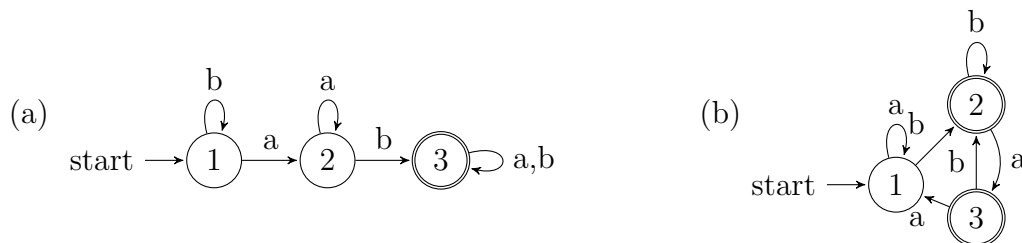
**Příklad 1** (Konstrukce regulárních výrazů). Najděte regulární výrazy reprezentující jazyky nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  sestávající ze slov, která:

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| (a) začínají ‘abba’,            | (d) neobsahují ‘aa’ jako podslovo,           |
| (b) začínají ‘ab’ a končí ‘ba’, | (e) obsahují sudý počet výskytů písmene ‘a’, |
| (c) obsahují ‘abba’ nebo ‘bab’, | (f) začínají a končí stejným písmenem.       |

**Příklad 2** (Převod regulárního výrazu na automat). Zkonstruujte NFA rozpoznávající jazyky popsané následujícími regulárními výrazy:

- |                      |               |                  |
|----------------------|---------------|------------------|
| (a) $a^2 + b^2 + ab$ | (b) $a + b^*$ | (c) $(ab + c)^*$ |
|----------------------|---------------|------------------|

**Příklad 3** (Převod automatu na regulární výraz). Sestrojte regulární výrazy pro jazyky rozpoznávané následujícími automaty.



**Příklad 4** (Doplněk regulárního výrazu). Mějme následující regulární výraz nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  a buď  $L = L(R)$ :

$$R = ((a + b)(a + b))^* ab$$

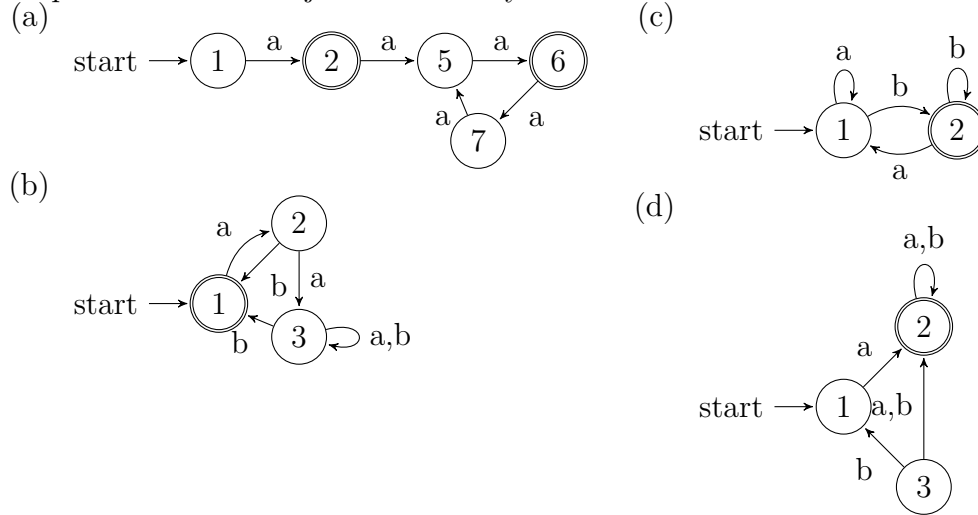
- (a) Sestrojte (co nejmenší) *nedeterministický* konečný automat  $A$  rozpoznávající  $L$ .
- (b) Podmnožinovou konstrukcí převedte  $A$  na *deterministický* konečný automat  $B$ .
- (c) Z automatu  $B$  sestrojte DFA  $C$  rozpoznávající *doplněk* jazyka  $L$ .

## K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

**Příklad 5** (Převod regulárního výrazu na automat). Zkonstruuje NFA rozpoznávající jazyky popsané následujícími regulárními výrazy:

- (a)  $ab + ba$  (c)  $((ab + c)^*a(bc)^* + b)^*$   
 (b)  $((ab + c) + a(bc)^* + b)^*$  (d)  $(01^* + 101)^*0^*1$

**Příklad 6** (Převod automatu na regulární výraz). Sestrojte regulární výrazy pro jazyky rozpoznávané následujícími automaty.



**Příklad 7** (Testování ekvivalence regulárních výrazů). Popište algoritmus na testování ekvivalence regulárních výrazů. Aplikujte ho na  $(a + b)(a + b)^*$ ,  $a(a + b)^* + b(a + b)^*$ .

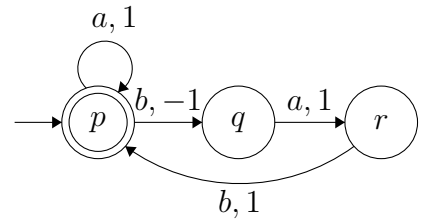
**Příklad 8** (Jsou regulární výrazy regulární?). Mějme konečnou abecedu  $\Sigma$ . Je jazyk sestávající ze všech regulárních výrazů nad abecedou  $\Sigma$  regulárním jazykem?

## BONUS: DVOUSMĚRNÉ AUTOMATY

**Příklad 9** (Převod dvousměrného automatu). Uvažte následující dvousměrný DFA.

- (a) Určete jazyk rozpoznávaný tímto automatem.  
 (b) Určete funkce  $f_w$ , kongruenci  $\sim$  pro  $|w| \leq 4$ .  
 (c) Převeďte ho na ekvivalentní jednosměrný konečný automat.

	a	b
$\rightarrow *p$	$p, 1$	$q, -1$
$q$	$r, 1$	
$r$		$p, 1$



**Příklad 10** (Bez dvousměrných automatů to jde těžko). Pro daný DFA  $A$  navrhnete NFA rozpoznávající jazyk  $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L(A)\}$ . (Bez použití dvousměrných automatů.)

**Příklad 11** (Konstrukce dvousměrného automatu). Buď  $L$  regulární jazyk nad  $\Sigma$  a  $\# \notin \Sigma$ . Sestrojte dvousměrný konečný automat rozpoznávající daný jazyk:

- (a)  $L' = \{\#w\# \mid ww^R \in L\}$  (b)  $L' = \{\#w\# \mid (\exists u \in \Sigma^*) wu \in L \ \& \ |w| = |u|\}$