

NTIN071 A&G: CVIČENÍ 3 – EKVIVALENTNÍ A MINIMÁLNÍ REPREZENTACE,  
TESTOVÁNÍ VLASTNOSTÍ, NEDETERMINISMUS, PODMNOŽINOVÁ KONSTRUKCE

**Cíle výuky:** Po absolvování student umí

- definovat dosažitelné stavy, ekvivalenci stavů, redukovaný automat, homomorfismus automatů, NFA,  $\epsilon$ -NFA
- aplikovat algoritmy pro dosažitelné stavy a ekvivalenci stavů k redukci DFA
- navrhovat efektivní algoritmy pro testování základních vlastností automatů
- aplikovat konstrukci podmnožin k převodu NFA nebo  $\epsilon$ -NFA na DFA

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

**Příklad 1** (Ekvivalentní a minimální reprezentace). Pro následující automaty:

- (a) Najděte a odstraňte nedosažitelné stavy.  
 (b) Určete relaci ekvivalence (nerozlišitelnosti) stavů. (Navíc pro každou rozlišitelnou dvojici stavů najděte všechna nejkratší rozlišující slova.)  
 (c) Zkonstruuujte jejich redukty.

A	a	b
$\rightarrow * 0$	1	2
1	3	0
2	4	5
3	0	2
4	2	5
5	0	3

B	a	b
$\rightarrow * 0$	0	5
1	1	3
2	2	7
3	3	2
* 4	6	1
5	5	1
* 6	4	2
7	7	0

**Příklad 2** (Testování vlastností). Mějme konečné automaty  $A, B$ . Navrhněte algoritmy, které rozhodnou, zda platí daná vlastnost. (Umíte odhadnout jejich časovou složitost?)

- (a)  $L(A) = \emptyset$ ,      (b)  $L(A) = L(B)$ ,      (c)  $L(A) \subseteq L(B)$ ,      (d)  $L(A)$  je konečný.

Aplikujte algoritmus na automaty  $A, B$  z předchozího problému.

**Příklad 3** (Podmnožinová konstrukce). Pro daný nedeterministický automat s  $\epsilon$ -přechody sestrojte ekvivalentní redukovaný DFA.

	a	b	$\epsilon$
$\rightarrow A$	$\{E\}$	$\{B\}$	$\emptyset$
$B$	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{D\}$
$\rightarrow C$	$\emptyset$	$\{D\}$	$\emptyset$
* $D$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$E$	$\{F\}$	$\emptyset$	$\{B, C\}$
$F$	$\{D\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

## K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

**Příklad 4** (Redukce DFA). Zredukujte následující DFA:

C	a	b
$\rightarrow 1$	2	3
2	2	4
* 3	3	5
4	2	7
* 5	6	3
* 6	6	6
7	7	4
8	2	3
9	9	4

**Příklad 5** (Podmnožinová konstrukce). Zkonstruuje ekvivalentní redukovaný DFA.

	a	b	$\epsilon$
*A	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\emptyset$
B	$\{B, D\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
*C	$\{E\}$	$\{D\}$	$\emptyset$
D	$\{A\}$	$\{C, D\}$	$\emptyset$
$\rightarrow *E$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{A, C\}$

**Příklad 6** (Homomorfismus automatů). Najděte DFA  $A, B$  takové, že:

- (a) Jsou oba redukované, a nejsou izomorfní.
- (b)  $A$  je homomorfní na  $B$ , ale nejsou izomorfní.
- (c) Jsou ekvivalentní, ale ne izomorfní.
- (d) Jsou oba homomorfní na, ale ne izomorfní s  $C$ , a zároveň  $A$  není homomorfní na  $B$  ani  $B$  na  $A$ .

$$C = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{((p, 0), q), ((p, 1), p), ((q, 0), p), ((q, 1), q)\}, p, \{q\})$$

**Příklad 7** (Regulární? Zredukuj). Uvažme jazyk  $L$  nad abecedou  $\{a, b\}$  sestávající ze všech slov, která neobsahují trojici po sobě jdoucích stejných písmen. Rozhodněte, zda je  $L$  regulární. Pokud ano, najděte regulární DFA, který ho rozpoznává.

**Příklad 8** (Podmnožinová konstrukce a redukt). Je výsledek podmnožinové konstrukce (kde generujeme jen dosažitelné stavy) nutně redukovaný automat? Dokažte, nebo vyvráťte.