NTIN071 A&G: Cvičení 6 – Formální gramatiky, regulární a bezkontextové gramatiky

Cíle výuky: Po absolvování student umí

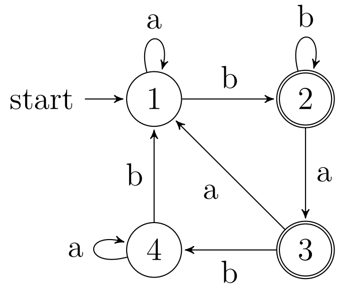
- vysvětlit formální definici gramatiky a jazyka, který generuje,
- uvést definice a příklady gramatik všech typů v Chomského hierarchii,
- popsat jazyk generovaný danou bezkontextovou gramatikou,
- sestrojit gramatiku pro jazyk zadaný v množinové notaci,
- převést konečný automat na pravou lineární gramatiku,
- převést pravou lineární gramatiku na konečný automat,
- navrhnout algoritmy pro testování základních vlastností bezkontextových gramatik.

Příklady na cvičení

Příklad 1 (Konstrukce gramatik)**.** Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky ($\Sigma = \{a, b\}$, není-li řečeno jinak):

(a) $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_b \text{ je sudý}\}$
(b) $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$
(c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$
(d) $L = \{a^i b^j \mid 0 \leq i \leq j \leq 2i\}$
(e) $L = \{uabbav \mid u, v \in \Sigma^* \text{ a } |u| = |v|\}$
(f) $L = \{w \in \Sigma^* \mid -1 \leq |w|_a - |w|_b \leq 1\}$

Příklad 2 (Z konečného automatu na gramatiku)**.** Pro následující konečný automat nalezněte ekvivalentní gramatiku. V jaké třídě Chomského hierarchie se budete pohybovat?



Příklad 3 (Z regulární gramatiky na konečný automat)**.** Převeďte následující pravou lineární gramatiku na konečný automat: $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S)$, kde $\mathcal{P}$ sestává z:

$$\begin{aligned} S &\to abS \mid babA \mid \epsilon \\ A &\to abA \mid aB \mid bC \\ B &\to abS \mid B \mid bC \mid \epsilon \\ C &\to aab \mid A \mid aA \mid \epsilon \end{aligned}$$

Příklad 4 (Testování vlastností bezkontextových jazyků)**.** Vymyslete (co nejefektivnější) algoritmus, který rozhodne, zda daná bezkontextová gramatika splňuje danou vlastnost:

(a) $L(G) \neq \emptyset$
(b) $\epsilon \in L(G)$
(c) $L(G)$ je konečný jazyk

K procvičení a k zamyšlení

Příklad 5 (Konstrukce gramatik)**.** Navrhněte gramatiky (co nejvyššího typu), které generují následující jazyky ($\Sigma = \{a, b\}$, není-li řečeno jinak):

(a) $L = \Sigma^*$
(b) $L = \{a^{2i}b^j \mid i \leq j\}$
(c) $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$
(d) $L = \{uabbav \mid u, v \in \Sigma^* \text{ a platí } |u| \neq |v|\}$
(e) $L = \{w\#s^R \mid w, s \in \Sigma^* \text{ a } s \text{ je podslovo slova } w\}$

Příklad 6 (Malé gramatiky generující velké (konečné) jazyky)**.** Najděte posloupnost bezkontextových gramatik $G_1, G_2, G_3, \ldots$ (nad danou abecedou Σ) takových, že G_n generuje právě všechna slova délky $\leq 2^n$ (a žádná jiná), a přitom velikost G_n (pro jednoduchost počet symbolů v tělech produkčních pravidel) je v $O(n)$.