

NTIN071 A&G: Domácí úkol

Za každý příklad lze získat maximálně 5 bodů, celkem 20 bodů. Řešení musí být zcela vaší vlastní prací. Svůj postup, zkonstruované objekty, a důkazy popište dostatečně podrobně a formálně.

Problem 1. Vyřešte následující vzorové zadání zápočtového testu.

- (a) Sestrojte bezkontextovou gramatiku generující jazyk $L = \{a^n b^k a^{3n} \mid n, k \geq 0\}$. Napište derivaci pro slovo $w = abb aaa$.
- (b) Převeďte gramatiku z předchozího příkladu do Chomského normální formy.
- (c) Dokažte, že jazyk $L = \{a^{n^5} \mid n \geq 0\}$ není regulární.
- (d) Sestrojte zásobníkový automat přijímající, prázdným zásobníkem, jazyk $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geq |w|_1 + 1\}$. Napište posloupnost konfigurací pro slovo $w = 10001$.
- (e) Dokažte, že jazyk $L = \{0^i 1^j 2^k 3^\ell \mid i = j = k \text{ nebo } \ell = 0\}$ není bezkontextový.
- (f) Sestrojte deterministický konečný automat, který přijímá právě ta slova nad abecedou $\{0, 1\}$, která končí posloupností 010.

Problem 2. Mějme dva regulární jazyky L, M nad abecedou $\{0, 1\}$. Předpokládejme, že máme DFA A, B takové, že $L = L(A)$ a $M = L(B)$. Definujme jazyk K takto:

$$K = \{uvw \mid uw \in L, v \in M\}$$

- (a) Sestrojte ϵ -NFA C rozpoznávající jazyk K . (Konstrukce musí být formálně popsána, ale nemusíte zdůvodňovat, proč C přijímá právě jazyk K .)

Ukažte vaši konstrukci také na konkrétním příkladě: Nechť $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ je dělitelná } 3\}$ a $M = \{0^{2n+1}11 \mid n \geq 0\}$.

- (b) Nakreslete stavové diagramy nějakých DFA A, B přijímajících L, M (resp.).
- (c) Nakreslete stavový diagram ϵ -NFA C vytvořeného vaší konstrukcí.
- (d) Napište posloupnost stavů, ve kterých se C ocitá v průběhu nějakého přijímajícího výpočtu slova $w = 001100$.

Problem 3. Uvažte následující jazyk nad abecedou $\{0, 1, \#\}$:

$$L = \{w\#s^R \mid w, s \in \{0, 1\}^* \text{ a slovo } s \text{ je podslovem slova } w\}$$

(Poznámka: s^R označuje slovo s napsané pozpátku; podslovo je souvislý podřetězec, vč. prázdného a celého slova.)

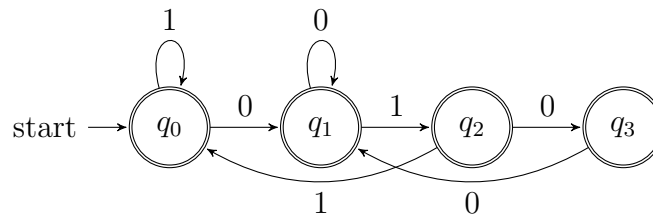
- Dokažte, že L není regulární.
- Sestrojte nějakou bezkontextovou gramatiku G generující jazyk L .
- Napište derivaci slova $1001\#00$.
- Převeďte gramatiku G z části (a) na zásobníkový automat přijímající prázdným zásobníkem.
- Napište posloupnost konfigurací pro slovo $1001\#00$.

Problem 4. Uvažme následující jazyky nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$:

- L_1 je jazyk generovaný bezkontextovou gramatikou $G = (\{S\}, \Sigma, \mathcal{P}, S)$ s množinou pravidel $\mathcal{P} = \{S \rightarrow SS \mid 0S1 \mid \epsilon\}$ (kde ϵ značí prázdné slovo),
- L_2 je jazyk rozpoznávaný deterministickým konečným automatem

$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma, \delta_A, q_0, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}),$$

jehož přechodová funkce δ_A je dána následujícím stavovým diagramem:



Sestrojte zásobníkový automat rozpoznávající průnik $L = L_1 \cap L_2$ jazyků L_1 a L_2 .