

Cíle výuky: Po absolvování student umí

- uvést formální definici PDA, přijímání prázdným zásobníkem i koncovým stavem
- zkonstruovat zásobníkový automat pro daný jazyk
- převádět mezi přijímáním prázdným zásobníkem a koncovým stavem
- převést bezkontextovou gramatiku na zásobníkový automat
- převést zásobníkový automat na bezkontextovou gramatiku

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

Příklad 1 (Konstrukce PDA). Navrhněte zásobníkový automat přijímající daný jazyk. U (a), (b), (c) přijímejte prázdným zásobníkem, u (d), (e), (f) přijímejte koncovým stavem.

- (a) $L = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$
 (b) $L = \{w \in \{(,)\}^* \mid w \text{ je korektní uzávorkování}\}$
 (c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ nebo } j = k\}$
 (d) $L = \{a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0\}$
 (e) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$
 (f) $L = \{u2v \mid u, v \in \{0,1\}^* \text{ a } |u| \neq |v|\}$

Příklad 2 (Koncový stav vs. prázdný zásobník). Vybrané zásobníkové automaty sestavené v předchozím příkladu převedte z přijímání koncovým stavem na přijímání prázdným zásobníkem, a naopak. (Vyzkoušejte si obě konstrukce.)

Příklad 3 (Převod CFG na PDA). Pro danou gramatiku G sestrojte PDA A takový, že $L(G) = N(A)$. Dále pro dané slovo $w \in L(G)$ najděte levou derivaci z G a proveďte simulaci výpočtu A (napište přijímající posloupnost konfigurací).

- (a) $G = (\{S, T, X\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S)$ s následujícími pravidly, $w = aaaabbb$

$$\begin{aligned}\mathcal{P} = \{ & S \rightarrow aTXb, \\ & T \rightarrow XTS \mid \epsilon, \\ & X \rightarrow a \mid b\}\end{aligned}$$

- (b) $G = (\{S, T, X\}, \{(,), *, +, 1\}, P, S)$ s následujícími pravidly, $w = 1 + 1 * (1 + 1)$

$$\begin{aligned}P = \{ & S \rightarrow S + T \mid T, \\ & T \rightarrow T * X \mid X, \\ & X \rightarrow 1 \mid (S)\}\end{aligned}$$

Příklad 4 (Převod PDA na CFG). Zásobníkové automaty z Příkladu 1 (a), (b) převedte na bezkontextové gramatiky. Pro nějaké rozumně dlouhé slovo w přijímané daným automatem najděte levou derivaci tohoto slova v zkonstruované gramatice.

K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

Příklad 5 (Bonus: Kontextová gramatika). Uvažme $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P)$, kde:

$$P = \{S \rightarrow aSBC \mid aBC, B \rightarrow BBC, C \rightarrow CC, CB \rightarrow BC, \\ aB \rightarrow ab, bB \rightarrow bb, bC \rightarrow bc, cC \rightarrow cc\}$$

Jaký jazyk generuje? Je gramatika G kontextová? Pokud ne, najděte ekvivalentní kontextovou gramatiku.

Příklad 6 (Konstrukce PDA). Navrhněte zásobníkové automaty pro následující jazyky. (Mohou přijímat koncovým stavem i prázdným zásobníkem, u některých sestrojte obojí, u některých si vyzkoušejte převod mezi těmito dvěma způsoby přijímání.)

- (a) $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^*, |w|_1 \geq 3\}$
- (b) $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$
- (c) $L = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\}$
- (d) $L = \{w \in \{(\cdot), \cdot, [,]\}^* \mid w \text{ je korektní uzávorkování}\}$