

NTIN071 A&G: CVIČENÍ 3 – MYHILL-NERODEOVA VĚTA, EKVIVALENTNÍ A
MINIMÁLNÍ REPREZENTACE, TESTOVÁNÍ VLASTNOSTÍ

Vyřešte nejprve 1, 2, 3a-f, 4abc pro $A\mathcal{E}B$, 5 (zbytek je na procvičení).

Příklad 1 (Ekvivalence na slovech). Uvedte příklad ekvivalence \sim na Σ^* , která:

- (a) je pravá a levá kongruence
- (b) je pravá, ale ne levá kongruence
- (c) je konečného indexu

Příklad 2 (Myhill–Nerodeova věta: formulace). Zformuluje Myhill–Nerodeovu větu a připomeňte si myšlenku důkazu (bez nahlížení do poznámek z přednášky).

Příklad 3 (Myhill–Nerodeova věta: aplikace). Pomocí Myhill–Nerodeovy věty dokažte nebo vyvráťte, že je jazyk regulární.

- (a) $L = \{aa, ab, ba\}$
- (b) $L = \{a^i b^j \mid i \leq j\}$
- (c) $L = \{a^i b^j \mid i \geq j\}$
- (d) $L_k = \{a^i b^j \mid i \leq j \leq k\}$ pro dané $k \in \mathbb{N}$
- (e) $L = \{a^{2^i} \mid i \geq 0\}$
- (f) $L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$
- (g) $L = \{a^i b^{i+j} a^j \mid i, j \geq 0\}$
- (h) $L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$

Příklad 4 (Ekvivalentní a minimální reprezentace). Pro následující automaty:

- (a) Najděte a odstraňte nedosažitelné stavy.
- (b) Určete relaci ekvivalence (nerozlišitelnosti) stavů. (Navíc pro každou rozlišitelnou dvojici stavů najděte všechna nejkratší rozlišující slova.)
- (c) Zkonstruuujte jejich redukty.
- (d) Jsou některé dva z automatů ekvivalentní? Použijte algoritmus z přednášky.

A	a	b
$\rightarrow * 0$	1	2
1	3	0
2	4	5
3	0	2
4	2	5
5	0	3

B	a	b
$\rightarrow * 0$	0	5
1	1	3
2	2	7
3	3	2
* 4	6	1
5	5	1
* 6	4	2
7	7	0

C	a	b
$\rightarrow 1$	2	3
2	2	4
* 3	3	5
4	2	7
* 5	6	3
* 6	6	6
7	7	4
8	2	3
9	9	4

Příklad 5 (Testování vlastností). Mějme konečné automaty A, B . Navrhněte algoritmy, které rozhodnou, zda platí následující vlastnosti. (Umíte odhadnout jejich časovou složitost?)

- (a) $L(A) = \emptyset$,
- (b) $L(A) = L(B)$,
- (c) $L(A) \subseteq L(B)$,
- (d) $L(A)$ je konečný.

Příklad 6 (Homomorfismus automatů). Najděte DFA A, B takové, že:

- (a) Jsou oba redukované, a nejsou izomorfní.
- (b) A je homomorfní na B , ale nejsou izomorfní.
- (c) Jsou ekvivalentní, ale ne izomorfní.
- (d) Jsou oba homomorfní na, ale ne izomorfní s C , a zároveň A není homomorfní na B ani B na A .

$$C = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{((p, 0), q), ((p, 1), p), ((q, 0), p), ((q, 1), q)\}, p, \{q\})$$

Příklad 7 (Regulární? Zredukuj). Uvažme jazyk L nad abecedou $\{a, b\}$ sestávající ze všech slov, která neobsahují trojici po sobě jdoucích stejných písmen. Rozhodněte, zda je L regulární. Pokud ano, najděte regulární DFA, který ho rozpoznává.