

Cíle výuky: Po absolvování student umí

- uvést formální znění Pumping lemmatu pro bezkontextové jazyky
- vysvětlit důkaz Pumping lemmatu pro bezkontextové jazyky
- použít Pumping Lemma k důkazu, že daný jazyk není bezkontextový

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ

Příklad 1 (Pumping lemma: formulace a důkaz). (a) Zformulujte Pumping lemma pro bezkontextové jazyky (bez nahlížení do poznámek).

(b) Srovnajte formulaci s verzí pro regulární jazyky.

(c) Vysvětlete myšlenku důkazu.

(d) Demonstrujte pumpování na jazyce $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

Příklad 2 (Pumping lemma: aplikace). Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové. Dokažte správnost vaší odpovědi.

(a) $L = \{0^i 1^j 0^i \mid i, j \geq 0\}$

(b) $L = \{0^i 1^j 0^i \mid 0 \leq i \leq j\}$

(c) $L = \{0^i 1^j 2^k \mid 0 \leq i \leq j \leq k\}$

(d) $L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

(e) $L = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*, |w|_0 = |w|_1\}$

(f) $L = \{1^{n^2+n+1} \mid n \geq 0\}$

K PROCVIČENÍ A K ZAMYŠLENÍ

Příklad 3 (Pumpování a pravé lineární gramatiky). Uveďte alternativní důkaz Pumping lemmatu pro regulární jazyky, který je založený na derivacích z pravé lineární gramatiky.

Příklad 4 (Pumpování lineárních jazyků). Připomeňme, že gramatika je *lineární*, pokud obsahuje pouze pravidla tvaru $A \rightarrow uBw$ a $A \rightarrow w$, kde $A, B \in V$ a $u, w \in T^*$.

(a) Zformulujte Pumping lemma pro lineární jazyky.

(b) Dokažte toto tvrzení pomocí odvození (redukovanou) lineární gramatikou.

(c) Jak souvisí n z tvrzení s lineární gramatikou pro daný jazyk?

(d) Ukažte, že jazyk $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$ není lineární.

(e) Zařadte jazyk L do Chomského hierarchie.

Příklad 5 (Pumping lemma: aplikace). Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové. Dokažte správnost vaší odpovědi.

- (a) $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 0\}$
- (b) $L = \{0^i 1^j 0^i \mid 0 \leq j \leq i\}$
- (c) $L = \{0^i 1^i 2^i \mid i \geq 0\}$
- (d) $L = \{0^{2i} 1^{3i} 0^i \mid i \geq 0\}$
- (e) $L = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
- (f) $L = \{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- (g) $L = \{1^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$
- (h) $L = \{0^i 1^j \mid 0 \leq i \leq j^2\}$