NTIN071 A&G: Cvičení 9 – Pumping lemma pro bezkontextové jazyky

Vyřešte nejprve 1, 2a-j, 3 (zbytek je na procvičení).

Příklad 1 (Pumping lemma). Připomeňte si znění a důkaz Pumping lemmatu pro bezkontextové jazyky. Srovnejte s verzí pro regulární jazyky

Příklad 2 (Důkaz nebezkontextovosti). Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové. Dokažte.

(a)
$$L = \{0^i 1^i \mid i \ge 0\}$$

(b)
$$L = \{0^i 1^j 0^i \mid i, j > 0\}$$

(c)
$$L = \{0^i 1^j 0^i \mid 0 \le i \le j\}$$

(d)
$$L = \{0^i 1^j 0^i \mid 0 \le j \le i\}$$

(e)
$$L = \{0^i 1^i 2^i \mid i \ge 0\}$$

(f)
$$L = \{0^{2i}1^{3i}0^i \mid i \ge 0\}$$

(g)
$$L = \{0^i 1^j 2^k \mid 0 \le i \le j \le k\}$$

(h)
$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

(i)
$$L = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

(j)
$$L = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*, |w|_0 = |w|_1\}$$

(k)
$$L = \{1^{n^2} \mid n \ge 0\}$$

(l)
$$L = \{1^{n^2+n+1} \mid n \ge 0\}$$

(m)
$$L = \{1^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$$

(n)
$$L = \{0^i 1^j \mid 0 \le i \le j^2\}$$

Příklad 3 (Pumpování lineárních jazyků). Připomeňme, že gramatika je *lineární*, pokud obsahuje pouze pravidla tvaru $A \to uBw$ a $A \to w$, kde $A, B \in V$ a $u, w \in T^*$.

- (a) Zformulujte Pumping lemma pro lineární jazyky.
- (b) Dokažte toto tvrzení pomocí odvození (redukovanou) lineární gramatikou.
- (c) Jak souvisí n z tvrzení s lineární gramatikou pro daný jazyk?
- (d) Ukažte, že jazyk $L=\{w\in\{0,1\}^*\mid |w|_0=|w|_1\}$ není lineární.
- (e) Zařaďte jazyk L do Chomského hierarchie.