

## NTIN071 A&G: Domácí úkol

*Za každý příklad lze získat maximálně 5 bodů, celkem 20 bodů. Řešení musí být zcela vaší vlastní prací. Svůj postup, zkonstruované objekty, a důkazy popište dostatečně podrobně a formálně.*

**Problem 1.** Vyřešte následující vzorové zadání zápočtového testu.

1. Sestrojte bezkontextovou gramatiku generující jazyk  $L = \{a^n b^k a^{3n} \mid n, k \geq 0\}$ . Napište derivaci pro slovo  $w = abbaaa$ .
2. Převeďte gramatiku z předchozího příkladu do Chomského normální formy.
3. Dokažte, že jazyk  $L = \{a^{n^5} \mid n \geq 0\}$  není regulární.
4. Sestrojte zásobníkový automat přijímající, prázdným zásobníkem, jazyk  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geq |w|_1 + 1\}$ . Napište posloupnost konfigurací pro slovo  $w = 10001$ .
5. Dokažte, že jazyk  $L = \{0^i 1^j 2^k 3^\ell \mid i = j = k \text{ nebo } \ell = 0\}$  není bezkontextový.
6. Sestrojte deterministický konečný automat, který přijímá právě ta slova nad abecedou  $\{0, 1\}$ , která končí posloupností 010.

**Problem 2.** Mějme dva regulární jazyky  $L, M$  nad abecedou  $\{0, 1\}$ . Předpokládejme, že máme DFA  $A, B$  takové, že  $L = L(A)$  a  $M = L(B)$ . Definujme jazyk  $K$  takto:

$$K = \{uvw \mid uw \in L, v \in M\}$$

- (a) Sestrojte  $\epsilon$ -NFA  $C$  rozpoznávající jazyk  $K$ . (Konstrukce musí být formálně popsána, ale nemusíte zdůvodňovat, proč  $C$  přijímá právě jazyk  $K$ .)

Ukažte vaši konstrukci také na konkrétním příkladě: Necht'  $L = \{0^{2n+1} \mid n \geq 0\}$  a  $M = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ je dělitelná } 3\}$ .

- (b) Nakreslete stavové diagramy nějakých DFA  $A, B$  přijímajících  $L, M$  (resp.).
- (c) Nakreslete stavový diagram  $\epsilon$ -NFA  $C$  vytvořeného vaší konstrukcí.
- (d) Napište posloupnost stavů, ve kterých se  $C$  ocitá v průběhu nějakého přijímajícího výpočtu slova  $w = 00110000$ .

**Problem 3.** Mějme následující regulární výrazy nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$R_1 = ((a + b)(a + b)(a + b))^*$$

$$R_2 = (a + b)^*a$$

- (a) Sestrojte *deterministický* konečný automat  $A$  rozpoznávající průnik jazyků popsaných výrazy  $R_1$  a  $R_2$ , tj. takový, že  $L(A) = L(R_1) \cap L(R_2)$ .
- (b) Pomocí algoritmu eliminace stavů převeďte automat  $A$  na regulární výraz.

**Problem 4.** Uvažte následující jazyk nad abecedou  $\{0, 1, \#\}$ :

$$L = \{w\#s^R \mid w, s \in \{0, 1\}^* \text{ a slovo } s \text{ je podslovem slova } w\}$$

(Poznámka:  $s^R$  označuje slovo  $s$  napsané pozpátku; podslovo je souvislý podřetězec, vč. prázdného a celého slova.)

- (a) Dokažte, že  $L$  není regulární.
- (b) Sestrojte nějakou bezkontextovou gramatiku  $G$  generující jazyk  $L$ .
- (c) Napište derivaci slova  $1001\#00$ .
- (d) Převeďte gramatiku  $G$  z části (a) na zásobníkový automat přijímající prázdným zásobníkem.
- (e) Napište posloupnost konfigurací pro slovo  $1001\#00$ .