考虑静态电压稳定性的含风电场电力系统两阶段无功 优化配置

1 摘要

2 引言

一般情况下,电压稳定问题与系统中无功不足的情况密切相关,属于静态稳定范畴。随着风电并网容量的增加,大规模风电场群并网后由于无功的波动而造成的含风电场电力系统电压稳定问题已成为当前风电并网亟需解决的问题,而实时跟踪系统无功的波动并进行补偿是解决这一问题的重要手段。

无功优化配置模型的决策变量通常是无功补偿装置的选址和容量,目标函数可分为风险性指标项^[1-3]和经济性指标项^[3-6]两类。其中风险指标可进一步分为两类:一类通过连续潮流计算等方法,获取相应的稳定性指标包括负荷裕度^[7]等;一类则是基于一般潮流计算得到的系统电压等电气量,构建相应的评价指标包括节点电压偏差,L指标^[8,9]等。经济性指标主要包括无功补偿装置的网损、安装和维护费用等。

同时,为了减小优化问题的规模,一般会通过灵敏度分析^[1,10]、聚类^[11]等预处理方法筛选出候选补偿节点。

求解方法方面,由于交流潮流方程的非线性和非凸性,一般采用遗传算法、粒子群算法等启发式算法求解^[1,2,6,12],但是存在"早熟"等问题;亦有文献通过线性化的方式将原非线性问题转化为凸优化问题^[3,4]从而可以通过求解器直接求解;文献^[13]将启发式算法和数学规划方法二者结合以提高求解效率,但是未对交流潮流方程进行合理的线性化处理。

基于现有研究的不足,本文参考文献^[13]的思路提出一种考虑静态电压稳定性的两阶段无功优化配置框架:以L指标和经济性指标为目标函数,将无功优化配置过程划分为两阶段,第一阶段采用遗传算法,给出无功补偿位置和容量;第二阶段基于第一阶段的选址和容量给出无功补偿装置各个时段的动作情况,通过

对交流潮流方程进行线性化处理,将原问题转化为混合整数线性规划问题,同时 优化过程综合考虑了不同的风电场景,以给出更加合理的无功配置方案。

本文主要创新点总结如下:

- 1) 通过线性化手段,将遗传算法与数学规划算法结合,提高了优化问题的求解效率;
- 2) 综合考虑了不同的风电场景,使得优化结果更加合理,并且在优化配置的基础上给出了无功补偿装置的动作情况,能够更好地指导实际调度工作。

3 静态电压稳定性指标

3.1 L 指标

Kessel 首次提出了 L 指标^[14],该指标可用于系统的静态电压稳定性的监测和评估。应用该指标进行电压稳定性分析时,需要首先把所有节点划分为两组:一组是负荷节点集合 L $(\alpha_L = \{1,2,...,n_L\})$,包括所有的 PQ 节点,潮流计算中,这类节点注入的有功功率和无功功率恒定;另一组为发电机节点的集合 G $(\alpha_G = \{n_{L+1},n_{L+2},...,n\})$,包括所有的 PV 节点和平衡节点,潮流计算中,这类节点的电压幅值恒定。

对节点进行分类后,系统的状态方程可表示为:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{LL} & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_{GG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix}$$
 (1)

进一步变换可得:

$$\begin{bmatrix} V_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{LL}^{-1} & -Y_{LL}^{-1} Y_{LG} \\ Y_{GL} Y_{LL}^{-1} & Y_{GG} - Y_{GL} Y_{LL}^{-1} Y_{LG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_G \end{bmatrix}$$
 (2)

式中: V_L 和 V_G 分别为负荷节点和发电机节点的电压向量, I_L 和 I_G 分别为负荷节点和发电机节点的注入电流向量, Y_{LL} 、 Y_{LG} 、 Y_{GL} 、 Y_{GG} 表示系统导纳矩阵Y的子矩阵,分别为负荷节点和负荷节点、负荷节点和发电机节点、发电机节点和负荷节点、发电机节点和发电机节点之间的导纳矩阵。

定义负荷参与因子:

$$F_{LG} = -Z_{LL}Y_{LG} \tag{3}$$

则负荷节点 j 的 L 指标可由式(4)计算:

$$L_{j} = \left| 1 - \frac{\sum_{k \in \alpha_{G}} F_{jk} \dot{V}_{k}}{\dot{V}_{j}} \right| \tag{4}$$

每个负荷节点都可求得一个 L 指标值,一般取其中最大值作为整个系统的 L 指标值,用以评估系统的静态电压稳定性,即:

$$L = \max_{i \in \mathcal{U}_i} (L_i) \tag{5}$$

L 指标取值和静态电压稳定性之间的对应关系为: 0 < L < 1,系统静态电压稳定,且值越小,稳定性越强; L = 1,系统电压临界稳定; L > 1,系统电压不稳定。

3.2 L-Q 灵敏度指标

无功补偿装置的优化配置包括定点和定容两方面,是一个混合整数非线性规划问题。同时无功补偿装置一般都不安装在发电机所在的母线,因此本文仅考虑将无功补偿装置安装在非发电机节点。为了进一步减小优化问题的规模,提高求解效率,有必要事先确定候选配置节点,参考文献^[1]的思路,采用 L-Q 灵敏度指标(L-Q Sensitivity Index, LQSI)衡量在不同节点配置等容量无功补偿装置对于系统整体静态电压稳定性提升的效果。计算方法如式(6):

$$LQSI_{j} = \frac{L - L(\Delta Q_{j})}{\Delta Q_{i}} \quad \forall j \in \alpha_{L}$$
 (6)

式中: $LQSI_j$ 为负荷节点 j的 L-Q 灵敏度指标值; L为未配置无功补偿时的系统 L指标; $L(\Delta Q_j)$ 为在负荷节点 j配置容量为 ΔQ 的无功补偿装置后的系统 L指标; ΔQ_j 为在负荷节点 j 配置的无功补偿容量,本文取为 100Mvar。

某节点的 LQSI 越大,说明在该节点配置同等容量无功补偿装置对系统静态电压稳定性的提升越明显,所以优先选择在 LOSI 较大的节点配置无功补偿装置。

4 考虑静态电压稳定性的两阶段无功优化配置模型

本文将无功优化配置过程划分为两个阶段:第一阶段以安装、维护费用和 L 指标为目标函数,综合考虑系统不同运行场景,给出静态、动态无功补偿装置的安装位置和容量;第二阶段以运行费用和 L 指标为目标函数,根据第一阶段确定的补偿点及补偿容量,优化调度过程中各场景、各时刻的机组出力以及静态、动态无功补偿装置的动作情况。

4.1 第一阶段

1) 目标函数

第一阶段的目标函数包括无功补偿装置的安装、维护费用以及系统 L 指标对应的惩罚项,可由式(7)表示。

$$\begin{cases} \min F = C_1 + C_2 + C_L \\ C_1 = C_{st} \sum_{i=1}^{N_c} Q_{st,i}^{set} + C_{dy} \sum_{i=1}^{N_c} Q_{dy,i}^{set} \\ C_2 = \sum_{s=1}^{N_s} p_s (b_{st} \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{t=1}^{N_T} Q_{st,i,s,t}^{op} + b_{dy} \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{t=1}^{N_T} Q_{dy,i,s,t}^{op}) \\ C_L = \eta \sum_{s=1}^{N_s} p_s \sum_{t=1}^{N_T} L_{s,t} \end{cases}$$

$$(7)$$

式中: C_1 、 C_2 、 C_L 分别为无功补偿装置固定投资费用、维护费用、L 指标惩罚项; $Q_{st,i}^{set}$ 、 $Q_{dy,i}^{set}$ 分别为无功补偿候选点i 安装的静态、动态无功补偿容量; C_{st} 、 C_{dy} 分别表示静态、动态无功补偿装置单位容量安装费用; N_C 为候选补偿点数目; $Q_{st,i,s,t}^{op}$ 、分别为无功补偿节点i 在场景s 时刻t 投入的无功补偿容量; b_{st} 、 b_{dy} 分别表示静态、动态无功补偿设备维护费用系数; N_T 、 N_S 、 p_S 为考虑的时刻数、风电场景数、场景s 对应的概率; η 为 L 指标对应的惩罚系数、 $L_{s,t}$ 为场景s 下时刻t 的 L 指标。

- 2) 约束条件
- 无功补偿容量约束

$$\begin{cases} Q_{st,i}^{\min} \leq Q_{st,i}^{set} \leq Q_{st,i}^{\max} \\ Q_{dy,i}^{\min} \leq Q_{dy,i}^{set} \leq Q_{dy,i}^{\max} \end{cases} \forall i = 1, 2, ..., N_C$$

$$(8)$$

式中:上标 min 和 max 分别表示对应变量的最小、最大取值。

4.2 第二阶段

1) 目标函数

第一阶段的目标函数包括无功补偿费用、静态无功补偿装置调节代价以及系统 L 指标对应的惩罚项,可由式(9)表示。

$$\begin{cases} \min F_{2} = D_{1} + D_{2} + D_{L} \\ D_{1} = \sum_{s=1}^{N_{S}} p_{s} \left(c_{st} \sum_{i=1}^{N_{C}} \sum_{t=1}^{N_{T}} Q_{st,i,s,t}^{op} + c_{dy} \sum_{i=1}^{N_{C}} \sum_{t=1}^{N_{T}} Q_{dy,i,s,t}^{op} \right) \\ D_{2} = \Delta C_{Q} \sum_{s=1}^{N_{S}} p_{s} \sum_{i=1}^{N_{C}} \sum_{t=1}^{N_{T}} \left| Q_{st,i,s,t}^{op} - Q_{st,i,s,t-1}^{op} \right| \\ D_{L} = \eta \sum_{s=1}^{N_{S}} p_{s} \sum_{t=1}^{N_{T}} L_{s,t} \end{cases}$$

$$(9)$$

式中: D_1 、 D_2 、 D_L 分别为无功补偿费用、静态无功补偿装置调节代价以及系统 L 指标对应的惩罚项; c_{ss} 、 c_{dy} 分别为静态、动态无功补偿装置单位补偿容量所需费用; ΔC_Q 为静态无功补偿装置单位容量调节代价; 其余变量含义同第一阶段。

- 2) 约束条件
- 潮流方程约束

以支路mn为分析对象,如图 1所示。

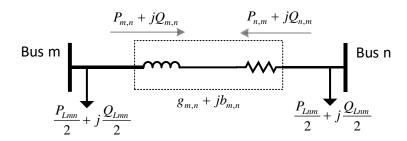


图 1 线路潮流示意图

第二阶段的潮流约束采用文献^[15,16]所述的线性化交流潮流方程,如式(10)所示。

$$\begin{cases}
P_{m,n,s,t} = (U_{m,s,t} - U_{n,s,t})g_{m,n} - b_{m,n}\theta_{m,n,s,t} \\
Q_{m,n,s,t} = -(2U_{m,s,t} - 1)b_m^0 - (U_{m,s,t} - U_{n,s,t})b_{m,n} - g_{m,n}\theta_{m,n,s,t}
\end{cases}$$
(10)

式中: $P_{m,n,s,t}$ 、 $Q_{m,n,s,t}$ 分别为在场景 s 时刻 t 通过支路 mm 从节点 m 流向 n 的有功和无功功率; $U_{m,s,t}$ 、 $U_{n,s,t}$ 分别为场景 s 时刻 t 节点 m 和 n 的电压幅值; $g_{m,n}$ 、 $b_{m,n}$ 分别为支路 mn 的电导和电纳; b_m^0 为节点 m 处等值充电电容; $\theta_{m,n,s,t}$ 为节点 m 、 n 之间的电压相角差; 变量下标中的"s"、"t"表示场景 s、时刻 t 的变量,下同。

图 1 中的 $\frac{P_{Lmn}}{2} + j \frac{Q_{Lmn}}{2}$ 为折算在节点 m 、 n 的支路 mn 线损。

● 潮流上限约束

$$(P_{m,n,s,t}^2 + Q_{m,n,s,t}^2) \le S_{m,n,\max}^2 \quad \forall s \ \forall t \tag{11}$$

式中: $S_{m,n,\max}$ 为支路 mn 的潮流上限。式(11)为非线性约束,可采用文献^[3]所述方法进一步线性化。

● 线损

线损可由式(12)近似表示,进一步采用文献^[16]的线性化方式,如图 2 所示, 线损可由式(13)、(14)表达。

$$\begin{cases}
P_{Lmn} \approx g_{m,n} \theta_{m,n}^2 \\
Q_{Lmn} \approx b_{m,n} \theta_{m,n}^2
\end{cases}$$
(12)

$$\begin{cases} P_{Lmn} = g_{m,n} \sum_{l=1}^{L} k(l) \Delta \theta_{m,n}(l) \\ Q_{Lmn} = -b_{m,n} \sum_{l=1}^{L} k(l) \Delta \theta_{m,n}(l) \end{cases}$$
(13)

$$\begin{cases} \theta_{m,n}^{2} \approx \sum_{l=1}^{L} k(l) \Delta \theta_{m,n}(l) \\ \theta_{m,n} = \theta_{m,n}^{+} - \theta_{m,n}^{-} \\ \sum_{l=1}^{L} \Delta \theta_{m,n}(l) = \left| \theta_{m,n} \right| = \theta_{m,n}^{+} + \theta_{m,n}^{-} \\ 0 \leq \theta_{m,n}^{+} \leq \delta_{m,n} \theta_{m,n}^{\max} \\ 0 \leq \theta_{m,n}^{-} \leq (1 - \delta_{m,n}) \theta_{m,n}^{\max} \\ 0 \leq \Delta \theta_{m,n}(l) \leq \frac{\theta_{m,n}^{\max}}{L} \quad l = 1, \dots, L \\ \Delta \theta_{m,n}(l) \leq \Delta \theta_{m,n}(l-1) \quad l = 2, \dots, L \\ \frac{\theta_{m,n}^{\max}}{L} - \Delta \theta_{m,n}(l-1) \leq \frac{u_{m,n}(l-1) \theta_{m,n}^{\max}}{L} \quad l = 2, \dots, L \\ \Delta \theta_{m,n}(l) \leq \frac{[1 - u_{m,n}(l-1)] \theta_{m,n}^{\max}}{L} \quad l = 2, \dots, L \\ k(l) = (2l-1) \frac{\theta_{m,n}^{\max}}{L} \quad (14) \end{cases}$$

式中: P_{Lmn} 、 Q_{Lmn} 分别为支路 mn 的有功和无功线损; L为总分段数; k(l)为分段 l 对应的斜率; $\Delta\theta_{m,n}(l)$ 为分段 l 对应的自变量; $\theta_{m,n}^+$ 、 $\theta_{m,n}^-$ 为引入的非负松弛变量; $\theta_{m,n}^{\max}$ 为 $\theta_{m,n}$ 取值上限; $\delta_{m,n}$ 为支路 mn 对应的 0-1 变量, $u_k(l)$ 为分段 l 对应的 0-1 变量。

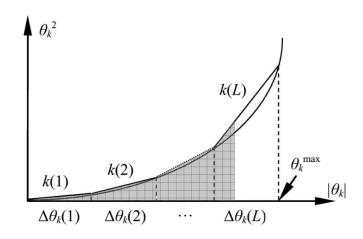


图 2 网损线性化示意图

● 电力平衡约束

$$\begin{cases}
\sum_{g \in i} P_{Gg,s,t} + \sum_{w \in i} P_{w,s,t} = \sum_{k \in i} (\frac{1}{2} P_{Lik,s,t} + P_{i,k,s,t}) \\
\sum_{g \in i} Q_{Gg,s,t} + \sum_{w \in i} Q_{w,s,t} = \sum_{k \in i} (\frac{1}{2} Q_{Lik,s,t} + Q_{i,k,s,t})
\end{cases} \forall i=1,2,...,N_B \ \forall s \ \forall t$$
(15)

式中: $P_{Gg,s,t}$ 、 $Q_{Gg,s,t}$ 分别为机组 g 在场景 s 时刻 t 的有功、无功出力; $P_{w,s,t}$ 、 $Q_{w,s,t}$ 分别表示风电场 w 在场景 s 时刻 t 的有功、无功出力; $P_{Lik,s,t}$ 、 $Q_{Lik,s,t}$ 分别为线路 ik 在场景 s 时刻 t 的有功、无功线损," $\frac{1}{2}$ "表示将线损折算到两侧节点; $P_{i,k,s,t}$ 、 $Q_{i,k,s,t}$ 分别表示线路 ik 在场景 s 时刻 t 从节点 i 流向节点 k 的有功和无功功率; $g \in i$ 、 $w \in i$ 、 $k \in i$ 表示和节点 i 相连的火电机组、风电场、其他节点。

● 机组出力约束

$$\begin{cases}
P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi,s,t} \leq P_{Gi}^{\max} \\
Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi,s,t} \leq Q_{Gi}^{\max}
\end{cases} \forall i = 1, 2, ..., N_G \forall s \forall t \tag{16}$$

式中: 上标 min 和 max 分别表示对应变量的最小、最大取值。

● 机组爬坡约束

$$-R_{i}^{D} \le P_{Gi,s,t} - P_{Gi,s,t-1} \le R_{i}^{U} \quad \forall i=1,2,...,N_{G} \ \forall s \ \forall t$$
 (17)

式中: R_i^D 、 R_i^U 分别为机组i的最大下爬坡速率和最大上爬坡速率。

● 无功投入约束

$$\begin{cases}
0 \le Q_{st,i,s,t}^{op} \le Q_{st,i}^{set} \\
0 \le Q_{dy,i,s,t}^{op} \le Q_{dy,i}^{set}
\end{cases} \quad \forall i = 1, 2, ..., N_C \quad \forall s \quad \forall t \tag{18}$$

5 模型求解

第一阶段采用遗传算法进行求解。遗传算法是智能优化算法中极具代表性的一种,该算法模仿自然界种群中个体间的优胜劣汰,具有广泛的适用性。遗传算法主要包括以下几个步骤:

1) 编码

无功补偿装置的补偿点可以采用二进制编码;补偿容量根据实际情况一般有可供选择的若干容量等级,因此可采用十进制编码,如图 3 所示,图中 M、N 分别表示静态、动态无功补偿装置可选的安装容量等级数目,NC 表示候选安装位置数目。

静态无功补偿装置

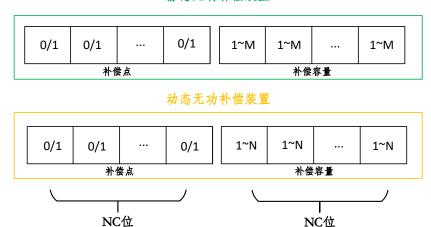


图 3 编码方式

2) 初始种群设定、适应度函数

初始种群采用随机生成的方式,适应度函数直接采用目标函数。

3) 个体选择

采用锦标赛选择法: 从种群中随意的选择 k 个个体(本文 k=2)进行锦标赛式的较量,适应度函数值最好的个体将进入下一代,不断重复这个过程直到个体数目达到事先设定的种群大小。

4) 交叉、变异

变异采用一般的随机法。交叉采用算数交叉^[17],具体操作为: 先从两父代个体 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ 中选择前 k 个基因,然后随机生成 k 个[0,1] 区间内的随机数 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k]$,则生成的两子代个体如式(19)所示。

$$\begin{cases}
X = [\alpha_1 x_1 + (1 - \alpha_1) y_1, \ \alpha_2 x_2 + (1 - \alpha_2) y_2, \dots, \alpha_k x_k + (1 - \alpha_k) y_k, \ x_{k+1}, \dots, x_n] \\
Y = [\alpha_1 y_1 + (1 - \alpha_1) x_1, \ \alpha_2 x_2 + (1 - \alpha_2) x_2, \dots, \alpha_k y_k + (1 - \alpha_k) x_k, \ y_{k+1}, \dots, y_n]
\end{cases}$$
(19)

5) 收敛判据

当算法逐渐趋于收敛时,个体都会逐渐趋近于最优解的邻域,样本方差逐渐减小,因此可采用样本方差作为算法收敛的判据,具体采用文献^[18]的方法,即

$$m < \sigma / \sigma_1 < n \tag{20}$$

式中: σ 、 σ , 分别为本次和上一次遗传操作后样本适应度的方差值; m、n为 2个接近 1 的数,当相邻 2 次遗传操作产生的样本方差变化很小时,就可以认

为遗传算法趋向于收敛,本文实例中m = 0.99, n = 1.01。

第二阶段经过对潮流方程进行线性化操作后,优化问题转化为混合整数线性规划(MILP)问题,可直接采用 Gurobi^[19]等求解器进行求解。

两阶段整体迭代过程如图 4 所示,具体分为以下几个步骤:

- 1) 初始化。输入必要的求解参数,初始化第一阶段种群。本文采用随机生成的方式初始化。
- 2) 求解第二阶段优化问题。基于第一阶段种群中每个个体,即每种无功配置情况,求解第二阶段优化问题,即式(9)~式(18)。得到机组的有功和无功出力以及各时刻无功装置动作情况,将结果传递到第一阶段。
- 3) 计算适应度函数值。基于第二阶段的求解结果,计算各个体适应度函数值。
 - 4) 选择、遗传、变异。按前文选定方式执行各项操作,获得子代。
- 5) 判断是否满足收敛条件,如果满足,说明迭代过程收敛,优化结束,否则,返回步骤 2)继续迭代。

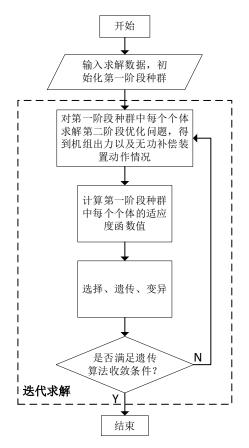


图 4 两阶段求解流程图

6 算例分析

采用 IEEE39 节电系统在 MATLAB R2018a^[20]平台上进行算例分析。建模工具采用 Yalmip^[21]工具包,求解器采用 Gurobi 9.0.1^[19]。

7参考文献

- [1] 周仕豪, 唐飞, 刘涤尘, 等. 考虑降低暂态电压失稳风险的动态无功优化配置方法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(07): 68-75.
- [2] 周仕豪, 唐飞, 刘涤尘, 等. 考虑降低多馈入直流换相失败风险的动态无功补偿配置方法[J]. 高电压技术, 2018, 44(10): 3258–3265.
- [3] 赵博石, 胡泽春, 宋永华. 含直流馈入输电网中类调相机优化配置研究[J]. 电网技术, 2019, 43(04): 1151–1162.
- [4] 吴亮, 管霖. 大电网动态无功补偿优化配置模型与算法研究[D]. 华南理工大学, 2019.
- [5] 李桂丹, 王佳琦, 靳新悦, 等. 风电场内部无功分配优化策略[J]. 电力系统及其自动化学报, 2019, 31(07): 123–128.
- [6] 刘梦依, 邱晓燕, 张志荣, 等. 计及风光出力相关性的配电网多目标无功优化[J]. 电网技术, 2020, 44(05): 1892–1899.
 - [7] 崔彪. 大规模风电并网对系统静态电压稳定性的影响研究[D]. 2014.
- [8] 甘瑞研. 风电场并网对电力系统电压稳定性的影响[D]. 山东大学, 2016.
- [9] 王若松, 马平. 基于 L 指标的含风电场电力系统无功电压控制[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2016, 31(01): 73–77.
- [10] 黄弘扬,杨汾艳,徐政,等. 基于改进轨迹灵敏度指标的动态无功优化配置方法[J]. 电网技术, 2012, 36(02): 88–94.
- [11]管霖, 吴亮, 卓映君, 等. 面向暂态电压控制的大电网区域划分方法 [J]. 电网技术, 2018, 42(11): 3753–3759.
- [12] 张亚超, 刘开培, 秦亮, 等. 计及柔性资源的含风电场电力系统 多目标动态协调调度[J]. 高电压技术, 2017, 43(04): 1186–1193.
- [13] 王武. 含源配电网动态和静态无功补偿综合优化配置研究[D]. 华南理工大学, 2019.
- [14] Kessel P, Glavitsch H. Estimating the Voltage Stability of a Power System[J]. IEEE Power Engineering Review, 1986, PER-6(7): 72–72.
- [15] Nikoobakht A, Mardaneh M, Aghaei J, 等. Flexible power system operation accommodating uncertain wind power generation using transmission topology control: an improved linearised AC SCUC model[J]. Transmission Distribution IET Generation, 2017, 11(1): 142–153.
- [16] Zhang H, Heydt G T, Vittal V, 等. An Improved Network Model for Transmission Expansion Planning Considering Reactive Power and Network Losses[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 3471–3479.

- [17] 黄志明. 电力系统有功优化算法研究比较[D]. 南昌大学, 2013.
- [18] 姚静,方彦军,陈广.遗传和禁忌搜索混合算法在机组负荷分配中的应用[J].中国电机工程学报,2010,30(26):95-100.
- [19] Gurobi Company[EB/OL]. Gurobi optimization, [2020-03-20]. https://www.gurobi.com/.
- [20] Zimmerman R D, Murillo-Sánchez C E, Thomas R J. MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 12–19.
- [21] Lofberg J. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB[C]//2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508). 2004: 284–289.