ALGEBRA DE CONJUNTOS

- **LPara cualquier conjunto *A*, *B*, y *C*:**
- $A \cap A = A$;
- $A \cup A = A$;
- $A \setminus A = \{\}$;
- $A \cap B = B \cap A$;
- $A \cup B = B \cup A$;
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$;
- $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$;
- $C \setminus (B \setminus A) = (A \cap C) \cup (C \setminus B)$;
- $(B \setminus A) \cap C = (B \cap C) \setminus A = B \cap (C \setminus A)$;
- $(B \setminus A) \cup C = (B \cup C) \setminus (A \setminus C)$;
- $A \subseteq B$ **sí y solamente si** $A \cap B = A$;
- $A \subseteq B$ **sí y solamente si** $A \cup B = B$;
- $A \subseteq B$ **sí y solamente si** $A \setminus B = Ø$;
- $A \cap B = Ø$ **sí y solamente si** $B \setminus A = B$;
- $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$;
- $A \cap \{\} = Ø$;
- $A \cup \{\} = A$;
- $\{\} \setminus A = Ø$;
- $A \setminus \{\} = A$.

- **Existen varias equivalencias entre fórmulas de la lógica proposicional, las cuales se conocen como leyes de equivalencia. La tabla 3 muestra estas leyes. Se utiliza el símbolo Tautología para indicar una tautología y el símbolo Contradicción para indicar una contradicción**

Ley de equivalencia	**Fórmula**
Doble Implicación	$F \leftrightarrow G = (F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow H)$
Implicación	$F \rightarrow G = \neg F \vee G$
Distribución	$F \vee (G \wedge H) = (F \vee G) \wedge (F \vee H)$
	$F \wedge (G \vee H) = (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$
Asociación	$(F \vee G) \vee H = F \vee (G \vee H)$
	$(F \wedge G) \wedge H = F \wedge (G \wedge H)$
Complementación	$F \wedge \neg F =$ Contradicción
	$F \vee \neg F =$ Tautología
	$\neg \neg F = F$
Conmutación	$F \vee G = G \vee F$
	$F \wedge G = G \wedge F$
Cero	$F \vee$Tautología $=$ Tautología
	$F \wedge$Contradicción $=$ Contradicción
Identidad	$F \vee$Contradicción $= F$
	$F \wedge$Tautología $= F$
Idempotencia	$F \vee F = F$
	$F \wedge F = F$
Absorción	$F \vee F \wedge Q = F$
	$F \wedge (F \vee Q) = F$
	$F \vee \neg F \wedge Q = F \vee Q$
Leyes de Morgan	$\neg (F \vee Q \vee H) = \neg F \wedge \neg Q \wedge \neg H$
	$\neg (F \wedge Q \wedge H) = \neg F \vee \neg Q \vee \neg H$

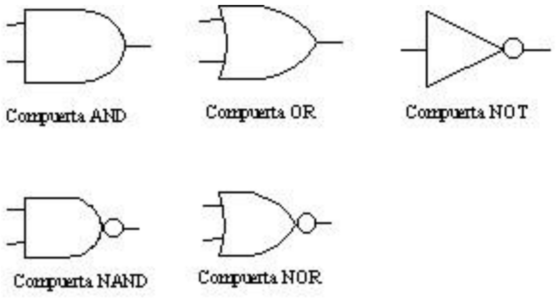
CONECTIVAS LOGICAS

- **La construcción de fórmulas compuestas requiere del uso de elementos que permitan establecer una relación entre los átomos que la forman; estos elementos se conocen como conectivas lógicas.**

Conectiva	**Símbolos asociados**
Negación (No)	~, ¬ , -
Conjunción (Y)	$\wedge$, &, *
Disyunción (O)	$\vee$, |, +
Condicional (Si ... entonces)	$\rightarrow$
Bicondicional (Si y solo si)	$\leftrightarrow$, =

CIRCUITOS LOGICOS

- **Debido a que una proposición puede ser evaluada y resultar solo verdadera o falsa, se puede deducir alguna equivalencia con el álgebra booleana, que maneja solamente dos valores (0 y 1). Las propiedades del cálculo proposicional son equivalentes a las del álgebra desarrollada por Boole.**
- **En el álgebra booleana, una proposición es equivalente a una variables, y las conectivas lógicas se utilizan como compuertas lógicas. La figura 1 muestra las compuestas lógicas más representativas de esta álgebra. Los esquemas que resultan de aplicar las compuertas lógicas se conocen como circuitos lógicos.**



Generalización de Conjuntos

Sea M un conjunto de índices cualquiera:

$$\bigcup_{\alpha \in M} A = \{x \mid x \in A_\alpha, \textit{ para algún } \alpha \in M\}$$

$$\bigcap_{\alpha \in M} A = \{x \mid x \in A_\alpha, \textit{ para algún } \alpha \in M\}$$

Ejercicios

1. Sean $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$, tres conjuntos arbitrarios, demuestre las siguientes propiedades de conjuntos:

   a). $\mathcal{A} - (\mathcal{B} \cap \mathcal{C}) = (\mathcal{A} - \mathcal{B}) \cup (\mathcal{A} - \mathcal{C})$

   b). $\mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C}) = (\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap (\mathcal{A} \cup \mathcal{C})$

Principio de Inducción Matemática: Supóngase que se tiene una proposición $S(n)$ para cada entero positivo n, la cual es verdadera o falsa. Consideremos que

Paso Básico:

$S(1)$ es verdadera

Paso Inductivo:

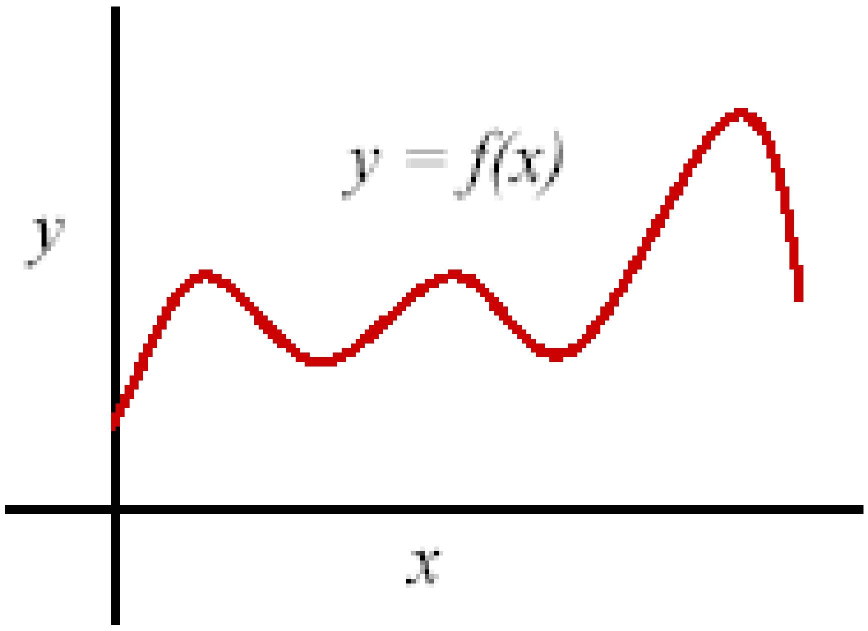
si $S(i)$ es verdadera para todo $i < n+1$, entonces $S(n+1)$ es verdadera.

Problemas resueltos de inducción

Matemáticas para Ciencias de la Computación

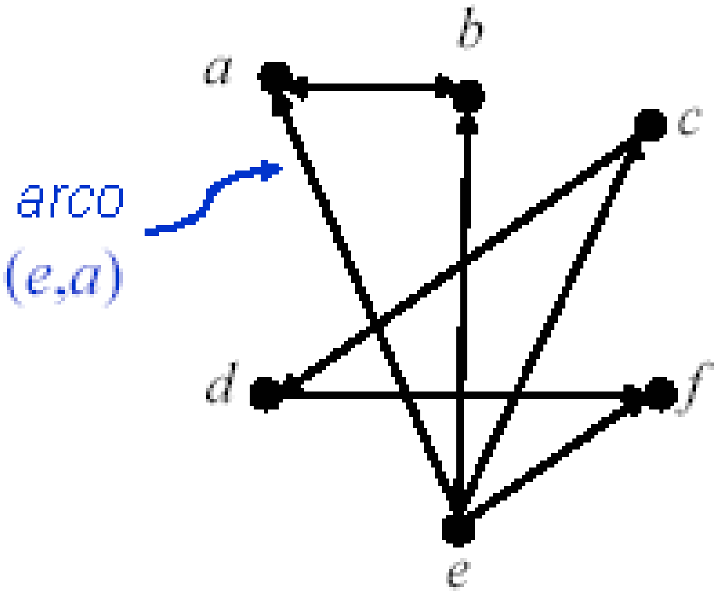
MCC3182

Grafo Normal



Matemáticas para Ciencias de la Computación
MCC3182

Grafo Ciencias de la Computación



Definición

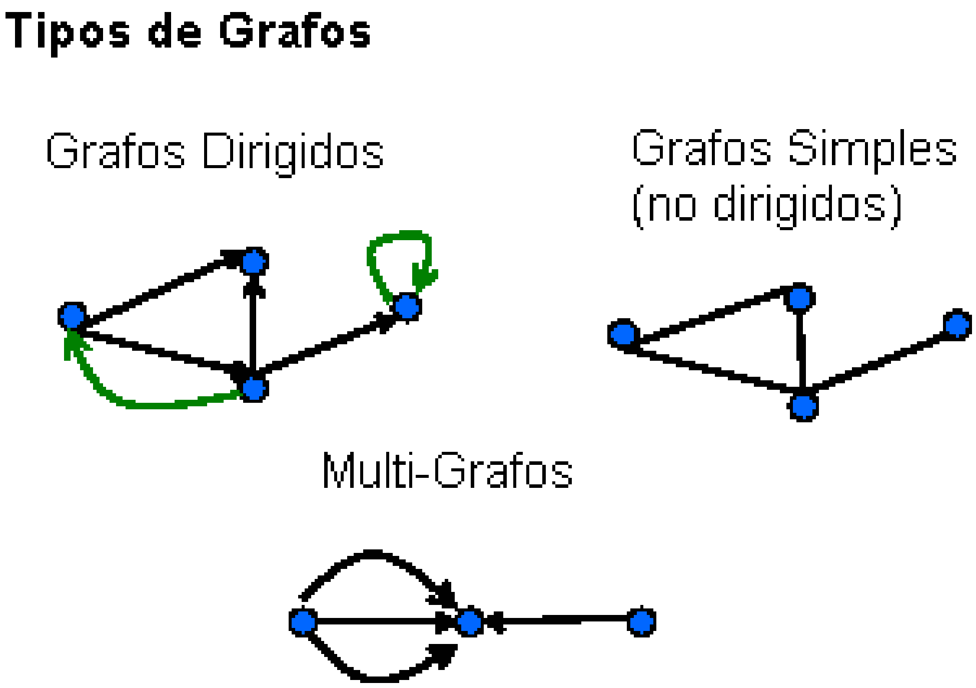
Un grafo es una conjunto de vértices *V* y un conjunto de arcos *E*, tal que

$$E \subseteq V \times V$$

Así E, es simplemente una relación binaria en el conjunto V.

Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182



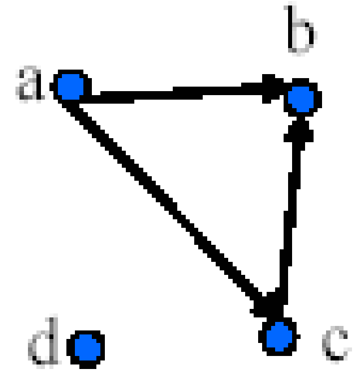
Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182

Relaciones y Grafos

$A = \{a,b,c,d\}$

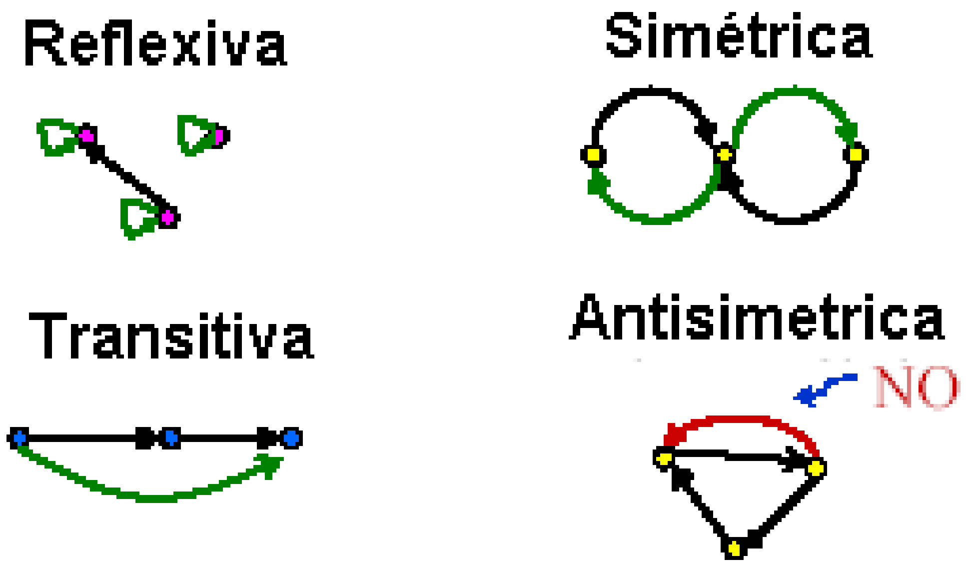
$R = \{(a,b)\ (a,c)\ (c,b)\}$



Matemáticas para Ciencias de la Computación

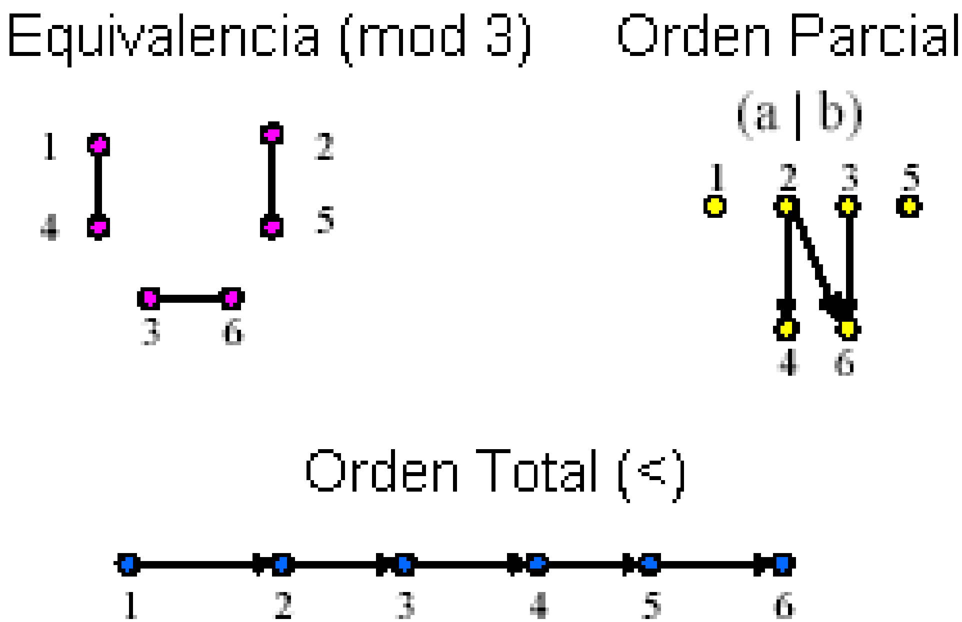
MCC3182

Propiedades de Relación



Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182



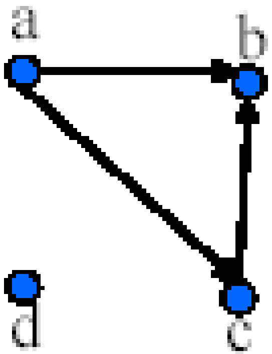
Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182

Representación de Matriz Booleana

$$A = \{a,b,c,d\}$$

$$R = \{(a,b)\ (a,c)\ (c,b)\}$$



$$\begin{array}{c|cccc|} & a & b & c & d \\ \hline a & 0 & 1 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182

Operaciones sobre la Matriz Booleana

$$\overline{R} = A \times A - R$$

(Todos los pares que no están en R)

$$\begin{array}{c|cccc|} & a & b & c & d \\ \hline a & 0 & 1 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|cccc|} & a & b & c & d \\ \hline a & 1 & 0 & 0 & 1 \\ b & 1 & 1 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 & 1 \\ d & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182

Composición Usando Matrices

$$\begin{array}{c|cccc|} \multicolumn{5}{c}{R} \\ & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ \hline a_1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \circ \begin{array}{c|cccc|} \multicolumn{5}{c}{S} \\ & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \hline b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|cccc|} \multicolumn{5}{c}{T ::= R \circ S} \\ & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \hline a_1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$T(a_1,c_1) = [R(a_1,b_1) \wedge S(b_1,c_1)] \vee [R(a_1,b_2) \wedge S(b_2,c_1)] \vee$$
$$[R(a_1,b_3) \wedge S(b_3,c_1)] \vee [R(a_1,b_4) \wedge S(b_4,c_1)]$$

Matemáticas para Ciencias de la Computación

MCC3182

Problemas del Mundo Real

Redes de Computadores
Conecciones Aereas
Conflictos en examenes
Mapas