

Aro Saltarín

Juan Pablo Celis

Robert Orcasitas

Dylan A. Castellanos

Presentado a: Luis Alberto Nuñez de Villavicencio Martinez

Retos Científicos

Escuela de Física

Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga, Colombia

25 de septiembre de 2024

Índice

1. Introducción	2
2. Estado del arte	2
3. Objetivos	3
3.1. Objetivo general	3
3.2. Objetivos específicos	3
4. Metodología	4
5. Referencias	5

Resumen

En la presente propuesta de investigación, se busca estudiar la dinámica de cuerpos circulares con una distribución de masa desequilibrada, para entender cómo estas irregularidades afectan el comportamiento durante el movimiento rotacional. El estudio se centrará en el fenómeno de saltos que ocurren cuando el centro de masa está desplazado del centro de rotación, lo cual puede ser causado por defectos o distribuciones de masa que desequilibren la rueda. Y a través de modelos experimentales y teóricos, veremos la influencia de la geometría, la masa desequilibrante, el ángulo de salto y la superficie de contacto, en comportamiento de los saltos, y la posibilidad de generalizar estos resultados a sistemas rotativos en general.

1 Introducción

El estudio de la dinámica de distintos movimientos de cuerpos rígidos es una base fundamental de la física, estudios por los cuales se han logrado caracterizar fenómenos dinámicos que han servido al avance tecnológico e industrial de la humanidad. Un ejemplo de un caso "simple" es el movimiento rotacional de una rueda y los fenómenos que se presentan bajo diferentes contextos. Por ende, estudiaremos el comportamiento de un cuerpo circular el cual tiene una distribución de masa que desbalancea su centro de masa del centro geométrico y lo aloja a las cercanías de su perímetro. Al ser este cuerpo impulsado a rodar, puede darse que el cuerpo en su totalidad de un salto. Es conocido que en el mundo real, las ruedas pueden presentar defectos que las desequilibran y estudiar estos casos es de gran ayuda para obtener una caracterización precisa de estos movimientos, también es posible hacer una extrapolación a movimientos rotativos con distribuciones de masa no uniformes, por ende realizar investigaciones sobre estos fenómenos son de utilidad.

En ese orden de ideas, se plantean las

siguientes preguntas: ¿De qué parámetros depende el comportamiento del salto, por ejemplo; geometría del cuerpo circular, la masa que desequilibra, el ángulo en el cual el cuerpo salta, la superficie del suelo? ¿Es posible extrapolar este fenómeno a un sistema cualquiera que esté en rotación?

2 Estado del arte

El fenómeno del aro saltarín ha sido un tema de interés en la física clásica debido a su naturaleza compleja y los diversos enfoques que se han propuesto para entenderlo. A lo largo de las décadas, se han desarrollado diferentes modelos teóricos y numéricos para abordar este problema desde diferentes perspectivas.

El problema fue presentado por John E. Littlewood en Littlewood 1953 en su libro "A Mathematician's Miscellany". En este problema, se propone un aro sin masa con una partícula adherida a su borde, que rueda sin deslizarse en un plano horizontal. Littlewood sugirió que, tras rodar 90 grados, el aro podría saltar debido a las características cíclicas de la trayectoria de

la masa. Esta hipótesis atrajo la atención de varios investigadores y fue planteada como problema a estudiantes de ingeniería en Cambridge.

En Tokieda 1997, Takashi F. Tokieda retomó el estudio de Littlewood, proponiendo que el salto era posible, basándose en la observación de experimentos realizados con hula-hoops modificados. Sin embargo, su análisis no incluía la fricción ni la inercia del aro, lo que llevó a críticas por parte de otros autores como James P. Butler, quien en su artículo “Hopping Hoops Don’t Hop” (Butler 1999) demostró que, sin el deslizamiento previo, el salto no es posible. Butler argumentó que el aro debería deslizar antes de cualquier salto.

Durante la década de los Theron 2000, W. F. D. Theron y Pritchett abordaron el problema considerando aros con masa distribuida y coeficientes de fricción realistas. Llegaron a la conclusión de que un aro rígido no puede saltar sin antes deslizarse, y que los saltos observados en experimentos requerían necesariamente una fase de deslizamiento previo. Theron también introdujo la elasticidad en los aros como una variable importante en el análisis del fenómeno, mostrando cómo los aros más flexibles pueden replicar mejor los saltos observados.

Un avance clave en la investigación del problema del aro saltarín ha sido el uso de simulaciones numéricas avanzadas, como las realizadas con COMSOL. Estas simulaciones han mostrado que el comportamiento del salto depende significativamente de la velocidad inicial del aro y de la fricción con la superficie. Por ejemplo, con una velocidad inicial de 3.1 m/s, las simulaciones predicen

un salto antes de completar una revolución completa. Este salto ocurre debido a una compleja interacción entre las fuerzas de fricción y la velocidad angular, validando algunos aspectos de los modelos previos, pero aportando mayor detalle sobre las fuerzas involucradas.

El análisis moderno del problema del aro saltarín ha revelado que los modelos que consideran la inercia, fricción y elasticidad son los más precisos para predecir el comportamiento observado en experimentos reales. Simulaciones recientes han proporcionado una mejor comprensión de cómo el aro puede saltar, mostrando la importancia de la velocidad inicial y la fricción en la generación de este fenómeno. Esto amplía los estudios iniciales y aporta nuevas herramientas para explorar fenómenos similares en sistemas dinámicos.

3 Objetivos

Para la realización de este proyecto se plantean los siguientes objetivos:

3.1 Objetivo general

Estudiar el fenómeno de un salto que realiza un movimiento rotacional de una distribución de masa circular desbalanceada y encontrar parámetros relevantes.

3.2 Objetivos específicos

- Analizar vídeos de diferentes distribuciones desequilibrada de masas en una rueda mediante Tracker.

- Realizar código para simular el movimiento del aro saltarín.
 - Comparar y analizar las diferencias entre los valores que entrega el código con los de Tracker.
 - Determinar si esta teoría es replicable para cualquier movimiento rotatorio con distribución de masa desequilibrada.
- Ejecutar simulaciones variando sistemáticamente una geometría a la vez (manteniendo las demás constantes) para observar cómo cambian los parámetros del salto (altura máxima, frecuencia de saltos, momento angular).
 - Realizar simulaciones con diferentes condiciones iniciales, como velocidad lineal y velocidad angular, para obtener un conjunto completo de resultados.

4 Metodología

1. Análisis teórico y modelización matemática:

- Comenzar con el desarrollo de un modelo teórico que describa el comportamiento del aro saltarín usando las ecuaciones del movimiento traslacional y rotacional.
- Formular ecuaciones que relacionen el radio r , la masa m , y el grosor a del aro con la fuerza normal y la energía cinética (traslacional y rotacional).
- Usar principios de conservación de la energía y conservación del momento angular para derivar expresiones que indiquen cuándo el aro puede despegarse de la superficie.
- Crear un modelo paramétrico que permita variar los valores de r , m y a para simular los efectos geométricos sobre el salto.

2. Simulaciones:

- Utilizar software de simulación física (como MATLAB, Simulink o simuladores de dinámica de cuerpos rígidos como Ansys) para probar el comportamiento de aros con diferentes radios, masas y grosores.

3. Experimentos físicos:

- Construir o adquirir aros de diferentes radios, masas y grosores para llevar a cabo pruebas experimentales (proponemos utilizar aros de madera y de caucho).
- Adquirir una bola de plástico y llenarla de plastilina, y unirla mediante dos tornillos y bisagras a los aros, y de esta forma reutilizarse en otros aros con la posibilidad de cambiar la configuración de distribución de la masa.
- Cámaras para registrar el comportamiento del aro mientras rueda en una superficie plana y determinar cuándo y cómo ocurre el salto.
- Medir la altura máxima alcanzada, el número de saltos, la frecuencia de los saltos y el momento angular, variando los parámetros geométricos del aro.
- Repetir cada experimento varias veces para obtener datos estadísticamente significativos.

4. Análisis de datos:

- Comparar los resultados experimentales con las predicciones teóricas y de simulación, buscando concordancias y discrepancias.
- Usar análisis estadístico para identificar las tendencias principales, como la relación entre

el radio del aro y la altura del salto o la masa similares.
del aro y la frecuencia de los saltos.

- Aplicar técnicas de ajuste de curvas o regresión para encontrar expresiones empíricas que relacionen los parámetros geométricos con el comportamiento de salto.

5. Discusión de resultados:

- Discutir si los resultados experimentales y de simulación confirman las predicciones teóricas.
- Explorar posibles fuentes de error o fenómenos no previstos por la teoría, como la influencia de las propiedades del material del aro (elasticidad, rigidez).
- Evaluar si los hallazgos sugieren la existencia de un límite crítico en la geometría del aro que inhiba el salto, y qué implicaciones podrían tener estos resultados para otros sistemas dinámicos con geometrías

5 Referencias

Referencias

- [1] James P Butler. “Hopping hoops don’t hop”. En: *The American mathematical monthly* 106.6 (1999), págs. 565-568.
- [2] John E. Littlewood. *A Mathematician’s Miscellany*. Revised Edition, Cambridge University Press, 1986. London: Methuen & Co. Ltd., 1953.
- [3] WFD Theron. “The rolling motion of an eccentrically loaded wheel”. En: *American Journal of Physics* 68.9 (2000), págs. 812-820.
- [4] Tadashi F Tokieda. “The hopping hoop”. En: *The American mathematical monthly* 104.2 (1997), págs. 152-154.