

Introdução à Teoria das Probabilidades

Professor: Francisco A. Rodrigues

Segunda lista de exercícios

Aula 8

1 - Em uma urna há 8 bolas brancas e 4 pretas. Retira-se 5 bolas com reposição. Calcule a probabilidade de que saiam:

- a) duas bolas brancas.
- b) ao menos três bolas pretas.
- c) nenhuma bola branca.
- d) ao menos quatro bolas brancas.

2 - Seja X uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli. Calcule $E[2^X]$.

3- Suponha que $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$. Se $E(X) = 3V(X)$, encontre $P(X = 0)$.

Aula 9

4 - Suponha que o número de erros tipográficos em uma página de um livro tenha uma distribuição de Poisson com parâmetro $\alpha = 0,5$. Calcule a probabilidade de que há ao menos um erro em uma dada página desse livro. (R: 0,39)

5 - Em todos os dias da semana, em uma empresa chegam 300 telefonemas por hora. Qual a probabilidade de que:

- a) em um minuto não haja nenhuma chamada?
- b) em 2 minutos haja 2 chamadas?
- c) em t minutos não haja chamadas?

Aula 10

6 - Em uma série do campeonato de basquete da NBA, o time que ganhar quatro jogos em 7 (melhor de 4) será o vencedor. Suponha que o time A tenha probabilidade 0,55 de ganhar do time B durante o campeonato.

- a) Qual é a probabilidade de que A vença a série em seis jogos? (R: 0,18)
- b) Qual é a probabilidade de que A vença a série? (R: 0,61)

7 - Pequenos motores elétricos são expedidos em lotes de 50 unidades. Antes que uma remessa seja aprovada, um inspetor escolhe 5 desses motores e inspeciona-os. Se todos os motores inspecionados são perfeitos, o lote é aprovado. No entanto, se um ou mais motores inspecionados forem defeituosos, o lote todo é inspecionado. Suponha que exista três motores defeituosos no lote. Qual é a probabilidade de que o inspetor faça a inspeção no lote todo? (R: 0,28)

8 - Uma fração $p = 0,05$ de produtos em uma linha de produção é defeituosa. A saída da linha é amostrada, uma a uma, de uma maneira aleatória. Qual é a probabilidade de que o primeiro item defeituoso seja o décimo item amostrado?

Aula 11

9 - Uma indústria fabrica lâmpadas especiais que ficam em operação continuamente. A empresa oferece aos seus clientes a garantia de reposição caso uma lâmpada dure menos de 50 horas. A vida útil dessas lâmpadas é modelada através de uma distribuição exponencial com parâmetro $1/8000$.

- a) Determine a percentagem de trocas por defeito de fabricação. (R:0,006)
- b) Determine a duração média das lâmpadas e a sua variância.

10 - Suponha que um fusível tenha duração de vida X , a qual pode ser considerada uma variável aleatória contínua com distribuição exponencial. Existem dois processos para fabricar um fusível. O processo I apresenta uma duração esperada de 100 horas (ou seja, $\alpha_I = 1/100$), enquanto que o processo II apresenta duração de vida esperada de 150 horas ($\alpha_{II} = 1/150$). Suponha que o processo II seja duas vezes mais custoso (por fusível) que o processo I, que custa C reais por fusível. Admita, além disso, que se um fusível durar menos do que 200 horas, uma multa de k reais seja lançada sobre o fabricante. Qual o processo deve ser empregado?

11 - Suponha que a variável aleatória X tem uma distribuição exponencial com parâmetro α . Calcule a probabilidade de que X ultrapasse seu valor esperado.

Aula 12

12 - O peso médio de 500 estudantes do sexo masculino de uma determinada universidade é 75,5 Kg e o desvio padrão é 7,5 Kg. Admitindo que os pesos são normalmente distribuídos, determine a percentagem de estudantes que pesam:

- a) entre 60 e 77,5 Kg. (R: 0,579) b) mais do que 92,5 Kg. (R: 0,011)

13 - Uma máquina de bebidas está regulada de modo a servir uma média de 150ml por copo. Se a quantidade servida por copo seguir uma distribuição normal com desvio padrão de 20 ml, determine:

- a) a percentagem de copos que conterão mais de 175ml de bebida? (R: 0,10)
b) se forem usados copos de 170ml cada, quantos transbordarão em média nas próximas 100 bebidas? (R: 16)
c) As 25% bebidas com menor conteúdo estão abaixo de quantos ml? (R: 136,6)

14 - Doentes sofrendo de certa moléstia são submetidos a um tratamento intensivo cujo tempo de cura foi modelado por uma função densidade de probabilidade normal, $X \sim N(15, 4)$.

- a) Determine a fração de pacientes que demoram mais de 17 dias para se recuperar.
b) Determine a probabilidade de um doente, escolhido ao acaso, apresentar tempo de cura inferior a 20 dias.
c) Antes de quanto tempo 25% dos pacientes serão curados?
d) Para 100 pacientes escolhidos ao acaso, qual é o número esperado de pacientes que serão curados em menos de 11 dias?