

Le crime du manoir Dreadbury

Application du raisonnement logique à la résolution d'énigme

Julie CAILLER

Samedi 8 octobre 2022

Journées Portes Ouvertes du LIRMM 2022

Équipe MaREL, LIRMM, Université de Montpellier, CNRS, France



Qui a tué Agatha ?

Quelqu'un qui vit au manoir Dreadbury a tué tante Agatha.
Agatha, le majordome, et Charles vivent dans le manoir Dreadbury, et sont les seules personnes qui y vivent.
Un tueur déteste toujours sa victime, et n'est jamais plus riche que sa victime.
Agatha ne déteste pas toutes les personnes que Charles déteste.
Agatha déteste tout le monde sauf le majordome.
Le majordome déteste tous ceux qui ne sont pas plus riches que tante Agatha.
Le majordome déteste tous ceux que tante Agatha déteste.
Personne ne déteste tout le monde.
Agatha n'est pas le majordome.

Qui a tué Agatha ?

Quelqu'un qui vit au manoir Dreadbury a tué tante **Agatha**.
Agatha, le **majordome**, et **Charles** vivent dans le manoir Dreadbury, et sont les seules personnes qui y vivent.

Un tueur déteste toujours sa victime, et n'est jamais plus riche que sa victime.

Agatha ne déteste pas toutes les personnes que **Charles** déteste.

Agatha déteste tout le monde sauf le **majordome**.

Le **majordome** déteste tous ceux qui ne sont pas plus riches que tante **Agatha**.

Le **majordome** déteste tous ceux que tante **Agatha** déteste.

Personne ne déteste tout le monde.

Agatha n'est pas le **majordome**.

Qui a tué Agatha ?

Quelqu'un qui vit au manoir Dreadbury a tué tante Agatha.
Agatha, le majordome, et Charles vivent dans le manoir Dreadbury, et sont les seules personnes qui y vivent.

Un tueur déteste toujours sa victime, et n'est jamais plus riche que sa victime.

Agatha ne déteste pas toutes les personnes que Charles déteste.
Agatha déteste tout le monde sauf le majordome.

Le majordome déteste tous ceux qui ne sont pas plus riches que tante Agatha.

Le majordome déteste tous ceux que tante Agatha déteste.

Personne ne déteste tout le monde.

Agatha n'est pas le majordome.

Constantes :

- A : Agatha
- M : Majordome
- C : Charles

Prédicats :

- $Vit_au_manoir(x)$: x vit au manoir Dreadbury
- $Tue(x, y)$: x a tué y
- $Deteste(x, y)$: x déteste y
- $Plus_riche(x, y)$: x est plus riche que y

Transformation logique (1/2)

Quelqu'un qui vit au manoir Dreadbury a tué tante Agatha.

$$\exists x (Vit_au_manoir(x) \wedge Tue(x, A))$$

Agatha, le majordome, et Charles vivent dans le manoir Dreadbury, et sont les seules personnes qui y vivent.

$$\forall x Vit_au_manoir(x) \Rightarrow (x = A \vee x = M \vee x = C)$$

Un tueur déteste toujours sa victime, et n'est jamais plus riche que sa victime.

$$\forall x, y (Tue(x, y) \Rightarrow Deteste(x, y))$$

$$\forall x, y (Tue(x, y) \Rightarrow \neg Plus_riche(x, y))$$

Agatha ne déteste pas toutes les personnes que Charles déteste.

$$\forall x (Deteste(C, x) \Rightarrow \neg Deteste(A, x))$$

Transformation logique (2/2)

Agatha déteste tout le monde sauf le majordome.

$$\forall x (Deteste(A, x) \Rightarrow x \neq M)$$

Le majordome déteste tous ceux qui ne sont pas plus riches que tante Agatha.

$$\forall x (\neg Plus_riche(x, A) \Rightarrow Deteste(M, x))$$

Le majordome déteste tous ceux que tante Agatha déteste.

$$\forall x (Deteste(A, x) \Rightarrow Deteste(M, x))$$

Personne ne déteste tout le monde.

$$\forall x \exists y (\neg Deteste(x, y))$$

Agatha n'est pas le majordome.

$$A \neq M$$

Le majordome a-t-il tué Agatha ? (1/2)

Le majordome déteste tous ceux que tante Agatha déteste.

$$\forall x (Deteste(A, x) \Rightarrow Deteste(M, x))$$

Agatha déteste tout le monde sauf le majordome.

$$\forall x (Deteste(A, x) \Rightarrow x \neq M)$$

Donc : Le majordome déteste tout le monde sauf lui-même.

$$\neg Deteste(M, M)$$

Le majordome a-t-il tué Agatha ? (2/2)

Le majordome déteste tous ceux qui ne sont pas plus riches que tante Agatha.

$$\forall x (\neg Plus_riche(x, A) \Rightarrow Deteste(M, x))$$

Donc :

Le majordome est plus riche que tante Agatha.

$$Plus_riche(M, A)$$

Un tueur n'est jamais plus riche que sa victime.

$$\forall x, y (Tue(x, y) \Rightarrow \neg Plus_riche(x, y))$$

Donc : Le majordome n'a pas tué tante Agatha.

$$\neg Tue(M, A)$$

Charles a-t-il tué Agatha ? (1/2)

Un tueur déteste toujours sa victime

$$\forall x, y (Tue(x, y) \Rightarrow Deteste(x, y))$$

Agatha ne déteste pas toutes les personnes que Charles déteste.

$$\forall x (Deteste(C, x) \Rightarrow \neg Deteste(A, x))$$

Donc :

Si Charles a tué quelqu'un alors c'est quelqu'un qu'Agatha ne déteste pas.

$$\forall y (Tue(C, y) \Rightarrow \neg Deteste(A, y))$$

Charles a-t-il tué Agatha ? (2/2)

Agatha déteste tout le monde sauf le majordome.

$$\forall x (\neg \text{Deteste}(A, x) \Rightarrow x = M)$$

Donc :

Si Charles a tué quelqu'un alors c'est le majordome.

$$\forall y (\text{Tue}(C, y) \Rightarrow y = M)$$

Agatha n'est pas le majordome.

$$A \neq M$$

Donc :

Charles n'a pas tué Agatha.

$$\neg \text{Tue}(C, A)$$

Agatha a-t-elle tué Agatha ?

Quelqu'un qui vit au manoir Dreadbury a tué tante Agatha.

$$\exists z (Vit_au_manoir(z) \wedge Tue(z, A))$$

Agatha, le majordome, et Charles vivent dans le manoir Dreadbury, et sont les seules personnes qui y vivent.

$$\forall x (Vit_au_manoir(x) \Rightarrow (x = A \vee x = M \vee x = C))$$

Donc :

Le tueur est soit Agatha, soit le majordome, soit Charles.

$$z = A \vee z = M \vee z = C$$

Ce n'est pas Charles, ni le le majordome.

$$\neg Tue(C, A), \neg Tue(M, A)$$

Donc :

Agatha s'est suicidée.

$$Tue(A, A)$$