

Mètodes Algebraics per a l'Estadística

Grau d'Estadística Aplicada

Sistemes d'equacions lineals i matrius

Determineu el rang de les matrius següents. i, en cas que siguin invertibles, calculeu la seva inversa.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -4 & 5 \\ 3 & 12 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & a & 3 \end{pmatrix}$$

Per cadascuna de les matrius anteriors, calculeu també, quan sigui possible, el seu determinant.

Haureu d'utilitzar les instruccions `rank()` i `determinant()` així com les funcions per construir les matrius

In []:

In []:

In []:

In []:

In []:

In []:

X-----X

Si es considera la família de sistemes d'equacions amb incògnites x, y, z, t dependent del paràmetre a donada per

$$\left. \begin{aligned} x + 4z + 4t &= 1 \\ x + 2y + 3t &= 0 \\ y - 2z - t &= a - 1 \\ x + y + az + 3t &= a \end{aligned} \right\}$$

Per a quins valors del paràmetre a es pot afirmar que és compatible determinat?

Quan no és determinat, és compatible o incompatible?

Noteu que la matriu (dels coeficients) del sistema d'equacions és la mateixa de l'últim exemple del bloc anterior.

Aquest és un bon exemple on provar de fer la reducció de la matriu del sistema d'equacions pas a pas utilitzant `add_multiple_of_row()`, `swap_rows()` i, eventualment, `rescale_row()`

In []:

In []:

In []:

In []:

In []:

X-----X

Considereu la matriu del sistema d'equacions anteriors en el cas $a = 2$ (si encara no ho heu descobert, és el cas en què el sistema no és determinat). Utilitzeu la instrucció `echelon_form()` per tal d'obtenir la forma esglaonada de Gauss-Jordan d'aquesta matriu.

In []:

In []:

In []:

In []:

In []:

X-----X

Si es vol obtenir la matriu invertible P que transforma la matriu del sistema original en la matriu reduïda es pot canviar `echelon_form()` per `extended_echelon_form()` i utilitzar `matrix_from_columns()` per tal d'aïllar P del resultat que s'obté.

In []:

In []:

In []:

In []:

In []:

X-----X

Feu la multiplicació de la matriu P de l'apartat anterior per la matriu del sistema original per tal de veure que el resultat és la matriu reduïda.

In []:

In []:

In []:

In []:

In []: