# Tarea

## Programación Lineal

## Curso Álgebra Lineal

#### Pregunta 1

Al norte de Invernalia se levanta el Muro, donde los Cuervos de la Noche acaban de acoger a 100 nuevos reclutas para realizar diferentes labores como por ejemplo: cultivar dos tipos de cereales, cebada por un lado y trigo por otro para alimentar a sus caballos, plantar árboles frutales, manzanas y naranjas para ellos mismos o bien dedicarse a reforestar plantando pinos y chopos para que la tierra vuelva a coger fuerza antes de que llegue el invierno.

Por cada recluta que se dedica a plantar trigo y cebada, la Guardia de la Noche se ahorran respectivamente 3000 y 2500 Dragones de Oro al mes con respecto a comprarlas en el mercado de Desembarco del Rey; por cada recluta que planta manzanas se ahorran 3500 Dragones de Oro al mes y por cada uno que planta naranjas se ahorran 4000 más cada mes.

Por último, por la orden firmada por Ned Stark con respecto al medio ambiente, los Cuervos de la Noche reciben una subvención por reforestar la zona en forma de 5000 Dragones de Oro mensuales por cada cuervo que reforesta con pinos y 4500 Dragones de Oro por cada uno que reforesta con chopos.

Finalmente, las normas de explotación agrarias dictadas por el Rey Robert Baratheon obligan a utilizar al menos el 40% de los nuevos reclutas para cultivar los cereales y como máximo un 35% de los nuevos reclutas en cualquiera de las otras dos tareas, la de plantar árboles frutales o la reforestación.

- 1. Describe el problema anterior en términos de variables y datos planteando un problema de programación lineal
- 2. Pasa el problema anterior a forma estándar utilizando y explicando los cambios que consideres oportunos.
- 3. Resuleve el problema anterior utilizando el algoritmo del símplex e indicando en cada paso los cálculos y las operaciones que llevas a cabo.
- 4. Calcula cómo han de asignarse las tareas a los nuevos reclutas para cumplir con las condiciones anteriores y obtener el máximo ahorro para poder destinar el dinero a otras tareas más costosas como enviar a los Cuervos más allá del Muro.

## Pregunta 2

Representa la región fatible que determinan cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones lineales

$$\begin{cases} x & + 2y \ge 1 \\ 2x & - y \le -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y & - 3 < 0 \\ 2x + y > 1 \\ x & - 2y > -3 \end{cases}$$

$$\int y \ge 0 \\ y \le 5$$

### Pregunta 3

Encuentra, en cada caso, los valores máximo y mínimo, si se tienen

• z = 3x + y bajo las restricciones

$$\begin{cases} y & \geq 1 - x \\ y & \leq 1 \\ x & \leq 1 \end{cases}$$

• z = -x + 2y - 8 bajo las restricciones

$$\begin{cases} 3x + 2y \ge 6 \\ y \le 3 \\ 3x - 2y \le 0 \end{cases}$$

## Pregunta 4

Dado el programa de programación lineal max  $z=x_1+2x_2$  bajo las restricciones

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 15 \\ 28x_1 + 8x_2 \leq 77 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Resuélvelo gráficamente

## Pregunta 5

En un taller fabrican puertas de dos tipos, A y B. En cadd puerta tipo A se invierten  $2m^2$  de chapa y 5h de trabajo, mientras que en cada puerta tipo B,  $3m^2$  de chapa y 8h de trabajo. El taller dispone como mucho de  $570m^2$  de chapa y su personal puede llegar a hacer 1480h de trabajo.

Si el beneficio de cada puerta tipo A es de 8000 unidades monetáreas t el de cada puerta tipo B es de 14000 u.m., ¿cuántas puertas de cada tipo conviene hacer para obtener el máximo beneficio?

#### Pregunta 6

Una camioneta reparte sacos del mismo tamaño y de dos tipos, A y B. Los de tipo A pesan 30kg y los de tipo B, 20kg. Por cada saco de tipo A se cobran 1000 u.m. y por cada saco de tipo B, 700 u.m. ¿Cuántos sacos de cada tipo deben transportarse con tal de maximizar los beneficios si la camioneta no puede cargar más de 480 kg y solo caben 18 sacos?

#### Pregunta 7

Una granja de aves dispone de dos tipos de pienso,  $P_1$  y  $P_2$ . Cada pienso consta de hidratos de carbono, H, grasas, G y sustancias minerales, M. La composición en gramos por kg es

	H	G	M
$P_1$ $P_2$	500 400	300 300	200 400
1 2	100	300	100

Los animales necesitan un mínimo de 3kg de hidratos de carbono, 800 g de grasas y 700 gramos de sustancias minerales. Calcula la cantidad de cada tipo de pienso que se necesita tomar para que el coste sea mínimo sabiendo que un kg de  $P_1$  vale 700 u.m. y un kg de  $P_2$  vale 850 u.m.

## Pregunta 8

Una empresa de confección textil dispone de  $160m^2$  de algodón y  $240m^2$  de lana para hacer vestidos y abrigos. De media se utilizan  $1m^2$  de algodón y  $3m^2$  de lana para cada vestido, y  $2m^2$  de algodón y  $2m^2$  de lana para cada abrigo. Calcula cuántos vestidos y abrigos se deben confeccionar para obtener el máximo beneficio posible en cada uno de los siguientes casos:

- Con la venta de cada vestido se obtiene un beneficio de 25000u.m. y con la venta de cada abrigo, 35000u.m.
- Tanto con un vestido como con un abrigo se obtiene un beneficio de 30000u.m.
- Con la venta de cada vestido se obtiene un beneficio de 35000u.m. y con la de cada abrigo, 20000u.m.

## Pregunta 9

Una empresa de autocares se comprometió a poner ocmo mínimo 12 autucares a disposición de 400 estudiantes para su viaje de estudios. La empresa solo dispone de autocares de 20 y 40 plazas y de 22 conductores. Cualquier conductor puede manejar los autocares pequeños, pero solo 11 tienen licencia para conducir los grandes. El precio por cada km de los autocares pequeños es de 400u.m. mientras que el de los grandes es 720u.m. ¿Cuántos autocares de cada tipo debe utilizar la empresa con tal de cumplir el compromiso con el mínimo gasto posible?

#### Pregunta 10

Una empresa tiene dos fábricas F y G, en las cuales elabora un producto a razón de 12 y 16 unidades diarias, respectivamente. El producto debe ser entregado posteriormente a tres almacenes, M, N, O que necesitan 9,12 y 7 unidades de este producto respectivamente. Los gastos (en euros) para entregar cada unidad de producto desde cada fábrica a cada almacén se pueden ver en la siguiente tabla

	M	N	0
$\overline{F}$	5	2	1
G	3	3	4

¿Cómo debe organizar la empresa la entrega del producto con tal de que el coste sea mínimo? Encuentra la solución por el método gráfico.

#### Pregunta 11

Encuentra el máximo de Z=6x+6y+2z bajo las restricciones

$$\begin{cases} 3x & + & 6y & + & 2z & \leq & 1200 \\ 2x & + & 5y & + & 6z & \leq & 4000 \\ x & & & \geq & 0 \\ & & y & & \geq & 0 \\ & & & z & \geq & 0 \end{cases}$$

Escribe el enunciado de un problema, el planteamiento del cual sea el dado.

## Pregunta 12

Una empresa fabrica dos tipos de productos,  $P_1$  y  $P_2$ , en una planta que consta de 3 departamentos: corte, montaje y embalaje. Cada departamento puede funcionar hasta 8 horas diarias. El procdeso de producción es el siguiente:

Cada tonelada de producto  $P_1$  necesita media hora de corte, 20 minutos de embalaje y cada tonelada de producto  $P_2$  necesita 1h de montaje y 40 minutos de embalaje.

Si el beneficio por tonelada del producto  $P_1$  es 400 euros y el beneficio por tonelada de producto  $P_2$  es de 300 euros, determina las cantidades de estos productos que maximizan el beneficio de la empresa.

#### Pregunta 13

Una empresa quiere realizar una serie de proyectos de dos tipos: A y B. Cada proyecto A necesita 4 programadores, 2 analistas y 4 terminales. Su coste es de 1000 euros. Cada proyecto de tipo B necesita 2 programadores, 6 analistas y 1 terminal. Su coste es de 1500 euros. Se sabe que para el desarrollo de estos proyectos son necesarios como mínimo 8 programadores y 5 analistas y solo se cuenta con 6 terminales.

Determina el número de proyectos de cada tipo que debe realizar la empresa con tal de minizar el coste.

#### Pregunta 14

La empresa Juguetitos S.A. fabrica 6 tipos de juguetes  $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5$  y  $J_6$  a partir de la combinación de 6 materias primas. La composición de cada tipo de juguete, el beneficio que se obtiene por la venta de cada uno de ellos y la disponibilidad máxima de cada materia prima vienen dadas en la siguiente tabla

Materia	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$	Disponibilidad
Acero	1	4	-	4	2	-	800
Madera	4	5	3	-	1	-	1160
Plástico	-	3	8	_	1	-	1780
Goma	2	-	1	2	1	5	1050
Cartón	2	4	2	2	2	4	1360
Pintura	1	4	1	4	3	4	1260
Beneficio	30u.m.	45u.m.	24u.m.	<del>26</del> u.m.		30u.m.	

Por motivos ambientales la empresa quiere que la cantidad conjunta utilizada de plástico y de pintura no supere el 40% de la cantidad conjuntoa utilizada de madera y cartón

#### Pregunta 15

Un centro de nutrición debe diseñar la dieta para un grupo de jóvenes que deben ir de acampada. La dieta consta de seis alimentos básicos  $A_1, \ldots, A_6$ . Según especialistas, la dieta debe contener entre 26 y 32 unidades de vitamina A, al menos 25 unidades de vitamina B y 30 unidades de vitamina C, y como mucho 14 unidades de vitamina D.

La siguiente tabla nos da el número de unidades de las distintas vitaminas por unidad de alimento consumido y también el coste de cada tipo de alimento.

Vitaminas	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
$\overline{A}$	1	1	0	3	2	1
B	1	2	1	1	1	0
C	0	1	2	0	2	2
D	1	0	0	1	0	1
Coste	10	14	12	18	20	16

Plantea un PPL para determinar la cantidad de cada tipo de alimento de la dieta que satisfaga los requisitos nutricionales con un coste mínimo.

#### Pregunta 16

Un transportista se encarga del transporte de las cajas de dos empresas,  $E_1$  y  $E_2$ . Cada caja de la empresa  $E_1$  pesa 40kg y tiene  $200dm^3$  de volumen. Cada caja de empresa  $E_2$  pesa 50kg y tiene  $300dm^3$  de volumen. El transportista cobra 1.5€ por cada caja de la empresa  $E_1$  y 1.8€ por cada caja de la empresa  $E_2$ .

Si el camión que utiliza no puede cargar más de 37000kg con un volumen máximo de  $200000dm^3$ , calcula la combinación de cajas que hace que la caja más rentable para el transportista.

#### Pregunta 17

Tres estudiantes de ingeniería, A, B, C, se han dado de alta como autónomos durante los meses de verano con tal de ganar dinero que les permitan vivir y seguir estudiando al año siguiente. Han hecho un estudio de mercado y han decidido que pueden ofrecer dos tipos de aplicaciones informáticas, D y E, que adaptarán a diversos ámbitos.

La adaptación de cada aplicación necesita 3 procesos: modelización, programación y edición. A será el encargado de modelizar, B de programar y C de editar. Tanto A como B podrán trabajar hasta 40h/semana y C solo dispondrá de 22h/semana.

Saben que cada aplicación de tipo D necesita 6h de modelización, 8h de programación y 3h de edición y dará un beneficio de 300 euros y cada aplicación de tipo E necesita 4h de modelización, 4h de programación, 3h de edición y da un beneficio de 200 euros.

- Plantea y resuelve el PPL para determinar cuántas aplicaciones de cada tipo deben realizar semanalmente con tal de maximizar los beneficios.
- Interpreta la solución obtenida.