Tarea

Aplicaciones Lineales

Curso Álgebra Lineal

Pregunta 1

Estudiad las siguientes aplicaciones y comprobad que son lineales. Calculad su núcleo, imagen y la dimensión

$$\begin{array}{rccc} f_1: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \mapsto & y \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_2: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y) & \mapsto & x+y \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_3: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y,z) & \mapsto & x+y \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_4: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & (x,y,z) & \mapsto & x-y+z \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_5: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y,z) & \mapsto & (x,y) \end{array}$$

Pregunta 2

Obtened los subespacios vectoriales núcleo e imagen de las siguientes aplicaciones lineales

$$\begin{array}{rccc} f_1: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \mapsto & (2x-y, x+y) \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_2: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x,y,z) & \mapsto & (x+2y+z, x+5y, z) \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_3: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^4 \\ & (x,y) & \mapsto & (x, -y, x+3y, x-y) \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} f_4: & \mathbb{R}^4 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x,y,z,t) & \mapsto & (7x+2y-z+t, y+z, -x) \end{array}$$

Pregunta 3

Sea $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $f(e_1) = (1,1)$, $f(e_2) = (3,0)$ y $f(e_3) = (4,7)$ donde $\{e_1, e_2, e_3\}$ es la base canónica de $\mathbb{R}^3$

1. Calculad $f(1,3,8)$ y $f(x,y,z)$
2. Determinad el núcleo y la imagen de f

Pregunta 4

Sea $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $f(x,y,z) = (3x+2y-4z, x-5y+3z)$

1. Calcula la matriz de f con respecto a las bases canónicas
2. Calcula la matriz de f respecto a las bases $B_{\mathbb{R}^3} = \{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ y $B_{\mathbb{R}^2} = \{(1,1),(0,1)\}$

Pregunta 5

Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ con matriz asociada con respecto a la base canónica

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Determina la matriz C asociada a f con respecto a la base

$$B = \{(1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$$

Pregunta 6

Sea f el endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ definido por $f(e_1) = -e_1$, $f(e_2) = e_1 + e_2 + e_3$ y $f(e_3) = -e_2 - e_3$ con $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canónica de $\mathbb{R}^3$

1. Determina la matriz de f respecto a la base canónica anterior
2. Encuentra la dimensión del núcleo y la imagen de f
3. Prueba que los vectores $u_1 = -e_2$, $u_2 = e_1 + e_3$ y $u_3 = e_1$ forman una base de $\mathbb{R}^3$ y encuentra la matriz de f con respecto a esta base.

Pregunta 7

Un endomorfismo f de $\mathbb{R}^3$ está determinado por $f(x, y, z) = (2y + z, x - 4y, 3x)$ en la base canónica. Se pide

1. Núcleo e imagen de f
2. La matriz de f en esta base
3. La matriz de f en la base constituida por los vectores $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 1, 0)$ y $v_3 = (1, 0, 0)$
4. La expresión de f en la base $V = \{v_1, v_2, v_3\}$

Pregunta 8

Determinad la matriz del morfismo $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ tal que $f(0, 1, 1) = (1, 2, 7, 1)$, $f(1, 0, 3) = (-1, 2, 3, 1)$ y $f(2, -1, 0) = (2, 0, 4, 0)$. Encontrad las bases del núcleo de f. ¿Cuáles son las anti-imágenes del vector $(2, 4, 14, 2)$?