basicstyle=, framerule=0pt,frame=single, lineskip=0pt, emptylines=1, showstringspaces=false, escapechar=·, language=Python

Informática

Año 2013/2014

Facultad de CC. Matemáticas

Práctica 1

Ecuación de tercer grado

29 de noviembre de 2013

Las soluciones de las ecuaciones polinómicas han preocupado a gran parte de los matemáticos. Las más sencillas son las de grado 1. Las de grado 2 ya tienen cierta complicación que seguro te enseñaron a superar en el cole. En este ejercicio nos vamos a preocupar de las de grado 3. Si te interesa la historia de las ecuaciones de tercer grado un buen lugar para empezar es http://en.wikipedia.org/wiki/Cubic_equation

1 Número de soluciones.

Escribe un programa que calcule el número de soluciones reales de una ecuación de tercer grado.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Obviamente, los datos de entrada serán los coeficientes a, b, c y d. (Para más información consúltese la pista 1.)

2 Cálculo de las soluciones

Haz un programa que calcule las soluciones de la ecuación de tercer grado. (Para más información consúltese la pista 2.)

Fecha límite de entrega: Semana del 10 al 14 de Diciembre. No olvides concertar una cita con el profesor, a través de la web de la asignatura, con el objeto de fijar el momento de la entrega.

Pistas

1. Si consideramos la función $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, se tiene que:

- Si $a > 0$, $\lim_{x\to-\infty} p(x) = -\infty$ y $\lim_{x\to\infty} p(x) = \infty$.
- Si $a < 0$, $\lim_{x\to-\infty} p(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} p(x) = -\infty$.
- La función $p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ es positiva en los puntos en que $p(x)$ es creciente y negativa en los que es decreciente.

Calculando (si existen) las raíces reales de la ecuación $p'(x) = 0$ y los valores que toma $p(x)$ en esas raíces podemos tener en cuenta las consideraciones anteriores para deducir fácilmente el número de ceros de $p(x)$.

2. Para calcular las soluciones conviene simplificar lo más posible la ecuación, primero podemos suponer que la ecuación es de la forma $x^3 + ax^2 + bx + c$. Además podemos realizar las siguientes transformaciones:

- Si hacemos $t = x - \frac{a}{3}$ la ecuación resulta $t^3 + pt + q = 0$ con:

$$p = b - \frac{a^2}{3}, q = c + \frac{2a^3 - 9ab}{27}$$

- Si ahora hacemos $t = y - \frac{p}{3y}$, multiplicamos ambos miembros por y^3 y simplificamos (mucho) la ecuación resulta ser de grado 2 en y^3:

$$y^6 + qy^3 - \frac{p^3}{27} = 0$$