Examen Año 2011/2012

Año 2011/2012 Facultad de CC. Matemáticas

## Junio 18 de junio 2012

## ▷ 1. Cálculo puntual de la matriz de mediotono de Judice-Jarvis-Ninke

(3 puntos) La matriz de mediotono de Limb de nivel 0, que denotaremos con  $L_0$ , es una matriz entera de tamaño  $1 \times 1$  cuyo único elemento vale 0. La matriz de mediotono de Limb de nivel n > 0,  $L_n$ , es una matriz entera de tamaño  $2^n \times 2^n$  que viene definida por

$$L_n = \begin{bmatrix} 4L_{n-1} & 4L_{n-1} + 3U_{n-1} \\ 4L_{n-1} + 2U_{n-1} & 4L_{n-1} + 1U_{n-1} \end{bmatrix}$$

donde  $U_n$  es una matriz  $2^n \times 2^n$  con todos sus elementos a 1.

Haz primero una función recursiva que, dada una fila i, una columna j y un nivel n, calcule el elemento de la posición (i, j) de la matriz de Limb de nivel n. Implementa luego una variante iterativa.

**Pista:** Si no tienes suficiente práctica con el álgebra matricial, la fórmula que define  $L_n$  te puede resultar extraña. Cuando se construye una matriz juntando otras, se entiende que las internas pierden el caparazón que sujeta sus elementos y éstos pasan a formar parte de la matriz externa. Por eso,

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

У

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 3 & 15 \\ 8 & 4 & 11 & 7 \\ 2 & 14 & 1 & 13 \\ 10 & 6 & 9 & 5 \end{bmatrix}.$$

## > 2. Calendario perpetuo: fechas absolutas

El calendario gregoriano, es un calendario originario de Europa, actualmente utilizado de manera oficial en la mayoría de países. Así denominado por ser su promotor el Papa Gregorio XIII, vino a sustituir en 1582 al calendario juliano utilizado desde que Julio César lo instaurase en el año 45 adC. Para ese año el equinoccio de primavera, que marca el periodo Pascual, se había adelantado hasta el 11 de marzo. El nuevo calendario corrigió ese error, y así en los territorios de la Corona Española el viernes 15 de octubre de 1582 vino después del jueves 4 de octubre. Por motivo político-religiosos, no todos los países han adoptado el calendario gregoriano al mismo tiempo, así en Inglaterra y sus colonias no se estableció hasta 1752, y en Europa del Este hasta el primer cuarto del siglo XX. Por ello se dan circunstancias paradójicas como que la fecha que normalmente se establece para el fallecimiento de Miguel de Cervantes y William Shakespeare es la misma, el 23 de abril de 1616, pero en realidad se trata de días diferentes.

El calendario juliano establecía como años bisiestos uno de cada cuatro, por lo que un año duraba 365,25 días, mientras que la cifra correcta es de 365,242189, o lo que es lo mismo, 365 días, 5 horas, 48 minutos y 45,16 segundos. Esos más de 11 minutos contados adicionalmente a cada año habían supuesto a lo largo del tiempo un error acumulado de aproximadamente 10 días. El calendario gregoriano toma la valor de las Tablas Alfonsíes de 365 días 5 horas 49 minutos y 16 segundos como la duración de 1 año. Para corregir esa diferencia, en el calendario

gregoriano se cambia la definición de año bisiesto: es año bisiesto el que sea múltiplo de 4, con excepción de los años múltiplos de 100; respecto a éstos, es bisiesto el año múltiplo de 400. De esta forma los años 1700, 1800 y 1900 no fueron bisiestos mientras que sí lo fueron el 1600 y el 2000. Con estos cálculos, el año gregoriano dura 365,2425 días, es decir, atrasa aproximadamente 26 s cada año, por lo que se requiería el ajuste de un día cada 3300 años; pero eso es dentro de mucho tiempo en el que entran en juego otros factores.

Con todo esto, representar una fecha como se hace habitualmente día-mes-año no parece muy conveniente. La forma habitual de hacerlo en una computadora es contar los milisegundos desde una fecha previamente establecida. Nosotros lo vamos a simplificar un poco, en primer lugar como sólo queremos establecer la fecha (no la hora), vamos a contar los días transcurridos desde una fecha prefijada. En segundo lugar, para facilitar los cómputos estableceremos la fecha inicial el 1 de enero de 1601 ya que 1601 marca el comienzo de un bloque de 400 años que culmina en el año bisiesto 2000. Por ejemplo

- El 23 de abril de 1616 es el día 5591.
- El 10 de octubre de 1968 es el día 134326.
- El 1 de enero de 2001 (el primer día de este siglo) es el día 146097.
- El 27 de noviembre de 2006 es el día 148253.

Por último como sabemos que el 27 de noviembre fue lunes, podemos saber qué día de la semana es cualquier fecha en el calendario gregoriano. Así sabemos que a Cervantes lo enterraron un sábado.

• (2 puntos) Haz un programa en Python que dada una fecha, compruebe si es correcta, calcule el entero que lo representa y calcule el día de la semana según el calendario gregoriano.