Matemáticas

Implementando polinomios.

3 de abril de 2014

Un polinomio se puede ver como una lista de monomios de la siguiente forma:

$$x^{100} - 3x^2 + 1 \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{(1,0) \mid (-3,2) \mid (1,100)}$$

1 Tipos de datos

Define las clases necesarias para para representar monomios y polinomios.

2 Suma y resta de polinomios

Diseña métodos para sumar y restar polinomios.

3 Multiplicación de polinomios

Diseña métodos para multiplicar dos polinomios.

4 División de polinomios

Diseña métodos para dividir polinomios.

5 Polinomio de interpolación de Lagrange

Haz un programa que calcule el polinomio de interpolación de Lagrange. Este polinomio se calcula como se indica a continuación. Tenemos los puntos $(x_0, y_0), \ldots, (x_k, y_k)$, queremos calcular un polinomio cuyo valor en x_i sea exactamente y_i $(0 \le i \le k)$. Dicho polinomio L(X) se calcula de la siguiente manera:

$$L(x) = \sum_{j=0}^{k} y_j \ell_j(x)$$

donde cada $\ell_i(x)$ es un polinomio que verifica lo siguiente

$$\ell_j(x_j) = 1$$
, $\ell_j(x_i) = 0 \ \forall \ i \neq j$

Los polinomios $\ell_j(x)$ se pueden calcular de la siguiente forma:

$$\ell_j(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^k \frac{x - x_i}{x_j - x_i} = \frac{x - x_0}{x_j - x_0} \cdots \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \frac{x - x_{j+1}}{x_j - x_{j+1}} \cdots \frac{x - x_k}{x_j - x_k}$$

Nótese que los denominadores son escalares, no polinomios.

El programa debe leer los puntos de interpolación de un fichero. Por ejemplo, si queremos calcular el polinomio de interpolación para los puntos (0.5, 2.3), (3.1, 6.8) y (5.6, 5.5) el fichero contendrá las siguientes líneas.

0.5 2.3

3.1 6.8

5.6 5.5

6 Un poco de historia

En análisis numérico, el polinomio de Lagrange, llamado así en honor a Joseph-Louis de Lagrange, es el polinomio que interpola un conjunto de puntos dado en la forma de Lagrange. Fue descubierto por Edward Waring en 1779 y redescubierto más tarde por Leonhard Euler en 1783. Dado que existe un único polinomio interpolador para un determinado conjunto de puntos, resulta algo confuso llamar a este polinomio el polinomio interpolador de Lagrange. Un nombre más conciso es interpolación polinómica en la forma de Lagrange (fuente Wikipedia, http://es.wikipedia.org/wiki/Interpolaci%C3%B3n_polin%C3%B3mica_de_Lagrange)

Fecha límite de entrega: Semana del 14 al 20 de Abril.