

## ANEXO E – Questão 3 - PIPA

Júlia e Dudu são irmãos e resolveram construir uma pipa com a ajuda do pai deles. Eles tinham papéis de 3 cores diferentes (azul, laranja e amarelo) para fazer a pipa. O modelo que eles querem construir tem 5 partes, como representado abaixo (Figura 1):

Figura 1 - Pipa ilustrativa



Fonte: OBMEP

Porém, eles querem que as partes que se tocarem na pipa nunca tenham a mesma cor. Quantos tipos diferentes de pipa eles podem construir?

### **PASSO 1**

**Primeiramente, apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução de acordo com o Guia “Construindo Pipas”:**

- **Usando 3 cores, eles podem construir a pipa das seguintes maneiras (Figura 2):**

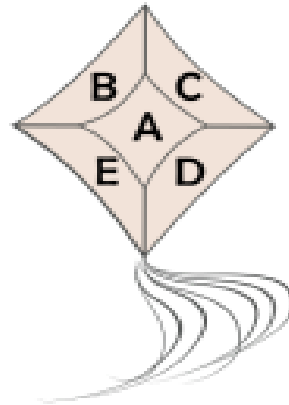
Figura 2 - Possibilidades de pipas



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Júlia e Dudu têm papéis de 3 cores (azul, laranja e amarelo) para construir uma pipa. Mas eles querem que, as partes que se tocarem na pipa nunca tenham a mesma cor. Nomearemos cada parte da pipa como A, B, C, D e E, conforme ilustrado ao lado (Figura 3).

Figura 3 - Identificação dos espaços da pipa



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Observemos que a parte interna da pipa, a parte A, pode ser da cor azul, amarela ou laranja.
- Se A for da cor azul, então B pode ser laranja ou amarelo. B não pode ser azul, já que 2 partes da pipa que se tocam não podem ser da mesma cor.
- Sendo B da cor laranja, então C e E só podem ser da cor amarela, e, assim, D deve ser da cor laranja.
- Agora, sendo B da cor amarela, então C e E só podem ser da cor laranja, e D deve ser da cor amarela (Figura 4).

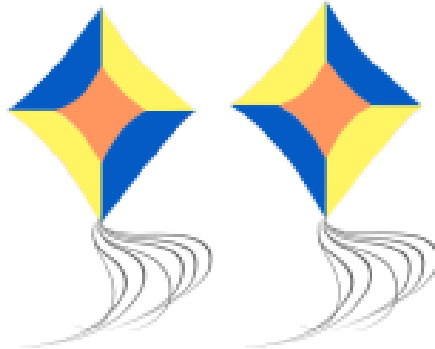
Figura 4 - Raciocínio (passo 1)



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Se A for da cor laranja, então B pode ser da cor azul ou amarela. Análogo ao caso anterior, Júlia e Dudu também podem construir a pipa como mostrado abaixo (Figura 5).

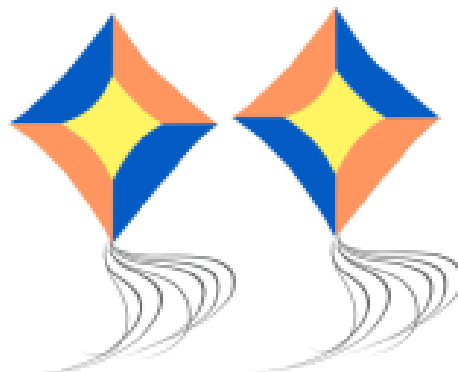
*Figura 5 - Raciocínio (passo 2)*



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Se A for da cor amarela, então B pode ser azul ou laranja. Ainda semelhante ao primeiro caso, Júlia e Dudu também possuem mais duas maneiras de construir a pipa, sendo elas representadas nas imagens abaixo (Figura 6).

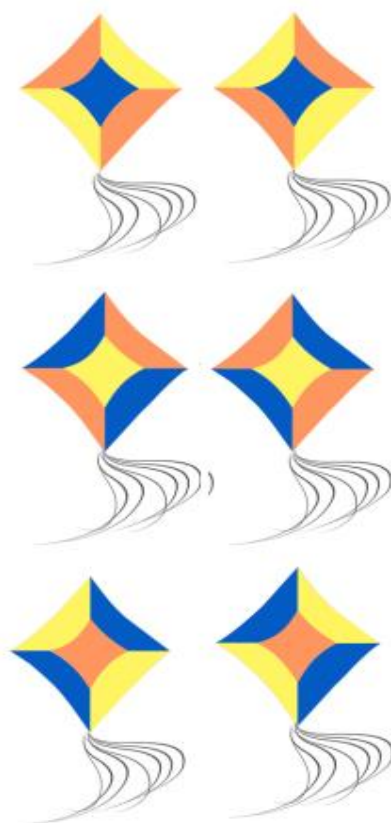
*Figura 6 - Raciocínio (passo 3)*



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Portanto, usando 3 cores, eles podem construir a pipa das seguintes maneiras (Figura 7).

Figura 7 - Resposta das possibilidades



Fonte: BARRIENTOS et al.

Portanto, a resposta é: 6 modos.

## PASSO 2

- Após a resolução matemática, explique aos alunos que quando identificamos quais são as cores disponíveis e as regras para as combinações, ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores, ou seja, entender a regra de que cores iguais não podem estar lado-a-lado.
- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Com relação a decomposição, explicar aos alunos que está presente no momento da separação das cores que devem ser colocadas em cada um dos espaços da pipa. Ou seja, quando começam a separar cada uma das partes e depois preencher com cada uma das três cores disponíveis, sempre tendo em mente a regra de que cores iguais não podem se tocar.
- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e as relações existentes entre as cores e a partir disso aplicado o conceito do método de contagem e análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.

- Para o caso do reconhecimento de padrões, explicar para os alunos que é aplicado quando a regra de que cores iguais não podem se tocar é abstraída. Por exemplo:
  - Para a opção de utilização da cor amarela e laranja, irão ocupar 4 espaços, sendo que dois espaços consecutivos não podem ser preenchidos com a mesma cor, e nesse caso, ao realizar esse preenchimento, a cor do espaço interior só pode ser a azul.
  - O mesmo acontece quando escolhemos preencher os espaços com laranja e azul, sendo o interior com amarelo.
  - Também podemos aplicar o mesmo raciocínio quando escolhermos amarelo e azul, sendo o interior laranja.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de análise combinatória e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado.
- **PASSO 3**  
Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: o problema inteiro trata-se de encontrar a palavra que está escrita no último cadeado para descobrir qual é a chave que o abre, o que o torna completo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução.
- Explicar para os alunos detalhando a pintura dos espaços de cada uma das possibilidades das pipas:
  - De acordo com a Figura 63, podemos verificar 6 modos diferentes de colorir.
  - Pois, para cada uma dessas 3 possibilidades, devemos multiplicar por 2, pois, cada uma delas oferece a opção de “espelhar”, permitindo que seja preenchido com o mesmo raciocínio, mas invertendo as posições.

#### **PASSO 4**

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão, as correspondências devem ser executadas com o objetivo de aplicar o método de análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de combinação e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Quando entendem que como a regra menciona que cores iguais não podem se tocar, logo sempre teremos duas das cores ocupando espaços opostos
  - ii. Identificação que para cada um dos modos teremos duas possibilidades
- Professor, note que, quando o aluno experimenta com as combinações, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se

isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

#### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.
- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

#### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

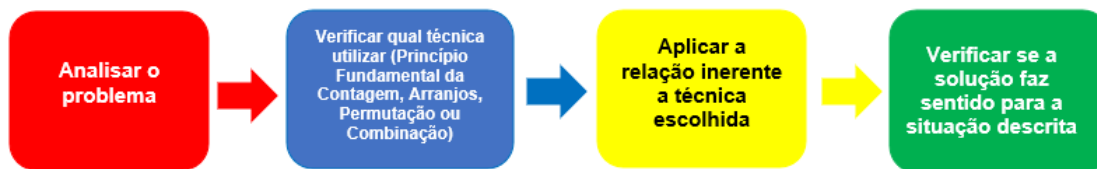
#### PASSO 7

- Explique que casos de exercícios que envolvem Métodos de Contagem e Probabilidade uma das possibilidades para resolução é utilizar a fórmula da análise combinatória que tem como função analisar e contar todas as combinações possíveis.
- Explique como o padrão é sempre utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para fazer a análise das combinações possíveis de todas as cores disponíveis e suas possibilidades, sempre excluindo a possibilidade de cores repetidas estarem lado-a-lado.
- Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para todas as opções de pipa, onde fica claro o raciocínio a ser utilizado para a resolução do problema.
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio das cores que não podem se tocar, o aluno não precisará raciocinar alguma sequência, basta realizar as correspondências, abstraindo assim o conceito matemático.

### PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Método de Contagem e Probabilidade, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema (Figura 8).

*Figura 8 - Algoritmo para resolução do problema*



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

### PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO F – Solução Scratch (Questão 3 - PIPA)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

### PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que calcule a quantidade de possibilidades que é possível pintar a pipa, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.
- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.