



**Guia PCROM: Planos de aula**

Na Tabela 1 seguem as questões que serão aplicadas aos conceitos apresentados com Scratch e a indicação do conteúdo a ser abordado por cada uma delas. O enunciado, os conceitos necessários e a resolução dos problemas podem ser encontrados nos anexos indicados:

*Tabela 1 - Identificação das questões de olimpíadas no Scratch*

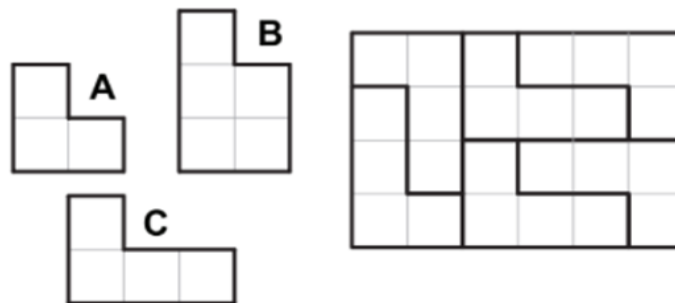
Questão	Categoria do PIC	Conteúdo	Fonte	ANEXO
<b>1</b>	<b>Áreas</b>	1º ano do Ensino Médio	OBMEP 2012 - Nível 1 (Fase 2)	<b>A</b>
<b>2</b>	<b>Métodos de Contagem e Probabilidade</b>	3º ano do Ensino Médio	Questão 22 do Canguru Matemático sem Fronteiras - categoria Escolar (2017)	<b>B</b>
<b>3</b>	<b>Métodos de Contagem e Probabilidade</b>	9º ano do Ensino Fundamental	Construindo Pipas" para o Ensino Fundamental - Disponível no Portal do Saber – OBMEP (Adaptação da questão Colorindo um Mapa, do Banco de Questões da OBMEP, ano 2010)	<b>C</b>
<b>4</b>	<b>Iniciação à aritmética</b>	1º ano do Ensino Médio	Questão 19 da OBMEP 2019 (Nível 2)	<b>D</b>
<b>5</b>	<b>Grafos - Uma introdução</b>	2º ano do Ensino Médio	Quebra-cabeças de Matemática para o Ensino Fundamental - Portal do Saber - OBMEP	<b>E</b>

Fonte: Autora

## APÊNDICE A – Questão 1 - TETRIS

Pedro brinca com um tabuleiro quadriculado 4x6 e com peças dos tipos A, B e C. Ele tenta cobrir inteiramente o tabuleiro com as peças, encaixando-as sem que nenhuma fique sobre outra. Por exemplo, usando somente peças do tipo C, ele consegue cobrir o tabuleiro, como indicado na Figura 1:

Figura 1 - Ilustração do exercício de tabuleiro



Fonte: OBMEP

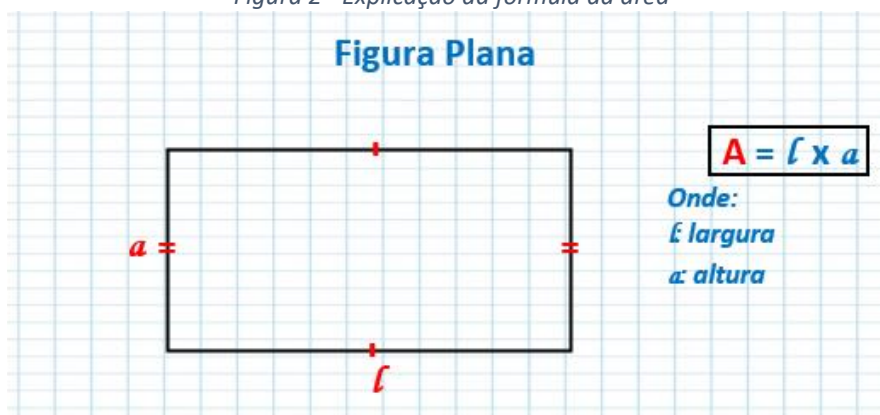
- Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo A.
- Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro com peças dos tipos A e B, usando uma ou mais peças do tipo B.
- Explique por que não é possível cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo B.

### PASSO 1

Apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução matemática:

- Para os itens a) e c), inicialmente o aluno deverá calcular a área do tabuleiro dado pelo problema, após isso é preciso calcular a área da peça trabalhada no item, para assim efetuar a divisão entre esses valores.
- Se a divisão for exata, sabemos que a peça conseguirá cobrir todo o tabuleiro. Para o caso do item b), a área total do tabuleiro deve ser dividida pelo divisor comum entre as áreas das peças A e B, sendo o valor da divisão exata, significa que é possível cobrir todo o tabuleiro com as duas peças.
- Ou seja, pensando em 24 que é correspondente a área total, todas as peças que possuem áreas iguais aos divisores de 24, o encaixe será perfeito.

Figura 2 - Explicação da fórmula da área



Fonte: Autora

## PASSO 2

- Após explicação matemática, explique aos alunos que quando identificamos os tipos de peças e qual a área de cada uma, e ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores, ou seja, entender a quantidade de quadradinhos em cada figura.
- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Nessa parte, explique aos alunos que para facilitar a resolução de um problema ele deve ser dividido em partes menores para que se torne menos complexo. E para isso, que se baseie em exemplos, nesse caso, pode ser demonstrado com o exemplo da construção de uma casa:
  1. Decidir o lugar que quer morar
  2. Comprar o terreno
  3. Documentação na prefeitura
  4. Comprar os materiais
  5. Contratar equipe de pedreiros
  6. Construção dos alicerces
  7. Construção das paredes
  8. Construção do telhado
  9. Fase de acabamento
- Ou seja, enfatizar para os alunos que no exemplo fica claro que a ideia de construir uma casa é muito complexa, mas quando quebramos em tarefas/partes menores a compreensão de cada parte se torna mais clara e é possível chegar ao resultado estabelecendo uma ordem lógica de passos.

## PASSO 3

- Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: O problema inteiro trata-se de preencher a área toda: o que o torna complexo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução. Verificando cada uma das peças:

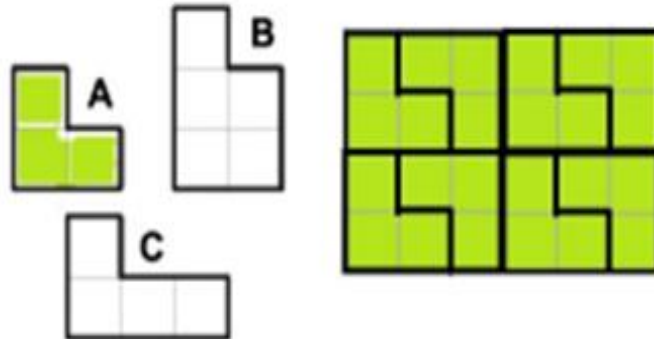
### ITEM A

1. Calcular a área do tabuleiro. Mostrar para os alunos as seguintes alternativas:
  - i. Contar os quadradinhos que preenchem
  - ii. Multiplicar altura x largura
2. Calcular a área da peça, resultando em 3 quadradinhos
3. Dividir a área do tabuleiro pela área da peça. Se for exata, sabemos que existem quadradinhos suficientes.
4. Verificar se o formato permite o preenchimento com os quadradinhos existentes
5. Estimular os alunos sobre a possibilidade de ser uma peça em um formato diferente (ex: em formato de cruz)
6. Questioná-los se daria para preencher. Deixe-os tentar e verificar as respostas
7. Após isso, explicar que NÃO seria possível. Continuar a explicação que a solução não seria trivial, mas que neste caso daria para solucionar de forma intuitiva, oferecendo as possibilidades:
  - i. A cada duas peças, temos um retângulo;
  - ii. A cada dois retângulos, temos uma linha



8. Finalizar esse caso enfatizando que ao localizar as peças existentes e o espaço disponível para preenchimento da área total é possível verificar a solução.

Figura 3 - Resolução matemática do item A

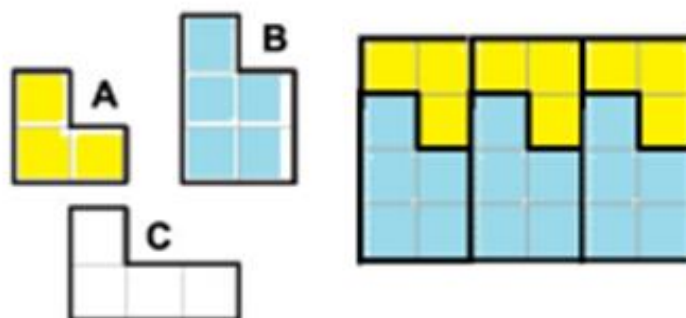


Fonte: OBMEP

#### ITEM B

1. Calcular a área do tabuleiro. Mostrar para os alunos as seguintes alternativas:
  - i. Contar os quadradinhos que preenchem
  - ii. Multiplicar altura x largura
2. Calcular a área da peça do tipo A, ou seja, 3 quadradinhos
3. Calcular a área da peça do tipo B, ou seja, 5 quadradinhos
4. Dividir a área do tabuleiro pela área da peça. Se for exata, sabemos que existem quadradinhos suficientes.
5. Verificar se o formato permite o preenchimento com os quadradinhos existentes
6. Então, explicar que a resposta é **SIM**, porque o resultado das divisões de cálculo de área foi um número inteiro.

Figura 4 - Resolução matemática do item B



Fonte: OBMEP

### ITEM C

1. Calcular a área do tabuleiro. Mostrar para os alunos as seguintes alternativas:
  - i. Contar os quadradinhos que preenchem
  - ii. Multiplicar altura x largura
2. Calcular a área da peça do tipo C, ou seja, 4 quadradinhos
3. Dividir a área do tabuleiro pela área da peça. Se for exata, sabemos que existem quadradinhos suficientes.
4. Verificar se o formato permite o preenchimento com os quadradinhos existentes
5. Então, explicar que a resposta é NÃO, porque o resultado das divisões de cálculo de área não foi um número inteiro.

### PASSO 4

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e os cálculos que devem ser feitos para calcular a área e entender se é possível montar as figuras e a partir disso aplicado o conceito do método de área. Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de área e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Utilização do divisor comum (todas as peças que possuem áreas iguais aos divisores de 24)
  - ii. Quando juntando duas peças, temos um retângulo, e, portanto, não precisamos levar em conta o formato das peças.
  - iii. Localizar na resolução do exercício o padrão de que ao dividir a área do tabuleiro pelas peças menores existe uma correlação direta no encaixe e sobreposição total. Com isso, ao perceber no item A que basta dividir as áreas e o resultado ser um número inteiro, o aluno cria um padrão para os outros itens e peças.
- Professor, note que, quando o aluno experimenta com os encaixes, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.

- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

#### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

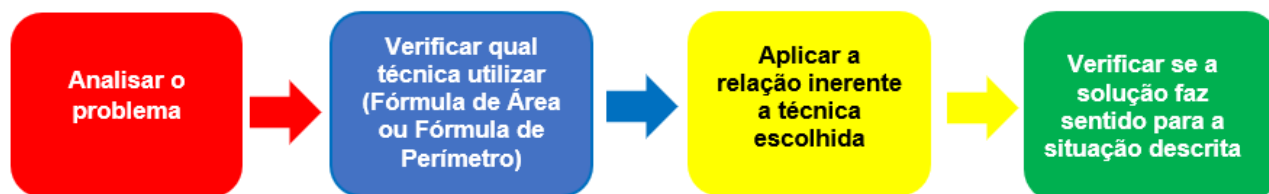
#### PASSO 7

- Explique que casos de exercícios que envolvem o tema de áreas uma das possibilidades para resolução é verificar se deve ser utilizada a fórmula para áreas ou para perímetro.
- Explique como o padrão é sempre verificar as informações que estão sendo fornecidas ou se é necessário analisar o padrão para conseguir identificar dados como altura e largura, por exemplo. Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Explicar esse conceito através de várias situações cotidianas como por exemplo: calcular a quantidade de pisos que é necessária para revestir uma cozinha ou calcular se cabe determinada quantidade de objetos dentro de uma caixa.
- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para cada um dos itens A, B e C.
- Ou seja, explicar aos alunos explicando que o conceito do Pilar de Abstração é aplicado a situação apresentada no problema. Onde destacando o questionamento do “item C”, a “forma” das peças pode ser ignorada. Deixando claro que nesse momento é onde aplicamos o conceito de Abstração.
- Ao identificar esse conceito no passo-a-passo da resolução de um problema deve ser possível identificar os elementos realmente necessários para a resolução.
- Para complementar o entendimento dos alunos sobre esse conceito, os questione: “Vocês acham que a forma das pecinhas é essencial para resolver o questionamento do item C?”
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio da divisão das áreas, o aluno não precisará raciocinar alguma montagem, basta calcular sua área, abstraindo assim o conceito matemático.

### PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Áreas, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema.

*Figura 5 - Algoritmo para resolução do problema*



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

### PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO B – Solução Scratch (Questão 1 - TETRIS)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

### PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que calcule se é possível encaixar as peças de acordo com a área de cada uma das peças disponíveis, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.
- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.



## APÊNDICE C – Questão 2 - CADEADOS

Cada cadeado a seguir tem a sua chave na linha de baixo. As letras nos cadeados representam os números das chaves (Figura 6).

Figura 6 - Cadeados e chaves



Fonte: CANGURU

Que palavra está escrita no último cadeado?

Pilares: Decomposição, Algoritmo e Reconhecimento de Padrões.

### **PASSO 1**

Apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução matemática de acordo com o Guia “Código Secreto”:

Algumas premissas:

1. Só uma das chaves abre cada cadeado;
2. As letras nos cadeados representam os números das chaves.

Este desafio pode ser resolvido de várias maneiras. Abaixo apresentaremos duas delas.

### **Resolução 1:**

Podemos observar os cadeados e procurar características semelhantes. Por exemplo, em cada um dos cadeados ADA e GAG, a primeira letra é igual à última (Figura 7).

Figura 7 - Cadeados “ADA” e “GAG”



Fonte: Guia “Código Secreto”

Como as letras representam os números das chaves, o primeiro número deve ser igual ao último número nas chaves dos cadeados. Isso só acontece nas chaves 141 e 717. Mas a letra do meio do cadeado GAG é igual à primeira letra do cadeado ADA, o que nos leva a associar a chave 717 ao cadeado GAG e a chave 141 ao cadeado ADA. Logo, podemos concluir que:

- A=1, D=4 e G=7;
- A chave do cadeado DAG é a 417, e a chave do cadeado DGA é a 471.

#### Resolução 2:

Podemos começar observando que nos cadeados DGA e DAG a primeira letra é a mesma: D. Além disso, cada um destes cadeados têm três letras diferentes, o que nos leva a associar a chave 471 ao cadeado DGA e a chave 417 ao cadeado DAG. Assim, D=4 (Figura 8).

Figura 8 - Cadeados “DGA” e “DAG”



Fonte: Guia “Código Secreto”

Se observarmos o cadeado ADA, a chave para ele precisa ter o número do meio igual a 4 (Figura 9). Só temos uma chave que satisfaz isso, a 141. Assim, A=1 e G=7. A partir disso, a chave(Figura 10):

- 471 é do cadeado DGA
- 141 é do cadeado ADA
- 417 é do cadeado DAG
- 717 é do cadeado GAG.

Figura 9 - Cadeados e chaves



Fonte: Guia “Código Secreto”

Figura 10 - Cadeados e chaves correspondentes



Fonte: Guia “Código Secreto”

## PASSO 2

- Após explicação matemática, explique aos alunos que quando identificamos quais são os cadeados e quais são as chaves, e ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores, ou seja, entender os cadeados e as chaves.
- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Com relação a decomposição, explicar aos alunos que está presente no momento da criptografia. Ou seja, quando começam a separar cada um dos cadeados e depois associar cada uma das letras com cada um dos números.
- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e as relações existentes entre as letras que estão nos cadeados e os números que estão nas chaves e a partir disso aplicado o conceito do método de contagem e análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Para o caso do reconhecimento de padrões, explicar para os alunos que é aplicado quando uma letra é associada a um número mais de uma vez. Por exemplo:
  - Para o primeiro cadeado, a letra “G” é associada ao número 7
  - O mesmo padrão se repete quando a letra “G” é associada no segundo cadeado também ao número 7.
  - Ou seja, o mesmo acontece com a letra “A” para o número 1 e para a letra “D” para o número 4
  - Destaque para os alunos que reconhecer padrões é entender que esses padrão se repete com todos os cadeados criando essa correspondência com todas as chaves.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de análise combinatória e foram capazes de relacionar e aplicar no problema

apresentado.

### PASSO 3

- Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: o problema inteiro trata-se de encontrar a palavra que está escrita no último cadeado para descobrir qual é a chave que o abre, o que o torna completo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução.
- Explicar para os alunos detalhando a decodificação de cada um dos cadeados:
  - Conforme a figura apresentada, é possível verificar que para o primeiro cadeado a chave que abre é composta pelos números “141” e que cada um desses números corresponde respectivamente as letras do cadeado, ou seja, “ADA”
  - Nesse caso, o número “1” corresponde a letra “A” e o número “4” a letra “D”. Então, toda vez que encontrarmos o número “1” ou “4” já sabemos que podemos colocar “A” e “D”, respectivamente.
  - No segundo cadeado de acordo com o mesmo padrão é possível verificar uma nova letra, nesse caso, a letra “G” que corresponde ao número “7”
  - Como já sabemos as correspondências de “A” e “D”, agora também de “G”.
  - Portanto, ao verificar que no último cadeado temos a chave “717” ao correlacionar as correspondências sabemos que o cadeado deve conter as letras “GAG”.

### PASSO 4

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão, as correspondências devem ser executadas com o objetivo de aplicar o método de análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de combinação e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Quando verificam que a um padrão de 3 letras em um cadeado correspondente a 3 letras na chave
  - ii. Verificação de qual letra corresponde a cada um dos números
  - iii. Resolução de quais são as letras correspondentes do último cadeado.
- Professor, note que, quando o aluno experimenta com as combinações, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.
- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

### PASSO 7

- Explique que casos de exercícios que envolvem Métodos de Contagem e Probabilidade uma das possibilidades para resolução é utilizar a fórmula da análise combinatória que tem como função analisar e contar todas as combinações possíveis.
- Explique como o padrão é sempre verificar as informações que estão sendo fornecidas ou se é necessário analisar o padrão para conseguir identificar dados do Princípio Fundamental da Contagem para fazer a análise das combinações possíveis dos cadeados e depois realizar a associação com as letras dispostas em cada cadeado.
- Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para todos os cadeados, onde fica claro o raciocínio a ser utilizado para a resolução do problema.
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio da associação das letras com os números, o aluno não precisará raciocinar alguma sequência, basta realizar as correspondências, abstraindo assim o conceito matemático.



## PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Método de Contagem e Probabilidade, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema (Figura 11 - Algoritmo para resolução do problema).

Figura 11 - Algoritmo para resolução do problema



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

## PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO D – Solução Scratch (Questão 2 - CADEADOS)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

## PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que verifique qual é a chave que abre o cadeado, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.
- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.

## APÊNDICE E – Questão 3 - PIPA

Júlia e Dudu são irmãos e resolveram construir uma pipa com a ajuda do pai deles. Eles tinham papéis de 3 cores diferentes (azul, laranja e amarelo) para fazer a pipa. O modelo que eles querem construir tem 5 partes, como representado abaixo (Figura 12):

Figura 12 - Pipa ilustrativa



Fonte: OBMEP

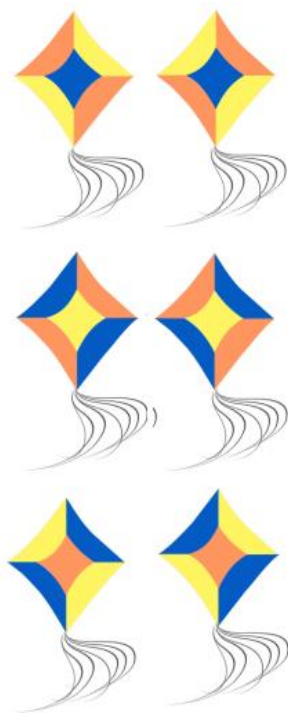
Porém, eles querem que as partes que se tocarem na pipa nunca tenham a mesma cor. Quantos tipos diferentes de pipa eles podem construir?

### **PASSO 1**

**Primeiramente, apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução de acordo com o Guia “Construindo Pipas”:**

- **Usando 3 cores, eles podem construir a pipa das seguintes maneiras (Figura 13):**

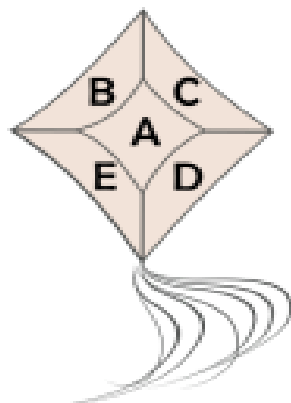
Figura 13 - Possibilidades de pipas



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Júlia e Dudu têm papéis de 3 cores (azul, laranja e amarelo) para construir uma pipa. Mas eles querem que, as partes que se tocarem na pipa nunca tenham a mesma cor. Nomearemos cada parte da pipa como A, B, C, D e E, conforme ilustrado ao lado (Figura 14).

Figura 14 - Identificação dos espaços da pipa



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Observemos que a parte interna da pipa, a parte A, pode ser da cor azul, amarela ou laranja.
- Se A for da cor azul, então B pode ser laranja ou amarelo. B não pode ser azul, já que 2 partes da pipa que se tocam não podem ser da mesma cor.
- Sendo B da cor laranja, então C e E só podem ser da cor amarela, e, assim, D deve ser da cor laranja.
- Agora, sendo B da cor amarela, então C e E só podem ser da cor laranja, e D deve ser da cor amarela (Figura 15).

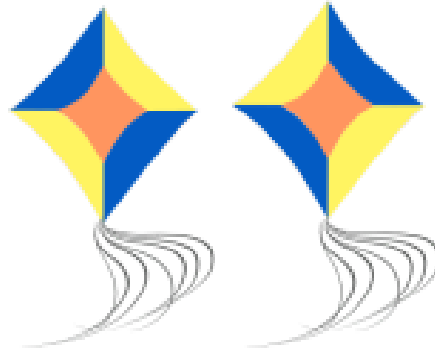
Figura 15 - Raciocínio (passo 1)



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Se A for da cor laranja, então B pode ser da cor azul ou amarela. Análogo ao caso anterior, Júlia e Dudu também podem construir a pipa como mostrado abaixo (Figura 16).

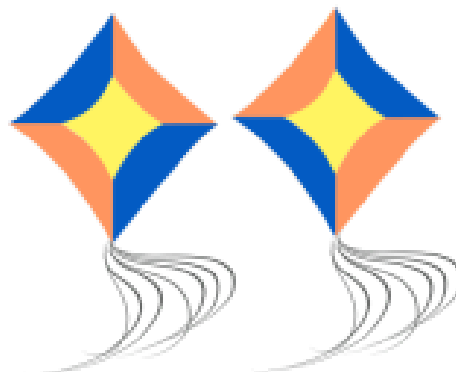
*Figura 16 - Raciocínio (passo 2)*



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Se A for da cor amarela, então B pode ser azul ou laranja. Ainda semelhante ao primeiro caso, Júlia e Dudu também possuem mais duas maneiras de construir a pipa, sendo elas representadas nas imagens abaixo (Figura 17).

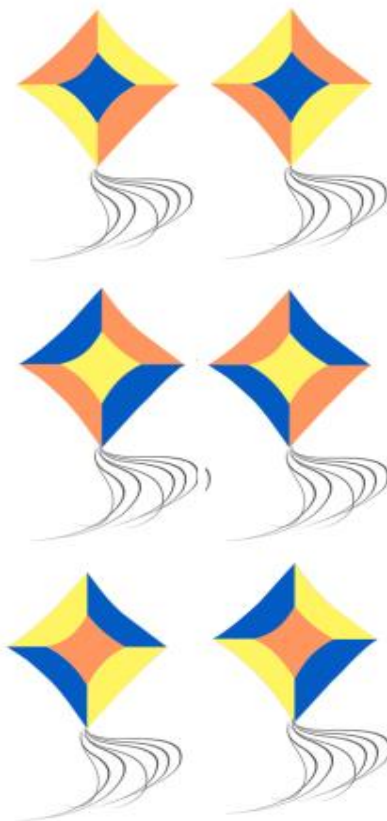
*Figura 17 - Raciocínio (passo 3)*



Fonte: BARRIENTOS et al.

- Portanto, usando 3 cores, eles podem construir a pipa das seguintes maneiras (Figura 18).

Figura 18 - Resposta das possibilidades



Fonte: BARRIENTOS et al.

Portanto, a resposta é: 6 modos.

## PASSO 2

- Após a resolução matemática, explique aos alunos que quando identificamos quais são as cores disponíveis e as regras para as combinações, ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores, ou seja, entender a regra de que cores iguais não podem estar lado-a-lado.
- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Com relação a decomposição, explicar aos alunos que está presente no momento da separação das cores que devem ser colocadas em cada um dos espaços da pipa. Ou seja, quando começam a separar cada uma das partes e depois preencher com cada uma das três cores disponíveis, sempre tendo em mente a regra de que cores iguais não podem se tocar.
- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e as relações existentes entre as cores e a partir disso aplicado o conceito do método de contagem e análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.



- Para o caso do reconhecimento de padrões, explicar para os alunos que é aplicado quando a regra de que cores iguais não podem se tocar é abstraída. Por exemplo:
  - Para a opção de utilização da cor amarela e laranja, irão ocupar 4 espaços, sendo que dois espaços consecutivos não podem ser preenchidos com a mesma cor, e nesse caso, ao realizar esse preenchimento, a cor do espaço interior só pode ser a azul.
  - O mesmo acontece quando escolhemos preencher os espaços com laranja e azul, sendo o interior com amarelo.
  - Também podemos aplicar o mesmo raciocínio quando escolhermos amarelo e azul, sendo o interior laranja.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de análise combinatória e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado.
- **PASSO 3**  
Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: o problema inteiro trata-se de encontrar a palavra que está escrita no último cadeado para descobrir qual é a chave que o abre, o que o torna completo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução.
- Explicar para os alunos detalhando a pintura dos espaços de cada uma das possibilidades das pipas:
  - De acordo com a Figura 63, podemos verificar 6 modos diferentes de colorir.
  - Pois, para cada uma dessas 3 possibilidades, devemos multiplicar por 2, pois, cada uma delas oferece a opção de “espelhar”, permitindo que seja preenchido com o mesmo raciocínio, mas invertendo as posições.

#### **PASSO 4**

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão, as correspondências devem ser executadas com o objetivo de aplicar o método de análise combinatória.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de combinação e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Quando entendem que como a regra menciona que cores iguais não podem se tocar, logo sempre teremos duas das cores ocupando espaços opostos
  - ii. Identificação que para cada um dos modos teremos duas possibilidades
- Professor, note que, quando o aluno experimenta com as combinações, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se

isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

#### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.
- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

#### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

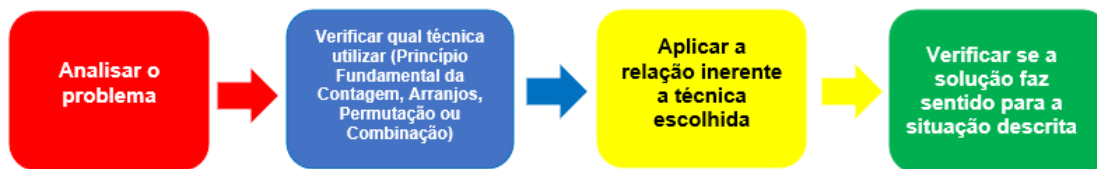
#### PASSO 7

- Explique que casos de exercícios que envolvem Métodos de Contagem e Probabilidade uma das possibilidades para resolução é utilizar a fórmula da análise combinatória que tem como função analisar e contar todas as combinações possíveis.
- Explique como o padrão é sempre utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para fazer a análise das combinações possíveis de todas as cores disponíveis e suas possibilidades, sempre excluindo a possibilidade de cores repetidas estarem lado-a-lado.
- Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para todas as opções de pipa, onde fica claro o raciocínio a ser utilizado para a resolução do problema.
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio das cores que não podem se tocar, o aluno não precisará raciocinar alguma sequência, basta realizar as correspondências, abstraindo assim o conceito matemático.

### PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Método de Contagem e Probabilidade, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema (Figura 19).

Figura 19 - Algoritmo para resolução do problema



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

### PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO F – Solução Scratch (Questão 3 - PIPA)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

### PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que calcule a quantidade de possibilidades que é possível pintar a pipa, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.
- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.

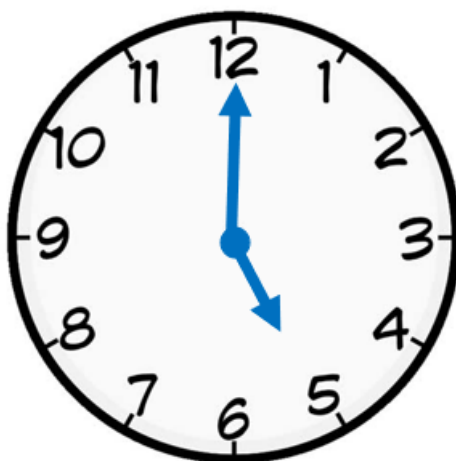
## APÊNDICE G – Questão 4 - RELÓGIOS

Marco tem dois relógios: Um marca as horas corretamente, mas o outro atrasa 16 minutos por hora. Um certo dia, os dois relógios marcavam 17 horas. Depois de alguns dias, voltaram a marcar exatamente aquela hora. Qual é essa hora?

### PASSO 1

- Primeiramente, apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução:
  1. Conforme mencionado no enunciado, um dos relógios atrasa 16 minutos a cada hora, então, após 15h o relógio irá atrasar 4 horas completas.
  2. Portanto, o relógio que não está atrasado está marcando 15h e o relógio atrasado está marcando 11h.
  3. Para verificar o momento que irão marcar a mesma hora, temos que considerar que a diferença entre os dois relógios aumenta em 4h a cada 15h passadas.
  4. Ou seja, para que tenham o mesmo horário, precisam ter uma diferença de 24h, portanto, precisamos que se passem 15h por 6 vezes ou um total de 90 horas.
  5. Convertendo, sabemos que 90h correspondem a: 3 dias e 18h. Então, após esse tempo o relógio atrasado marcará 11h igual ao relógio não atrasado.

Figura 20 - Relógio na posição inicial



Fonte: Autora

### PASSO 2

- Após explicação matemática, explique aos alunos que quando identificamos a diferença entre os relógios a definição de quantos minutos tem cada hora, ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores.
- Ou seja, entender a quantidade necessária de minutos em 1h para determinar quantas horas totais serão necessárias para alcançar o outro relógio.

- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e as relações existentes entre os relógios e as horas e a partir disso aplicado o conceito de aritmética.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam os conceitos de iniciação à aritmética e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado.

### PASSO 3

- Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: O problema inteiro trata-se de encontrar o horário no qual o relógio alcançará novamente a posição esperada, o que o torna complexo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução:
  - Primeiramente, identificar que um dos relógios atrasa 16 minutos a cada hora.
  - Depois que após 15h o relógio irá atrasar 4 horas completas.
  - Com isso, conclui-se que o relógio que não está atrasado está marcando 15h e o relógio atrasado está marcando 11h.
  - Então para verificar que a diferença entre os dois relógios aumenta em 4h a cada 15h passadas.
  - Ou seja, para que tenham o mesmo horário, precisam ter uma diferença de 24h, portanto, precisamos que se passem 15h por 6 vezes ou um total de 90 horas.
  - Portanto, a resolução é que 90h correspondem a: 3 dias e 18h.
  - Após realizar esse raciocínio é possível entender que o relógio atrasado marcará 11h igual ao relógio não atrasado.

### PASSO 4

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e os cálculos que devem ser feitos para calcular a diferença de horas entre os dois relógios e encontrar o horário no qual os dois relógios se encontrarão novamente na posição esperada.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam o conceito de aritmética e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Verificação que o atraso de 16 minutos se repete
  - ii. Entendimento que são necessárias 15h para que o relógio atrase 4h completas
  - iii. Identificação que precisam se passar 15h para que a diferença entre os relógios aumente em 4h



- iv. Após isso, realizar a multiplicação para identificar o valor total e solucionar o exercício
- Professor, note que, quando o aluno experimenta com os encaixes, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

#### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.
- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

#### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

#### PASSO 7

- Explique que casos de exercícios que envolvem o tema de áreas uma das possibilidades para resolução é verificar se deve ser utilizada a aritmética, ou seja, operações de divisão e multiplicação.
- Explique como o padrão é sempre verificar as informações que estão sendo fornecidas ou se é necessário analisar o padrão para conseguir identificar dados como horas e minutos, por exemplo. Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Explicar esse conceito através de várias situações cotidianas como por exemplo: calcular o tempo para se chegar em um local, verificar a

quantidade de dias necessárias para uma viagem ou calcular o tempo de cozimento de uma receita.

- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para exemplificação de cada uma dessas situações.
- Explique que casos de exercícios que envolvem Aritmética tem como uma das possibilidades para resolução utilizar é identificar a operação numérica que deve ser utilizada (soma, subtração, divisão ou multiplicação).
- Explique como o padrão é sempre utilizar as operações de aritmética para verificar a quantidade de minutos em 1h hora e depois identificar a quantidade de horas necessárias para se chegar ao horário pretendido para o relógio em atraso.
- Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia. Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio da divisão e multiplicação, o aluno não precisará raciocinar alguma montagem, basta calcular a diferença de minutos e horas, abstraindo assim o conceito matemático e de horas (funcionamento de um relógio).

#### PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Iniciação à Aritmética, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema:

*Figura 21 - Algoritmo para resolução do problema*



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

### PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO H – Solução Scratch (Questão 4 - RELÓGIOS)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

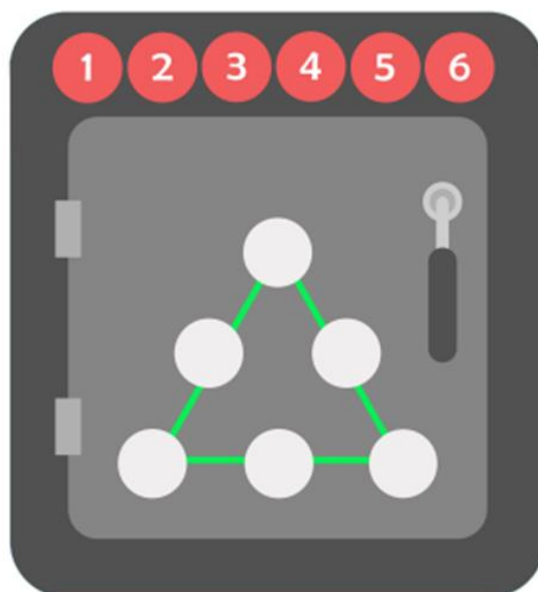
### PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que calcule o horário no qual os relógios irão se encontrar novamente na mesma posição, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.
- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.

## APÊNDICE I – Questão 5 - COFRE

Pedro herdou de seu avô um cofre muito especial, com algumas moedas e lembranças. O cofre tem seis círculos desenhados na porta e seis ímãs na parte de cima, como mostra a Figura 22.

Figura 22 - Figura ilustrativa  
**"A soma de cada linha é dez."**



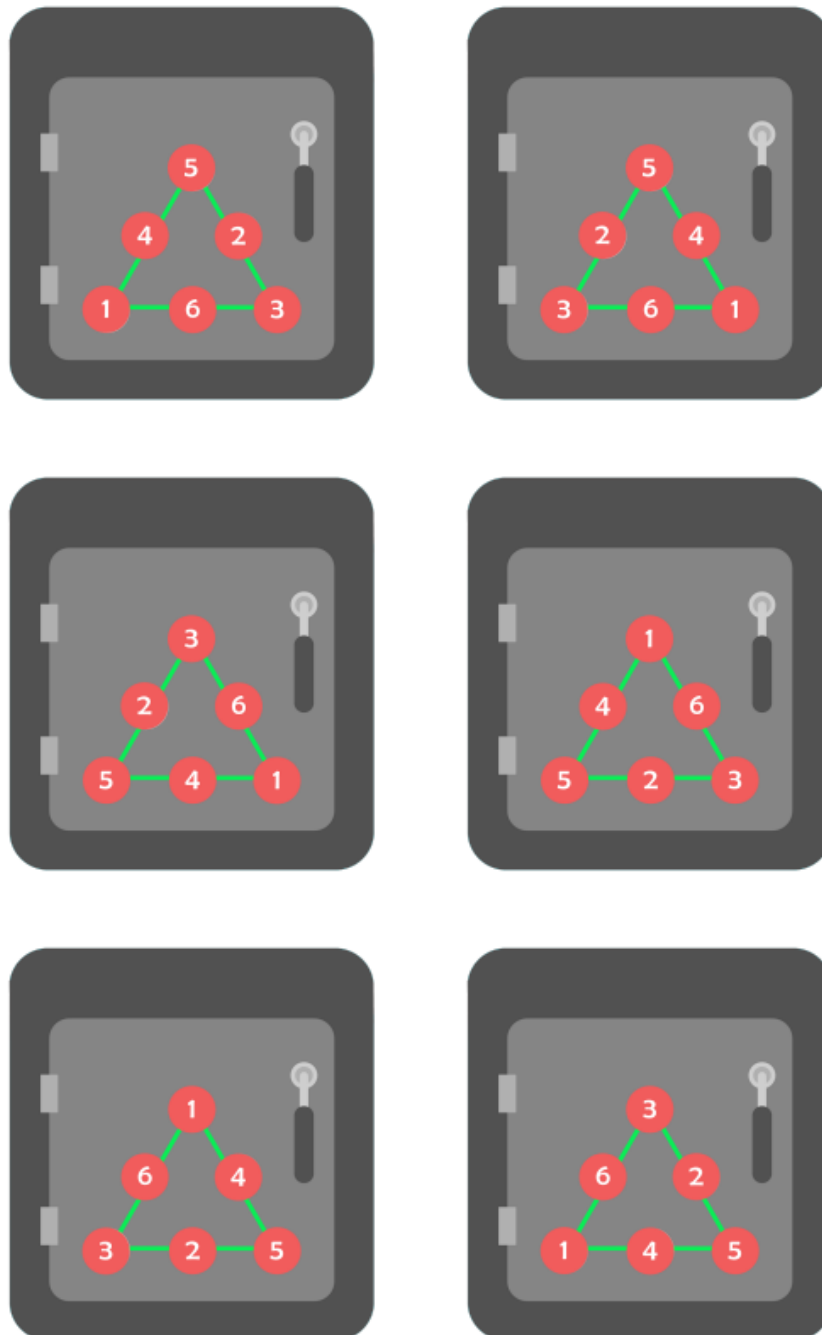
Fonte: OBMEP

Para abrir o cofre, cada um dos ímãs deve ser colocado no círculo correto. O avô não teve tempo de contar para ele o segredo. Mas, no testamento, deixou na última linha a seguinte frase: "A soma de cada linha é dez." Será que você consegue abrir o cofre de Pedro? Quantas soluções existem?

### PASSO 1

- Primeiramente, apresente o problema aos alunos e explique a resolução matemática. Para essa questão temos a seguinte resolução de acordo com o Guia “Cofre Misterioso”:
  1. Existem seis soluções possíveis para este desafio (
  2. Figura 23):

Figura 23 - Possíveis soluções

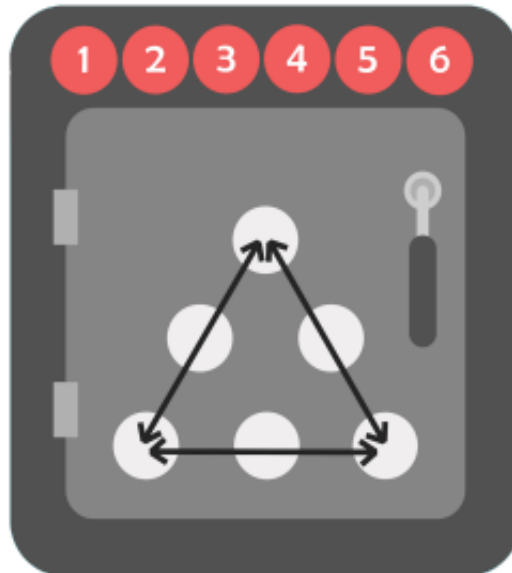


Fonte: BARRIENTOS et al



3. Podemos interpretar a frase no testamento do avô de Pedro A soma de cada linha é dez e concluir que a soma dos números dos ímãs em cada uma das três linhas indicadas abaixo é igual a 10 (Figura 24).

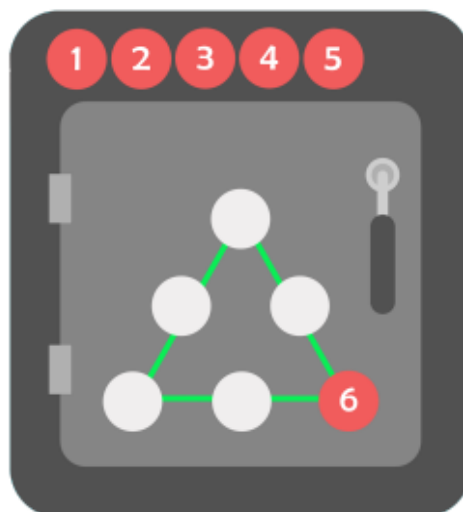
Figura 24 - Raciocínio para posicionamento



Fonte: BARRIENTOS et al

4. A partir daí, analisaremos onde devemos colocar o ímã de número 6.  
a. Caso 1: Vamos supor que colocamos o número 6 em uma das pontas do triângulo (Figura 25).

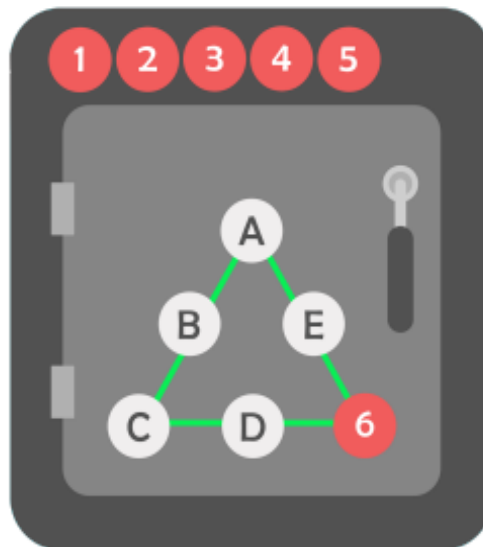
Figura 25 - Caso 1 (Passo 1)



Fonte: BARRIENTOS et al

- i. Chamaremos os outros círculos de A, B, C, D e E, para facilitar a explicação (Figura 26).

Figura 26 - Caso 1 (Passo 2)

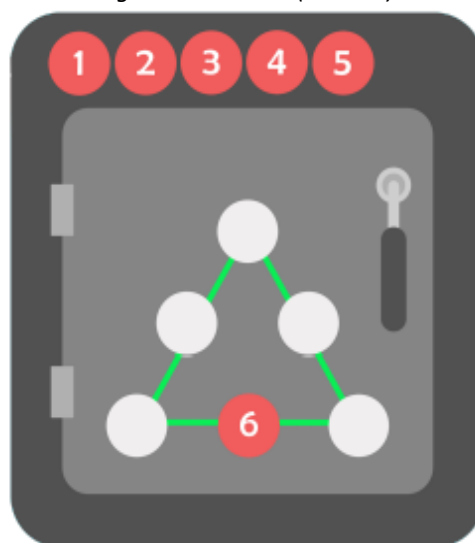


Fonte: BARRIENTOS et al

- ii. Agora, podemos pensar em onde colocar os números 4 e 5. Como a soma em cada linha precisa ser igual a 10 e não temos o ímã com o número 0, concluímos que os números 4 e 5 só podem ficar no círculo B. Se temos somente uma posição para dois ímãs, logo concluímos que o ímã de número 6 não pode ficar em uma das pontas.

- b) Caso 2: Vamos supor que não colocamos o número 6 em uma das pontas do triângulo (Figura 27).

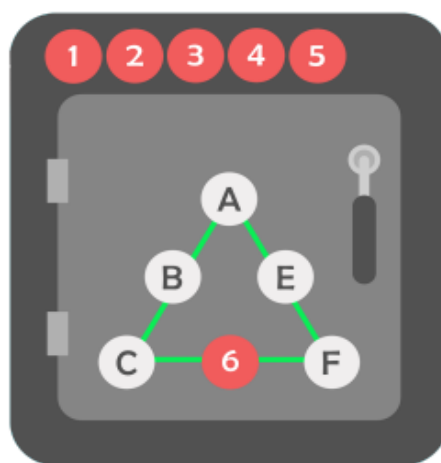
Figura 27 - Caso 2 (Passo 1)



Fonte: BARRIENTOS et al

- i. Chamaremos os outros círculos de A, B, C, E e F para facilitar a explicação (Figura 28).

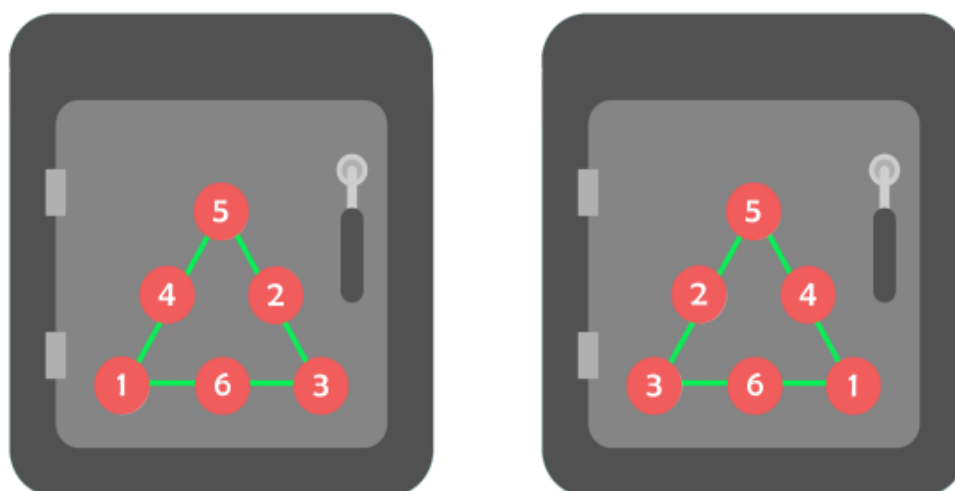
Figura 28 - Caso 2 (Passo 2)



Fonte: BARRIENTOS et al

- ii. Agora, podemos pensar em onde colocar o número 5. Para que a soma dos ímãs em cada linha seja 10, ele só poderá ocupar os círculos A, B ou E, pois, nos círculos C e F, a soma excede 10,  $6+5=11$  (Figura 29).
- Se ele ficar em B ou E, não há solução, pois o ímã de número 3 e o de número 4 obrigatoriamente têm de ficar na mesma linha, e não seria possível somar 10, já que, para obtermos esse resultado, precisaríamos repetir o número 3,  $3+3+4=10$ .
  - Se ele ficar em A, temos duas soluções:

Figura 29 - Duas opções de soluções



Fonte: BARRIENTOS et al

- Observe que podemos obter as outras quatro soluções colocando, no início do desafio, o número 6 nos círculos B ou E.

## PASSO 2

- Após explicação matemática, explique aos alunos que quando identificamos quais são os círculos e os valores que contém em cada um, e ao invés de tentar encontrar a solução focando em todos os elementos apresentados pelo problema, é utilizada a estratégia de dividir o problema em partes menores, ou seja, entender o raciocínio existente entre a combinação de números para que a soma seja 10 e seja possível abrir o cofre.
- Nesse passo, é possível identificar o Pilar da Decomposição, mas explique aos alunos o conceito do Pilar de Decomposição, sem nomear o Pilar, pois, a intenção é que os conceitos estejam dissolvidos nas situações do dia a dia.
- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e as relações existentes entre as posições dos números e a soma deles.
- Além disso, essa atividade estimula os alunos a resolverem um problema do cotidiano que utiliza os conceitos de probabilidades e operações básicas com números naturais.
- Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam o conceito de grafos, de probabilidades e operações básicas e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado.

## PASSO 3

- Com relação ao problema do exercício em questão, explique a decomposição passo-a-passo, ou seja: O problema inteiro trata-se de verificar todos os números que devem ocupar os botões para que o cofre possa ser aberto, o que o torna complexo para ser resolvido de uma só vez. Para isso deve ser quebrado em partes menores para facilitar a solução:
  1. Verificar que existem 6 botões
  2. Verificar que existem 3 linhas
  3. Se ater a regra que cada linha deve ter 10 como resultado da soma desses números

## PASSO 4

- Na sequência, explique aos alunos que quando é identificado o padrão e os cálculos que devem ser feitos para verificar as possibilidades dos números que podem ser colocados em cada um dos botões e a partir disso aplicado o conceito de probabilidade. Novamente, explique o conceito do Pilar utilizado nesse passo, no caso o Pilar de Reconhecimento de Padrões, mas sem nomear o padrão, conforme explicado anteriormente.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem a solução apresentada e que também apresentem suas próprias soluções. Além disso, é importante verificar se os alunos entenderam o conceito de probabilidade e foram capazes de relacionar e aplicar no problema apresentado, através dos exemplos relacionados com reconhecimento de padrões:
  - i. Seguir a regra de que a reta/diagonal precisa somar 10.
  - ii. Identificar que nenhum dos números irá se repetir.
  - iii. A cada novo número colocado em cada um dos botões realizar a soma para verificar se somou 10 ou não.

- Professor, note que, quando o aluno experimenta com os encaixes, antes, ele pode desenvolver uma noção intuitiva da solução. Talvez ele até consiga reconhecer o padrão e reproduzi-lo em suas "brincadeiras". Se isso acontecer, ótimo, pois quando ele for apresentado à solução do scratch, ele será capaz de ver sua intuição concretizada.

#### PASSO 5

- Peça para os alunos abrirem o Scratch e deixe que eles explorem todas as possibilidades, ambiente e funções disponíveis por cerca de 10 minutos.
- Nesse passo, é esperado que os alunos questionem sobre cada uma das áreas e componentes disponíveis na ferramenta.
- Deve ser estimulado nos alunos a criação de um passo-a-passo. Para isso, na lousa comece a criação do passo-a-passo da solução pedindo aos alunos que construam juntamente, ou seja, conforme forem falando o professor vai colocando os passos na lousa e explicando o que acontece em cada um desses passos.
- Após montar a solução na lousa, peça para que os alunos tentem reproduzir a solução da lousa no Scratch utilizando os recursos que já conhecem.
- Estimule a curiosidade dos alunos exemplificando a criação de um bloco inicial no Scratch, como a exibição de uma frase inicial, por exemplo.

#### PASSO 6

- Após contato inicial dos alunos com o Scratch, pergunte se foi possível algum aluno encontrar a solução. Se sim, peça para que demonstre e reproduza a solução na frente de todos.
- Esse passo deve ser repetido para todos os alunos que conseguiram encontrar a solução com o objetivo de mostrar as diversas possibilidades de resolução.
- Ao solicitar para demonstrar a solução, pode ser que nem todos os alunos se sintam confortáveis. Para esses casos, peça para que esses alunos compartilhem o link de sua solução e você, como professor, exponha para o restante da turma.

#### PASSO 7

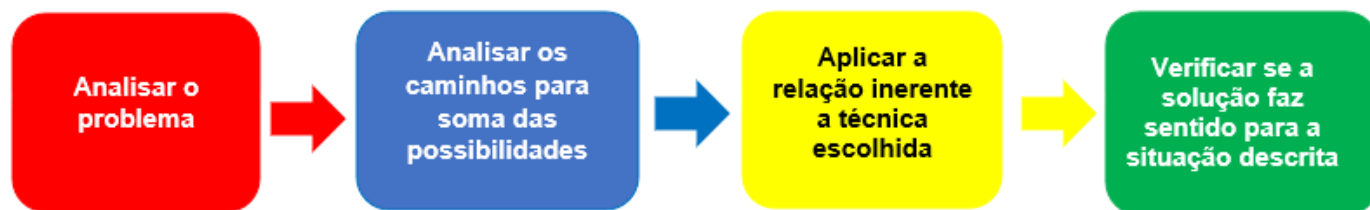
- Explique que casos de exercícios que envolvem Métodos de Contagem e Probabilidade uma das possibilidades para resolução é utilizar a fórmula da análise combinatória que tem como função analisar e contar todas as combinações possíveis.
- Explique como o padrão é sempre verificar as informações que estão sendo fornecidas ou se é necessário analisar o padrão para conseguir identificar dados do Princípio Fundamental da Contagem para fazer a análise das combinações possíveis para as posições dos números nos botões.
- Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.
- Retomar a exemplificação adotada no PASSO 3 para todas as posições, onde fica claro o raciocínio a ser utilizado para a resolução do problema.
- A abstração pode ser encontrada após o reconhecimento do padrão dito anteriormente, pois seguindo o raciocínio da soma dos números atingindo a soma de 10, o aluno não precisará raciocinar alguma sequência, basta realizar as correspondências, abstraindo assim o conceito matemático.

- Explique que casos de exercícios que envolvem uma introdução a Grafos, por meio das possibilidades de “caminhos” que podem ser dispostos e através deles a soma dos números para que seja possível alcançar o número esperado.
- Explique como o padrão é sempre utilizar a visualização do problema, identificaram possibilidades disponíveis e realizaram a disposição dos números de acordo com as regras mencionadas.
- Nesse passo, explique aos alunos onde estamos utilizando um conceito matemático para ser implementado em um problema do dia a dia. Nesse momento é colocado em prática o Pilar de Abstração, mas conforme orientado, explique o conceito desse pilar implementado na prática sem citar a nomenclatura do pilar.

### PASSO 8

- Para solução de problemas que envolvem Áreas, mostre o seguinte algoritmo que permite que os alunos encontrem qualquer solução para esse problema (Figura 105).

*Figura 30 - Algoritmo para resolução do problema*



Fonte: Autora

- Nesse passo, explique aos alunos que estamos construindo um algoritmo, pois trata-se da construção de uma sequência de passos para se chegar a solução do problema. Novamente, explique sobre o Pilar de Algoritmos, sem nomear formalmente como um pilar.

### PASSO 9

- Após apresentação do algoritmo demonstrando o “pensar computacional”, detalhe passo-a-passo a implementação desse problema no Scratch, consultando o “ANEXO J – Solução Scratch (Questão 5 - COFRE)”.
- Nesse passo, a exemplificação da solução no Scratch é importante e fundamental para o entendimento e aplicação da solução de forma prática. Pois, se traduz como uma maneira de ilustrar o problema de forma lúdica, levando os alunos a praticarem de forma concreta, permitindo a construção de forma concreta e prática, sem o auxílio de outros materiais.
- Ou seja, o Scratch é uma alternativa eletrônica que tem o objetivo de facilitar o aprendizado e a construção em sala de aula, trazendo também o feedback instantâneo e visual da solução que está sendo construída.

### PASSO 10

- Com o objetivo de tornar a aprendizagem mais prática e concreta para os alunos, peça para que implementem um algoritmo que os números que devem ser atribuídos a cada um dos botões para que de acordo com as regras o cofre seja aberto, ou seja, que apresentem uma solução para o problema, desenvolvidas pelos próprios alunos.



- Nesse passo, alguns alunos podem apresentar dificuldades ao construírem suas próprias soluções no Scratch devido a não familiaridade com as estruturas de programação.
- Por isso, é indicado que o professor retome a função de cada estrutura, resgatando o raciocínio para solução do problema e monte juntamente com o aluno alguns passos iniciais da solução construída no scratch explicando detalhadamente o motivo de cada uma das linhas de instrução.