Tarea 1

Juan Esteban Carranza - jcarranza

Febrero 2023

1 Determinar sí P y * son un grupo

Dado un conjunto p : {a ,b ,c ,d} y una operación * dada por:

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	c	d	d	d
c	a	b	d	c
d	d	a	c	b

para que el conjunto p y la operación * fuera un grupo se necesitaría que la operación * fuera asociativa y esto podemos evidenciar que no se cumple con:

$$(b * c) * a = b * (c * a)$$

d * a = b * a

a = c

como sabemos que "a" y "c" pertenecen a el conjunto p y son elementos diferentes se puede afirmar que la operación * no es asociativa por lo cual p y * no es un grupo

2 Determinar si la multiplicación de matrices en los reales cuadradas 2x2 es asociativa

Sean p = $\left[\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right]$, q = $\left[\begin{smallmatrix} e & f \\ g & h \end{smallmatrix}\right]$, s = $\left[\begin{smallmatrix} i & j \\ k & l \end{smallmatrix}\right]$ matrices 2x2 se comprueba la asociatividad verificando sí se cumple la igualdad:

$$(p * q) * s = p * (q * s)$$

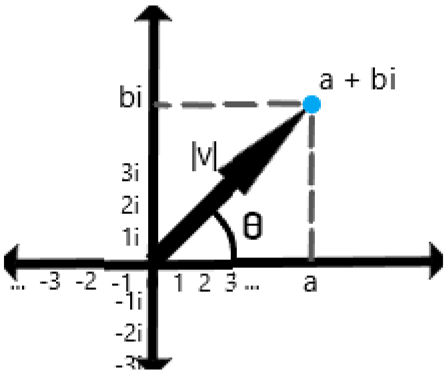
$$\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}\right) * \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} ei+fk & ej+fl \\ gi+hk & gj+hl \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} iae+ibg+kaf+kbh & jae+jbg+laf+lbh \\ ice+idg+kcf+kdn & jce+jdg+lcf+ldh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iae+ibg+kaf+kbh & jae+jbg+laf+lbh \\ ice+idg+kcf+kdn & jce+jdg+lcf+ldh \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dado que todas las matrices 2x2 en los reales tienen la misma estructura se puede decir que al resolver los productos la igualdad y comprobar que resulta verdadera podemos decir que el producto de matrices 2x2 en los reales es asociativo.

3 Determinar si la el producto de números complejos es asociativo



|v|= longitud del vector

Por trigonometría se determinan las siguientes igualdades

a = |v| cos θ

b = |v| sen θ

a continuación se encuentra una forma alterna de representar los números complejos pasandolos al plano polar

$$\begin{aligned} & a+bi \\ &= (\mid v \mid cos\theta) + (\mid v \mid sen\theta)i \\ &= \mid v \mid (cos\theta + sen\theta i) && sefactoriza \mid v \mid \\ &= \mid v \mid (e^{i\theta}) && e^{ix} = cos(x) + isen(x) \end{aligned}$$

Al tomarse tres números complejos cualesquiera en su forma polar $\mid v_1 \mid (e^{i\theta})$, $\mid v_2 \mid (e^{i\alpha})$ y $\mid v_3 \mid (e^{i\beta})$ y solucionar la siguiente igualdad se comprueba que el producto de complejos es asociativo

$$(\mid v_1 \mid (e^{i\theta}) * \mid v_2 \mid (e^{i\alpha})) * \mid v_3 \mid (e^{i\beta}) = \mid v_1 \mid (e^{i\theta}) * (\mid v_2 \mid (e^{i\alpha}) * \mid v_3 \mid (e^{i\beta}))$$

$$(\mid v_1 \mid\mid v_2 \mid (e^{i\theta+i\alpha})) * \mid v_3 \mid (e^{i\beta}) = \mid v_1 \mid (e^{i\theta}) * (\mid v_2 \mid\mid v_3 \mid (e^{i\alpha+i\beta}))$$

$$| v_1 || v_2 || v_3 | (e^{i\theta+i\alpha+i\beta}) =| v_1 || v_2 || v_3 | (e^{i\theta+i\alpha+i\beta})(2)$$

Como la igualdad resulta verdadera se puede decir que el producto de numeros complejos es asociativo