

# Teoría estadística de la información en el procesamiento de imágenes y señales

## 1. Resumen

La utilización de conceptos relacionados con la teoría de la información combinados con técnicas estadísticas, aplicados al procesamiento de imágenes y señales ha ganado mucho espacio en los últimos tiempos. Medidas de discriminación estocástica como son las  $(h, \phi)$  divergencias y las  $(h, \phi)$  entropías han sido aplicadas al problema de estimación de parámetros, detección automática de bordes y medidas de contraste entre otras aplicaciones.

En particular las imágenes adquiridas con radares de apertura sintética (SAR) se han visto beneficiadas con la utilización de estas medidas en su análisis e interpretación. Estas imágenes han cobrado mucha importancia porque pueden operar en forma independiente de las condiciones climáticas y de la luz solar. Sin embargo son muy ruidosas debido a la presencia del ruido speckle que es característico de tecnologías que emplean sistemas de iluminación coherente como el laser, microondas, ultrasonido entre otras. Este ruido causa un patrón granular que dificulta el análisis e interpretación de estas imágenes, y puede conducir a una reducción en la precisión de los algoritmos de clasificación y de segmentación.

En este contexto la elección de un modelo adecuado para describir datos SAR juega un papel importante al momento de implementar algoritmos de clasificación y segmentación. En los últimos años se ha utilizado exitosamente la familia de distribuciones  $\mathcal{G}^0$  debido a su flexibilidad para describir zonas con diferente grado de textura.

Este proyecto tiene como objetivo el desarrollo de nuevos métodos de clasificación y de filtrado de imágenes basados en el modelo  $\mathcal{G}_0$  y en medidas que provienen de la teoría de la información como son las  $(h, \phi)$  entropías. Asimismo se desarrollarán nuevos métodos de filtrado que permitan la reducción del ruido presente en este tipo de imágenes, con el fin de mejorar los procedimientos de clasificación y segmentación de imágenes.

Esta propuesta se abordará estudiando la eficacia que tienen las medidas de divergencia propuestas asociadas a una imagen SAR en el contexto del diseño de nuevos métodos de filtrado y de clasificación.

## 2. Estado del arte

El problema de clasificación de un área de una superficie terrestre en clases con diferentes grado de textura es uno de los objetivos fundamentales en teledetección debido

a que esto posibilita detectar zonas de inundación, de incendios, de derrame de petróleo tan importantes en el monitoreo ambiental. Por este motivo el desarrollo de algoritmos de clasificación y de interpretación automática de imágenes cobra vital importancia porque permite determinar áreas en la imagen con características comunes y producir un mapa temático de la región.

Las imágenes adquiridas con radares de apertura sintética (SAR) juegan un papel preponderante en el sensado remoto debido a que se puede obtener imágenes de alta resolución y se puede operar en forma independiente de las condiciones climáticas y de la iluminación. En particular en Argentina el estudio de las imágenes SAR es de importancia debido a que la Comisión Nacional de Actividades Espaciales y el INVAP junto con otras agencias internacionales, forman parte de la misión SAOCOM. Esta misión consiste en la puesta en órbita de satélites equipados con tecnología para adquirir imágenes SAR con el objetivo de medir de la humedad del suelo, detectar derrames de hidrocarburos en el mar y el seguimiento de la cobertura de agua en las inundaciones.

Sin embargo, las imágenes SAR tienen la desventaja de poseer un tipo de ruido denominado speckle que corrompe la información del terreno degradando la calidad de la misma. Se hace presente debido a la superposición coherente de las ondas reflejadas por muchos dispersores. Esto causa una variación en la intensidad píxel a píxel que se manifiesta como un patrón granular dificultando el análisis y la interpretación de este tipo de imágenes. Por este motivo la utilización de modelos estadísticos y el desarrollo de nuevos métodos de clasificación, de filtrado y de interpretación automática de imágenes SAR se convierte en una herramienta esencial para describir este tipo de datos con precisión.

Entre los modelos inicialmente considerados para describir datos SAR están los llamados “modelos empíricos” que proponen distribuciones conocidas tales como Exponencial, Gamma, Lognormal, Rayleigh, Weibull entre otras. Se pueden ver detalles y referencias de estos modelos en los trabajos de Frery y Wu [16], Oliver y Quegan [24], Yanasse et al. [38] y Lee y Pottier [19]. Sin embargo, ninguno de estos tiene la capacidad de modelar adecuadamente regiones con diferente grado de textura.

En cambio el modelo multiplicativo que propone describir al retorno  $Z$  como el producto de dos variables aleatorias independientes, junto con la familia de distribuciones  $\mathcal{G}^0$  propuestas por Frery et al. [15], es ampliamente utilizado porque discrimina áreas con diferente grado de textura a través de la interpretación de sus parámetros, mejor que la familia de distribuciones  $K$  como se indica en Mejail et al. [20].

En este escenario conceptos que provienen de la teoría de la información han sido utilizados para extraer características de las imágenes SAR. Especialmente el concepto de divergencia estocástica ha encontrado aplicaciones en áreas tan diversas como el procesamiento de señales [3], detección automática de regiones [22, 34], clasificación [28] entre otras. En Salicrú et al. [31] los autores propusieron una familia de medidas de divergencia, llamadas  $(h, \phi)$ -divergencias que incluyen a la Kulback Leibler divergencia, a las  $\phi$ -divergencias presentadas por Csiszar [10] y a las generalizaciones de las  $J$ -divergencias y  $R$ -divergencias que fueron definidas por Taneja [35] entre otras medidas.

Estas medidas también se emplearon en el contexto de estimación de parámetros. Cassetti et al. [9] presentan un estimador mínima distancia (MDE) para el parámetro de textura del modelo  $\mathcal{G}^0$  para datos SAR de intensidad minimizando una  $(h, \phi)$ -divergencia

entre el modelo teórico y una estimación no paramétrica de la función de densidad subyacente utilizando histogramas. En Gambini et al. [17] los autores estimaron la función de densidad teórica del modelo  $\mathcal{G}^0$  usando el kernel asimétrico Inverso Gaussiano (IG) con un ancho de banda elegido empíricamente. En Casseti et al. [8] mejoran esta propuesta mostrando que los núcleos asimétricos Lognormal y Gamma tienen un mejor comportamiento que el IG en términos de error cuadrático medio integrado y utilizan el método de validación cruzada de mínimos cuadrados [29] para la selección del ancho de banda en lugar de la selección empírica.

De forma análoga a las  $(h, \phi)$  divergencias se definen las  $(h, \phi)$  entropías propuestas por Salicrú et al. [30]. Estas medidas también han sido ampliamente utilizadas en el análisis de imágenes SAR. En Frery et al. [14] los autores encontraron expresiones explícitas para la entropía de Shannon y de Rényi para imágenes polarimétricas y proponen medidas de contrastes basados en estas entropías.

Los algoritmos de clasificación y segmentación pueden ser muy sensibles al ruido de la imagen, en particular, para el caso de imágenes con ruido speckle como son las imágenes SAR. Por este motivo se han empleado diferentes estrategias de clasificación y segmentación para tratar con este ruido. En particular tanto las  $(h, \phi)$  divergencias como las  $(h, \phi)$  entropías han sido utilizadas con este fin. Carvalho et al. [7] implementaron algoritmos utilizando el conocido K-means junto con distancias estocásticas como medida de disimilaridad en imágenes PolSar. En [11] los autores aplicaron este tipo de clasificación basado en el algoritmo EM también en imágenes polarimétricas. En Nobre et al. [23] los autores emplearon la matriz de entropía de Rényi para datos SAR en formato amplitud, como variable de entrada en métodos de segmentación. En Ferreira et al. [12] se propone un nuevo método de segmentación para imágenes SAR polarimétricas basado en la entropía de Shannon [33].

En cuanto a algoritmos de clasificación supervisada Akbarizadeh [1] aplicó el algoritmo Support Vector Machine (SVM) para clasificar una imagen SAR utilizando una nueva función de energía empleando transformada wavelets. En Palacio et al. [25] los autores combinaron la utilización de filtros con el algoritmo SVM en imágenes SAR polarimétricas para cuantificar el contenido de información basado en la precisión de la clasificación. Una revisión de estos métodos de clasificación para imágenes SAR se puede encontrar en [26].

La formulación de nuevos métodos de filtrado de imágenes es un tema que está en continuo crecimiento, en particular para el caso donde el ruido no es gaussiano ni aditivo como es el ruido speckle. Los algoritmos NonLocalMeans (NLM), que inicialmente fueron propuestos por Buades et al. [6] en el contexto de modelos con ruido gaussiano aditivo, utilizan la información que proveen los píxeles vecinos para estimar el valor del píxel en la imagen filtrada.

Estos algoritmos proporcionan un marco general para el problema de reducción de este tipo de ruido dado que permiten proponer diferentes medidas de disimilaridad y diferentes pesos. En Penna et al. [27] los autores utilizaron la distancia de Kullback Leibler en imágenes SAR monopolarimétricas para datos de intensidad, en reemplazo de la distancia euclídea que se utiliza en el algoritmo NLM original. Esta idea fue tomada por Santos et al. [32] y los autores la aplicaron en imágenes de ultrasonido que también es-

tán afectadas por ruido speckle. En Xue et al. [37] los autores reemplazan a la función de peso en el algoritmo NLM original por una combinación lineal de funciones cosenos obteniendo un algoritmo más rápido. Un nuevo filtro basado en distancias estocásticas y test entre funciones de distribución fue propuesto por Torres et al. [36] para datos SAR de intensidad.

El escenario planteado deja abierta la posibilidad de proponer distintas características de la imagen que sirvan de input para los algoritmos. En este proyecto se estudiará la capacidad que tienen las medidas que provienen de la teoría de la información como atributos de una imagen SAR en el contexto del diseño de nuevos métodos de filtrado y de clasificación de imágenes SAR.

### 3. Objetivos generales

Este proyecto tiene como objetivo general profundizar en la utilización de medidas de disimilaridad que provienen de la teoría de la información que permitan tanto el desarrollo de nuevos métodos de clasificación basados en propiedades estadísticas del modelo considerado, como la implementación de nuevos métodos de filtrado de imágenes para la reducción del ruido speckle.

### 4. Objetivos específicos

Esta propuesta de investigación tiene por objetivos específicos:

- Implementar distintos estimadores de la entropía para el modelo  $\mathcal{G}^0$  para datos de intensidad.
- Evaluar la performance de estos estimadores para muestras de tamaño pequeño y moderado incluyendo el análisis bajo contaminación.
- Generalizar este estudio para entropías  $(h, \phi)$  como las definidas en [21] y [31].
- Evaluar la performance de algoritmos de clasificación tanto supervisada como no supervisada, considerando a la entropía como atributo de la imagen.
- Obtener herramientas robustas que puedan ser implementadas en el diseño de procedimientos resistentes bajo contaminación tales como algoritmos de clasificación y filtros de la clase Nonlocal Means.
- Extender estos procedimientos diseñados para imágenes SAR a otras disciplinas como la Astroestadística.
- Fortalecer el vínculo generado entre la Universidad de Valparaíso, Chile; University at Wellington, Nueva Zelanda y Universidad de Buenos Aires.

## 5. Metodologías y fuentes

Las imágenes SAR tienen muchas aplicaciones debido a sus ventajas respecto de las imágenes que provienen de sensores ópticos. La independencia de las condiciones climáticas y de la iluminación junto con la capacidad de penetrar la nubes, las copas de los árboles e incluso el suelo, han contribuido para que este tipo de imágenes resulten cada vez más populares.

Sin embargo, las imágenes SAR tienen la desventaja de ser difíciles de interpretar y procesar debido a la presencia del ruido speckle. Este ruido es inherente al proceso de captura de la imagen y se hace presente debido a la superposición coherente de las ondas reflejadas por muchos dispersores. Esto causa una variación en la intensidad píxel a píxel que se manifiesta en la imagen como un patrón granular.

Debido a la aleatoriedad y a la fuerte dispersión que puede tener la señal retrodispersada, es necesario contar con modelos estadísticos que contribuyan a una mejor extracción de información a través del desarrollo de filtros, detección de bordes, clasificación de áreas entre otras metodologías.

El modelo propuesto para datos provenientes de un sistema de iluminación por radiación coherente, como son los datos SAR, es un modelo multiplicativo que considera que el valor observado en cada celda de la imagen es una variable aleatoria  $Z$  que resulta del producto de dos variables aleatorias independientes: una correspondiente al backscatter o retrodispersión  $X$  y la otra correspondiente al ruido speckle  $Y$ . En los últimos años, se ha utilizado exitosamente la familia de distribuciones  $\mathcal{G}^0$ :  $\mathcal{G}_A^0$  para datos de amplitud y  $\mathcal{G}_I^0$  para datos de intensidad. Este modelo fue propuesto por Frery et al. [15] y permite describir las áreas muy rugosas o extremadamente rugosas mejor que la distribución  $\mathcal{K}$  como es presentado en [18].

El modelo multiplicativo considerado es el siguiente:

$$Z = X \cdot Y$$

donde  $X$  e  $Y$  corresponden al backscatter y al ruido speckle, respectivamente. La variable aleatoria  $Y$  se modela con la distribución  $\Gamma(L, L)$ , donde  $L \geq 1$  es el número de looks, mientras que  $X$  sigue una distribución Gamma Inversa, denotada por  $\Gamma^{-1}(-\alpha, \gamma)$ . De esta forma tenemos que  $Z$ , para el caso de datos de intensidad, obedece una distribución  $\mathcal{G}_I^0$ .

Su función de densidad está dada por

$$f_{\mathcal{G}_I^0}(z) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(L)} \cdot \frac{z^{L-1}}{(\gamma + zL)^{L-\alpha}},$$

donde  $-\alpha, \gamma, z > 0$  y  $L \geq 1$ .

Bajo este modelo se pueden caracterizar regiones con diferente grado de textura a través de los parámetros de la distribución  $\mathcal{G}_I^0$ . Para valores de  $\alpha$  cercanos a cero (típicamente en el intervalo  $(-3, 0)$ ), la zona de la imagen corresponde a una región muy texturada, como es el caso de las zonas urbanas en las imágenes SAR. A medida que el valor del parámetro  $\alpha$  disminuye, corresponde a zonas con cada vez menos textura, como son las regiones de forestación (usualmente  $(-6, -3]$ ) y pastura (en  $(-\infty, -6)$ ). Por otro

lado, el parámetro  $\gamma$  (llamado parámetro de escala) posee una interpretación en términos del brillo. Cuanto mayor es su valor, mayor intensidad posee la imagen en esa región. Por estas razones, la estimación precisa de los parámetros, en particular el parámetro de textura, es de suma importancia en el análisis de imágenes con ruido speckle.

Este proyecto se basa en la hipótesis general que consiste en considerar a las  $(h, \phi)$  entropías que, combinadas con la aplicación de filtros y métodos de clasificación permitan formular nuevas metodologías para la comprensión de imágenes SAR modelados con la distribución  $\mathcal{G}_I^0$ .

Este problema se abordará primeramente haciendo un relevamiento de los distintos estimadores de la entropía de Shannon como los propuestos en [5, 2, 4]. Teniendo en cuenta la expresión explícita de esta medida dada en Ferrerira et al. [12] para el caso de la función de densidad  $\mathcal{G}_I^0$  y, combinando con los resultados obtenidos en Casseti et al. [8] en cuanto a la estimación del parámetro de textura, se implementarán estos estimadores y se estudiará la performance de los mismos a través de simulaciones Montecarlo donde se:

- Considerará un espacio paramétrico que contemple distintas texturas, distintos números de looks y tamaño de muestra.
- Estudiará el sesgo, error cuadrático medio de los mismos.
- Analizará su robustez, es decir, su comportamiento bajo corrimientos del modelo teórico.
- Evaluará su costo computacional.

Se extenderá este estudio a otras entropías definidas dentro de la familia  $(h, \phi)$  como las que se presentan en [13] dadas en el cuadro 1.

Cuadro 1:  $(h - \phi)$  entropías

$(h, \phi)$ -entropía	$h(y)$	$\phi(x)$
Shannon	$y$	$-x \ln x$
Restricted Tsallis (orden $\beta \in \mathbb{R}_+ : \beta \neq 1$ )	$y$	$\frac{x^\beta - x}{1 - \beta}$
Rényi (orden $\beta \in \mathbb{R}_+ : \beta \neq 1$ )	$\frac{\ln y}{1 - \beta}$	$x^\beta$
Arimoto de orden $\beta$	$\frac{\beta - 1}{y^{\beta - 1}}$	$x^{1/\beta}$
Sharma-Mittal de orden $\beta$	$\frac{\exp\{(\beta - 1)y\}}{\beta - 1}$	$x \ln x$

Un segundo paso es el diseño e implementación de nuevos procedimientos robustos para reducir la presencia del ruido speckle como, por ejemplo, los filtros NLM. En esta clase de filtros el valor del píxel estimado se obtiene como un promedio ponderado donde el peso de cada píxel en la imagen original es proporcional a una medida de similitud entre los píxeles que se encuentran en un entorno ( $E_1$ ) del píxel de referencia y los píxeles pertenecientes a un entorno ( $E_2$ ) de los alrededores de  $E_1$ . La figura 5 tomada de Penna et al. [27] muestra un esquema del funcionamiento de este algoritmo.

Se utilizarán los resultados obtenidos del estudio y análisis de los diferentes estimadores de la entropía para proponer una medida de similitud entre píxeles. Se comparará

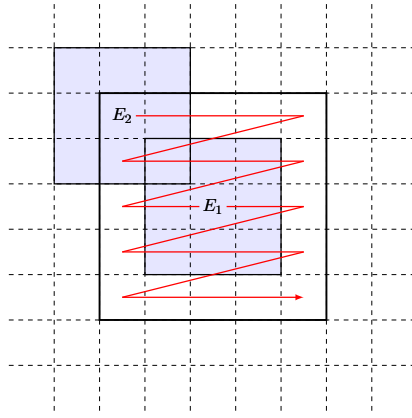


Figura 1: Funcionamiento del algoritmo NLM

el desempeño de esta propuesta con las que existen en la literatura a través de diferentes medidas como las que se indican en [13].

Asimismo, algoritmos de clasificación serán estudiados para generar mapas temáticos de imágenes SAR utilizando medidas de disimilaridad en combinación con métodos de filtrado. Estos algoritmos serán comparados con los existentes en la literatura a través de diferentes indicadores como los son el índice Kappa y la matriz de confusión.

La efectividad de todos estos procedimientos será evaluada aplicándolos a imágenes reales.

Como resultado de esta investigación se espera:

1. Proponer métodos de estimación de entropías para la distribución  $\mathcal{G}_I^0$  que sean robustos ante desvíos del modelo teórico.
2. Implementar rutinas de estimación de entropías para la distribución  $\mathcal{G}_I^0$ .
3. Proponer métodos de filtrado de la clase NLM utilizando medidas de entropía en imágenes SAR con datos de intensidad.
4. Implementar y generar rutinas para la aplicación de los métodos de filtrado propuestos.
5. Desarrollar métodos de clasificación de imágenes SAR utilizando medidas de entropía como atributo para clasificar.
6. Implementar y generar rutinas para la aplicación de métodos de clasificación en imágenes SAR. Estos métodos pueden estar combinados con los métodos NLM para la reducción del ruido speckle.
7. Producción de artículos científico que serán enviados a revistas internacionales de alto impacto.

## Referencias

- [1] G. Akbarizadeh. A new statistical-based kurtosis wavelet energy feature for texture recognition of sar images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(11):4358–4368, 2012.

- [2] A. I. Al-Omari. A new measure of entropy of continuous random variable. *Journal of Statistical Theory and Practice*, 10(4):721–735, 2016.
- [3] S. Aviyente, F. Ahmad, and M. Amin. Information theoretic measures for change detection in urban sensing applications. In *IEEE Workshop on Signal Processing Applications for Public Security and Forensics*, pages 1–6, 2007.
- [4] B. Behmardi, R. Raich, and A. O. Hero. Entropy estimation using the principle of maximum entropy. In *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 2008–2011, 2011.
- [5] J. Beirlant, E. J. Dudewicz, L. Györfi, and I. Denes. Nonparametric entropy estimation. an overview. *International Journal of Mathematical and Statistical Sciences*, 6(1):17–39, 1997.
- [6] A. Buades, B. Coll, and J-M. Morel. A non-local algorithm for image denoising. In *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR’05)*, volume 2, pages 60–65 vol. 2, 2005.
- [7] N. Carvalho, L. Sant’Anna Bins, and S. J. Sant’Anna. Analysis of stochastic distances and Wishart mixture models applied on PolSAR images. *Remote Sensing*, 11(24), 2019.
- [8] J. Cassetti and A. C. Frery. An improved minimum-distance texture estimator for speckled data under the  $\mathcal{G}^0$  model. *Artículo enviado para su publicación*, 2020.
- [9] J. Cassetti, J. Gambini, and A. C. Frery. Parameter estimation in SAR imagery using stochastic distances. In *Proceedings of The 4th Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR)*, Tsukuba, Japan, 2013.
- [10] I. Csiszár. Information-type measures of difference of probability distributions and indirect observations. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, 2:299–318, 1967.
- [11] J. I. Fernández-Michelli, M. Hurtado, J. A. Areta, and C. H. Muravchik. Unsupervised polarimetric sar image classification using  $\mathcal{G}_p^0$  mixture model. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 14(5):754–758, 2017.
- [12] J. Ferrerira and A. D. Nascimento. Shannon entropy for the  $\mathcal{G}_I^0$  model: A new segmentation approach. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 13:2547–2553, 2020.
- [13] A. C. Frery. Stochastic contrast measures for sar data: A survey. *Journal of Radars*, 8(6):758–781, 2019.
- [14] A. C. Frery, R. J. Cintra, and A. D. Nascimento. Entropy-based statistical analysis of polsar data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(6):3733–3743, 2013.
- [15] A. C. Frery, H. J. Müller, C. C. Yanasse, and S. J. Sant’Anna. A model for extremely heterogeneous clutter. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35(3):648–659, 1997.



- [16] A. C. Frery and J. Wu. Operational statistics for SAR imagery, 2020.
- [17] J. Gambini, J. Cassetti, M. Lucini, and A. Frery. Parameter estimation in SAR imagery using stochastic distances and asymmetric kernel. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 8:365–375, 2015.
- [18] E. Jakeman and R. J. A. Tough. Generalized K distribution: a statistical model for weak scattering. *Journal of the Optical Society of America A*, 4(9):1764–1772, September 1987.
- [19] J.S. Lee and E. Pottier. *Polarimetric Radar Imaging : From basics to applications*. CRC Press., Boca Ratón, 02 2009.
- [20] M. Mejail, J. C. Jacobo-Berlles, A. C. Frery, and O. H. Bustos. Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model. *International Journal of Remote Sensing*, 24(18):3565–3582, 2003.
- [21] M. L. Menéndez, D. Morales, L. Pardo, and M. Salicrú.  $(h-\phi)$ -entropy differential metric. *Applications of Mathematics*, 42(2):81–98, 1997.
- [22] A. D. Nascimento, R. J. Cintra, and A. C. Frery. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(1):373–385, 2010.
- [23] R. H. Nobre, F. A. A. Rodrigues, R. C. P. Marques, J. S. Nobre, J. F. S. R. Neto, and F. N. S. Medeiros. Sar image segmentation with rényi’s entropy. *IEEE Signal Processing Letters*, 23(11):1551–1555, 2016.
- [24] C. Oliver and S. Quegan. *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House, Boston, 1998.
- [25] M. G. Palacio, S. B. Ferrero, and A. C. Frery. Revisiting the effect of spatial resolution on information content based on classification results. *International Journal of Remote Sensing*, 40(12):4489–4505, 2019.
- [26] H. Parikh, S. Patel, and V. Patel. Classification of sar and polsar images using deep learning: a review. *International Journal of Image and Data Fusion*, 11(1):1–32, 2020.
- [27] P. A. Penna and N. D. Mascarenhas. Intensity sar image denoising with stochastic distances using non-local means filter. In Soraia Musse Alejandro C. Frery, editor, *Workshop of Works in Progress (WIP) in SIBGRAPI 2013 (XXVI Conference on Graphics, Patterns and Images)*, Arequipa, Peru, august 2013.
- [28] D. Puig and M. A. García. Pixel classification through divergence-based integration of texture methods with conflict resolution. In *Proceedings of the 2003 International Conference on Image Processing, ICIP 2003, Barcelona, Catalonia, Spain, September 14-18, 2003*, pages 1037–1040. IEEE, 2003.
- [29] M. Rudemo. Empirical choice of histograms and kernel density estimators. *Scandinavian Journal of Statistics*, 9(2):65–78, 1982.

- [30] M. Salicrú, M. L. Mendéndez, and L. Pardo. Asymptotic distribution of  $(h, \phi)$ -entropy. *Communications in Statistics - Theory Methods*, 22(7):2015–2031, 1993.
- [31] M. Salicrú, D. Morales, M. L. Menendez, and L. Pardo. On the applications of divergence type measures in testing statistical hyphoteses. *Journal of Multivariate Analysis*, 51(2):372–391, 1994.
- [32] C. A. Santos, D. L. Martins, and N. D. Mascarenhas. Ultrasound image despeckling using stochastic distance-based bm3d. *IEEE Transactions on Image Processing*, 26(6):2632–2643, 2017.
- [33] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27:379–423, 1948.
- [34] M. Silva, F. Cribari-Neto, and A. C. Frery. Improved likelihood inference for the roughness parameter of the GAO distribution. *Environmetrics*, 19(4):347–368, 2008.
- [35] I. Taneja. On generalized information measures and their applications. In Peter W. Hawkes, editor, *Advances in Electronics and Electron Physics*, volume 76, pages 327–413. Academic Press, 1989.
- [36] L. Torres, T. Cavalcante, and A. C. Frery. Speckle reduction using stochastic distances. In L. Alvarez, M. Mejail, L. Gomez, and J. Jacobo, editors, *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications*, pages 632–639, Berlin, Heidelberg, 2012. Springer Berlin Heidelberg.
- [37] B. Xue, Y. Huang, J. Yang, L. Shi, Y. Zhan, and X. Cao. Fast nonlocal remote sensing image denoising using cosine integral images. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 10(6):1309–1313, 2013.
- [38] C. C. Yanasse, A. C. Frery, S. J. Sant’Anna, P. F. Hernandez, and L. V. Dutra. Statistical analysis of SAREX data over Tapajós – Brazil. In M. Wooding and E. Attema, editors, *SAREX-92: South American Radar Experiment*, pages 25–40, Paris, 1993. ESA.