Ejemplo (1) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & 8 \\ -3 & 4 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (Eliminación Gaussiana)

Operación más sencilla en este caso para hacer a $-3 = 0$ $\Rightarrow$ Suma de filas

$F_2 + F_1$ Nota: La fila 1 y fila 3 permanecen iguales y solo cambia la fila que cuyo elemento vamos a hacer 0

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 & -3 & 8 \\ -3 & 4 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow F_2 + F_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} -3 & 5 & -3 & 8 \\ 0 & 9 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 2 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -4 \\ -4 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Queremos dejar $(2,1)$ en cero, entonces podemos hacer:

$$F_1 + \frac{1}{2} F_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -4 \\ -4 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow a) \left(\tfrac{1}{2} F_2\right) \quad -2 \quad 0 \quad 1 \quad -\tfrac{1}{2}$$

$$b) \; F_2 + F_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -4 \\ 0 & 3 & 0 & -7/2 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 3 $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ Siempre se recomienda que el menor valor en valor absoluto este en F1. Entonces pasamos F_2 a F_1 y hacemos las operaciones

$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, ahora $(2,1)$ se debe convertir en 0. Entonces a $F_1 \cdot -3$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{F_2 + -3F_1}_{\substack{6 \; 1 \; 3 \; 4 \\ -6 \; -12 \; 0 \; -9}} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & -11 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 3

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Recordar que la idea principal es que queremos tener una matriz triangular inferior $= 0$, en este caso $1, -1, 2$.

Comenzamos

$F_1 \to F_2$ cambian $\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

Ahora, buscaremos que el $(2,1)$ sea 0. Esto es: $F_2 - 2F_1$

$F_2 - 2F_1 \Rightarrow$
$$\begin{array}{rrr} 2 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & -4 \\ \hline 0 & -1 & -7 \end{array}$$
, así ahora tenemos $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

Ahora necesito que $(3,1)$ sea 0, entonces buscamos un "1" que nos permita que $-1 + 1 = 0$, entonces hacemos $F_3 + F_1$

$F_3 + F_1 \Rightarrow$
$$\begin{array}{rrr} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ \hline 0 & -1 & 2 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Finalmente convertimos $(3,2)$. Debemos utilizar el de la diagonal $(2,2)$ para hacer el calculo y no cambiar los ceros ya calculados

Entonces $F_3 + F_2$ pero con $F_2 \cdot -1$

$F_3 + (-F_2) \Rightarrow$
$$\begin{array}{rrr} 0 & -1 & 2 \\ +\,0 & 1 & 7 \\ \hline 0 & 0 & 9 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 4

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 2 & 4 & -8 & 0 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \end{array}\right)$$

$$R_2 \leftarrow R_2 - \frac{2}{3} R_1$$

$$\frac{2}{3}(3 \quad 6 \quad -9 \quad 3) \Rightarrow \frac{6}{3} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{-18}{3} \quad \frac{6}{3} \Rightarrow 2 \quad 4 \quad -6 \quad 2$$

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 4 & -8 & 0 \\ - & 2 & 4 & -6 & 2 \\ \hline & 0 & 0 & -2 & -2 \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \end{array}\right)$$

$$R_3 \leftarrow R_3 - \left(\frac{-2}{3}\right) R_1 \Rightarrow -\frac{2}{3}(3 \quad 6 \quad -9 \quad 3) \Rightarrow \frac{-6}{3} \quad \frac{-12}{3} \quad \frac{+18}{3} \quad \frac{-6}{3}$$

$$\Rightarrow -2 \quad -4 \quad +6 \quad -2$$

$$\begin{array}{rrrrr} & -2 & -3 & 4 & -1 \\ - & -2 & -4 & +6 & -2 \\ \hline & 0 & 1 & -2 & 1 \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

De acuerdo al algoritmo tapamos la fila en la cual estamos trabajando y buscar la columna distinta de 0

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

← No la consideramos y la columna distinta de 0 es la segunda. Como (2,2) es 0 entonces hacemos un intercambio de filas con R_3

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

⇒ Ahora el elemento debajo de (2,2) es 0, así procedemos con la siguiente columna. Sólo queda hacer 1 el último pivote (−2)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{R3 \leftarrow 1/(-2)R3}$$

$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 \quad 0 \quad \frac{-2}{-2} \quad \frac{-2}{-2} \Rightarrow 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \text{Podemos seguir hasta que} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$