

以下是我们当前数学世界的完整设计总结：

## 1. 物质表示与性质函数

- 物质**：每个物质用一个在  $[0, 2]$  范围内的数值来表示，作为其「基础材料」。这些数值允许物质在指定范围内进行组合与变换。
- 性质函数**：物质的性质由一个正弦函数表示，形式为：

$$f(x) = \sin((f_{\text{innate}} + f_{\text{acquired}}) \cdot x \cdot \pi + (\phi_{\text{innate}} + \phi_{\text{acquired}}))$$

其中， $f_{\text{innate}}$  和  $\phi_{\text{innate}}$  是先天特性， $f_{\text{acquired}}$  和  $\phi_{\text{acquired}}$  是后天影响。正弦函数确保性质值保持在  $[-1, 1]$  范围内。

## 2. 时间的复合周期性震荡

- 复合周期函数**：时间的周期性震荡作为外部「能量输入」，提供系统的动态变化。复合周期函数为：

$$E(t) = \sin(\omega_{\text{long}} \cdot t) + \frac{1}{256} \sin(256 \cdot \omega_{\text{long}} \cdot t)$$

其中， $\omega_{\text{long}}$  表示长期频率，短期频率为长期的  $1/256$ ，振幅也为  $1/256$ ，模拟日夜、季节等周期性影响。

- 归一化**：使用 min-max 归一化将  $E(t)$  标准化至  $[0, 1]$  区间：

$$E_{\text{norm}}(t) = \frac{128}{257} \cdot \left( E(t) + \frac{257}{256} \right)$$

## 3. 性质空间中的相似性计算

- 性质向量**：每个物质的性质表示为向量  $\vec{A} = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ，每一维表示一种性质值。
- 曼哈顿距离**：在性质空间中计算两个物质的曼哈顿距离：

$$D_{\text{Manhattan}} = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|$$

- 汉明比值  $\eta$** ：将曼哈顿距离转换为二进制表示，计算汉明重量，定义比值为汉明重量与二进制位数的比值，范围在  $[0, 1]$  之间。相似性越高（ $\eta$  越小），物质越容易发生反应。

## 4. 反应速率

- **反应速率公式**：最终反应速率  $R(A, B, t)$  由时间函数和性质相似性比值共同决定：

$$R(A, B, t) = E_{\text{norm}}(t) \cdot (1 - \eta)$$

- **动态调节**：时间的复合周期提供动态能量，性质相似性比值决定物质的匹配度。此组合使得反应速率在不同时间点、不同性质组合下动态变化。

## 5. 反应参数的选择与线性组合

- **线性组合**：新物质  $C$  由两个物质  $A$  和  $B$  的线性组合生成，定义为：

$$x_C = (1 - \eta)x_A + \eta x_B$$

其中  $\alpha = 1 - \eta$  和  $\beta = \eta$  确保组合系数之和为 1，并保证组合后的值在  $[0, 2]$  范围内。

- **相似性驱动的比例**：相似性越高 ( $\eta$  越小)，新物质更接近相似度更高的物质。这种比例自然决定了生成物质的特征比例。

## 6. 系统特性与应用

- **周期性与动态性**：系统随时间复合周期性震荡而不断变化，使反应速率和反应条件动态变化，模拟自然界的周期性现象。
- **相似性驱动的反应**：通过性质空间中的相似性定义物质的反应条件，使物质的组合与相互作用更加自治。
- **能量输入与调控**：时间作为外部「能量」源头，以复合周期影响反应活性，使整个系统充满变化和活力。

## 总结

该设计构建了一个基于周期性输入和性质相似性的数学系统，确保了物质在不同条件下的自发组合与转化。这种机制实现了一个动态平衡、相互作用的数学世界，可以用来模拟自然界的周期性变化、相似性驱动的反应，以及能量输入对系统的调控。

以下是多物质反应模型的完整设计总结，展示如何在数学世界的每个景观点  $(n, m, z)$  上实现多物质反应：

# 模型概述

在这个设计中，物质分布在一个三维景观中，每种物质在二维平面上通过噪声算法（如 Simplex 噪声）随机分布。多个二维平面沿  $z$ -轴叠加，构成一个三维数学世界。每个点  $(n, m, z)$  上，物质之间可以发生相互反应。反应通过特定规则控制，以确保模型的可计算性和表达能力。

## 反应算法

在景观点  $(n, m, z)$  上，多物质的反应遵循以下步骤：

### 1. 初始化排除名单

设置一个空的排除名单，用来记录在当前时间步中已经尝试但未发生反应的物质。

### 2. 模拟精度 $Q$ 的定义

设定模拟精度  $Q \geq 2$ ，表示每次仅考虑数量最多的前  $Q$  种物质参与反应。排除名单内的物质不参与计算。

### 3. 选择前 $Q$ 种主要物质集合 $M$

选择在点  $(n, m, z)$  上数量最多的前  $Q$  个物质，构成集合  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_Q\}$ 。

### 4. 相似性计算和目标物质选择

- 选择  $M$  中某个物质作为目标物质  $A$ 。
- 计算集合  $M$  中其他物质与  $A$  的相似性比值  $\eta$ ，以描述物质间在性质空间中的相似程度。
- 使用基于数量的累积分布函数（CDF），结合数量和相似性来选择与  $A$  发生反应的物质  $mk$ 。

### 5. 反应速率/概率计算

- 计算  $A$  和  $mk$  的反应速率/概率  $R$ ：

$$R(A, mk, t) = E_{\text{norm}}(t) \cdot (1 - \eta)$$

- 其中  $E_{\text{norm}}(t)$  是时间函数的归一化值，表示外部能量的周期性输入； $1 - \eta$  表示物质间的相似性权重。
- 将  $R$  转化为一个 CDF，决定反应是否发生。

### 6. 反应决策

- 若反应未发生，将  $mk$  加入排除名单，并重新选择另一个物质进行尝试。
- 若反应发生，则生成一个新的物质，并进入下一步。

### 7. 生成新物质

- 使用线性组合计算新物质的属性值：

$$x_C = (1 - \eta)x_A + \eta x_B$$

- 其中  $x_A$  和  $x_B$  分别是物质  $A$  和  $mk$  的基础数值， $\alpha = 1 - \eta$  和  $\beta = \eta$  确保生成的新物质数值保持在  $[0, 2]$  范围内。

## 8. 重复过程直至完成 $Q$ 次反应尝试

在当前时间步内执行上述步骤  $Q$  次，每次反应尝试的结果会影响下一个反应。

## 设计关键点

- 周期性能量输入**：通过复合正弦函数  $E(t)$  表达时间的周期性影响，用 min-max 归一化确保其值在  $[0, 1]$  范围内。短期周期和长期周期叠加，提供自然的「日夜」和「季节性」波动。

$$E_{\text{norm}}(t) = \frac{128}{257} \cdot \left( \sin(\omega_{\text{long}} \cdot t) + \frac{1}{256} \sin(256 \cdot \omega_{\text{long}} \cdot t) + \frac{257}{256} \right)$$

- 相似性驱动的反应**：在性质空间中，使用曼哈顿距离计算物质间的相似性并转化为汉明比值  $\eta$ ，以二进制汉明重量表示相似度。
- 排除名单机制**：排除名单记录已尝试的无效反应，优化计算效率，避免重复计算。
- 多重随机选择的 CDF 机制**：通过基于数量的 CDF 确定反应物质，并使用反应速率 CDF 控制反应发生概率，使得反应更具多样性和自然性。

## 时间单位结束和系统演化

每个时间单位内，每个景观点  $(n, m, z)$  上完成  $Q$  次反应尝试，以新物质的生成结束。时间单位结束后，系统进入下一个时间步，所有景观点的物质分布更新，根据新的环境条件和物质分布重新进行反应计算。

## 总结

该多物质反应模型在每个点上使用一系列复杂的规则 and 选择机制，使得物质间的反应具备高度动态性和复杂性，具体特性包括：

- 动态能量周期**：通过时间函数的复合周期影响反应速率。
- 相似性驱动反应选择**：相似物质更倾向发生反应，符合自然规律。
- 概率控制与多重尝试**：结合 CDF 机制和排除名单，增强系统的表达能力和计算效率。
- 自然景观模拟**：在三维空间中通过噪声算法分布物质，纵向叠加形成自然景观，为数学世界中的物质提供多样的交互条件和丰富的演化潜力。

这种设计构建了一个自治、动态的多物质反应系统，适用于模拟复杂的自然景观和物质间的自发演化。