

> 假设我现在在一个六边形网格上的七个网格（一个在中间，其他六个围绕中间这个），每个网格有各自的势能，我要怎么用数学语言描述中间网格受到的势的总体效果？应该是某个梯度向量来表述吧。

是的，您可以用**梯度向量**来描述中间网格受到的整体势能影响。这种情况下，势能的梯度向量会指向势能变化的最大方向，并且其大小表示势能变化的速率。以下是具体的数学描述步骤：

1. 定义势能场

- 假设每个网格中心有一个标量值 ϕ_i ，表示该网格的势能，其中 $i = 0, 1, 2, \dots, 6$ 。其中， ϕ_0 为中间网格的势能， $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_6$ 为周围六个网格的势能值。
- 以中间网格为原点，定义六个相邻网格的坐标，可以根据六边形网格的排列来设定相邻网格的相对坐标。

2. 计算势能梯度

- 在离散网格中，梯度可以通过邻近点的势能差来近似计算。
- 设相邻六个网格的坐标为 (x_i, y_i) （相对于中间网格的坐标原点），则每个方向上的势能差为 $\Delta\phi_i = \phi_i - \phi_0$ 。
- 梯度向量 $\nabla\phi$ 的每个分量可以表示为：

$$\nabla\phi_x = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \frac{\Delta\phi_i \cdot (x_i - x_0)}{d_i^2}$$

$$\nabla\phi_y = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \frac{\Delta\phi_i \cdot (y_i - y_0)}{d_i^2}$$

其中 d_i 是相邻网格与中间网格的距离，通常六边形网格相邻距离相等，因此 d_i 可以视为常数。

3. 计算总势影响的向量和

- 用梯度的负向量来表示势对中间网格的总“推动力”：

$$\vec{F} = -\nabla\phi = -(\nabla\phi_x, \nabla\phi_y)$$

- 这个向量 \vec{F} 指向势能降低的方向，并且它的大小表示中间网格受势场影响的强度。

4. 总结

- 梯度向量 $\nabla\phi$ 表示中间网格的“势能变化速率”，其负向量 \vec{F} 表示“受力方向”。
- 如果需要进一步考虑势能对中间网格的具体作用，可以使用该梯度方向的单位向量来表述具体方向，或将不同方向的分量进一步分解。

这种表示方式适用于在离散网格上求解梯度，并且适合描述势场对中间点的综合影响。

那再往下一步分析呢？当F向量不为零，网格0上的物质就需要向1-6之中某个网格运动（暂时假设当前网格上只有一个单位的物质，它们统一运动），这时候F就需要和该网格的势进行比较，当F小于该网格的势，就说明物质依靠当前的F连最小势垒都无法越过，此时该单位物质被捕获到了各个六边势阱当中；当F大于该网格的势，那就需要将物质真正转移到该网格上，F与势相减得到F'，F'参与到下一轮的计算中，将F'暂存起来，然后遍历其他网格，让其他网格的物质经历相同的计算，移动小于等于一个网格的距离并存储当时的F'（若没有移动F'为0，被抵消了），从第二次遍历开始，所有网格的F'都要参与到新F的计算中，这样逻辑上没问题吧？

你的分析逻辑基本上是合理的，且通过步进更新势能的方式实现了动态的物质流动。以下是对你的步骤的进一步分析，确保模型的可行性和准确性：

1. 第一步：计算初始力向量 F 并与相邻网格势能比较

- 对于中间网格0上的物质，计算其受到的力向量 F 并找到六个相邻网格的势能。
- 对于每个相邻网格 i ，比较 F 与该网格的势能差。如果 $|F| < \phi_i$ ，则 F 不足以让物质越过该网格的“势垒”，物质被视为捕获在当前网格内。
- 如果 $|F| > \phi_i$ ，则物质可以移动到该网格，计算新剩余的力 $F' = F - \phi_i$ ，以反映跨越势垒后剩下的推动力。

2. 转移物质并更新力

- 将物质从网格0移动到满足 $|F| > \phi_i$ 的目标网格，记录剩余力 F' 。
- 将物质位置更新为目标网格，并记录该网格上的 F' 值，表明物质在转移过程中剩下的推动力。
- 这样，网格0完成了物质移动，目标网格现在携带物质的剩余力 F' 。****

3. 遍历所有网格，计算新一轮的力 F

- 遍历每个网格（包括刚才转移的物质所处的网格），计算其新的力向量 F_{new} 。在这一轮计算中，不仅考虑原始的势能分布，还将之前各网格上的 F' 加入新力的计算中。
- 每次迭代时，结合所有网格的 F' 和势能梯度，得出每个网格当前的综合力 F_{new} 。

4. 重复过程，逐步转移和更新物质的位置

- 通过上述迭代，使得物质在势场中逐步转移，依次克服各个网格的势垒。每一轮计算结束后，更新所有网格上的剩余力 F' 。
- 对于每一轮移动，不足以克服势垒的物质则停留在当前网格，这些物质的剩余力会在下一轮再次用于计算。

5. 注意事项：防止无限循环

- 确保在某些边界条件下（例如所有剩余力 F' 都不足以克服任何相邻网格的势垒时），物质最终会停止运动。
- 可以设置一个最小力阈值或最大迭代次数，防止在循环移动中出现意外情况（例如因极小的力反复迭代导致无限循环）。

总结

你的逻辑通过逐步更新力向量和势场分布，使物质在网格间动态流动，实现了较为细致的动态模拟。通过对每次移动后剩余力 F' 的更新和累计，可以逐步模拟流体、气体等物质在势场中的流动行为。这种逐步的力和势能差的比较过程非常合理，有助于精确模拟物质在环境中的扩散和捕获现象。

那么精细化这个场景，我们不在假设网格上的物体是完全刚性的是一致行动的。我们假设当前物体存在一个流动系数 L ，系数越大，物质就越具有流动性，反之如果越小，那么物质越不倾向于流动。常理而言，流动性的物质往往不会以层流的形式进行运动，这意味着我们需要利用流动系数来模拟流体运动中的分散和湍流现象。

在六边形网格上，我们不需要担心分散角度的问题，我们只需要解决在六个网格中物质分散的比例问题。我们可以简单的将0网格到这六个网格的向量角度和F角度做差，得到的角度差值（描述了网格方向和F的差异），加总作为归一化常数（经计算应该是 3π ：假设 θ 是F和12点钟方向的夹角，因为如果12点钟方向的网格是一号网格的差异就是 θ ，二号网格就是 $60-\theta$ ，三号网格是 $120-\theta$ ，四号网格是 $180-\theta$ ，五号网格就是 $120+\theta$ （按照更小的角来算），六号网格就是 $60+\theta$ ，加起来刚好是 3π ），按照差值的反比分配物质的质量和F的大小，角度差值加上F作为基准，得到分散物质下一步的运动方向和运动的势能，即F分量。

现在我们要做的就是使用 L 加入算法，描述一个物质多大程度遵循上述运动规律。

引入流动系数 L 后，我们可以更细致地描述物质的流动性，并利用它来调整物质在六边形网格中分散的比例和方向，模拟分散和湍流现象。以下是将 L 融入你的算法的步骤和数学表达：

1. 定义流动系数 L 的作用

- L 描述物质的流动性，范围可以设定为 $0 \leq L \leq 1$ ，其中：
 - $L = 0$ 表示物质完全不流动，物质保持在当前网格不动。
 - $L = 1$ 表示物质完全流动，完全遵循力向量 F 的方向和强度分散到六个相邻网格。
- 物质流动的实际分布将根据 L 的值调整流动程度。较大的 L 值会增加物质的分散性和流动比例，而较小的 L 值会倾向于保持更多的物质在当前网格中。

2. 计算角度差值和分散比例

1. 角度差的定义

在六边形网格中，力向量 F 对相邻网格上物质流动的影响由其方向角 θ_F 与每个相邻网格方向角 θ_i 的关系决定。我们采用与 F 方向**更大的角差**来分配权重。

具体来说，相邻网格方向 θ_i 与力向量方向 θ_F 存在两个角度关系：

- 更小的角度差： $\delta_i = \min(|\theta_F - \theta_i|, 2\pi - |\theta_F - \theta_i|)$
- 更大的角度差： $\Delta\theta_i = 2\pi - \delta_i$

我们选择**更大的角度差** $\Delta\theta_i$ 作为权重的依据，其物理意义在于更全面地反映网格方向与力向量之间的差异性。

2. 权重分配的逻辑

在分配权重时， $\Delta\theta_i$ 和 δ_i 存在如下关系：

$$\Delta\theta_i + \delta_i = 2\pi$$

因此， $\Delta\theta_i$ 实际上是**补全小角度差到圆周角 2π** 的部分。通过选择 $\Delta\theta_i$ 作为权重，我们有效放大了角度差越小的方向对物质势能分配的影响：

- 当某方向与力向量完全一致（即 $\delta_i = 0$ ），则 $\Delta\theta_i = 2\pi$ ，权重最大。
- 当某方向与力向量完全相反（即 $\delta_i = \pi$ ），则 $\Delta\theta_i = \pi$ ，权重较小。

这种逻辑的核心是将物质更倾向于接近力方向的特性嵌入到权重计算中，确保权重分布符合物理直觉。

3. 归一化因子的恒定性

由于我们采用 $\Delta\theta_i$ 作为权重，其总和 W 是一个常数，与力向量方向 θ_F 无关。具体推导如下：
总权重为：

$$W = \sum_{i=1}^6 \Delta\theta_i = 6 \times 2\pi - \sum_{i=1}^6 \delta_i$$

通过计算可以验证，无论 θ_F 的取值如何，总角度差的和 $\sum_{i=1}^6 \delta_i = 3\pi$ 。因此：

$$W = 6 \times 2\pi - 3\pi = 9\pi$$

归一化因子为常数 9π 的这一性质极大简化了分散比例的计算。

4. 分散比例的计算

使用归一化因子 W ，每个方向的分散比例 P_i 为：

$$P_i = \frac{\Delta\theta_i}{W} = \frac{\Delta\theta_i}{9\pi}$$

5. 方法的好处

- **避免混淆：** 通过明确 $\Delta\theta_i$ 和 δ_i 的互补关系，清晰区分“角度差”和“角度”。
- **物理直觉：** 选择 $\Delta\theta_i$ 作为权重有效放大了接近力方向的网格对物质流动的贡献。
- **简化计算：** 恒定的归一化因子 $W = 9\pi$ 提高了计算效率，同时保持了权重分布的准确性。

3. 考虑流动系数 L 对分散比例的影响

- 流动系数 L 会影响物质分散的比例：
 - 对于每个网格 i ，分散的实际比例可以表达为 $P'_i = L \cdot P_i$ 。
 - 将剩余的 $1 - L$ 部分的物质留在当前网格，即：

$$P_0 = 1 - L$$

- 因此，物质的分布比例变为：

$$\{P_0, L \cdot P_1, L \cdot P_2, \dots, L \cdot P_6\}$$

- 这意味着流动性越小，留在当前网格的物质越多；流动性越大，物质越多地向邻近网格分散。

4. 计算分散后的力 F 和下一步运动方向

- 在每个方向 i 上，计算力的分量：

$$F_i = P'_i \cdot F$$

- F_i 是分散后每个方向上的力向量分量，代表物质在各个方向上的运动趋势。
- 每个相邻网格的方向力向量为 F_i ，代表物质在当前步可能的运动方向和强度。

5. 更新下一步的物质分布和力向量

- 对每个网格更新物质质量，特别是邻近网格上的分散质量比例。
- 下一步迭代时，将每个网格的 F_i 作为新力，重复上述计算过程。
- 根据每个网格上的力和物质质量，继续下一步的计算。逐步形成流体的分散与流动效果。

6. 总结

- 流动系数 L 实现了对物质流动性的控制。通过调整 L ，可以模拟物质在不同流动性条件下的分散和湍流行为。
- 此算法可以在迭代过程中不断更新物质在网格中的分布和流动方向，适用于模拟流体在不均匀场中的动态变化。

这样，通过流动系数 L 来控制流动性，结合角度差和势场分布，可以在六边形网格上实现流体的分散与湍流效应，符合实际流体的非层流特性。