

# Содержание

<b>1</b>	<b>Setup &amp; Scripts</b>	<b>2</b>
1.1	CMake . . . . .	2
1.2	wipe.sh . . . . .	2
1.3	Stack size & Profiling . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Language specific</b>	<b>2</b>
2.1	C++ . . . . .	2
2.1.1	G++ builtins . . . . .	2
2.1.2	hash . . . . .	3
2.2	Python . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Bugs</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Geometry</b>	<b>4</b>
4.1	Пересечение прямых . . . . .	4
4.2	Касательные . . . . .	4
4.3	Пересечение полуплоскостей . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Template DSU</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Numbers</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Graphs</b>	<b>6</b>
7.1	Weighted matroid intersection . . . . .	6
<b>8</b>	<b>Push-free segment tree</b>	<b>9</b>
<b>9</b>	<b>Number theory</b>	<b>10</b>
9.1	Chinese remainder theorem without overflows . . . . .	10
9.2	Integer points under a rational line . . . . .	11
<b>10</b>	<b>Suffix Automaton</b>	<b>11</b>
<b>11</b>	<b>Palindromic Tree</b>	<b>13</b>
<b>12</b>	<b>Smth added at last moment</b>	<b>14</b>
12.1	Dominator Tree . . . . .	14
12.2	Suffix Array . . . . .	16
12.3	Fast LCS . . . . .	18
12.4	Fast Subset Convolution . . . . .	19
<b>13</b>	<b>Karatsuba</b>	<b>21</b>
<b>14</b>	<b>Two Strong Chinese</b>	<b>22</b>
<b>15</b>	<b>OEIS</b>	<b>25</b>
15.1	Числа Белла . . . . .	25
15.2	Числа Каталана . . . . .	25

# 1 Setup & Scripts

## 1.1 CMake

```
1 cmake_minimum_required(VERSION 3.14)
2 project(olymp)
3
4 set(CMAKE_CXX_STANDARD 17)
5 add_compile_definitions(LOCAL)
6 #set(CMAKE_CXX_FLAGS "${CMAKE_CXX_FLAGS} -fsanitize=undefined
   ↪ -fno-sanitize-recover")
7 #sanitizers: address, leak, thread, undefined, memory
8
9 add_executable(olymp f.cpp)
```

## 1.2 wipe.sh

```
1 touch {a..l}.cpp
2
3 for file in ?.cpp ; do
4     cat template.cpp > $file ;
5 done
```

## 1.3 Stack size & Profiling

```
1 # Print stack limit in Kb
2 ulimit -s
3
4 # Set stack limit in Kb, session-local, so resets after terminal restart
5 ulimit -S -s 131072
6
7 # Profile time
8 time ./olymp
9
10 # Profile time, memory, etc.
11 # Make sure to use the full path
12 /usr/bin/time -v ./olymp
```

# 2 Language specific

## 2.1 C++

### 2.1.1 G++ builtins

- `__builtin_popcount(x)` — количество единичных бит в двоичном представлении 32-битного (знакового или беззнакового) целого числа.
- `__builtin_popcountll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `__builtin_ctz(x)` — количество нулей на конце двоичного представления 32-битного целого числа. Например, для 5 вернётся 0, для  $272 = 256 + 16$  — 4 и

т. д. Может не работать для нуля (вообще не стоит вызывать для  $x = 0$ , по-моему это и упасть может).

- `__builtin_ctzll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `__builtin_clz(x)` — количество нулей в начале двоичного представления 32-битного целого числа. Например, для  $2^{31}$  или  $-2^{31}$  вернётся 0, для 1 — 31 и т. д. Тоже не надо вызывать с  $x = 0$ .
- `__builtin_clzll(x)` — то же самое для 64-битных типов.
- `bitset<N>._Find_first()` — номер первой позиции с единицей в битсете или его размер (то есть  $N$ ), если на всех позициях нули.
- `bitset<N>._Find_next(x)` — номер первой позиции с единицей среди позиций с номерами строго больше  $x$ ; если такой нет, то  $N$ .

### 2.1.2 hash

```

1 namespace std
2 {
3     template<
4     struct hash<pnt>
5     {
6         std::size_t operator()(pnt const &s) const noexcept
7         {
8             return std::hash<ll>{}(s.first * ll(1ull << 32u) +
9             ↪ s.second);
10        };
11    }

```

## 2.2 Python

```

1 # stack size
2 import sys
3
4 sys.setrecursionlimit(10**6)
5
6 # memoize
7 import functools
8
9 @functools.lru_cache(maxsize=None)

```

## 3 Bugs

- `powmod :`)
- Всегда чекать Куна дважды, особенно на количество итераций
- `uniform_int_distribution` от одного параметра
- `for (char c : "NEWS")`

- Порядок верхних и нижних границ в случае, когда задача двумерна  $t - b \neq b - t$
- **static** с мультитестами
- `set` со своим компаратором склеивает элементы
- Два вектора с соответствующими элементами, сортируем один, а элементы второго ссылаются на чужие. Предлагается лечить заведением структуры с компаратором на каждый чих. В целом, для этого можно написать навороченную хрень на шаблонах.
- В графе с вершинами степени не больше одного надо писать выделение цикла полностью, срезать угол на какой-нибудь тупой меморизации, потому что кажется, что он может выглядеть только одним или несколькими какими-нибудь специальными способами, не получится, а дебажить сложно.
- Структуры, основанные на указателях, не стоит хранить в векторах.
- В Карасе для того, чтобы перейти в подстроку, надо сначала идти в родителя, а только потом по суффиксам, эти вещи не коммутируют.
- Когда ходим большим количеством указателей по циклу, на единицу сдвигается только первый указатель, а остальные могут сдвинуться на много.
- `string str1(str2, 'x'); str1 = 'a';`
- `numeric_limits<ld>::min()` возвращает маленькое положительное число.
- Когда считаем  $n!$  по модулю  $p$  при помощи теоремы Вильсона, стоит не забывать, что  $\frac{2p}{p} = 2$ .

## 4 Geometry

### 4.1 Пересечение прямых

$$AB := A - B; CD := C - D$$

$$(A \times B \cdot CD.x - C \times D \cdot AB.x : A \times B \cdot CD.y - C \times D \cdot AB.y : AB \times CD)$$

### 4.2 Касательные

Точки пересечения общих касательных окружностей с центрами в  $(0, 0)$  и  $(x, 0)$  равны  $\frac{xr_1}{r_1 \pm r_2}$ .  $x$  координата точек касания из  $(x, 0)$  равна  $\frac{r_2^2}{x}$ .

### 4.3 Пересечение полуплоскостей

Точно так же, как в выпуклой оболочке, но надо добавить bounding box (квадратичного размера относительно координат на входе) и завернуть два раза. Ответ можно найти как подотрезок от первой полуплоскости типа true до нее же самой на втором круге. Проверку на вырожденность лучше делать простой проверкой пары-тройки точек из предполагаемого ответа. Стоит быть аккуратнее с точностью.

## 5 Template DSU

```

1  template<class ... Types>
2  class dsu
3  {
4      vector<int> par, siz;
5      tuple<Types ...> items;
6
7      template<size_t ... t>
8      void merge(int a, int b, std::index_sequence<t ...>)
9      {
10         ((get<t>(items)(a, b)), ... );
11     }
12
13 public:
14     explicit dsu(int n, Types ... args) : par(n, -1), siz(n, 1),
15         ↪ items(args ...)
16     {}
17
18     int get_class(int v)
19     {
20         return par[v] == -1 ? v : par[v] = get_class(par[v]);
21     }
22
23     bool unite(int a, int b)
24     {
25         a = get_class(a);
26         b = get_class(b);
27
28         if (a == b)
29             return false;
30
31         if (siz[a] < siz[b])
32             swap(a, b);
33         siz[a] += siz[b];
34         par[b] = a;
35
36         merge(a, b, make_index_sequence<sizeof... (Types)>{});
37
38         return true;
39     };

```

## 6 Numbers

- A lot of divisors

- $\leq 20 : d(12) = 6$
- $\leq 50 : d(48) = 10$
- $\leq 100 : d(60) = 12$

- $\leq 10^3 : d(840) = 32$
- $\leq 10^4 : d(9240) = 64$
- $\leq 10^5 : d(83160) = 128$
- $\leq 10^6 : d(720720) = 240$
- $\leq 10^7 : d(8648640) = 448$
- $\leq 10^8 : d(91891800) = 768$
- $\leq 10^9 : d(931170240) = 1344$
- $\leq 10^{11} : d(97772875200) = 4032$
- $\leq 10^{12} : d(963761198400) = 6720$
- $\leq 10^{15} : d(866421317361600) = 26880$
- $\leq 10^{18} : d(897612484786617600) = 103680$

- Numeric integration

- simple:  $F(0)$
- simpson:  $\frac{F(-1)+4 \cdot F(0)+F(1)}{6}$
- runge2:  $\frac{F(-\sqrt{\frac{1}{3}})+F(\sqrt{\frac{1}{3}})}{2}$
- runge3:  $\frac{F(-\sqrt{\frac{3}{5}}) \cdot 5 + F(0) \cdot 8 + F(\sqrt{\frac{3}{5}}) \cdot 5}{18}$

## 7 Graphs

### 7.1 Weighted matroid intersection

```

1 // here we use T = __int128 to store the independent set
2 // calling expand k times to an empty set finds the maximum
3 // cost of the set with size exactly k,
4 // that is independent in blue and red matroids
5 // ver is the number of the elements in the matroid,
6 // e[i].w is the cost of the i-th element
7 // first return value is new independent set
8 // second return value is difference between
9 // new and old costs
10 // oracle(set, red) and oracle(set, blue) check whether
11 // or not the set lies in red or blue matroid respectively
12 auto expand = [&](T in) → T
13 {
14     vector<int> ids;
15     for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
16         if (in[i])
17             ids.push_back(i);
18
19     vector<int> from, to;
20     /// Given a set that is independent in both matroids, answers
21     /// queries "If we add i-th element to the set, will it still be
22     /// independent in red/blue matroid?". Usually can be done quickly.

```

```
23     can_extend full_can(ids, n, es);
24
25     for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
26         if (!in[i])
27         {
28             auto new_ids = ids;
29             new_ids.push_back(i);
30
31             auto is_red = full_can.extend_red(i, es);
32             auto is_blue = full_can.extend_blue(i, es);
33
34             if (is_blue)
35                 from.push_back(i);
36             if (is_red)
37                 to.push_back(i);
38
39             if (is_red && is_blue)
40             {
41                 T swp_mask = in;
42                 swp_mask.flip(i);
43                 return swp_mask;
44             }
45         }
46
47     vector<vector<int>> g(es.size());
48     for (int j = 0; j < int(es.size()); j++)
49         if (in[j])
50         {
51             auto new_ids = ids;
52             auto p = find(new_ids.begin(), new_ids.end(), j);
53             assert(p != new_ids.end());
54             new_ids.erase(p);
55
56             can_extend cur(new_ids, n, es);
57
58             for (int i = 0; i < int(es.size()); i++)
59                 if (!in[i])
60                 {
61                     if (cur.extend_red(i, es))
62                         g[i].push_back(j);
63                     if (cur.extend_blue(i, es))
64                         g[j].push_back(i);
65                 }
66         }
67
68     auto get_cost = [&] (int x)
69     {
70         const int cost = (!in[x] ? e[x].w : -e[x].w);
71         return (ver + 1) * cost - 1;
72     };
```

```
73
74     const int inf = int(1e9);
75     vector<int> dist(ver, -inf), prev(ver, -1);
76     for (int x : from)
77         dist[x] = get_cost(x);
78
79     queue<int> q;
80
81     vector<int> used(ver);
82     for (int x : from)
83     {
84         q.push(x);
85         used[x] = 1;
86     }
87
88     while (!q.empty())
89     {
90         int cur = q.front(); used[cur] = 0; q.pop();
91
92         for (int to : g[cur])
93         {
94             int cost = get_cost(to);
95             if (dist[to] < dist[cur] + cost)
96             {
97                 dist[to] = dist[cur] + cost;
98                 prev[to] = cur;
99                 if (!used[to])
100                 {
101                     used[to] = 1;
102                     q.push(to);
103                 }
104             }
105         }
106     }
107
108     int best = -inf, where = -1;
109     for (int x : to)
110     {
111         if (dist[x] > best)
112         {
113             best = dist[x];
114             where = x;
115         }
116     }
117
118     if (best == -inf)
119         return pair<T, int>(cur_set, best);
120
121     while (where != -1)
122     {
```



```

123         cur_set ^= (T(1) << where);
124         where = prev[where];
125     }
126
127     while (best % (ver + 1))
128         best++;
129     best /= (ver + 1);
130
131     assert(oracle(cur_set, red) && oracle(cur_set, blue));
132     return pair<T, int>(cur_set, best);
133 };

```

## 8 Push-free segment tree

```

1  class pushfreesegtree
2  {
3      vector<modulo<>> pushed, unpushed;
4
5      modulo<> add(int l, int r, int cl, int cr, int v, const modulo<> &x)
6      {
7          if (r ≤ cl || cr ≤ l)
8              return 0;
9          if (l ≤ cl && cr ≤ r)
10         {
11             unpushed[v] += x;
12
13             return x * (cr - cl);
14         }
15
16         int ct = (cl + cr) / 2;
17
18         auto tmp = add(l, r, cl, ct, 2 * v, x) + add(l, r, ct, cr, 2 * v +
19             ↪ 1, x);
20
21         pushed[v] += tmp;
22
23         return tmp;
24     }
25
26     modulo<> sum(int l, int r, int cl, int cr, int v)
27     {
28         if (r ≤ cl || cr ≤ l)
29             return 0;
30         if (l ≤ cl && cr ≤ r)
31             return pushed[v] + unpushed[v] * (cr - cl);
32
33         int ct = (cl + cr) / 2;
34

```

```

35         return sum(l, r, cl, ct, 2 * v) + unpushed[v] * (min(r, cr) -
           ↪ max(l, cl)) + sum(l, r, ct, cr, 2 * v + 1);
36     }
37
38 public:
39     pushfreesegetree(int n) : pushed(2 * up(n)), unpushed(2 * up(n))
40     {}
41
42
43     modulo◇ sum(int l, int r)
44     {
45         return sum(l, r, 0, pushed.size() / 2, 1);
46     }
47
48
49     void add(int l, int r, const modulo◇ &x)
50     {
51         add(l, r, 0, pushed.size() / 2, 1, x);
52     }
53 };

```

## 9 Number theory

### 9.1 Chinese remainder theorem without overflows

```

1 // Replace T with an appropriate type!
2 using T = long long;
3
4 // Finds x, y such that ax + by = gcd(a, b).
5 T gcdext (T a, T b, T &x, T &y)
6 {
7     if (b == 0)
8     {
9         x = 1, y = 0;
10        return a;
11    }
12
13    T res = gcdext (b, a % b, y, x);
14    y -= x * (a / b);
15    return res;
16 }
17
18 // Returns true if system x = r1 (mod m1), x = r2 (mod m2) has solutions
19 // false otherwise. In first case we know exactly that x = r (mod m)
20
21 bool crt (T r1, T m1, T r2, T m2, T &r, T &m)
22 {
23     if (m2 > m1)
24     {
25         swap(r1, r2);

```

```

26     swap(m1, m2);
27 }
28
29 T g = __gcd(m1, m2);
30 if ((r2 - r1) % g != 0)
31     return false;
32
33 T c1, c2;
34 auto nrem = gcdext(m1 / g, m2 / g, c1, c2);
35 assert(nrem == 1);
36 assert(c1 * (m1 / g) + c2 * (m2 / g) == 1);
37 T a = c1;
38 a *= (r2 - r1) / g;
39 a %= (m2 / g);
40 m = m1 / g * m2;
41 r = a * m1 + r1;
42 r = r % m;
43 if (r < 0)
44     r += m;
45
46 assert(r % m1 == r1 && r % m2 == r2);
47 return true;
48 }

```

## 9.2 Integer points under a rational line

```

1 // integer  $(x, y) : 0 \leq x < n, 0 < y \leq (kx + b)/d$ 
2 // (real division)
3 // In other words,  $\sum_{x=0}^{n-1} \lfloor (kx + b)/d \rfloor$ 
4 ll trapezoid (ll n, ll k, ll b, ll d)
5 {
6     if (k == 0)
7         return (b / d) * n;
8     if (k ≥ d || b ≥ d)
9         return (k / d) * n * (n - 1) / 2 + (b / d) * n + trapezoid(n, k % d, b %
        ↪ d, d);
10    return trapezoid((k * n + b) / d, d, (k * n + b) % d, k);
11 }

```

## 10 Suffix Automaton

```

1 struct tomato
2 {
3     vector<map<char, int>> edges;
4     vector<int> link, length;
5     int last;
6     /// Restoring terminal states, optional, but usually needed.
7     vector<int> terminals;
8     vector<bool> is_terminal;
9     /// Optional, makes dp easier. Alternative: use dfs.

```

```
10     vector<int> order, rev_order, next_in_order;
11
12     explicit tomato(const string &s) : last(0)
13     {
14         add_vertex(map<char, int>(), 0, -1);
15         for (const char ch : s)
16             extend(ch);
17
18         int cur = last;
19         is_terminal.assign(edges.size(), false);
20         /// Assuming empty suffix should be accepted, otherwise use "while
21         ↪ (cur > 0)".
22         while (cur ≥ 0)
23         {
24             terminals.push_back(cur);
25             is_terminal[cur] = true;
26             cur = link[cur];
27         }
28
29         /// Restoring topsort and reverse topsort, optional.
30         order.push_back(0);
31         while (order.back() ≠ -1)
32             order.push_back(next_in_order[order.back()]);
33         order.pop_back();
34         rev_order = order;
35         reverse(rev_order.begin(), rev_order.end());
36     }
37
38     int add_vertex(const map<char, int> &temp, const int len, const int lnk)
39     {
40         edges.emplace_back(temp);
41         length.emplace_back(len);
42         link.emplace_back(lnk);
43         next_in_order.push_back(-1);
44         return int(edges.size()) - 1;
45     }
46
47     void extend(const char ch)
48     {
49         const int new_last = add_vertex(map<char, int>(), length[last] +
50         ↪ 1, 0);
51         assert(next_in_order[last] = -1);
52         next_in_order[last] = new_last;
53
54         int p = last;
55         while (p ≥ 0 && !edges[p].count(ch))
56         {
57             edges[p][ch] = new_last;
58             p = link[p];
59         }
```

```

58
59         if (p ≠ -1)
60         {
61             const int q = edges[p][ch];
62             if (length[p] + 1 == length[q])
63                 link[new_last] = q;
64             else
65             {
66                 const int clone = add_vertex(edges[q], length[p] +
67                     ↪ 1, link[q]);
68                 next_in_order[clone] = next_in_order[q];
69                 next_in_order[q] = clone;
70
71                 link[q] = clone;
72                 link[new_last] = clone;
73
74                 while (p ≥ 0 && edges[p][ch] == q)
75                 {
76                     edges[p][ch] = clone;
77                     p = link[p];
78                 }
79             }
80
81             last = new_last;
82         }
83     };

```

## 11 Palindromic Tree

```

1  class treert
2  {
3      struct node
4      {
5          array<int, 26> nxt;
6          int par, link, siz;
7
8          node(int siz, int par, int link) : par(par), link(link == -1 ? 1 :
9              ↪ link), siz(siz)
10         {
11             fill(nxt.begin(), nxt.end(), -1);
12         }
13     };
14
15     vector<node> mem;
16     vector<int> suff; // longest palindromic suffix
17 public:
18     treert(const string &str) : suff(str.size())
19     {

```

```

20         mem.emplace_back(-1, -1, 0);
21         mem.emplace_back(0, 0, 0);
22         mem[0].link = mem[1].link = 0;
23
24         auto link_walk = [&](int st, int pos)
25         {
26             while (pos - 1 - mem[st].siz < 0 || str[pos] ≠ str[pos -
27                 ↪ 1 - mem[st].siz])
28                 st = mem[st].link;
29
30             return st;
31         };
32
33         for (int i = 0, last = 1; i < str.size(); i++)
34         {
35             last = link_walk(last, i);
36             auto ind = str[i] - 'a';
37
38             if (mem[last].nxt[ind] == -1)
39             {
40                 // order is important
41                 mem.emplace_back(mem[last].siz + 2, last,
42                     ↪ mem[link_walk(mem[last].link, i)].nxt[ind]);
43                 mem[last].nxt[ind] = (int)mem.size() - 1;
44             }
45
46             last = mem[last].nxt[ind];
47
48             suff[i] = last;
49         }
50     };

```

## 12 Smth added at last moment

### 12.1 Dominator Tree

```

1  struct dom_tree {
2      vvi g, rg, tree, bucket;
3      vi sdom, par, dom, dsu, label, in, order, tin, tout;
4      int T = 0, root = 0, n = 0;
5
6      void dfs_tm (int x) {
7          in[x] = T;
8          order[T] = x;
9          label[T] = T, sdom[T] = T, dsu[T] = T, dom[T] = T;
10         T++;
11         for (int to : g[x]) {
12             if (in[to] == -1) {
13                 dfs_tm(to);

```

```

14     par[in[to]] = in[x];
15 }
16 rg[in[to]].pb(in[x]);
17 }
18 }
19
20 void dfs_tree (int v, int p) {
21     tin[v] = T++;
22     for (int dest : tree[v]) {
23         if (dest  $\neq$  p) {
24             dfs_tree(dest, v);
25         }
26     }
27     tout[v] = T;
28 }
29
30 dom_tree (const vvi &g_, int root_) {
31     g = g_;
32     n = sz(g);
33     assert(0  $\leq$  root && root < n);
34     in.assign(n, -1);
35     rg.resize(n);
36     order = sdom = par = dom = dsu = label = vi(n);
37     root = root_;
38     bucket.resize(n);
39     tree.resize(n);
40
41     dfs_tm(root);
42
43     for (int i = n - 1; i  $\geq$  0; i--) {
44         for (int j : rg[i])
45             sdom[i] = min(sdom[i], sdom[find(j)]);
46         if (i > 0)
47             bucket[sdom[i]].pb(i);
48
49         for (int w : bucket[i]) {
50             int v = find(w);
51             dom[w] = (sdom[v] == sdom[w] ? sdom[w] : v);
52         }
53
54         if (i > 0)
55             unite(par[i], i);
56     }
57
58     for (int i = 1; i < n; i++) {
59         if (dom[i]  $\neq$  sdom[i])
60             dom[i] = dom[dom[i]];
61         tree[order[i]].pb(order[dom[i]]);
62         tree[order[dom[i]]].pb(order[i]);
63     }

```

```

64
65     T = 0;
66     tin = tout = vi(n);
67     dfs_tree(root, -1);
68 }
69
70 void unite (int u, int v) {
71     dsu[v] = u;
72 }
73
74 int find (int u, int x = 0) {
75     if (u == dsu[u])
76         return (x ? -1 : u);
77     int v = find(dsu[u], x + 1);
78     if (v == -1)
79         return u;
80     if (sdom[label[dsu[u]]] < sdom[label[u]])
81         label[u] = label[dsu[u]];
82     dsu[u] = v;
83     return (x ? v : label[u]);
84 }
85
86 bool dominated_by (int v, int by_what) {
87     return tin[by_what] ≤ tin[v] && tout[v] ≤ tout[by_what];
88 }
89 };

```

## 12.2 Suffix Array

```

1  /// Actually sorts suffixes now.
2  vector<int> suff_array(string s)
3  {
4      /// Add something that is less than all of symbols from s
5      s += 'a' - 1;
6      /// Only now we can compute the length of the string.
7      const int n = int(s.size());
8      vector<int> p(n);
9
10     const int bound = 260;
11     vector<int> c(max(n, bound));
12     auto cnt = c, np = c, nc = c;
13
14     for (char ch : s)
15         cnt[ch]++;
16
17     for (int i = 1; i < 256; i++)
18         cnt[i] += cnt[i - 1];
19     for (int i = 0; i < n; i++)
20         p[--cnt[s[i]]] = i;
21

```



```

22     int cls = 1;
23     c[p[0]] = cls - 1;
24
25     for (int i = 1; i < n; i++)
26     {
27         if (s[p[i]] ≠ s[p[i - 1]])
28             ++cls;
29         c[p[i]] = cls - 1;
30     }
31
32     for (int len = 1; len ≤ n; len *= 2)
33     {
34         fill(cnt.begin(), cnt.begin() + cls, 0);
35         for (int i = 0; i < n; i++)
36             cnt[c[i]]++;
37
38         for (int i = 0; i < cls - 1; i++)
39             cnt[i + 1] += cnt[i];
40
41
42         for (int i = n - 1; i ≥ 0; i--)
43         {
44             const int j = p[i];
45             int j2 = (j - len + n) % n;
46             np[--cnt[c[j2]]] = j2;
47         }
48         copy(np.begin(), np.begin() + n, p.begin());
49
50         cls = 1;
51         nc[p[0]] = cls - 1;
52         for (int i = 1; i < n; i++)
53         {
54             if (c[p[i]] ≠ c[p[i - 1]] || c[(p[i] + len) % n] ≠
55                 ↪ c[(p[i - 1] + len) % n])
56                 ++cls;
57             nc[p[i]] = cls - 1;
58         }
59         copy(nc.begin(), nc.begin() + n, c.begin());
60     }
61
62     /// Removing the extra symbol.
63     assert(p.front() == int(p.size()) - 1);
64     p.erase(p.begin());
65     return p;
66 }
67
68 vector<int> kasai_lcp(const vector<int> &p, const string &s)
69 {
70     const int n = int(p.size());

```

```

71     vector<int> lcp(n - 1);
72
73     vector<int> pos(n);
74     for (int i = 0; i < n; i++)
75         pos[p[i]] = i;
76
77     int pref = 0;
78     for (int i = 0; i < n; i++)
79     {
80         const int pi = pos[i];
81         if (pi == n - 1)
82             continue;
83
84         const int j = p[pi + 1];
85         while (i + pref < n && j + pref < n && s[i + pref] == s[j + pref])
86             ++pref;
87
88         lcp[pi] = pref;
89         pref = max(0, pref - 1);
90     }
91
92     return lcp;
93 }

```

### 12.3 Fast LCS

```

1  // assumes that strings consist of lowercase latin letters
2  const int M = ((int)1e5 + 64) / 32 * 32;
3  // maximum value of m
4  using bs = bitset<M>;
5  using uint = unsigned int;
6  const ll bnd = (1LL << 32);
7
8  // WARNING: invokes undefined behaviour of modifying ans through pointer to
9  // ↪ another data type (uint)
10 // seems to work, but be wary
11 bs sum (const bs &bl, const bs &br)
12 {
13     const int steps = M / 32;
14     const uint* l = (uint*)&bl;
15     const uint* r = (uint*)&br;
16
17     bs ans;
18     uint* res = (uint*)&ans;
19
20     int carry = 0;
21     forn (i, steps)
22     {
23         ll cur = ll(*l++) + ll(*r++) + carry;
24         carry = (cur ≥ bnd);
25     }
26     return ans;
27 }

```

```

24         cur = (cur ≥ bnd ? cur - bnd : cur);
25         *res++ = uint(cur);
26     }
27
28     return ans;
29 }
30
31 int fast_lcs (const string &s, const string &t)
32 {
33     const int m = sz(t);
34     const int let = 26;
35
36     vector<bs> has(let);
37     vector<bs> rev = has;
38
39     forn (i, m)
40     {
41         const int pos = t[i] - 'a';
42         has[pos].set(i);
43         forn (j, let) if (j ≠ pos)
44             rev[j].set(i);
45     }
46
47     bs row;
48     forn (i, m)
49         row.set(i);
50
51     int cnt = 0;
52     for (char ch : s)
53     {
54         const int pos = ch - 'a';
55
56         bs next = sum(row, row & has[pos]) | (row & rev[pos]);
57         cnt += next[m];
58         next[m] = 0;
59
60         row = next;
61     }
62
63     return cnt;
64 }

```

## 12.4 Fast Subset Convolution

```

1 // algorithm itself starts here
2 void mobius (int* a, int n, int sign)
3 {
4     forn (i, n)
5     {
6         int free = ((1 << n) - 1) ^ (1 << i);

```

```

7      for (int mask = free; mask > 0; mask = ((mask - 1) & free))
8          (sign == +1 ? add : sub)(a[mask ^ (1 << i)], a[mask]);
9      add(a[1 << i], a[0]);
10     }
11 }
12
13 // maximum number of bits allowed
14 const int B = 20;
15
16 vi fast_conv (vi a, vi b)
17 {
18     assert(!a.empty());
19     const int bits = __builtin_ctz(sz(a));
20     assert(sz(a) == (1 << bits) && sz(a) == sz(b));
21
22     static int trans_a[B + 1][1 << B];
23     static int trans_b[B + 1][1 << B];
24     static int trans_res[B + 1][1 << B];
25
26     forn (cnt, bits + 1)
27     {
28         for (auto cur : {trans_a, trans_b, trans_res})
29             fill(cur[cnt], cur[cnt] + (1 << bits), 0);
30     }
31
32     forn (mask, 1 << bits)
33     {
34         const int cnt = __builtin_popcount(mask);
35         trans_a[cnt][mask] = a[mask];
36         trans_b[cnt][mask] = b[mask];
37     }
38
39     forn (cnt, bits + 1)
40     {
41         mobius(trans_a[cnt], bits, +1);
42         mobius(trans_b[cnt], bits, +1);
43     }
44
45     // Not really a valid ranked mobius transform! But algorithm works anyway
46
47     forn (i, bits + 1) forn (j, bits - i + 1) forn (mask, 1 << bits)
48         add(trans_res[i + j][mask], mult(trans_a[i][mask], trans_b[j][mask]));
49
50     forn (cnt, bits + 1)
51         mobius(trans_res[cnt], bits, -1);
52
53     forn (mask, 1 << bits)
54     {
55         const int cnt = __builtin_popcount(mask);
56         a[mask] = trans_res[cnt][mask];

```

```
57     }
58
59     return a;
60 }
```

## 13 Karatsuba

```
1  // functon Karatsuba (and stupid as well) computes  $c += a * b$ , not  $c = a * b$ 
2
3  using hvect = vector<modulo<>>::iterator;
4  using hcvect = vector<modulo<>>::const_iterator;
5
6
7  void add(hvect abegin, hcvect aend, hvect ans)
8  {
9      for (auto it = abegin; it  $\neq$  aend; ++it, ++ans)
10         *ans += *it;
11 }
12
13
14 void sub(hvect abegin, hcvect aend, hvect ans)
15 {
16     for (auto it = abegin; it  $\neq$  aend; ++it, ++ans)
17         *ans -= *it;
18 }
19
20
21 void stupid(int siz, hcvect abegin, hcvect bbegin, hvect ans)
22 {
23     for (int i = 0; i < siz; i++)
24         for (int j = 0; j < siz; j++)
25             *(ans + i + j) += *(abegin + i) * *(bbegin + j);
26 }
27
28
29 void Karatsuba(size_t siz, hcvect abegin, hcvect bbegin, hvect ans, hvect small,
30               ↪ hvect big, hvect sum)
31 {
32     assert((siz & (siz - 1)) == 0);
33
34     if (siz  $\leq$  32)
35     {
36         stupid(siz, abegin, bbegin, ans);
37
38         return;
39     }
40
41     auto amid = abegin + siz / 2, aend = abegin + siz;
42     auto bmid = bbegin + siz / 2, bend = bbegin + siz;
43     auto smid = sum + siz / 2, send = sum + siz;
```

```

43
44     fill(small, small + siz, 0);
45     Karatsuba(siz / 2, abegin, bbegin, small, small + siz, big + siz, sum);
46     fill(big, big + siz, 0);
47     Karatsuba(siz / 2, amid, bmid, big, small + siz, big + siz, sum);
48
49     copy(abegin, amid, sum);
50     add(amid, aend, sum);
51     copy(bbegin, bmid, sum + siz / 2);
52     add(bmid, bend, sum + siz / 2);
53
54     Karatsuba(siz / 2, sum, smid, ans + siz / 2, small + siz, big + siz,
55         ↪ send);
56
57     add(small, small + siz, ans);
58     sub(small, small + siz, ans + siz / 2);
59     add(big, big + siz, ans + siz);
60     sub(big, big + siz, ans + siz / 2);
61 }
62
63 void mult(vector<modulo<>> a, vector<modulo<>> b, vector<modulo<>> &c)
64 {
65     a.resize(up(max(a.size(), b.size()), 0));
66     b.resize(a.size(), 0);
67
68     c.resize(max(c.size(), a.size() * 2), 0);
69
70     vector<modulo<>> small(2 * a.size());
71     auto big = small;
72     auto sum = small;
73
74     Karatsuba(a.size(), a.begin(), b.begin(), c.begin(), small.begin(),
75         ↪ big.begin(), sum.begin());
76 }

```

## 14 Two Strong Chinese

```

228 void solve(istream &cin = std::cin, ostream &cout = std::cout)
229 {
230     ll ans = 0;
231
232     int n, m, root = 0;
233
234     cin >> n >> m;
235
236     vector<vector<pair<int, int>>> gr(n);
237
238     for (int i = 0; i < m; i++)
239     {

```

```
240         int a, b, w;
241
242         cin >> a >> b >> w;
243         a--;
244         b--;
245
246         gr[a].emplace_back(b, w);
247     }
248
249     vector<bool> used(n);
250
251     dfs(gr, used, root);
252
253     if (count(used.begin(), used.end(), false))
254     {
255         cout << "NO" << endl;
256
257         return;
258     }
259
260     cout << "YES" << endl;
261
262     vector<treap<pair<ll, int>>> rev(n);
263
264     for (int v = 0; v < (int) gr.size(); v++)
265         for (auto it : gr[v])
266             if (it.first != root)
267                 rev[it.first].insert(pair{(ll) it.second, v});
268
269     fill(used.begin(), used.end(), false);
270     auto grey = used;
271     used.front() = true;
272
273     dsu group(n);
274
275     vector<ll> add(n);
276
277     auto merge_vert = [&](int a, int b, int to)
278     {
279         if (rev[a].size() < rev[b].size())
280             swap(a, b);
281
282         auto dif = add[b] - add[a];
283         add[b] = add[a];
284
285         rev[b].apply_to_all([dif](auto &x)
286             {
287                 x.first += dif;
288             }));
289     }
```

```

290         treap tmp(rev[a], rev[b]);
291
292         rev[to].swap(tmp);
293     };
294
295     // returns whether we are on cycle
296     std::function<bool(int)> ans_vert = [&](int v) → bool
297     {
298         v = group.get_par(v);
299
300         if (used[v])
301             return false;
302
303         if (grey[v])
304         {
305             grey[v] = false;
306
307             return true;
308         }
309         grey[v] = true;
310
311         while (true)
312         {
313             auto nxt = rev[v].top();
314
315             while (group.get_par(nxt.second) == v)
316             {
317                 rev[v].pop();
318                 nxt = rev[v].top();
319             }
320
321             ans += nxt.first + add[v];
322             add[v] -= nxt.first + add[v];
323
324             auto type = ans_vert(nxt.second);
325
326             if (type)
327             {
328                 if (grey[v])
329                 {
330                     nxt.second = group.get_par(nxt.second);
331
332                     group.unite(v, nxt.second);
333
334                     merge_vert(v, nxt.second,
335                               ⇨ group.get_par(v));
336
337                     v = group.get_par(v);
338
339                     grey[v] = false;

```



```

339
340             return true;
341         }
342         else
343         {
344             v = group.get_par(v);
345
346             grey[v] = true;
347         }
348     }
349     else
350     {
351         ans += nxt.first + add[v];
352         add[v] -= nxt.first + add[v];
353         used[v] = true;
354         grey[v] = false;
355
356         return false;
357     }
358 }
359 };
360
361 for (int i = 0; i < gr.size(); i++)
362     if (group.get_par(i) == i)
363         ans_vert(i);
364
365 for (int v = 0; v < gr.size(); v++)
366     assert(used[v] == (group.get_par(v) == v));
367
368 cout << (long long) ans << endl;
369 }

```

## 15 OEIS

### 15.1 Числа Белла

1, 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4140, 21147, 115975, 678570, 4213597, 27644437, 190899322, 1382958545, 10480142147, 82864869804, 682076806159, 5832742205057, 51724158235372, 474869816156751, 4506715738447323, 44152005855084346, 445958869294805289, 4638590332229999353, 49631246523618756274

### 15.2 Числа Каталана

1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, 208012, 742900, 2674440, 9694845, 35357670, 129644790, 477638700, 1767263190, 6564120420, 24466267020, 91482563640, 343059613650, 1289904147324, 4861946401452, 18367353072152, 69533550916004, 263747951750360, 1002242216651368, 3814986502092304