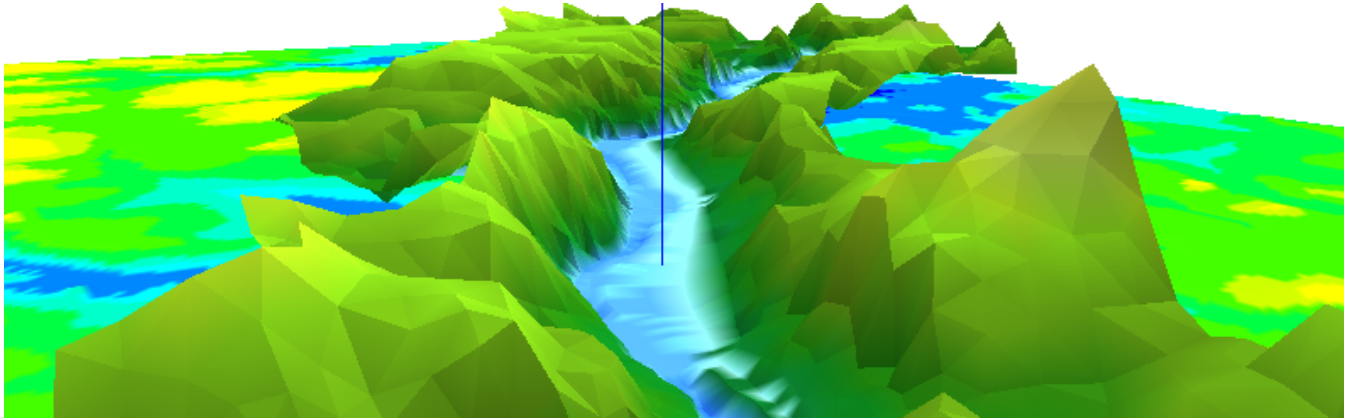


Modelando cambios en el caudal de los rios, Una simulacion numerica utilizando metodo del elemento finito



Juan Camilo Liberato Luna , Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingenieria.

Introduccion

Los meandros son partes de un río que se forman y existen esporádicamente en la vida del río, estos tienen su propio ciclo de vida en el que ellos cambian el terreno a su alrededor, esto presenta una problemática a las poblaciones humanas que viven en los meandros de los ríos dado que ellos construyeron asentamientos sin tomar en cuenta el cambio natural de los ríos, ya que los terrenos están en constante cambio y en riesgo de desaparecer numerosos desastres pueden ocurrir en estos asentamientos como inundaciones, caídas de tierra, erosión, sedimentación y muchos otros riesgos que pueden afectar las vidas de la población en el área, una aproximación a combatir esta problemática puede ser confrontada desde la perspectiva del modelado matemático, las tecnologías GIS, y el método del elemento finito. En concreto modelamos el problema con la ecuación de las aguas rasas, una ecuación en dos dimensiones que sirve para atacar problemas de movimientos de agua sobre superficies cercanas al agua.

Ecuaciones de aguas rasas.

Para el modelado del problema, se utilizó inicialmente el paquete GeoClaw que utiliza las ecuaciones de aguas rasas para el modelado de líquidos, en especial en el modelado de Tsunamis. Estas ecuaciones también se llaman las ecuaciones de Saint Venant, una ecuación procedente de la ecuación 1D que Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant originalmente derivó desde las ecuaciones de Navier Stokes. Las ecuaciones de Saint Venant son comúnmente usadas en problemas de flujo y en los cuales se requiere conocer la altitud de la superficie libre comúnmente de agua, por ejemplo, en el modelado de Presas hidroeléctricas (Para modelar su rompimiento)

Ecuacion de Saint Venant en 1D

Así pues la ecuación de Saint Venant en 1D es la siguiente :

$$V \frac{dy}{dx} + y \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dt} = 0 \quad \text{Ecuacion de Continuidad}$$

$$\frac{dV}{dt} + V \frac{dV}{dx} + g \frac{dy}{dx} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad \text{Ecuacion de Momento}$$

Donde :

V Velocidad Media
 x Coordenada Dimensional
 y Altura del Caudal
 g Gravedad
 S_0 Pendiente del Canal
 S_f Friccion

Esto es bajo varias suposiciones como que el canal es aproximadamente lineal, el lecho es fijo, el flujo incompresible y de densidad constante y el canal aproximadamente lineal.

Modificaciones a la ecuacion original de Saint-Venant

En telemac se hacen varias modificaciones a las ecuaciones de Saint Venant 1D para computar en dos dimensiones y además llevar una traza que servirá para ver dispersiones de otros fluidos (la traza) a través de las aguas rasas.

$$\frac{dh}{dt} + u \nabla(h) + h \operatorname{div}(u) = S_h \quad \text{Ecuacion de Continuidad}$$

$$\frac{du}{dt} + u \nabla(u) = -g \frac{dZ}{dx} + S_x + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h v_t \nabla u) \quad \text{Ecuaciones de Momento en dos dimensiones}$$

$$\frac{dv}{dt} + u \nabla(v) = -g \frac{dZ}{dy} + S_y + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h v_t \nabla v)$$

$$\frac{dT}{dt} + u \nabla(T) = S_T + \frac{1}{h} \operatorname{div}(h v_T \nabla T)$$

Conservacion de la traza

Aquí, claramente los términos u y v , corresponden a los componentes de velocidad de el fluido, h , es la que antes era y en nuestro sistema 1D, la altura de una columna de fluido, también tenemos a Z , que es la elevación de la superficie libre, y los términos S_α son una fuente o un sifón de α . Esto deja a T , una traza que se podría considerar un material disperso en el fluido

También tenemos los términos asociados a la sedimentación y erosión que son los que cambian la capa del lecho del rio, esto cambia la suposición original de que no se podía cambiar el lecho del rio.

La formula de transporte de Soulsby-Van Rijn es usada para calcular el transporte de sedimentos (esto es la carga del lecho mas la carga suspendida) Luego se usa un modelo de equilibrio para ver los cambios en el lecho resultando de las divergencias en el transporte . La formula de transporte se expresa así:

$$q_{\text{total}} = A_s U \left(\left(U^2 + \frac{0.018}{C_D} U_{\text{rms}}^2 \right)^{0.5} - U_{\text{cr}} \right)^{2.4}$$

Aquí A_s representa la carga del lecho mas la suspendida, U , al igual que en las ecuaciones anteriores representa la velocidad ($U = (u,v)$), y U_{rms} es la velocidad orbital de la onda (promediada con la raíz), y C_D es el coeficiente de arrastre debido a la corriente D (drag). El ultimo termino U_{cr} es el que representa el umbral de la velocidad de corriente para un tamaño de grano de sedimento (d) entre $1 \times 10^{-4} \text{m}$ y $5 \times 10^{-4} \text{m}$, entonces U_{cr} es:

$$U_{\text{cr}} = 0.19 (d)^{0.1} \operatorname{Log}_{10} \left(4 \frac{h}{d} \right)$$

Modelado Usando Blue-Kenue ,fudaa-prepro , TELEMAT-MASCARET y SISYPHE

Debido a la dificultad al conseguir los datos batimétricos (del lecho del rio) para el caso que se planeaba estudiar inicialmente, se decidió escoger algún lugar del que se pudieran escoger datos batimétricos, el servicio geológico de los Estados Unidos (USGS) mantiene bases de datos de la batimetría costera de todo el país incluyendo algunos ríos, para el estudio actual se busco entre los ríos disponibles y se escogió el rio Connecticut, que desemboca en el océano Atlántico, en el estado de Connecticut. Este rio fue escogido debido a que aunque no posee meandros marcados, los posee y posee además diversas formaciones montañosas a su lado,

haciéndolo un caso ligeramente similar a los ríos Colombianos del Magdalena, para este estudio preliminar

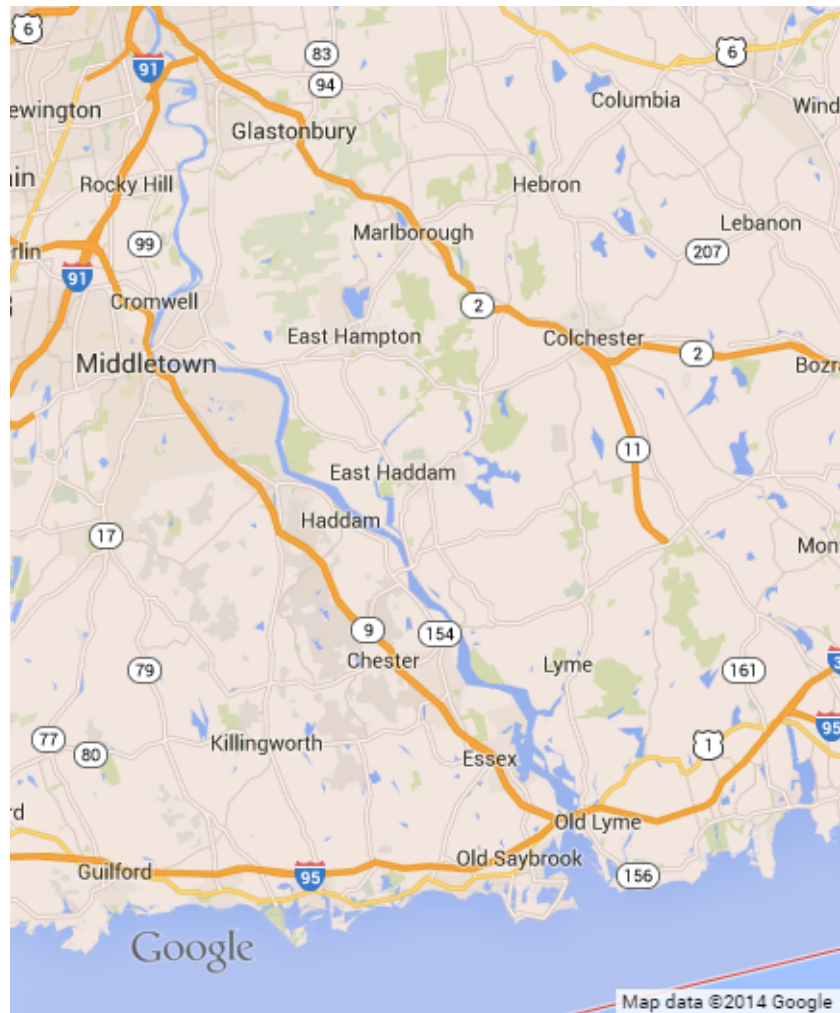


Imagen 1 : Rio Connecticut, en CT, USA.

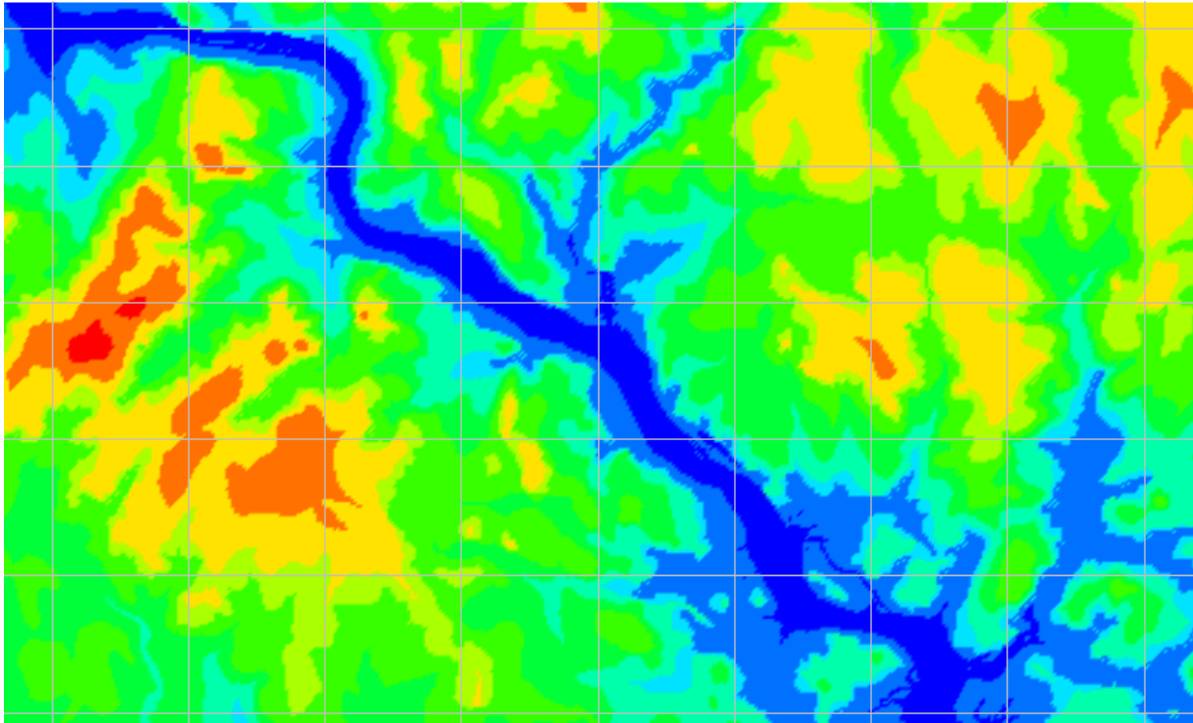


Imagen 2 : Rio Connecticut, datos altimétricos y batimétricos.

Estos datos, de libre acceso gracias al USGS, fueron cargados en el software Blue Kenue, Un software desarrollado por el Nacional Resecar Council Canadá, en Montreal , el programa sirve como interfaz para otro software de GIS, para preparar modelos, y generar triangulaciones que pueden ser triangulares, o poligonales, y además ver resultados de simulaciones. La Imagen 2 muestra la topografía de la zona en blue kenue.

Para poder generar la triangulación (mesh), debemos comparar los datos de topografía con los de el nivel del agua, y luego señalar los bordes del rio, y el “thalweg” del rio, una línea media que pasa a través del fondo central (el punto más bajo de los cortes transversales) del rio. Finalmente se debe bordear la zona con el área de interés sobre tierra. La Imagen 3 muestra estas líneas y las líneas contra la topografía

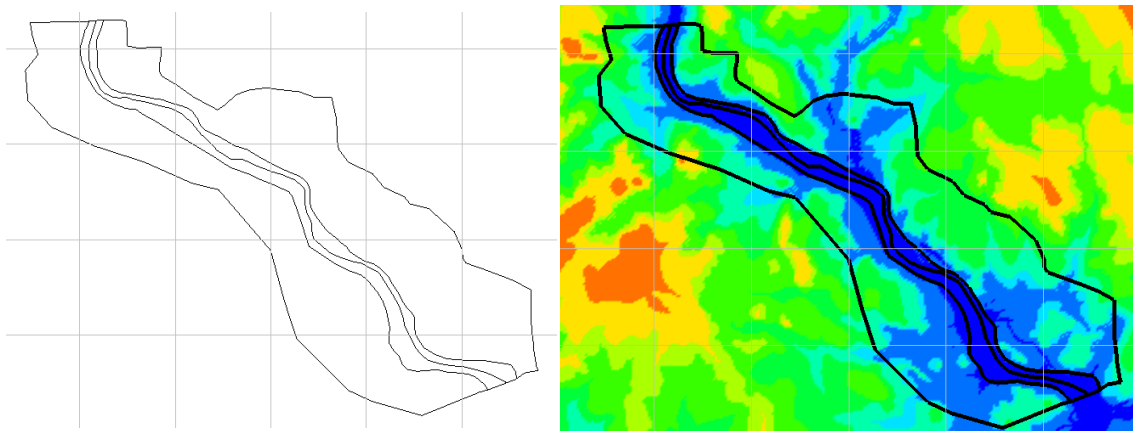


Imagen 3 : Lineas describiendo la ubicacion del canal y la altimetria en la que se esta interesado.

Después de esto, se construye el mesh del canal, que tomara en cuenta el thalweg para repartir los elementos finitos a lo ancho del canal, el software Blue Kenue, nos permite especificar cuantos nodos a lo ancho se desea que tenga el canal y la granularidad de la malla. Así mismo generaremos una malla para el terreno que cambiara alrededor del canal central del rio. Esta malla es generada con más detalle hacia el canal central y menos detalle hacia los nodos exteriores.

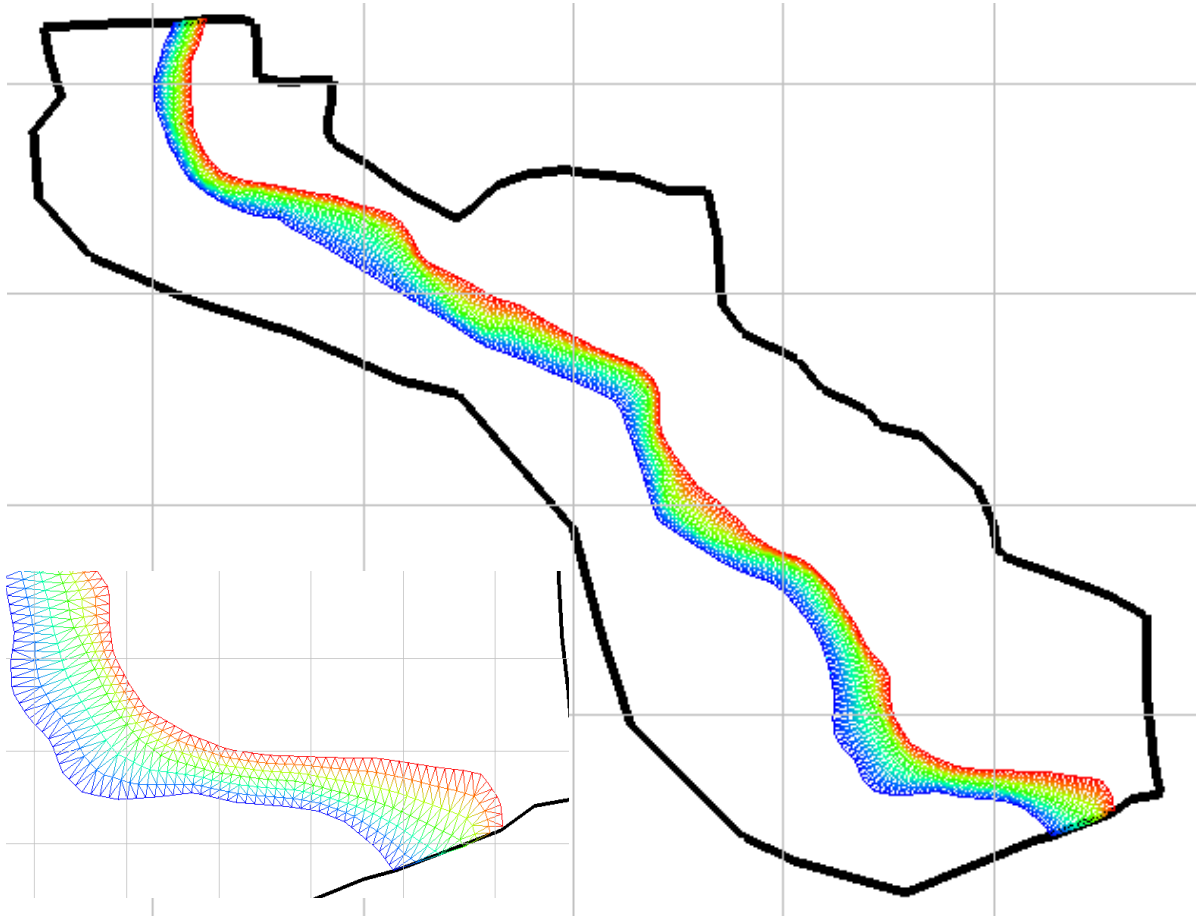


Imagen 4 : Malla del rio de connecticut con detalle de un pedazo de la malla.

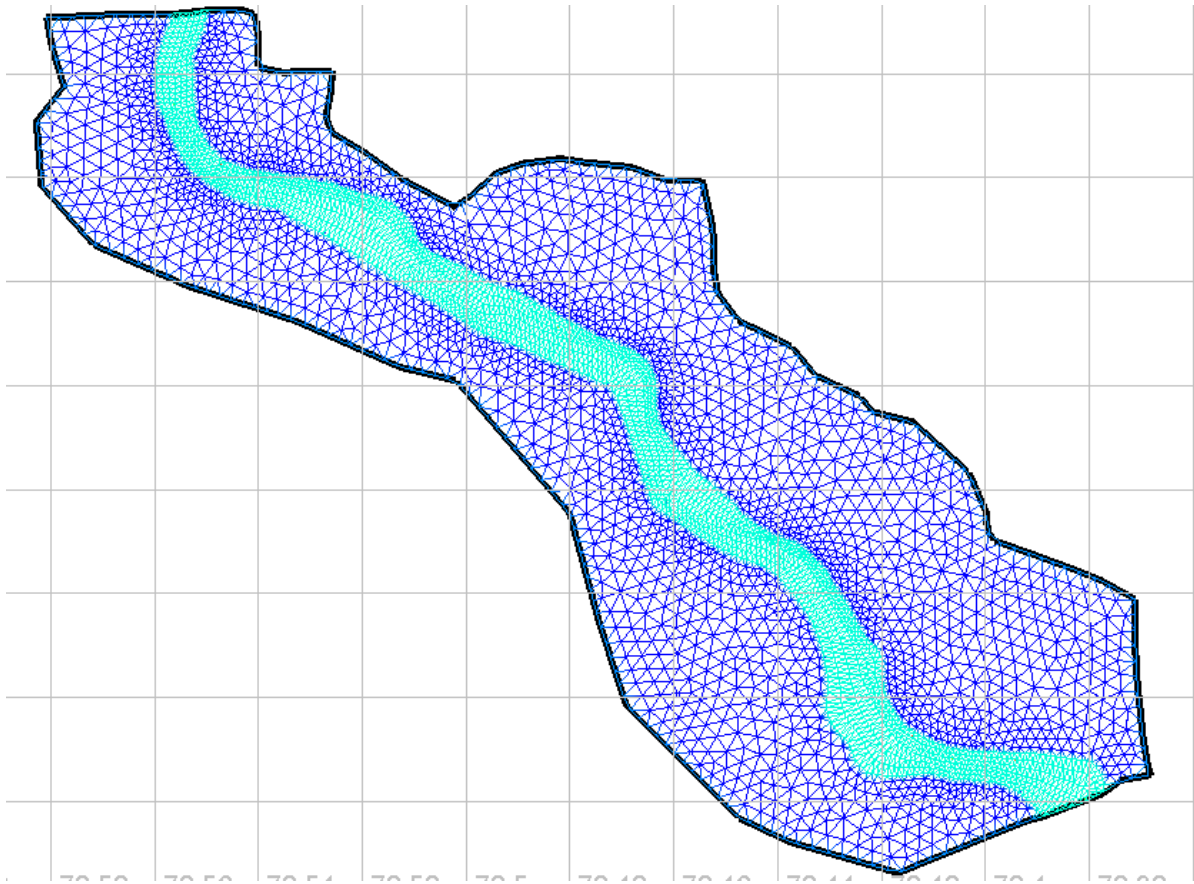
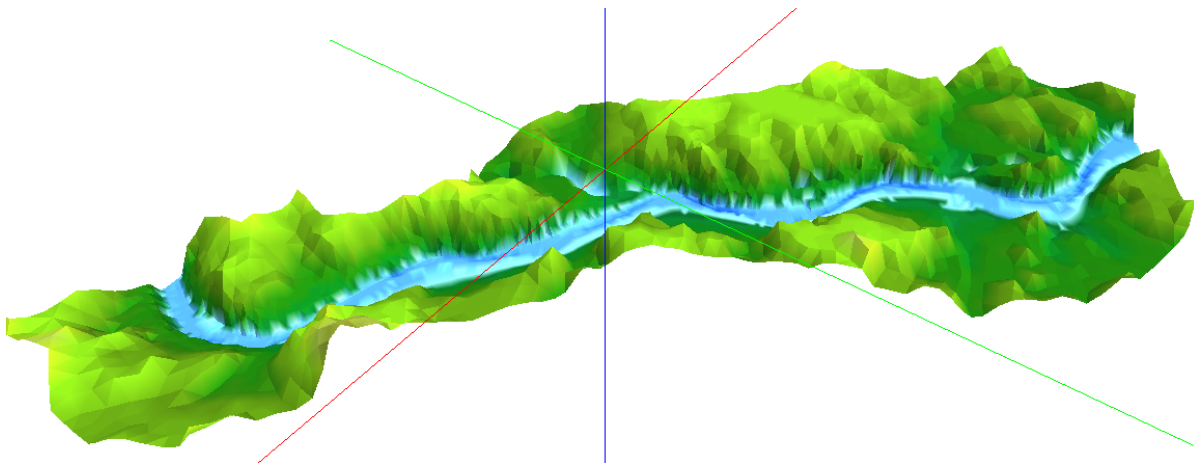


Imagen 5 : Malla del rio junto con la malla del area circundante.

Ahora cada elemento tiene una posición en dos dimensiones, sin embargo, en las ecuaciones de aguas rasas considerábamos también una altura del caudal h que será calculada entre el nivel del agua y el lecho del rio, por lo que interpolaremos las coordenadas desde la altimetría, a la malla generada. Ahora nuestra malla tendrá 3 dimensiones, por lo que asignamos una Paleta de colores más apropiada a los niveles y a la geografía, y podemos visualizarla en 3D



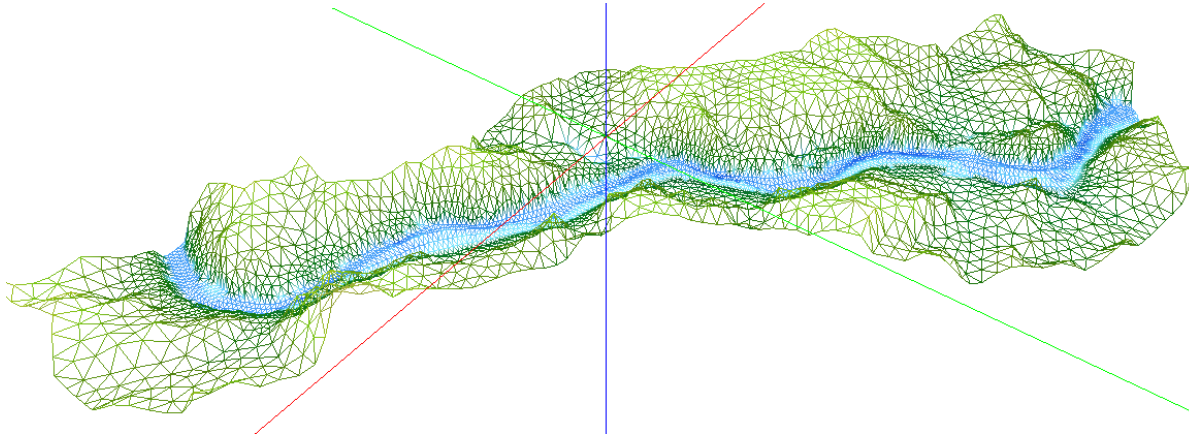


Imagen 5.1 y 5.2 : Malla de 3 dimensiones.

Ahora debemos configurar las fronteras, para el caso del río, en la frontera líquida únicamente, para el resto de los nodos dejamos la frontera cerrada, es decir no habrá ningún valor en estos nodos, en las fronteras líquidas utilizamos la frontera con H prescrita y fija para la parte baja del río (La altura siempre será la misma) Esto es una condición de Dirichlet donde $h = 0$, y en la frontera de arriba ponemos U prescrito, es decir, las velocidades de el fluido están prescritas. Pero la altura podrá variar libremente. Aun mas difícil que conseguir datos sobre la batimetría, es generar los datos iniciales de la altura del fluido en las ecuaciones de aguas rasas, aunque no haya ningún movimiento, estos son los que harán que la ecuación comience. Para ello se utiliza el software fudaa-prepro, que permite interpolar a los nodos de la malla, nuevos parámetros, como pueden ser las velocidades iniciales U . Además de calcular la altura inicial h a partir de la altura inicial de la superficie libre y de el lecho del río. También en este software podemos filtrar aquellos nodos con h negativo y ponerlo en 0.

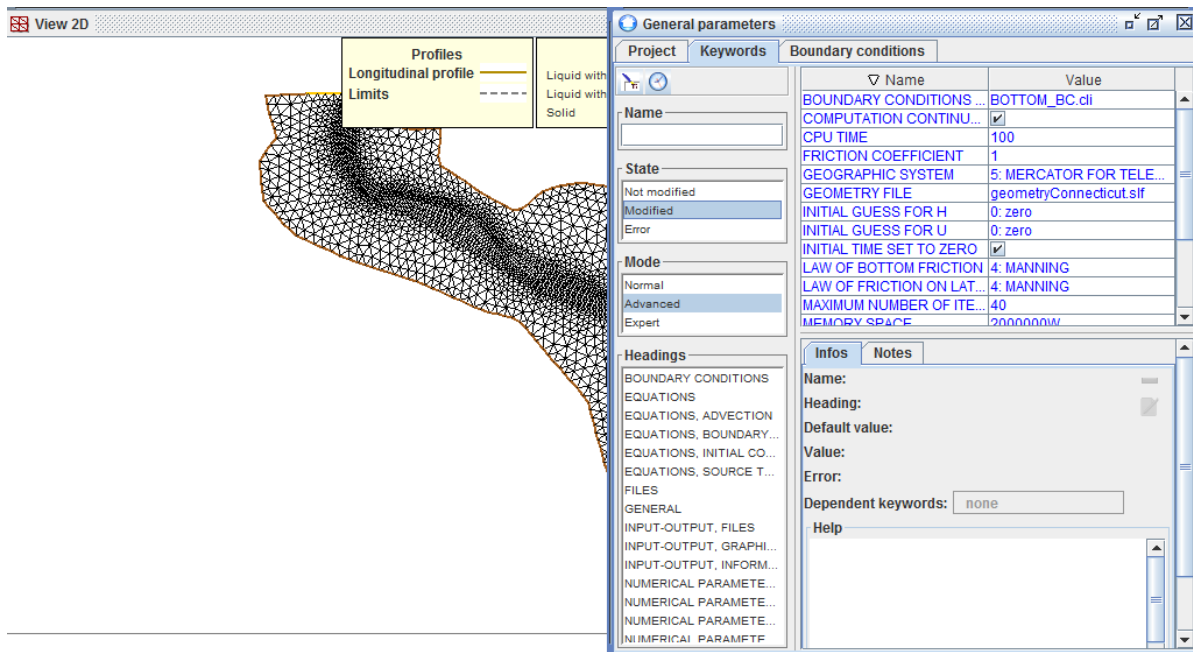


Imagen 6 : Fudaa - Prepro

En fudaa también debemos configurar una gran cantidad de parámetros para los solvers de telemac, es esta la parte más delicada del proceso, debido a que cualquiera de los parámetros afecta seriamente la computación del proyecto. Entre estos parámetros tenemos:

Coordenadas Geográficas : Debemos pasar de WGS84 a Cartesianas.

Ley de Fricción : Puede ser la ley de Manning , esta es : $V = (k/n) R_h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$, donde V es la velocidad promediada en un corte del cauce, n es el coeficiente de Gauckler-Manning , R_h es la tasa Hidráulica $R_h = A/P$, esto es el Área de una sección del cauce, sobre el perímetro de la sección, S es la pendiente del canal, y k es un factor de conversión sencillo equivalente a una constante. Esta ley esta pre programada en Telemac.

Sistema Geográfico : Aunque las coordenadas sean cartesianas, en TELEMAT se usa la proyección de mercator.

Espacio de Memoria : Espacio de memoria para la computación, se debe configurar dependiendo de la maquina en la que se ejecuta

Precisión del Solver : Aunque por defecto es 10^{-4} se utilizo 10^{-2} para acelerar el tiempo de computación.

Iteraciones del Solver : Fueron disminuidas de 100 a 40 para acelerar el tiempo de computacion, Adicionalmente se utilizaron pasos de tiempo de 1 segundo, 30 segundos, y 10000 segundos.

Simulación y Resultados

En la computación ejecutada en espacios temporales de 1 segundo, para un total del 300 segundos de vida del rio, no se obtuvieron datos significativos del cambio de el lecho del rio , visualizando los cambios en el lecho en Blue Kenue, no se ven cambios en el lecho del rio, la Imagen 7 muestra el mesh resultante de restar las alturas de los fondos inicial y el resultante después de simular los 300 segundos.

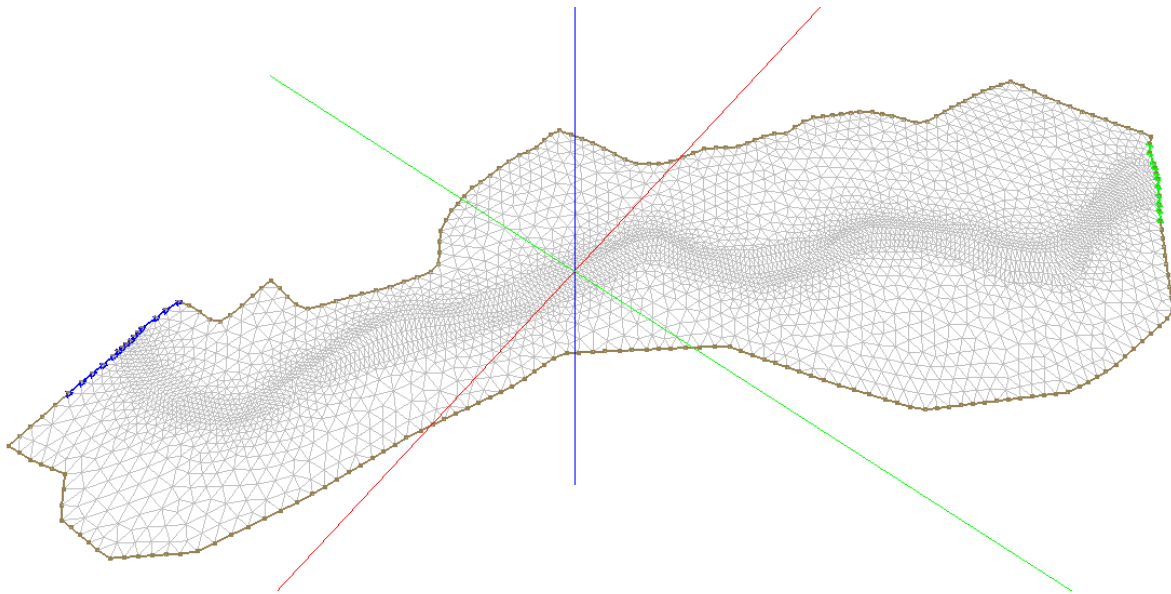


Imagen 7, Diferencias en el lecho del rio en 300 segundos de simulación

Aunque no se notaron cambios en el fondo, en Blue Kenue, es posible definir varios puntos físicos en el sistema de coordenadas para ver cómo cambio la superficie libre a través de ellos, para ello tomamos dos puntos el punto (a) hacia el Norte del rio, ubicado casi sobre una zona costera del banco derecho, y el punto (b) Mas al sur, ubicado hacia el centro del canal. También definimos tres líneas de las cuales tomaremos h máximo y mínimo para hacer un contraste con los puntos.

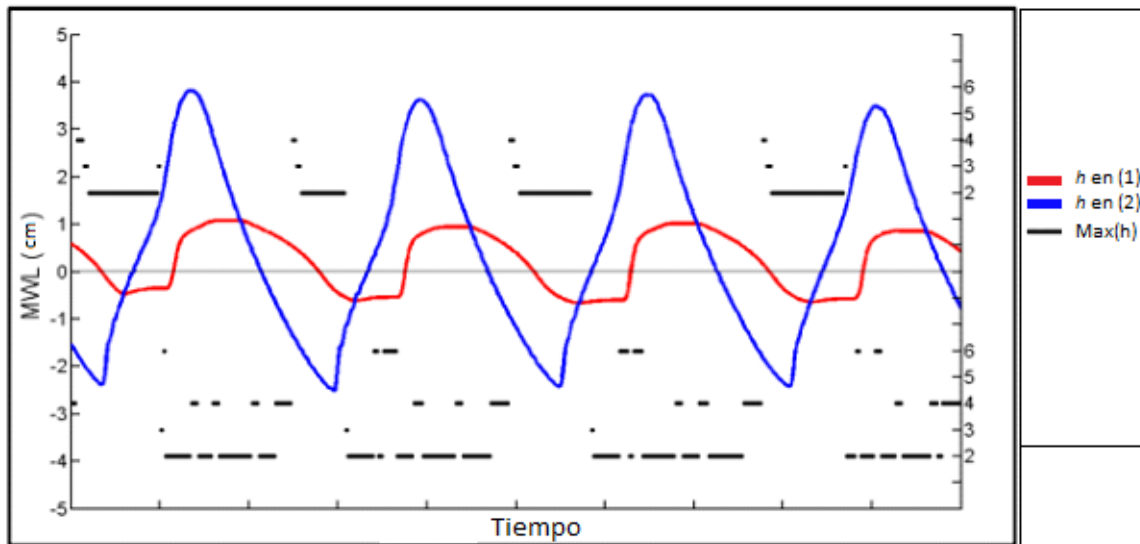


Imagen 8 : Altura en centímetros de la superficie libre del agua para varios puntos y cortes del río.

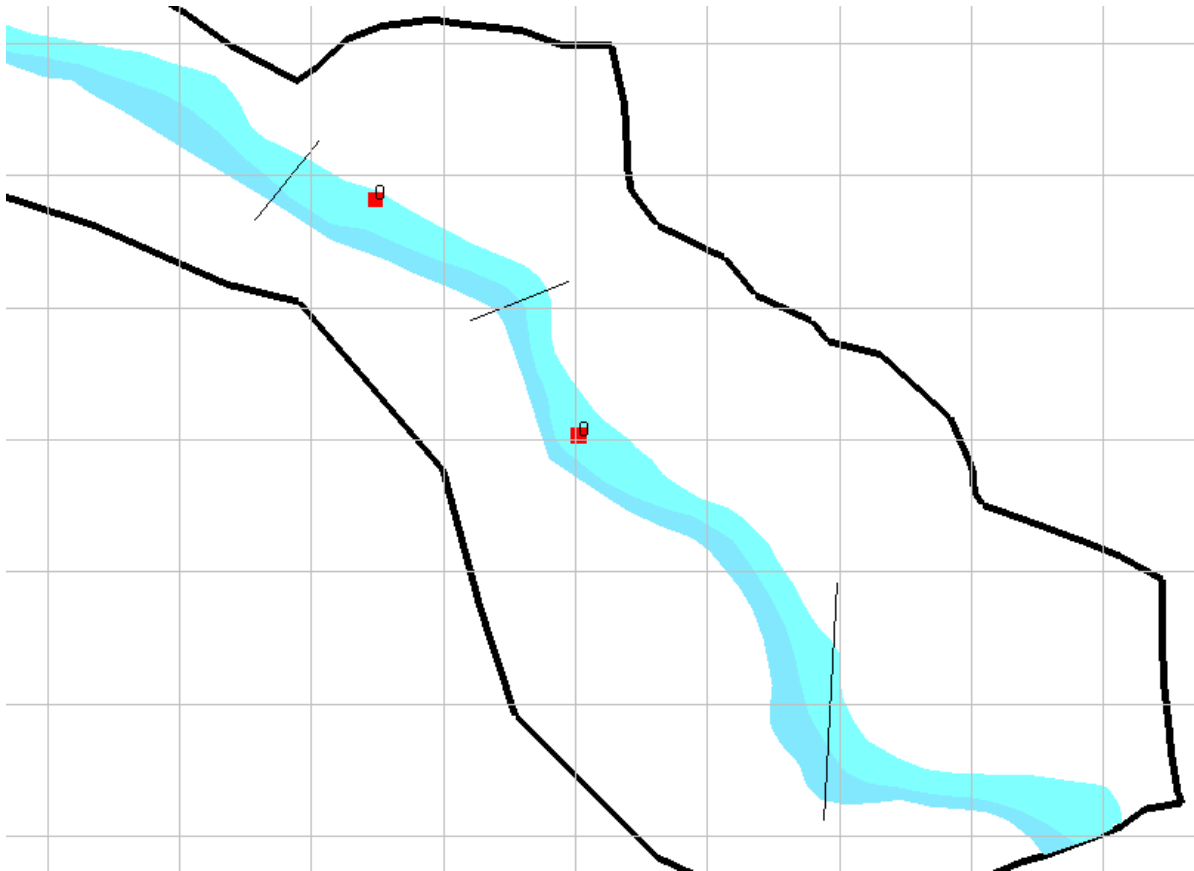


Imagen 9 : Cortes y Puntos del río utilizados en la medición de la altura de la corriente de agua.

Para el caso de 30 segundos, el Solver aun se comporta de la misma manera, y los resultados son casi iguales, entonces, debido a que el propósito inicial era ver los cambios en el lecho del río, se incremento el tiempo a 10000 segundos por paso (esto es casi 3 horas) para simular cambios 34 días (poco más de un mes).

Utilizando un computador con un Intel core i5 de segunda generación, y relajando los criterios de convergencia , no se logro terminar la primera iteración en más de 4 horas que se mantuvo la ejecución hasta que el programa finalmente fallo la ejecución.

Esto se debe a que las condiciones iniciales no eran lo suficientemente buenas para garantizar la convergencia del subprograma utilizado, por lo que se intento un método incremental en el que las condiciones iniciales eran las de el ejemplo previamente corrido de espacios temporales de 30 segundos.

Telemac sin embargo soporta procesadores paralelos para acelerar la computación, una segunda ronda de corridas se intento en computadores con Intel core i7 de tercera generación, con 8 núcleos, intentando en varios computadores a la vez para evitar que un fallo dañara toda la simulación. Se logro avanzar dos iteraciones de tiempo en más de 5 horas de simulación que se tenían disponibles.

Conclusiones y Trabajo Futuro

Es necesario ajustar el modelado del problema de alguna manera que las condiciones temporales grandes necesarias para evidenciar cambios en el fondo del rio , esto se podría hacer mediante el cambio de condiciones como la gravedad, las condiciones de transporte en Sisyphé o mediante el cambio de los parámetros de la formula de Van-Rijn , también se debe configurar las simulaciones para que corran en un clúster mas grande de computadoras en el cual los tiempos se hagan más cortos, esto se hace utilizando la librería OpenMP y MPI para fortran , que es el lenguaje en el que está escrita la suite de TELEMAT-2D , sin embargo esto está fuera del alcance de este proyecto.

Las ecuaciones de aguas rasas están mejor condicionadas para modelar problemas de inundaciones y movimientos de la superficie libre asociada al fluido, esto es bastante útil en problemas de estuarios, tsunamis, aéreas inundables y otras situaciones donde sea el fluido el que cambie de zona, aunque bastante capaces para modelar el cambio del lecho, al ser utilizadas en conjunto con las formulas de transporte de sedimentos suspendido y arrastrado, esta es una manera computacionalmente pesada de modelar estos comportamientos, haciendo un ligero escaneo de la bibliografía de transporte de sedimentos, no se encontró otra manera de modelar el problema para batimetrías reales, sin embargo, modificaciones a las ecuaciones de aguas rasas y a la formula de transporte tal vez permitirían acelerar el proceso de erosión y sedimentación a través del tiempo sin afectar como este se logra en la vida real.

Existen muchos factores que se podrían añadir a un modelo como el que se trata aquí, y en el modelado del lecho en aguas rasas, es aun mas importante debido a que existen variables como el tipo de roca que existe en el lecho del rio, esto cambia como es erosionado y sedimentado, a la vez que también existe un factor humano que puede afrontar las situaciones naturales mediante la construcción de defensas antes las posibles catástrofes, en el proceso de realización de este proyecto, se consulto con múltiples personas, en especial del área de Geología / SIG que se interesaron en el proyecto y podrían continuarlo en el futuro.

La utilización de suites de Software y software integrado como Blue Kenue + Fudaa + Telemac-Mascaret -Sisyphé es análoga a la de utilizar una nave espacial como método de transporte , es posible atacar una gran cantidad de problemas relacionados (y la bibliografía lo soporta) sin embargo pueden ser difíciles de utilizar requiriendo modificaciones del código de parte del usuario, y una gran curva de aprendizaje bastante empinada, sin embargo de los varios paquetes de software utilizados en la ejecución del proyecto pareció ser el que más completo estaba para afrontar este tipo de problemas.

Bibliografía

- [1] Acercamiento a un estudio sobre la influencia histórica del Río Magdalena sobre la Erosión/Sedimentación en los alrededores del municipio de La Dorada, durante el periodo 1953 - 2003 , Luis Gerardo Astaiza Amado, Juan Camilo Liberato Luna, Juan Carlos Soto Orjuela, Universidad Nacional de Colombia (Disponible a petición)
- [2] Modelling urban areas in dam-break flood-wave numerical simulations ,Jean-Michel Hervouet, René Samie, Benoît Moreau , Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement, Electricité de France
- [3] "Hydrodynamics of free surface flows", by Jean-Michel Hervouet (Wiley, 2007).

- [4] Jones, J. E., Davies, A. M. 2005. An intercomparison between finite difference and finite element (TELEMAC) approaches to modelling west coast of Britain tides. *Ocean Dynamics*, 55, 178-198.
- [5] Van Rijn, L.C., 1984. Sediment transport, part II, suspended load transport. *Journal of Hydraulic Engineering* 110, 1431–1456
- [6] Project Deliverable: D03.2 Hydrological simulation modelling system , Yvon MENSCAL and Catherine FREISSINET, Sogreah
- [7] Effects of the coupling between TELEMAC 2D and TOMAWAC on SISYPHE modelling in the outer Seine estuary , Nicolas GUILLOU and Georges CHAPALAIN, Laboratoire de Génie Côtier et Environnement Centre d'Etudes Techniques Maritimes Et Fluviales ,Technopôle Brest Iroise – BP 5 – 29280 Plouzané, France
- [8] <http://www.opentelemac.org/> , The mathematically superior suite of solvers
- [9] Telemac - Baxter Case tutorial , Christopher Gifford-Miears and Arturo S. Leon (School of Civil and Construction Engineering, Oregon State University)
- [10] Chanson, H. (2004), *The Hydraulics of Open Channel Flow*, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2nd edition, 630 pages