Para ver si es insesgado para p vamos a calcular la esperanza de $\hat{p}_{MV}$ sustituyendo las observaciones por variables aleatorias, esto es:

$$\hat{p}_{MV} = \begin{cases} \frac{1}{3} & si \quad \overline{X} \in [0, 1/3) \\ \overline{X} & si \quad \overline{X} \in [1/3, 2/3] \\ \frac{2}{3} & si \quad \overline{X} \in (2/3, 1] \end{cases}$$

Por tanto $E[\hat{p}_{MV}] = \frac{1}{3} \cdot P\{\overline{X} \in [0, 1/3)\} + \overline{x} \cdot P\{\overline{X} \in [1/3, 2/3]\} + \frac{2}{3} P\{\overline{X} \in (\frac{2}{3}, 1]\}$

Por la pesadez de los cálculos de esta esperanza preferimos calcularla para el caso $n=1$ y como dicha esperanza va a ser distinta de p podremos concluir que $\hat{p}_{MV}$ tiene sesgo, es decir, no es insesgado, ya que no lo es para algún $n \in \mathbb{N}$.

Efectivamente si $n=1$

$$E[\hat{p}_{MV}] = \frac{1}{3} \cdot P\{\overline{X} \in [0, 1/3)\} + \overline{x} \cdot P\{\overline{X} \in [1/3, 2/3]\} + \frac{2}{3} P\{\overline{X} \in (2/3, 1]\} \underset{\overline{X} = X_1}{=}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot P\{0 \leq X_1 < 1/3\} + x_1 \cdot P\{\frac{1}{3} \leq X_1 \leq \frac{2}{3}\} + \frac{2}{3} P\{\frac{2}{3} < X_1 \leq 1\} \underset{X_1 \sim Bernoulli(p)}{=}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot P[X_1 = 0] + x_1 \cdot 0 + \frac{2}{3} P[X_1 = 1] = \frac{1}{3}(1-p) + \frac{2}{3} p =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} p \neq p.$$

Por tanto hemos dado un contraejemplo que garantiza que p ~~no es~~ insesgado.