

## Hoja 6. Contrastes de razón de verosimilitudes y Bayesianos.

### Estadística. Grupo m3

1. Para una observación de la función de densidad  $f_{\theta}(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x)$  si  $0 < x \leq \theta$  ( $\theta > 0$ ), encontrar el test de razón de verosimilitudes para contrastar  $H_0 : \theta = \theta_0$  frente a  $H_1 : \theta \neq \theta_0$ , para un nivel de significación  $\alpha$ .
2. Sea  $(X_1, \dots, X_n)$  una muestra aleatoria simple de una población  $Exp(\theta)$ . Se desea contrastar  $H_0 : \theta \geq 1$  frente a  $H_1 : \theta < 1$ .
  - (a) Si adoptamos como región de rechazo  $R = \{(x_1, \dots, x_n) : x_{(1)} \geq c\}$ , determinar el valor de  $c$  para que el test tenga tamaño  $\alpha$
  - (b) Si tomamos como densidad a priori para  $\theta$ ,  $\pi(\theta) \sim Exp(1)$ , calcular la probabilidad a posteriori de la región que constituye la hipótesis nula, cuando la muestra consta de una única observación.
3. Sea  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  una muestra aleatoria simple de un modelo  $Exp(\theta)$ , donde  $\theta \in \{1, 2\}$ . Contrastar las hipótesis  $H_0 : \theta = 1$  frente a  $H_1 : \theta = 2$  siendo la distribución a priori sobre el parámetro la dada por  $\pi(\theta = 1) = 3/4$ . Se ha observado una muestra aleatoria simple de tamaño 10 con los siguientes datos:

0.8	1.4	0.4	0.3	1.8	0.7	0.9	1.2	0.6	1.1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

¿Debe rechazarse  $H_0$ ?

4. Sea  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  una muestra aleatoria simple de  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Encontrar el test de razón de verosimilitudes para el contraste  $H_0 : \mu \leq \mu_0$  frente a  $H_1 : \mu > \mu_0$ .