La región de rechazo del test de razón de verosimilitudes viene dada por $R = \{ x \mid \lambda(x) \leq k \} = \left(0, \frac{1}{2} - c\right] \cup \left[\frac{1}{2} + c, 1\right)$

con c por determinar para que $P(R \mid \theta = 0) = \alpha$.

Ahora $P(R \mid \theta = 0) = \int_0^{\frac{1}{2}-c} (2 \cdot 0 x + 1 - 0)\, dx + \int_{\frac{1}{2}+c}^{1} (2 \cdot 0 x + 1 - 0)\, dx =$

$= \frac{1}{2} - c + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} - c = 1 - 2c = \alpha \iff c = \frac{1-\alpha}{2}$

Por tanto el test de hipótesis queda como

$$\boxed{\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \left(0, \frac{\alpha}{2}\right] \cup \left[1 - \frac{\alpha}{2}, 1\right) \\ 0 & \text{si } x \in \left(\frac{\alpha}{2}, 1 - \frac{\alpha}{2}\right) \end{cases}}$$

<u>Ejercicio 5:</u> Sea $(X_1 \ldots X_n)$ una muestra aleatoria simple de $X \sim f_\theta(x) = \theta x^{\theta - 1} I_{(0,1)}(x)$ donde $\theta \in \Theta = \{1, 2\}$. Para contrastar $H_0 : \theta = 1$ frente a $H_1 : \theta = 2$ se utiliza como distribución a priori la distribución uniforme. Calcular la distribución a posteriori e indicar la región de rechazo.

——— × ——— × ——— × ———

Como la distribución de θ es discreta se tiene que su distribución a priori es:

$P(\theta = 1) = 1/2$ y $P(\theta = 2) = 1/2$

Por tanto la distribución a posteriori es: