I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura.................................... Fecha ....

Alumno/a.................................... Curso.............. Nº..........

Apellidos Nombre

Calificación

$$|z_n| = \left| i \cdot \frac{e^{\sqrt{n}\,i} - e^{-\sqrt{n}\,i}}{e^{-n} - e^{n}} \right| = |i| \cdot \frac{|e^{\sqrt{n}\,i} - e^{-\sqrt{n}\,i}|}{|e^{-n}-e^{n}|} = \frac{|e^{\sqrt{n}\,i}-e^{-\sqrt{n}\,i}|}{e^n - e^{-n}} \leq$$

$$\leq \frac{|e^{\sqrt{n}\,i}|+|e^{-\sqrt{n}\,i}|}{e^n-e^{-n}} = \frac{2}{e^n-e^{-n}}$$

Por el criterio de comparación con el límite

$$\frac{\frac{2}{e^n-e^{-n}}}{\frac{1}{e^n}} = 2\,\frac{e^n}{e^n-e^{-n}} = 2\cdot\frac{1}{1-\frac{e^{-n}}{e^n}} = 2\cdot\frac{1}{1-e^{-2n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} 2$$

se tiene que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{e^n-e^{-n}}$ converge si y solo si $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n}$ converge y como esta última sabemos que lo hace entonces concluimos que $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ converge absolutamente

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{tg(i\pi n)}$

Sea $z_n = \frac{n}{tg(i\pi n)} = n\cdot cotg(i\pi n) = n \cdot i \cdot \frac{e^{i^2\pi n}+e^{-i^2\pi n}}{e^{i^2\pi n}-e^{-i^2\pi n}} =$

$$= n\cdot i\cdot \frac{e^{-\pi n}+e^{\pi n}}{e^{-\pi n}-e^{\pi n}} \; ;$$

$$|z_n| = n\cdot\frac{e^{-\pi n}+e^{\pi n}}{|e^{-\pi n}-e^{\pi n}|} = n\cdot \frac{e^{\pi n}+e^{-\pi n}}{e^{\pi n}-e^{-\pi n}} = n\cdot\frac{1+\frac{e^{-\pi n}}{e^{\pi n}}}{1-\frac{e^{-\pi n}}{e^{\pi n}}} =$$