

## CI. Grupo A. Hoja 4. Cambio de variable.

**Problema 1.** Hallar el área comprendida entre las circunferencias  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $x^2 + y^2 = 4x$  y las rectas  $y = x$  e  $y = 0$ .

**Problema 2.** Hallar el volumen del cuerpo delimitado por las superficies  $z = x^2 + y^2$  y  $z = 2 - x^2 - y^2$ .

**Problema 3.** Sea  $B$  el conjunto de  $\mathbb{R}^3$  delimitado por las superficies  $y^2 = 1 - z$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$  y  $z = 0$ . Hallar

$$\int_B y^3 \sin^2(x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz .$$

*Ayuda: Utilizar la simetría del problema*

**Problema 4.** Sea  $B = \{(x, y, z) : 2(x^2 + y^2) \leq z^2 \leq x^2 + y^2 + 1, z \geq 0\}$ . Calcular

$$\int_B ze^{-(x^2+y^2)} dx dy dz .$$

**Problema 5.** Sea  $B = \{(x, y) : (x^2 + y^2)^2 \leq 4(x^2 - y^2), x \geq 0\}$ . Calcular

$$\int_B (x^2 + y^2) dx dy .$$

**Problema 6.\*** Calcular el volumen de la bola unidad  $n$ -dimensional

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 1\} .$$