Si calculamos la función de verosimilitud,

$$L(\theta|x) = f(x|\theta) = 2\theta x + 1 - \theta$$

$$L'(\theta|x) = 2x - 1$$

- Si $x \in (0, \frac{1}{2})$ entonces $L'(\theta|x) < 0$ y como la función de verosimilitud es decreciente alcanzará su máximo en $\theta \in [-1,1]$ en el punto $\theta = -1$, con lo que $L(-1|x) = -2x + 2$

- Si $x = \frac{1}{2}$ entonces $L(\theta|x)$ es la función constante 1 que tiene un valor máximo en $\theta \in [-1,1]$ de $L(\theta|x) = 1$.

- Si $x \in (\frac{1}{2}, 1)$ entonces $L'(\theta|x) \geq 0$ y como la función de verosimilitud es creciente en $\theta \in [-1,1]$, alcanzará su máximo en $\theta = 1$, con $L(1|x) = 2x$.

Por tanto
$$\sup_{\theta \in [-1,1]} f(x|\theta) = \begin{cases} 2-2x & \text{si } x \in (0, 1/2) \\ 1 & \text{si } x = 1/2 \\ 2x & \text{si } x \in (1/2, 1) \end{cases}$$

Entonces
$$\lambda(x) = \frac{\sup_{\theta=0} f(x|\theta)}{\sup_{\theta \in [-1,1]} f(x|\theta)} = \begin{cases} \frac{1}{2-2x} & \text{si } x \in (0, 1/2) \\ 1 & \text{si } x = 1/2 \\ \frac{1}{2x} & \text{si } x \in (1/2, 1) \end{cases}$$