Como la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$ converge, por el criterio M de Weerstrass,

$\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ converge uniformemente en Ω_1.

Si $z \in \Omega_2$

Como $|z| > 1 \Rightarrow |z|^n = |z^n| \xrightarrow[n \to \infty]{} \infty$

En particular si $M = 2$ $\exists\, n_1 \in \mathbb{N}$, $\forall n \geq n_1$ $|z^n| > 2$

Si $n \geq n_1$

$$\Rightarrow |1 + z^n| = |z^n - (-1)| \geq |z^n| - |-1| = |z^n| - 1 > 2 - 1 = 1$$

$$\Updownarrow$$

$$|z^n| \leq |z^n - (-1)| + |-1|$$

$\Rightarrow$ Para $n \geq n_1$

$$|f_n(z)| = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{|z^n|}{|z^n + 1|} = \frac{|z^n + 1 - 1|}{n^2 |z^n + 1|} \leq \frac{|z^n + 1|}{n^2 |z^n + 1|} + \frac{|-1|}{|z^n + 1| \cdot n^2}$$

$$= \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{|z^n + 1|} < \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2} = \frac{2}{n^2} = M_n$$

Como la serie converge, por el criterio M de Weerstrass la serie $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ converge uniformemente en Ω_2.