

Nos fijamos ahora en la superficie S_2 de la que damos la parametrización Φ_2 :

$$\begin{aligned}\Phi_2 : (0, 2\pi) \times (-1, 1) &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (\theta, z) &\longrightarrow \Phi_2(\theta, z) = (\cos \theta, \sin \theta, z)\end{aligned}$$

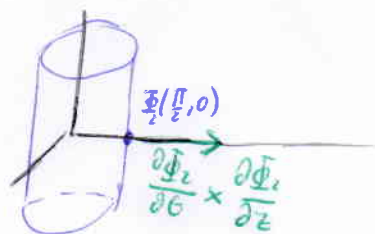


Entonces $D_2 = (0, 2\pi) \times (-1, 1)$ y $\Phi_2(D_2) = S_2$. Además Φ_2 es C^1 e inyectiva.

La normal exterior será:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} &= (-\sin \theta, \cos \theta, 0) \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} &= (0, 0, 1)\end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$

Efectivamente, esta es la normal exterior ya que si tomamos el punto $\Phi_2(\frac{\pi}{2}, 0)$ su normal exterior es $(0, 1, 0)$ que concuerda con lo que buscamos:



Luego la integral de flujo será:

$$\begin{aligned}\iint_{S_2} \vec{F} \cdot d\vec{S} &= \iint_{D_2} (\vec{F} \circ \Phi_2) \cdot \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \times \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right) d\theta dz = \\ &= \iint_{D_2} \vec{F}(\cos \theta, \sin \theta, z) \cdot (\cos \theta, \sin \theta, 0) d\theta dz = \\ &= \iint_{D_2} (\cos \theta \sin \theta, \cos^2 \theta \sin \theta, \sin \theta) \cdot (\cos \theta, \sin \theta, 0) d\theta dz =\end{aligned}$$