



Asignatura..... Fecha.....

Alumno/a..... Curso..... N°.....

Apellidos

Nombre

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right)$

Si $z \in \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq R < 1 \}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z^n}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 z^n} = \infty$$

\parallel \parallel
 0 ∞

Por lo tanto la serie no converge puntualmente

Si $z \in \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| \geq R > 1 \}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z^n}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 z^n} = \infty$$

\parallel \parallel
 ∞ 0

Si $z \in \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \}$

$$\left| \frac{1}{n^2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right) \right| = \frac{1}{n^2} \cdot \left| z^n + \frac{1}{z^n} \right| = \frac{1}{n^2} \cdot \left(|z|^n + \frac{1}{|z|^n} \right) = \frac{2}{n^2}$$

Por el Criterio M de Weierstrass la serie converge uniformemente en $\{ z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \}$ y no converge (ni siquiera puntualmente) en $\mathbb{C} \setminus \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \}$.