

Ejercicios de Programación Declarativa

Curso 2021/22

Hoja 6

1. Determina cuáles de los siguientes conjuntos de literales son unificables. Para los casos afirmativos, encuentra el unificador más general. Para los negativos, justifica formalmente la respuesta. Para ello utiliza el algoritmo de unificación estudiado en clase.

- (a) $\{p(g(Y), f(X, h(X), Y)), p(X, f(g(Z), W, Z))\}$.
- (b) $\{q(a, X, f(g(Y))), q(Y, f(Z), f(Z))\}$.
- (c) $\{p(f(g(a, b), g(h(Z), b)), h(X)), p(f(X, X), h(g(Z, Z)))\}$.
- (d) $\{p(X, Y), p(f(a), g(X)), p(f(Z), g(f(Z)))\}$.

2. Supongamos que no utilizamos la aritmética de Prolog, sino que los números naturales se representan mediante la constante c o mediante la aplicación de una función s de aridad uno aplicada a un natural. Es decir, un predicado $nat(X)$ para comprobar si un término representa un número natural sería:

```
nat(c).  
nat(s(X)) :- nat(X).
```

Se define un predicado para especificar la operación de suma entre números naturales como sigue:

```
sum(X, c, X) :- nat(X).  
sum(X, s(Y), s(Z)) :- sum(X, Y, Z).
```

- (a) Representa el árbol de resolución del objetivo $nat(X)$ hasta obtener tres éxitos.
 - (b) Escribe un programa Prolog para implementar los siguientes predicados:
 - $prod(X, Y, Z) \longleftrightarrow X, Y, Z$ son números naturales (satisfacen la relación nat , $Z = X \times Y$). La implementación tiene que ser recursiva final.
 - $pot(X, N, Y) \longleftrightarrow X, N, Y$ son números naturales, $X \neq 0, X^N = Y$.
 - $fact(X, Y) \longleftrightarrow X, Y$ son números naturales, $X! = Y$.
 - $fib(N, Y) \longleftrightarrow N, Y$ son números naturales, Y es el N -ésimo número de Fibonacci.
 - (c) Refine los predicados $pot(X, N, Y)$, $fact(X, Y)$, $fib(N, Y)$, pero utilizando recursión final si no lo has hecho antes.
3. Considera la definición recursiva final del producto de naturales del ejercicio anterior. Determina el árbol de búsqueda para el objetivo:
- ```
?- prod(s(s(c)), s(s(c)), X).
```
4. A partir del programa Prolog definido en el problema 2, define un predicado en Prolog con recursión final para hallar los polinomios de Fibonacci, con la siguiente especificación:

$polfib(N, X, PF) \longleftrightarrow PF$  es el valor del polinomio de Fibonacci de grado  $N$  para el número natural  $X$ .

Esto es:  $PF = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_NX^N$ . Donde  $a_i$  es el  $i$ -ésimo número de Fibonacci.

5. Sea  $P$  el programa definido mediante las siguientes cláusulas:

```
p(a).
p(f(f(X))) :- p(X).
q(a, a).
q(f(X), f(f(f(Y)))) :- q(X, Y).
r(a, f(a)).
r(f(X), Z) :- r(X, Y), q(Y, Z).
```

- (a) Computa los siguientes objetivos siguiendo la estrategia de Prolog hasta conseguir dos éxitos si es posible.
  - $?- r(Y, X), p(X).$
  - $?- p(X), r(Y, X).$
- (b) ¿Qué significado tendrían los predicados de este programa y estos objetivos si  $a$  fuera la constante 0 y  $f$  la función sucesor de los naturales?