

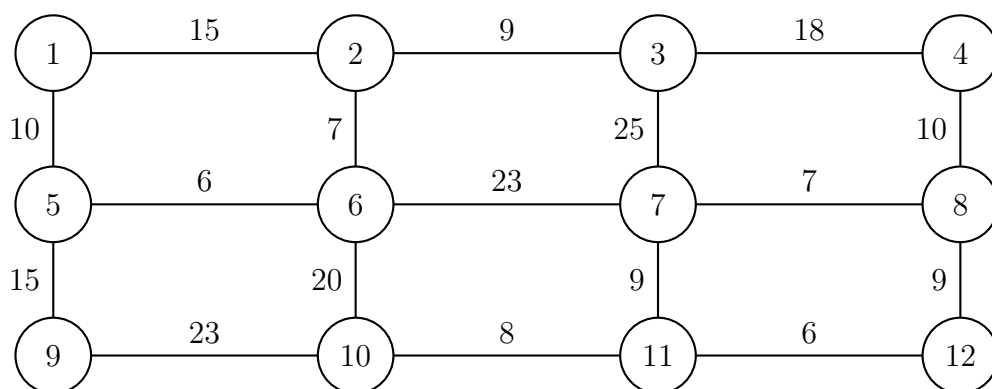
Problemas de Optimización

1. Demostrar que un grafo simple con n vértices y más de

$$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$$

aristas es conexo.

2. Sea un grafo simple con n vértices tal que dados dos vértices i, j no adyacentes, la suma de sus grados de adyacencia es mayor o igual que $n - 1$. Demostrar que el grafo es conexo.
3. Para la red no dirigida de la figura, se pide:
 - (a) Determinar el árbol soporte por el algoritmo de Kruskal.
 - (b) Determinar el árbol soporte por el algoritmo de Prim.



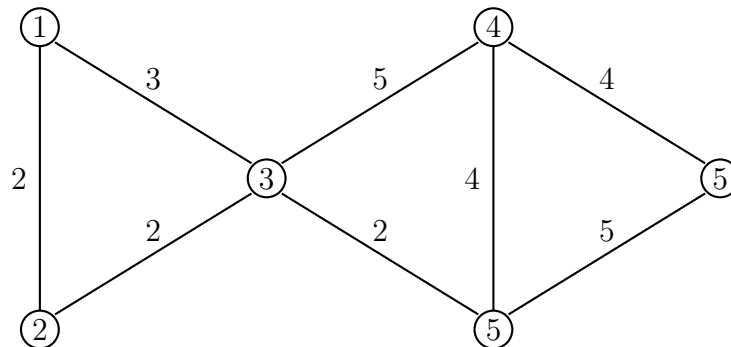
4. Durante una batalla, un ejército debe mantener la potencia de fuego sobre las posiciones enemigas. El ejército tiene baterías de artillería en los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. El polvorín está situado en A y es vital que cada batería sea abastecida durante la batalla. Las comunicaciones entre A y las baterías y entre las distintas baterías vienen dadas por aristas cuyos valores se dan a continuación:

$$v(A, 1) = 5, v(A, 2) = 4, v(A, 3) = 3, v(A, 4) = 3, v(A, 5) = 6, v(A, 6) = 4, v(1, 2) = 2,$$

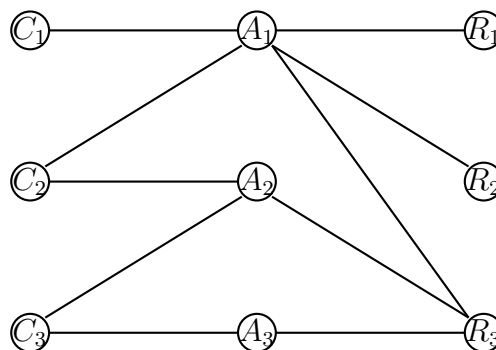
$$v(2, 3) = 2, v(3, 4) = 2, v(4, 5) = 1, v(5, 6) = 1, v(2, 6) = 5, v(3, 6) = 3, v(4, 6) = 2.$$

Los valores de las aristas denotan el número de unidades de zapadores que son necesarias para mantener esa comunicación abierta. Resolver el problema de abastecer a todas las baterías con el menor número de unidades.

5. Una empresa multinacional pretende ahorrar dinero en sus comunicaciones telefónicas. Ha observado que las llamadas son muy caras e incluso alguna sucursal es avisada múltiples veces cuando hay un mensaje importante de la central. Si la central es el vértice 1 de la figura, resolver el problema de comunicar un mensaje de la central a todas las sucursales con coste mínimo suponiendo que una sucursal puede transmitir el mensaje a otra sucursal.

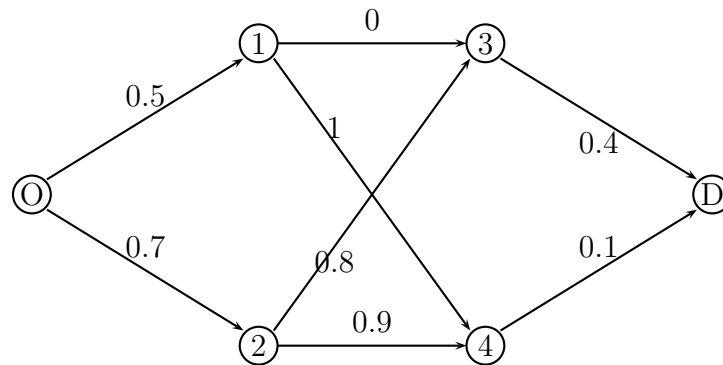


6. Una empresa de autobuses tiene 3 autobuses con los que debe cubrir 3 rutas y dispone de 3 conductores. Por la demanda y las características de la ruta no todas ellas son compatibles con los autobuses. De la misma forma, no todos los conductores están capacitados para conducir todos los autobuses. ¿Podrá la empresa cubrir adecuadamente la demanda de las rutas con los autobuses y conductores si las compatibilidades entre conductores, autobuses y rutas se especifican en el siguiente grafo?

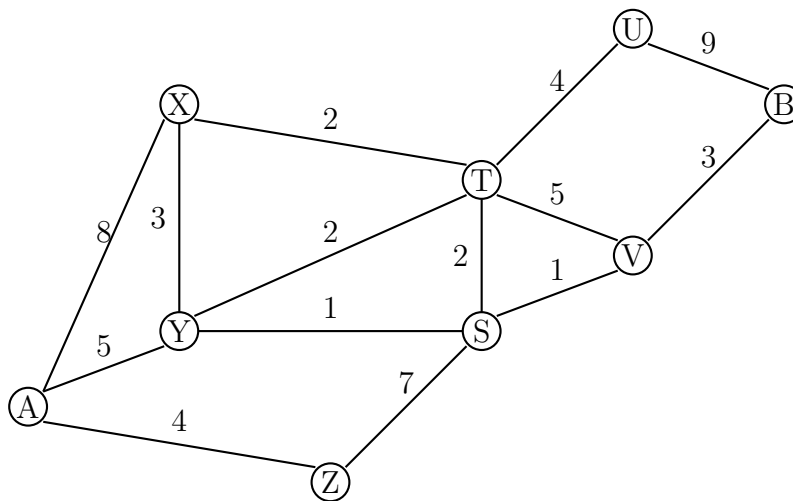


7. Un asesino es buscado por la policía, por lo que debe abandonar su refugio actual para ir a otro más seguro en la misma ciudad. Conoce por experiencias pasadas cuál es la probabilidad de no ser detenido en cada una de las calles. Se supone, además, que son independientes los sucesos correspondientes a la detención en cada una de las calles.

En el gráfico adjunto se detalla un grafo orientado donde se especifica el sentido de marcha de cada calle y la probabilidad de no ser detenido. Plantear y resolver el problema que se le presenta a este asesino como un problema de grafos.



8. En la operación “Jaula” que desarrolla el Ministerio del Interior cuando se perpetra un acto terrorista, se sabe que los terroristas abandonan la zona del delito A para dirigirse a otra más segura B . La situación de estas dos zonas y las zonas intermedias con las calles que las unen se representa en el grafo adjunto, en el que a cada calle se asocia una arista y el número de policías que se necesitan para montar un control. ¿Dónde deben situarse éstos para que se minimice el número total de policías que controlen el paso de A a B ?



9. El gerente de una empresa de transportes debe programar el alquiler de uno de sus autobuses durante el mes próximo. Para simplificar el problema se supone que sólo dispone de un autobús. Para ello tiene en cuenta las distintas peticiones que ha recibido y el beneficio que cada una de ellas le reporta en función del tipo de cliente (estudiantes, funcionarios, etc.) y el día primero y último solicitados.

Plantear el problema general del gerente que quiere maximizar el beneficio total como un problema de grafos.

PETICION	INICIO	FINAL	BENEFICIO
A	1	2	30
B	3	10	60
C	3	6	40
D	7	13	70
E	3	12	80
F	11	12	40

10. Se ha construido una acequia para poder regar los campos de seis agricultores. El problema al que se enfrenta el ayuntamiento es construir los canales que permitan el traslado de agua. Se ha realizado un estudio y se sabe el precio, en miles de euros, que cuesta cada ramal. Estos precios aparecen en el grafo. Si el ayuntamiento tiene como presupuesto 100 000 euros, ¿es posible realizar el proyecto?

