I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura................................ Fecha ....

Alumno/a................................ Curso.............. Nº..........

Apellidos Nombre

Calificación

$$\Rightarrow f(z) = \frac{4z^4}{1-h^2(z)} = \frac{4z^4}{g(z)} = \frac{4z^4}{z^2 \cdot g_2(z)} = 4z^2 \cdot \frac{1}{g_2(z)}$$

Como $\frac{4}{g_2(z)}$ es entera ($g_2^{*_3}(z) \neq 0 \, \forall z$) y $\frac{4}{g_2(z)} \neq 0 \;\; \forall z \in \mathbb{C}$ podemos asegurar que f tiene un cero de multiplicidad 2.

$*_3$

$$g_2(z) = \begin{cases} \frac{g(z)}{z^2} & si\ z \neq 0 \\ g_2(0) & si\ z = 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{z^2 - sen^2 z}{z^4} & si\ z \neq 0 \\ g_2(0) & si\ z = 0. \end{cases}$$

$$g_2(z) = 0 \overset{z\neq 0}{\Longleftrightarrow} z^2 - sen^2 z = 0 \Leftrightarrow ¡z^2 = sen^2 z \Leftrightarrow z = 0\ !!$$

Por tanto $g_2(z) \neq 0 \;\; \forall z \in \mathbb{C}$.

Por último los límites $*_1$ y $*_2$ se han calculado cuando $z \in \mathbb{R}$. aplicando L'Hôpital sucesivamente. Podemos hacer esto porque sabemos que $g(z)$ es una función , por tanto, infinitamente derivable y con derivada continua. Por tanto sabemos que $\exists \lim_{z \to 0} \frac{g(z) - g(0)}{z - 0}$. Como el límite tiene que valer lo mismo independientemente de por donde nos acerquemos a cero y sabemos que si nos acercamos por reales, el límite es 0, entonces el límite es siempre 0. El mismo argumento sirve para justificar $*_2$.