Investigación Operativa – Doble Grado (12/11/2020)

1. (0.35 puntos)

Una compañía de petróleos produce en sus refinerías gasóleo (G), gasolina sin plomo (P) y gasolina súper (S) a partir de dos tipos de crudos, C_1 y C_2. Las refinerías están dotadas de dos tipos de tecnologías. La tecnología nueva T_n utiliza en cada sesión de destilación 7 unidades de C_1 y 12 unidades de C_2, para producir 8 unidades de G, 6 unidades de P y 5 unidades de S. La tecnología antigua T_a utiliza en cada sesión de destilación 10 unidades de C_1 y 8 unidades de C_2, para producir 10 unidades de G, 7 unidades de P y 4 unidades de S.

Para el próximo mes se deben producir al menos 900 unidades de G, al menos 300 unidades de P y, respecto de S, al menos 800 unidades y a lo sumo 1700 unidades. La disponibilidad, para el próximo mes, de crudo C_1 es de 1400 unidades y de crudo C_2 es de 2000 unidades. Los beneficios por unidad producida son:

Gasolina	G	P	S
Beneficio	4	6	7

La compañía desea conocer cómo utilizar ambos procesos de destilación, que se pueden realizar total o parcialmente, para que el beneficio sea máximo.

Solución.

Variables de decisión:

x_1 es el número de veces que debe utilizarse la tecnología nueva T_n.

x_2 es el número de veces que debe utilizarse la tecnología antigua T_a.

Se debe resolver el problema:

$$\max \quad z = 4(8x_1 + 10x_2) + 6(6x_1 + 7x_2) + 7(5x_1 + 4x_2)$$

s.a.:

$$8x_1 + 10x_2 \geq 900$$
$$6x_1 + 7x_2 \geq 300$$
$$5x_1 + 4x_2 \geq 800$$
$$5x_1 + 4x_2 \leq 1700$$
$$7x_1 + 10x_2 \leq 1400$$
$$12x_1 + 8x_2 \leq 2000$$
$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

2. (0.30 puntos)

En la resolución del siguiente problema, mediante el algoritmo del Simplex, se llega a la tabla que se presenta.

$$\begin{aligned} &\min \quad z = x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \\ &s.a.: \\ &3x_1 + 3x_2 \quad + 2x_4 + x_5 = 6 \\ &x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \quad = 7 \\ &x_1 + x_2 + x_3 \quad = 5 \\ &x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_2	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**2**
x_3	**0**	**0**	**1**	**–2/3**	**–1/3**	**3**
x_1	**1**	**0**	**0**	**–1/3**	**1/3**	**0**
	0	**0**	**0**	**–4**	**0**	**Z – 15**

Obtener el conjunto de soluciones óptimas del problema.

Solución.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	0	1	0	1	0	2
x_3	0	2/3	1	0	–1/3	13/3
x_1	1	1/3	0	0	1/3	2/3
	0	4	0	0	0	Z – 7

La tabla presenta solución básica óptima $\bar{x}^*$ (no única).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	0	1	0	1	0	2
x_3	1	1	1	0	0	5
x_5	3	1	0	0	1	2
	0	4	0	0	0	Z – 7

La tabla presenta solución básica óptima alternativa $\bar{\bar{x}}^*$.

Conjunto de soluciones óptimas:

$$\{\, x^*(\lambda) = \lambda\, \bar{x}^* + (1-\lambda)\, \bar{\bar{x}}^* \mid 0 \leq \lambda \leq 1 \,\}.$$

3. (0.35 puntos)

En la resolución del siguiente problema, mediante el algoritmo del Simplex, se llega a la tabla que se presenta.

$$\begin{aligned} min \quad & z = 2x_1 + 12x_2 - 14x_3 + 7x_4 - 10x_5 \\ s.a.: \quad & 5x_1 - 4x_2 + 10\,x_3 - 2x_4 + x_5 = 20 \\ & x_1 - \quad x_2 + \quad 5\,x_3 - x_4 + x_5 = 6 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	**1**	$-{}^{2}/_{3}$	**0**	**0**	$-{}^{1}/_{3}$	${}^{8}/_{3}$
x_3	**0**	$-{}^{1}/_{15}$	**1**	$-{}^{1}/_{5}$	${}^{4}/_{15}$	${}^{2}/_{3}$
	0	${}^{62}/_{5}$	**0**	${}^{21}/_{5}$	$-{}^{28}/_{5}$	$z-(-4)$

Obtener el conjunto de soluciones óptimas del problema.

Solución.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	$-{}^{3}/_{4}$	${}^{5}/_{4}$	$-{}^{1}/_{4}$	0	${}^{7}/_{2}$
x_5	0	$-{}^{1}/_{4}$	${}^{15}/_{4}$	$-{}^{3}/_{4}$	1	${}^{5}/_{2}$
	0	11	21	0	0	$z-(-18)$

Solución óptima única no única:

$$\bar{x}_1^* = 7/2, \quad \bar{x}_2^* = 0, \quad \bar{x}_3^* = 0, \quad \bar{x}_4^* = 0, \quad \bar{x}_5^* = 5/2$$

$$z^* = -18$$

Conjunto de soluciones óptimas:

$$\{\, x^*(\mu) = \bar{x}^* + \mu\, d \ \mid\ \mu \geq 0 \}$$

siendo $\quad \bar{x}^{*t} = (\frac{7}{2}, 0, 0, 0, \frac{5}{2})$ **y** $\quad d^t = (\frac{1}{4}, 0, 0, 1, \frac{3}{4})$.