

Determina detalladamente cuál es el tipo de la función f definida por la ecuación:

$$f\ x\ y\ z = \text{if } (\backslash x \rightarrow y > x)\ z\ \text{then } x\ y\ \text{else } (\backslash y \rightarrow y.(+2))\ x\ z.$$

El tipo de las expresiones a los lados de la igualdad debe ser el mismo, digamos a :

```
f x y z :: a
if (\x -> y > x) z then x y else (\y -> y.(+2)) x z :: a
```

Analizamos la expresión de la izquierda. Se trata de aplicaciones sucesivas, luego podemos asegurar que f tiene tipo funcional con tres argumentos y resultado de tipo a , por tanto:

```
f :: a1 -> a2 -> a3 -> a
x :: a1
y :: a2
z :: a3
```

Analizamos la expresión de la derecha: $\text{if } (\backslash x \rightarrow y > x)\ z\ \text{then } x\ y\ \text{else } (\backslash y \rightarrow y.(+2))\ x\ z :: a$. Puesto que $\text{if} :: \text{Bool} \rightarrow t \rightarrow t$, deducimos:

```
(\x -> y > x) z :: Bool
x y :: a
(\y -> y.(+2)) x z :: a
```

Entonces, como $(\backslash x \rightarrow y > x)\ z :: \text{Bool} \equiv (y > z) :: \text{Bool}$ y sabiendo que $(>) :: \text{Ord } t \Rightarrow t \rightarrow t \rightarrow \text{Bool}$, podemos deducir que z e y tienen que tener el mismo tipo, digamos b , y que este tiene que estar en la clase Ord . Entonces $y :: \text{Ord } b \Rightarrow b$, $z :: \text{Ord } b \Rightarrow b$.

Por otra parte:

$x\ y :: a$ implica que $x :: c \rightarrow a$, $y :: c$

De $(\backslash y \rightarrow y.(+2))\ x\ z :: a$ deducimos $((x.(+2))\ z) :: a$, por lo que haciendo uso del tipo de la composición de funciones $(.)$ y del tipo de $(+)$, obtenemos $x :: \text{Num } d \Rightarrow d \rightarrow a$, $z :: \text{Num } d \Rightarrow z :: d$

Juntándolo todo:

```
x :: a1, x :: c -> a, x :: Num d => d -> a. Por tanto c = d, a1 = c -> a, Num c
y :: a2, y :: Ord b => b, y :: c. Por tanto a2 = c = b
z :: a3, z :: b, z :: d implica que a3 = b = d
```

Por tanto, solo necesitamos la variable de tipo a y otra, digamos b , para $a2 = a3 = b = c = d$ de la que sabemos que está en las clases Num y Ord . Sustituyendo en el valor inicial dado a f , obtenemos:

```
f :: (Ord b, Num b) => (b -> a) -> b -> b -> a
```