



Asignatura..... Fecha

Alumno/a..... Curso..... Nº.....

Apellidos

Nombre

Por tanto, el primer término no nulo en el desarrollo en serie de Taylor de $f(z) = 6\operatorname{sen}^3 z + z^3(z^6 - 6)$ en 0 es el de la potencia z^5 , por lo que 0 es un cero de multiplicidad 5.

d) $f(z) = (e^z - e^{z^2}) \log(1-z)$.

$$f(0) = (e^0 - e^0) \log 1 = 0.$$

$$f'(z) = (e^z - e^{z^2} \cdot 2z) \log(1-z) + (e^z - e^{z^2}) \cdot \frac{(-1)}{1-z} =$$

$$= e^z \log(1-z) - 2z e^{z^2} \log(1-z) - e^z (1-z)^{-1} + e^{z^2} (1-z)^{-1} \quad f'(0) = 0$$

$$f''(z) = e^z \log(1-z) + \frac{e^z}{1-z} - 2e^{z^2} \log(1-z) - 2z \left[e^{z^2} \log(1-z) \cdot 2z + \frac{e^{z^2}}{1-z} \right] \\ - e^z (1-z)^{-1} + e^{z^2} (1-z)^{-2} + e^{z^2} \cdot 2z (1-z)^{-1} + e^{z^2} (1-z)^{-2}$$

$$f''(0) = 0 - 1 - 0 - 0 - 1 - 1 + 0 + 1 = -2$$

Como el primer término no nulo en el desarrollo en serie de Taylor de $f(z) = (e^z - e^{z^2}) \log(1-z)$ centrada en 0 es el que acompaña a z^2 , 0 es un cero de $f(z)$ de multiplicidad 2.

e) $f(z) = \frac{z^6}{\left(\frac{z}{2}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} z}{2}\right)^2}$

Hemos visto varias veces en esta hoja que $\operatorname{sen} z = z \cdot h(z)$ para cierta función $h(z) \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ y tal que $h(0) \neq 0$.