MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso 2020–2021
Entregas
Hoja 3. Resolución de sistemas lineales: métodos iterativos

---

1 Sea $A \in \mathcal{M}_n$ una matriz de diagonal estrictamente dominante.

a) Demostrar que si A se descompone en la forma $A = M - N$, siendo

$$m_{ii} = a_{ii} \text{ y } m_{ij}n_{ij} = 0$$

para $i, j = 1, \ldots, n$, entonces el método iterativo asociado a tal descomposición de A está bien definido y es convergente.

b) Deducir, a partir de a), resultados de convergencia para los métodos de Jacobi y Gauss–Seidel.

2 Se considera la matriz tridiagonal

$$A = \begin{pmatrix} 2+\alpha_1 & -1 & & & \\ -1 & 2+\alpha_2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2+\alpha_{n-1} & -1 \\ & & & -1 & 2+\alpha_n \end{pmatrix}$$

donde $\alpha_i \geq 0, \ i = 1, 2, \ldots, n$.

a) Demostrar por inducción que para cada $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$ se verifica que

$$\delta_k > \delta_{k-1} > \cdots > \delta_1 > \delta_0 = 1$$

(**Indicación**: Utilizar el apartado a) del Problema 7 de la Hoja 3). Deducir que la matriz A es definida positiva.

b) Para cada $\beta \geq 0$ se considera la descomposición $A = M_\beta - N_\beta$ donde

$$N_\beta = \text{diag}\,(\beta - \alpha_1, \beta - \alpha_2, \ldots, \beta - \alpha_n)\,.$$

Encontrar valores del parámetro β para los cuales el método iterativo asociado a esta descomposición $M - N$ de A sea convergente.