



Asignatura..... Fecha.....

Alumno/a..... Curso..... N°.....
Apellidos Nombre

$$= \frac{2}{\pi} \left(-\frac{x \cos(nx)}{n} \right)_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \frac{\cos(nx)}{n} dx = \frac{2}{\pi} \left(-\frac{\pi}{n} \cos(n\pi) + \frac{\cancel{\sin(nx)}}{\cancel{n^2}} \right)_0^{\pi}$$

$$= -\frac{2}{n} \cos(n\pi) = -\frac{2}{n} (-1)^n = \frac{2(-1)^{n+1}}{n}$$

$$\cos(n\pi) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ par} \\ -1 & \text{si } n \text{ impar} \end{cases} = (-1)^n$$

Por tanto en $x \in (-\pi, \pi)$

$$f(x) = x = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin(nx)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(nx) = \frac{x}{2} \quad \text{con } x \in (-\pi, \pi)$$

Para el apartado b) consideramos la función

$$\hat{f}(x) = \pi - x \quad \text{con } 0 < x < 2\pi.$$

La extendemos en \mathbb{R} de manera periódica para que

$$f(x) = \pi - x \quad \text{con } x \in (2n\pi, 2\pi + 2n\pi). \text{ Esta es una}$$

función periódica de periodo 2π . Veamos que es impar.