MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso 2020–2021
Entregas
Hoja 4. Interpolación e integración numéricas

---

1 Sean $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ y $\{x_0, x_1, \ldots, x_{n+1}\} \subset [a,b]$ con $x_i \neq x_j$ si $i \neq j$. Si $P_1(x)$ y $P_2(x)$ son, respectivamente, los polinomios de interpolación de Lagrange de la función f en los nodos $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ y $\{x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}\}$, demostrar que

$$P(x) = \frac{(x - x_0)P_2(x) - (x - x_{n+1})P_1(x)}{x_{n+1} - x_0}$$

es el polinomio de interpolación de Lagrange de la función f en los nodos $\{x_0, x_1, \ldots, x_{n+1}\}$.

2 Demostrar que si una función spline cúbica coincide, en cada subintervalo de una partición del intervalo $[a,b]$, con un polinomio de grado ≤ 2, entonces dicha función es un polinomio de grado ≤ 2 globalmente en todo $[a,b]$. Probar que si, además, se imponen condiciones de tipo I, la función será una recta en todo $[a,b]$.

3 a) Para cada $n \in \mathbb{N}$, determinar el valor que se obtiene al aproximar la integral

$$I_n = \int_0^n e^{\operatorname{sen}(\pi x)} dx$$

mediante la fórmula de Newton–Côtes cerrada de $n+1$ puntos.

b) Determinar un número m de subintervalos para que el error cometido al aproximar la integral I_{10} mediante la regla de los trapecios sea inferior a una centésima.

4 Determinar, justificando la respuesta, el valor que se obtiene al aproximar las integrales

$$\int_0^{4000} x^{1001} \operatorname{sen}(\pi x)\, dx \quad \text{y} \quad \int_0^{4000} x^{1001} \cos(\pi x)\, dx$$

mediante la fórmula de Newton–Côtes cerrada de 1001 puntos.