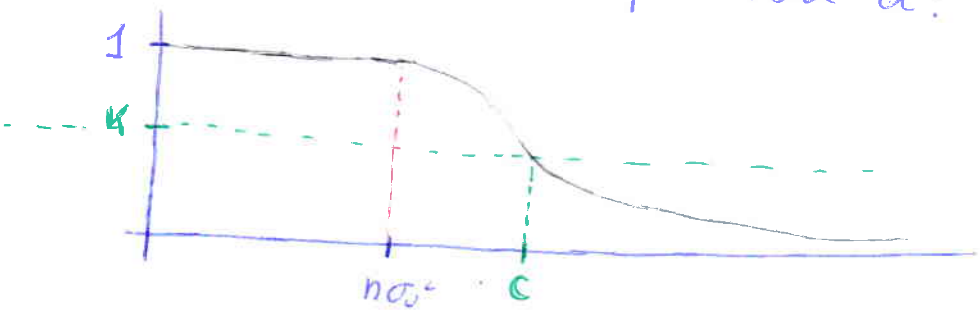
$$= \frac{1}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}(t - n\sigma_0^2)} \left(\frac{t}{n\sigma_0^2}\right)^{n/2 - 1} \left(1 - \frac{t}{n\sigma_0^2}\right) = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$t = 0 \quad o \quad t = n\sigma_0^2$$

Como estamos en la zona $t > n\sigma_0^2$ se puede comprobar que $t = n\sigma_0^2$ es un máximo y la representación de $f(t)$ es parecida a:



La región de rechazo según el test de razón de verosimilitudes viene dada por $R = \{(x_1 \dots x_n) \mid \lambda(x_1 \dots x_n) \leq K\}$ lo que equivale a $R = \{(x_1 \dots x_n) \mid f(t(x_1 \dots x_n)) \leq K\} = \{(x_1 \dots x_n) \mid t(x_1 \dots x_n) \geq c\}$

Esta última igualdad se da porque, como se puede ver en la figura, f es decreciente en t.

Por tanto, el test de hipótesis resulta ser:

$$\phi(x_1 \dots x_n) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum x_i^2 \geq c \\ 0 & \text{si } \sum x_i^2 < c \end{cases} \quad \text{con } c \text{ tal que}$$

$$\alpha = \sup_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2} E_{\sigma^2}[\phi(X_1 \dots X_n)].$$

$$\sup_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2} E_{\sigma^2}[\phi(X_1 \dots X_n)] = \sup_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2} P_{\sigma^2}\left[\sum_{i=1}^n X_i^2 \geq c\right] =$$

$$= \sup_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2} P_1\left\{\sum_{i=1}^n \frac{X_i^2}{\sigma^2} \geq \frac{c}{\sigma^2} \Big| \sigma^2\right\} \underset{\uparrow}{=} \sup_{\sigma^2 \leq \sigma_0^2} \left(1 - F_{\chi^2_n}\left(\frac{c}{\sigma^2}\right)\right) =$$

$\sum \frac{X_i^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_n$ porque $X_i \sim N(0, \sigma^2)$