$$= \int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1} \left(\cos^2\theta \operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta \operatorname{sen}^2\theta\right) d\theta\, dz = 4\int_0^{2\pi} \cos^2\theta \operatorname{sen}^2\theta \; d\theta =$$

$$= 4\int_0^{2\pi} (\cos\theta \operatorname{sen}\theta)^2 \; d\theta \underset{\operatorname{sen}2\theta = 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{\overset{\uparrow}{=}} 4\int_0^{2\pi} \left(\tfrac{1}{2}\operatorname{sen}2\theta\right)^2 d\theta =$$

$$= \int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2 2\theta \; d\theta \underset{\substack{\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ \cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta = \cos 2\theta}}{\overset{\uparrow}{=}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}(1-\cos 4\theta)\, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\, d\theta - \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \cos 4\theta \; d\theta =$$

$$= \pi - \left.\frac{\cos 4\theta}{8}\right]_0^{2\pi} = \pi .$$

En resumen, el flujo a través de S es igual al flujo a través de $\hat{S} = S_1 \cup S_2$ con $S_1 \cap S_2 = \phi$ por lo que

$$\boxed{\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}} = \iint_{\hat{S}} \vec{F}\cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{F}\cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{F}\cdot d\vec{S} = 0 + \pi = \boxed{\pi}$$