MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso 2020–2021
Prácticas
Hoja 4. Métodos iterativos

1 * Escribir un programa que resuelva un sistema lineal mediante el método de Jacobi por puntos, pidiendo por pantalla, además de la matriz y el segundo miembro, el número máximo de iteraciones y la precisión para el test de parada.

2 * Escribir un programa que resuelva un sistema lineal mediante el método de relajación por puntos, pidiendo por pantalla, además de la matriz y el segundo miembro, el parámetro de relajación, el número máximo de iteraciones y la precisión para el test de parada.

3 Dado $n \in \mathbb{N}$ se considera la matriz $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ donde

$$a_{ij} = \begin{cases} 20 + i & \text{si} \quad i = j \\ \dfrac{(-1)^{i+j}}{i+j} & \text{si} \quad i \neq j \end{cases}$$

y el vector $b = (b_i)_{i=1}^n$ con

$$b_i = \frac{1}{i}, \; i = 1, 2, \ldots, n.$$

Resolver, para valores grandes de n, el sistema lineal $Au = b$ mediante el método de relajación por puntos, tomando como valores del parámetro $w = 0.1 : 0.1 : 1.9$ y con una precisión en el test de parada de 10^{-10}. Determinar el mejor valor de w entre todos los anteriores.

4 Programar el método de Jacobi por bloques para matrices de diagonal estrictamente dominante de forma que, en cada iteración, los sistemas asociados a los bloques diagonales se resuelvan mediante factorización LU.

5 Programar el método de relajación por bloques para matrices simétricas definidas positivas de forma que, en cada iteración, los sistemas asociados a los bloques diagonales se resuelvan mediante factorización de Cholesky.

6 (Optativo) Dada la matriz A descompuesta por bloques en la forma $A = (A_{ij})_{i,j=1}^{20}$ donde

$$A_{ij} = \frac{(-1)^{i+j}}{i+j} I_{20} \; \text{si} \; i \neq j,$$

siendo I_{20} la matriz identidad de orden 20, y

$$A_{ii} = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 & & & & \\ -1 & 8 & -1 & -1 & & & \\ -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 \\ & & & -1 & -1 & 8 & -1 \\ & & & & -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

aplicar los programas de las Prácticas 4 y 5 para resolver el sistema lineal $Au = b$ siendo $b = (1, 1, \ldots, 1)^{\mathrm{T}}$.