Investigación Operativa

Hoja 5

Problema 1

a)

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ s.\,a.: \quad & -2x_1 + x_2 \le 1 \\ & x_2 \le 2 \\ & x_1 + x_2 \le 3 \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	–2	1	1	0	0	1
x_4	0	1	0	1	0	2
x_5	1	1	0	0	1	3
	1	1	0	0	0	$Z–0$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	3	1	0	2	7
x_4	0	1	0	1	0	2
x_1	1	1	0	0	1	3
	0	0	0	0	–1	$Z – 3$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	0	1	–3	2	1
x_2	0	1	0	1	0	2
x_1	1	0	0	–1	1	1
	0	0	0	0	–1	$Z – 3$

Las dos últimas tablas presentan soluciones básicas factibles óptimas.

La solución óptima del **problema dual** del problema resuelto mediante el algoritmo del Simplex es:

$$y_1^* = 0,\ \ y_2^* = 0,\ \ y_3^* = 1$$

b)

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 \\ s.\,a.: \quad & 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ & -4x_1 + 5x_2 \le 15 \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	2	–3	1	0	6
x_4	–4	5	0	1	15
	3	2	0	0	Z–0

	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	1	–3/2	1/2	0	3
x_4	0	–1	2	1	27
	0	13/2	–3/2	0	$Z-9$

Problema con solución no acotada.

El problema dual es infactible.

c)

$$\begin{aligned}
\max \quad & -2x_1^+ + 2x_1^- + x_2 \\
s.a.: \quad & -x_1^+ + x_1^- + 2x_2 \le 4 \\
& -7x_1^+ + 7x_1^- + 2x_2 \le 15 \\
& x_1^+ - x_1^- + x_2 \le 3 \\
& x_1^+ \ge 0, , x_1^- \ge 0, x_2 \ge 0
\end{aligned}$$

	x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	–1	1	2	1	0	0	4
x_4	–7	7	2	0	1	0	15
x_5	1	–1	1	0	0	1	3
	–2	2	1	0	0	0	*Z*–0

	x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	0	12/7	1	–1/7	0	13/7
x_1^-	–1	1	2/7	0	1/7	0	15/7
x_5	0	0	9/7	0	1/7	1	36/7
	0	0	3/7	0	–2/7	0	*Z*–(30/7)

	x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_2	0	0	1	7/12	–1/12	0	13/12
x_1^-	–1	1	0	–1/6	1/6	0	11/6
x_5	0	0	0	–3/4	1/4	1	15/4
	0	0	0	–1/4	–1/4	0	*Z*–(19/4)

Solución óptima: $x_1^* = -11/6$, $x_2^* = 13/12$, $x_3^* = 0$, $x_4^* = 0$, $x_5^* = 15/4$, $z^* = 19/4$.

La solución óptima del **problema dual** del problema resuelto mediante el algoritmo del Simplex es:

$$y_1^* = \frac{1}{4}, \; y_2^* = \frac{1}{4}, \; y_3^* = 0$$

d)

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + x_2 \\ s.a.: \quad & -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & 7x_1 + 2x_2 \geq 15 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Fase I ($w = x_5$)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	−1	2	1	0	0	4
x_5	7	2	0	−1	1	15
	3	1	0	0	0	$Z - 0$
	−7	−2	0	1	0	$W - 15$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	16/7	1	−1/7	1/7	43/7
x_1	1	2/7	0	−1/7	1/7	15/7
	0	1/7	0	3/7	−3/7	Z–(45/7)
	0	0	0	0	1	$W - 0$

Fase II ($z = 3x_1 + x_2$)

Solución óptima: $x_1^* = 15/7$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = 43/7$, $x_4^* = 0$, $z^* = 45/7$

La solución óptima del **problema dual** del problema resuelto mediante el algoritmo del Simplex es:

$$y_1^* = 0, \quad y_2^* = \frac{3}{7}$$

Investigación Operativa

Hoja 5 (2)

$$\begin{aligned} &\max \quad z = 3x_1 + x_2 + 5x_3 \\ &s.a.: \quad 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 45 \quad \text{(mano de obra)} \\ &\qquad\quad 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \le 30 \quad \text{(materiales)} \\ &\qquad\quad x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

a) Determinar los niveles óptimos de producción y el beneficio máximo.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	6	3	5	1	0	45
x_5	3	4	5	0	1	30
	3	1	5	0	0	$Z-0$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	3	−1	0	1	−1	15
x_3	3/5	4/5	1	0	1/5	6
	0	−3	0	0	−1	$z-30$

I) Solución óptima: $\bar{x}_1 = 0$, $\bar{x}_2 = 0$, $\bar{x}_3 = 6$, $\bar{x}_4 = 15$, $\bar{x}_5 = 0$, $z^* = 30$

Observación: Existe solución óptima básica alternativa,

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	−1/3	0	1/3	−1/3	5
x_3	0	1	1	−1/5	2/5	3
	0	−3	0	0	−1	$Z-30$

II) Solución óptima (básica) alternativa: $\bar{\bar{x}}_1 = 5$, $\bar{\bar{x}}_2 = 0$, $\bar{\bar{x}}_3 = 3$, $\bar{\bar{x}}_4 = 0$, $\bar{\bar{x}}_5 = 0$, $z^* = 30$.

b) ¿Cuál sería la solución óptima si el beneficio asociado a la unidad de producto A fuese de 2 unidades monetarias, en lugar de 3?.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + x_2 + 5x_3 \\ s.a.: \quad & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 45 \quad \text{(mano de obra)} \\ & 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 30 \quad \text{(materiales)} \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Puesto que, en la tabla que presenta la solución básica óptima I), $\mathbf{x_1}$ no es variable básica, el único valor que se modifica en dicha tabla es $\bar{c}_1$ ($\bar{c}_1' = \bar{c}_1 - 1 = -1$). Por tanto, la solución I) es la única solución óptima.

c) Supóngase que pueden obtenerse 15 unidades adicionales de material con un coste global de 10 unidades monetarias. ¿Conviene invertir en la adquisición de material?.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3x_1 + x_2 + 5x_3 \\ s.a.: \quad & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 45 \quad \text{(mano de obra)} \\ & 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 45 \quad \text{(materiales)} \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Considerando la tabla que presenta la solución óptima I) del problema original. Puesto que

$$B^{-1}(b + \Delta b) = \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

La modificación considerada transforma la tabla I) en la siguiente tabla I´).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	3	−1	0	1	−1	0
x_3	3/5	4/5	1	0	1/5	9
	0	−3	0	0	−1	$z - 45$

Por tanto, interesa realizar la inversión en material, considerando la solución óptima:

$\tilde{x}_1 = \mathbf{0}$, $\tilde{x}_2 = \mathbf{0}$, $\tilde{x}_3 = \mathbf{9}$, $\tilde{x}_4 = \mathbf{0}$, $\tilde{x}_5 = \mathbf{0}$, $\tilde{z}^* = \mathbf{45}$.

d) Un grupo de ingenieros presenta a la compañía una serie de innovaciones técnicas con las que los requerimientos de material del producto B se reducen a 2 unidades. ¿Afecta esta modificación a la solución óptima alcanzada en a)?.

Puesto que la variable $\mathbf{x_2}$ no es variable básica en ninguna de las soluciones básicas óptimas (I y II) obtenidas en a), en ambas tablas la solución óptima del problema dual es: $\lambda^t = (0, 1)$. Por tanto, en ambas tablas $\overline{c}_2' = -1$. Luego las dos soluciones óptimas básicas obtenidas en a) siguen siendo óptimas.

Se propone:

$$\bar{x}_1 = 0\,, \quad \bar{x}_2 = 2\,, \quad \bar{x}_3 = 0\,, \quad \bar{x}_4 = 7\,, \quad \bar{x}_5 = 0\,.$$

como solución óptima del siguiente problema (*P*):

$$\begin{aligned}
\max \quad & z = 8\,x_1 - 9x_2 + 12x_3 + 4x_4 + 11x_5 \\
\text{s. a. :} \quad & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 3x_5 \le 1 \\
& x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 \le 1 \\
& 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 2x_4 + 3x_5 \le 22 \\
& x_1 \ge 0,\; x_2 \ge 0,\; x_3 \ge 0,\; x_4 \ge 0,\; x_5 \ge 0.
\end{aligned}$$

Se debe determinar si, la solución propuesta, es efectivamente solución óptima del problema formulado.

Por el corolario del Teorema de Holgura Complementaria, $\bar{x}$ es solución óptima de *P*, si y sólo si, existe una solución factible $\bar{y}$, del problema dual de *P* (el problema *D*), que satisface las condiciones de holgura complementaria respecto de $\bar{x}$.

El problema *D* es el problema:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \mathrm{w} = y_1 + y_2 + 22y_3 \\
\text{s. a. :} \quad & 2y_1 + y_2 + 5y_3 \ge 8 \\
& -3y_1 + 7y_2 + 4y_3 \ge -9 \\
& 4y_1 + 3y_2 - 6y_3 \ge 12 \\
& y_1 - 2y_2 + 2y_3 \ge 4 \\
& 3y_1 + y_2 + 3y_3 \ge 11 \\
& y_1 \ge 0,\; y_2 \ge 0,\; y_3 \ge 0,\; y_4 \ge 0,\; y_5 \ge 0\,.
\end{aligned}$$

Imponer a $(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3)$ la verificación de las condiciones de holgura complementaria respecto de $\bar{x}$, significa:

i) Puesto que $\bar{x}$ verifica la segunda restricción del problema *P* de forma estricta

$$\bar{x}_1 + 7\bar{x}_2 + 3\bar{x}_3 - 2\bar{x}_4 + \bar{x}_5 = 0 < 1$$

debe ser $\bar{y}_2 = 0$.

ii) Puesto que, $\bar{x}_2 = 2 > 0\ \ y\ \ \bar{x}_4 = 7 > 0$, $(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3)$ debe verificar las restricciones segunda y cuarta del problema *D* con igualdad.

Es decir, ($\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$) cumple las condiciones de holgura complementaria respecto de $\bar{x}$, si y sólo si, se verifica:

$$\begin{cases} \bar{y}_2 = 0 \\ -3\bar{y}_1 + 7\bar{y}_2 + 4\bar{y}_3 = -9 \\ \bar{y}_1 - \overline{2y}_2 + 2\bar{y}_3 = 4 \end{cases}$$

La solución del sistema de ecuaciones anterior es:

$$\bar{y}_1 = \frac{17}{5}, \quad \bar{y}_2 = 0, \quad \bar{y}_3 = \frac{3}{10} \quad .$$

Se verifica: $\bar{y}_1 \geq 0$, $\bar{y}_2 \geq 0$, $\bar{y}_3 \geq 0$.

A continuación, se comprueba si ($\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$) verifica las restricciones primera, tercera y quinta del problema *D*.

$$2\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 5\bar{y}_3 = \frac{83}{10} \geq 8$$

$$4\bar{y}_1 + 3\bar{y}_2 - 6\bar{y}_3 = \frac{118}{10} < 12$$

$$3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 3\bar{y}_3 = \frac{111}{10} \geq 11$$

Al no verificarse la tercera restricción, $\bar{y}$ no es solución factible del problema *D*. No existe, solución factible dual, que verifique las condiciones de holgura complementaria respecto de $\bar{x}$. Por tanto, se concluye que **$\bar{x}$ no es solución óptima del problema *P***.

La solución óptima del problema *P* es:

$$\bar{x}_1 = 0\,, \quad \bar{x}_2 = \frac{131}{62}\,, \quad \bar{x}_3 = \frac{5}{62}\,, \quad \bar{x}_4 = \frac{435}{62}\,, \quad \bar{x}_5 = 0\,.$$

La solución óptima del problema *D* es:

$$\bar{y}_1 = \frac{213}{62}, \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{62}, \quad \bar{y}_3 = \frac{37}{124} \quad .$$

Siendo el valor óptimo de las funciones objetivo de los problemas *P* y *D*:

$$z^* = w^* = \frac{621}{62}.$$

Investigación Operativa

Hoja 5

Problema 4

$$\min \quad z = x_1 - 3x_2 - x_3$$
$$s.a.: \quad x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$$
$$x_1 + 2x_2 \quad - x_3 = 4$$
$$x_1 \geq 0, \ \ x_2 \geq 0, \ \ x_3 \geq 0$$

<u>FASE I</u>

$$\min \quad w = x_4 + x_5$$
$$s.a.: \quad x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \quad = 12$$
$$x_1 + 2x_2 \quad - x_3 \quad + x_5 = 4$$
$$x_1 \geq 0, \ \ x_2 \geq 0, \ \ x_3 \geq 0, \ \ x_4 \geq 0, \ \ x_5 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	**1**	**4**	**3**	**1**	**0**	**12**
x_5	**1**	**2**	**–1**	**0**	**1**	**4**
	1	**–3**	**–1**	**0**	**0**	***Z*–0**
	–2	**–6**	**–2**	**0**	**0**	***W*–16**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	**–1**	**0**	**5**	**1**	**–2**	**4**
x_2	**1/2**	**1**	**–1/2**	**0**	**1/2**	**2**
	5/2	**0**	**–5/2**	**0**	**3/2**	***Z*–(–6)**
	1	**0**	**–5**	**0**	**3**	***W*–4**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**12/5**
	2	**0**	**0**	**1/2**	**1/2**	***Z*–(–8)**
	0	**0**	**0**	**1**	**1**	***W*–0**

FASE II

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**12/5**
	2	**0**	**0**	**1/2**	**1/2**	***Z*–(–8)**

Solución óptima:

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = \frac{12}{5}, \quad x_3^* = \frac{4}{5}$$

$$z^* = -8$$

a) Se considera la función objetivo: $\quad min \quad z = -x_1 + x_2 + 2x_3$

Por tanto, se calculan los nuevos costes reducidos, a partir de la tabla asociada a la solución óptima, y el nuevo valor de la función objetivo en dicha solución:

$$\bar{c}'_1 = -1 - (2,1)\begin{pmatrix} -1/5 \\ 2/5 \end{pmatrix} = -1 \ < 0$$

$$\left(\bar{c}'_4 = 0 - (2,1)\begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/10 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \ , \qquad \bar{c}'_5 = 0 - (2,1)\begin{pmatrix} -2/5 \\ 3/10 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \right)$$

Puesto que el coste reducido de x_1 es negativo, se efectúa el correspondiente pivotaje.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**12/5**
	–1	**0**	**0**	**–1/2**	**1/2**	***Z* – 4**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**0**	**1/2**	**1**	**1/4**	**–1/4**	**2**
x_1	**1**	**5/2**	**0**	**1/4**	**3/4**	**6**
	0	**5/2**	**0**	**–1/4**	**5/4**	***Z* – (–2)**

Solución óptima única:

$$\boldsymbol{x_1^* = 6, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2}$$

$$\boldsymbol{z^* = -2}$$

b) Se considera la función objetivo: $min \quad z = \frac{1}{5}x_1 + x_2 + x_3$

Por tanto, se calculan los nuevos costes reducidos, a partir de la tabla asociada a la solución óptima, y el nuevo valor de la función objetivo en dicha solución:

$$\bar{c}'_1 = \frac{1}{5} - (1,1)\begin{pmatrix} -1/5 \\ 2/5 \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\bar{c}'_4 = 0 - (1,1)\begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/10 \end{pmatrix} = -\frac{3}{10}\ , \qquad \bar{c}'_5 = 0 - (1,1)\begin{pmatrix} -2/5 \\ 3/10 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \right)$$

Puesto que el coste reducido de x_1 es nulo, se efectúa el correspondiente pivotaje, para obtener una solución básica óptima alternativa.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**12/5**
	0	**0**	**0**	**–3/10**	**1/10**	***Z* – 16/5**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**0**	**1/2**	**1**	**1/4**	**–1/4**	**2**
x_1	**1**	**5/2**	**0**	**1/4**	**3/4**	**6**
	0	**0**	**0**	**–3/10**	**1/10**	***Z* – 16/5**

Solución básica óptima alternativa:

$$\boldsymbol{x_1^* = 6, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2}$$

$$\boldsymbol{z^* = \frac{16}{5}}$$

d) Se considera el nuevo vector de términos independientes: $b' = \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \end{pmatrix}$

Por tanto, se calculan los nuevos valores de los elementos de la columna de la derecha en la tabla asociada a la solución óptima:

$$B^{-1}b' = \begin{pmatrix} 1/5 & -2/5 \\ 1/10 & 3/10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/5 \\ 37/10 \end{pmatrix}$$

$$c_B^t B^{-1}b' = (-1, -3) \begin{pmatrix} -3/5 \\ 37/10 \end{pmatrix} = -\frac{21}{2}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**–3/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**37/10**
	2	**0**	**0**	**1/2**	**1/2**	***Z* – (–21/2)**

Se aplica el algoritmo dual del simplex.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	**1**	**0**	**–5**	**–1**	**2**	**3**
x_2	**0**	**1**	**2**	**1/2**	**–1/2**	**5/2**
	0	**0**	**10**	**5/2**	**–7/2**	***Z* – (–9/2)**

Solución óptima única:

$$\boldsymbol{x_1^* = 3, \quad x_2^* = \frac{5}{2}, \quad x_3^* = 0}$$

$$\boldsymbol{z^* = -\frac{9}{2}}$$

f) Se considera una nueva variable x_4 en el problema original, por lo que las variables artificiales pasan a ser las variables x_5 y x_6. Hay que calcular la columna, asociada a la nueva variable, que debe introducirse en la tabla asociada a la solución óptima.

$$B^{-1}a_4 = \begin{pmatrix} 1/5 & -2/5 \\ 1/10 & 3/10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{c}_4 = -2 - (-1,-3)\begin{pmatrix} -1/5 \\ 2/5 \end{pmatrix} = -1 < 0$$

Puesto que el coste reducido de la nueva variable es negativo, se aplica el algoritmo primal del simplex.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**–1/5**	**1/5**	**–2/5**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**2/5**	**1/10**	**3/10**	**12/5**
	2	**0**	**0**	**–1**	**1/2**	**1/2**	***Z* – (–8)**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**0**	**1/2**	**1**	**0**	**1/4**	**–1/4**	**2**
x_4	**1**	**5/2**	**0**	**1**	**1/4**	**3/4**	**6**
	3	**5/2**	**0**	**0**	**3/4**	**5/4**	***Z* – (–14)**

Solución óptima única:

$$\boldsymbol{x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0 \quad x_3^* = 2, \quad x_4^* = 6}$$

$$\boldsymbol{z^* = -14}$$

g)

$$min \quad z = x_1 - 3x_2 - x_3$$

$$s.a.: \quad x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 \quad - x_3 = 4$$

$$-3x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq -10$$

$$x_1 \geq 0, \;\; x_2 \geq 0, \;\; x_3 \geq 0$$

Se denota por x_6 a la variable de holgura de la última restricción, que se considera nueva variable básica.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**0**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**0**	**12/5**
x_6	**–2/5**	**0**	**0**	**–1/10**	**27/10**	**1**	**–2/5**
	2	**0**	**0**	**1/2**	**1/2**	**0**	***Z*–(–8)**

Se aplica el algoritmo dual del simplex.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**0**	**0**	**1**	**1/4**	**–7/4**	**–1/2**	**1**
x_2	**0**	**1**	**0**	**0**	**3**	**1**	**2**
x_1	**1**	**0**	**0**	**1/4**	**–27/4**	**–5/2**	**1**
	0	**0**	**0**	**0**	**14**	**5**	***Z*–(–6)**

Solución óptima única:

$$\boldsymbol{x_1^* = 1, \quad x_2^* = 1 \quad x_3^* = 1, \quad x_6^* = 0}$$

$$\boldsymbol{z^* = -6}$$

h)

$$min \quad z = x_1 - 3x_2 - x_3$$

$$s.a.: \quad x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 \quad - x_3 = 4$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -4$$

$$x_1 \geq 0, \ \ x_2 \geq 0, \ \ x_3 \geq 0$$

Se denota por x_6 a la variable de holgura de la última restricción, que se considera nueva variable básica.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**–1/5**	**0**	**1**	**1/5**	**–2/5**	**0**	**4/5**
x_2	**2/5**	**1**	**0**	**1/10**	**3/10**	**0**	**12/5**
x_6	**–4/5**	**0**	**0**	**3/10**	**–1/10**	**1**	**–4/5**
	2	**0**	**0**	**1/2**	**1/2**	**0**	***Z*–(–8)**

Se aplica el algoritmo dual del simplex.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	**0**	**0**	**1**	**1/8**	**–3/8**	**–1/4**	**1**
x_2	**0**	**1**	**0**	**1/4**	**1/4**	**1/2**	**2**
x_1	**1**	**0**	**0**	**–3/8**	**1/8**	**–5/4**	**1**
	0	**0**	**0**	**5/4**	**1/4**	**5/2**	***Z*–(–6)**

$$\boldsymbol{x_1^* + x_2^* + x_3^* = 4}$$

Solución óptima única:

$$\boldsymbol{x_1^* = 1, \quad x_2^* = 2 \quad x_3^* = 1, \quad x_6^* = 0}$$

$$\boldsymbol{z^* = -6}$$