$S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 3 - x^2 - y^2, \ z \in (0,2)\} \setminus \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y = 0\}$

$S_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1, \ z < 2\} \setminus \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y = 0\}$

$S_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 < 3, \ z = 0\} \setminus \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y = 0\}$

$\partial \hat{V} = \partial V \setminus \left(\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y = 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z = 2\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 3, z = 0\}\right)$

Como solo estamos quitando curvas para calcular una integral de superficie el cómputo de la integral se conserva y

$$\iint_{\partial V} \nabla f \cdot d\vec{S} = \iint_{\partial \hat{V}} \nabla f \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \nabla f \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \nabla f \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \nabla f \cdot d\vec{S}$$

Si calculamos estas tres integrales por separado:

1) Damos una parametrización de S_1

$$\Phi_1 : (0, 2\pi) \times (1, \sqrt{3}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(\theta, r) \longrightarrow (r\cos\theta, r\,\mathrm{sen}\,\theta, 3 - r^2)$$

Φ_1 es C^1 e inyectiva y si $D_1 = (0,2\pi) \times (1, \sqrt{3}) \Rightarrow \Phi_1(D) = S_1$.

Para calcular los vectores normales:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} &= (-r\,\mathrm{sen}\,\theta, r\cos\theta, 0) \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} &= (\cos\theta, \mathrm{sen}\,\theta, -2r) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} \times \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -r\,\mathrm{sen}\,\theta & r\cos\theta & 0 \\ \cos\theta & \mathrm{sen}\,\theta & -2r \end{vmatrix} =$$

$$= -2r^2\cos\theta\,\vec{i} - 2r^2\,\mathrm{sen}\,\theta\,\vec{j} - r(\mathrm{sen}^2\theta + \cos^2\theta)\,\vec{k} =$$

$$= (-2r^2\cos\theta, -2r^2\,\mathrm{sen}\,\theta, -r)$$