

Entonces

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx$$

\uparrow
f función par

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} f(x) dx &= \int_0^{\pi} -\ln \left| 2 \sin \frac{x}{2} \right| dx = \int_0^{\pi} -\ln (2 \sin \frac{x}{2}) dx = \\ &= \int_0^{\pi} \ln 2 dx - \int_0^{\pi} \ln \left(\sin \frac{x}{2} \right) dx, \end{aligned}$$

$$\int_0^{\pi} \ln \left(\sin \frac{x}{2} \right) dx = 2 \int_0^{\pi/2} \ln (\sin u) du = -\pi \ln 2$$

$$\frac{x}{2} = u$$

$$\frac{dx}{2} = du$$

$$x = \pi \Rightarrow u = \pi/2$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 0$$

Nos lo creemos de momento y luego lo probamos *1

$$\Rightarrow \int_0^{\pi} f(x) dx = -\pi \ln 2 - (-\pi \ln 2) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$$

Como la función es par todos los términos b_n que multiplican a los $\sin(nx)$ serán 0 ya que

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \quad \text{y} \quad g(x) = f(x) \sin(nx) \text{ es impar}$$