Por tanto

$$\iint_{\partial V} (\nabla f + rot(\vec{F}))\cdot d\vec{S} = \iint_{\partial V} \nabla f \cdot d\vec{S} + \overbrace{\cancel{\iint_{\partial V} rot(\vec{F})\cdot d\vec{S}}}^{0} =$$

$$= \iint_{\partial \hat{V}} \nabla f \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \nabla f \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \nabla f \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \nabla f \cdot d\vec{S} =$$

$$= 12\pi + \frac{4\pi}{3} + 0 = \boxed{\frac{40}{3}\pi}$$

Podemos hacer el ejercicio de otra manera y es aplicando el teorema de Gauss. Por lo visto anteriormente para probar que $\iint_{\partial V} rot(\vec{F})\cdot d\vec{S} = 0$ hemos podido comprobar que ∂V se puede dividir en superficies orientadas con bordes tales que al aplicar Stokes, se recorren una vez en cada sentido. Esto es equivalente a que V es un sólido simple y por el Teorema de Gauss:

$$\iint_{\partial V} (\nabla f + rot(\vec{F}))\cdot d\vec{S} = \iiint_V div(\nabla f + rot(\vec{F})) = \iiint_V div(\nabla f)$$

$$+ \iiint_V div(\overbrace{\cancel{rot(\vec{F})}}^{0}) = \iiint_V div(\nabla f).$$

Ahora, $\nabla f(x,y,z) = (2x+2y-3, 2x, 2z)$ y $div(\nabla f) = 2+0+2 = 4$

$$\Rightarrow \iint_{\partial V} (\nabla f + rot(\vec{F}))\cdot d\vec{S} = \iiint_V 4 = 4\, vol(V).$$