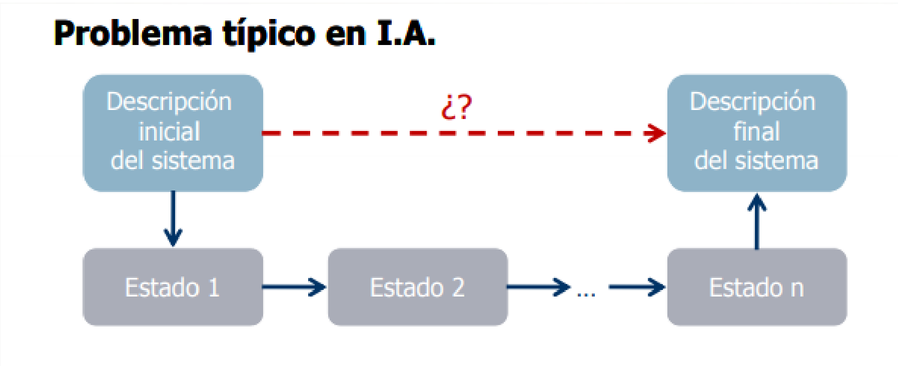
# Colección genérica de problemas de representación para el Tema 2

Se incluye una colección de problemas de sencillos que han sido recopilados de distintas fuentes y que se usan en los cursos de IA clásica para ejemplificar las técnicas de representación y resolución de problemas más sencillas. Algunos de estos problemas puede que los conozcáis de las asignaturas de algoritmia y/o de las explicaciones de clase y/o de exámenes de otros años. Algunos pueden proponerse para resolverlos en el laboratorio.

Cada problema se podría resolver con distintos métodos y se pueden plantear distintas alternativas para la representación y resolución del problema. Los problemas de los que se ocupa la I.A. son NP-difíciles aunque algunos problemas en el tamaño presentado en esta colección no lo son. El objetivo es que sirvan de práctica de la representación y resolución de problemas del Tema 2 de la asignatura IA 1.




Aunque en algunos de los problemas se proponen cuestiones particulares, para todos los problemas se pide resolver las siguientes cuestiones generales:

a) Proponer una representación de los posibles estados y describir el espacio completo de estados. ¿Qué tamaño tiene este espacio?
b) Indica un estado inicial
c) Indica la función de comprobación de objetivo.
d) Define las acciones y función de transición válida para resolver el problema como una búsqueda en el espacio de estados.
e) Indica cual es el factor de ramificación teórico (máximo o medio) del árbol de búsqueda.
f) Define una función de coste.
g) Define una función heurística h’ que sirva para medir la bondad de un estado respecto del objetivo buscado. Analiza las propiedades de admisibilidad y consistencia de h’.

1. **Problema de las 2 Jarras:** Se tienen dos jarras de agua, una de 4 litros y otra de 3 litros sin escala de medición. Se desea obtener exactamente 2 litros de agua en la jarra de 4 litros. Las operaciones válidas son: llenar cada una de las jarras, vaciar una de las jarras, pasar agua de una jarra a otra (hasta que la primera se vacía o la segunda se llena).
2. **Misioneros y Caníbales:** Hay 3 misioneros y 3 caníbales a la orilla de un río. Tienen una barca con capacidad para dos personas como máximo. Se desea que los seis crucen el río, pero hay que considerar que no debe haber más caníbales que misioneros en ningún sitio porque entonces los caníbales se los comerían. Además, la barca siempre debe ser conducida por alguien.
3. **El Granjero:** Un granjero va al mercado y compra un lobo, una oveja y una col. Para volver a su casa tiene que cruzar un río. El granjero dispone de una barca para cruzar a la otra orilla, pero en la barca solo caben él y una de sus compras. Si el lobo se queda solo con la oveja, se la come, si la oveja se queda sola con la col, se la come. El reto del granjero es cruzar el río con todas sus compras. ¿Cómo puede hacerlo?
4. **Problema de las 3 Jarras:** Se tienen 3 jarras de 12, 8 y 3 litros de capacidad y un grifo. Las operaciones que se pueden realizar con ellas son: llenar cada una de las jarras de agua, volcar el contenido de una en cualquier otra (hasta que una de las dos se vacía, o la otra se llena), o bien vaciar su contenido en el suelo. El objetivo es conseguir exactamente 1 litro en alguna de las jarras.
5. **Problema del coloreado de mapas:** Fijado un grafo, G, con un etiquetado dado y una función vecinos(x,y) que indica si los nodos x e y son vecinos en G. Determina (y en caso positivo, proporciona) si existe un coloreado válido de G haciendo uso de K colores. (Un coloreado es una asignación de colores a nodos, y es válido si nodos conectados están coloreados con colores distintos).
6. Un **cuadrado mágico** consiste en una distribución de números en filas y columnas, formando un cuadrado, de forma que los números de cada fila, columna y diagonal suman lo mismo. Aunque es posible recrear diferentes tipos de cuadrados mágicos, tradicionalmente se forman con los números naturales desde el 1 hasta $n^2$, donde $n$ es el lado del cuadrado. Representa el problema de generación automática de cuadrados mágicos de tamaño n como un problema de espacio de estados. ¿Cuál sería su factor de ramificación y profundidad?

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

7. Tenemos **10 cartas** numeradas del 1 al 10. El objetivo es separarlas en 2 montones de forma que la suma de las cartas del primer montón esté

lo más cerca posible a 36 y el producto de las cartas del segundo montón esté lo más cerca posible a 360.

8. **El problema del 8-puzzle:** es un puzle de deslizamiento que consiste en un conjunto de 8 piezas en un marco de tamaño 3×3, por lo que queda un hueco libre. El objetivo del puzle consiste en encontrar la sucesión de movimientos (moviendo piezas al hueco libre) que llevan el tablero inicial a un tablero objetivo dado.

**START**

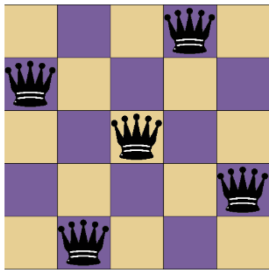
| | | |
|---|---|---|
| 2 | 6 | 1 |
| | 7 | 8 |
| 3 | 5 | 4 |

**GOAL**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | |

9. **Torres de Hanoi:** Se tienen N discos de distinto tamaño apilados sobre una base A de manera que cada disco se encuentra sobre uno de mayor radio. Existen otras dos bases vacías B y C. Haciendo uso únicamente de las 3 bases, el objetivo es llevar todos los discos de la base A hasta la base C.
Sólo se puede mover un disco a la vez, y cada disco puede descansar solamente en las bases o sobre otro disco de tamaño superior, pero no en el suelo.

10. **Problema de las N reinas:**
El objetivo es colocar N reinas en un tablero de ajedrez de tamaño N×N sin que se amenacen entre ellas.
Una reina amenaza a otra si ambas están en la misma fila, columna o diagonal.



11. **Criptoaritmética:**
Sabemos que cada letra representa un dígito (y sólo uno). El objetivo es determinar el valor de cada una de las letras de tal manera que la operación sea correcta aritméticamente.

$$\begin{array}{r} \mathrm{SEND} \\ +\,\mathrm{MORE} \\ \hline \mathrm{MONEY} \end{array}$$

12. **Cruzar el puente:**
Un grupo de 5 personas quiere cruzar un viejo y estrecho puente. Es una noche cerrada y se necesita llevar una linterna para cruzar, pero el grupo sólo dispone de una linterna, a la que le quedan 5 minutos de batería. Cada persona tarda en cruzar 10, 30, 60, 80 y 120 segundos, respectivamente.

El puente sólo resiste un máximo de 2 personas cruzando a la vez, y cuando cruzan dos personas juntas caminan a la velocidad del más lento. No se puede lanzar la linterna de un extremo a otro del puente, así que cada vez que crucen dos personas, alguien tiene que volver a cruzar hacia atrás con la linterna a buscar a los compañeros que falten, y repetir este proceso hasta que hayan cruzado todos. ¿Cuál sería una solución válida?

13. **El juego del quince**

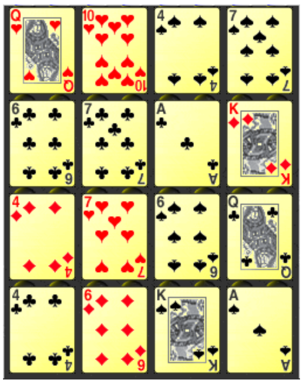


**Figura A**

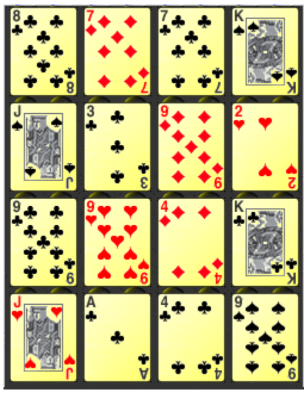


**Figura B**

El objetivo de este solitario es encontrar combinaciones de 2 o 3 cartas que sumen 15 puntos. Estas cartas serán eliminadas del tablero. También se pueden eliminar 2 cartas con el mismo valor (sin importar lo que sumen). Cada carta tiene el valor indicado y las figuras valen 10. Las cartas pueden estar colocadas en cualquier posición, es decir, no es necesario que estén consecutivas para poder ser combinadas. Se gana el solitario cuando el tablero queda vacío.

14. **Problema de las bolsas:**
Se pretende encontrar una manera de distribuir un conjunto de objetos, O={o1,…,on}, en bolsas, usando el menor número posible de bolsas. Cada objeto tiene un peso asociado, Peso(oi)=pi, y las bolsas tienen un límite de peso soportado, B.

15. **El juego de las fichas (o de las ranas):** Tenemos N ranas negras y N blancas situadas encima de 2N+1 posiciones tal y como muestra la figura (en el caso particular de N=3). El objetivo consiste en intercambiar la posición de las ranas negras y blancas. Para ello, una rana puede moverse a una posición adyacente vacía (con coste 1) o desplazarse a una posición vacía saltando una o dos ranas (coste número de ranas saltadas).

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | N | N | | B | B | B |

16. Disponemos de **dos relojes de arena**. Uno mide 7 minutos y el otro mide 11 minutos. Inicialmente los dos relojes tienen toda la arena en uno de sus lados. Con estos dos relojes podemos hacer las siguientes cosas:

- Girar un reloj (con lo que la arena de un lado cae en el otro).
- Girar los dos relojes a la vez hasta que uno de los dos se vacíe.

El problema a resolver, con ayuda exclusiva de los dos relojes, es lograr una configuración en la que el contenido de uno de los lados de alguno de los dos relojes equivalga a 3 minutos.

17. **Todos los dígitos del Rey**: Dado el conjunto de dígitos 0123456789, inserta los símbolos de los operadores aritméticos ×+−/,) y paréntesis entre ellos para que la expresión resultante se evalúe como 100. Por ejemplo:

    $$0+1+2+3+4+5+6+7+(8\times9)=100$$

    ¿Puedes encontrar alguna otra solución?

18. **Suma nula:** Dado un conjunto de enteros I={i1,…,in}, el problema es encontrar un subconjunto S⊆I que sume 0.
19. **Juego de las Cifras (Cifras y Letras):** Dados 6 números, y un numero objetivo O, encontrar la combinación aritmética entre ellos que se aproxima lo más posible a O.

20. Dados cuatro números naturales n, m, r y T, encontrar una secuencia mínima de operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) que usando n y m únicamente y partiendo de0, obtenga como resultado T, con la restricción adicional de que ni n ni m se pueden usar más de r veces. Por ejemplo, si n=2, m=3, r=3 y T=28, una posible solución (no necesariamente mínima) es ((((((0+3)×3)×2)−3)×2)−2), ya que el resultado es 28 y ni 2 ni 3 se han usado más de tres veces cada uno.

21. **Sudoku:** Este problema (que se publicó en Nueva York en el año 1979 bajo el nombre de "Number Place") se hizo popular en Japón con el nombre de sudoku. El problema consiste en rellenar las casillas de un tablero de 9x9 con números del 1 al 9, de forma que no se repita ningún número en la misma fila, columna, o subcuadro de 3 × 3 que componen el sudoku. Es habitual que se den algunas casillas ya rellenas.

22. Trabajaremos con números de 3 cifras (de 100 a 999). Inicialmente, tenemos dos números S (Start) y G (Goal), y un conjunto de números que denotaremos por P (de Prohibidos). En cada turno, podemos transformar un número en otro añadiendo/sustrayendo 1 a uno de sus dígitos (por ejemplo, pasando de 678 a 679, o de 234 a 134). El coste de cada movimiento es 1. Adicionalmente (a) No se permite añadir 1 a 9, ni sustraer 1 a 0. (b) No se permite convertir un número en un elemento de P (están prohibidos). (c) No se puede cambiar un mismo dígito 2 veces

seguidas. Además de dar la representación general, resuelve el caso particular S=567, G=777 y P={666,667}.

23. Un grupo de N personas de diferentes países se sienta en una mesa circular con N sillas. Cada persona sabe hablar dos idiomas (no necesariamente los mismos para todos). Se trata de encontrar una disposición para sentarse de manera que cada persona pueda comunicarse con sus dos vecinos en la mesa.
24. **El Problema del Viajante:** Dada una lista de ciudades y las distancias entre cada par de ellas, ¿cuál es la ruta más corta posible que visita cada ciudad exactamente una vez y regresa a la ciudad origen?
25. **Plantear una variación del problema del viajante para realizar un servicio de transporte bajo demanda**. Los pasajeros podrán, por ejemplo, desde una aplicación móvil, solicitar ser recogidos en un punto A para ser llevados a otro punto B en un autobús. Para evitar que dichos autobuses vayan con pocos pasajeros, se esperará a tener varias solicitudes, con las que se planificará una ruta y un horario de paso por cada uno de los puntos de recogida asignados por los viajeros.
    Como plantearías el problema de que los puntos A y B no sean paradas establecidas, sino que pueden ser cualquiera (por ejemplo, la vivienda de una persona con movilidad reducida).
26. Un ayuntamiento tiene que adjudicar 10 proyectos de obra mediante concurso público. Se han presentado al concurso 5 empresas, dando presupuestos para cada uno de los diez proyectos. La adjudicación debe realizarse de manera que a cada empresa sólo se le concedan dos proyectos. Encuentra la adjudicación de menor precio.
27. Un ganadero tiene un rebaño de ovejas. Cada oveja tiene un peso y se vende por un precio prefijado. El ganadero dispone de un camión que es capaz de cargar un peso máximo. Su problema es seleccionar una colección de ovejas para llevarlas al mercado de ganado en el camión, de manera que se maximice el precio total de las ovejas transportadas, sin superar el peso total soportado por el camión.
28. **Problema de asignación de tareas:** Hay un número de agentes ($\{a_i:1\leq i\leq n\}$) y un número de tareas a realizar ($\{t_j:1\leq j\leq m\}$). Cualquier agente puede ser asignado para desarrollar cualquier tarea, contrayendo algún coste ($c_{ij}$) que puede variar dependiendo del agente, i, y la tarea, j, asignados. Es necesario para desarrollar todas las tareas asignar un solo agente a cada tarea para que el coste total de la asignación sea minimizado, aunque un mismo agente podría realizar más de una tarea, pero ha de tenerse en cuenta que la realización de la tarea $t_j$ por el agente $a_i$ conlleva el uso de una serie de recursos ($r_{ij}$) del agente, y éstos están acotados por una cantidad fija, $b_i$, para cada agente.

29. Disponemos de un CD de 80 minutos de duración y queremos grabar el mayor tiempo posible de nuestra colección de 100 canciones. Queremos saber qué pistas debemos grabar. Las duraciones en minutos de las canciones se dan en una lista ($d_1,\dots,d_{100}$).
Como modificarías la solución anterior para que, además, obtengamos un CD con el estilo más uniforme posible. El estilo de una canción viene dado por un código numérico de 0 a 9. Dos estilos son más parecidos si sus códigos son más cercanos. El estilo de las canciones de nuestra colección viene dado por una lista: ($e_1,\dots,e_{100}$).
30. **Problema del Salto del Caballo**. Teniendo un tablero de N×N casillas y un caballo de ajedrez colocado en una posición inicial cualquiera, conseguir que el caballo pase por todas las casillas del tablero una, y sola una vez.
31. **Problema del Dominó I**. Las fichas del dominó se pueden representar por pares de números enteros. El problema del dominó consiste en colocar todas las fichas de una lista dada de forma que el segundo número de cada ficha coincida con el primero de la siguiente.
32. **Problema del Dominó II**. Toma el tablero de ajedrez y tapa con dos monedas los dos cuadros de dos esquinas opuestas. Ahora trata de cubrir todos los demás cuadros con 31 fichas de dominó, cada ficha ocupando dos cuadros contiguos del tablero. Intenta el mismo problema con distintos tamaños de tablero.
33. **El Problema de los matrimonios estables:** Una agencia matrimonial ofrece a sus clientes parejas estables. Para conseguirlo, cada cliente debe establecer sus preferencias respecto al resto por medio de una lista con sus favoritos por orden de preferencia (se puede sustituir esta tabla de preferencias por una función de compatibilidad basada en los perfiles), incluyendo todos aquellos en los que puede estar interesado y dejando fuera aquellos que no le interesan en absoluto. A partir de estas listas se deben confeccionar parejas estables. Se entiende por estable el que nadie tenga la tentación de divorciarse porque puede encontrar una pareja mejor que la actual: Si A está emparejado con B y C con D, pero a A le gusta más D que B, y D prefiere A por delante de C, entonces los emparejamientos anteriores no son estables.
34. **El problema de la aspiradora.** En el mundo de la aspiradora con tres localizaciones, existe una aspiradora que puede estar en una localización A, en una localización B o en una localización C. La localización B está situada a la derecha de la localización A, mientras que la localización C lo está a la derecha de la localización B. La aspiradora sólo puede percibir si hay o no suciedad en su localización actual; por otra parte, puede decidir si se mueve hacia la izquierda, si se mueve hacia la derecha o si aspira la suciedad presente en su localización actual. ¿Cuál es la solución menos costosa para este mundo si el estado inicial consta de las tres localizaciones sucias y la

aspiradora está situada en la localización A? El estado objetivo sería aquél en el que ninguna localización está sucia. Explicar cómo afecta a la representación elegida y a la solución del problema.

35. Tenemos en una habitación un **mono** hambriento, una caja y un plátano colgado del techo. El mono desea comerse el plátano, pero sólo puede alcanzarlo colocando la caja bajo el plátano y subiéndose a ella para tomarlo. Las acciones que puede realizar el mono para resolver problema son: caminar, empujar la caja, subirse a la caja, tomar el plátano