b) $f(z)=\dfrac{z+1}{(z^2+4z-5)}$ en $z_0=0$

holomorfa en $D(0,1)$

$$\frac{z+1}{z^2+4z-5}=\frac{z+1}{(z-1)(z+5)}=\frac{A}{z-1}+\frac{B}{z+5}=\frac{1/3}{z-1}+\frac{2/3}{z+5}$$

$$\Updownarrow$$

$$z+1=A(z+5)+B(z-1)$$

Para $z=-5 \Rightarrow -4=-6B \Rightarrow B=\frac{2}{3}$

$z=1 \Rightarrow 2=6A \Rightarrow A=1/3$

Veamos que $f^{n)}(z)=\frac{1}{3}n!(z-1)^{-n-1}(-1)^n+\frac{2}{3}n!(z+5)^{-n-1}\cdot(-1)^n$

$n=1$

$$f'(z)=\frac{1}{3}(z-1)^{-2}\cdot(-1)+\frac{2}{3}(z+5)^{-2}\cdot(-1)$$

Supuesto para n.

$$f^{n+1)}(z)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{n!}{3}(-1)^n\cdot(z-1)^{-n-1}+\frac{2n!}{3}(-1)^n\cdot(z+5)^{-n-1}\right)=$$

$$=\frac{n!}{3}(-1)^n\cdot(-n-1)(z-1)^{-n-1-1}+\frac{2n!}{3}(-1)^n(-n-1)(z+5)^{-n-1-1}=$$

$$=\frac{(n+1)!}{3}(-1)^{n+1}(z-1)^{-(n+1)-1}+\frac{2\cdot(n+1)!}{3}(-1)^{n+1}(z-1)^{-(n+1)-1}$$

$$\Rightarrow f^{n)}(0)=\frac{n!}{3}(-1)^{-n-1}(-1)^n+\frac{2}{3}n!(5)^{-n-1}\cdot(-1)^n=$$

$$=\frac{n!}{3}\cdot\frac{(-1)^n}{(-1)^n\cdot(-1)}+\frac{2n!}{3}\cdot\frac{(-1)^n}{5^{n+1}}=-\frac{n!}{3}+\frac{2n!}{15}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)^n$$

$$\Rightarrow f(z)=\frac{z+1}{z^2+4z-5}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{n)}(0)}{n!}\cdot(z-0)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(-\frac{n!}{3}+\frac{2n!}{15}\left(-\frac{1}{5}\right)^n\right)z^n=$$