I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura.. Fecha ....

Alumno/a .... Curso.................. Nº..........

Apellidos Nombre

Calificación

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta = 1 + \cos 2\theta \Leftrightarrow \cos^2\theta = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\theta}{2}$$

$$\Rightarrow f(z) = \cos^2\left(\frac{iz}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\cos\left(2\cdot\frac{iz}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\cos(iz)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\cosh(z)}{2}$$

$$f'(z) = \frac{\operatorname{senh} z}{2}$$

$$f^{2)}(z) = \frac{\cosh z}{2}$$

$$f^{3)}(z) = \frac{\operatorname{senh} z}{2}$$

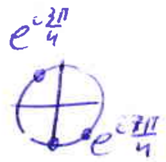
$$\Rightarrow f^{n)}(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{senh} z}{2} & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{\cosh z}{2} & \text{si } n \text{ par.} \end{cases} \quad ; \quad f^{n)}(0) = \begin{cases} \frac{\operatorname{senh}(0)}{2} = 0 & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{\cosh(0)}{2} = \frac{1}{2} & \text{si } n \text{ par.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(z) = \cos^2\left(\frac{iz}{2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{n)}(0)}{n!}(z-0)^n = 1 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ par}}}^{\infty} \frac{f^{n)}(0)}{n!} z^n + \cancel{\sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impar}}}^{\infty} \frac{f^{n)}(0)}{n!} z^n}^{\,0}$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{2n!}$$

7.- Desarrolla en serie de potencias las siguientes funciones y halla el radio de convergencia

a) $f(z) = \frac{z}{i+z^2}$ $\quad z_0 = 0$ y $z_0 = 1$. $\qquad z^2 = -i$



$f(z) = \frac{z}{i+z^2}$ es holomorfa en el disco $D(0,1)$ y en $D(1, |1-e^{i\frac{7\pi}{4}}|)$

$$\shortparallel$$

$$D(1, \sqrt{2-\sqrt{2}})$$

$$\frac{z}{i+z^2} = \frac{z}{(z-e^{i\frac{3\pi}{4}})(z-e^{i\frac{7\pi}{4}})} = \frac{A}{z-e^{i3\pi/4}} + \frac{B}{z-e^{i\frac{7\pi}{4}}}$$

$$\Updownarrow$$

$$z = A(z - e^{i\frac{7\pi}{4}}) + B(z - e^{i3\pi/4})$$