

Veamos que si $a \in A_1$ entonces su multiplicidad es 2 y si $a \in A_2$ entonces su multiplicidad es 1.

$$\text{Sea } a \in A_1 \Leftrightarrow a = 2k\pi.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(z) &= (1 - e^{iz}) \cdot \sin z = (z - 2k\pi) \cdot h_{2k}(z) \cdot (z - 2k\pi) \cdot h_k(z) = \\ &= (z - 2k\pi)^2 \cdot h_{2k}(z) \cdot h_k(z) \quad \text{donde } h_{2k}(z) \cdot h_k(z) \in \mathcal{H}(\mathbb{C}) \text{ y no} \\ &\quad \text{se anula en } 2k\pi. \end{aligned}$$

$$\text{Sea } a \in A_2 \Leftrightarrow a = \pi + 2k\pi.$$

$$\Rightarrow f(z) = (1 - e^{iz}) \cdot \sin z = (z - (2k\pi + \pi)) h_k(z) \cdot (1 - e^{iz})$$

donde $h_k(z) \cdot (1 - e^{iz}) \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ y no se anula en $2k\pi + \pi$ porque $h_k(2k\pi + \pi) \neq 0$ y $(1 - e^{i(2k\pi + \pi)}) = 2 \neq 0$.