# I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura............ Fecha ............

Alumno/a ............ Curso............ Nº............

Apellidos Nombre

Calificación

$$= \frac{1}{a-b}\cdot f(a)\cdot 2\pi i \, Ind(\gamma;a) + \frac{1}{b-a} f(b) 2\pi i \, Ind(\gamma;b) =$$

$$= \frac{f(a)-f(b)}{a-b}\cdot 2\pi i$$

Si $f$ está acotada tomando $b=0$

$$f(a)-f(0) = \frac{a}{2\pi i}\int_{|z|=R} \frac{f(z)}{(z-a)z}\,dz$$

$$\Rightarrow |f(a)-f(0)| = \frac{|a|}{|2\pi i|}\left|\int_{|z|=R}\frac{f(z)}{(z-a)|z|}\,dz\right| \leq \frac{|a|}{2\pi}\int_{|z|=R}\frac{|f(z)|}{|z-a||z|}\,dz$$

$$\leq \frac{|a|\cdot M}{2\pi}\cdot\int_{|z|=R}\frac{1}{|z-a|\cdot R}\,dz \leq \frac{|a|\,M}{2\pi\,R}\int_{|z|=R}\frac{1}{|z|-|a|}\,dz =$$

$$= \frac{|a|\,M}{2\pi\,R}\cdot\frac{1}{R-|a|}\int_{|z|=R} 1\,dz = 0 \rightarrow f(a) = f(0) \quad \forall a,\ |a|<R \text{ y } \forall R$$

5.- Desarrolla en serie de Taylor

a) $e^z$ en $z_0 = 1$

$f(z) = e^z$ holomorfa en $D(1;R)$ $\forall R>0$.

$f^{n)}(z) = e^z$ $\forall n\in\mathbb{N}$.

$$\Rightarrow f(z) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{n)}(1)}{n!}(z-1)^n \Leftrightarrow e^z = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{e}{n!}(z-1)^n \quad \forall z\in D(1,R)\ \forall R>0.$$