*2 $\lim\limits_{? \to} Ln(sen \frac{x}{2}) \cdot sen(nx) = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} Ln(sen \tfrac{x}{2}) \cdot sen(nx) = \lim_{x\to 0^+} \frac{Ln(sen \frac{x}{2})}{\frac{1}{sen(nx)}} \underset{\downarrow}{=}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ IND; Aplicamos la Regla de L'Hôpital

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{\cos \frac{x}{2}}{sen \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2}}{-\frac{n}{sen^2(nx)}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2n} \cdot \frac{sen^2(nx) \cdot \cos \frac{x}{2}}{sen \frac{x}{2}} \underset{\downarrow}{=}$$

$\frac{0}{0}$ IND; Aplicamos la Regla de L'Hôpital.

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2n} \cdot \frac{2n\, sen(nx)\cos(nx) \cdot \cos(\frac{x}{2}) + sen^2(nx) \cdot (-sen \frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2}}{\cos(\frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2}} = 0$$

*3 $\int_0^{\pi} cotg(\frac{x}{2}) \cdot sen(nx)\, dx = \pi$

Para probar esto hay que ver que $1 + 2\sum_{k=1}^{n} \cos(kx) = \frac{sen((n+\frac{1}{2})x)}{sen \frac{x}{2}}$ *4

Asumiendo que esto es cierto

$$1 + 2\sum_{k=1}^{n} \cos(kx) = \frac{sen((n+\frac{1}{2})x)}{sen\, x/2} = \frac{1}{sen\, x/2} \cdot \left(sen(nx)\cos \tfrac{x}{2} + \cos(nx)\, sen \tfrac{x}{2}\right) =$$

$$= sen(nx)\, cotg \tfrac{x}{2} + \cos(nx)$$

$$\Rightarrow cotg(\tfrac{x}{2})\, sen(nx) = 1 + 2\sum_{k=1}^{n-1} \cos(kx) + \cos(nx).$$