

Tema 5:

Especificación de sistemas secuenciales síncronos

Fundamentos de computadores

José Manuel Mendías Cuadros

Dpto. Arquitectura de Computadores y Automática Universidad Complutense de Madrid



Contenidos



- Especificación basada en estados.
- ✓ Diagramas de estados.
- ✓ Máquinas de Moore y Mealy.

Transparencias basadas en los libros:

- R. Hermida, F. Sánchez y E. del Corral. Fundamentos de computadores.
- D. Gajsky. Principios de diseño digital.

Sistemas secuenciales

- La salida en cada instante depende del valor de la entrada en ese instante y de todos los valores que la entrada ha tomado con anterioridad.
 - o En ocasiones, a misma entrada, distinta salida.

$$x(t) \longrightarrow F$$

$$z(t_i) = F(x([0, t_i])), con x(t_i) \in E, z(t_i) \in S$$

- Para especificar su comportamiento deberán definirse:
 - o Los conjuntos discretos de valores de entrada/salida: E, S
 - o ¿Cómo especificar la función F?

Especificación basada en estados

 Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.

Especificación basada en estados

Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

x(t)															
z(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0

Especificación de sistemas secuenciales síncronos

Especificación basada en estados

Estado: clase de equivalencia formada por todas las secuencias de valores de entrada que producen una misma salida actual y futura.



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

x(t)	A	В	С	В	В	A	С	В	A	A	С	С	A	В	В
z(t)	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0





| A | B | A | A | B | C

 $C \mid C \mid C \mid B \mid A$



z(t)



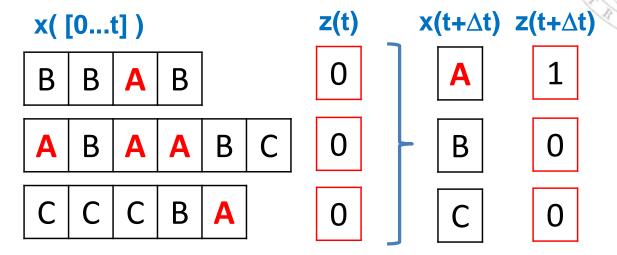
0

A B **A** A B C

0

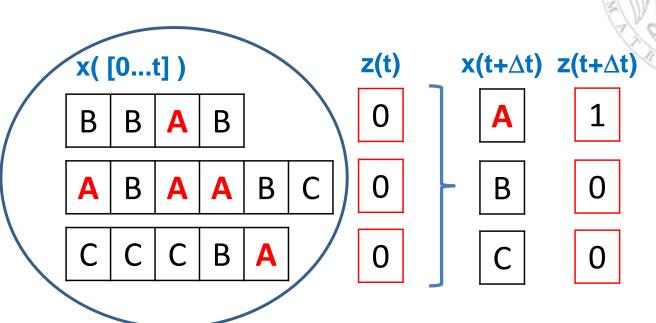
 $C \mid C \mid C \mid B \mid A$

0



Estado IMPAR

Han llegado un número **impar** de **A**es

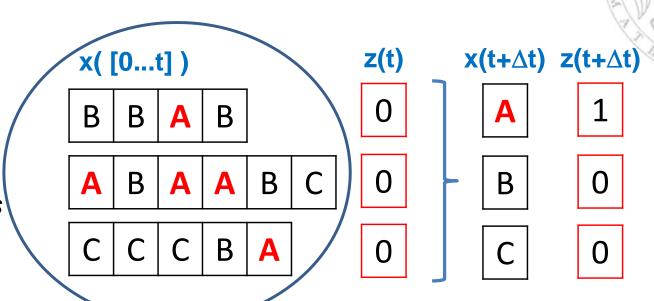


tema 5: -

Especificación basada en estados

Estado IMPAR

Han llegado un número **impar** de **A**es



Estado PAR

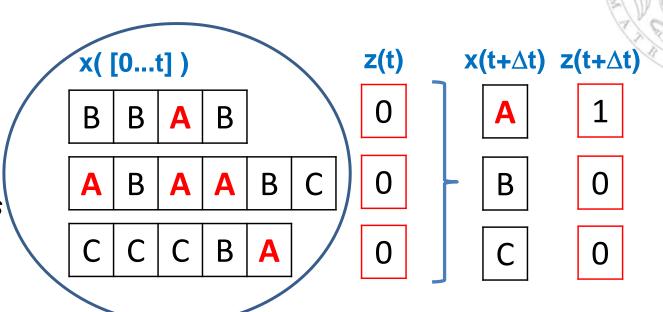
Han llegado un número <mark>par</mark> de **A**es

يّ لؤ **C**

Especificación basada en estados

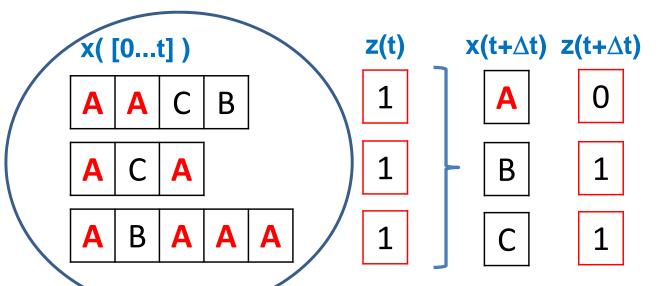
Estado IMPAR

Han llegado un número **impar** de **A**es



Estado PAR

Han llegado un número <mark>par</mark> de **A**es



- Especificación del dominio: E
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la entrada.
- Especificación del codominio: S
 - Conjunto discreto de valores que puede tomar la salida.
- Especificación del conjunto de estados: Q
 - o Conjunto discreto de estados en los que puede estar el sistema.
- Función de transición de estados: G: Q×E → Q
 - Define cuál será el estado siguiente del sistema para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada).
- Función de salida: H: $Q \times E \rightarrow S$
 - Define cuál será la salida para cada posible par (estado del sistema, valor de la entrada)



$$x(t) \in E = \{ A, B, C \}, z(t) \in S = \{ 0, 1 \}$$

 $q(t) \in Q = \{ par, impar \}$

Función de transición de estados

q	X	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

Función de salida

q	X	Z
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

FC.

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

Especificación de sistemas secuenciales síncronos

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0

- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

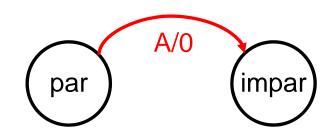
q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0





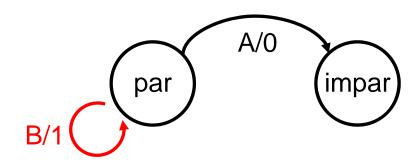
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	Х	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



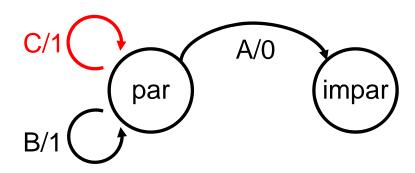
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



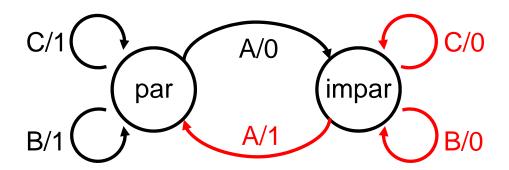
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	C	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



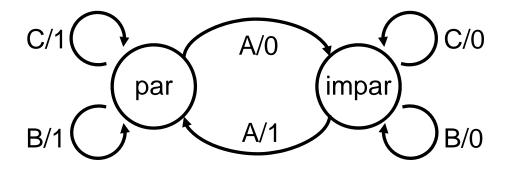
- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	C	impar	0



- Representa un de sistema secuencial mediante un grafo:
 - o Cada estado se representa por un nodo.
 - Cada transición de estado por un arco dirigido y etiquetado:
 - Cada arco une un estado origen con estado destino.
 - La etiqueta indica el valor de entrada que provoca la transición y el valor de la salida para el par (estado origen, entrada).
 - Esto NO quiere decir que la salida se calcule durante la transición.

q	X	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



Descripción binaria



La entrada es un vector de n bits

$$o \ \underline{x} \in \{0, 1\}^n \text{ es decir, } \underline{x} = (x_{n-1} ... x_0) \text{ con } x_i \in \{0, 1\}$$

La salida es un vector de m bits

$$o \ \underline{z} \in \{0, 1\}^m \text{ es decir, } \underline{z} = (z_{m-1}... z_0) \text{ con } z_i \in \{0, 1\}$$

El estado es un vector de p bits

$$o \underline{q} \in \{0, 1\}^p \text{ es decir, } \underline{q} = (q_{p-1} \dots q_0) \text{ con } q_i \in \{0, 1\}$$

Función de transición de estados:

o p funciones de conmutación de p+n variables

○
$$\underline{G} = \{ g_i : \{ 0, 1 \}^{p+n} \rightarrow \{ 0, 1 \} / q_i = g_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \le i \le p-1 \}$$

Función de salida:

o m funciones de conmutación de p+n variables

○
$$\underline{H} = \{ h_i : \{ 0, 1 \}^{p+n} \rightarrow \{ 0, 1 \} / z_i = h_i(\underline{q}, \underline{x}), \text{ con } 0 \le i \le m-1 \}$$

Descripción binaria



- Codificación domino: $\{A \rightarrow (00), B \rightarrow (01), C \rightarrow (10)\}$
- Codificación codomino: $\{0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1\}$
- Codificación estados: $\{ par \rightarrow 0, impar \rightarrow 1 \}$

Función de transición de estados

q	X_1	\mathbf{x}_{0}	q'
q	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	-
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	-

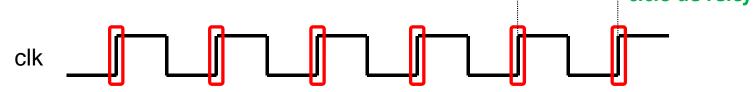
Función de salida

q	X_1	X ₀	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	-
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	-

Asíncrono vs. síncrono



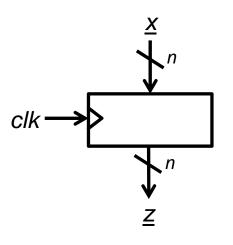
- Sistema secuencial asíncrono:
 - El estado del sistema puede cambiar en cualquier instante en respuesta a un cambio de la entrada.
- Sistema secuencial síncrono:
 - El estado del sistema solo puede cambiar en un conjunto discreto de instantes indicados por una señal de reloj.
 - Un cambio en la entrada no provoca por sí mismo un cambio de estado.
 - Sólo el valor existente en la entrada en los instantes marcados por el reloj afectan al estado.



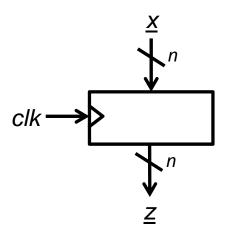
La señal de reloj es cuadrada y periódica de frecuencia, f_{clk} , fija.

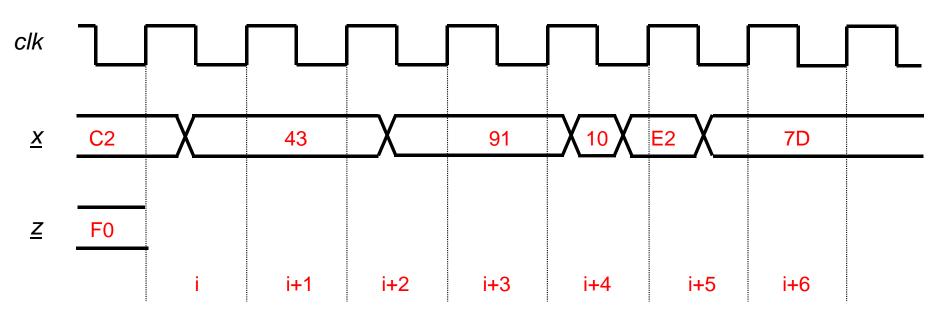
Los cambios de 0 a 1 (flanco subida) ó 1 a 0 (flanco de bajada) marcan los instantes.

Concepto de registro de estado

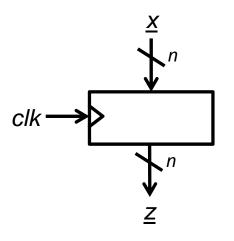


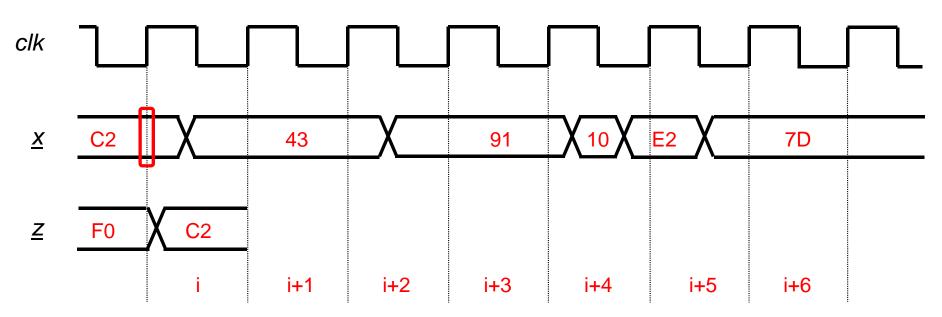
Concepto de registro de estado



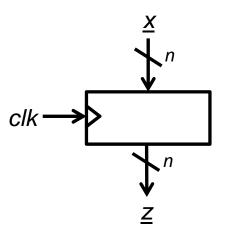


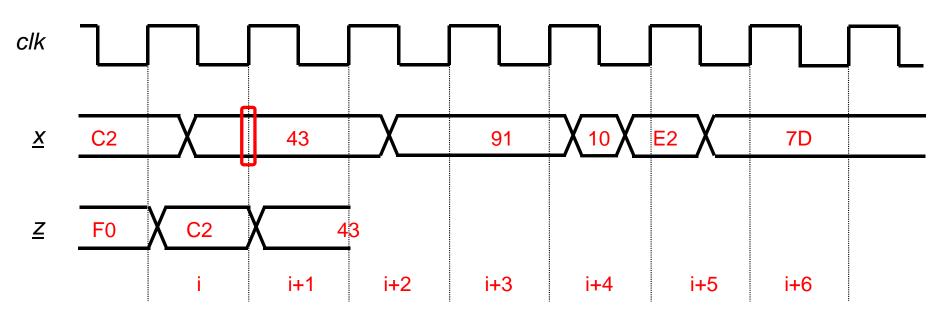
Concepto de registro de estado



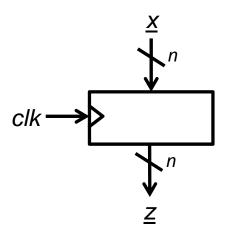


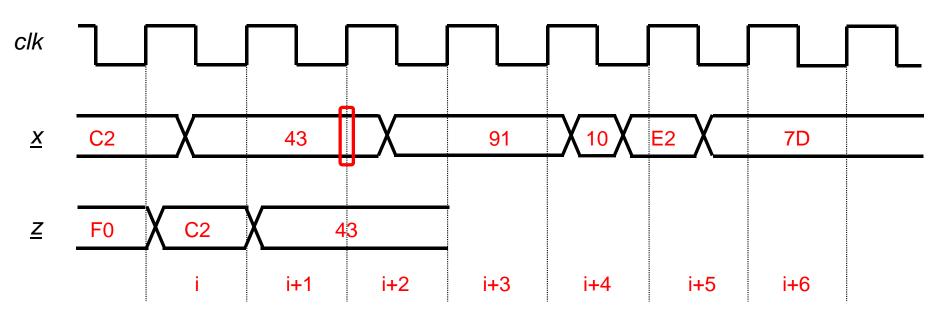
Concepto de registro de estado



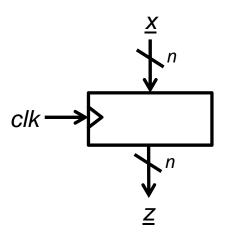


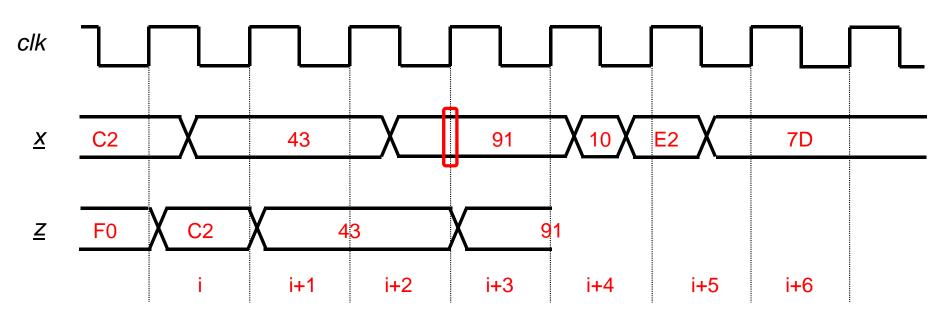
Concepto de registro de estado



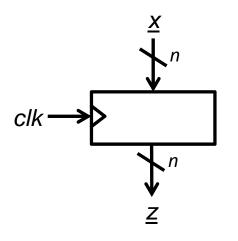


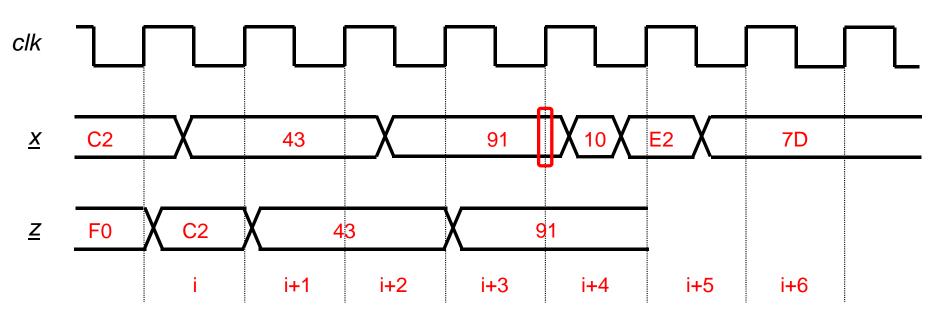
Concepto de registro de estado



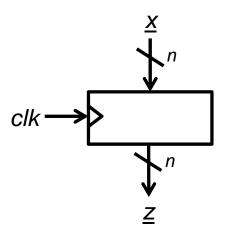


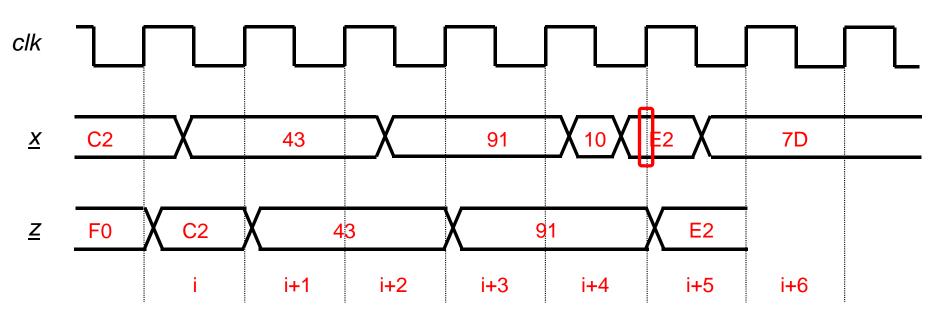
Concepto de registro de estado



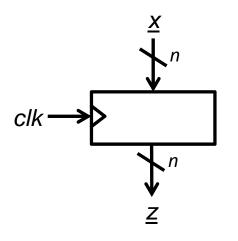


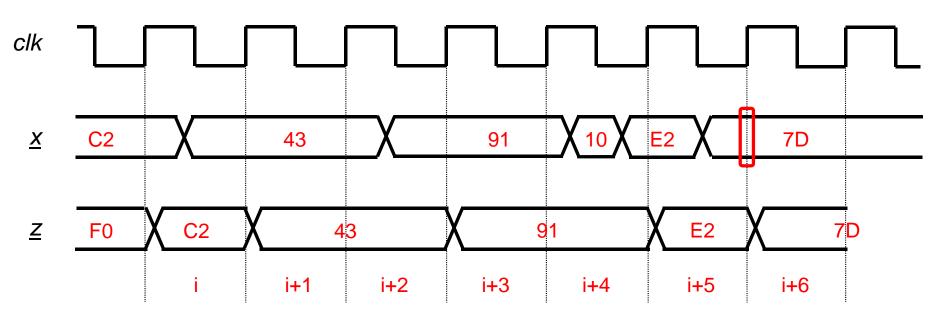
Concepto de registro de estado



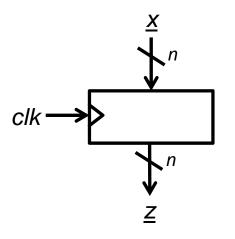


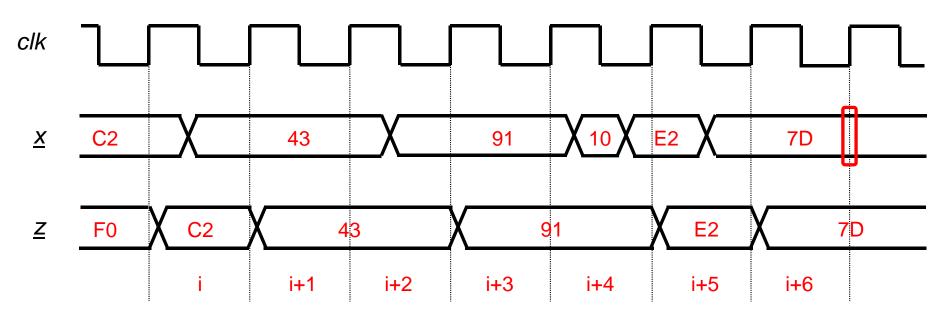
Concepto de registro de estado



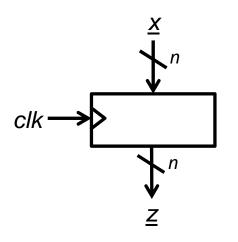


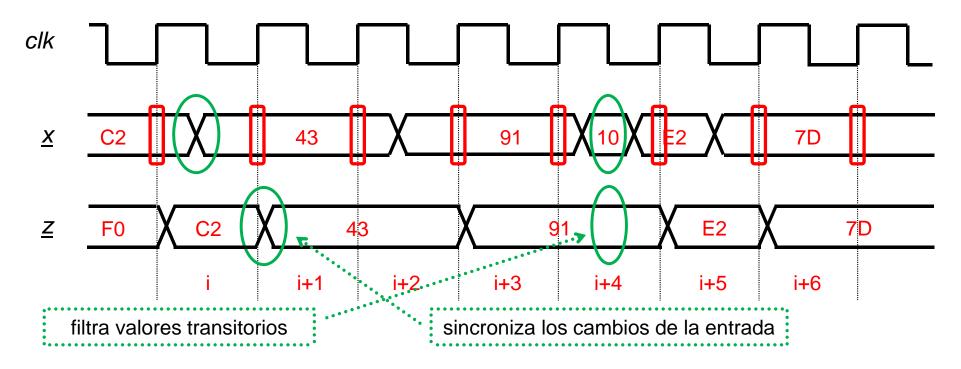
Concepto de registro de estado

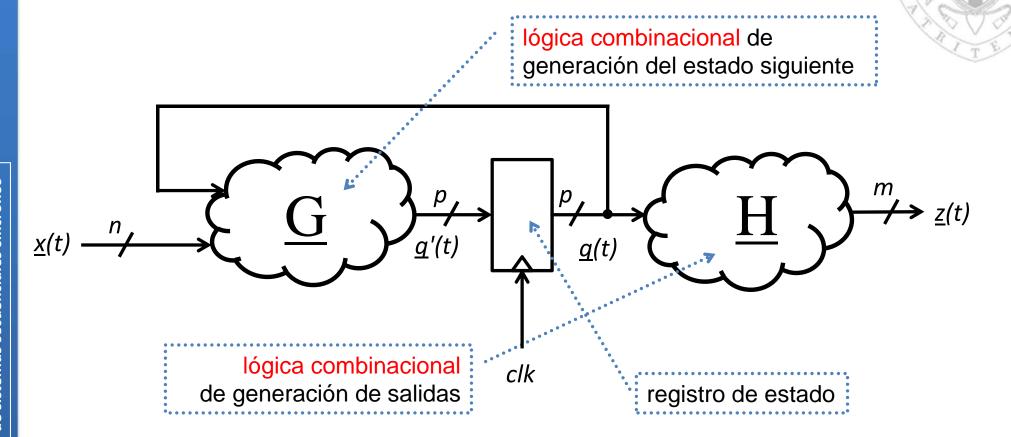




Concepto de registro de estado

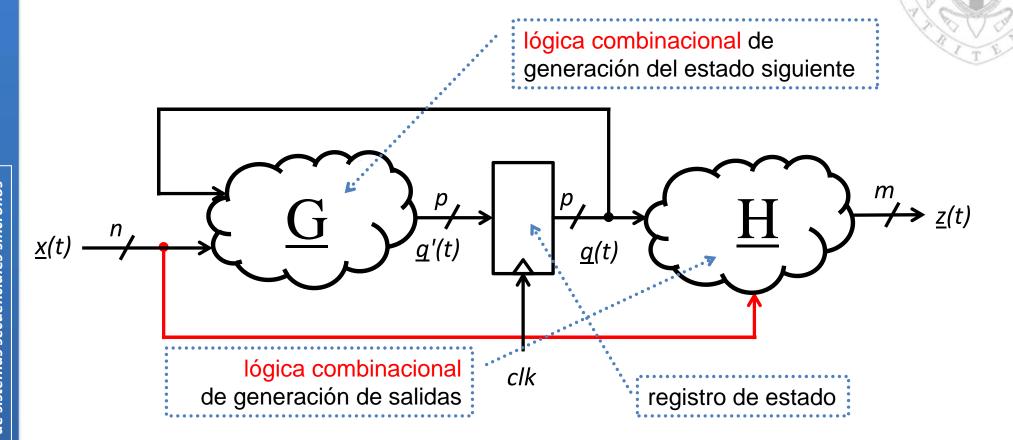






Estructura de una Máquina de Moore

La salida en todo instante depende exclusivamente del estado en que se encuentra el sistema.



Estructura de una Máquina de Mealy

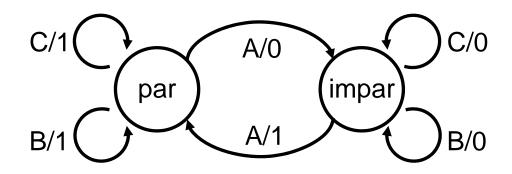
La salida en cada instante depende del estado en que se encuentra el sistema y del valor de la entrada en ese instante.

FC

Mealy vs. Moore



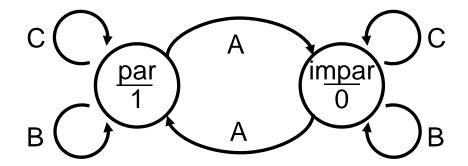
Mealy:



Х	q'
Α	impar
В	par
С	par
Α	par
В	impar
С	impar
	A B C A B

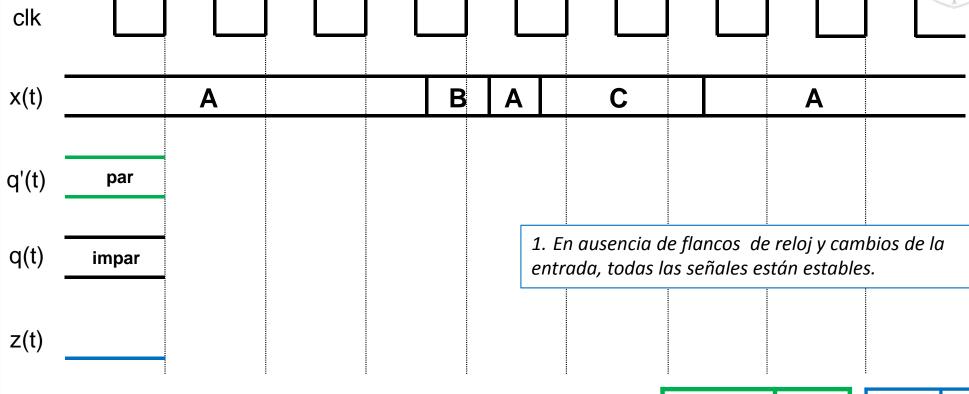
q	Х	Z
par	Α	0
par	В	1
par	С	1
impar	Α	1
impar	В	0
impar	С	0

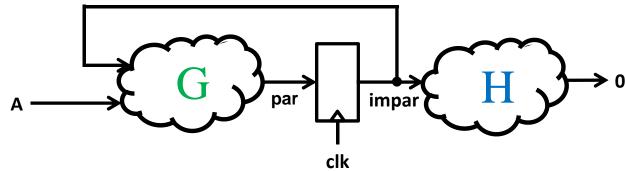
Moore:



q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0



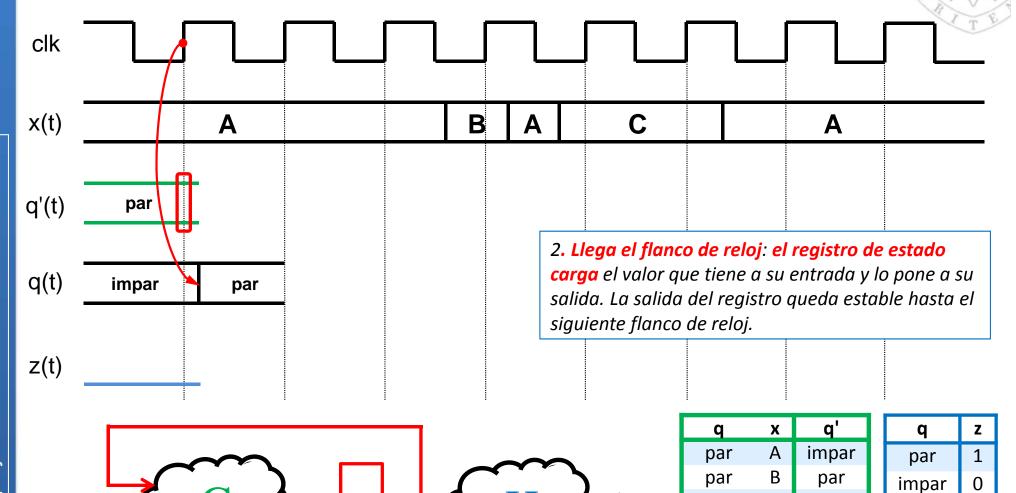


q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0

FC

Máquina de Moore



par

par

impar

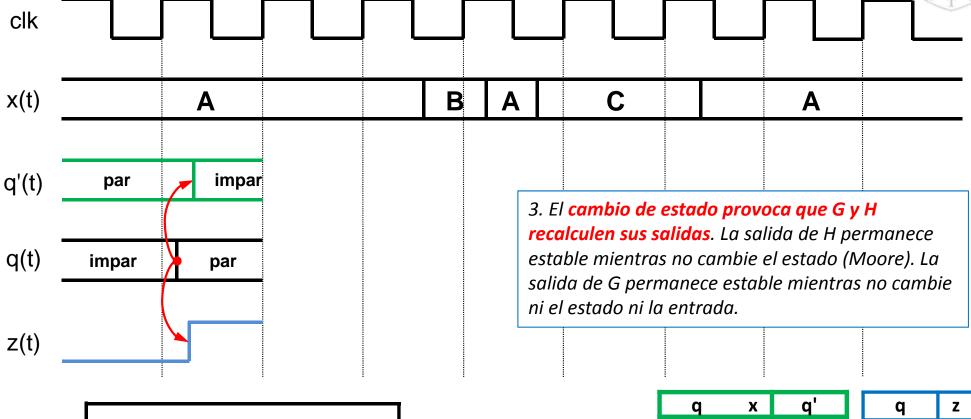
impar

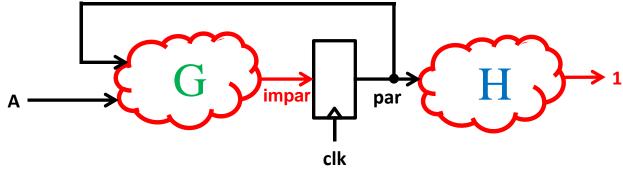
impar

par

par

impar impar



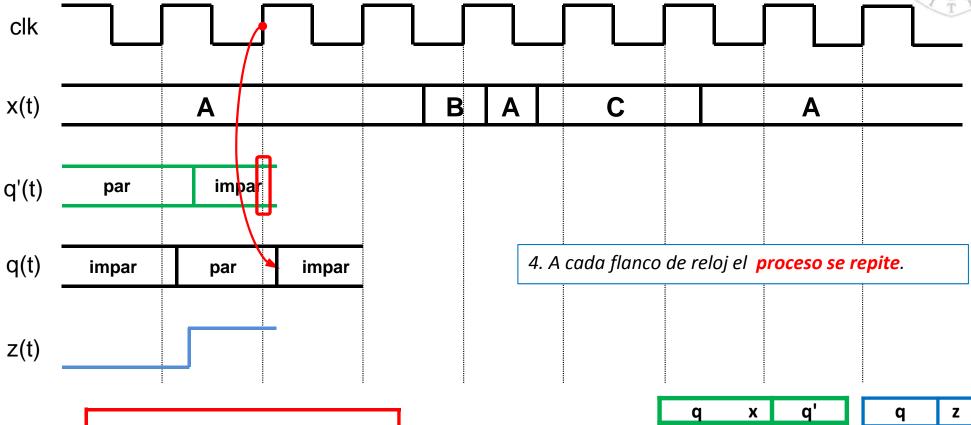


q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0

FC

Máquina de Moore



impar

impar

	par
	par
→ 1	par
	impar
	impar
	impar

9
par
impar

impar

par

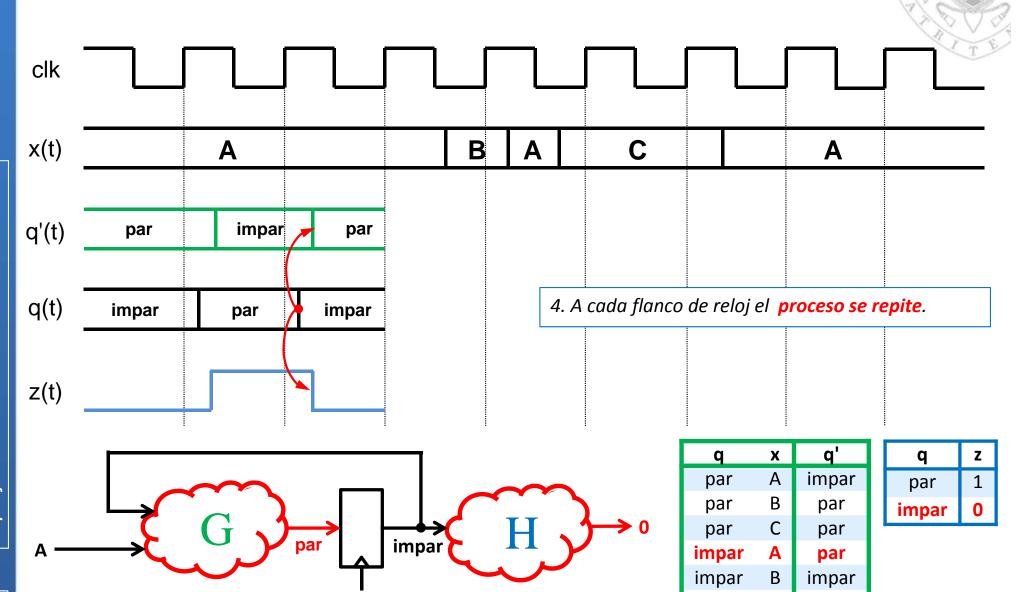
par

par

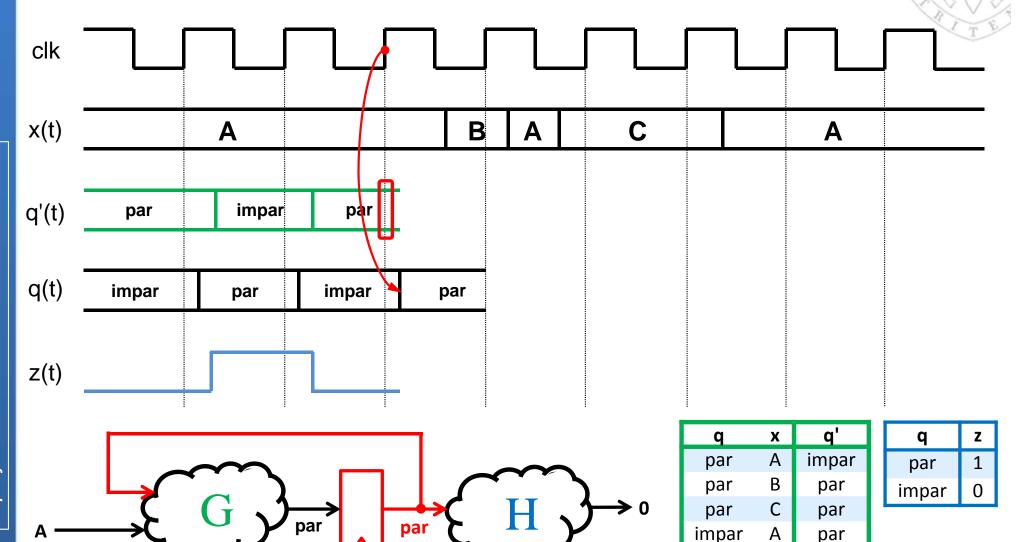
impar impar

44

Máquina de Moore



impar



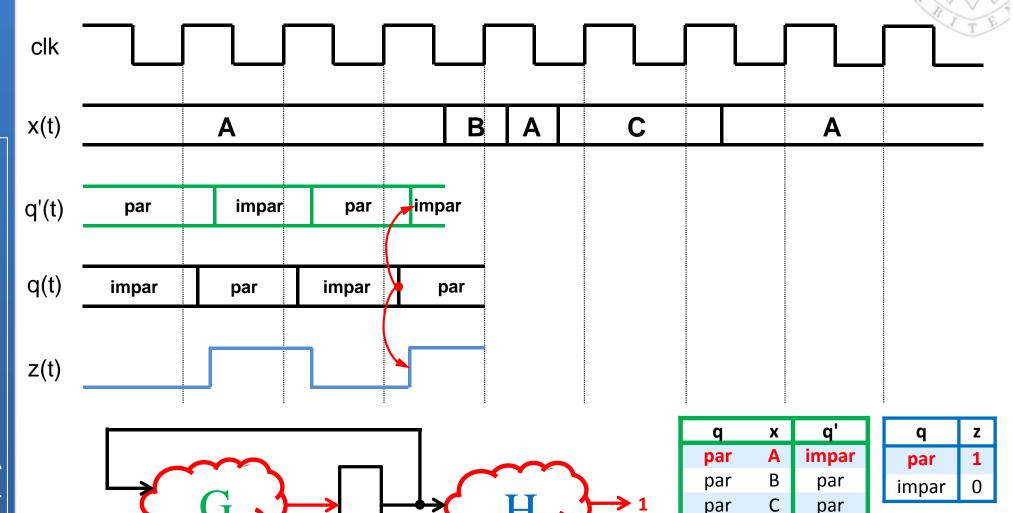
impar

impar

impar

FC

Máquina de Moore



impar

impar

impar

par

impar

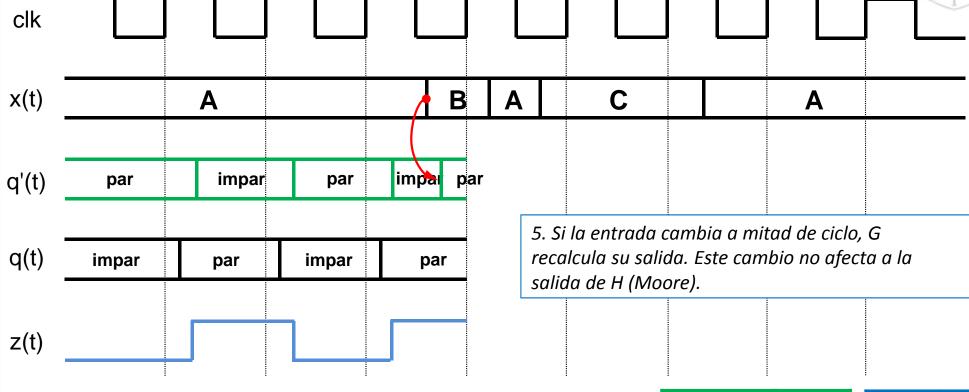
impar

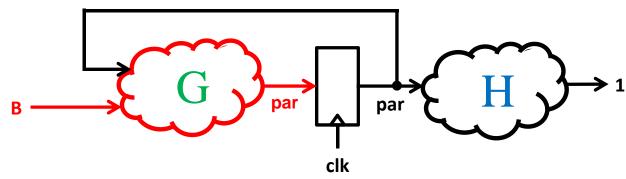
par

clk

46

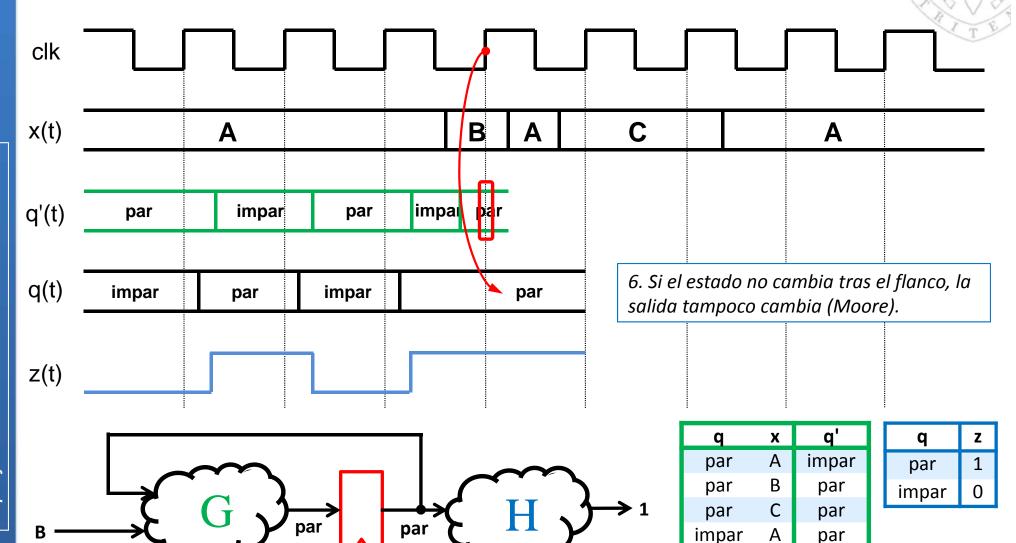
FC





q	Х	q'
par	Α	impar
par	В	par
par	С	par
impar	Α	par
impar	В	impar
impar	С	impar

q	Z
par	1
impar	0



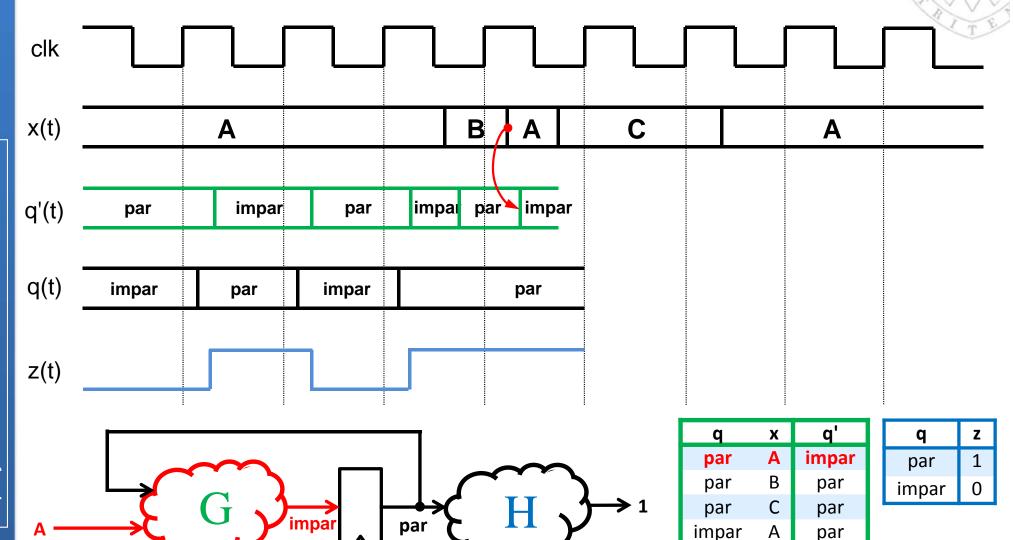
impar

impar

impar

49

Máquina de Moore



clk

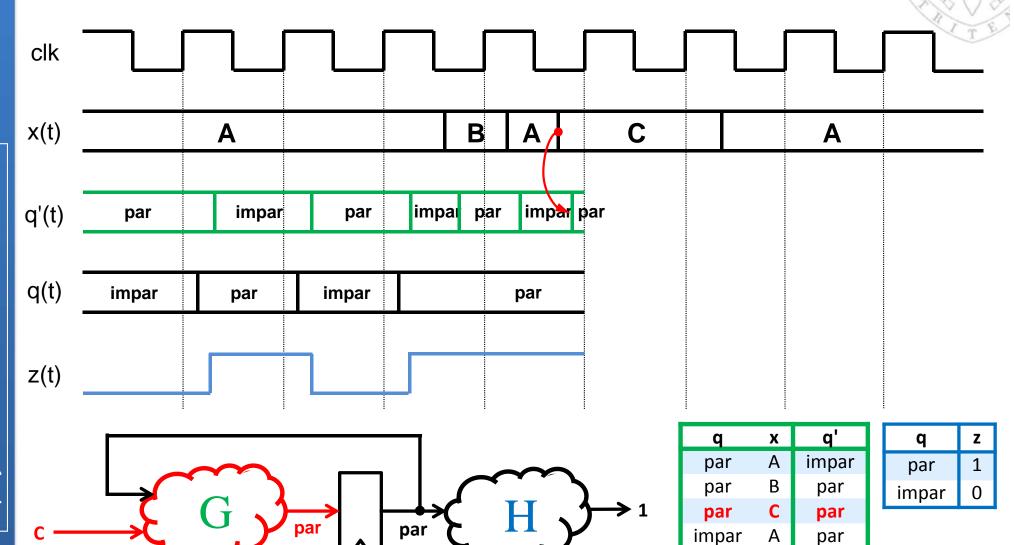
impar

impar

impar impar

50

Máquina de Moore



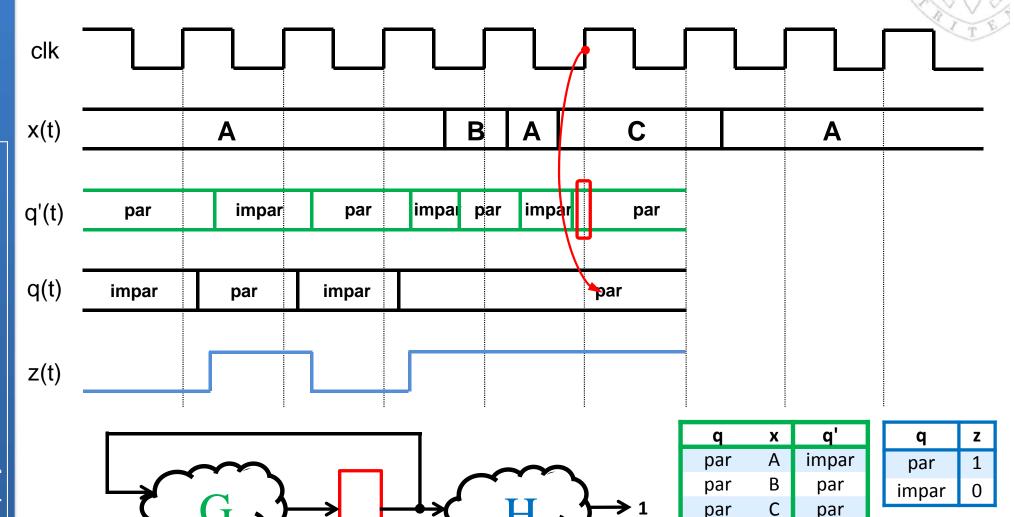
impar

impar

impar

FC

Máquina de Moore



impar

impar

impar

par

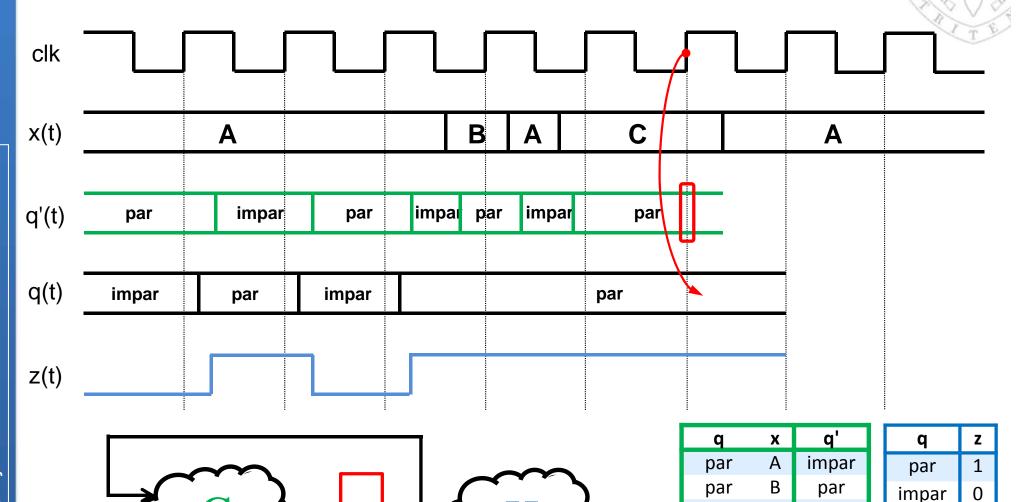
impar

impar

par

par

51



par

par

par

impar

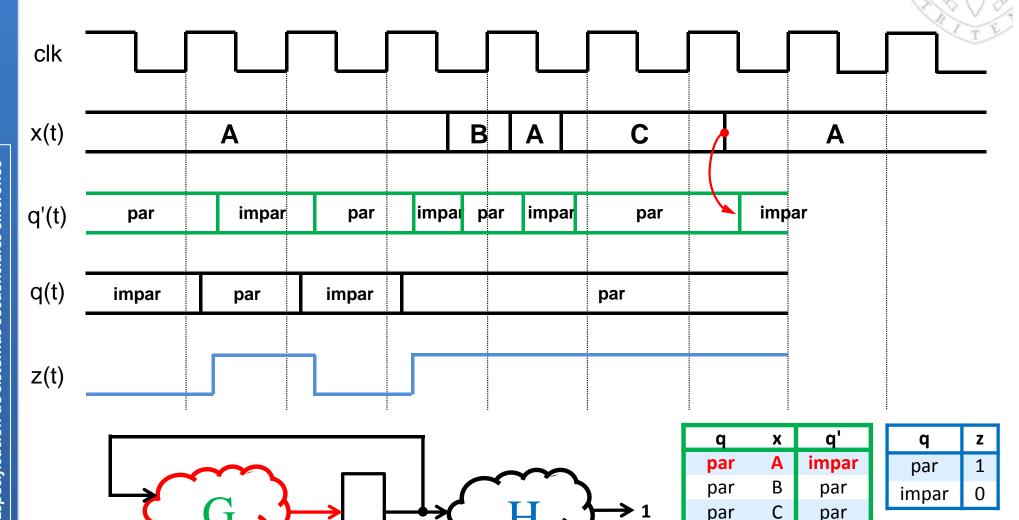
impar

impar

par

par

impar



impar

impar

impar

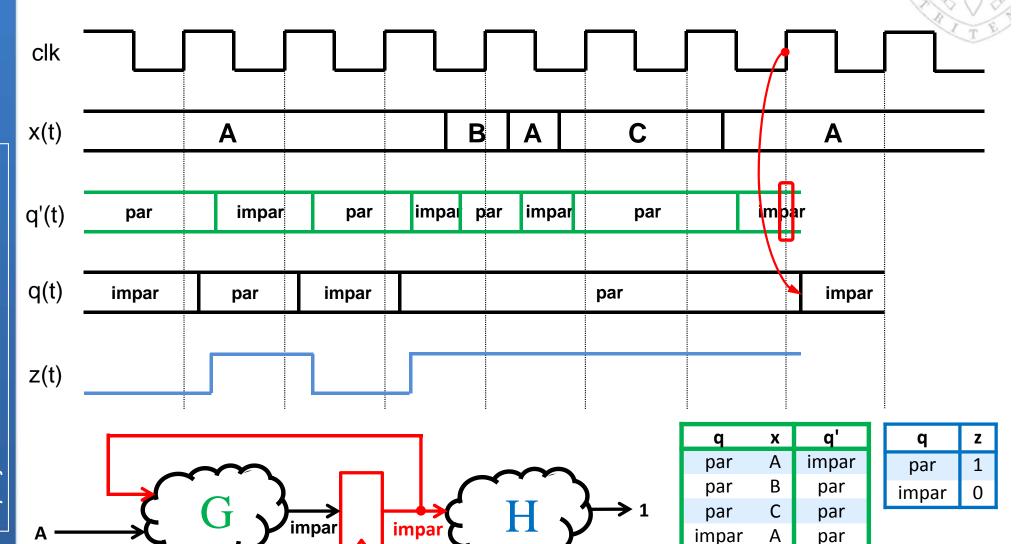
par

impar

impar

par

clk



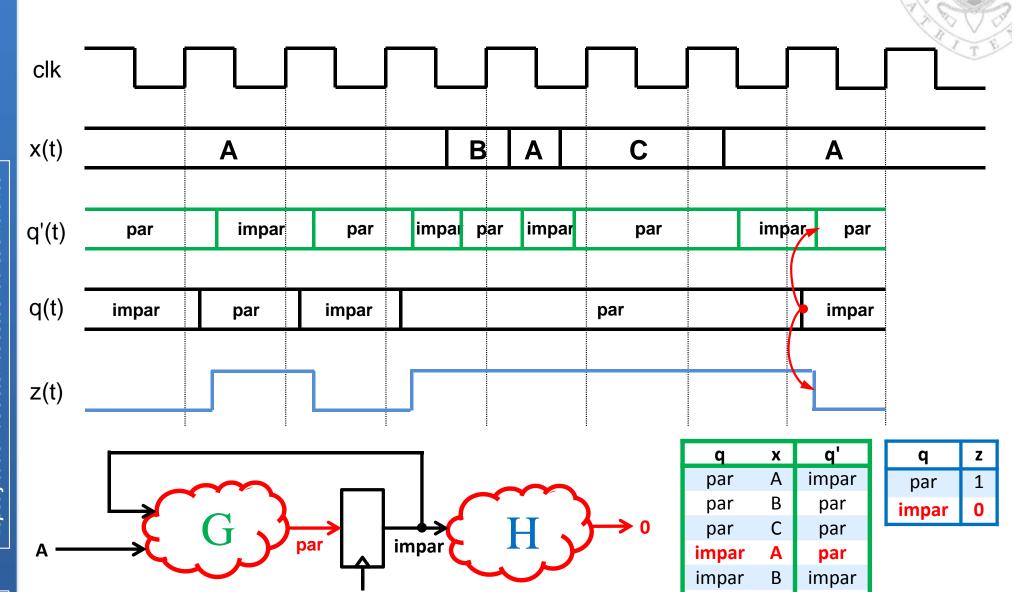
impar

impar

impar

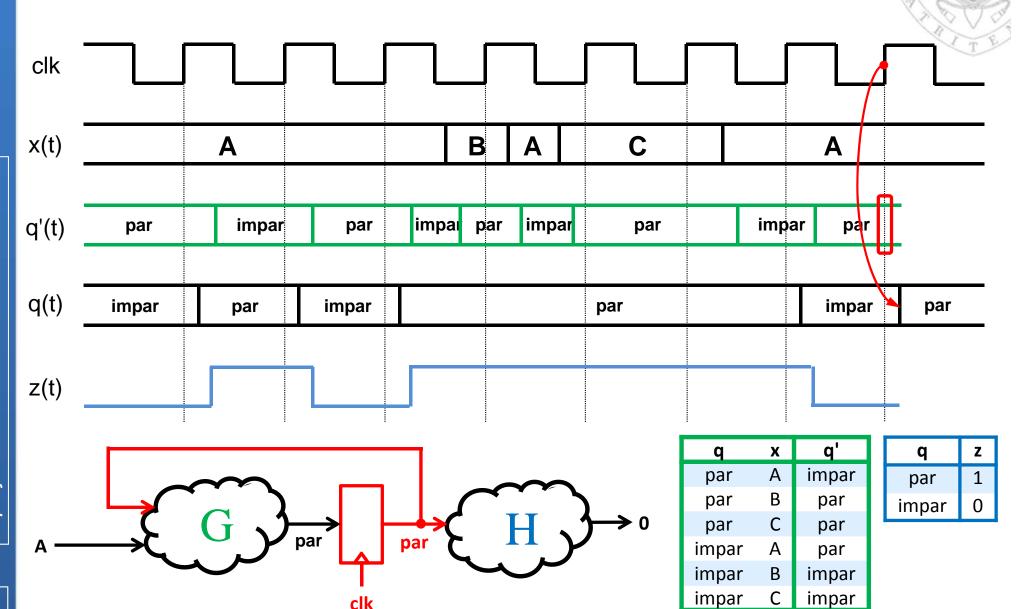
55

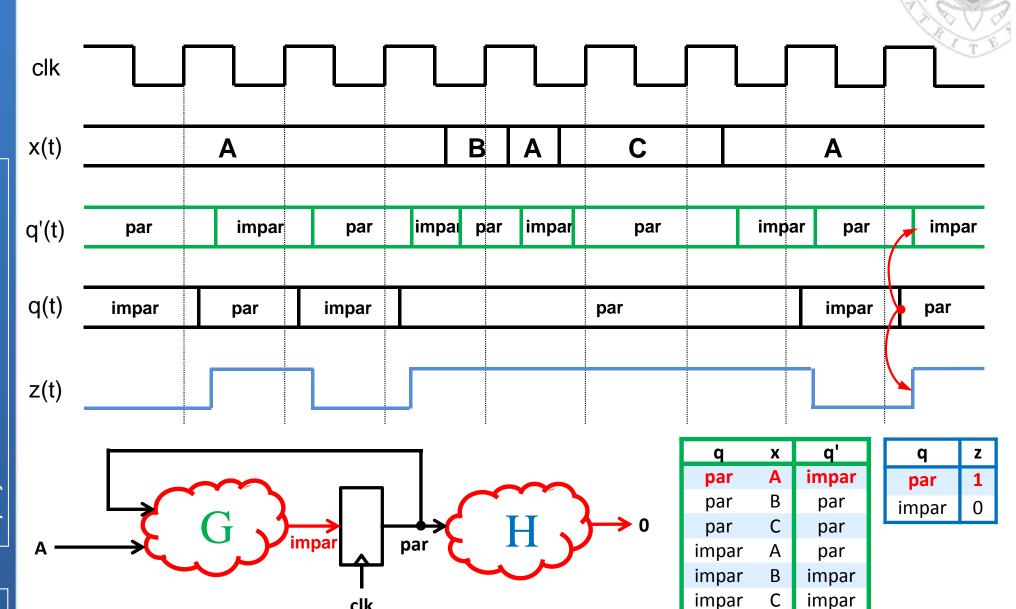
Máquina de Moore

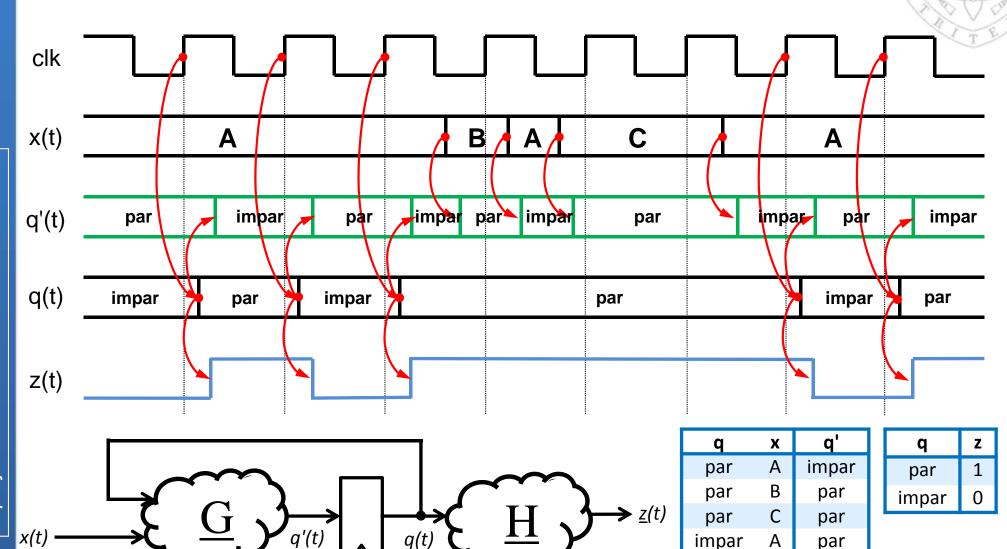


impar

56



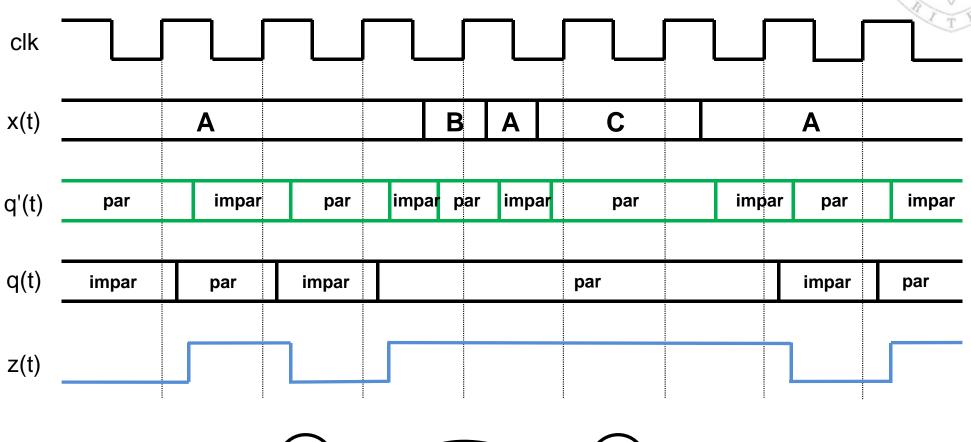


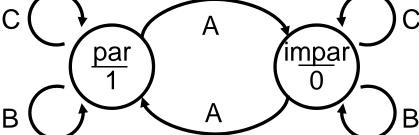


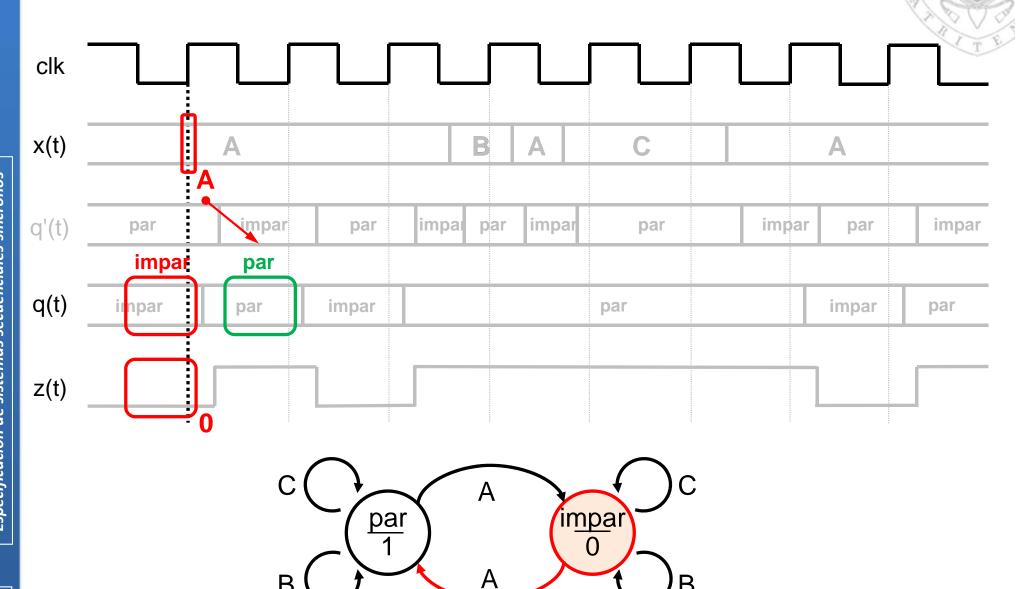
impar

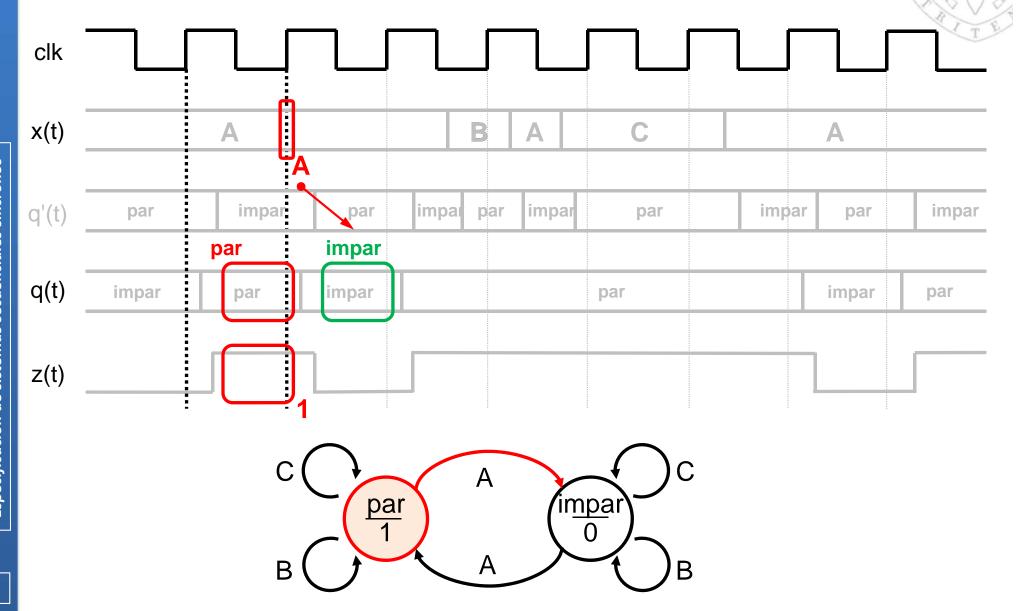
impar

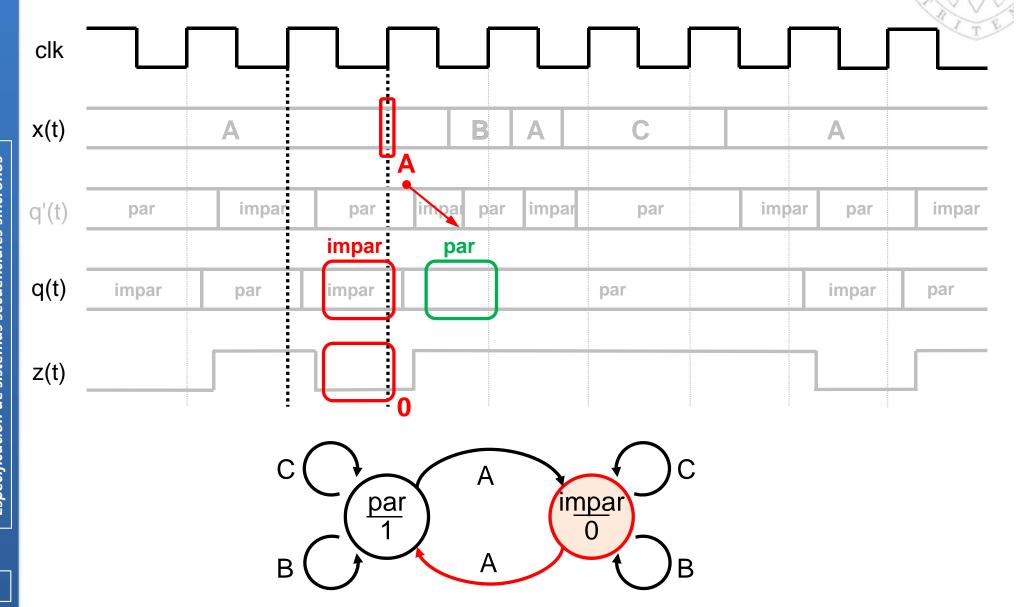
impar

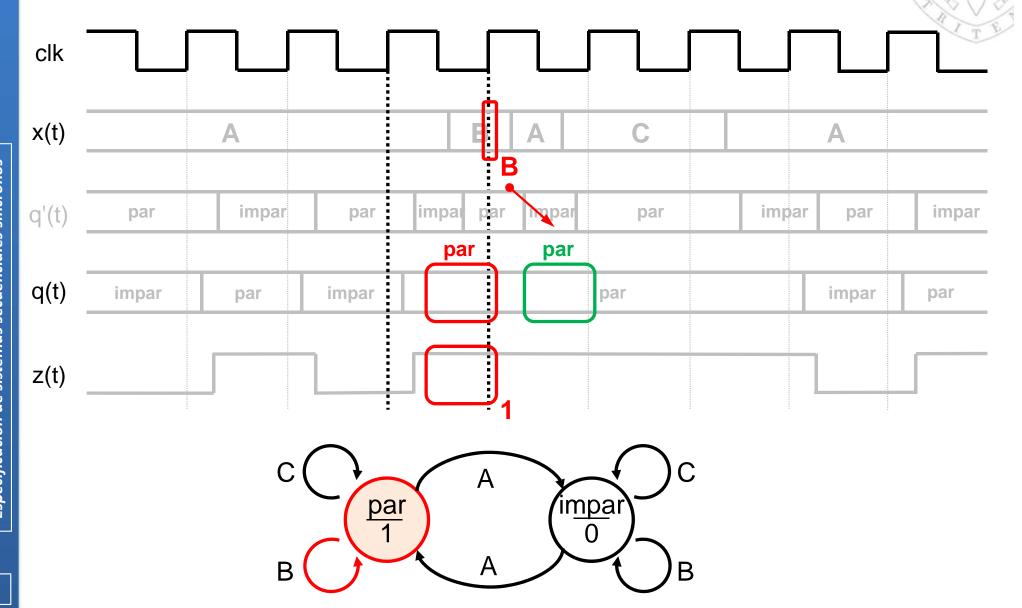


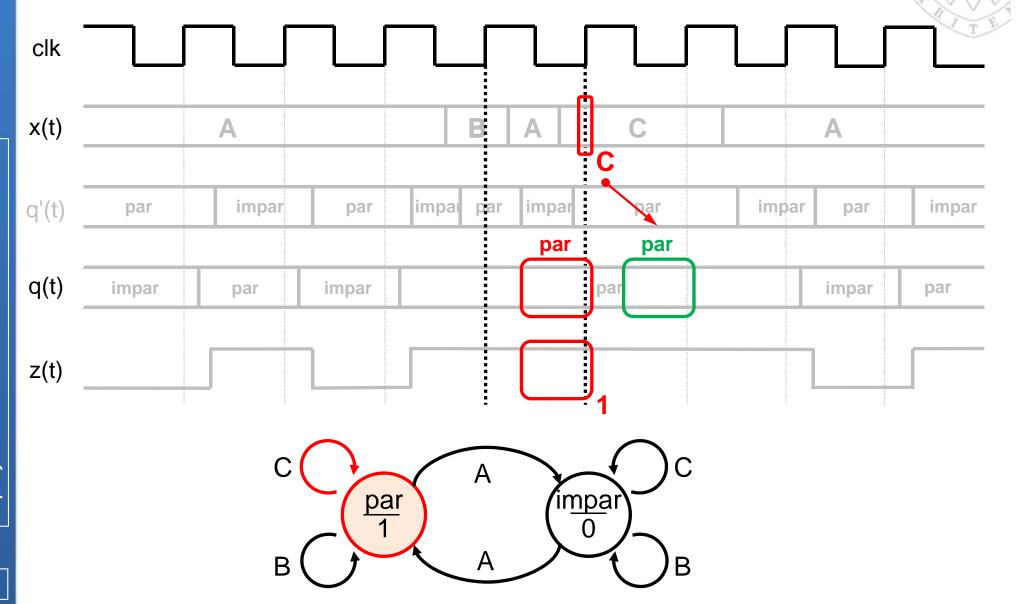


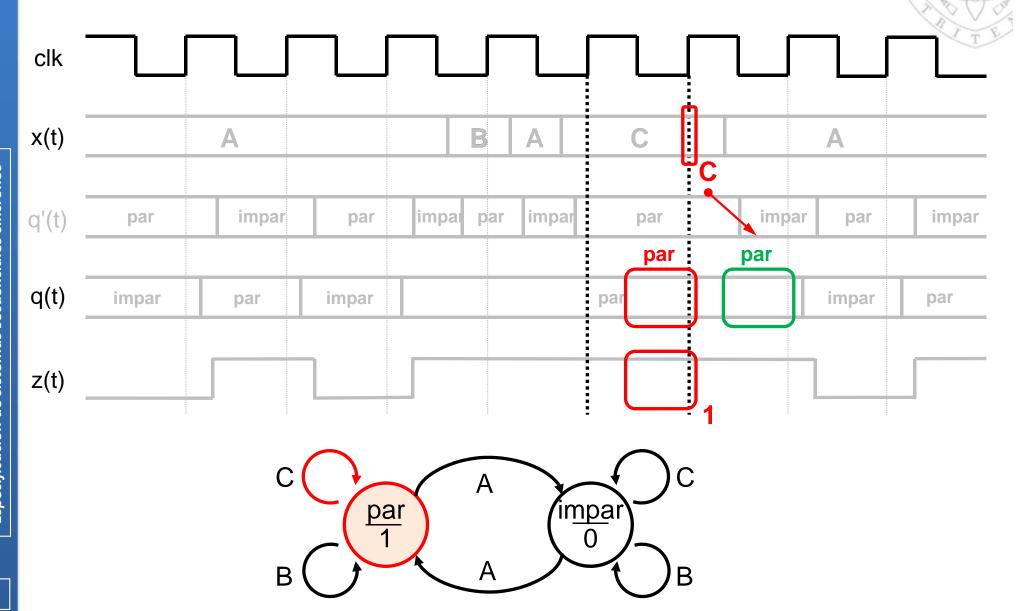


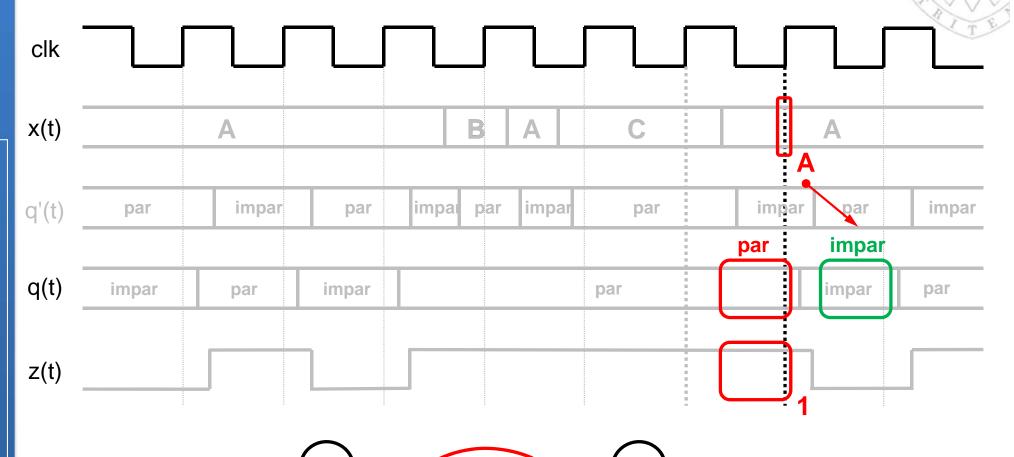


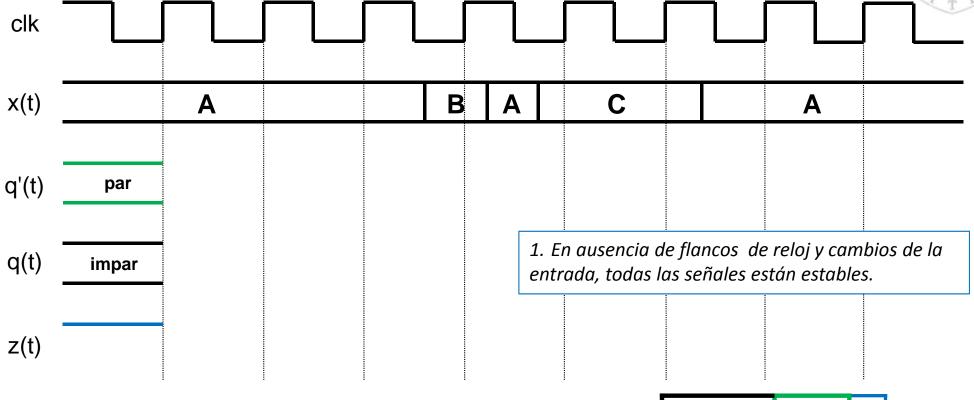


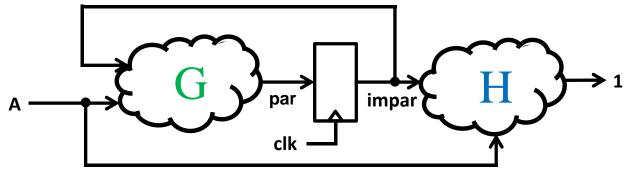




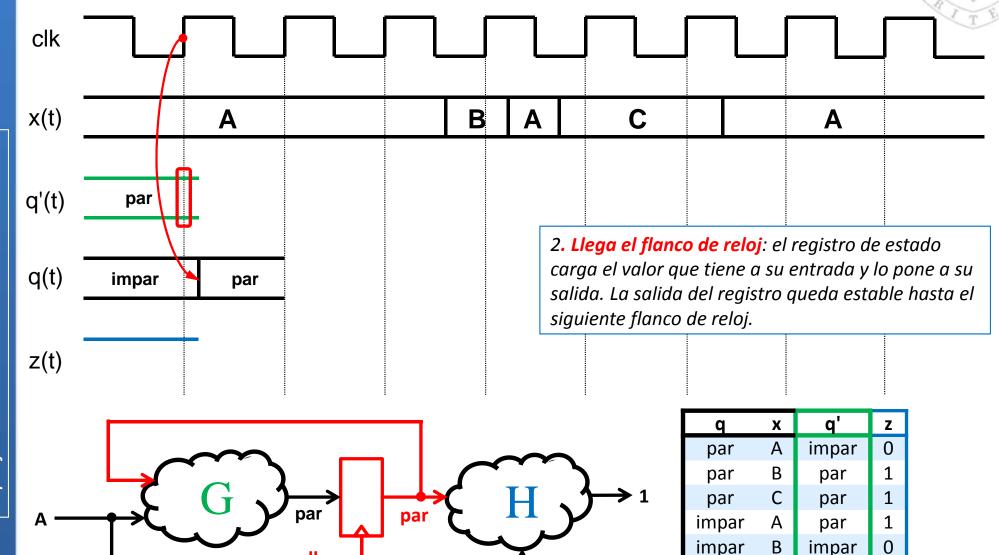








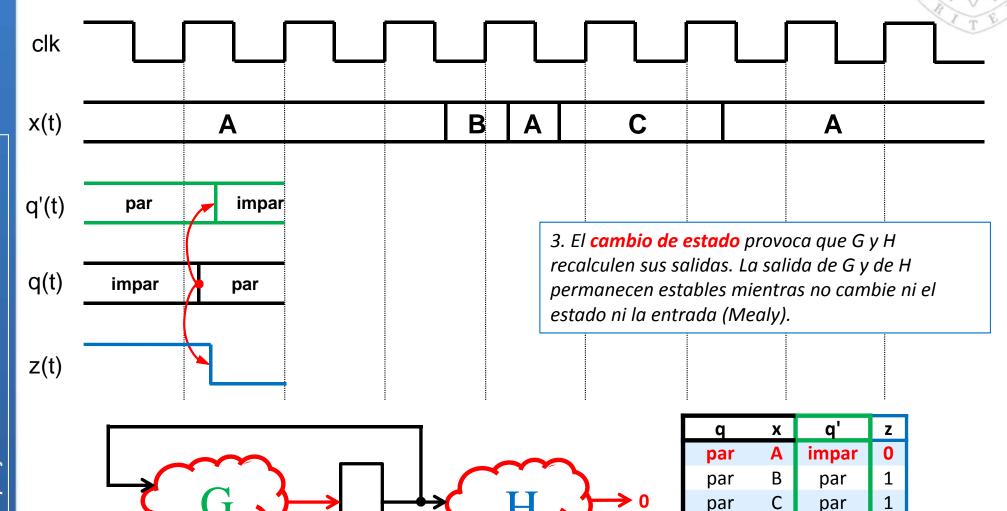
q	Х	q'	Z
par	Α	impar	0
par	В	par	1
par	С	par	1
impar	Α	par	1
impar	В	impar	0
impar	С	impar	0



impar

FC

Máquina de Mealy



impar

impar

impar

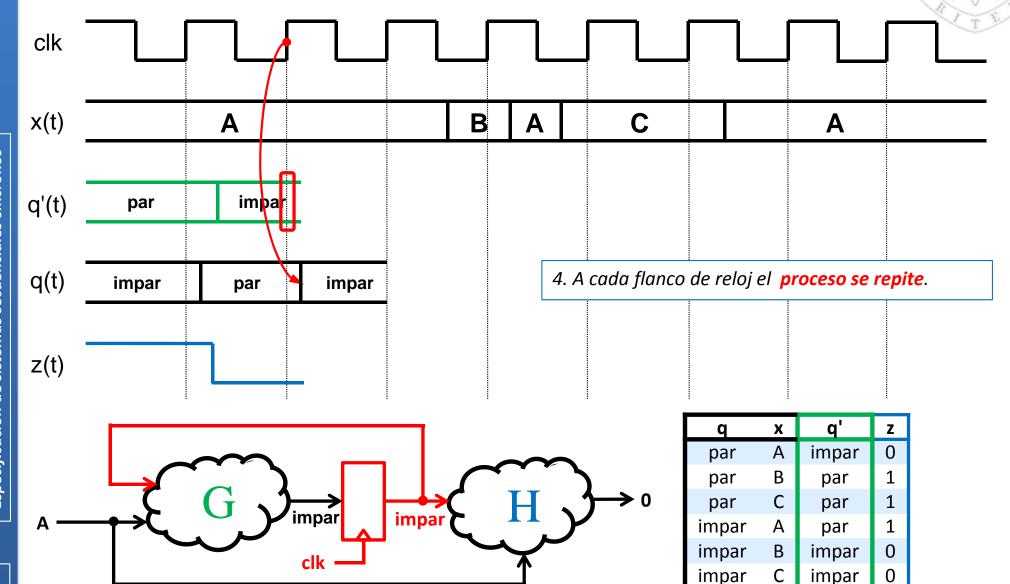
par

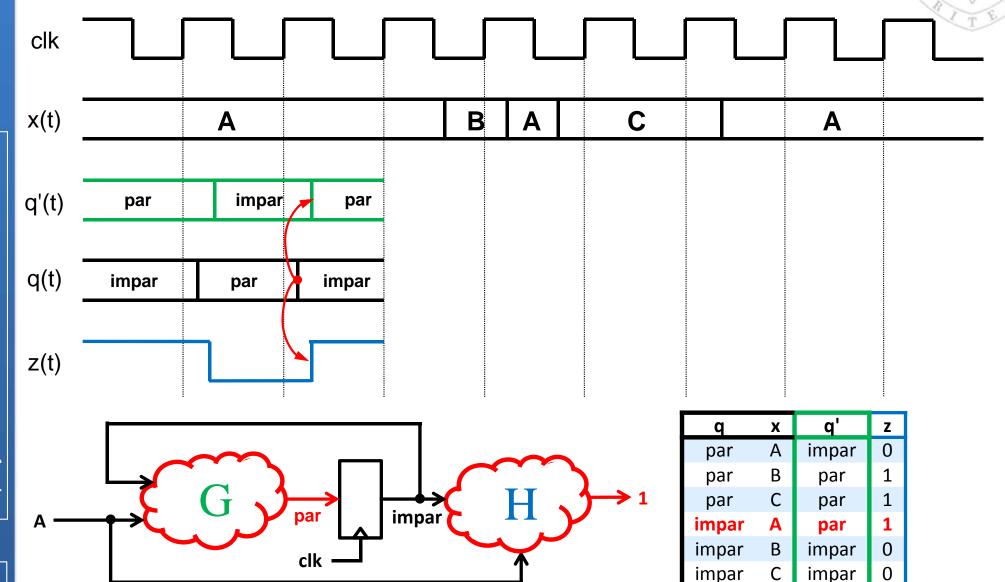
impar

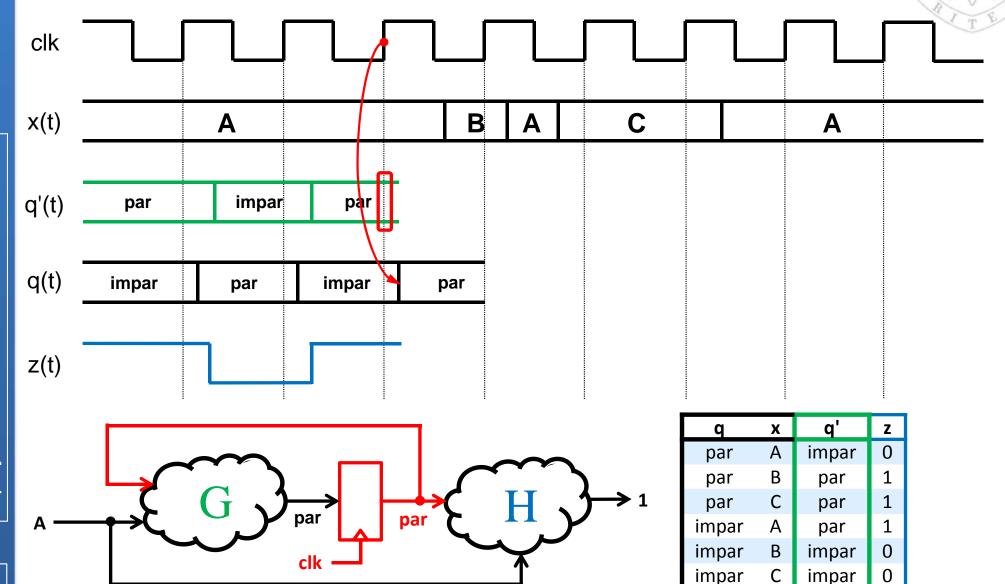
impar

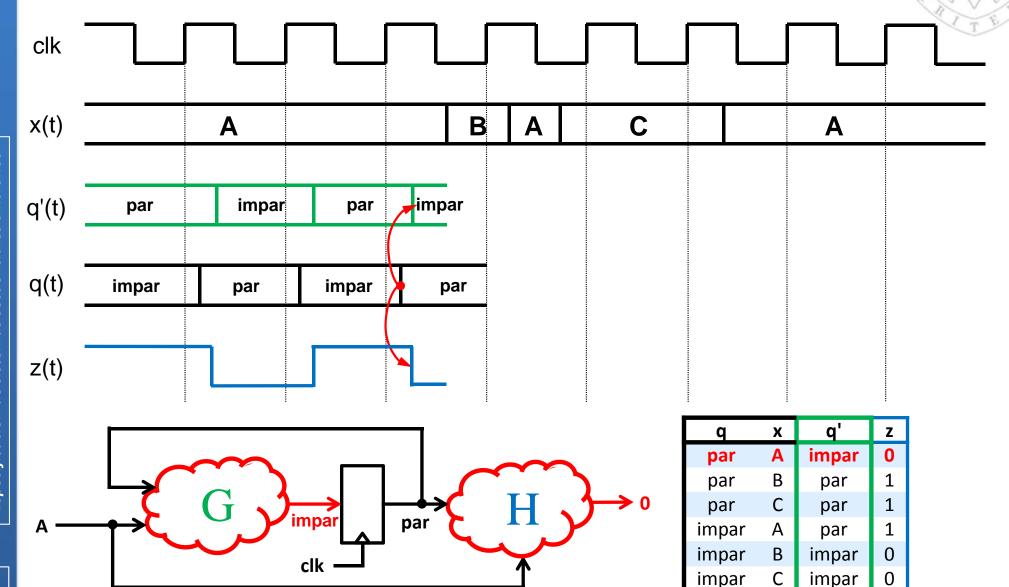
0

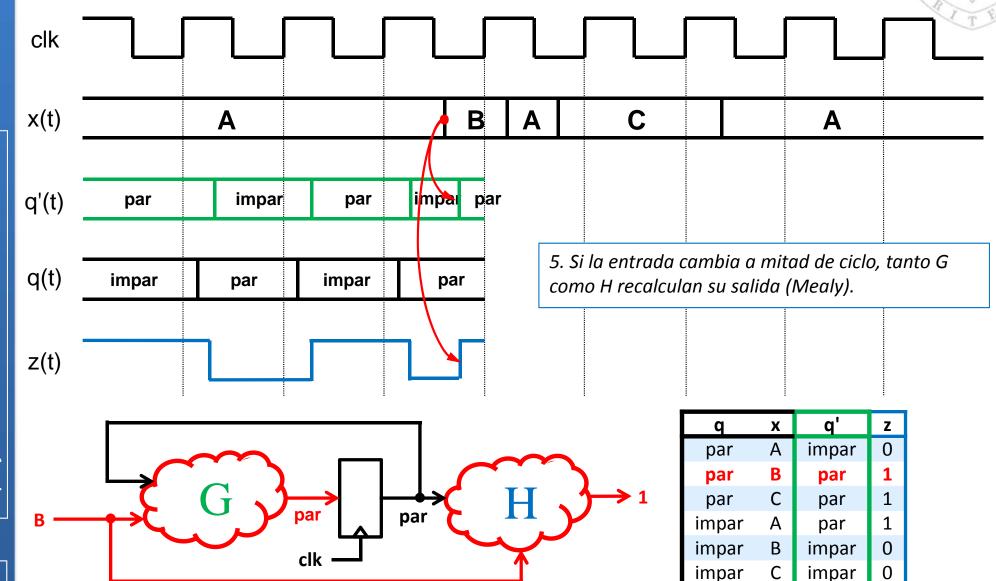
par

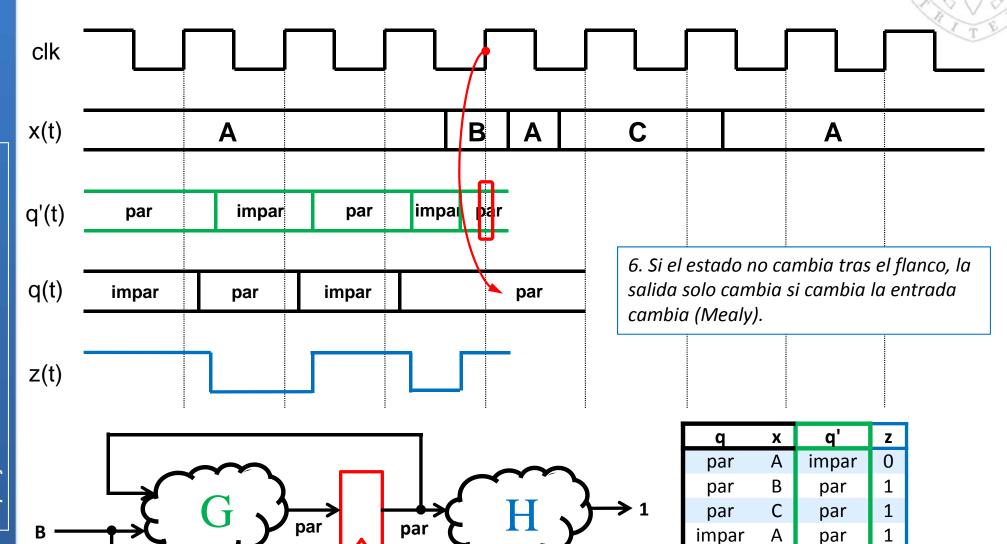












impar

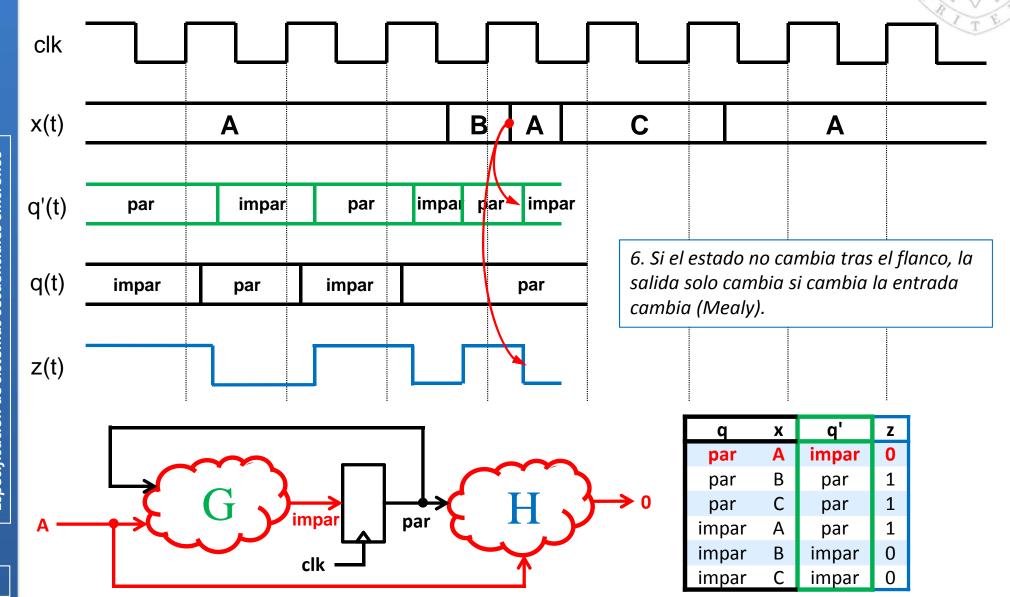
impar

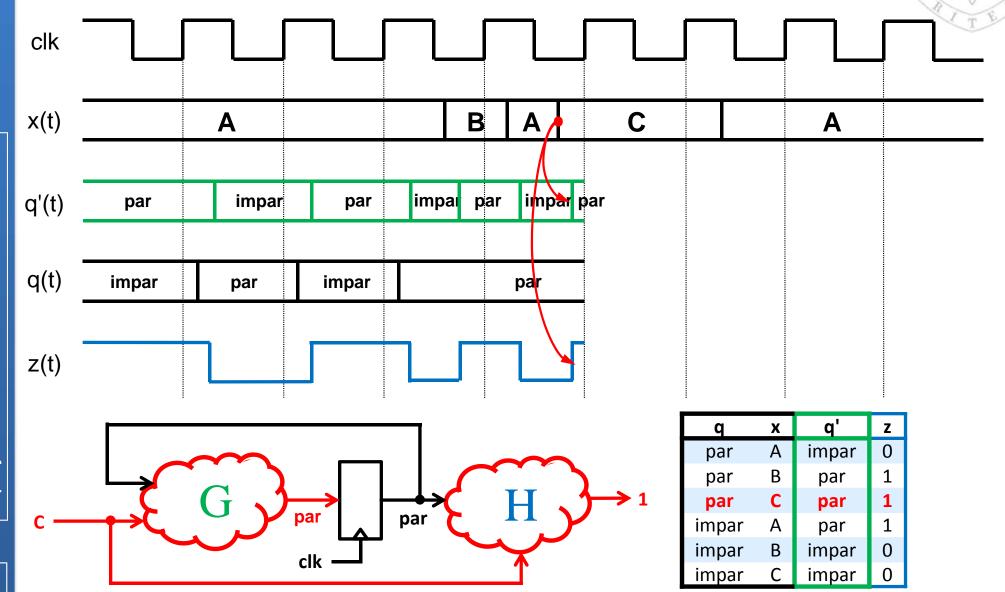
0

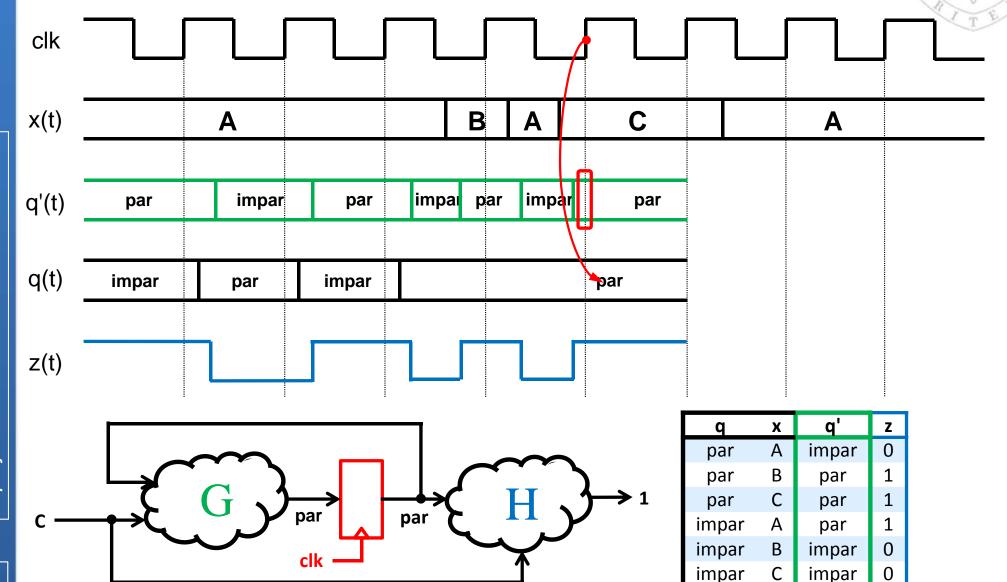
impar

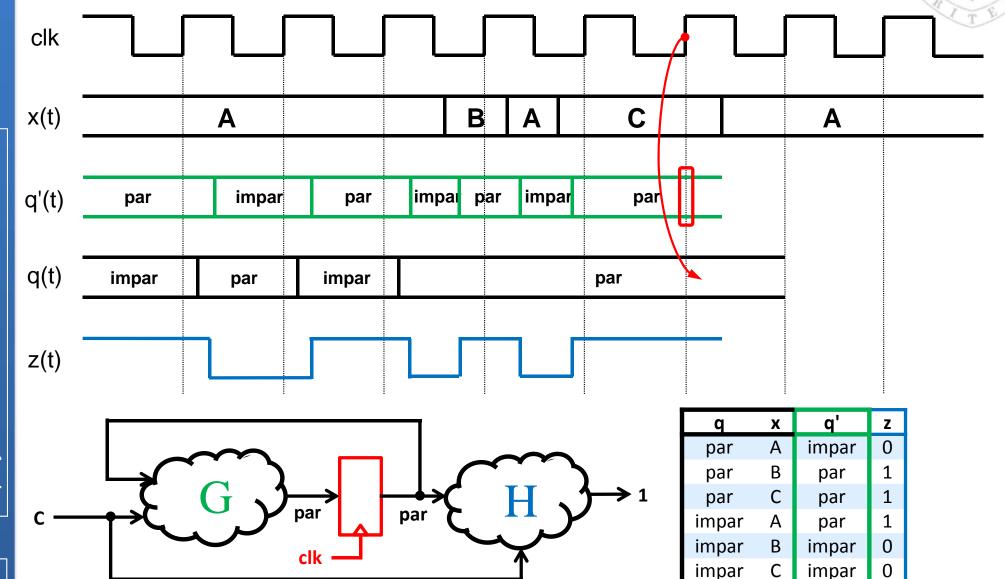
impar

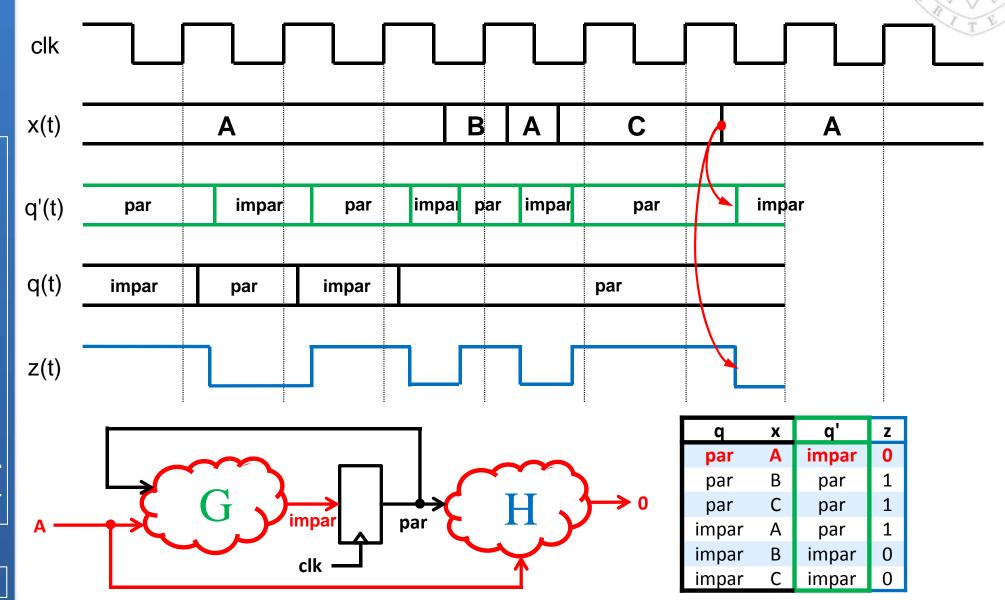
76

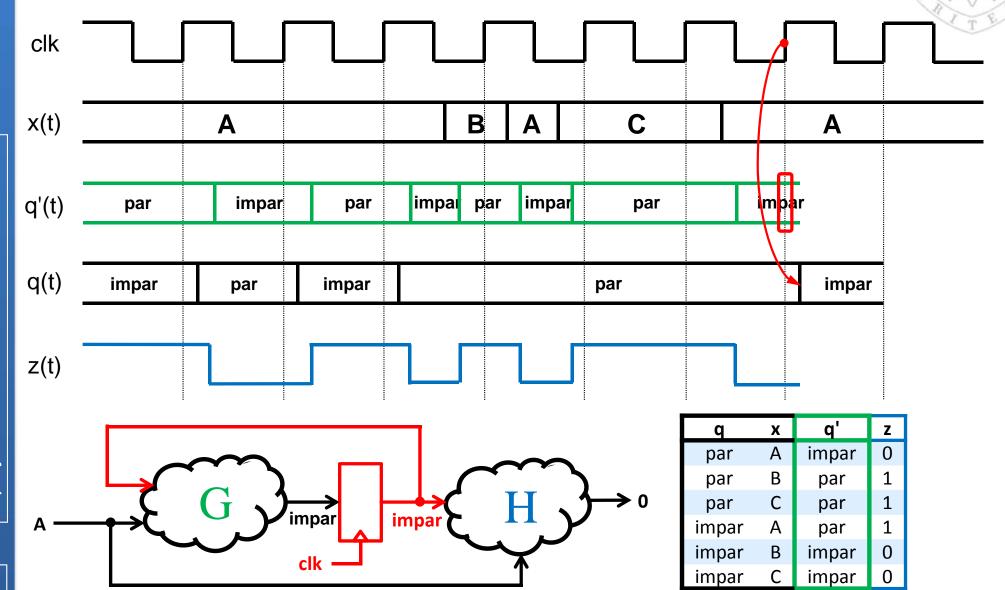


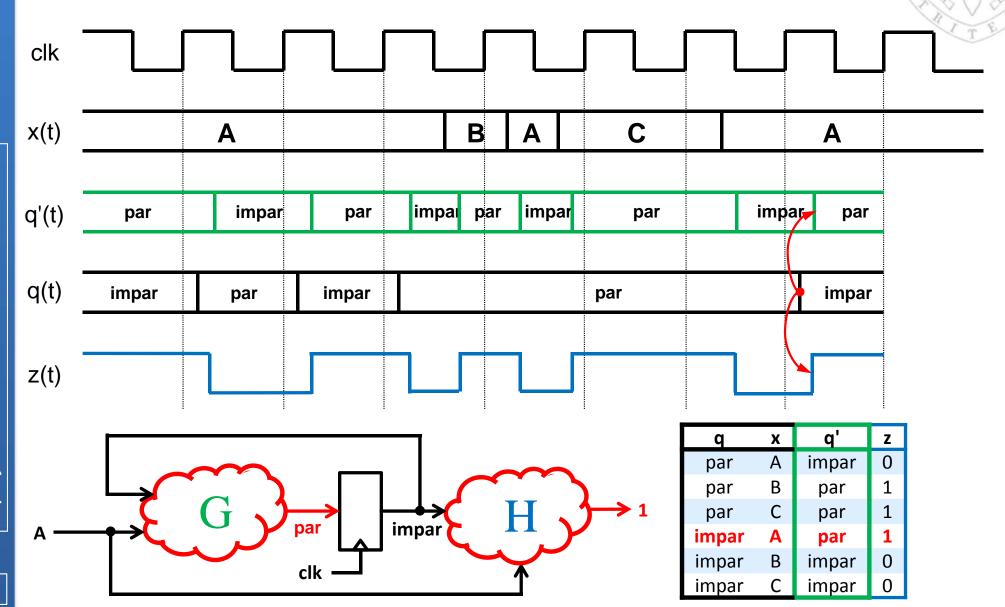


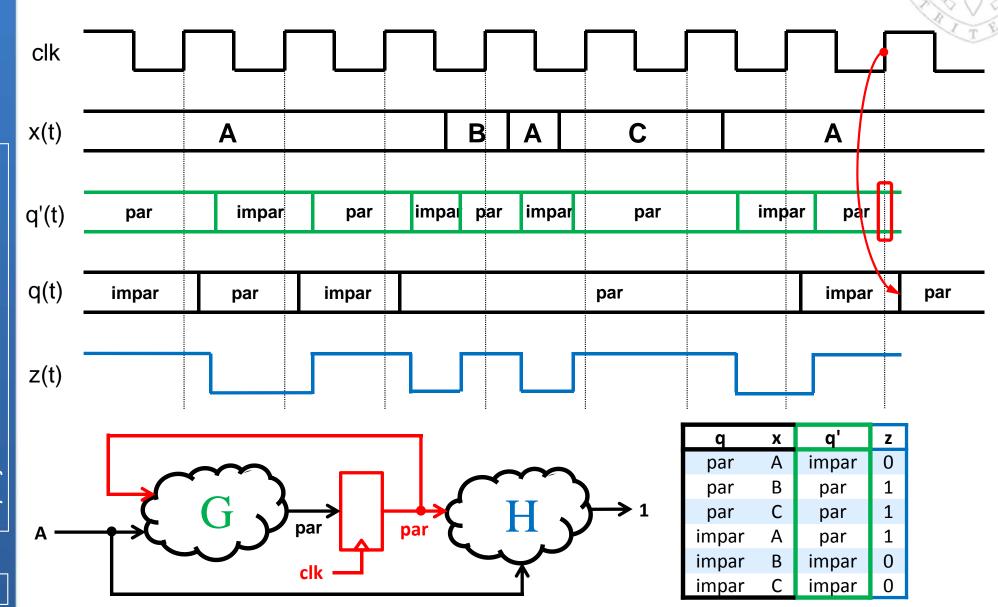


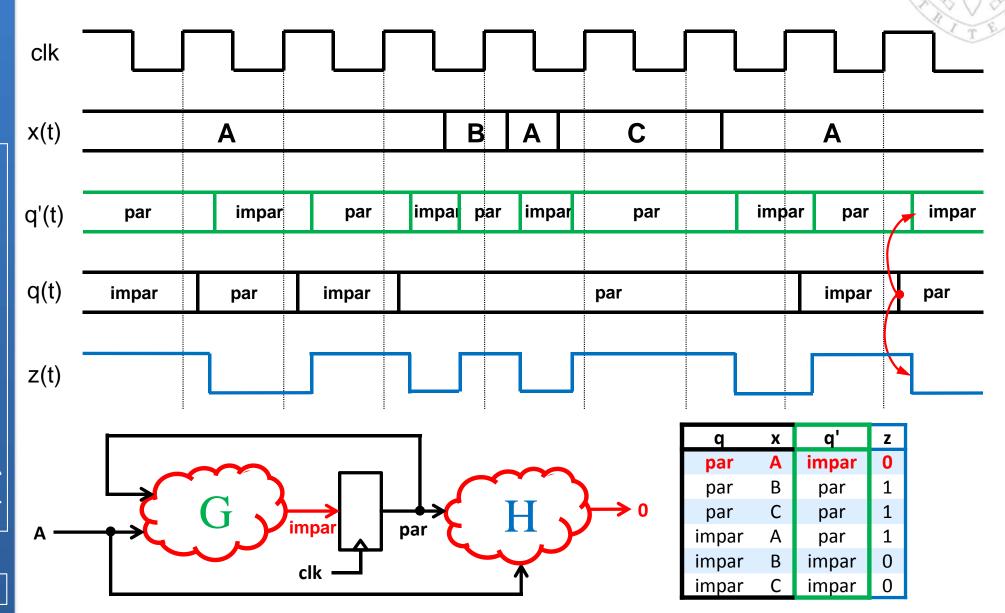


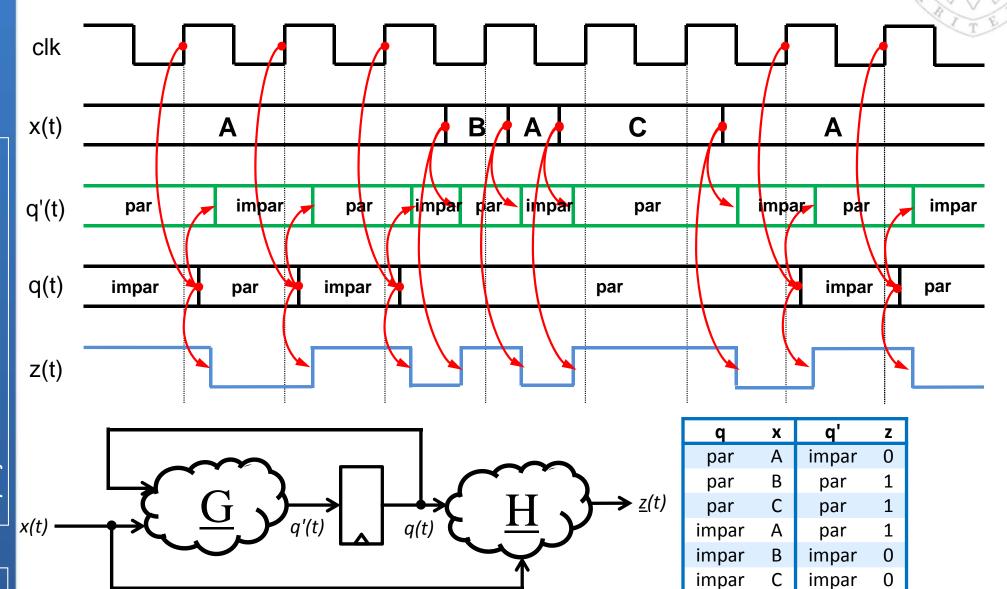


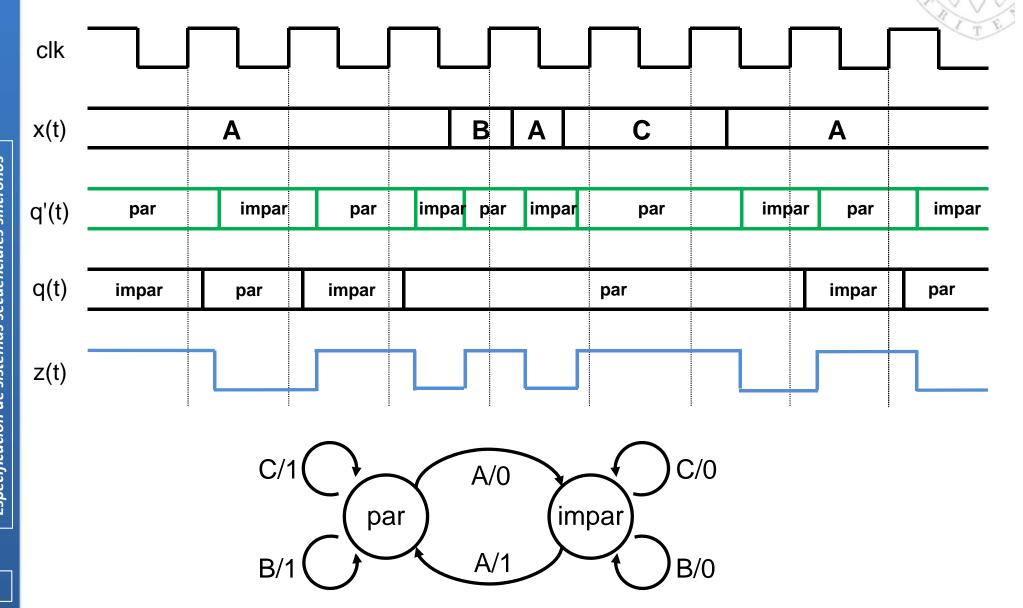


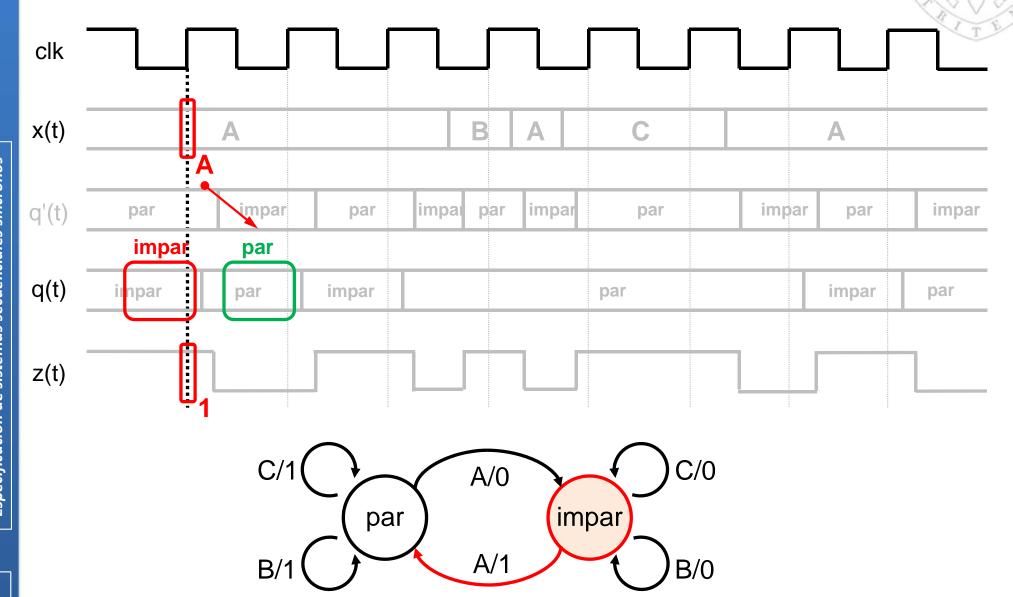


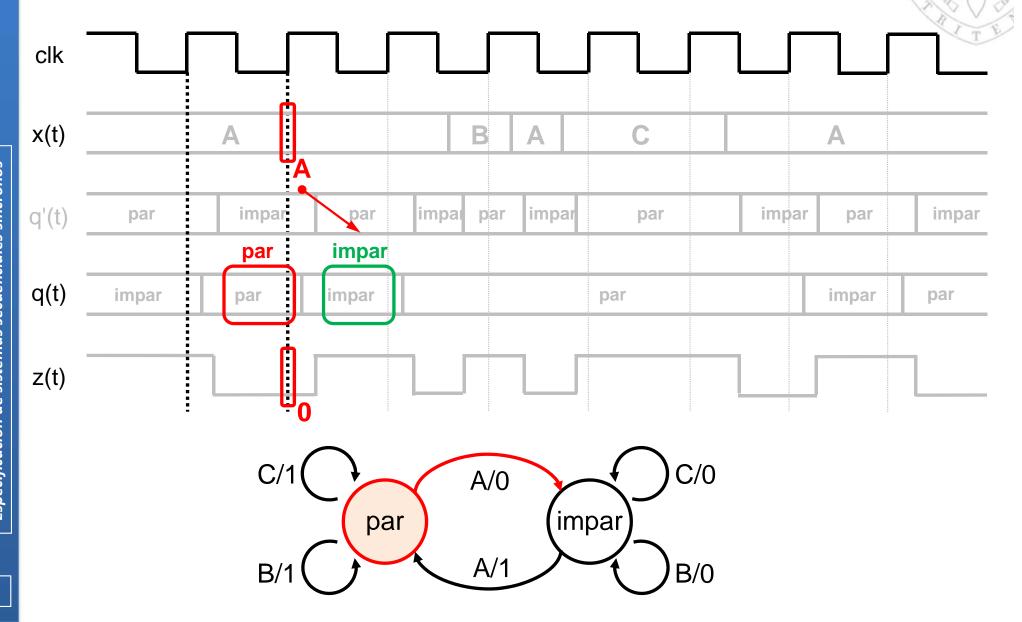


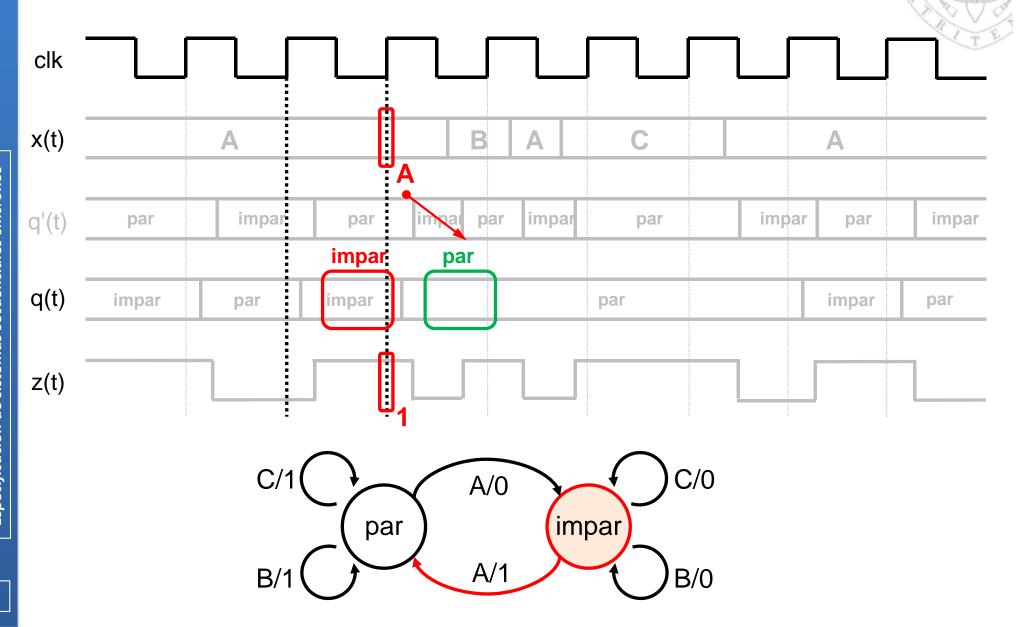


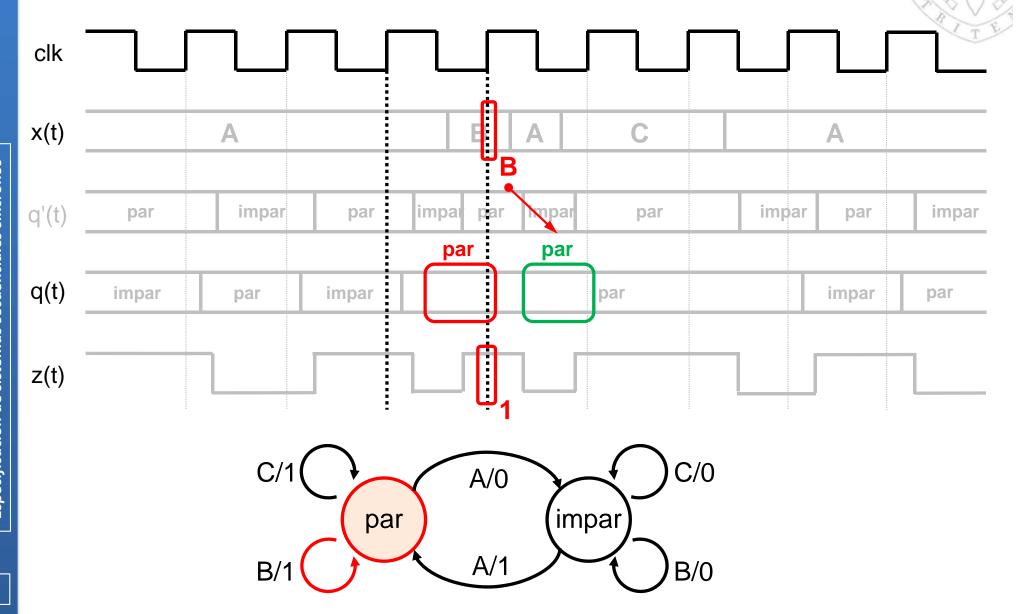


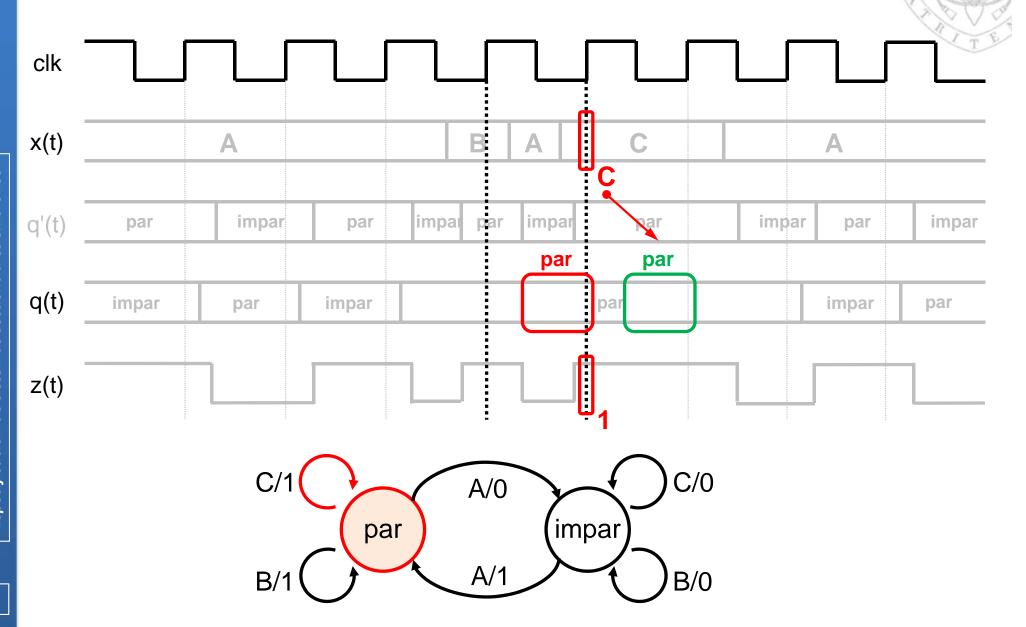


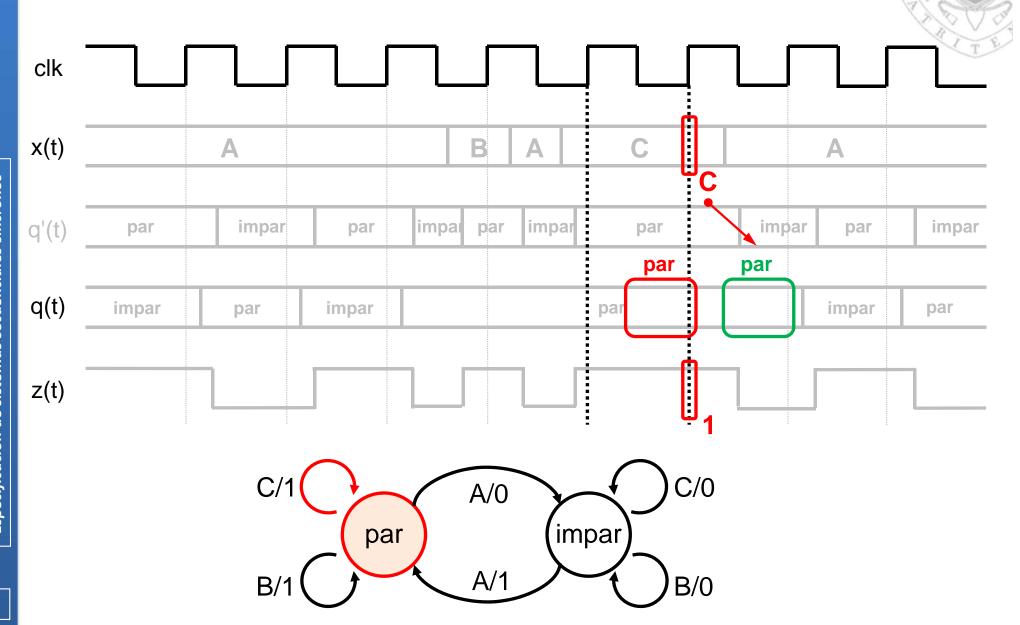


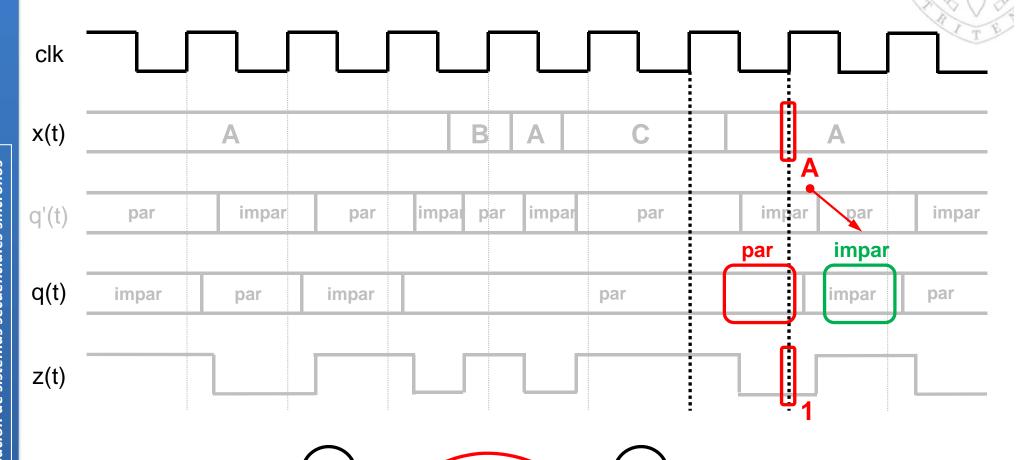










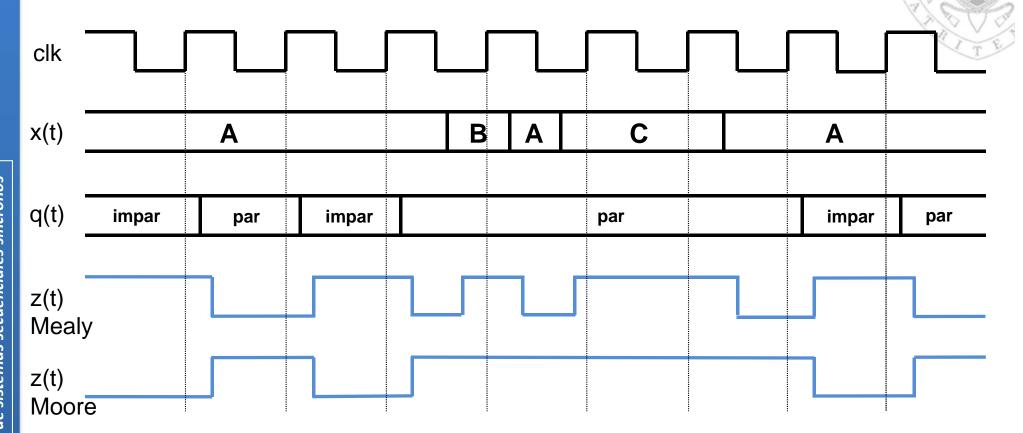


A/0

par

impar

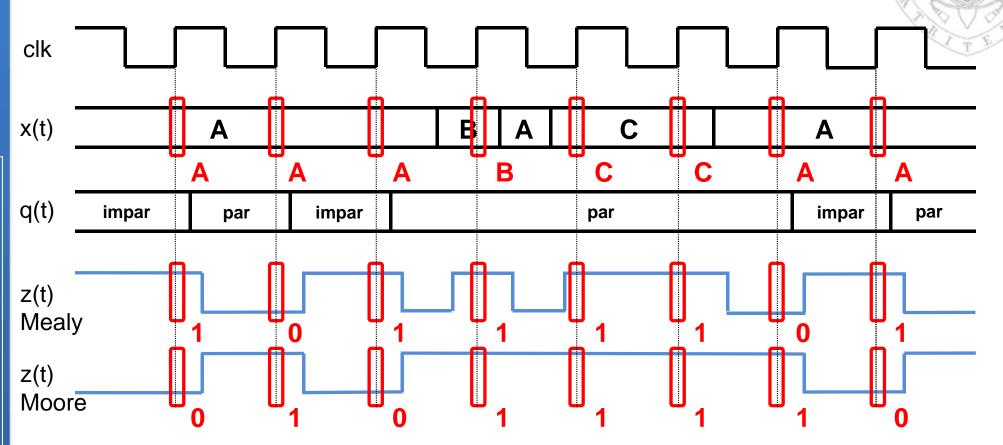
Mealy vs. Moore



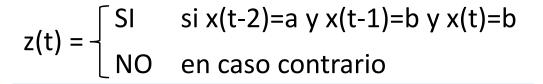
Las salidas de las máquinas Moore y Mealy son notablemente diferentes.

95

Mealy vs. Moore



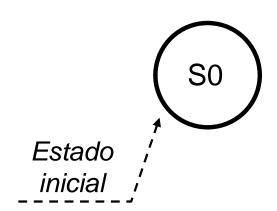
- Las salidas de las máquinas Moore y Mealy son notablemente diferentes.
 - Pero como, típicamente, son leídas por otro sistema sincronizado con el mismo reloj, solo son relevantes los valores existentes en los flancos de reloj.
- Por ello, a efectos prácticos, la salida de la máquina de Moore equivale a la de Mealy pero con un ciclo de retraso.



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2) = a \text{ y } x(t-1) = b \text{ y } x(t) = b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Máquina de Mealy

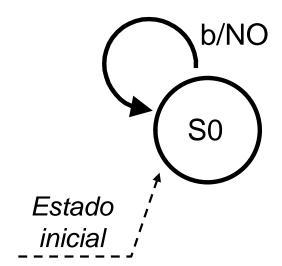
Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

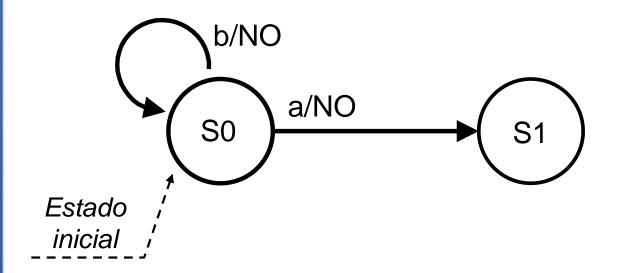
Máquina de Mealy

Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



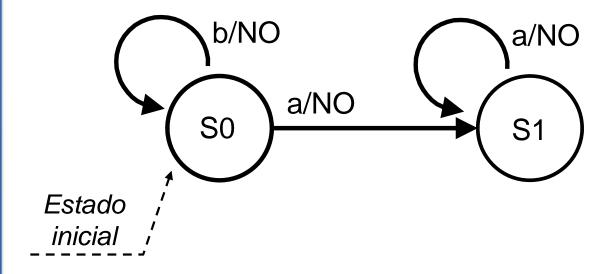
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"

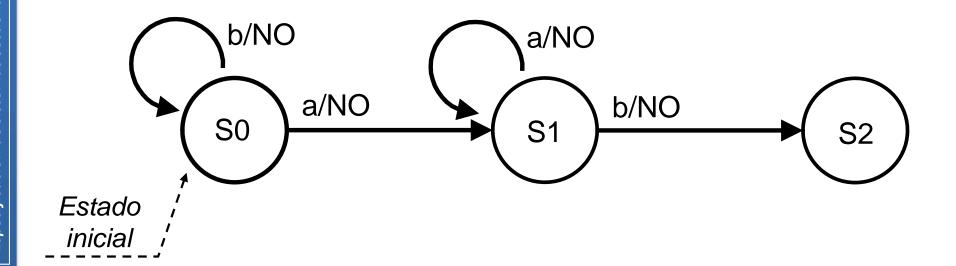


tema . Especi

Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2) = a \text{ y } x(t-1) = b \text{ y } x(t) = b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"

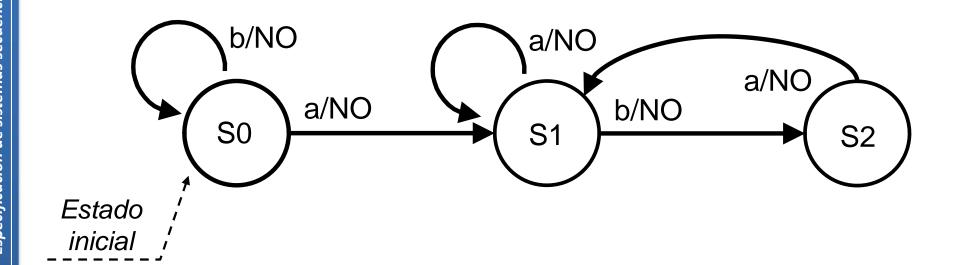


tema 5:

Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



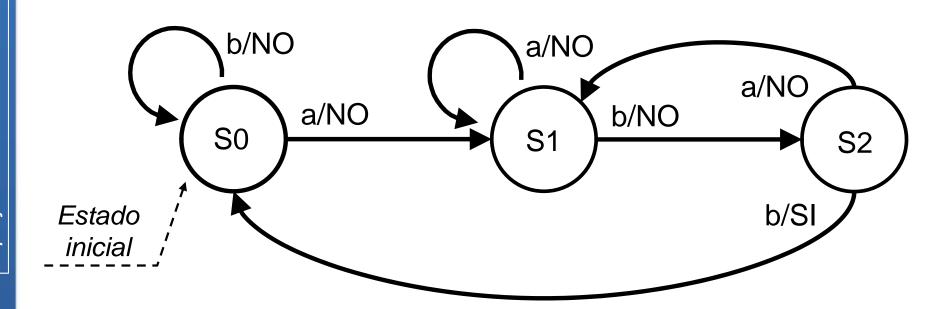
tema 5:

FC

Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-2)=a \text{ y } x(t-1)=b \text{ y } x(t)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"

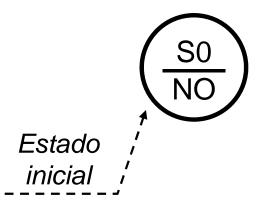


$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

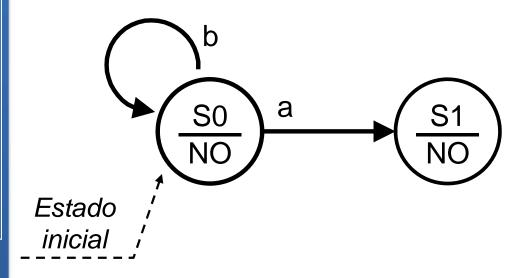
Máquina de Moore

Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón



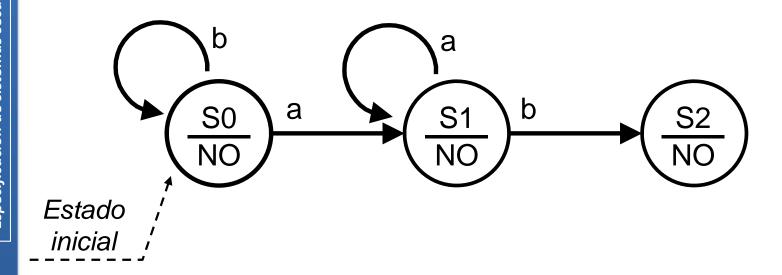
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"



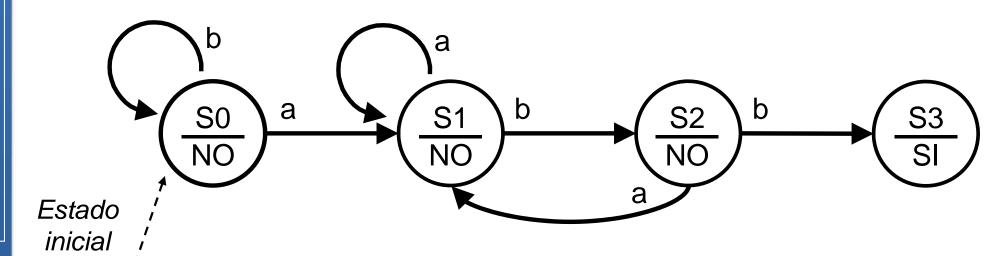
$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"



$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

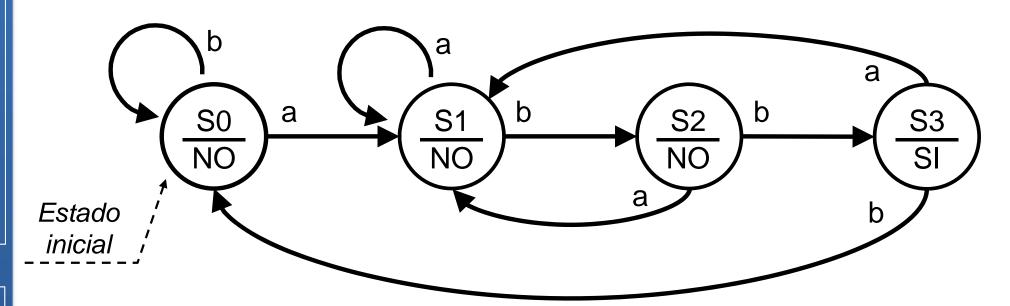
- Estado S0: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



Reconocedor del patrón "abb"

$$z(t) = \begin{cases} SI & \text{si } x(t-3)=a \text{ y } x(t-2)=b \text{ y } x(t-1)=b \\ NO & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Estado SO: no ha llegado ningún elemento del patrón
- Estado S1: ha llegado el subpatrón "a"
- Estado S2: ha llegado el subpatrón "ab"
- Estado S3: ha llegado el patrón "abb"



rema 5

Acerca de Creative Commons





- Ofrece algunos derechos a terceras personas bajo ciertas condiciones. Este documento tiene establecidas las siguientes:
 - Reconocimiento (Attribution):
 En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia hará falta reconocer la autoría.
 - No comercial (Non commercial):

 La explotación de la obra queda limitada a usos no comerciales.
 - Compartir igual (Share alike):

 La explotación autorizada incluye la creación de obras derivadas siempre que mantengan la misma licencia al ser divulgadas.

Más información: https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/