I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura........................ Fecha ....

Alumno/a .... Curso............ Nº..........

Apellidos Nombre

Calificación

7.-

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^{3n}$

Buscamos aplicar la formula de sumación por partes de Abel, para lo que consideramos $a_n = (-1)^n$

$b_n = z^{3n}$

$$A_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k = \varepsilon_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ es par} \\ 0 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

El radio de convergencia de la serie es 1 porque $\limsup \sqrt[n]{|(-1)^n|} = 1$. Consideramos los z, $|z|<1$.

$$\sum_{n=0}^{q} (-1)^n z^{3n} = \sum_{n=0}^{q-1} A_n \cdot (z^{3n} - z^{3(n+1)}) + A_q z^{3q} - A_{-1} z^0 =$$

$$= \sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon_n (z^{3n} - z^{3n} \cdot z^3) + \varepsilon_q \cdot z^{3q} - 0 =$$

$$= (1 - z^3) \sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon_n z^{3n} + \varepsilon_q \cdot z^{3q}$$

Ahora $\sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon_n z^{3n} = 1 + z^6 + z^{12} + z^{18} + \cdots + \underline{z^{3(q-1)}} =$

ó z^{3q} según q sea par o impar

$$= \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{q-1}{2} \rfloor} z^{6n}$$