$$\Longrightarrow g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,k}}{n!} \left(z - \left(\tfrac{\pi}{2} + k\pi\right)\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,k}}{n!} \left(z - \left(\tfrac{\pi}{2} + k\pi\right)\right)^n.$$

Por la proposición 14.2.2. la multiplicidad del cero en $\frac{\pi}{2} + k\pi$ es 1 $\forall k \in \mathbb{Z}$.

Por tanto para $k \in \mathbb{Z}$ $\exists h_k$ función entera que no se anula en $\frac{\pi}{2} + k\pi$ tal que

$$g(z) = \cos z = \left(z - \left(\tfrac{\pi}{2} + k\pi\right)\right) \cdot h_k(z).$$

Por tanto $\cos^2 z = \left(z - \left(\tfrac{\pi}{2} + k\pi\right)\right)^2 \cdot h_k^2(z)$

$$f(z) = z^3 \cdot \cos^2 z = \left(z - \left(\tfrac{\pi}{2} + k\pi\right)\right)^2 z^3 h_k^2(z) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

- Como $\cos^2 0 = 1$ y $\cos^2 z$ en entera entonces 0 es un cero de $f(z)$ de multiplicidad 3.
- Como $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)^3 \cdot h_k\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)^2 \neq 0$ $\forall k$ y $z^3 h_k^2(z)$ es entera $\forall k \in \mathbb{Z}$ entonces $\frac{\pi}{2} + k\pi$ es un cero de $f(z)$ de multiplicidad 2 $\forall k \in \mathbb{Z}$.

c) $f(z) = (1 - e^{iz}) \operatorname{sen} z$

$$f(z) = 0 \Longleftrightarrow \begin{cases} e^{iz} = 1 \Longleftrightarrow z = 2k\pi \text{ con } k \in \mathbb{Z}. \\ \text{ó} \\ \operatorname{sen} z = 0 \Longleftrightarrow z = k\pi \text{ con } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Por el desarrollo en Serie de Taylor de $g(z) = \operatorname{sen} z$ centrado en $k\pi$ $\forall k \in \mathbb{Z}$ se puede ver que

$$g(z) = \operatorname{sen} z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_{n,k}}{n!} (z - k\pi)^n$$

donde $\mathcal{E}_{n,k}$ es 0 si n es par y ± 1 si n es impar.