Juan Carlos Llamas Nuñez 3º DG Inf-Mat.

DNI: 11867802-D Fecha: 12/11/2020

Examen I.O.

Problema 1.-

Sea x_1 el número de procesos de tipo T_n utilizados y x_2 el número de procesos de tipo T_a utilizados.

La función objetivo que queremos maximizar es

$$z = 4\cdot(\underbrace{8 x_1 + 10 x_2}_{\text{Unidades de G produc.}}) + 6(\underbrace{6x_1 + 7x_2}_{\text{Unidades de P producidas}}) + 7(\underbrace{5x_1 + 4x_2}_{\text{Unidades de S producidas.}})$$

Las restricciones que se nos indican son

1.- Unidades producidas de G al menos 900 $\iff 8x_1 + 10x_2 \geq 900$

2.- Unidades producidas de P al menos 300 $\iff 6x_1 + 7x_2 \geq 300$

3.- Unidades producidas de S al menos 800 y un máximo de 1700 $\iff 1700 \geq 5x_1 + 4x_2 \geq 800$

4.- El crudo de tipo C_1 disponible es 1400 $\iff 7x_1 + 10x_2 \leq 1400$

5.- El crudo de tipo C_2 disponible es 2000 $\iff 12x_1 + 8x_2 \leq 2000$

Juan Carlos Llamas Núñez DNI: 11867802-D

Por tanto se trata de maximizar

$$\max z = 4(8x_1 + 10x_2) + 6(6x_1 + 7x_2) + 7(5x_1 + 4x_2)$$

sujeto a:

$$8x_1 + 10x_2 \geq 900$$
$$6x_1 + 7x_2 \geq 300$$
$$5x_1 + 4x_2 \geq 800$$
$$5x_1 + 4x_2 \leq 1700$$
$$7x_1 + 10x_2 \leq 1400$$
$$12x_1 + 8x_2 \leq 2000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema 2:

Estamos ante un problema de minimización donde todos los costes reducidos no son mayores o iguales que 0 por lo que podemos hacer decrecer la función objetivo en la región factible. Introducimos en la base la variable no básica x_4 y sacamos la variable básica x_2 por lo que en la siguiente iteración del Simplex tenemos la tabla:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	0	1	0	1	0	2
x_3	0	2/3	1	0	-1/3	13/3
x_1	1	1/3	0	0	1/3	2/3
	0	4	0	0	0	$z-7$

Juan Carlos Llamas Núñez DNI: 11867802-D

Llegamos a una tabla donde todos los costes reducidos son mayores o iguales que cero por lo que ya tenemos una solución óptima que es $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \\ 13/3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Sin embargo, esta solución no es única ya que hay algún coste reducido de una variable no básica que es 0. Por tanto hay solución óptima múltiple. Introducimos en la base la variable no básica x_5 y sacamos la variable básica x_1 con lo que obtenemos la siguiente tabla:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_4	0	1	0	1	0	2
x_3	1	1	1	0	0	5
x_5	3	1	0	0	1	2
	0	4	0	0	0	z-7

Obtenemos otra solución óptima $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Por tanto, el conjunto de soluciones óptimas es la envoltura convexa de estas dos soluciones, es decir,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \\ 13/3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + (1-\lambda) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{con } \lambda \in [0,1].$$

Para estos puntos la función objetivo toma el valor $z = 7$.

Juan Carlos Llamas Núñez DNI: 11867802-D

Problema 3.-

Estamos ante un problema de minimización donde no todos los costes reducidos son mayores o iguales que 0 por lo que podemos hacer decrecer la función objetivo dentro de la región factible. Introducimos en la base la variable no básica x_5 y sacamos de la base la variable básica x_3 con lo que la nueva tabla queda:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	-3/4	5/4	-1/4	0	7/2
x_5	0	-1/4	15/4	-3/4	1	5/2
	0	11	21	0	0	z-(-18)

Como todos los costes reducidos son mayores o iguales que 0 tenemos una solución óptima $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5/2 \end{pmatrix}$ para la que la función objetivo toma el valor $z=-18$. Sin embargo, no es única ya que hay una variable no básica x_4 con coste reducido cero. El hecho de que en esa columna todos los valores sean menores o iguales que cero nos hace notar que podemos movernos a lo largo de una dirección extrema manteniendo el valor de la función objetivo. Por tanto, el conjunto de soluciones es

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5/2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3/4 \end{pmatrix}$$

con $\mu \geq 0$ y el valor de la función objetivo para estos puntos es

$$z=-18$$