I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura.................................... Fecha ....

Alumno/a .... Curso.................. Nº...........

Apellidos Nombre

Calificación

Por tanto, el primer término no nulo en el desarrollo en serie de Taylor de $f(z)=6\operatorname{sen}^3 z+z^3(z^6-6)$ en 0 es el de la potencia z^5, por lo que 0 es un cero de multiplicidad 5.

d) $f(z)=(e^z-e^{z^2})\log(1-z)$.

$$f(0)=(e^0-e^0)\log 1=0$$

$$f'(z)=(e^z-e^{z^2}\cdot 2z)\log(1-z)+(e^z-e^{z^2})\cdot\frac{(-1)}{1-z}=$$

$$=e^z\log(1-z)-2z\,e^{z^2}\log(1-z)-e^z(1-z)^{-1}+e^{z^2}(1-z)^{-1}\qquad f'(0)=0$$

$$f''(z)=e^z\log(1-z)-\frac{e^z}{1-z}-2e^{z^2}\log(1-z)-2z\left[e^{z^2}\log(1-z)\cdot 2z-\frac{e^{z^2}}{1-z}\right]$$
$$-e^z(1-z)^{-1}-e^z(1-z)^{-2}+e^{z^2}\cdot 2z(1-z)^{-1}+e^{z^2}\cdot(1-z)^{-2}$$

$$f''(0)=0-1-0-0-1-1+0+1=-2$$

Como el primer término no nulo en el desarrollo en serie de Taylor de $f(z)=(e^z-e^{z^2})\log(1-z)$ centrada en 0 es el que acompaña a z^2, 0 es un cero de $f(z)$ de multiplicidad 2.

e) $f(z)=\dfrac{z^6}{\left(\frac{z}{2}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} z}{2}\right)^2}$

Hemos visto varias veces en esta hoja que $\operatorname{sen} z=z\cdot h(z)$ para cierta función $h(z)\in\mathcal{H}(\mathbb{C})$ y tal que $h(0)\neq 0$.