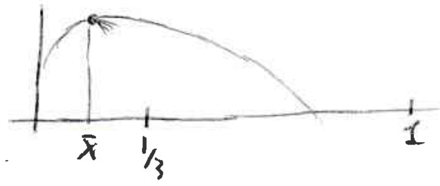
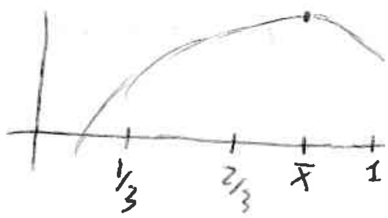
Si $\bar{x} \in (0, \frac{1}{3})$ $\Rightarrow$



El máximo de $l(p)$ en $[1/3, \frac{2}{3}]$ se alcanzará cuando $p = \frac{1}{3}$

Si $\bar{x} \in (\frac{2}{3}, 1)$ $\Rightarrow$



El máximo de $l(p)$ en $[1/3, \frac{2}{3}]$ se alcanzará cuando $p = \frac{2}{3}$.

Por tanto, el estimador de máxima verosimilitud de p es

$$\hat{p}_{MV} = \begin{cases} \bar{X} & \text{si } \bar{x} \in [1/3, \frac{2}{3}] \\ \frac{1}{3} & \text{si } \bar{x} \in (0, \frac{1}{3}) \\ \frac{2}{3} & \text{si } \bar{x} \in (\frac{2}{3}, 1) \end{cases}$$

Hemos excluido los casos $\bar{x} = 1$ y $\bar{x} = 0$ para tratarlos aparte.

Si $\bar{x} = 1 \Rightarrow L(p) = L(p \mid x_1 = 1, x_2 = 1 - - x_n = 1) = p^n (1-p)^{n-n} = p^n$ que es monótona creciente y alcanza su máximo en $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ cuando $p = \frac{2}{3}$.

Si $\bar{x} = 0 \Rightarrow L(p) = L(p \mid x_1 = 0, x_2 = 0, - - x_n = 0) = p^0 (1-p)^{n-0} = (1-p)^n$ que es monótona decreciente en $(0, 1)$ y alcanza su máximo en $[1/3, 2/3]$ cuando $p = 1/3$. Po

En conclusión

$$\hat{p}_{MV} = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{si } \bar{x} \in [0, 1/3) \\ \bar{X} & \text{si } \bar{x} \in [1/3, 2/3] \\ 2/3 & \text{si } \bar{x} \in (\frac{2}{3}, 1] \end{cases} \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] = H$$