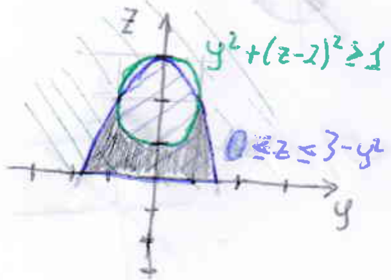
Juan Carlos Llamas Núñez

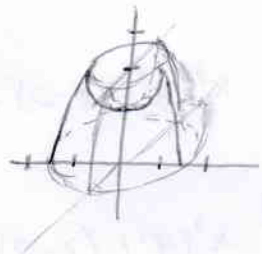
Entrega 2

Ejercicio 1.- Consideramos $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 0\le z\le 3-x^2-y^2,\ x^2+y^2+z^2\ge 4z-3\}$ y los campos $f(x,y,z)=x^2+2xy+z^2-3x+1$, $\vec{F}(x,y,z)=(e^{-xy}+z,\ z\,\mathrm{sen}\,y,\ x^2-z^2+y^2)$

Calcular
$$\iint_{\partial V}(\nabla f+\mathrm{rot}(\vec{F}))\cdot d\vec{S}.$$

En primer lugar nos fijamos en el conjunto V. Este es la intersección de un paraboloide cortado con el complementario de una bola centrada en el punto (0,0,2) y de radio 1. Por la simetría de x e y, es el resultado de hacer rotar esta figura alrededor del eje z.





Se tiene que $\partial V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z=0,\ x^2+y^2\le 3\}\cup\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z=3-x^2-y^2,\ 0\le z\le 2\}$
$\cup\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+(z-2)^2=1,\ z\le 2\}$.

Si separamos la integral como $\iint_{\partial V}(\nabla f+\mathrm{rot}(\vec{F}))\cdot d\vec{S}=$
$$=\iint_{\partial V}\nabla f\cdot d\vec{S}+\iint_{\partial V}\mathrm{rot}(\vec{F})\cdot d\vec{S}=I_1+I_2$$
podemos intentar calcular I_2 aplicando el teorema de Stokes.
(depués se verá que es mucho más sencillo con el teorema de Gauss (Hoja 10))