

Despejando θ

$$a \leq \theta \sum_{i=1}^n x_i^2 \leq b \iff \frac{a}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \leq \theta \leq \frac{b}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

El intervalo de confianza para θ al nivel $1-\alpha$ queda como

$$I C_{1-\alpha}(\theta) = \left(\frac{a}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \frac{b}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right)$$

Si particularizamos para el caso de probabilidad de colas iguales obtenemos que

$$\begin{aligned} y \quad a &= \chi_{2n:1-\frac{\alpha}{2}}^2 & \text{con} & F_{\chi_{2n}^2}(\chi_{2n:1-\frac{\alpha}{2}}^2) = \frac{\alpha}{2} \\ b &= \chi_{2n:\frac{\alpha}{2}}^2 & \text{con} & F_{\chi_{2n}^2}(\chi_{2n:\frac{\alpha}{2}}^2) = 1 - \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

Por tanto el intervalo queda como:

$$I C_{1-\alpha}(\theta) = \left(\frac{\chi_{2n:1-\frac{\alpha}{2}}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \frac{\chi_{2n:\frac{\alpha}{2}}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right)$$