I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura .... Fecha ....

Alumno/a .... Curso .... Nº ....

Apellidos Nombre

Calificación

$$= \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{z^n}{3} + \frac{2}{15}\left(-\frac{z}{5}\right)^n = -\frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty} z^n + \frac{2}{15}\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{z}{5}\right)^n \quad \forall z \in D(0,1)$$

c) $f(z) = \frac{z^2}{(z+2)^2}$ $\quad z_0 = 0$

Holomorfa en $D(0,2)$.

$$f(z) = \frac{z^2}{(z+2)^2} = \frac{z^2+4z+4-4z-4}{z^2+4z+4} = 1 - \frac{4z+4}{(z+2)^2} = 1 - 4\cdot\frac{z+1}{(z+2)^2} =$$

$$= 1 - 4\left(\frac{1}{z+2} - \frac{1}{(z+2)^2}\right) = 1 - \frac{4}{z+2} + \frac{4}{(z+2)^2}$$

Veamos que $f^{n)}(z) = -4\cdot(-1)^n (z+2)^{-n-1} n! + 4(-1)^n (z+2)^{-n-2}(n+1)!$

$n=1$

$$f'(z) = -4(z+2)^{-2}\cdot(-1) + 4(z+2)^{-3}\cdot(-2)$$

Supuesto para n.

$$f^{n+1)}(z) = \frac{\partial}{\partial z}\left(-4(-1)^n(z+2)^{-n-1}n! + 4(-1)^n(z+2)^{-n-2}(n+1)!\right) =$$

$$= -4(-1)^n n!\cdot(-n-1)\cdot(z+2)^{-n-1-1} + 4(-1)^n(n+1)!(-n-2)\cdot(z+2)^{-n-2-1} =$$

$$= -4(-1)^{n+1}(n+1)!(z+2)^{-(n+1)-1} + 4(-1)^{n+1}(n+2)!(z+2)^{-(n+1)-2}$$

$$\Rightarrow f^{n)}(0) = -4\cdot(-1)^n(2)^{-n-1}n! + 4(-1)^n(2)^{-n-2}(n+1)! =$$

$$= 4(-1)^n n!\left(-1 + 2^{-1}\cdot(n+1)\right) = \frac{4(-1)^n n!}{2^{n+1}}\cdot\left(\frac{n+1}{2} - 1\right) =$$

$$= \frac{4(-1)^n n!}{2^{n+1}}\left(\frac{n+1-2}{2}\right) = \frac{(-1)^n n!(n-1)}{2^n}$$