

g)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{1+2^n n^n} z^n$$

Sea $a_n = \frac{n^n}{1+2^n n^n}$

$$\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \limsup \sqrt[n]{\left| \frac{n^n}{1+2^n n^n} \right|} = \frac{1}{2}$$

Por tanto el radio de convergencia de la serie es $R=2$, es decir, $\forall z \in \mathbb{C}$, $|z| < 2$ la serie converge absolutamente

h)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{9} z^{2n}$$

Consideramos la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{9} w^n$ con $a_n = \frac{n}{9}$

$$\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \limsup \sqrt[n]{\frac{n}{9}} = \frac{1}{9}$$

Por tanto $R=9$ para $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{9} w^n$, es decir,

la serie converge absolutamente $\forall w \in \mathbb{C}$ con $|w| < 9$

Como $w = z^2$ la serie original converge $\forall z \in \mathbb{C}$ con

$$|z^2| < 9 \Leftrightarrow |z|^2 < 9 \Leftrightarrow |z| < 3$$