Problemas de Optimización

1. Sea $G = (V, A)$ un grafo simple orientado tal que las aristas del grafo forman un circuito en el que intervienen todos los arcos. Demostrar que la matriz de incidencia de G es totalmente unimodular.

2. Resolver los siguientes problemas de programación binaria:

$$
\begin{array}{lrrrrrl}
a)\ Max & 3x_1 & +2x_2 & -5x_3 & -2x_4 & +3x_5 & \\
s.\ a & x_1 & +x_2 & +x_3 & +2x_4 & +x_5 & \leq 4 \\
 & 7x_1 & & +3x_3 & -4x_4 & +3x_5 & \leq 8 \\
 & 11x_1 & -6x_2 & & +3x_4 & -3x_5 & \geq 3 \\
 & x_i \in \{0,1\} & & & & &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lrrrl}
b)\ Min & 3x_1 & +x_2 & +x_3 & \\
s.\ a & -x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq 4 \\
 & & 4x_2 & -3x_3 & \geq 2 \\
 & x_1 & -3x_2 & +2x_3 & \leq 3 \\
 & x_i \in \{0,1\} & & &
\end{array}
$$

3. Aplicar el método húngaro al siguiente problema de asignación

	1	2	3	4	5
1	2	6	4	-1	3
2	1	5	2	4	6
3	0	2	5	1	1
4	4	1	3	2	5
5	6	2	4	2	5

4. Un carpintero, un fontanero y un ingeniero están disponibles para efectuar ciertos trabajos. Cada persona debe efectuar sólo un trabajo en el tiempo asignado. Hay cuatro trabajos por hacer. La matriz de ineficiencia del hombre i asignado al trabajo j es como sigue:

	Soldar	Enmarcar	Trazar	Alambrado
Carpintero	4	2	5	3
Fontanero	1	3	4	2
Ingeniero	3	3	1	5

¿Qué hombre debe asignarse a qué trabajo? Supóngase que cada trabajador puede efectuar hasta dos trabajos, ¿cuál es ahora la solución del problema?

5. Dada la siguiente tabla de asignación, donde sus elementos c_{ij} representan el coste de asignación de la tarea i a la máquina j, determinar la asignación óptima con el método húngaro

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
T_1	8	5	2	3	4	6
T_2	7	6	0	3	5	1
T_3	6	3	8	3	1	4
T_4	1	2	6	4	5	7