

Si $R \neq 2$ no hay ningún punto de $C(0, R)$ que vaya a ∞ por T por lo que su imagen es una circunferencia $C(a, r)$.

Como $T(2) = \infty$ y ∞ es el simétrico de a respecto a $C(a, r)$, por el principio de simetría, si w^* es el simétrico de 2 respecto a $C(0, R)$ entonces $T(w^*) = a$.

$$w^* = \frac{R^2}{\bar{2} - 0} + 0 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow T\left(\frac{R^2}{2}\right) = \frac{\frac{R^2}{2} + 2}{-\frac{R^2}{2} + 2} = \frac{R^2 + 4}{4 - R^2} = a$$

Para conocer r medimos la distancia de a a $T(R) = \frac{R+2}{-R+2}$.

$$\begin{aligned} |T(R) - a| &= \left| \frac{R+2}{2-R} - \frac{R^2+4}{4-R^2} \right| = \left| \frac{(R+2)^2}{(2-R)(2+R)} - \frac{R^2+4}{4-R^2} \right| = \left| \frac{R^2+4+4R-R^2-4}{4-R^2} \right| \\ &= \frac{4R}{|4-R^2|} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C(a, r) = C\left(\frac{R^2+4}{4-R^2}, \frac{4R}{|4-R^2|}\right)$$

Además $T(0) = 1$ y $1 \in D\left(\frac{R^2+4}{4-R^2}, \frac{4R}{|4-R^2|}\right) \Leftrightarrow R < 2$.

$$\left| \frac{R^2+4}{4-R^2} - 1 \right| = \left| \frac{R^2+4-4+R^2}{4-R^2} \right| = \frac{2R^2}{|4-R^2|} < \frac{4R}{|4-R^2|}$$

$$2R^2 < 4R \Leftrightarrow 2R(R-2) < 0$$

$$\Downarrow$$

$$R < 2$$

Por tanto si $R < 2$

$$\Rightarrow T(C(0, R)) = D\left(\frac{R^2+4}{4-R^2}, \frac{4R}{|4-R^2|}\right) \text{ y}$$

$$\text{si } R > 2 \Rightarrow T(C(0, R)) = \mathbb{C} \setminus \bar{D}\left(\frac{R^2+4}{4-R^2}, \frac{4R}{|4-R^2|}\right)$$