Así

$$\boxed{\iint_S rot(\vec{F})\cdot d\vec{S}} = \iint_S \vec{G}\cdot d\vec{S} = \iint_D (\vec{G}\circ\Phi_1)\cdot\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial\theta}\times\frac{\partial \Phi_1}{\partial r}\right) d\theta\, dr =$$

$$= \iint_D \left(\frac{r^4}{4}+r\cos\theta,\ 0,\ -\frac{r^2}{2}-3\right)\cdot\left(r^2\cos\theta,\ r^2 sen\theta,\ -r\right) d\theta\, dr =$$

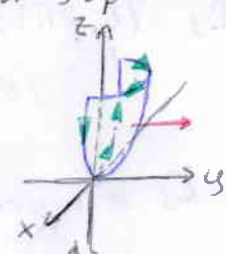
$$= \iint_D \left(\frac{r^6}{4}\cos\theta + r^3\cos^2\theta + \frac{r^3}{2} + 3r\right) d\theta\, dr \underset{\text{Fubini}}{=}$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^2 \frac{r^6}{4}\cos\theta\, dr\, d\theta + \int_0^{2\pi}\int_0^2 r^3\cos^2\theta\, dr\, d\theta + \int_0^{2\pi}\int_0^2 \frac{r^3}{2}\, dr\, d\theta + \int_0^{2\pi}\int_0^2 3r\, d\theta\, dr =$$

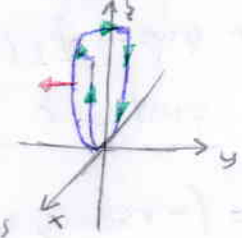
$$= \frac{2^7}{4\cdot 7}\cancelto{0}{\int_0^{2\pi}\cos\theta\, d\theta} + \frac{2^4}{4}\int_0^{2\pi}\cos^2\theta\, d\theta + \frac{2^4}{8}\int_0^{2\pi} d\theta + \frac{3\cdot 2^2}{2}\int_0^{2\pi} d\theta =$$

$$= 4\left(\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\theta + \frac{1}{2}\cancelto{0}{\int_0^{2\pi}\cos 2\theta\, d\theta}\right) + 4\pi + 12\pi = \boxed{20\pi}$$

Si lo resolvemos aplicando el teorema de Stokes primero tenemos que descomponer S en dos partes que sí sean superficies parametrizadas con borde:



$$S_1 = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 2z = x^2+y^2,\ z<2,\ y>0\}$$



$$S_2 = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 2z = x^2+y^2,\ z<2,\ y<0\}$$

Para que en cada uno de los medios paraboloides las normales sea la exterior tenemos que recorrer sus bordes de la forma que indican las flechas verdes.