Matemática Discreta y Lógica Matemática

Test Grafos-Combinatoria

APELLIDOS, NOMBRE:

Cada pregunta tiene una **única** respuesta correcta. Cada pregunta respondida *correctamente* puntuará **1 punto**. Cada pregunta respondida *incorrectamente* puntuará **-0,5 puntos**. Las preguntas sin contestar puntuarán **0 puntos**.

Escribe en el cuadradito la letra de la respuesta elegida.

---

1. Sea $n \geq 2$ se define el grafo $G_n = (V_n, E_n)$, como:
   $V_n = \{a_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{b_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ y $E_n = \{\{a_i, a_{i+1}\} \mid 1 \leq i < n\} \cup \{\{b_i, b_{i+1}\} \mid 1 \leq i < n\} \cup \{\{a_i, b_i\} \mid 1 \leq i \leq n\}$
   Indica la respuesta correcta.
   (a) Si n es par, G_n es euleriano y hamiltoniano
   (b) Si G_n es semieuleriano y hamiltoniano, n es impar
   (c) Si n es impar G_n es semieuleriano y hamiltoniano
   (d) G_n no puede ser euleriano

---

2. Sea $G_n = (V_n, E_n)$ el grafo definido en la pregunta anterior. Si $|E_n| = 151$ entonces:
   (a) $|V_n| = 50$
   (b) $|V_n| = 51$
   (c) $|V_n| = 102$
   (d) $|V_n| = 100$

---

3. Sea $m > 1$. Si $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ son dos árboles m-ádicos de la misma talla, se cumple:
   (a) $|E_1| = |E_2|$ pero pueden no ser isomorfos
   (b) G_1 y G_2 son isomorfos si son completos
   (c) G_1 y G_2 tienen exactamente m ramas
   (d) Ninguna de las anteriores

---

4. Sean $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ dos grafos isomorfos, entonces:
   (a) $V_1 = V_2$ y $E_1 = E_2$
   (b) G_1 es Hamiltoniano si y solo si G_2 es Hamiltoniano
   (c) G_1 y G_2 son conexos
   (d) Ninguna de las anteriores

---

5. Marca la afirmación correcta
   (a) Si un grafo no tiene ningún punto de corte es hamiltoniano
   (b) Si un grafo es isomorfo a su complementario, tiene un número par de vértices
   (c) Cualquier multigrafo con dos o más vértices de los cuales solo dos son de grado impar es semieuleriano
   (d) Ninguna de las anteriores

---

6. ¿De cuántas formas se pueden distribuir 15 semáforos iguales entre los 5 distritos de una ciudad de manera que le toque a cada distrito al menos uno?
   (a) $5 \cdot \frac{10!}{5!}$ (b) $5 \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$
   (c) $\begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot [10]_5$ (d) $\begin{pmatrix} 14 \\ 10 \end{pmatrix}$

---

7. ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra RETRATAR que tengan las tres R's seguidas?
   (a) $\begin{pmatrix} 8 \\ 3,2,2,1 \end{pmatrix} / 3$ (b) $6 \cdot 5!$
   (c) $6 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}$ (d) $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2,2,1 \end{pmatrix}$

---

8. Sea X un conjunto con 12 elementos. Sea Y el conjunto de las palabras de longitud 5, construidas con el alfabeto X, que tienen al menos dos posiciones seguidas con el mismo símbolo, (por ejemplo, si $a, b, c \in X$, entonces $baaac \in Y$, $aacbb \in Y$, pero $ababc \notin Y$). El cardinal de Y es:

   (a) $[12]_5 - (12)_5$ (b) $\sum_{i=2}^{5} \left(\begin{array}{c} 5 \\ i \end{array} \right) [12]_{5-i}$

   (c) $[12]_5 - 12 \cdot 11^4$ (d) Ninguna de las anteriores

---

9. En el desarrollo del polinomio $(3x + 2y^2 - z)^6$ el coeficiente del término xy^2z^4 es:

   (a) $30 \cdot 3 \cdot 2$ (b) $\left(\begin{array}{c} 6 \\ 4 \end{array} \right) \cdot 3 \cdot 2$

   (c) 0 (d) $-\left(\begin{array}{c} 6 \\ 1, 1, 4 \end{array} \right) \cdot 3 \cdot 2^2$

---

10. Considera un tablero 4×4. El número de formas de colocar en él solo dos ceros y dos unos, de modo que en cada columna haya uno y solo un número (de los cuatro a colocar), es:

   (a) $\binom{4}{2} 4!$ (b) 4^4

   (c) $6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ (d) $\binom{4}{2} 4^4$
