

Fundamentos de los Lenguajes Informáticos

Grado en Ingeniería Informática

Hoja de ejercicios 5

EJERCICIOS SOBRE AUTÓMATAS CON PILA

Nota: En los enunciados que siguen, para un autómata con pila M , $L_F(M) = L(M)$ denota el lenguaje aceptado por estado final, mientras que $L_\epsilon(M) = N(M)$ denota el lenguaje aceptado por pila vacía.

Ejercicio 1 Dado el lenguaje regular $L(a(a+b)^*b)$,

1. Construye un autómata finito no determinista que lo reconozca, y a partir de él construye un autómata con pila que simule su comportamiento y que lo reconozca por pila vacía y por estado final.
2. Construye un autómata finito determinista que lo reconozca, y a partir de él construye un autómata con pila determinista que simule su comportamiento y que lo reconozca por estado final.

Ejercicio 2 La presencia de un dispositivo de memoria en un autómata puede permitir que se economicen estados. Un AFN para el lenguaje $L(aa^*ba)$ necesariamente tiene al menos cuatro estados y, por tanto, un autómata con pila para este lenguaje que haga caso omiso de la pila deberá tener, al menos, cuatro estados. Construye un autómata con pila con dos estados.

Ejercicio 3 Sea el autómata con pila $M = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$, donde:

$$\begin{aligned}\delta(q, 0, Z_0) &= \{(q, XZ_0)\} & \delta(p, \epsilon, X) &= \{(p, \epsilon)\} \\ \delta(q, 0, X) &= \{(q, XX)\} & \delta(p, 1, X) &= \{(p, XX)\} \\ \delta(q, 1, X) &= \{(q, X)\} & \delta(p, 1, Z_0) &= \{(p, \epsilon)\} \\ \delta(q, \epsilon, X) &= \{(p, \epsilon)\}\end{aligned}$$

Partiendo de la descripción instantánea (o configuración) inicial (q, w, Z_0) , especifica todas las configuraciones alcanzables cuando la entrada w es:

1. 01.
2. 0011.
3. 010.

Ejercicio 4 Consideremos el autómata con pila $M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \{A, B\}, \delta, q_1, A, \{q_4\})$ donde δ se define como sigue:

$$\begin{aligned}\delta(q_1, a, A) &= \{(q_2, BA), (q_4, A)\} & \delta(q_2, b, B) &= \{(q_3, \epsilon)\} \\ \delta(q_1, \epsilon, A) &= \{(q_4, \epsilon)\} & \delta(q_3, \epsilon, A) &= \{(q_4, A)\} \\ \delta(q_2, a, B) &= \{(q_2, BB)\} & \delta(q_3, b, B) &= \{(q_3, \epsilon)\}\end{aligned}$$

1. Determina qué lenguaje $L_F(M)$ reconoce por estado final y qué lenguaje $L_\epsilon(M)$ reconoce por pila vacía.
2. Determina qué cambios hay que hacerle a M para obtener M' de forma que $L_F(M') = L_F(M) \setminus \{a\}$.
3. Determina qué cambios hay que hacerle a M' para obtener M'' de forma que $L_F(M'') = L_\epsilon(M'') = L_F(M')$.

Ejercicio 5 Dado el LIC $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x|_a = |x|_b\}$, construye un autómata con pila M que lo reconozca tanto por pila vacía como por estado final, es decir, tal que $L = L_\epsilon(M) = L_F(M)$. Construye también un APD M' tal que $L_F(M') = L$.

Ejercicio 6 Dado el LIC $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x|_a > |x|_b\}$,

1. Construye un autómata con pila M que lo reconozca por estado final.
2. Modifica al autómata con pila M para que lo reconozca por pila vacía también.
3. Construye un autómata con pila determinista M' que lo reconozca por estado final.

Ejercicio 7 Dado el LIC $L = \{x \in \{(\,,\,)\}^* \mid \text{los paréntesis de } x \text{ están equilibrados}\}$,

1. Construye un autómata con pila M con un solo estado que lo reconozca por pila vacía.
2. Construye un autómata con pila determinista M' que lo reconozca por estado final.

Ejercicio 8 Dado el LIC $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid x = x^R\}$, construye un autómata de pila (no determinista) M que lo reconozca tanto por pila vacía como por estado final, es decir, tal que $L = L_\epsilon(M) = L_F(M)$.

Ejercicio 9 Construye autómatas con pila deterministas que acepten los siguientes lenguajes por estado final:

1. $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.
2. $\{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n \leq m\}$.
3. $\{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n \geq m\}$.
4. El conjunto de todas las cadenas de ceros y unos con el doble de ceros que de unos.
5. $\{c^n (ba)^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n > m\}$.

Ejercicio 10 Construye autómatas con pila que acepten cada uno de los siguientes lenguajes:

1. $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ es impar y la primera letra coincide con la central}\}$.
2. $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}, n \leq m \leq 2n\}$.
3. $\{a^m b^n c^p d^q \mid m, n, p, q \in \mathbb{N}, m + n = p + q\}$.
4. $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i \neq j\}$.
5. $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i \neq j \text{ o } j \neq k\}$.
6. $\{a^n b^m c^{2(n+m)} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.
7. $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = 2j \text{ o } j = 2k\}$.