

b) Cometer un error de tipo II es no rechazar la hipótesis nula siendo esta falsa. La probabilidad de este suceso, en un caso general, es $P(\Omega | R | \theta \in \Theta_1)$ siendo Ω el espacio muestral.

En nuestro caso

$$P\{\bar{X} < 14 | \mu = 15\} = P\left\{\frac{\bar{X} - 15}{s/\sqrt{25}} < \frac{14 - 15}{s/\sqrt{25}} \mid \mu = 15\right\} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \bar{X} \sim N(\mu, \frac{s}{\sqrt{25}})}}{=} \\ = P\{Z < -1\} = P\{Z > 1\} = \boxed{0,1587}$$

c) La función de potencia es

$$\boxed{h(\mu) = P(R | \mu) = P_{\mu}(\bar{X} \geq 14) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{25}} \geq \frac{14 - \mu}{s/\sqrt{25}} \mid \mu\right)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \bar{X} \sim N(\mu, \frac{s}{\sqrt{25}})}}{=} \\ = P\{Z \geq 14 - \mu\} = \begin{cases} 0,028 & \text{si } \mu = 12 \\ 1 - P\{Z < -1\} & \text{si } \mu = 15 \end{cases} = \\ = \begin{cases} 0,028 & \text{si } \mu = 12 \\ 1 - 0,1587 & \text{si } \mu = 15 \end{cases} = \boxed{\begin{cases} 0,028 & \text{si } \mu = 12 \\ 0,8413 & \text{si } \mu = 15 \end{cases}}$$

Nótese que como se está realizando un contraste de hipótesis nula puntual frente a alternativa puntual ($H_0: \theta = \theta_0$ frente a $H_1: \theta = \theta_1$), la función de potencia es la probabilidad de cometer un error de tipo I si $\theta = \theta_0$ y \geq menos la probabilidad de cometer un error de tipo II si $\theta = \theta_1$.