

Tercera entrega

Juan Carlos Llamces
Núñez

Ejercicio 1.- Sea (X_1, \dots, X_{25}) una muestra aleatoria simple de $X \sim N(\mu, \sigma=5)$. Si la región de rechazo para contrastar $H_0: \mu=12$ frente a $H_1: \mu=15$ es $R = \{(X_1, \dots, X_{25}) \mid \bar{X} \geq 14\}$, determinar

- a) La probabilidad de cometer un error de tipo I
- b) La probabilidad de cometer un error de tipo II
- c) La función de potencia
- d) El tamaño del test
- e) El p-valor cuando observamos $\bar{X} = 13,75$. En función del resultado, ¿debemos rechazar H_0 ?

_____ x _____ x _____ x _____

a) Cometer un error de tipo I es rechazar la hipótesis nula siendo cierta. En un caso más general, si $H_0: \theta \in \Theta_0$, $H_1: \theta \in \Theta_1$, esta probabilidad es

$$P(R \mid \theta \in \Theta_0).$$

En nuestro caso, la probabilidad de cometer un error de tipo I es

$$\begin{aligned} P\{\bar{X} \geq 14 \mid \mu=12\} &= P\left\{\frac{\bar{X}-12}{5/\sqrt{25}} \geq \frac{14-12}{5/\sqrt{25}} \mid \mu=12\right\} \stackrel{\uparrow}{=} \\ &= P\{Z \geq 2\} = \boxed{0,0228} \end{aligned}$$

$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma = \frac{5}{\sqrt{25}})$