Por tanto si a y b son los puntos críticos:

$$\boxed{IC_{1-\alpha}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) = \left(\frac{a\, n_2 \bar{Y}}{(1-a)\, n_1 \bar{X}}, \frac{b\, n_2 \bar{Y}}{(1-b)\, n_1 \bar{X}}\right)}$$

Si particularizamos para el caso de probabilidad de colas iguales entonces $a = \beta_{n_1,n_2;1-\alpha/2}$ y $b = \beta_{n_1,n_2;\alpha/2}$ con

$$F_{Beta(n_1,n_2)}(\beta_{n_1,n_2;1-\alpha/2}) = \alpha/2 \quad y \quad F_{Beta(n_1,n_2)}(\beta_{n_1,n_2;\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2}.$$

En este caso el intervalo de confianza queda:

$$\boxed{IC_{1-\alpha}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) = \left(\frac{\beta_{n_1,n_2;1-\alpha/2}\cdot n_2 \bar{Y}}{(1-\beta_{n_1,n_2;1-\alpha/2})\, n_1 \bar{X}}, \frac{\beta_{n_1,n_2;\alpha/2}\cdot n_2 \bar{Y}}{(1-\beta_{n_1,n_2;\alpha/2})\, n_1 \bar{X}}\right)}$$

Ejercicio 2: Sea $(X_1 -- X_n)$ una muestra aleatoria simple de una población con función de densidad $f_\theta(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x)\, I_{(0,\theta)}(x)$. Hallar una cantidad pivotal basada en el estadístico $T = X_{(n)}$ y utilizarla para encontrar un intervalo de confianza con probabilidad de colas iguales para θ al nivel de confianza $1-\alpha$.

Primero vamos a calcular la distribución de $X_{(n)}$.

$$F_{X_{(n)}}(y) = P\{X_{(n)} \leq y\} = P\{X_1 \leq y, X_2 \leq y, --, X_n \leq y\} = \prod_{i=1}^{n} P\{X_i \leq y\} =$$

$$= F_X(y)^n$$

Así $f_{X_{(n)}}(y) = n\, F_X(y)^{n-1} \cdot f_X(y)$

Tenemos que calcular ahora $F_X(x)$ y como tenemos $f_\theta(x)$ entonces

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 0 \\ \int_0^x f_\theta(t)\,dt & si\ x \in [0,\theta) \\ 1 & si\ x \geq \theta. \end{cases} \quad ; \int_0^x \frac{2}{\theta^2}(\theta - t)\,dt = \frac{2}{\theta}x - \frac{2x^2}{2\theta^2}$$