EXAMEN de Matemática Discreta y Lógica Matemática

(Segundo parcial 20 de mayo 2019)

NOMBRE:

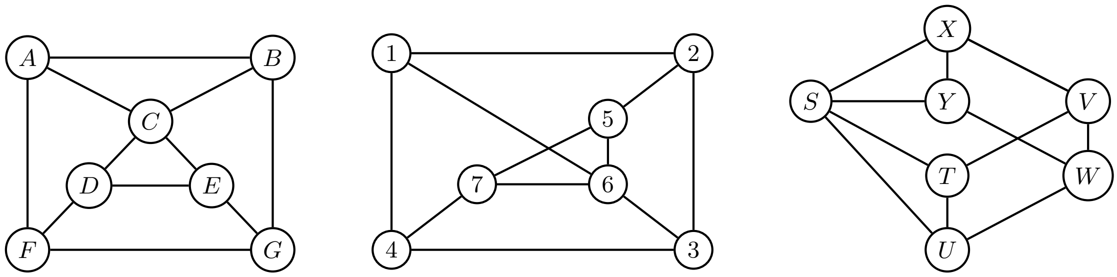
GRUPO:

Lee atentamente las siguientes instrucciones:

- Escribe tu nombre y grupo en el lugar indicado en esta hoja.
- **NO** puedes usar calculadora. Desconecta el teléfono móvil (si lo tienes contigo).
- El examen dura **3 horas**.
- Cada una de las seis primeras preguntas es tipo test y tiene una **única** respuesta correcta. Cada pregunta respondida *correctamente* puntuará **0,5 puntos**. Cada pregunta respondida *incorrectamente* puntuará **-0,15 puntos**. Las preguntas sin contestar puntuarán **0 puntos**. La puntuación total del test será como mínimo 0, nunca negativa.
- En cada una de las preguntas a desarrollar aparece la puntuación máxima que puede obtenerse al responderlas. La mínima puntuación que puede obtenerse en estas preguntas es 0 .

==

1. Dados los siguientes grafos marca la afirmación correcta.



G_1 G_2 G_3

- [ ] Sólo G_1 y G_2 son isomorfos.
- [ ] Los tres grafos son isomorfos.
- [ ] Sólo G_2 y G_3 son isomorfos.
- [ ] Sólo G_1 y G_3 son isomorfos.

2. ¿Cuántas reordenaciones de las letras de la palabra JAVIER tienen las tres vocales juntas ?

- [ ] $4!$
- [ ] $4! \cdot 3!$
- [ ] $3 \cdot 3!$
- [ ] $3!^2$

3. Una baraja de cartas española tiene 4 palos (espadas, copas, bastos y oros), y 10 cartas por cada palo (as, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, sota, caballo y rey). En total tiene 40 cartas. ¿Cuántos grupos de 5 cartas pueden formarse con a lo sumo 2 espadas?

   - ☐ $\binom{10}{2} \cdot \binom{30}{3}$
   - ☐ $\binom{10}{2} \cdot \binom{38}{3}$
   - ☐ $\binom{10}{2} \cdot \binom{30}{3} + \binom{10}{1} \cdot \binom{30}{4} + \binom{10}{0} \cdot \binom{30}{5}$
   - ☐ $10 \cdot 9 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28$

4. Si φ y ψ son contingencias, ¿cuál de las siguientes afirmaciones sobre la fórmula $\varphi \vee \psi$ es correcta?

   - ☐ Puede ser contradicción.
   - ☐ Puede ser tautología.
   - ☐ Siempre es contingencia.
   - ☐ Ninguna de las anteriores.

5. Sea $\Phi = \{\varphi_1, ..., \varphi_n\}$ un conjunto de fórmulas proposicionales. Indica la respuesta correcta.

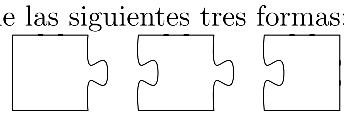
   - ☐ Si Φ es satisfactible, entonces para cualquier $i, 1 \leq i \leq n$, $\Phi \setminus \{\varphi_i\}$ es satistactible
   - ☐ Si $\Phi \models \varphi$, entonces para cualquier $i, 1 \leq i \leq n$, $\Phi \setminus \{\varphi_i\} \not\models \varphi$
   - ☐ Si Φ es satisfactible y φ también, entonces $\Phi \cup \{\varphi\}$ es satisfactible
   - ☐ Si Φ es insatisfactible y φ es una tautología, entonces $\Phi \cup \{\varphi\}$ es satisfactible

6. Sean $\varphi = \forall x P(x) \to \forall x Q(x)$ y $\psi = \exists x P(x) \to \exists x Q(x)$.

   - ☐ $\varphi \models \psi$ y $\psi \not\models \varphi$
   - ☐ $\psi \models \varphi$ y $\varphi \not\models \psi$
   - ☐ $\varphi \sim \psi$
   - ☐ $\varphi \not\sim \psi$

==

7. (1,5) Un puzzle contiene piezas de las siguientes tres formas:

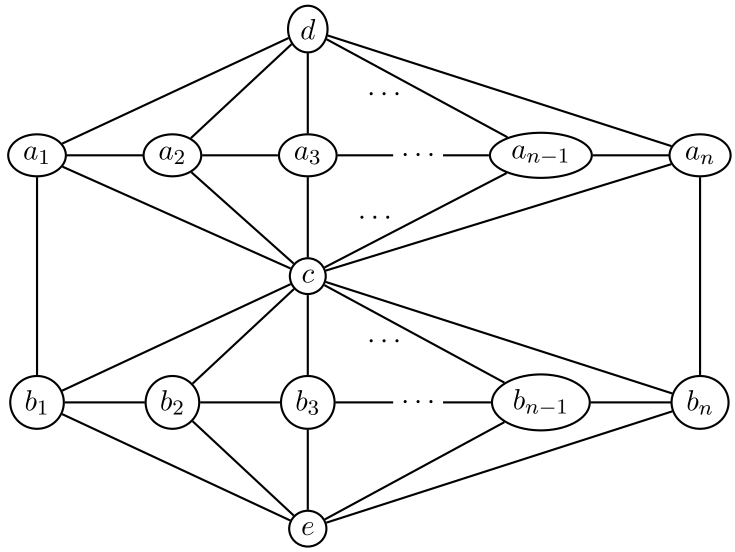


   Las piezas tienen pintados símbolos del alfabeto

$$\{\bullet, \circ, \infty, \Diamond, \oplus, \Box, \blacksquare, \blacklozenge, \Updownarrow, \Leftrightarrow, \bowtie, \equiv, \ominus, \div, *, \times, \otimes, +, =, \odot\}$$

   en sus dos caras de forma que, cuando se engarzan unas con otras, los sucesivos símbolos se pueden interpretar como un código. Todas las caras de todas las piezas son distintas. Teniendo en cuenta que hay 8 piezas centrales y 1 para cada extremo y que los códigos se leen empezando por la pieza del extremo inicial (la primera que aparece en el dibujo), ¿cuántos códigos distintos se pueden conseguir utilizando las 10 piezas? ¿Y si solo se utilizaran 5 piezas centrales (además de las de los extremos)?

8. (2) Considera los grafos $G_n, n \geq 2$, de la figura y responde, **razonando tus respuestas**, a las siguientes preguntas:



a) ¿Cuál es el valor de n si G_n tiene 90 aristas?.

b) ¿Para qué valores de n, G_n es euleriano?

c) ¿Para qué valores de n, G_n es hamiltoniano?

d) ¿Para qué valores de n, G_n es semieuleriano?

9. (1,5) Dada la fórmula $\varphi \equiv (p \leftrightarrow \neg q) \wedge ((q \rightarrow r) \rightarrow r)$

a) encuentra una FNC para φ utilizando leyes de la equivalencia lógica (subraya la fórmula a la que aplicas la ley e indica qué ley usas)

b) encuentra una FND para φ utilizando un tableau

10. (2) Dada la signatura $\Sigma = \{A/2, Ch/1, D/1, P/1\}$ donde $A/2, Ch/1, D/1, P/1$ son símbolos de predicado, formaliza el siguiente razonamiento en lógica de primer orden y utiliza el método de los tableaux para decidir si es válido o no.

	Ningún charlatán es discreto.
	Algunos charlatanes aburren a todos.
	Quien aburre a todos es un pesado.
$\therefore$	Algunos indiscretos son pesados.