Por tanto

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{2\theta x - x^2}{\theta^2} & \text{si } x \in [0,\theta) \\ 1 & \text{si } x \geq \theta \end{cases}$$

Entonces la función de densidad de $X_{(n)}$ será

$$f_{X_{(n)}}(y) = n\, F_X(y)^{n-1} f_X(y) = n \cdot \left(\frac{2\theta y - y^2}{\theta^2}\right)^{n-1} \cdot \frac{2}{\theta^2} \cdot (\theta - y) \cdot I_{(0,\theta)}(y) =$$

$$= \frac{n}{\theta^{2n}} (2\theta y - y^2)^{n-1} \cdot (2\theta - 2y) \cdot I_{(0,\theta)}(y).$$

Está distribución depende de θ por lo que vamos a hacer una transformación para intentar encontrar una cantidad pivotal. Como $2\theta - 2y$ es la derivada de $2\theta y - y^2$ respecto a y podemos probar calculando la distribución de $g(X_{(n)}) = W = 2\theta X_{(n)} - X_{(n)}^2$

$$F_W(w) = P\{W \leq w\} = P\{2\theta X_{(n)} - X_{(n)}^2 \leq w\} = P\{X_{(n)}^2 - 2\theta X_{(n)} + w \geq 0\} =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } (2\theta)^2 - 4w < 0 \\ P\left\{X_{(n)} \in \left(-\infty, \frac{2\theta - \sqrt{(2\theta)^2 - 4w}}{2}\right] \cup \left[\frac{2\theta + \sqrt{(2\theta)^2 - 4w}}{2}, \infty\right)\right\} & \text{c.c.} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } \theta^2 < w \\ P\left\{X_{(n)} \leq \frac{2\theta - \sqrt{4\theta^2 - 4w}}{2}\right\} + P\left\{\frac{2\theta + \sqrt{4\theta^2 - 4w}}{2} \leq X_{(n)}\right\} & \text{c.c.} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } \theta^2 < w \\ F_{X_{(n)}}\left(\theta - \sqrt{\theta^2 - w}\right) + 1 - F_{X_{(n)}}\left(\theta + \sqrt{\theta^2 - w}\right) & \text{si } \theta^2 \geq w \end{cases}$$