

Ejercicios. Límites bajo el signo integral

Ejercicio 1. Si $a > 0$, demostrar que

$$\lim_n \int_a^\pi \frac{\sin nx}{nx} dx = 0$$

¿Qué sucede si $a = 0$?

Ejercicio 2.

Dada una función $f(t)$ definida para $t \in [0, \infty)$, se define su transformada de Laplace como:

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t))(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$$

(a) Calcular la transformada de Laplace de la función $f(t) = e^{at}$.

(b) Demostrar que

$$\frac{d}{ds} F = \mathcal{L}(-tf(t))$$

en cada intervalo (a, b) donde ambas estén definidas.