I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura................ Fecha ....

Alumno/a .... Curso........ Nº........

Apellidos Nombre

Calificación

$\boxed{13.-}$ Sea $D = D(0,2)$. ¿Existe alguna función holomorfa en D que verifique $f\left(\frac{i}{n}\right) = -\frac{1}{n^2}$ y $f\left(\frac{n+2}{n}\right) = \frac{1}{n}$ $\forall n \geq 4$?

Supongamos que existe.

Consideramos $h(z) = z^2$ y $g(z) = \frac{z-1}{2}$ funciones enteras

Se tiene que $h\left(\frac{i}{n}\right) = -\frac{1}{n^2} = f\left(\frac{i}{n}\right)$ y $g\left(\frac{n+2}{n}\right) = \frac{\frac{n+2}{n}-1}{2} = \frac{1+2/n-1}{2} = 1/n = f\left(\frac{n+2}{n}\right)$

h coincide con f en los puntos de la sucesión $\left\{\frac{i}{n}\right\}$ que tiene un punto de acumulación en D (el 0).

Por el principio de identidad $h \equiv f$ en D.

Análogamente g coincide con f en los puntos de la sucesión $\left\{\frac{n+2}{n}\right\}$ que tiene un punto de acumulación en D (el 1).

Por el principio de identidad $g \equiv f$ en D.

Pero claramente $g \neq h$ en D por lo que no puede existir una función holomorfa que verifique eso.