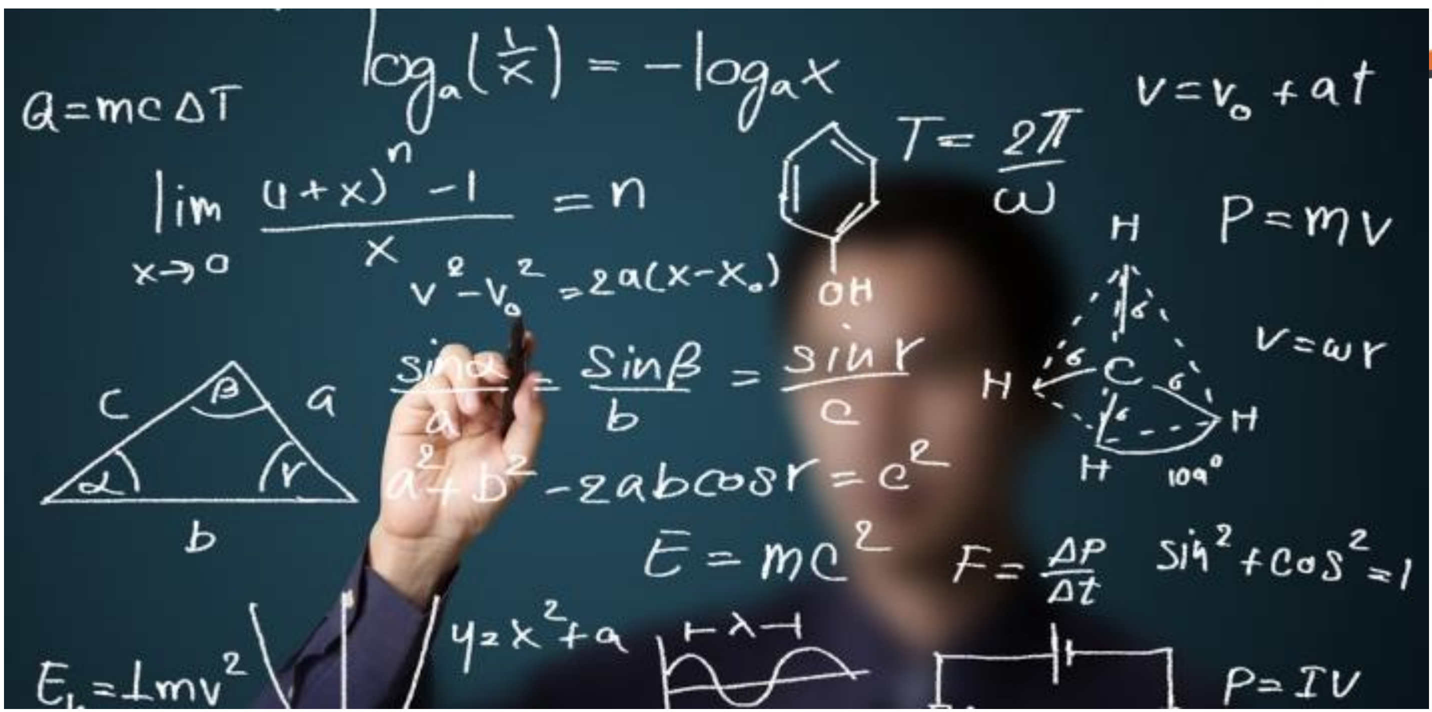
Bases de datos

Tema 5

Restricciones de integridad

Restricciones de integridad

- 5. **Restricciones de integridad**
  - 5.5. Dependencias funcionales
    - 5.5.1. Cierre de un conjunto de dependencias funcionales
    - 5.5.2. Cierre de un conjunto de atributos
    - 5.5.3. Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales



Dependencias funcionales

- Una dependencia funcional (DF) es una propiedad semántica de un esquema de relación que presentan las tuplas válidas de la relación
- Para cada valor de un conjunto de atributos X el valor de otro conjunto de atributos Y está determinado.
- Es decir, dada una tupla t_1 de la relación con un valor para X y otro para Y, si aparece otra tupla t_2 con el mismo valor para X, entonces esta tupla debe tener el mismo valor en Y que t_1.

Dependencias funcionales

- Ejemplo 1.
  - En la siguiente relación se combinan los datos de los empleados, como su código de identificación y nombre, y de los centros a los que están adscritos, como la dirección y el teléfono.

Empleados_Centros							
Id_empleado	**NombreE**	**DirecciónE**	**Puesto**	**Salario**	**Centro**	**DirecciónC**	**TeléfonoC**
123A	Ana Almansa	c/ Argentales	Profesor	20.000	Informática	c/ Complutense	123
012D	David Díaz	c/ Daroca	Ayudante	10.000	Informática	c/ Complutense	123
789C	Carlos Crespo	c/ Cruz	Catedrático	30.000	Empresariales	c/ Coruña	789

```
CREATE TABLE Empleados_Centros (
  Id_empleado CHAR(10) PRIMARY KEY,
  ...
  CONSTRAINT fd_e_c CHECK
    (DirecciónC,TeléfonoC) DETERMINED BY (Centro) );
```

¿Todos los SGBD implementan esta restricción? ¡No, prácticamente ninguno! DES sí, pero es que es un poco rarito él...

Dependencias funcionales

- En este ejemplo se muestra gráficamente que el valor del conjunto de campos DirecciónC y TeléfonoC depende del valor del campo Centro.
- En concreto, a un centro en particular le corresponden unívocamente una dirección y un teléfono.
- Es decir, cada vez que aparezca una fila con el valor Informática para Centro, siempre le corresponderá los mismos valores 'c/ Complutense' y '123' para los campos DirecciónC y TeléfonoC.

Dependencias funcionales

- Se dice entonces que tanto DirecciónC como TeléfonoC son funcionalmente dependientes de Centro.
- Por cada fila con un mismo valor de Centro se repiten los valores DirecciónC y TeléfonoC, lo que implica una redundancia de valores no deseable que se estudia en la normalización de relaciones (Ampliación de BD).

Dependencias funcionales

- La validez de una relación con respecto a las DF se interpreta desde el significado que el diseñador asocia a la relación.
- Por tanto, una DF no se puede inferir de una relación, sino que se debe definir explícitamente sobre los atributos de la relación conociendo perfectamente su semántica.
- Una DF define los estados consistentes de una relación en función de las dependencias entre los valores de los atributos.

Dependencias funcionales

Notación:

- X, Y son conjuntos de atributos.
- R esquema de relación, y r una instancia de R.
- También denotamos con R a todos los atributos del esquema de relación R.

Definición 1.

- Sea R={A_1,.., A_n} el esquema universal de la base de datos relacional, es decir, el conjunto de todos los atributos que pueden definirla y r una instancia del esquema R.
- Una *dependencia funcional* $X \rightarrow Y$ (los valores de X determinan unívocamente (o funcionalmente) a los valores de Y) entre dos conjuntos de atributos X e Y, tales que $X,Y \subseteq R$ especifica la siguiente restricción:
- $\forall t_1, t_2 \in R$ tales que $t_1[X]=t_2[X]$ entonces $t_1[Y]=t_2[Y]$

Dependencias funcionales

- X se denomina antecedente e Y consecuente.
- En otras palabras, quiere decir que los componentes Y de cada tupla de r están determinados unívocamente por los valores de X.

Dependencias funcionales

- Observaciones:
  - $X \rightarrow Y$ no implica necesariamente $Y \rightarrow X$.

- Ejemplo 2.
  - {NIF} $\rightarrow$ {Nombre}
  - Sin embargo, {Nombre} $\rightarrow$ {NIF} no es cierto puesto que se pueden repetir nombres para diferentes personas.

Dependencias funcionales

- No se debe confiar en general en la dependencia funcional $\{NIF\} \to \{Nombre\}$ porque en la práctica se han encontrado NIF repetidos.
- Por ello, en las bases de datos generalmente se usa un identificador propio que identifica unívocamente cada tupla asociada a una persona.

Dependencias funcionales

- Una dependencia funcional determina una relación uno a varios entre dos conjuntos de atributos:

$$X \xrightarrow{1:N} Y$$

- Para un valor de X solo puede haber un valor de Y, pero para un valor de Y habrá en general varios de X.
- Por lo tanto, una dependencia funcional se puede observar como una **restricción de cardinalidad** entre conjuntos de atributos de una misma relación, un aspecto que se estudia en el diseño de bases de datos relacionales.

Dependencias funcionales

- Ejemplo 3 (diseño de bases de datos).

Empleados_Centros							
<u>Id_empleado</u>	**NombreE**	**DirecciónE**	**Puesto**	**Salario**	**Centro**	**DirecciónC**	**TeléfonoC**
123A	Ana Almansa	c/ Argentales	Profesor	20.000	Informática	c/ Complutense	123
012D	David Díaz	c/ Daroca	Ayudante	10.000	Informática	c/ Complutense	123
789C	Carlos Crespo	c/ Cruz	Catedrático	30.000	Empresariales	c/ Coruña	789

$X \longrightarrow Y$

- Corolario 1.
  - Una restricción de cardinalidad de **uno a varios** entre dos esquemas de relación R_1 y R_2 y con superclaves $X \subseteq R_1$ e $Y \subseteq R_2$ se especifica con la dependencia funcional $X \rightarrow Y$ en un nuevo esquema de relación R_3.
  - Una restricción de cardinalidad de **uno a uno** entre dos esquemas de relación R_1 y R_2 con superclaves $X \subseteq R_1$ e $Y \subseteq R_2$ se especifica con las dependencias funcionales $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow X$ en un nuevo esquema de relación R_3.
    - No obstante, las relaciones uno a uno se implementan generalmente como un atributo de la relación.

Dependencias funcionales

- Una superclave se puede definir en términos de dependencias funcionales: S es superclave del esquema de relación R si $S \rightarrow R$ y $S \subseteq R$.
- Es decir, si $\forall t_1, t_2 \in R$ tales que $t_1[S]=t_2[S]$ entonces $t_1[R]=t_2[R]$, lo cual implica $t_1=t_2$ porque deben coincidir en todos sus atributos, por lo que se está hablando de la misma tupla.

Dependencias funcionales

- Ejemplo 5.

Empleados_Centros

Id_empleado	**NombreE**	**DirecciónE**	**Puesto**	**Salario**	**Centro**	**DirecciónC**	**TeléfonoC**
123A	Ana Almansa	c/ Argentales	Profesor	20.000	Informática	c/ Complutense	123
012D	David Díaz	c/ Daroca	Ayudante	10.000	Informática	c/ Complutense	123
789C	Carlos Crespo	c/ Cruz	Catedrático	30.000	Empresariales	c/ Coruña	789

$X \longrightarrow Y$

- Dependencias funcionales
  - {ID_empleado}→{NombreE, DirecciónE, Puesto,Salario, Centro, DirecciónC,TeléfonoC}
  - {Centro}→{DirecciónC, TeléfonoC}
  - {DirecciónC} →{Centro, TeléfonoC}
  - {TeléfonoC} →{Centro, DireccionC}

Satisfacción de dependencias funcionales

Definición 2.

- Una relación r con esquema R *satisface* una dependencia funcional $X \rightarrow Y$ con $X,Y \subseteq R$, si todas las tuplas de r satisfacen $\forall t_1,t_2 \in R$ tales que $t_1[X]=t_2[X]$ entonces $t_1[Y]=t_2[Y]$.

- La comprobación de la satisfacción de dependencias funcionales es necesaria en casos como la migración de datos o la actualización de sistemas heredados.

Satisfacción de dependencias funcionales

- Bajo esta definición se pueden proponer algoritmos sencillos para comprobar la satisfacción de un conjunto de dependencias funcionales de una relación r, y para comprobar la validez de la inserción de una tupla.

Algoritmos

Algoritmo 1.

- Algoritmo para comprobar la integridad de una relación con respecto a un conjunto de dependencias funcionales.
  - Entrada: relación r con un conjunto enumerable de tuplas $t_i \in R$, i=1..n y un conjunto enumerable de dependencias funcionales $d_i = X_i \rightarrow Y_i$, i=1..m

```
for i:=1 to n-1 % Primera tupla
  for j:=i+1 to n % Segunda tupla
    for k:=1 to  m % Recorrido de D.F.
      if ti[Xk]=tj[Xk] and ti[Yk]≠tj[Yk] then
          Valores inconsistentes de ti y tj debido a DFk
```

Algoritmos

Algoritmo 2.

- Algoritmo para comprobar la integridad de la inserción de una tupla en una relación con respecto a un conjunto de dependencias funcionales.
  - Entrada: relación r con un conjunto enumerable de tuplas $t_i \in R$, i=1..n, una tupla t para insertar en r y n conjunto enumerable de dependencias funcionales $d_i=X_i \rightarrow Y_i$, i=1..m .

```
for i:=1 to n % Tuplas a comparar
  for j:=1 to m % Recorrido de D.F.
      if t[X_j]=t_i[X_j] and t[Y_j]≠t_i[Y_j]
        Valores inconsistentes de t y t_i debido a DF_j
```

Mínimas dependencias funcionales

- Las dependencias funcionales representan restricciones de integridad que el sistema de gestión de bases de datos debe asegurar.
- Así que, dado un cierto conjunto D de dependencias funcionales, es deseable encontrar otro conjunto E que sea lo menor posible que D de manera que cada $d \in D$ se deduzca de E, con el objetivo de que el coste de mantener la integridad definida en D se reduzca con E.

Mínimas dependencias funcionales

- Una de las maneras de reducir el coste del aseguramiento de la consistencia mediante dependencias funcionales es eliminar las que no aportan nada semánticamente, es decir, son dependencias funcionales que cumple cualquier tupla.
- Las denominadas dependencias funcionales triviales son un tipo ellas.

Dependencias funcionales triviales

- Una dependencia funcional $X \rightarrow Y$ es trivial si y solo si $Y \subseteq X$.
- Esto solo dice que si dos tuplas coinciden en una serie de atributos, entonces coinciden (obviamente) en un subconjunto de esos mismos atributos.
- Se denomina trivial porque no aporta ninguna restricción al esquema de relación.

Dependencias funcionales

- En general interesará encontrar el conjunto mínimo de dependencias funcionales que sea semánticamente equivalente (asegure el mismo nivel de integridad) a un conjunto dado de dependencias funcionales aportadas por el diseñador de la base de datos.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Definición 4.
  - El *cierre de un conjunto de dependencias funcionales* S, denotado S^+, es el conjunto de todas las dependencias definidas intensionalmente por S.

- En otras palabras, es el conjunto de todas las dependencias funcionales que se pueden deducir de S.
- Este concepto es importante para poder determinar la equivalencia semántica de dos conjuntos de dependencias y poder elegir el menor de forma que la comprobación de su satisfacción sea más rápida.
- Por otra parte, permite razonar sobre la descomposición de relaciones que se estudia en la normalización.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Ejemplo 6.
  - Si a un centro le corresponden una dirección y un teléfono determinados, en particular también es cierto que a ese centro le corresponde una dirección, y que a ese centro le corresponde un teléfono.
  - Es fácil ver que si {Centro}$\rightarrow${DirecciónC,TeléfonoC}
  - entonces {Centro}$\rightarrow${DirecciónC} y {Centro}$\rightarrow${TeléfonoC}

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Notación: Si X e Y son conjuntos de atributos, $XY = X \cup Y$

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Para calcular el cierre de un conjunto de dependencias funcionales se dispone de un conjunto de axiomas de producción denominados **Axiomas de Armstrong** en honor a quien los propuso.

1. Reflexividad: Si $Y \subseteq X$, entonces $X \rightarrow Y$.
2. Aumentatividad: Si $X \rightarrow Y$, entonces $XZ \rightarrow YZ$.
3. Transitividad: Si $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$, entonces $X \rightarrow Z$.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Estos axiomas son **razonables** en cuanto que derivan información consistente con la definición de dependencia funcional.
- Además son **completos** porque permiten deducir todas las consecuencias de un conjunto de dependencias funcionales, es decir, su cierre.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Hay otras reglas de inferencia que se deducen de los axiomas de Armstrong y que permiten calcular el cierre de un conjunto de dependencias funcionales.
  - 4. Autodeterminación: $X \rightarrow X$ (por reflexividad).
  - 5. Unión: Si $X \rightarrow Y$ y $X \rightarrow Z$, entonces $X \rightarrow YZ$
  - 6. Descomposición: Si $X \rightarrow YZ$, entonces $X \rightarrow Y$ y $X \rightarrow Z$.
  - 7. Composición: Si $X \rightarrow Y$ y $Z \rightarrow W$, entonces $XZ \rightarrow YW$.
  - 8. Pseudotransitividad: Si $X \rightarrow Y$, $YZ \rightarrow W$ entonces $XZ \rightarrow W$

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Ejemplo 7.
  - Dado el conjunto S de dependencias funcionales: $\{A\}\rightarrow\{B, C\}$, $\{C, D\}\rightarrow\{E, F\}$,
  - Se puede demostrar que $\{A,D\} \rightarrow\{F\}$, está en S+ :
  - $\{A\} \rightarrow\{B, C\}$, dada.
  - $\{A\} \rightarrow\{C\}$, descomposición.
  - $\{A,D\} \rightarrow\{C, D\}$, aumentatividad.
  - $\{C, D\} \rightarrow\{E, F\}$, dada.
  - $\{A, D\} \rightarrow\{E, F\}$, transitividad
  - $\{A, D\} \rightarrow\{F\}$, descomposición.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Se puede desarrollar un algoritmo que calcule el cierre del conjunto de dependencias funcionales a partir de solo las tres primeras reglas de inferencia aplicándolas repetidamente hasta que no se produzcan más dependencias funcionales (se alcance el punto fijo).
- Este algoritmo es seguro con respecto a la completitud de los axiomas.
- La demostración de completitud necesita la noción de cierre de un conjunto de atributos.

Cierre de un conjunto de dependencias funcionales

- Sin embargo, también es un algoritmo muy ineficiente por la cantidad de dependencias funcionales que se generan.
- Ejemplo 8.
  - Dado el conjunto de dependencias funcionales: $S=\{X \rightarrow \{B1\},...,\{Bn\}\}$
  - El cierre de S incluye todas las dependencias funcionales $X \rightarrow Yi$ tales que $Y \subseteq \{B1,...,Bn\}$, es decir, 2^{n-1}, demasiado grande aunque S sea pequeño.

Cierre de un conjunto de atributos

- En la práctica no es necesario en general calcular todo el cierre de un conjunto de dependencias. Es más interesante calcular el conjunto de las dependencias que tienen en su parte izquierda un conjunto especificado de atributos.
- El cálculo del cierre de un conjunto de atributos permite:
  1. Comprobar si una dependencia funcional se deduce de un conjunto de dependencias funcionales sin necesidad de calcular su cierre. Se puede determinar si su comprobación es redundante para la integridad de los datos.
  2. Comprobar si un conjunto de atributos es superclave. Asegura que el conjunto de atributos elegido por el diseñador es adecuado para determinar unívocamente cada tupla de una relación. Permite determinar superclaves que se pueden usar como índice sin repetidos (algoritmo de indexación más eficiente) para el acceso a los datos mediante consultas.
  3. Calcular un conjunto mínimo de dependencias funcionales. Útil para mantener la comprobación de integridad menos costosa.

Cierre de un conjunto de atributos

- Definición 5.
  - El cierre de un conjunto de atributos X con respecto a un conjunto de dependencias funcionales S, denotado X^{+}_{S}, es el conjunto de atributos Y tales que $X \rightarrow Y$ se puede deducir de S.

- En otras palabras, el cierre de un conjunto de atributos X es el conjunto de atributos Y determinados funcionalmente por X.

Cierre de un conjunto de atributos

- Lema 1:
  - $X \rightarrow Y$ se deduce de un conjunto de dependencias funcionales S $\Leftrightarrow$ $Y \subseteq X^{+}_{S}$.

Cierre de un conjunto de atributos: Algoritmo

- Algoritmo 3.
  - Entrada: Conjunto de atributos X y un conjunto de dependencias funcionales S.
  - Salida: X^{+}_{S}.

resultado := X

while cambios en resultado do

  for each $Y \rightarrow Z \in S$ do

    if $Y \subseteq$ resultado then resultado := resultado $\cup$ Z.

Cierre de un conjunto de atributos: Algoritmo

- Se puede demostrar que el algoritmo es correcto y completo.
- El algoritmo tiene una complejidad cuadrática con la cardinalidad de S.
- Existen otros algoritmos de complejidad lineal.

Cierre de un conjunto de atributos: Algoritmo

- Corolario 2.
  - Se puede determinar si una dependencia funcional $X \rightarrow Y$ se deduce de un conjunto de dependencias funcionales S si $Y \subseteq X^{+}_{S}$.
  - Se puede determinar, por tanto, en tiempo lineal, si una dependencia funcional está en S^{+}.

Cierre de un conjunto de atributos: Algoritmo

- Corolario 3.
  - Se puede determinar si un conjunto de atributos C es superclave de una relación r bajo un conjunto de dependencias funcionales S si todos los atributos de r pertenecen al cierre de C, es decir, si todos los atributos de la relación están determinados funcionalmente por C.
  - Además, será clave candidata si el conjunto de atributos es irreducible (no hay ningún conjunto de cardinalidad menor que tal que determine funcionalmente todos los atributos de r).

Recubrimiento de un conjunto de dependencias funcionales

- Ya casi es posible definir lo que es un recubrimiento mínimo de dependencias o conjunto irreducible equivalente, que va a permitir mantener la integridad definida por un conjunto de dependencias funcionales a coste mínimo.
- Para definir un recubrimiento mínimo hay que definir dos conceptos: el recubrimiento de un conjunto de dependencias funcionales y la equivalencia entre conjuntos de dependencias funcionales.

Recubrimiento de un conjunto de dependencias funcionales

- Definición 6.
  - Dados dos conjuntos de dependencias funcionales S1 y S2, se dice que S2 es un *recubrimiento* de S1 si cada dependencia de S1 se deduce de S2
    - es decir, se puede demostrar que cada dependencia de S1 está en el cierre de S2

Equivalencia entre conjuntos de dependencias funcionales

- Definición 7. Dos conjuntos de dependencias funcionales S1 y S2 son *equivalentes* si $S1^+ = S2^+$.

- De forma alternativa se define como:
  - Dos conjuntos de dependencias funcionales S1 y S2 son equivalentes si S1 es un recubrimiento de S2 y S2 es un recubrimiento de S1.

Conjunto mínimo (o irreducible) de dependencias funcionales

- Definición 8. Un conjunto S de dependencias funcionales es *irreducible* si y solamente si cumple las siguientes propiedades:
  1. La parte derecha de cada dependencia funcional de S tiene solo un atributo.
  2. La parte izquierda de cada dependencia funcional de S es irreducible en el sentido en que si se elimina algún atributo, necesariamente cambia el cierre de S.
  3. No se puede eliminar ninguna dependencia funcional de S sin cambiar su cierre.

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Definición 9: Recubrimiento mínimo de un conjunto de dependencias funcionales
  - Al conjunto mínimo de dependencias funcionales S1 equivalente a S2 se le denomina recubrimiento mínimo de S2.

- Se puede demostrar que todo conjunto de dependencias funcionales tiene al menos un recubrimiento mínimo, por lo que se plantea el siguiente lema.

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Lema 2.
  - Todo conjunto S de dependencias funcionales tiene un conjunto de dependencias funcionales equivalente en el que el lado derecho de cada dependencia funcional tiene un único atributo.

- Teorema 1.
  - Todo conjunto de dependencias funcionales tiene al menos un recubrimiento mínimo.

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Algoritmo 4
- Calcular un recubrimiento mínimo G para un conjunto de dependencias funcionales F

1. G := F
2. Reemplazar cada dep. func. $X \rightarrow Y1Y2...Yk$ de G por k dep. func. $X \rightarrow Y1$, $X \rightarrow Y2$,. ..., $X \rightarrow Yk$
3. // Eliminación de atributos redundantes
   Para cada $X \rightarrow A \in G$ hacer:
   Para cada atributo $B \in X$ hacer:
   Calcular $\{X\text{-}B\}^+$ con respecto al conjunto de dep. func. G
   Si $A \in \{X\text{-}B\}^+$ entonces
   $G := (G - \{X \rightarrow A\}) \cup \{X\text{-}B \rightarrow A\}$
4. // Eliminación de dependencias funcionales redundantes
   Para cada $X \rightarrow A \in G$, Calcular X^+ con respecto a $(G - \{X \rightarrow A\})$
   Si $A \in X^+$ entonces
   $G := G - \{X \rightarrow A\}$

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Ejemplo 9:
  - $\{A\} \rightarrow \{B, C\}$
  - $\{B\} \rightarrow \{C\}$
  - $\{A\} \rightarrow \{B\}$
  - $\{A, B\} \rightarrow \{C\}$
  - $\{A, C\} \rightarrow \{D\}$

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Primer paso:
  - $\{A\} \rightarrow \{B\}$
  - $\{A\} \rightarrow \{C\}$
  - $\{B\} \rightarrow \{C\}$
  - $\{A\} \rightarrow \{B\}$
  - $\{A, B\} \rightarrow \{C\}$
  - $\{A, C\} \rightarrow \{D\}$
  - Antes de aplicar el segundo paso, vemos que se repite $\{A\} \rightarrow \{B\}$, por lo que se puede eliminar una de ellas (esto correspondería al tercer paso).
- Segundo paso:
  - Se puede eliminar C de $\{A, C\} \rightarrow \{D\}$ porque se tiene $\{A\} \rightarrow \{C\}$, y por la regla de aumentatividad se obtiene $\{A\} \rightarrow \{A, C\}$, como se tiene también $\{A, C\} \rightarrow \{D\}$, se deduce por transitividad $\{A\} \rightarrow \{D\}$

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Tercer paso:
  - Se puede eliminar {A, B}→{C} porque se tiene {A}→{C}, y por la regla de aumentatividad se obtiene {A, B}→{B,C}, y {A,B}→{C} por descomposición.
  - Se puede eliminar {A}→{C} porque se tiene {A}→{B}, {B}→{C} y por transitividad se obtiene {A}→{C}.

- Se llega al recubrimiento mínimo T de S en el que las partes derecha de las dependencias funcionales tienen un solo atributo, las partes izquierda no son reducibles (ya que son unitarias) y no se puede eliminar ninguna dependencia funcional sin alterar S^+:
  - T={{A}→{B}, {B}→{C}, {A}→{D}}

Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales

- Para comprobar que no se puede eliminar ninguna dependencia funcional se usa el corolario 2:
  - Se comprueba si $\{A\}\rightarrow\{B\}$ se puede deducir de $U=\{\{B\}\rightarrow\{C\}, \{A\}\rightarrow\{D\}\}$ comprobando si $B\subseteq\{A\}^{+}_{U}=\{A,D\}$, que no se cumple.
  - Se comprueba si $\{B\}\rightarrow\{C\}$ se puede deducir de $U=\{\{A\}\rightarrow\{B\}, \{A\}\rightarrow\{D\}\}$ comprobando si $C\subseteq\{B\}^{+}_{U}$ $U=\{B\}$, que no se cumple.
  - Se comprueba si $\{A\}\rightarrow\{D\}$ se puede deducir de $U=\{\{A\}\rightarrow\{B\}, \{B\}\rightarrow\{C\}\}$ comprobando si $D\subseteq\{A\}^{+}_{U}=\{A, B, C\}$, que no se cumple.
- Por lo tanto, es irreducible.

Dependencias funcionales en sistemas

- IBM DB2 (Cube Views)
  - Especificación de DF en `CREATE` o `ALTER TABLE ADD CHECK CONSTRAINT`

```
|--+-nombre-columna-----------+--DETERMINED BY--+-nombre-columna-----------+--|
   |     .-,--------------.    |                 |     .-,--------------.    |
   |     V                |    |                 |     V                |    |
   '-(----nombre-columna-+--)-'                 '-(----nombre-columna-+--)-'
```

  - Información usada para generar planes de consulta optimizados, no para imponer consistencia (¿y por qué no?)

Dependencias funcionales en sistemas

- DES
  - Especificación de DF con aserciones como restricción de integridad en la base de datos

```
DES> :-fd(p,[a],[b])        % Tabla, Antecedente, Consecuente
DES> /dbschema p
Info: Table:
 * p(a:number(integer),b:number(integer))
    - FD: [a] -> [b]
DES> alter table p add constraint check b determined by a;
```

  - Especificación en SQL (igual que en DB2):

```
DES> insert into p values(1,2)
Info: 1 tuple inserted.
DES> insert into p values(1,3)
Error: Functional dependency violation p.[a]->p.[b]
       in table p(a,b)
       when trying to insert: p(1,3)
       Witness tuple        : p(1,2)
Info: 0 tuples inserted.
```

Dependencias funcionales

- Las dependencias funcionales permiten imponer restricciones de integridad que no son posibles de expresar con claves.
- Una dependencia funcional es una generalización del concepto de superclave.

Dependencias funcionales

- Se ha mostrado un procedimiento que permite determinar el mínimo número de dependencias funcionales necesario para la comprobación de la consistencia de una relación a partir de un conjunto inicial de dependencias funcionales.
- Con este procedimiento el diseñador de la base de datos tiene una herramienta muy útil para mejorar el rendimiento de sus diseños.

Restricciones de integridad

- 5. Restricciones de integridad
  - 5.1. Restricciones de los dominios
  - 5.2. Integridad referencial
  - 5.3. Asertos
  - 5.4. Disparadores
  - 5.5. Dependencias funcionales
    - 5.5.1. Cierre de un conjunto de dependencias funcionales
    - 5.5.2. Cierre de un conjunto de atributos
    - 5.5.3. Recubrimientos mínimos de dependencias funcionales
  - **5.6. Dependencias multivaloradas**
    - **5.6.1. Reglas de inferencia para las dependencias multivaloradas**

Dependencias multivaloradas

- Las dependencias multivaloradas son restricciones de integridad que expresan relaciones entre los atributos de un esquema que no pueden ser expresables con las dependencias funcionales.

Dependencias multivaloradas

- Ejemplo 10.
  - En la siguiente relación se representan los empleados, sus domicilios y teléfonos, asumiendo que pueden tener más de una vivienda y teléfono, y que no se dispone información acerca del tipo de teléfono, fijo o móvil, por lo que no se puede relacionar con un domicilio.
  - Estos atributos son independientes entre sí. Para mantener la relación consistente es necesario expresar todas las combinaciones de los atributos.

Dependencias multivaloradas

Empleados		
Nombre	**Dirección**	**Teléfono**
Ana Almansa	c/ Argentales	1
Ana Almansa	c/ Argentales	2
Ana Almansa	c/ Argentales	3
Ana Almansa	c/ Amaniel	1
Ana Almansa	c/ Amaniel	2
Ana Almansa	c/ Amaniel	3

Dependencias multivaloradas

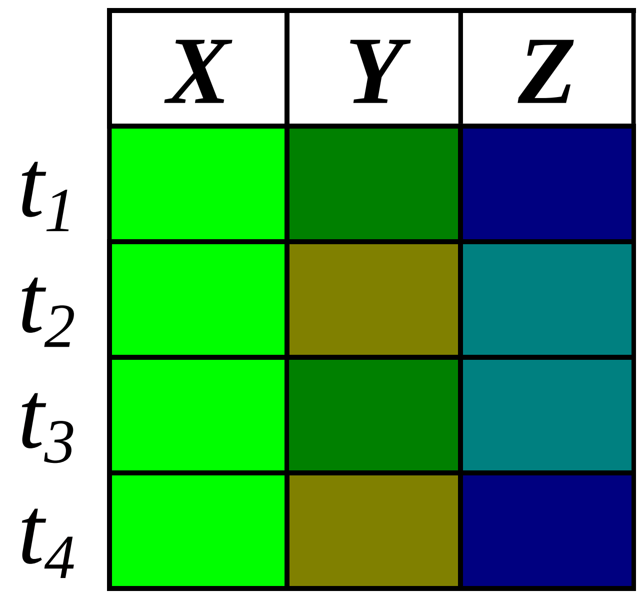
- Mientras que las dependencias funcionales impiden que aparezcan ciertas tuplas en las relaciones, las dependencias multivaloradas obligan a ello.
- Las dependencias multivaloradas aparecen cuando en un esquema de relación hay varias relaciones 1:N independientes entre sí.

Dependencias multivaloradas

- Definición 10.
  - Dados dos subconjuntos de atributos X e Y y un esquema R, la dependencia multivalorada $X \rightarrow \rightarrow Y$ (X multidetermina a Y) especifica la siguiente restricción sobre la relación r del esquema R: si existen en r dos tuplas t_1 y t_2 tales que $t_1[X]= t_2[X]$, entonces deben existir dos tuplas, t_3 y t_4, tales que:
  - $t_1[X]= t_2[X]= t_3[X]= t_4[X]$,
  - $t_1[Y]= t_3[Y]$ y $t_2[Y]= t_4[Y]$,
  - $t_2[Z]= t_3[Z]$ y $t_1[Z]= t_4[Z]$ donde $Z=R-(X \cup Y)$

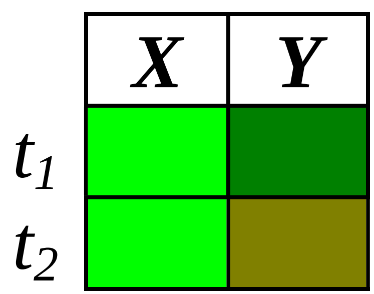
Dependencias multivaloradas

- Esta definición es más sencilla de lo que parece si se observa el siguiente gráfico.



Dependencias multivaloradas

- En definitiva se imponen todas las combinaciones de los valores de los atributos Y y Z.
- Si Z es vacío o sus valores son únicos, necesariamente t1 =t3 y t2 =t4 , es decir, estamos hablando solo de dos tuplas.



Dependencias multivaloradas

- Informalmente se dice que siempre que existan dos tuplas con valores iguales de X pero distintos de Y, los valores de Y se deben repetir en tuplas separadas por cada valor distinto de Z.
- En definitiva, con esta restricción se dice que la relación entre X e Y es independiente de la relación entre X y Z.

Dependencias multivaloradas

- Ejemplo 11.
  - En el ejemplo anterior se observan las restricciones multivaloradas {Nombre}$\rightarrow\rightarrow${Dirección} y {Nombre}$\rightarrow\rightarrow${Teléfono} .
  - Debido a la simetría de la definición (se pueden intercambiar los papeles de Y y Z) se deduce que si se cumple X$\rightarrow\rightarrow$Y , entonces también se cumple X$\rightarrow\rightarrow$Z, que se representa de forma compacta como
  - X$\rightarrow\rightarrow$Y|Z.

Dependencias multivaloradas triviales

- Definición 11.
  - Una dependencia multivalorada $X \rightarrow\rightarrow Y$ se denomina trivial si $Y \subseteq X$ o $X \cup Y = R$.
  - Se denomina trivial porque no aporta ninguna restricción relevante al esquema.
  - En el primer caso, $Y \subseteq X$, solo se impone que un subconjunto de los valores de X esté asociado siempre a los valores de X, lo cual es trivialmente cierto.
  - El segundo caso se vio en la definición de dependencia multivalorada.

Reglas de inferencia para las dependencias multivaloradas

- Para las dependencias multivaloradas también se proponen axiomas de producción que permiten calcular el cierre de un conjunto de ellas.

1. Reflexividad para dependencias funcionales:
   - Si $Y \subseteq X$, entonces $X \rightarrow Y$.
2. Aumentatividad para dependencias funcionales:
   - Si $X \rightarrow Y$, entonces $XZ \rightarrow YZ$.
3. Transitividad para dependencias funcionales:
   - Si $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$, entonces $X \rightarrow Z$.
4. Complemento para dependencias multivaloradas:
   - Si $X \rightarrow\rightarrow Y$, entonces $X \rightarrow\rightarrow R - (X \cup Y)$
5. Aumentatividad para dependencias multivaloradas:
   - Si $X \rightarrow\rightarrow Y$ y $V \subseteq W$, entonces $WX \rightarrow\rightarrow VY$.

Reglas de inferencia para las dependencias multivaloradas

- 6. Transitividad para dependencias multivaloradas:
  - Si $X \rightarrow\rightarrow Y$ e $Y \rightarrow\rightarrow Z$, entonces $X \rightarrow\rightarrow (Z-Y)$
- 7. Si $X \rightarrow Y$, entonces $X \rightarrow\rightarrow Y$.
- 8. Si , $X \rightarrow Y$, y $Z \subseteq Y$ existe un W disjunto de Y, entonces $W \rightarrow Z$ y $X \rightarrow Z$.

Reglas de inferencia para las dependencias multivaloradas

- Las tres primeras son las mismas reglas que los axiomas de Armstrong, las tres siguientes se refieren a dependencias multivaloradas y las dos últimas se refieren tanto a dependencias multivaloradas como funcionales.
- En concreto, la séptima se refiere a que una dependencia funcional es un caso particular de una dependencia multivalorada.
- Se puede demostrar que este conjunto de reglas de inferencia es correcto y completo para calcular el cierre de un conjunto de dependencias, denotado por S^+.

Dependencias multivaloradas

- Las dependencias multivaloradas permiten asegurar la consistencia cuando se expresan atributos multivalorados independientes en un único esquema de relación.
- Las dependencias funcionales permiten establecer relaciones uno a varios y uno a uno entre los atributos de un esquema de relación, mientras que las dependencias multivaloradas permiten expresar relaciones varios a varios.

Dependencias multivaloradas

- Las dependencias funcionales y multivaloradas se usarán como herramienta fundamental en el proceso de normalización de esquemas.
- Además son útiles en la comprobación de consistencia de relaciones resultado de migraciones y de sistemas heredados.