

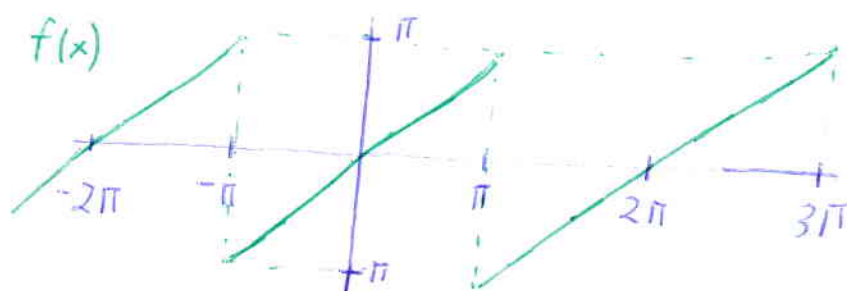
Empezamos por el apartado d).

Consideramos la función $\hat{f}(x) = x$ con $x \in (-\pi, \pi)$

La extendemos de manera periódica en \mathbb{R} de tal forma que

$f(x) = x$ con $x \in (2n\pi - \pi, 2n\pi + \pi)$. Por tanto

$f(x)$ es una función periódica de periodo $T = 2\pi$.



Se puede comprobar que x es una función impar

$$f(-x) = -x$$

$$-f(x) = -x$$

$$-x \in (2n\pi - \pi, 2n\pi + \pi) \Leftrightarrow x \in (-2n\pi - \pi, -2n\pi + \pi)$$

$$x \in (2n\pi - \pi, 2n\pi + \pi)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \, dx = 0$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \cos(nx) \, dx = 0$$

$g(x) = x \cos(nx)$ es impar

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \sin(nx) \, dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin(nx) \, dx =$$

$x = u \quad dx = du$
 $\sin(nx) dx = dv \quad -\frac{\cos(nx)}{n} = v$