I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura........ Fecha ....

Alumno/a .... Curso........ Nº........

Apellidos Nombre

Calificación

$\Longrightarrow g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n,k}}{n!}(z-k\pi)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n,k}}{n!}(z-k\pi)^n$ con el primer término distinto de 0.

Por tanto $k\pi$ es un cero de $\operatorname{sen} z$ con multiplicidad 1 para todo $k\in\mathbb{Z}$, es decir, $\exists\, h_k \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ / $g(z) = (z-k\pi)\cdot h_k(z)$ con $h_k(k\pi) \neq 0 \ \forall k\in\mathbb{Z}$.

Sea $g_2(z) = 1-e^{iz}$ y la función en serie de Taylor en $2k\pi \ \forall k\in\mathbb{Z}$.

$g_2'(z) = -i e^{iz}$

$g_2^{2)}(z) = -i^2 e^{iz}$.

En general $g_2^{n)}(z) = -i^n e^{iz}$ y

$g_2^{n)}(2k\pi) = -i^n e^{i2k\pi} = -i^n$

$\Longrightarrow g_2(z) = g_2(2k\pi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-i^n}{n!}(z-2k\pi)^n = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n!}(z-2k\pi)^n$

por lo que g_2 tiene un cero en $2k\pi$ de multiplicidad 1 $\forall k\in\mathbb{Z}$.

$\Longrightarrow g_2(z) = (z-2k\pi)\cdot h_{2,k}(z)$ con $h_{2,k}(z) \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ y $h_{2,k}(2k\pi) \neq 0 \ \forall k\in\mathbb{Z}$.

Volviendo a $f(z) = (1-e^{iz})\cdot\operatorname{sen} z$.

El conjunto de ceros de la función es $A = \{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$

$A = A_1 \cup A_2$ con $A_1 = \{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$ y $A_2 \{\pi + 2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.