I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura............ Fecha ....

Alumno/a .... Curso............ Nº............

Apellidos Nombre

Calificación

c) $\sum_{n=0}^{\infty} (2+(-1)^n)^n z^n$

Sea $a_n = (2+(-1)^n)^n$

$\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \limsup \sqrt[n]{|(2+(-1)^n)^n|} = \limsup \sqrt[n]{(|2+(-1)^n|)^n} =$

$= \limsup |2+(-1)^n| = 3 \implies R = \frac{1}{3}$

Por tanto la serie converge absolutamente $\forall z$ tal que $|z| < \frac{1}{3}$

$\boxed{6.-}$ El radio de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ es igual a R con $R \in (0, \infty)$. Determinar el radio de convergencia de las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} n^k c_n z^n$

$a_n = n^k c_n \implies \frac{1}{R'} = \limsup \sqrt[n]{|n^k c_n|} = \limsup \left((\sqrt[n]{n})^k \cdot \sqrt[n]{|c_n|} \right) \underset{\uparrow}{=}$

$= \lim_{n\to\infty} (\sqrt[n]{n})^k \cdot \limsup \sqrt[n]{|c_n|} = \frac{1}{R}$ $\qquad \exists \lim_{n\to\infty} (\sqrt[n]{n})^k = 1$

$\implies R' = R$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (2^n - 1) c_n z^n$

$$a_n = (2^n - 1) c_n \Rightarrow \frac{1}{R'} = \limsup \sqrt[n]{|(2^n-1) c_n|} =$$

$$= \limsup \sqrt[n]{2^n - 1} \cdot \sqrt[n]{|c_n|} \underset{\uparrow}{=} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^n - 1} \cdot \limsup \sqrt[n]{|c_n|} = 2 \cdot \frac{1}{R}$$

$$\exists \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^n - 1} = 2$$

$$\Rightarrow R' = \frac{R}{2}$$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n^k z^n$

$$a_n = c_n^k \Rightarrow \frac{1}{R'} = \limsup \sqrt[n]{|c_n^k|} = \limsup \left(\sqrt[n]{|c_n|}\right)^k =$$

$$= \left(\limsup \sqrt[n]{|c_n|}\right)^k = \left(\frac{1}{R}\right)^k \Rightarrow R' = R^k$$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} n^n c_n z^n$

$$a_n = n^n c_n \Rightarrow \frac{1}{R'} = \limsup \sqrt[n]{|n^n c_n|} = \limsup \sqrt[n]{n^n} \cdot \sqrt[n]{|c_n|} =$$

$$= \limsup n \cdot \sqrt[n]{|c_n|} \underset{\uparrow}{=} \infty \Rightarrow R' = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} n = \infty$$