Como $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ no converge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} Re(z_n)$ no converge

y $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ no converge

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \operatorname{sen} in}{3^n}$

Sea $z_n = \frac{n \operatorname{sen} in}{3^n} = \frac{n}{3^n} \cdot \frac{e^{i^2 n} - e^{-i^2 n}}{2i} = \frac{n}{3^n} \frac{e^{-n} - e^{n}}{2i}$

Ahora $|z_n| = \frac{n}{3^n} \cdot \frac{|e^{-n} - e^{n}|}{|2i|} \underset{\substack{\uparrow \\ e^n > e^{-n} \\ \forall n \in \mathbb{N}}}{=} \frac{n(e^n - e^{-n})}{2 \cdot 3^n} < \frac{n}{2 \cdot 3^n} e^n = \frac{n}{2}\left(\frac{e}{3}\right)^n$

Por el criterio del cociente

$$\frac{\frac{n+1}{2}\left(\frac{e}{3}\right)^{n+1}}{\frac{n}{2}\left(\frac{e}{3}\right)^n} = \frac{n+1}{n} \cdot \left(\frac{e}{3}\right) \xrightarrow[n \to \infty]{} \frac{e}{3} < 1$$

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2}\left(\frac{e}{3}\right)^n$ converge y por el criterio de comparación

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ converge absolutamente.

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{senh}(\sqrt{n} i)}{\operatorname{sen}(in)}$

Sea $z_n = \frac{\operatorname{senh}(\sqrt{n} i)}{\operatorname{sen}(in)} = \frac{\frac{e^{\sqrt{n} i} - e^{-\sqrt{n} i}}{2}}{\frac{e^{i^2 n} - e^{-i^2 n}}{2i}} = i \cdot \frac{e^{\sqrt{n} i} - e^{-\sqrt{n} i}}{e^{-n} - e^{n}}$