$$= \frac{n^2 4^n + 3n^3 + 2n4^n + 6n^2 + 4^n + 3n}{n^2 4^{n+1} + 3n^3 + 3n^2} =$$

$$= \frac{1 + \frac{3n}{4^n} + \frac{2}{n} + \frac{6}{4^n} + \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n4^n}}{4 + \frac{3n}{4^n} + \frac{3}{4^n}} \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{4}$$

Por tanto, como $\exists \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{4} \Rightarrow \limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{4}$ y el radio de convergencia es $R = 4$. La serie converge absolutamente $\forall z$, $|z-3| < \frac{1}{4}$.

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!} z^n$

Sea $a_n = \frac{(n!)^3}{(3n)!} \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{((n+1)!)^3}{(3(n+1))!}}{\frac{(n!)^3}{(3n)!}} =$

$$= \frac{((n+1)n!)^3 \cdot (3n)!}{(3n+3)! \cdot (n!)^3} = \frac{(n+1)^3 \cdot \cancel{(n!)^3} \cdot \cancel{(3n)!}}{(3n+3)(3n+2)(3n+1)\cancel{(3n)!} \cdot \cancel{(n!)^3}}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3}{(3n+3)(3n+2)(3n+1)} = \frac{1}{27}$$

Por tanto $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{27}$ y el radio de convergencia es $R = 27$