Problema 1

Se consideran las variables de decisión:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si } j \text{ asiste a la fiesta} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \qquad j = A, B, C, D$$

El problema que se debe resolver es:

$$\max \quad x_A + x_B + x_C + x_D$$

s.a.:

$$\begin{aligned} x_A \quad\quad + x_C \quad\quad &\le 1 \\ x_B + x_C + x_D &\le 2 \\ x_A - x_B \quad\quad + x_D &\le 1 \\ x_j \in \{0,1\} \quad j = A, B, C, D & \end{aligned}$$

Solución óptima: $x_A^* = 1,\ x_B^* = 1,\ x_C^* = 0,\ x_D^* = 1$.

Problema 2

Se consideran las variables de decisión:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si se ejecuta el proyecto } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \qquad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

El problema que se debe resolver es:

$$\max \quad 15x_1 + 14x_2 + 10x_3 + 20x_4 + 16x_5$$

s.a.:

$$\begin{aligned} 3x_1 \quad\quad + 5x_3 + 4x_4 + 5x_5 &\le 9 \\ 8x_2 + x_3 + 5x_4 \quad\quad &\le 9 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \quad\quad &\le 9 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \quad\quad\quad\quad &\le 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \quad\quad - x_5 &\le 0 \\ - x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 &\le 0 \\ x_1 \quad\quad\quad\quad\quad\quad + x_5 &\le 1 \\ \boldsymbol{x_j} \in \{0,1\} \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 & \end{aligned}$$

Solución óptima: $x_1^* = 0,\ x_2^* = 1,\ x_3^* = 0,\ x_4^* = 0,\ x_5^* = 1$.

Problema 3

Se consideran las variables de decisión que se indican en la tabla. Todas las variables son binarias, tomando el valor 1, si se compra el tipo de mueble asociado en el establecimiento indicado, y 0 en caso contrario

	E_1	E_2	E_3	E_4
Sofá	x_1	x_2	–	x_3
Mesa	x_4	x_5	x_6	–
Armario	x_7	–	x_8	x_9
Cama	x_{10}	x_{11}	–	x_{12}

El problema que se debe resolver es:

$$\min \quad 550x_1 + 670x_2 + 390x_3 + 440x_4 + 450x_5 + 400x_6 + 680x_7 + 890x_8 + 710x_9 + 750x_{10} + 700x_{11} + 820x_{12} + 100\,(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$$

s.a.:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

$$x_7 + x_8 + x_9 = 1$$

$$x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$$

$$x_1 + x_4 + x_7 + x_{10} \leq 4y_1$$

$$x_2 + x_5 + x_{11} \leq 3y_2$$

$$x_6 + x_8 \leq 2y_3$$

$$x_3 + x_9 + x_{12} \leq 3y_4$$

$$x_3 + x_9 + x_{12} \geq \delta$$

$$x_1 + x_4 + x_7 + x_{10} \leq 2 + 2\delta$$

$$x_1 + x_4 + x_7 + x_{10} \geq 2 - 2\delta$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j = 1,\dots,12; \qquad y_i \in \{0,1\} \quad i = 1,2,3,4; \qquad \delta \in \{0,1\}$$

Solución óptima:

$$x_1^* = 0,\ x_2^* = 0,\ x_3^* = 1,\ x_4^* = 0,\ x_5^* = 1,\ x_6^* = 0,\ x_7^* = 0,\ x_8^* = 0,\ x_9^* = 1,\ x_{10}^* = 0,$$
$$x_{11}^* = 1,\ x_{12}^* = 0,\ y_1^* = 0,\ y_2^* = 1,\ y_3^* = 0,\ y_4^* = 1,\ \delta^* = 1\,.$$

Problema 4

Se consideran las variables de decisión $x_j,\ j = 1, \dots, 6$, que indican la cantidad (en Kg.) de producto que se fabrica en la máquina j. Además, se considera la variable binaria

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{si se utilizan las materias primas } P_1 \text{ y } P_2 \\ 1 & \text{si se utilizan las materias primas } P_3 \text{ y } P_4 \end{cases}$$

El problema que se debe resolver es:

$$\min \quad \begin{array}{c} 3.8x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3.7x_4 + 5x_5 + 4.1x_6 \\ +650y_1 + 720y_2 + 580y_3 + 640y_4 + 725y_5 + 630y_6 \end{array}$$

s.a.:

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 800$$

$$0.7x_1 + 0.2x_2 + 0.4x_3 + 0.5x_4 + 0.6x_5 + 0.7x_6 \le 400 + \mathrm{M}\delta$$

$$0.3x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 + 0.6x_4 + 0.2x_5 + 0.3x_6 \le 380 + \mathrm{M}\delta$$

$$0.5x_1 + 0.6x_2 + 0.3x_3 + 0.4x_4 + 0.5x_5 + 0.4x_6 \le 435 + \mathrm{M}(1 - \delta)$$

$$0.2x_1 + 0.3x_2 + 0.5x_3 + 0.2x_4 + 0.3x_5 + 0.6x_6 \le 370 + \mathrm{M}(1 - \delta)$$

$$0 \le x_1 \le 150y_1$$
$$0 \le x_2 \le 175y_2$$
$$0 \le x_3 \le 210y_3$$
$$0 \le x_4 \le 260y_4$$
$$0 \le x_5 \le 335y_5$$
$$0 \le x_6 \le 290y_6$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \cdots, 6$$

$$\delta \in \{0,1\}$$

Solución óptima:

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 0, \quad x_4^* = 260, \quad x_5^* = 250, \quad x_6^* = 290,$$

$$y_1^* = 0,\ y_2^* = 0,\ y_3^* = 0,\ y_4^* = 1,\ y_5^* = 1,\ y_6^* = 1,\ \delta^* = 1.$$