



Asignatura..... Fecha

Alumno/a..... Curso..... N°.....

Apellidos

Nombre

c) $\sum_{n=0}^{\infty} (2+(-1)^n)^n z^n$

Sea $a_n = (2+(-1)^n)^n$

$$\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \limsup \sqrt[n]{|(2+(-1)^n)^n|} = \limsup \sqrt[n]{(12+(-1)^n)^n} = \\ = \limsup (2+(-1)^n) = 3 \Rightarrow R = \frac{1}{3}$$

Por tanto la serie converge absolutamente $\forall z$ tal que $|z| < \frac{1}{3}$

6.- El radio de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ es igual a R con $R \in (0, \infty)$. Determinar el radio de convergencia de las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} n^k c_n z^n$

$$a_n = n^k c_n \Rightarrow \frac{1}{R'} = \limsup \sqrt[n]{|n^k c_n|} = \limsup \left((\sqrt[n]{n})^k \cdot \sqrt[n]{|c_n|} \right) \stackrel{\uparrow}{=} \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^k = \limsup \sqrt[n]{|c_n|} = \frac{1}{R} \quad \exists \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{n})^k = 1$$

$$\Rightarrow R' = R$$