

# Análisis Sintáctico

## Parte I

Albert Rubio

Procesadores de Lenguajes, FdI, UCM

Doble Grado Matemáticas e Informática

# Análisis Sintáctico. Parte I

- 1 Introducción
- 2 Gramáticas Incontextuales
- 3 Análisis de gramáticas
- 4 Autómatas de pila

# Contenidos

## ① Introducción

## ② Gramáticas Incontextuales

## ③ Análisis de gramáticas

## ④ Autómatas de pila

# Analizador sintáctico

## Características principales:

- Procesa las unidades léxicas del programa de entrada producidas por el analizador léxico y comprueba su corrección sintáctica.
- Su alfabeto de entrada es  $\Sigma = \{\textit{clases de unidades léxicas}\}$  y reconoce un lenguaje  $L \subseteq \Sigma^*$ .  
Llamaremos símbolos o palabras a los elementos de  $\Sigma$ , y llamaremos frases a los de  $L$ .
- Si el programa tiene errores sintácticos, los detecta y se recupera de ellos para proseguir el análisis y detectar el máximo número de errores.
- El lenguaje se describe con una gramática incontextual que se reconoce mediante un autómata de pila.

# Gramáticas incontextuales y autómatas de pila

- Los autómatas de pila para reconocer gramáticas incontextuales son indeterministas.
- No siempre existe un autómata determinista equivalente a uno no determinista de pila.
- El reconocimiento de una frase de longitud  $n$  para una gramática incontextual tiene un coste en tiempo en  $O(n^3)$ .

Excesivo para un compilador.

# Analizadores deterministas

- Existen subconjuntos de las gramáticas incontextuales suficientemente expresivos que admiten analizadores deterministas.
- $LL(k) \subset LR(k) \subset \text{gramáticas incontextuales}$ 
  - $k$  indica el número de símbolos de “lookahead” que se utilizan para decidir la regla que aplicar.
  - La primera  $L$  significa que la frase se procesa “left-to-right”.
  - La segunda  $L$  significa que la derivación es por la izquierda (no-terminal más a la izquierda).
  - La  $R$  significa que la derivación es por la derecha (el más a la derecha).
- El reconocimiento de una frase de longitud  $n$  para un analizador determinista tiene un coste en tiempo en  $O(n)$ .
- Por su forma de recorrer el árbol sintáctico, los analizadores  $LL(k)$  se llaman descendentes y los  $LR(k)$  ascendentes

# Contenidos

① Introducción

② Gramáticas Incontextuales

③ Análisis de gramáticas

④ Autómatas de pila

# Poder expresivo y reconocimiento

Las ER no son suficientes para expresar las estructuras anidadas que aparecen en los lenguajes de programación.

$((\dots) \dots (((\dots) \dots)(\dots)) \dots)$

Reconocida por la siguiente *gramática incontextual*:

$$S \longrightarrow "( " S ") " S \mid \epsilon$$

Admiten reconocedores eficientes.

Los lenguajes contextuales o los recursivamente enumerables son más expresivos pero no tiene reconocedores eficientes.

Los lenguajes incontextuales y en especial sus subconjuntos  $LL(k)$  y  $LR(k)$  son un buen compromiso entre poder expresivo y eficiencia.



# Formalismo

$$G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

- $V_N$  símbolos no terminales:  $A, B, S, X, \text{exp}, \text{instr}, \dots \in V_N$
- $V_T$  símbolos terminales:  $a, b, c, +, -, *, \text{id}, \text{begin}, \dots \in V_T$
- $P \subseteq V_N \times (V_N \cup V_T)^*$  reglas de producción:
  - $\alpha, \beta, \gamma, \dots \in (V_N \cup V_T)^*$
  - $u, v, w, x, \dots \in V_T^*$
  - $(A \rightarrow \alpha) \in P$ . Si hay varias:  $(A \rightarrow \alpha_1 \mid \dots \mid \alpha_n) \subseteq P$
- $S \in V_N$  símbolo inicial, o raíz, de  $G$ .

Llamaremos  $V = V_N \cup V_T$ , con  $N, M, O, \dots \in V$ .

# Ejemplos

Expresiones aritméticas con  $+$  y  $*$ :

- Con prioridad:  $G_1 = (\{E\}, \{+, *, (, ), id\}, P_1, E)$

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \longrightarrow E + T \mid T \\ T \longrightarrow T * F \mid F \\ F \longrightarrow "(" E ")" \mid id \end{array} \right.$$

- Sin prioridad:  $G_2 = (\{E\}, \{+, *, (, ), id\}, P_2, E)$

$$P_2 = \{E \longrightarrow E + E \mid E * E \mid "(" E ")" \mid id\}$$

# Derivaciones

- *Derivación en un paso* con  $G$ :  $\alpha A \beta \Longrightarrow_G \alpha \gamma \beta$   
si existe  $A \longrightarrow \gamma$  en  $P$
- *Derivación* (en cero o más pasos) con  $G$ :  $\phi \Longrightarrow_G^* \psi$   
cierre reflexivo y transitivo de  $\Longrightarrow_G$
- *Lenguaje generado* por  $G$ :  $L(G) = \{u \in V_T^* \mid S \Longrightarrow_G^* u\}$   
Llamamos *frase* a cada  $u$ .  
Llamamos a  $\alpha \in V^*$  *forma de frase* si  $S \Longrightarrow_G^* \alpha$ .
- Ejemplos:  
 $\text{id} * \text{id} + \text{id}$  es una frase tanto de  $G_1$  como de  $G_2$ ,  
 $\text{id} * \text{id} + T$  es una forma de frase de  $G_1$   
 $E * \text{id} + E$  lo es de  $G_2$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow "( E )" \mid \text{id} \end{array} \right.$$

$$E \Rightarrow_{G_1}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \longrightarrow E + T \mid T \\ T \longrightarrow T * F \mid F \\ F \longrightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (1)$$

$$E \Rightarrow_{G_1} E + T$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \longrightarrow E + T \mid T \\ T \longrightarrow T * F \mid F \\ F \longrightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (2)$$

$$\begin{aligned} E &\Longrightarrow_{G_1} E + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} T + T \end{aligned}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (1)$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow_{G_1} E + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T * F + T \end{aligned}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \longrightarrow E + T \mid T \\ T \longrightarrow T * F \mid F \\ F \longrightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (2)$$

$$\begin{aligned} E &\Longrightarrow_{G_1} E + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} T + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} T * F + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} F * F + T \end{aligned}$$



# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow "( E )" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (2)$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow_{G_1} E + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T * F + T \\ &\Rightarrow_{G_1} F * F + T \\ &\Rightarrow_{G_1} \text{id} * F + T \end{aligned}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (2)$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow_{G_1} E + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T + T \\ &\Rightarrow_{G_1} T * F + T \\ &\Rightarrow_{G_1} F * F + T \\ &\Rightarrow_{G_1} \text{id} * F + T \\ &\Rightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + T \end{aligned}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \longrightarrow E + T \mid T \\ T \longrightarrow T * F \mid F \\ F \longrightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \leftarrow (2)$$

$$\begin{aligned} E &\Longrightarrow_{G_1} E + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} T + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} T * F + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} F * F + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} \text{id} * F + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + T \\ &\Longrightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + F \end{aligned}$$

# Derivaciones

$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T \mid T \\ T \rightarrow T * F \mid F \\ F \rightarrow "(" E ")" \mid \text{id} \end{array} \right. \quad \leftarrow (2)$$

$E \Rightarrow_{G_1} E + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} T + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} T * F + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} F * F + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} \text{id} * F + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + T$   
 $\Rightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + F$   
 $\Rightarrow_{G_1} \text{id} * \text{id} + \text{id}$

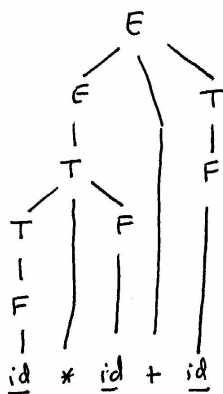
# Árbol sintáctico

Dada un forma de frase  $\alpha$

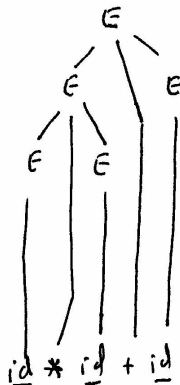
- $S$  es el nodo raíz.
- $\alpha$  es la frontera (recorrido de las hojas de izquierda a derecha).
- Cada nodo **interior** con  $X$  en  $V_N$  tiene como hijos  $N_1, \dots, N_r \in V$  tales que  $(X \rightarrow N_1, \dots, N_r) \in P$ , o tiene un único  $\epsilon$  si  $(X \rightarrow \epsilon) \in P$

# Árbol sintáctico

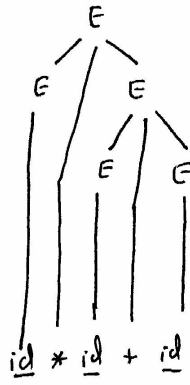
Ejemplos para  $\text{id} * \text{id} + \text{id}$  en  $G_1$  y  $G_2$ :



$G_1$



$G_2$



$G_2$

# Ambigüedad

- Una (forma de) frase es *ambigua* si admite más de un árbol sintáctico.
- Una gramática es *ambigua* si contiene al menos una frase ambigua.  
Por ejemplo, la gramática  $G_2$  ambigua.  
Es posible demostrar que  $G_1$  no lo es.
- El problema de determinar si una gramática incontextual es ambigua o no, es **indecidable**, pero si es  $LL(k)$  o  $LR(k)$  entonces **no es ambigua**.
- Las gramáticas para los LP no deben ser ambiguas, ya que implica que una misma frase tiene varias interpretaciones y por tanto varias posibles traducciones a código máquina con distintos resultados.

# Árbol sintáctico y derivación

Un árbol sintáctico para una (forma de) frase  $\alpha$  representa muchas posibles derivaciones, ya que no expresa en qué orden se han reemplazado los no terminales por sus partes derechas.

Dos derivaciones son de especial interés:

- derivación por la izquierda:  $S \Rightarrow_{iz}^* \alpha$ , en cada paso se reemplaza el no-terminal más a la izquierda.  
Recorre el árbol sintáctico en **preorden**.
- derivación por la derecha:  $S \Rightarrow_{de}^* \alpha$ , en cada paso se reemplaza el no-terminal más a la derecha.  
Recorre el árbol sintáctico en **preorden inverso**.



# Árbol sintáctico y derivación

Para  $G_1$  y la frase  $\text{id} * \text{id} + \text{id}$  tenemos:

- $E \Rightarrow_{iz} E + T \Rightarrow_{iz} T + T \Rightarrow_{iz} T * F + T \Rightarrow_{iz} F * F + T \Rightarrow_{iz}$   
 $\text{id} * F + T \Rightarrow_{iz} \text{id} * \text{id} + T \Rightarrow_{iz} \text{id} * \text{id} + F \Rightarrow_{iz} \text{id} * \text{id} + \text{id}$
- $E \Rightarrow_{de} E + T \Rightarrow_{de} E + F \Rightarrow_{de} E + \text{id} \Rightarrow_{de} T + \text{id} \Rightarrow_{de}$   
 $T * F + \text{id} \Rightarrow_{de} T * \text{id} + \text{id} \Rightarrow_{de} F * \text{id} + \text{id} \Rightarrow_{de} \text{id} * \text{id} + \text{id}$
- Los analizadores  $LL(k)$  realizan un derivación por la izquierda.
- Los analizadores  $LR(k)$  realizan un derivación por la derecha pero en sentido inverso al de  $\Rightarrow_{de}$

# Contenidos

① Introducción

② Gramáticas Incontextuales

③ Análisis de gramáticas

④ Autómatas de pila

# Transformación

Transformaciones de la gramática necesarias para generar un analizador:

- eliminar no-terminales improductivos
- eliminar no-terminales inalcanzables

Esto nos permite eliminar las partes de la gramática que no van a ser usadas para reconocer ninguna frase del lenguaje.

# Productividad

## Definición:

- $X$  es productivo en una regla  $X \rightarrow \alpha$  tal que todos los no-terminales de  $\alpha$  son productivos
- $X$  es productivo en  $G$ , si es productivo en alguna regla de  $G$ .

Es decidable

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aX \\ X &\rightarrow bS \mid aYbY \\ Y &\rightarrow ba \mid aZ \\ Z &\rightarrow aZX \end{aligned}$$

Productivos:

Improductivos:

.

# Productividad

## Definición:

- $X$  es productivo en una regla  $X \longrightarrow \alpha$  tal que todos los no-terminales de  $\alpha$  son productivos
- $X$  es productivo en  $G$ , si es productivo en alguna regla de  $G$ .

Es decidable

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aX \\ X &\longrightarrow bS \mid aYbY \\ Y &\longrightarrow ba \mid aZ \\ Z &\longrightarrow aZX \end{aligned}$$

Productivos:  $S, X, Y$

Improductivos:  $Z$

.

# Productividad

## Definición:

- $X$  es productivo en una regla  $X \longrightarrow \alpha$  tal que todos los no-terminales de  $\alpha$  son productivos
- $X$  es productivo en  $G$ , si es productivo en alguna regla de  $G$ .

Es decidable

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aX \\ X &\longrightarrow bS \mid aYbY \\ Y &\longrightarrow ba \mid aZ \\ Z &\longrightarrow aZX \end{aligned}$$

Productivos:  $S, X, Y$

Improductivos:  $Z$

*Eliminar no-terminales improductivos* consiste en eliminar todas las reglas en las que aparecen (tanto en la izquierda como en la derecha).

# Productividad

## Definición:

- $X$  es productivo en una regla  $X \rightarrow \alpha$  tal que todos los no-terminales de  $\alpha$  son productivos
- $X$  es productivo en  $G$ , si es productivo en alguna regla de  $G$ .

Es decidable

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aX \\ X &\rightarrow bS \mid aYbY \\ Y &\rightarrow ba \end{aligned}$$

Productivos:  $S, X, Y$

Improductivos:

*Eliminar no-terminales improductivos* consiste en eliminar todas las reglas en las que aparecen (tanto en la izquierda como en la derecha).

# Alcanzabilidad

## Definición:

- La raíz  $S$  es alcanzable.
- $X$  es alcanzable si existe una regla  $Y \rightarrow \alpha X \beta$  e  $Y$  es alcanzable.

Es decidible

$$S \rightarrow Y$$

$$U \rightarrow V$$

$$V \rightarrow Vd \mid d$$

$$Y \rightarrow YZ \mid Ya \mid b$$

$$X \rightarrow c$$

$$Z \rightarrow ZX$$

Alcanzables:

Inalcanzables:

.



# Alcanzabilidad

## Definición:

- La raíz  $S$  es alcanzable.
- $X$  es alcanzable si existe una regla  $Y \rightarrow \alpha X \beta$  e  $Y$  es alcanzable.

Es decidible

$$S \rightarrow Y$$

$$U \rightarrow V$$

$$V \rightarrow Vd \mid d$$

$$Y \rightarrow YZ \mid Ya \mid b$$

$$X \rightarrow c$$

$$Z \rightarrow ZX$$

Alcanzables:  $S, X, Y, Z$

Inalcanzables:  $U, V$

.

# Alcanzabilidad

## Definición:

- La raíz  $S$  es alcanzable.
- $X$  es alcanzable si existe una regla  $Y \rightarrow \alpha X \beta$  e  $Y$  es alcanzable.

Es decidable

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow Y & Y \rightarrow YZ \mid Ya \mid b \\ U \rightarrow V & X \rightarrow c \\ V \rightarrow Vd \mid d & Z \rightarrow ZX \end{array}$$

Alcanzables:  $S, X, Y, Z$

Inalcanzables:  $U, V$

*Eliminar no-terminales inalcanzables* consiste en eliminar todas las reglas en las que aparecen (tanto en la izquierda como en la derecha).

# Alcanzabilidad

## Definición:

- La raíz  $S$  es alcanzable.
- $X$  es alcanzable si existe una regla  $Y \rightarrow \alpha X \beta$  e  $Y$  es alcanzable.

Es decidible

$$\begin{array}{l} S \rightarrow Y \\ Y \rightarrow YZ \mid Ya \mid b \\ X \rightarrow c \\ Z \rightarrow ZX \end{array}$$

Alcanzables:  $S, X, Y, Z$

Inalcanzables:

*Eliminar no-terminales inalcanzables* consiste en eliminar todas las reglas en las que aparecen (tanto en la izquierda como en la derecha).

# Alcanzabilidad

## Definición:

- La raíz  $S$  es alcanzable.
- $X$  es alcanzable si existe una regla  $Y \rightarrow \alpha X \beta$  e  $Y$  es alcanzable.

Es decidible

$$S \rightarrow Y \qquad Y \rightarrow Ya \mid b$$

Alcanzables:  $S, X, Y, Z$

Inalcanzables:

*Eliminar no-terminales inalcanzables* consiste en eliminar todas las reglas en las que aparecen (tanto en la izquierda como en la derecha).

Combinado con eliminar improductivos obtenemos una gramática **reducida**

# Análisis para el lookahead

Los analizadores deterministas  $LL(k)$  y  $LR(k)$  necesitan conocer para cada no-terminal  $X$  de la gramática:

- $prim_k(X)$ : los primeros (first)  $k$  símbolos por los que pueden comenzar las frases generadas por cada no-terminal  $X$ .
- $sig_k(X)$ : los siguientes (follow)  $k$  símbolos que pueden aparecer tras cualquier frase generada por  $X$ .

El caso más frecuente es  $k = 1$ .

# Primeros y siguientes

## Definiciones:

- $prim_k(\alpha) = \{k : u \mid \alpha \Longrightarrow_G^* u\}$   
donde  $0 : \alpha = \epsilon$ ,  $k : \epsilon = \epsilon$  y  $(k + 1) : a\alpha = a(k : \alpha)$ .
- $sig_k(X) = \{w \mid S \Longrightarrow_G^* \alpha X \beta, w \in prim_k(\beta \vdash)\}$   
donde el símbolo  $\vdash$  es el “fin-de-entrada” que no pertenece a  $V_T$  y asegura que  $\epsilon \notin sig_k(X)$ .
- La concatenación módulo  $k$  de cadenas y conjuntos  $\oplus_k$ :  
 $u \oplus_k v = k : (uv) \quad L \oplus_k L' = \{u \oplus_k v \mid u \in L, v \in L'\}$

# Cálculo de $\text{prim}_k$

Propiedades:

- $\text{prim}_k(u) = \{k : u\}$
- $\text{prim}_k(u_0 X_1 u_1 \dots X_n u_n) = \{u_0\} \oplus_k \text{prim}_k(X_1) \oplus_k \dots \oplus_k \text{prim}_k(X_n) \oplus_k \{u_n\}$
- $\emptyset \oplus_k L = \emptyset$
- si  $X \longrightarrow \alpha_1 \mid \dots \mid \alpha_n$  (todas de  $X$ ),  $\text{prim}_k(X) = \bigcup_{i=1}^n \text{prim}_k(\alpha_i)$

Usando estas propiedades definimos un conjunto de ecuaciones mutuamente recursivas para todos los no-terminales.

# Cálculo de $prim_k$

A partir de

$$prim_k(X) = \bigcup_{i=1}^n prim_k(\alpha_i) \text{ para cada } X \longrightarrow \alpha_1 \mid \dots \mid \alpha_n$$

Con  $k = 1$  y  $G_1$ :

$$E \longrightarrow E + T \mid T$$

$$T \longrightarrow T * F \mid F$$

$$F \longrightarrow "( E )" \mid \text{id}$$

Obtenemos

$$prim(E) = (prim(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 prim(T)) \cup prim(T)$$

$$prim(T) = (prim(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 prim(F)) \cup prim(F)$$

$$prim(F) = prim( "( E )" ) \cup prim(\text{id})$$



# Cálculo de $\text{prim}_k$

A partir de

$$\text{prim}_k(X) = \bigcup_{i=1}^n \text{prim}_k(\alpha_i) \text{ para cada } X \longrightarrow \alpha_1 \mid \dots \mid \alpha_n$$

Con  $k = 1$  y  $G_1$ :

$$E \longrightarrow E + T \mid T$$

$$T \longrightarrow T * F \mid F$$

$$F \longrightarrow "(E)" \mid \text{id}$$

Obtenemos

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{"(", id\}$$

# Cálculo de $prim_k$

Resolvemos las ecuaciones mediante un algoritmo de punto fijo:

- Inicialmente asignar a todos los no-terminales  $prim(X) = \emptyset$ .
- En cada iteración obtenemos el nuevo  $prim(X)$  con su ecuación usando los conjuntos del paso anterior en la derecha de la ecuación.
- Paramos cuando en una iteración no hay cambios.

El último conjunto alcanzado para  $X$  es el valor de  $prim(X)$

# Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , id \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$

# Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , id \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

# Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , id \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , id \}$

# Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
2	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$

## Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
2	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
3	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$

## Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
2	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
3	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
4	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$



## Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
2	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
3	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
4	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$

Resultado:

$$\text{prim}(E) = \{ " ( " , \text{id} \}, \text{prim}(T) = \{ " ( " , \text{id} \}, \text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

# Ejemplo de cálculo de *prim*

$$\text{prim}(E) = (\text{prim}(E) \oplus_1 \{+\} \oplus_1 \text{prim}(T)) \cup \text{prim}(T)$$

$$\text{prim}(T) = (\text{prim}(T) \oplus_1 \{*\} \oplus_1 \text{prim}(F)) \cup \text{prim}(F)$$

$$\text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

iter	$\text{prim}(E)$	$\text{prim}(T)$	$\text{prim}(F)$
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
2	$\emptyset$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
3	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$
4	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$	$\{ " ( " , \text{id} \}$

Resultado:

$$\text{prim}(E) = \{ " ( " , \text{id} \}, \text{prim}(T) = \{ " ( " , \text{id} \}, \text{prim}(F) = \{ " ( " , \text{id} \}$$

La información se propaga ascendentemente respecto a la gramática

# Cálculo de $sig_k$

La raíz  $S$  **no puede** aparecer en ninguna parte derecha. Si aparece, se modifica la gramática:

- con un nuevo no terminal  $S'$  que es la nueva raíz
- una nueva regla  $S' \rightarrow S$

Propiedades:

- $sig(S') = \{\vdash\}$
- $sig(X) = \bigcup_{Y \rightarrow_{\alpha} X \beta \in P} prim_k(\beta) \oplus_k sig_k(Y)$

# Cálculo de $sig_k$

$$sig(X) = \bigcup_{Y \rightarrow_{\alpha} X \beta \in P} prim_k(\beta) \oplus_k sig_k(Y)$$

Con  $k = 1$  y  $G_1 \cup \{S \rightarrow E\}$

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow "(E)" \mid id$$

Obtenemos

$$sig(S) = \{\vdash\}$$

$$sig(E) = sig(S) \cup (prim(+T) \oplus_1 sig(E)) \cup (prim("(")) \oplus_1 sig(F))$$

$$sig(T) = (prim(*F) \oplus_1 sig(T)) \cup sig(E) \cup sig(E)$$

$$sig(F) = sig(T)$$

# Cálculo de $sig_k$

$$sig(X) = \bigcup_{Y \rightarrow_{\alpha} X \beta \in P} prim_k(\beta) \oplus_k sig_k(Y)$$

Con  $k = 1$  y  $G_1 \cup \{S \rightarrow E\}$

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow "(E)" \mid id$$

Obtenemos

$$sig(S) = \{\vdash\}$$

$$sig(E) = sig(S) \cup \{+, " )" \}$$

$$sig(T) = \{*\} \cup sig(E)$$

$$sig(F) = sig(T)$$

# Cálculo de $sig_k$

Resolvemos las ecuaciones mediante un algoritmo de punto fijo:

- Calcular previamente  $prim(X)$  para todo  $X$
- Inicialmente asignar a todos los no-terminales  $sig(X) = \emptyset$ , menos  $sig(S') = \vdash$ ,
- En cada iteración obtenemos el nuevo  $sig(X)$  con su ecuación usando los conjuntos del paso anterior en la derecha de la ecuación.
- Paramos cuando en una iteración no hay cambios.

El último conjunto alcanzado para  $X$  es el valor de  $sig(X)$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, " " \} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



# Ejemplo de cálculo de $sig$

$$sig(S) = \{\vdash\}$$

$$sig(E) = \{+, ")\} \cup sig(S)$$

$$sig(T) = \{*\} \cup sig(E)$$

$$sig(F) = sig(T)$$

iter	$sig(S)$	$sig(E)$	$sig(T)$	$sig(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$

Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")", \vdash\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")", \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$
2	$\{\vdash\}$	$\{+, ")", \vdash\}$	$\{*, +, ")", \vdash\}$	$\{*\}$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$
2	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$
3	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$
2	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$
3	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$
4	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$
2	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$
3	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$
4	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$

Resultado:

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}, \text{sig}(E) = \{+, ")\}, \vdash\}, \text{sig}(T) = \{*, +, ")\}, \vdash\}, \text{sig}(F) = \{*, +, ")\}, \vdash\}$$

# Ejemplo de cálculo de *sig*

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}$$

$$\text{sig}(E) = \{+, ")\} \cup \text{sig}(S)$$

$$\text{sig}(T) = \{*\} \cup \text{sig}(E)$$

$$\text{sig}(F) = \text{sig}(T)$$

iter	$\text{sig}(S)$	$\text{sig}(E)$	$\text{sig}(T)$	$\text{sig}(F)$
0	$\{\vdash\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$	$\emptyset$
2	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*\}$
3	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$
4	$\{\vdash\}$	$\{+, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$	$\{*, +, ")\}, \vdash\}$

Resultado:

$$\text{sig}(S) = \{\vdash\}, \text{sig}(E) = \{+, ")\}, \vdash\}, \text{sig}(T) = \{*, +, ")\}, \vdash\}, \text{sig}(F) = \{*, +, ")\}, \vdash\}$$

La información se propaga descendentemente respecto a la gramática

# Contenidos

① Introducción

② Gramáticas Incontextuales

③ Análisis de gramáticas

④ Autómatas de pila

# Lenguajes incontextuales y autómatas de pila

- Todo lenguaje incontextual puede ser reconocido por un autómata de pila (AP).
- Los AP poseen una **pila** donde pueden almacenar símbolos:

$$P = \langle Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F \rangle$$

- $Q$  conjunto de *estados*
- $\Sigma$  *alfabeto* de entrada
- $\Gamma \supseteq \Sigma$  *alfabeto* de pila
- $q_0 \in Q$  *estado inicial*
- $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \times Q \times (\Gamma \cup \{\epsilon\})$  *relación de transición*
- $F \subseteq Q$  *estados finales*

Si tenemos la transición  $(q, a, s, p, t)$  y estamos en el estado  $q$  con entrada  $a$  y cima de pila  $s$  entonces pasamos a estado  $p$  desapilando  $s$  y apilando  $t$ .



# Lenguajes incontextuales y autómatas de pila

En lugar de  $P = \langle Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F \rangle$  y  
 $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \times Q \times (\Gamma \cup \{\epsilon\})$

Usaremos una versión especializada  $P = (V_T, Q, q_0, \delta, F)$ ,  
en la que el alfabeto de entrada coincide con el de la gramática,  
el de pila coincide con  $Q$  y  
 $\delta \subseteq (V_T \cup \{\epsilon\}) \times Q^+ \times Q^*$

Configuraciones de un autómata:

- $(\gamma, w)$  con  $\gamma \in Q^+$  y  $w \in V_T^*$  es una *configuración*
- $(q_0, w)$  es una *configuración inicial*
- $(\gamma q_f, \epsilon)$  con  $q_f \in F$  es una *configuración final*
- $(\gamma_1 \gamma_2, aw) \vdash_P (\gamma_1 \gamma_3, w)$  con  $a \in V_T \cup \{\epsilon\}$  si  $\delta(\gamma_2, a, \gamma_3)$
- $L(P) = \{w \in V_T^* \mid (q_0, w) \vdash_P^* (\gamma q_f, \epsilon), q_f \in F\}$

# Autómata de items

Dada  $G = (V_N, V_T, P, S)$  incontextual definimos el *autómata de items*  $K_G$ :

$$K_G = (V_T, It_G, \delta, [S' \rightarrow \bullet S], \{[S' \rightarrow S \bullet]\})$$

- $S'$  es un símbolo fresco (no en  $V_N$ ).
- un ítem es una terna  $[A \rightarrow \alpha \bullet \beta]$  para toda regla  $(A \rightarrow \alpha\beta) \in P$ .
- A  $\alpha$  se le llama historia del ítem.
- Si  $\beta = \epsilon$ , escribimos el *ítem completo*  $[A \rightarrow \alpha \bullet]$
- Llamamos  $It_G$  al conjunto de todos los items posibles de  $G$
- La relación de transición se obtiene a partir de las reglas de  $P$ .

# Autómata de items

La relación de transición se define mediante:

- regla de *expansión*:  $\delta([X \rightarrow \beta \bullet Y\gamma], \epsilon, [X \rightarrow \beta \bullet Y\gamma][Y \rightarrow \bullet\alpha])$   
para todo  $Y \rightarrow \alpha \in P$
- regla de *desplazamiento*:  $\delta([X \rightarrow \beta \bullet a\gamma], a, [X \rightarrow \beta a \bullet \gamma])$
- regla de *reducción*:  $\delta([X \rightarrow \beta \bullet Y\gamma][Y \rightarrow \alpha \bullet], \epsilon, [X \rightarrow \beta Y \bullet \gamma])$

La regla de expansión introduce **no determinismo** si hay más de una regla  $Y \rightarrow \alpha$  para un  $Y$ .

$$L(K_G) = L(G)$$

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

estado inicial 1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 2.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 2.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 3.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	



Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

desplazamiento 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 3.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$$\begin{aligned}
 1 \quad S &\longrightarrow E \\
 2 \quad E &\longrightarrow E + T \mid T \\
 3 \quad T &\longrightarrow T * F \mid F \\
 4 \quad F &\longrightarrow "(" E ")" \mid \text{id}
 \end{aligned}$$

reducción 2.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .\text{id}]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow \text{id}.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow \text{id}.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow \text{id}.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow \text{id}.]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow \text{id}.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

desplazamiento 2.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 3.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "(" E ")" \mid id$

expansión 3.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	



Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

desplazamiento 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "(" E ")" \mid id$

reducción 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 3.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

desplazamiento 3.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

expansión 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

desplazamiento 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 4.2

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 3.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	



Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \rightarrow E$   
 $2 E \rightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \rightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \rightarrow "( E )" \mid id$

reducción 2.1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	

Ejemplo de uso de  $K_G$ 

$1 S \longrightarrow E$   
 $2 E \longrightarrow E + T \mid T$   
 $3 T \longrightarrow T * F \mid F$   
 $4 F \longrightarrow "(" E ")" \mid id$

estado final 1

Stack contents	Remaining input
$[S \rightarrow .E]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id + id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow .T][T \rightarrow F.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow .E + T][E \rightarrow T.]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E. + T]$	<b>+id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow .id]$	<b>id * id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow .F][F \rightarrow id.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow .T * F][T \rightarrow F.]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T. * F]$	<b>*id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow .id]$	<b>id</b>
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * .F][F \rightarrow id.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T][T \rightarrow T * F.]$	
$[S \rightarrow .E][E \rightarrow E + T.]$	
$[S \rightarrow E.]$	