MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso 2020–2021
Prácticas
Hoja 5. Interpolación e integración numéricas

1 * Escribir un programa que calcule el polinomio de interpolación de Lagrange de una función en unos puntos dados mediante la *fórmula de Newton*, y que permita añadir nuevos puntos de interpolación (de uno en uno). Dibujar la función y el polinomio de interpolación obtenido. Hacer una versión que sirva para interpolar los valores de una tabla dibujando, en este caso, el polinomo de interpolación y los valores interpolados.

2 * Programar el cálculo de una función spline cúbica interpoladora de una función dada. Dibujar ambas funciones. Hacer, también en este caso, una versión que interpole los valores de una tabla dibujando la función spline cúbica obtenida y dichos valores.

3 Calcular los polinomios de interpolación de Lagrange de grados $n = 10, 15$ y 20 de la función

$$f(x) = |x|,\ x \in [-1, 1]$$

tomando, por una parte, puntos equiespaciados y, por otra, las abscisas de Tchebychev

$$x_k = \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2n+2}\right)$$

para $k = 0, 1, \dots, n$. Comparar gráficamente los resultados.

4 Utilizando las fórmulas de Simpson cerrada y abierta aproximar

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\, dx$$

dando una cota del error cometido en cada caso.

5 Utilizar las fórmulas cerradas de Newton–Côtes de 2 y 3 puntos y las fórmulas abiertas de Newton–Côtes de 1, 2 y 3 puntos, para aproximar

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{sen}(x)\, dx,$$

calculando el error cometido y comparando los resultados obtenidos con cada fórmula.

6 Programar una función en `MATLAB` que implemente la regla de los trapecios. Calcular con este programa diversas integrales de valor conocido y comparar los resultados hallados con los exactos.

7 Idem para la regla de Simpson compuesta.

8 Utilizar los programas de las Prácticas 6 y 7 para obtener

$$\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$$

con un error inferior a 10^{-4} (estudiar previamente en cada caso cuál debe ser el número de subintervalos).