I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura.. Fecha ....

Alumno/a .... Curso..................... Nº..............

Apellidos Nombre

Calificación

5.- Determinar el radio de convergencia de las series de potencias

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log n)^2 z^n$

$$\frac{(\log(n+1))^2}{\log(n)^2} = \left(\frac{\log(n+1)}{\log(n)}\right)^2$$

Como $\lim_{n\to\infty} \frac{\log(n+1)}{\log(n)} = 1$ entonces si $a_n = (\log(n))^2$

se tiene que $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 \Longrightarrow \limsup \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ y

el radio de convergencia de la serie es $R=1$, es decir, la serie converge absolutamente $\forall z$, $|z|<1$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} n!\, z^n$

Sea $a_n = n! \Longrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)!}{n!} = n+1 \xrightarrow[n\to\infty]{} \infty$

Por tanto $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = \infty$ y $R=0$, es decir,

la serie solo es convergente en $z=0$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{4^n+3n}(z-3)^n$

Sea $a_n = \frac{n^2}{4^n+3n} \Longrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)^2}{4^{n+1}+3(n+1)}}{\frac{n^2}{4^n+3n}} = \frac{(n^2+2n+1)(4^n+3n)}{n^2 4^{n+1} + 3n^3 + 3n^2} =$