

Fundamentos de los Lenguajes Informáticos

Grado en Ingeniería Informática

Hoja de ejercicios 7

EJERCICIOS SOBRE MÁQUINAS DE TURING Y PROBLEMAS DECIDIBLES

Ejercicio 1 Diseña una máquina de Turing que reconozca el lenguaje $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| \text{ es par}\}$. ¿Qué cómputo se obtiene sobre la entrada $caabbc$?

Ejercicio 2 Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, construye una máquina de Turing que va hacia la derecha hasta encontrar dos a s consecutivas y entonces para en un estado de aceptación.

Ejercicio 3 Describe el lenguaje aceptado por la máquina de Turing

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \#\}, \delta, q_0, \#, \{q_f\}),$$

cuando:

1. $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, \rightarrow)$, $\delta(q_1, 1) = (q_0, 0, \rightarrow)$, $\delta(q_1, \#) = (q_f, \#, \rightarrow)$.
2. $\delta(q_0, 0) = (q_0, \#, \rightarrow)$, $\delta(q_0, 1) = (q_1, \#, \rightarrow)$, $\delta(q_1, 1) = (q_1, \#, \rightarrow)$, $\delta(q_1, \#) = (q_f, \#, \rightarrow)$.

Ejercicio 4 Diseña una máquina de Turing que reciba como entrada un número n en base 2 y devuelva $n + 1$, también en binario. La cabeza de la cinta inicialmente señala el símbolo más a la izquierda de n y la máquina debe pararse con la cabeza señalando el símbolo más a la izquierda de $n + 1$. Por ejemplo, $q_010011 \vdash^* q_f10100$ y $q_011111 \vdash^* q_f100000$. Muestra la secuencia de configuraciones para la entrada 111.

Ejercicio 5 Dada una secuencia de símbolos sobre $\Sigma = \{a, b\}$, construye una máquina de Turing que devuelva la secuencia resultante de tomar un símbolo de cada tres, empezando por el primero.

Ejercicio 6 Diseña una máquina de Turing que multiplique por dos un número en base 10. Inicialmente el número se encontrará en la cinta (un dígito en cada casilla) y la cabeza lectora apuntará al dígito situado más a la izquierda. Al detenerse, la máquina deberá haber sustituido el número por el resultado y la cabeza lectora quedará apuntando al dígito más a la izquierda.

Ejercicio 7 Construye máquinas de Turing que decidan los siguientes lenguajes:

1. $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 1\}$
2. \emptyset
3. $\{\epsilon\}$
4. $\{a\}$
5. $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$
6. $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
7. $L(a^*ba^*b)$
8. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x = x^R\}$

Ejercicio 8 Construye máquinas de Turing para calcular las siguientes funciones:

1. $f(x) = 2x$
2. $g(x) = 4$
3. $h(x) = x + 2$

Ejercicio 9 Construye una máquina de Turing para calcular la función $f : \{1, 2\}^* \times \{1, 2\}^* \rightarrow \{1, 2\}^*$ definida por:

$$f(x, y) = yx^R$$

Supón que la entrada se da como: x seguida de un blanco, seguida de y , con la cabeza lectora apuntando al primer símbolo de x . Al detenerse, la cabeza lectora de la máquina quedará apuntando al primer símbolo del resultado.

Ejercicio 10 Razona que si L_1 y L_2 son lenguajes recursivos, entonces $L_1 \cap L_2$ también lo es. ¿Y $L_1 \cup L_2$?

Ejercicio 11 Sea L_1, L_2, \dots, L_k una colección de lenguajes sobre el alfabeto Σ tal que:

1. Para todo $i \neq j$, $L_i \cap L_j = \emptyset$.
2. $L_1 \cup \dots \cup L_k = \Sigma^*$.
3. Cada L_i es r.e.

Demuestra que cada uno de los L_i es recursivo.