Ejercicios de repaso (ejemplo de examen)

1- Resolver el siguiente problema de valor inicial:

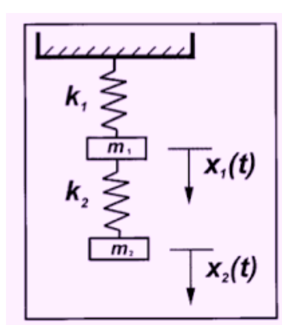
$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} x \,, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2.- Dar la solución general del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales (nótese que la matriz ya está en forma de Jordan real):

$$x' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -2 \end{pmatrix} x$$

3.- Esbozar el diagrama de fase del sistema: $x' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x$

4.- Dos masas m_1 y m_2, que supondremos ambas $= 1$, están conectadas a dos resortes con constantes de resorte k_1 y k_2 respectivamente. A su vez los resortes está unidos como indica la figura. Sean $x_1(t)$, $x_2(t)$ los desplazamientos verticales de las masas desde sus posiciones de equilibrio. Se asume que no existen fuerzas externas ni amortiguación.



1. Encontrar el sistema de 2 ecuaciones diferenciales de segundo orden que rige el movimiento (es decir, que verifican x_1 y x_2).

2. Resolverlo para el caso $k_1 = 6$, $k_2 = 4$, $x_1(0) = 0$, $x_1'(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_2'(0) = -1$. *Sugerencia: resolverlo mediante transformadas de Laplace.*

5. Resolver la siguiente ecuación integral de Volterra para $f(t)$:

$$f(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t f(u)e^{t-u}\mathrm{d}u$$