I. E. S. " SAN ISIDRO "

Asignatura .... Fecha ....

Alumno/a .... Curso .... Nº ....

Apellidos Nombre

Calificación

10.- Demostrar las siguientes igualdades:

a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{n} = -\ln\left|2\,\mathrm{sen}\frac{\theta}{2}\right| \quad (0 < |\theta| \leq \pi)$$

c) $$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos n\theta}{n} = -\ln\left(2\cos\frac{\theta}{2}\right) \quad (0 < \theta < \pi)$$

b) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{sen}(n\theta)}{n} = \frac{\pi - \theta}{2} \quad (0 < \theta < 2\pi)$$

d) $$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\mathrm{sen}(n\theta)}{n} = \frac{\theta}{2} \quad (-\pi < \theta < \pi)$$

Para sumar estas series vamos a hacer uso de las series de Fourier. Si tenemos una función $f(t)$ de variable real t integrable en un cierto intervalo $[t_0 - T/2, t_0 + T/2]$ podemos expresar el valor de la función en ese intervalo como $f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + b_n\,\mathrm{sen}\left(\frac{2n\pi t}{T}\right)$

donde $$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)dt.$$