Juan Carlos Llamas Núñez

Entrega 1

Ejercicio 1.- Hallar el flujo del campo vectorial $\vec{F}(x,y,z)=(xy^2, x^2y, y)$ a través de la superficie (considerando la normal exterior):

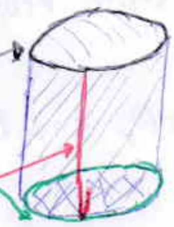
$$S=\{(x,y,z): x^2+y^2=1, -1\le z\le 1\}\cup\{(x,y,z) \mid x^2+y^2\le 1, z=-1\}$$

El flujo a lo largo de dicha superficie será igual que el flujo si quitamos las siguientes curvas:

$$A=\{(x,y,z): x^2+y^2=1, z=-1\}$$

$$B=\{(x,y,z): x^2+y^2=1, z=1\}$$

$$C=\{(x,y,z)\in S: x\geq 0, y=0\}$$



Por tanto consideramos el conjunto

$$\hat{S}=\left(\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3: x^2+y^2=1, -1<z<1\}\cup\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3: x^2+y^2<1, z=-1\}\right)\setminus C$$

Por tanto $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S} = \iint_{\hat{S}} \vec{F}\cdot d\vec{S}$

Esta integral la podemos calcular como la suma de dos integrales sobre las siguientes superficies:

$S_1=\{(x,y,z): x^2+y^2<1, z=-1\}\setminus\{(x,y,z): x\geq 0, y=0\}$ que corresponde a la tapa inferior del cilindro menos los puntos que pertenecen al semiplano $y=0$ donde $x\geq 0$.

$S_2=\{(x,y,z): x^2+y^2=1, -1<z<1\}\setminus\{(x,y,z): x\geq 0, y=0\}$ que es la superficie lateral del cilindro menos el semiplano anterior.