# Examen Estadística

Pregunta 2:- m.a.s. $(X_1 - - X_n)$

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{1}{\lambda}(x-\theta)} I_{[\theta,\infty)}(x) \qquad \begin{array}{l}\theta \in \mathbb{R} \\ \lambda > 0\end{array}$$

a) Estimador de máxima verosimilitud.

La función de verosimilitud es $L(\theta|x_1 - - x_n) = f(x_1 - - x_n|\theta) =$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(x_i|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \left( \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{1}{\lambda}(x_i-\theta)} I_{[\theta,\infty)}(x_i) \right) =$$

$$= \left(\frac{1}{\lambda}\right)^n e^{-\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)} \cdot I_{[\theta,\infty)}(x_{(1)}) =$$

$$= \frac{1}{\lambda^n} e^{-\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}x_i} e^{\frac{n\theta}{\lambda}} \cdot I_{(-\infty, x_{(1)}]}(\theta)$$

Esta función es creciente cuando $\theta \leq x_{(1)}$ como función de $\theta$ porque $\frac{n}{\lambda} > 0$ y la exponencial es creciente. Por tanto, el máximo de la función cuando $\theta \in (-\infty, x_{(1)}]$ es para $\theta = x_{(1)}$. Por tanto, el estimador de máxima verosimilitud existe y es $\hat{\theta}_{MV} = X_{(1)}$.

Juan Carlos Llamas Núñez Juan Carlos 11867802-D