



Practica la Unidad 3

Nombre del alumno: Fecha:

Aprendizajes:

- Comprende las series y sucesiones cuadráticas y geométricas y sus respectivas formulaciones algebraicas.
- Reconoce y aplica los principales productos notables y su interpretación geométrica.
- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras para resolver problemas.
- Usa las funciones trigonométricas para resolver problemas geométricos con aplicación en la vida diaria.

Puntuación:

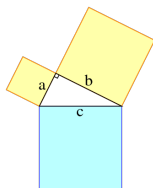
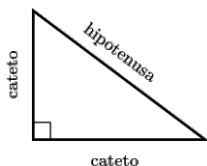
Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Puntos	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	6
Obtenidos											
Pregunta	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Total
Puntos	6	6	12	10	3	3	3	3	6	6	97
Obtenidos											

Índice		3. Ecuaciones cuadráticas	6
		3.1. Discriminante	6
		3.2. Ecuaciones cuadráticas incompletas	6
		3.3. Ecuaciones cuadráticas completas	7
		4. Teorema de Pitágoras	8
		4.1. Hallando la hipotenusa y catetos	8
		4.2. Áreas y perímetros	10
		4.3. Resolución de problemas	11
		5. Trigonometría	11
		5.1. Identificando lados	12
		5.2. Identificando funciones	13
		5.3. Encontrando lados	14
		5.4. Encontrando ángulos	15
		5.5. Resolución de problemas	16
1. Sucesiones cuadráticas y geométricas	2		
1.1. Sucesión cuadrática	2		
1.2. Completando la sucesión cuadrática	3		
1.3. Término general	3		
1.4. Sucesión geométrica	3		
1.5. Razón de una sucesión geométrica	4		
2. Productos notables	4		
2.1. Binomios conjugados	4		
2.2. Binomios con término común	4		
2.3. Binomio al cuadrado	5		
2.4. Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$	5		
2.5. Binomio al cubo	5		

Teorema de Pitágoras

El cuadrado de la hipotenusa c es igual a la suma de los cuadrados de los catetos a y b , como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**La Hipotenusa**

La **hipotenusa** es el lado más largo y está enfrente del ángulo recto (ver Figura). Los dos catetos son los lados más cortos que forman el ángulo recto:

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$.

Las soluciones a una ecuación cuadrática son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El discriminante δ es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

1 Sucesiones cuadráticas y geométricas**1.1 Sucesión cuadrática****Ejemplo 1**

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2 + 5n + 2$

9, 20, 35, 54

b $n^2 + 5n$

6, 14, 24, 36

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 2(1)^2 + 5(1) + 2 = 9 \\ n = 2 & \quad 2(2)^2 + 5(2) + 2 = 20 \\ n = 3 & \quad 2(3)^2 + 5(3) + 2 = 35 \\ n = 4 & \quad 2(4)^2 + 5(4) + 2 = 54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad (1)^2 + 5(1) = 6 \\ n = 2 & \quad (2)^2 + 5(2) = 14 \\ n = 3 & \quad (3)^2 + 5(3) = 24 \\ n = 4 & \quad (4)^2 + 5(4) = 36 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

___ de 6 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2$

b $5n^2 + 2n$

c $n^2 - 6n$

1.2 Completando la sucesión cuadrática

1.3 Término general

Ejemplo 2

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 8, 15, 24, 35, ...

$$n^2 + 4n + 3$$

b 6, 9, 14, 21, ...

$$n^2 + 5$$

Ejercicio 2

___ de 3 puntos

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 4, 10, 18, 28, ...

b 0, 3, 8, 15, ...

c 1, 13, 33, 61, ...

1.4 Sucesión geométrica

Ejemplo 3

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

$$-1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, -\frac{1}{125}$$

b $a_n = 4(2)^{n-1}$

$$4, 8, 16, 32$$

Ejercicio 3

___ de 3 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = (-2)^{n-1}$

b $a_n = (4)^{n-1}$

c $a_n = 2(5)^{n-1}$

1.5 Razón de una sucesión geométrica

Ejemplo 4

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$ $r = \frac{1}{4}$

b $3, \frac{6}{5}, \frac{12}{25}, \frac{24}{125}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

Ejercicio 4

___ de 3 puntos

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $10, 4, \frac{8}{5}, \frac{16}{25}, \dots$ $r =$

b $24, -12, 6, -3, \frac{3}{2}, \dots$ $r =$

c $6, 9, \frac{27}{2}, \frac{81}{4}, \dots$ $r =$

2 Productos notables

2.1 Binomios conjugados

Ejemplo 5

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 15)(x + 15) = x^2 - 225$

b $(9x - 1)(9x + 1) = 81x^2 - 1$

Ejercicio 5

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x + 7)(x - 7) =$

b $(x - 12y)(x + 12y) =$

c $(10x - 9y)(10x + 9y) =$

2.2 Binomios con término común

Ejemplo 6

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 5)(x - 6) = x^2 - 11x + 30$

b $(x + 4)(x + 6) = x^2 + 10x + 24$

Ejercicio 6

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 2)(x + 6) =$

b $(x + 6)(x - 10) =$

c $(x - 9)(x - 2) =$

2.3 Binomio al cuadrado

Ejemplo 7

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x - 7y)^2 = x^2 - 14xy + 49y^2$

b $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Ejercicio 7

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x + 7y)^2 =$

b $(x - 9)^2 =$

c $(6x + 5y)^2 =$

2.4 Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$

Ejemplo 8

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(4x - 3)(2x + 9) = 8x^2 + 30x - 27$

b $(3x - 5)(3x + 6) = 9x^2 + 3x - 30$

Ejercicio 8

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(3x - 3)(2x - 8) =$

b $(4x - 1)(3x + 2) =$

c $(3x - 3)(2x - 8) =$

2.5 Binomio al cubo

Ejemplo 9

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(5x - 2y)^3 = 125x^3 - 150x^2y + 60xy^2 - 8y^3$

b $(x - 4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

Ejercicio 9

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(x - 3)^3 =$

b $(2x + 5)^3 =$

c $(3x - 4)^3 =$

3 Ecuaciones cuadráticas

3.1 Discriminante

Ejemplo 10

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $25x^2 - 10x + 1$ $d=0$, Soluciones: **1**

b $3x^2 + 8x - 9$ $d=172$, Soluciones: **2**

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (-10)^2 - 4(25)(1) \\ d &= 100 - 100 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (8)^2 - 4(3)(-9) \\ d &= 64 + 108 \\ d &= 172 \end{aligned}$$

Ejercicio 10

____ de 3 puntos

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 14x + 49$ Soluciones:

b $x^2 - 5x$ Soluciones:

c $3x^2 + 7x + 13$ Soluciones:

3.2 Ecuaciones cuadráticas incompletas

Ejemplo 11

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $4x^2 - 7x = 0$

b $3x^2 - 4x = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^2 - 7x \\ 0 &= x(4x - 7) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 4x \\ 0 &= x(3x - 4) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Ejercicio 11

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 9x = 0$

b $x^2 - 49 = 0$

c $x^2 + 4x = 0$

3.3 Ecuaciones cuadráticas completas

Ejemplo 12

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 13x + 30 = 0$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} \\x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm 7}{2 \cdot 1} \\x_1 &= \frac{-(-13) + 7}{2 \cdot 1} = 10 \\x_2 &= \frac{-(-13) - 7}{2 \cdot 1} = 3\end{aligned}$$

b $x^2 + 2x - 63 = 0$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2 \cdot 1} \\x_{1,2} &= \frac{-2 \pm 16}{2 \cdot 1} \\x_1 &= \frac{-2 + 16}{2 \cdot 1} = 7 \\x_2 &= \frac{-2 - 16}{2 \cdot 1} = -9\end{aligned}$$

Ejercicio 12

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 3x - 40 = 0$

c $x^2 - 2x - 15 = 0$

e $20x^2 + 23x + 6 = 0$

b $x^2 - 3x - 28 = 0$

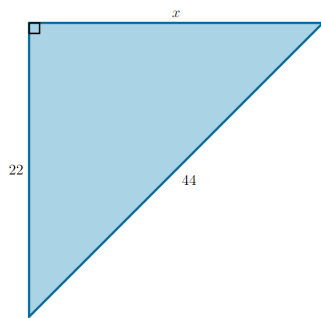
d $2x^2 - 9x - 5 = 0$

f $4x^2 + 5x - 6 = 0$

4 Teorema de Pitágoras

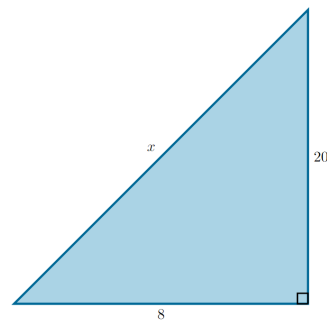
4.1 Hallando la hipotenusa y catetos

Ejemplo 13

En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

a $x = 38.11$

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 44^2 &= 22^2 + x^2 \\
 44^2 - 22^2 &= x^2 \\
 \sqrt{44^2 - 22^2} &= x \\
 38.11 &\simeq x
 \end{aligned}$$



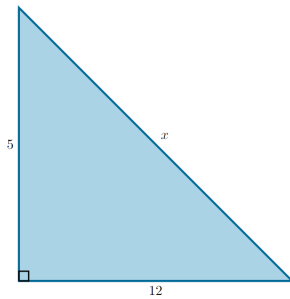
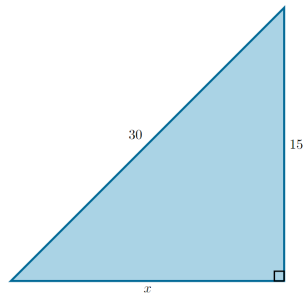
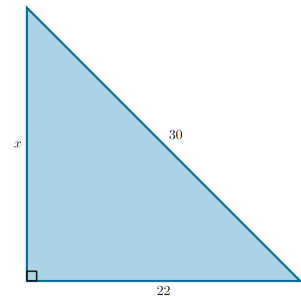
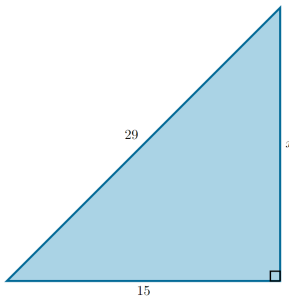
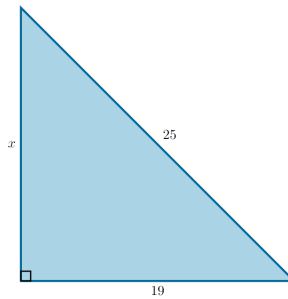
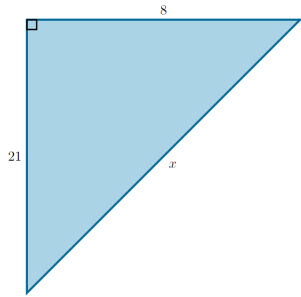
b $x = 21.54$

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 x^2 &= 8^2 + 20^2 \\
 x^2 &= 64 + 400 \\
 x &= \sqrt{464} \\
 x &\simeq 21.54
 \end{aligned}$$

Ejercicio 13

___ de 6 puntos

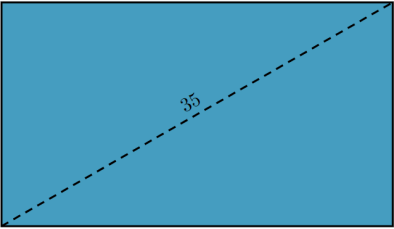
En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

**a** $x =$ **c** $x =$ **e** $x =$ **b** $x =$ **d** $x =$ **f** $x =$

4.2 Áreas y perímetros

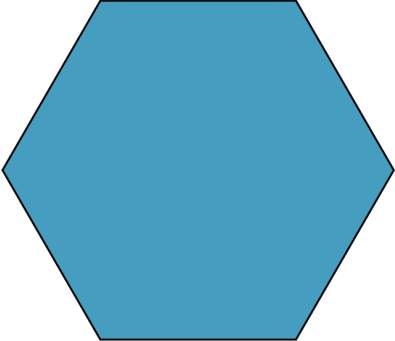
Ejemplo 14

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



a

$x =$



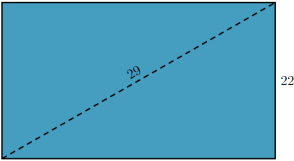
b

$x =$

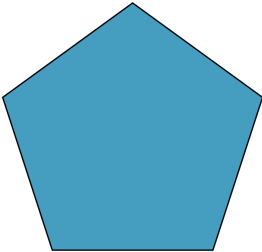
Ejercicio 14

___ de 12 puntos

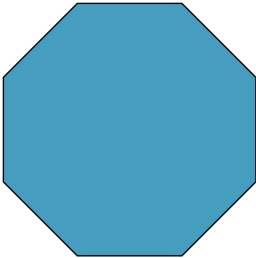
Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



a



b



c

4.3 Resolución de problemas

Ejemplo 15

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Desde la ventana de una torre en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros de la torre. ¿A qué altura está la ventana?
- b** Calcula la altura de un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y sus lados iguales miden 25 cm.

13

24.26

Ejercicio 15

___ de 10 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

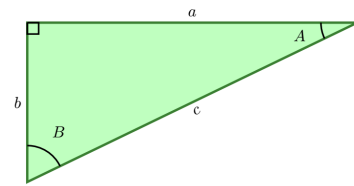
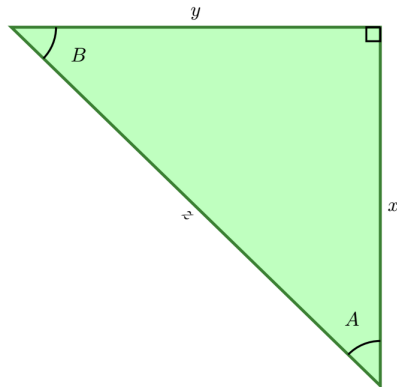
- a** En una rampa, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros mientras que avanza una distancia horizontal de 78 metros. ¿Cuál es la altura de la rampa?
- b** La altura de una portería de fútbol es de 2.4 metros y la distancia desde el punto de penalti hasta la raya de gol es de 10.8 metros, ¿qué distancia recorre un balón si sale desde el punto de penalti y se estrella en la parte más alta de la portería?

5 Trigonometría

5.1 Identificando lados

Ejemplo 16

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



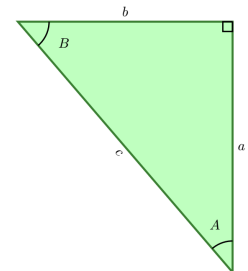
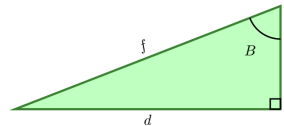
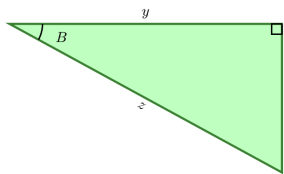
a $CO = y$

b $CO = b$

Ejercicio 16

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo B?



a $CO =$

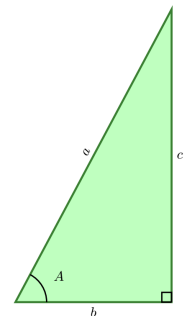
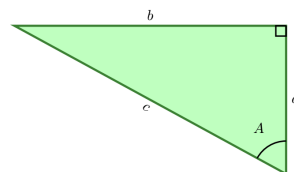
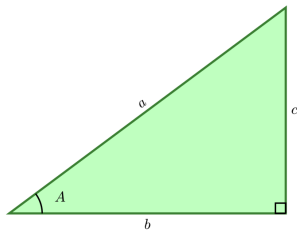
b $CO =$

c $CO =$

Ejercicio 17

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



a $CO =$

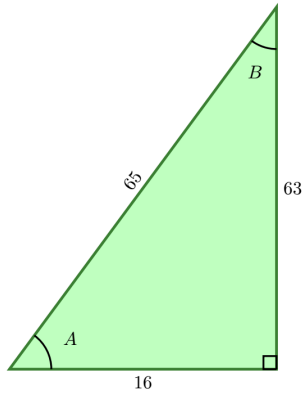
b $CO =$

c $CO =$

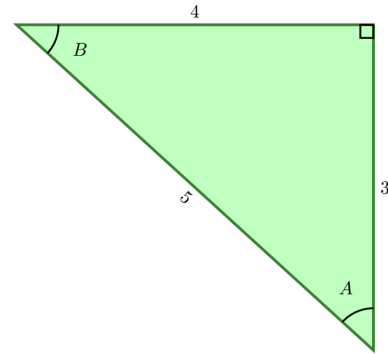
5.2 Identificando funciones

Ejemplo 17

Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(B) = 0.24$$

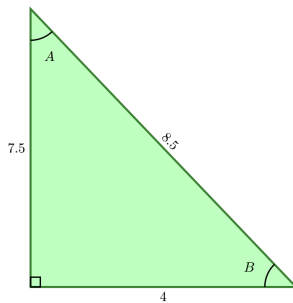
**b**

$$\cos(A) = 0.60$$

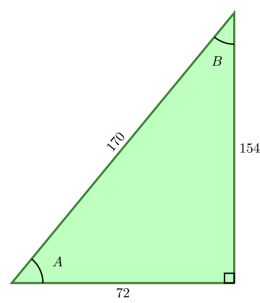
Ejercicio 18

___ de 3 puntos

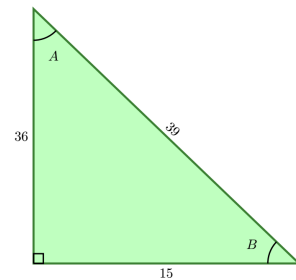
Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(A) =$$

**b**

$$\cos(A) =$$

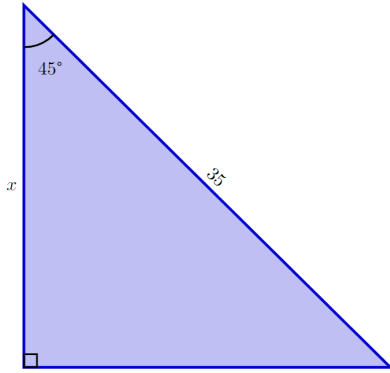
**c**

$$\cos(A) =$$

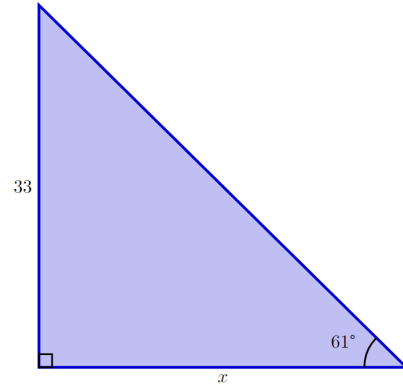
5.3 Encontrando lados

Ejemplo 18

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 37.08$$

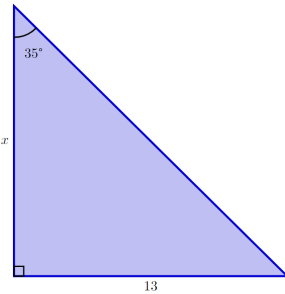
**b**

$$x = 24.84$$

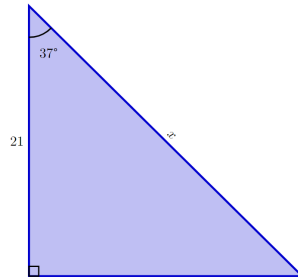
Ejercicio 19

___ de 3 puntos

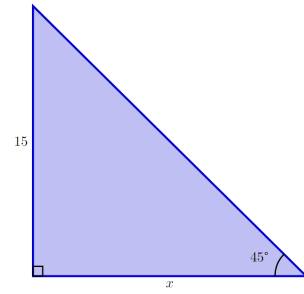
Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x =$$

**b**

$$x =$$

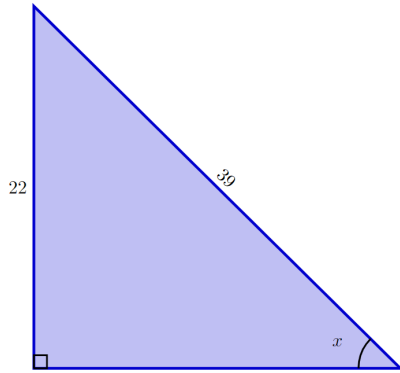
**c**

$$x =$$

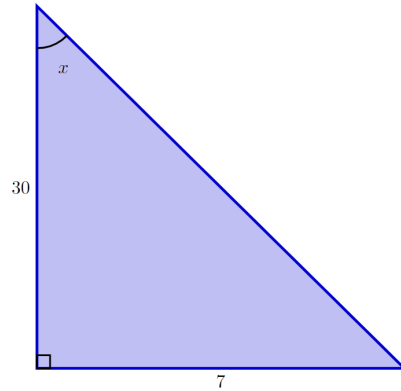
5.4 Encontrando ángulos

Ejemplo 19

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 34.33$$

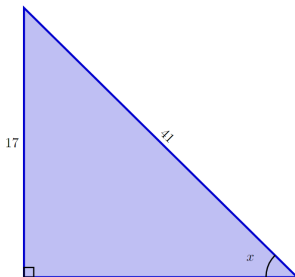
**b**

$$x = 13.13$$

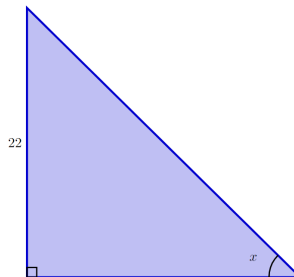
Ejercicio 20

___ de 6 puntos

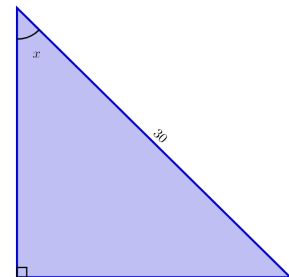
sando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x =$$

**b**

$$x =$$

**c**

$$x =$$

5.5 Resolución de problemas

Ejemplo 20

Resuelve los siguientes problemas:

- a** El piloto de un avión debe aproximarse a la pista de aterrizaje con un ángulo de 7° con respecto a la horizontal. Si vuela a una altura de 8,000 metros, ¿a qué distancia de la pista debe iniciar su descenso?
- b** El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de 40° . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar, ¿cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

65154.77

47.67

Ejercicio 21

___ de 6 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Cuando el sol se encuentra a 20° sobre el horizonte, ¿cuánto medirá la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura?

- b** Una escalera de extensión de 7.62 metros recargada contra un edificio forma un ángulo de 70° con el suelo. ¿A qué altura del edificio llega la escalera?

- c** La diagonal de un rectángulo mide 8.25 cm y el menor de sus lados mide 3.14 cm. Calcula el ángulo formado por la diagonal y el lado mayor del rectángulo.