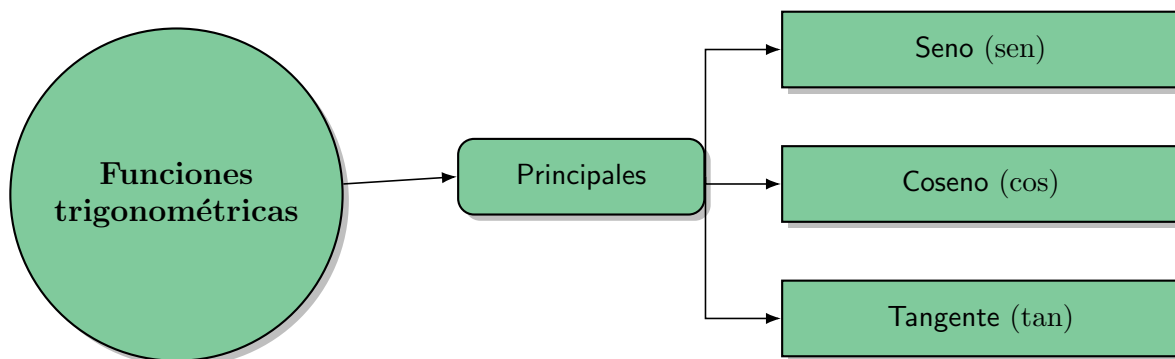


## 1 Funciones trigonométricas

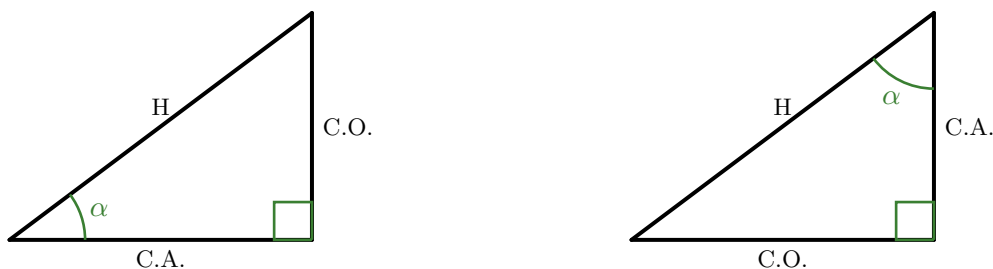
Son cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo, asociado a sus ángulos.



**Figura 1** Funciones trigonométricas.

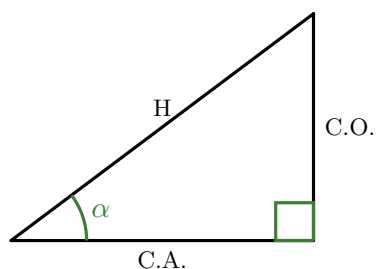
### 1.1 Identificación de catetos

En un triángulo hay una **hipotenusa** y dos tipos de catetos: el **cateto adyacente**, el cual es el lado que está pegado al ángulo y el **cateto opuesto**, que es el lado opuesto al ángulo. En la siguiente figura se muestra la identificación de estos catetos.



**Figura 2** Identificación de catetos adyacentes y opuestos para el uso de funciones trigonométricas.

## 2 Fórmulas de funciones trigonométricas



$$\text{sen } \alpha = \frac{C.O.}{H}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{C.A.}{H}$$

$$\text{tan } \alpha = \frac{C.O.}{C.A.}$$

$$\text{csc } \alpha = \frac{H}{C.O.}$$

$$\text{sec } \alpha = \frac{H}{C.A.}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{C.A.}{C.O.}$$

**Figura 3** Funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo.

## 3 Resolviendo triángulos rectángulos

Las funciones trigonométricas se pueden usar en los siguientes casos:

**CASO 1** Si nos dan dos o tres lados y se quiere conocer los ángulos interiores del triángulo rectángulo.

**CASO 2** Si nos dan un lado y un ángulo interior del triángulo y se quiere conocer los lados y el ángulo restante.

Cuando se tenga un problema como en el caso 1, se deben realizar los siguientes pasos:

**PASO 1** Usar el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del lado restante.

**PASO 2** Identificar la hipotenusa y los catetos del ángulo interior que se desee.

**PASO 3** Usar cualquiera de las 3 funciones trigonométricas principales.

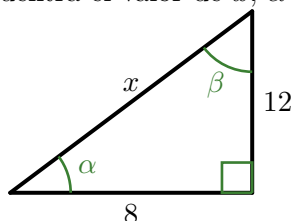
**PASO 4** Para encontrar el ángulo, la función trigonométrica pasa al otro lado del igual como la misma función a la menos uno.

**PASO 5** Para encontrar el ángulo restante, de  $90^\circ$  se debe restar el ángulo obtenido en el paso 4.



### EJEMPLO

Del siguiente triángulo rectángulo, encuentra el valor de  $x$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ .



1) Usa el teorema de Pitágoras para encontrar el valor de  $x$ .

$$x = \sqrt{12^2 + 8^2}$$

$$x = \sqrt{144 + 64}$$

$$x = \sqrt{208}$$

$$x = 4\sqrt{13}$$

2) Identifica la hipotenusa y los catetos del ángulo que se quiera encontrar.

3) Elige una función trigonométrica para encontrar el ángulo.

$$\text{sen } \alpha = \frac{12}{4\sqrt{13}}$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left( \frac{12}{4\sqrt{13}} \right)$$

$$\alpha = 56.30^\circ$$

4) Para encontrar el ángulo restante, se debe restar de  $90^\circ$  el ángulo obtenido en el paso 3.

$$\beta = 90^\circ - 56.30^\circ$$

$$\beta = 33.70^\circ$$

$$\therefore x = 4\sqrt{13}, \alpha = 56.30^\circ, \beta = 33.70^\circ$$

Cuando se tenga un problema como en el caso 2, se deben realizar los siguientes pasos:

**PASO 1** Restar de  $90^\circ$  el ángulo interno que se proporciona.

**PASO 2** Identificar la hipotenusa y los catetos de cualquiera de los dos ángulos internos del triángulo.

**PASO 3** Usar cualquiera de las 3 funciones trigonométricas principales, sustituyendo los valores de la hipotenusa y catetos.

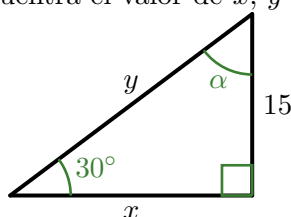
**PASO 4** Despejar el valor desconocido de la ecuación.

**PASO 5** Una vez con dos lados conocidos del triángulo, se puede usar el teorema de Pitágoras u otra función trigonométrica para conocer el tercer lado del triángulo.



### EJEMPLO

Del siguiente triángulo rectángulo, encuentra el valor de  $x$ ,  $y$  y  $\alpha$ .



- 1) Se usa una función trigonométrica la cual involucre el lado que se nos proporciona.

$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \frac{15}{y} \\ y &= \frac{15}{\sin 30^\circ} \quad \leftarrow \text{Despejando } y \\ y &= 30\end{aligned}$$

- 2) Usa el teorema de Pitágoras u otra función trigonométrica que involucre el lado restante para encontrarlo.

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{30^2 - 15^2} \\ x &= \sqrt{900 - 225} \\ x &= \sqrt{675} \\ x &= 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan 30^\circ &= \frac{15}{x} \\ x &= \frac{15}{\tan 30^\circ} \\ x &= 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

- 3) Para encontrar el ángulo restante, se debe restar de  $90^\circ$  al ángulo que da el problema.

$$\begin{aligned}\beta &= 90^\circ - 30^\circ \\ \beta &= 60^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore x = 15\sqrt{3}, y = 30, \beta = 60^\circ$$