

# Matemáticas 1

Melchor Pinto, JC

1 de agosto de 2023



# Contenido

<b>Unidad 1</b>	<b>1</b>
0.1. Fracciones y decimales . . . . .	4
0.1.1. Equivalencias de fracciones y decimales . . . . .	4
Fracciones equivalentes . . . . .	4
Equivalencias al entero . . . . .	5
Convierte fracciones a decimales . . . . .	5
Convierte decimales a fracciones . . . . .	6
0.1.2. Decimales periódicos . . . . .	6
Redondeo y truncamiento . . . . .	7
Redondeo . . . . .	7
Truncamiento . . . . .	10
0.2. Recta Numérica, Densidad y Orden . . . . .	10
0.2.1. Orden de fracciones y decimales . . . . .	10
Orden en los números fraccionarios . . . . .	10
Orden en los números decimales . . . . .	11
0.2.2. Densidad de fracciones y decimales . . . . .	11
Densidad de los decimales . . . . .	11
0.3. Aritmética de números enteros (positivos y negativos) . . . . .	13
0.3.1. Adición de números enteros . . . . .	13
Suma de numeros enteros . . . . .	13
Conmutatividad aditiva . . . . .	13
Resta de números enteros . . . . .	13
0.3.2. Producto de números enteros . . . . .	13
Multiplicación de números enteros . . . . .	13
Conmutatividad multiplicativa . . . . .	13
División de números enteros . . . . .	13
0.4. Aritmética de números racionales (fraccionarios y decimales) .	13

0.4.1.	Adición de números fraccionarios y decimales . . . . .	13
	Suma de numeros fraccionarios y decimales . . . . .	13
	Resta de números fraccionarios y decimales . . . . .	13
0.4.2.	Producto de números fraccionarios y decimales . . . . .	13
	Multiplicación de números fraccionarios y decimales . . .	13
	División de números fraccionarios y decimales . . . . .	13
0.5.	Jerarquía de operaciones y signos de agrupación . . . . .	13
0.5.1.	Jerarquía de operaciones . . . . .	13
0.5.2.	Signos de agrupación . . . . .	13
<b>Unidad 2</b>		<b>15</b>
0.6.	Perímetros y áreas de figuras geométricas . . . . .	17
0.6.1.	Perímetro de triángulos y cuadriláteros . . . . .	17
0.6.2.	Áreas de triángulos y cuadriláteros . . . . .	17
0.7.	Ángulos, triángulos y cuadriláteros . . . . .	17
0.7.1.	Ángulos y rectas paralelas . . . . .	17
0.7.2.	Suma de los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero . . . . .	17
	Ángulos de un triángulo . . . . .	17
	Ángulos de un cuadrilátero . . . . .	17
0.8.	Medidas de tendencia central . . . . .	17
0.8.1.	Media aritmética o promedio . . . . .	17
	El rango . . . . .	17
0.8.2.	La mediana . . . . .	17
0.8.3.	La moda . . . . .	17
0.9.	El azar y la probabilidad frecuencial . . . . .	17
0.9.1.	Tipos, recolección y organización de datos . . . . .	17
0.9.2.	Experimentos aleatorios y deterministas . . . . .	17
0.9.3.	Espacio muestral de un experimento aleatorio . . . . .	17
0.9.4.	Cálculo de la probabilidad frecuencial . . . . .	17
<b>Unidad 3</b>		<b>19</b>
0.10.	Proporcionalidad . . . . .	22
0.10.1.	Valor faltante . . . . .	22
0.10.2.	Razón unitaria . . . . .	22
0.10.3.	Porcentajes . . . . .	22
	Cálculo del porcentaje . . . . .	22
	Problemas con porcentajes . . . . .	22

0.10.4. Gráficas circulares . . . . .	22
Recolecta y registra datos . . . . .	22
Registra datos en gráficas circulares . . . . .	22
Leer e interpretar datos en gráficas circulares . . . . .	22
0.11. Situaciones de variación proporcional . . . . .	22
0.11.1. Comparación de situaciones de variación proporcional con tablas . . . . .	22
0.11.2. Comparación de situaciones de variación proporcional con gráficas . . . . .	22
0.11.3. Comparación de situaciones de variación proporcional con expresiones algebraicas . . . . .	22
0.12. Pendiente de una recta y razón de cambio . . . . .	22
0.12.1. Variación proporcional y pendiente . . . . .	22
0.12.2. Razón de cambio y variación . . . . .	22
0.12.3. Efectos en la recta al cambiar la pendiente . . . . .	22
0.12.4. Efectos en la recta al cambiar la ordenada al origen . .	22
0.13. Análisis y comparación de situaciones de variación lineal . . .	22
0.13.1. Efectos de la recta al cambiar la ordenada al origen . .	22
0.13.2. Situaciones de variación lineal asociadas a la física, la biología y la economía . . . . .	22
0.14. Fundamentos de álgebra . . . . .	22
0.14.1. Lenguaje algebraico y expresiones algebraicas . . . . .	22
0.14.2. Aritmética de expresiones algebraicas . . . . .	22
Adición de expresiones algebraicas . . . . .	22
Producto y cociente de números racionales con expre- siones algebraicas . . . . .	22
0.14.3. Ecuaciones . . . . .	22
Solución de ecuaciones . . . . .	22



# Unidad 1

EN ESTA UNIDAD ESTUDIAREMOS . . .

## **0.1. Fracciones y decimales**

### 0.1.1. Equivalencias de fracciones y decimales

Fracciones equivalentes

Equivalencias al entero

Convierte fracciones a decimales

Convierte decimales a fracciones

### 0.1.2. Decimales periódicos

Redondeo y truncamiento

## **0.2. Recta Numérica, Densidad y Orden**

### 0.2.1. Orden de fracciones y decimales

Orden en los números fraccionarios

Orden en los números decimales

### 0.2.2. Densidad de fracciones y decimales

Densidad de los decimales

## **0.3. Aritmética de números enteros (positivos y negativos)**

### 0.3.1. Adición de números enteros

Suma de números enteros

Conmutatividad aditiva

Resta de números enteros

### 0.3.2. Producto de números enteros

Multiplicación de números enteros

Conmutatividad multiplicativa

División de números enteros

**0.4. Aritmética de números racionales (fraccionarios y decimales)**

0.4.1. Adición de números fraccionarios y decimales

Suma de numeros fraccionarios y decimales

Resta de números fraccionarios y decimales

0.4.2. Producto de números fraccionarios y decimales

Multiplicación de números fraccionarios y decimales

División de números fraccionarios y decimales

**0.5. Jerarquía de operaciones y signos de agrupación**

0.5.1. Jerarquía de operaciones

0.5.2. Signos de agrupación





## 0.1. Fracciones y decimales

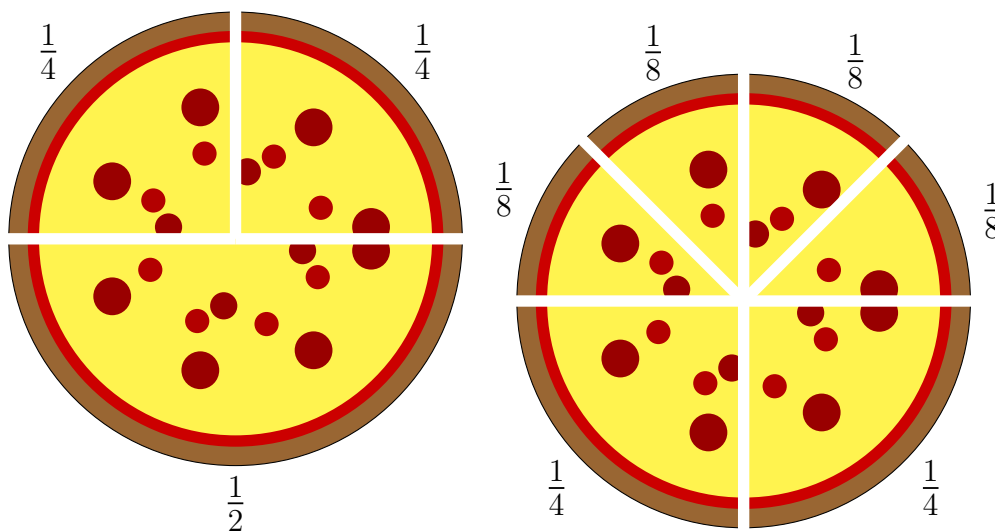
En esta sección, estudiaremos las fracciones y los decimales, que son dos formas de representar números racionales. Los números racionales son aquellos que se pueden expresar como el cociente de dos números enteros. Por ejemplo,  $\frac{1}{2}$ , 5 o 7.6. En esta sección, aprenderemos a representar números racionales en forma de fracción, en forma decimal y de forma entera. También aprenderemos a comparar fracciones, decimales y enteros, y a convertir de una forma a otra.

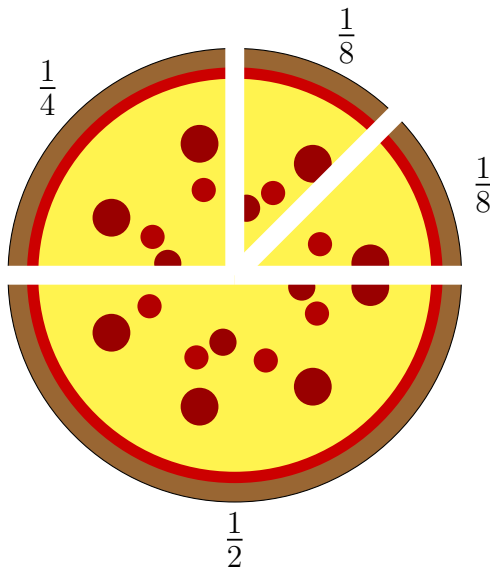
### 0.1.1. Equivalencias de fracciones y decimales

#### Fracciones equivalentes

Cuando dos fracciones representan el mismo número, decimos que son equivalentes. Por ejemplo,  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{4}$  son equivalentes, porque representan el mismo número. Para verlo, podemos dividir una pizza en dos partes iguales, y luego dividir una de esas partes en dos partes iguales.

Aquí podemos notar que  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ , y que  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ .





### Equivalencias al entero

Una fracción es equivalente al entero cuando el numerador es igual al denominador. Por ejemplo,  $\frac{3}{3}$  es equivalente a 1, porque

1			
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

### Convierte fracciones a decimales

Para convertir una fracción a decimal, dividimos el numerador entre el denominador. Por ejemplo, para convertir  $\frac{3}{4}$  a decimal, dividimos 3 entre 4.

$$\begin{array}{r}
 0.75 \\
 4 \overline{) 3.00} \\
 \underline{2.8} \phantom{0} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}
 \quad \text{entonces, } \frac{3}{4} = 0.75$$

### Convierte decimales a fracciones

Para convertir un decimal a fracción, debemos escribir el número decimal como una fracción decimal, y luego simplificarla. Por ejemplo, para convertir 0.75 a fracción, escribimos 0.75 como  $\frac{75}{100}$ , y luego simplificamos la fracción.

$$0.75 = \frac{75}{100}$$

En una **fracción decimal** el denominador debe ser una potencia de 10. En este caso, el denominador es 100, que es una potencia de 10. Si el decimal tiene un solo dígito después del punto decimal, el denominador debe ser 10. Por ejemplo, para convertir 0.5 a fracción, escribimos 0.5 como  $\frac{5}{10}$ , y luego simplificamos la fracción.

$$0.5 = \frac{5}{10}$$

Para **simplificar una fracción**, dividimos el numerador y el denominador entre el máximo común divisor de ambos. En este caso, el máximo común divisor de 75 y 100 es 25, por lo que la fracción simplificada es

$$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$$

### 0.1.2. Decimales periódicos

Un decimal periódico es un decimal que tiene un patrón de dígitos que se repite infinitamente. Por ejemplo, al convertir la fracción  $\frac{1}{3}$  a un número decimal, se obtiene:

$$\begin{array}{r}
 0.3 \\
 3 \overline{) 1.0} \\
 \underline{9} \phantom{0} \\
 1
 \end{array}$$

$0.3333\dots$  es un decimal periódico, porque el patrón 3 se repite infinitamente. El patrón de un decimal periódico se llama **período**. El período de  $0.3333\dots$  es 3, y se escribe como:

$$0.3333\dots = 0.\overline{3} \quad (\text{Se pronuncia "cero punto tres periódico"})$$

### Redondeo y truncamiento

Cuando convertimos una fracción a decimal, a veces obtenemos un decimal que no termina nunca de escribirse por completo. Por ejemplo, al convertir  $\frac{1}{3}$  a decimal, obtenemos  $0.3333\dots$ . En este caso, podemos **redondear** el decimal a un número finito de dígitos, o podemos **truncar** el decimal a un número finito de dígitos.

**Redondeo** Redondear un número quiere decir reducir el número de cifras manteniendo un valor parecido. El resultado es menos exacto, pero más fácil de usar. Para redondear un decimal, debemos decidir cuántos dígitos queremos en el resultado. Luego, miramos el siguiente dígito después del último dígito que queremos en el resultado. Si el siguiente dígito es 5 o más, sumamos 1 al último dígito que queremos en el resultado. Si el siguiente dígito es menor que 5, no sumamos nada al último dígito que queremos en el resultado.

Por ejemplo, para redondear  $0.6666\dots$  a 2 dígitos, miramos el tercer dígito, que es 6. Como 6 es mayor que 5, sumamos 1 al segundo dígito, y obtenemos 0.67.

<https://www.exprii.com/t/rounding-decimals-definition-examples-9071>

Redondea 6,121.87856 a la milésima más cercana. Paso uno: Identifique el dígito en el valor posicional dado. Desde nuestro decimal es 6,121.87856, el número en el lugar de las milésimas es 8:

$$6,121.87\boxed{8}56$$

Paso dos: identifica el dígito al lado. El dígito al lado del 8 en el lugar de las milésimas es 5:

$$6,121.87\boxed{8}\boxed{5}6$$

Paso tres: redondea el nuevo número (el compuesto por los dígitos del Paso Uno y Paso Dos) a la decena más cercana. Este nuevo número es 85, que obtuvimos del 8 en el paso uno y del 5 en el paso dos:

$$6,121.87\boxed{85}6$$

Cuando redondeamos a la decena más cercana, obtenemos 90:

$$6,121.87\boxed{90}6$$

Paso cuatro: ¡Elimine todos los dígitos después del valor posicional dado! Recuerda, nuestro el valor posicional dado era el lugar de las milésimas. Cuando eliminamos todos los dígitos después el 9 en el lugar de las milésimas, obtenemos:

$$6,121.879$$

Redondear un número es una forma de hacer que un número sea menos exacto al convertirlo en una estimación.

¿Por qué querrías que un número fuera menos preciso?, podrías preguntar. Para principiantes, Los números redondeados son fáciles de hacer con los cálculos. Es mucho más fácil agregar,

$$300 + 500$$

, que sumar,

$$312 + 498$$

Otras veces simplemente no necesitas precisión. Si fuiste a un concierto, no necesitas decir que había 399,342 personas en el estadio. Simplemente diría que había alrededor de 400,000.

Para redondear decimales, primero debe asegurarse de conocer su lugar valores. En su mayoría, se le pedirá que redondee un número a un valor posicional específico. Para hacer esto, mira el número a la derecha del valor posicional. Si es un 5 o más, eleva el número en el valor posicional en uno. Si se es un 4 o menos, deja el número solo en el valor posicional. Una vez que hagas esto, convierte todos los dígitos a la derecha del valor posicional en 0.

Supongamos que queremos aproximar 42.49275 a la milésima más cercana.

Primero se localiza el valor posicional dado. En este caso, milésimas.

$$42.49\boxed{2}75$$

A continuación, miramos el dígito a la derecha.

$$42.49\boxed{2}\boxed{7}5$$

Aquí, es 7. Como esto es mayor que 5, aumentamos el número del valor posicional en uno.

$$42.49 \boxed{3} \boxed{0} 5$$

Finalmente, eliminamos todos los dígitos a la derecha del valor posicional.

$$42.49 \boxed{3}$$

Ahora supongamos que queremos redondear 42.09998 a la diezmilésima más cercana.

Ubicando el valor posicional encontramos al dígito 9.

$$42.099 \boxed{9} \boxed{8}$$

El número a su derecha, 8, que es mayor que 5 por lo que aumentamos nuestro valor posicional en uno. Pero esto convierte nuestro 9 en un 10. Convierte el 9 en un 0 y aumenta el siguiente dígito a la izquierda en uno. Esto convertirá cualquier 9 seguido en 0 finalmente aumentando décimas en uno.

$$42. \boxed{100} \boxed{0} \boxed{8}$$

Finalmente, eliminamos cualquier dígito a la derecha de nuestro valor posicional.

$$42.100$$

Podemos omitir cualquier exceso de ceros.

$$42.1$$

En el caso especial en el que queremos redondear al número entero más cercano, no habrá nada después del punto decimal una vez que hayamos terminado.

Redondear decimales funciona igual que redondear números enteros.

Para redondear un decimal a un valor posicional dado, mire el dígito en el lugar A la derecha.

Si el dígito es menor que 5, se redondea hacia abajo. Si el dígito es mayor que o igual a 5, se redondea hacia arriba. Por ejemplo, redondeemos 1.41 al más cercano décimos Seleccionemos el dígito de las décimas, 4, con azul.

$$1.41$$

A continuación, seleccione el dígito a la derecha.

1.41

Como 1 es menor que 5, vamos a redondear hacia abajo. Dejamos 4 tal cual y haga que todos los dígitos a la derecha sean 0.

1.40

**Truncamiento** Para truncar un decimal, debemos decidir cuántos dígitos queremos en el resultado. Luego, eliminamos todos los dígitos después del último dígito que queremos en el resultado. Por ejemplo, para truncar  $0.6666\dots$  a 2 dígitos, eliminamos todos los dígitos después del segundo dígito, y obtenemos 0.66.

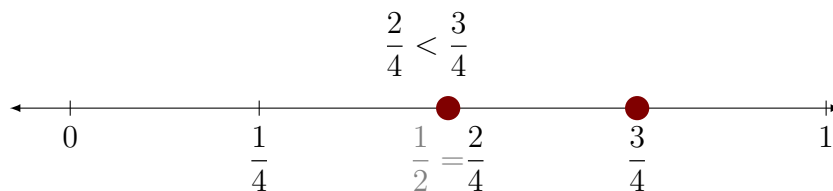
## 0.2. Recta Numérica, Densidad y Orden

La recta numérica es una línea recta en la que se representan los números reales. La recta numérica es una forma de representar los números reales en una línea recta. En ella, cada punto representa un número real. Los números se pueden representar y se pueden comparar los números reales en la recta numérica.

### 0.2.1. Orden de fracciones y decimales

#### Orden en los números fraccionarios

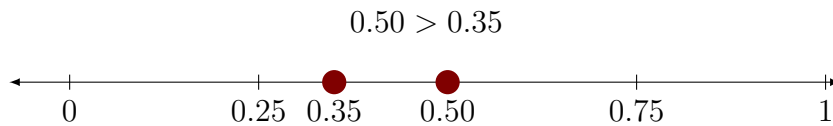
Para comparar fracciones, debemos convertirlas a un mismo denominador. Por ejemplo, para comparar  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{4}$ , debemos convertirlas a un mismo denominador. El mínimo común múltiplo de 2 y 4 es 4, por lo que debemos convertir  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{2}{4}$ , y  $\frac{3}{4}$  a  $\frac{3}{4}$ . Ahora podemos compararlas, y vemos que:





### Orden en los números decimales

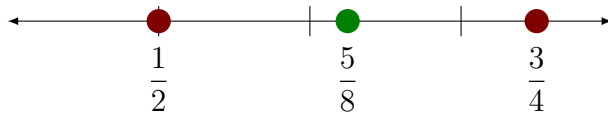
Para comparar decimales, debemos convertirlos a un mismo número de decimales. Por ejemplo, para comparar 0.5 y 0.35, debemos convertirlos a un mismo número de decimales. El número de decimales de 0.5 es 1, y el número de decimales de 0.35 es 2. Para convertir 0.5 a 0.50, debemos agregar un 0 al final. Ahora podemos compararlos, y vemos que:



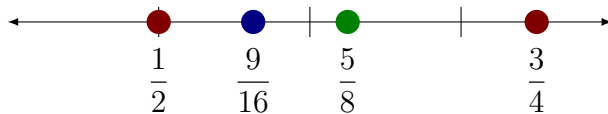
### 0.2.2. Densidad de fracciones y decimales

En teoría de conjuntos, se dice que un conjunto numérico es **denso**, si entre dos elementos cualesquiera del conjunto, existe otro elemento del conjunto. Por ejemplo, el conjunto de los números racionales es denso, porque entre dos números racionales cualesquiera, existe otro número racional.

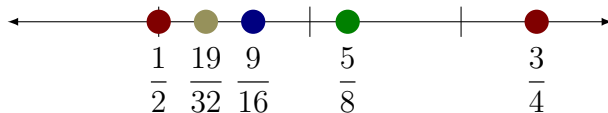
Por ejemplo, entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{3}{4}$ , existe  $\frac{5}{8}$ .



Si observamos ahora en medio del  $\frac{1}{2}$  y el  $\frac{5}{8}$ , está el  $\frac{9}{16}$ .

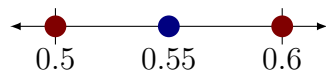


Y si observamos ahora en medio del  $\frac{1}{2}$  y el  $\frac{9}{16}$ , está el  $\frac{19}{32}$ .

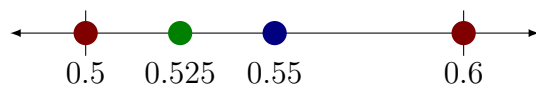


### Densidad de los decimales

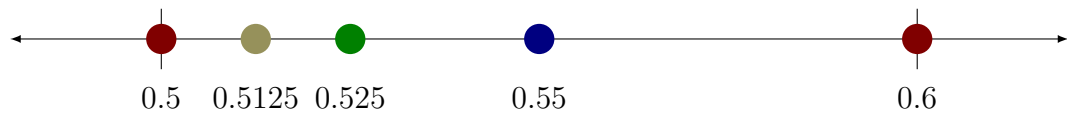
Los decimales también son densos. Por ejemplo, entre 0.5 y 0.6, existe 0.55.



Si observamos de cerca ahora en medio del 0.5 y el 0.55, esta el 0.525.



Y si observamos de cerca ahora en medio del 0.5 y el 0.525, esta el 0.5125.



A esta propiedad de los números racionales (fracciones, decimales y enteros), se le llama **densidad**.

### **0.3. Aritmética de números enteros (positivos y negativos)**

#### **0.3.1. Adición de números enteros**

Suma de numeros enteros

Conmutatividad aditiva

Resta de números enteros

#### **0.3.2. Producto de números enteros**

Multiplicación de números enteros

Conmutatividad multiplicativa

División de números enteros

### **0.4. Aritmética de números racionales (fraccionarios y decimales)**

#### **0.4.1. Adición de números fraccionarios y decimales**

Suma de numeros fraccionarios y decimales

Resta de números fraccionarios y decimales

#### **0.4.2. Producto de números fraccionarios y decimales**

Multiplicación de números fraccionarios y decimales

División de números fraccionarios y decimales

### **0.5. Jerarquía de operaciones y signos de agrupación**

#### **0.5.1. Jerarquía de operaciones**

#### **0.5.2. Signos de agrupación**



# Unidad 2

EN ESTA UNIDAD ESTUDIAREMOS . . .

## **0.6. Perímetros y áreas de figuras geométricas**

0.6.1. Perímetro de triángulos y cuadriláteros

0.6.2. Áreas de triángulos y cuadriláteros

## **0.7. Ángulos, triángulos y cuadriláteros**

0.7.1. Ángulos y rectas paralelas

0.7.2. Suma de los ángulos interiores de un triángulo y  
de un cuadrilátero

Ángulos de un triángulo

Ángulos de un cuadrilátero

## **0.8. Medidas de tendencia central**

0.8.1. Media aritmética o promedio

El rango

0.8.2. La mediana

0.8.3. La moda

## **0.9. El azar y la probabilidad frecuencial**

0.9.1. Tipos, recolección y organización de datos

0.9.2. Experimentos aleatorios y deterministas

0.9.3. Espacio muestral de un experimento aleatorio

0.9.4. Cálculo de la probabilidad frecuencial



## 0.6. Perímetros y áreas de figuras geométricas

### 0.6.1. Perímetro de triángulos y cuadriláteros

### 0.6.2. Áreas de triángulos y cuadriláteros

## 0.7. Ángulos, triángulos y cuadriláteros

### 0.7.1. Ángulos y rectas paralelas

### 0.7.2. Suma de los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero

Ángulos de un triángulo

Ángulos de un cuadrilátero

## 0.8. Medidas de tendencia central

### 0.8.1. Media aritmética o promedio

El rango

### 0.8.2. La mediana

### 0.8.3. La moda

## 0.9. El azar y la probabilidad frecuencial

### 0.9.1. Tipos, recolección y organización de datos

### 0.9.2. Experimentos aleatorios y deterministas

### 0.9.3. Espacio muestral de un experimento aleatorio

### 0.9.4. Cálculo de la probabilidad frecuencial





# Unidad 3

EN ESTA UNIDAD ESTUDIAREMOS . . .

## **0.10. Proporcionalidad**

0.10.1. Valor faltante

0.10.2. Razón unitaria

0.10.3. Porcentajes

Cálculo del porcentaje

Problemas con porcentajes

0.10.4. Gráficas circulares

Recolecta y registra datos

Registra datos en gráficas circulares

Leer e interpretar datos en gráficas circulares

## **0.11. Situaciones de variación proporcional**

0.11.1. Comparación de situaciones de variación proporcional con tablas

0.11.2. Comparación de situaciones de variación proporcional con gráficas

0.11.3. Comparación de situaciones de variación proporcional con expresiones algebraicas

## **0.12. Pendiente de una recta y razón de cambio**

0.12.1. Variación proporcional y pendiente

0.12.2. Razón de cambio y variación

0.12.3. Efectos en la recta al cambiar la pendiente

0.12.4. Efectos en la recta al cambiar la ordenada al origen

**0.13. Análisis y comparación de situaciones de variación lineal**

0.13.1. Efectos de la recta al cambiar la ordenada al origen

0.13.2. Situaciones de variación lineal asociadas a la física, la biología y la economía

**0.14. Fundamentos de álgebra**

0.14.1. Lenguaje algebraico y expresiones algebraicas

0.14.2. Aritmética de expresiones algebraicas

Adición de expresiones algebraicas

Producto y cociente de números racionales con expresiones algebraicas

0.14.3. Ecuaciones

Solución de ecuaciones



## **0.10. Proporcionalidad**

### **0.10.1. Valor faltante**

### **0.10.2. Razón unitaria**

### **0.10.3. Porcentajes**

Cálculo del porcentaje

Problemas con porcentajes

### **0.10.4. Gráficas circulares**

Recolecta y registra datos

Registra datos en gráficas circulares

Leer e interpretar datos en gráficas circulares

## **0.11. Situaciones de variación proporcional**

### **0.11.1. Comparación de situaciones de variación proporcional con tablas**

### **0.11.2. Comparación de situaciones de variación proporcional con gráficas**

### **0.11.3. Comparación de situaciones de variación proporcional con expresiones algebraicas**

## **0.12. Pendiente de una recta y razón de cambio**

### **0.12.1. Variación proporcional y pendiente**

### **0.12.2. Razón de cambio y variación**

### **0.12.3. Efectos en la recta al cambiar la pendiente**

### **0.12.4. Efectos en la recta al cambiar la ordenada al origen**

## **0.13. Análisis y comparación de situaciones de variación lineal**

### **0.13.1. Efectos de la recta al cambiar la ordenada al**