Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 3 — 3° de Secundaria

JC Melchor Pinto

Autocontrol

Unidad 2 — 2022-2023

Última revisión del documento: 6 de abril de 2023

Solución de ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + bx + c = 0$

Guía 25

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	Total
Puntos	10	10	10	20	20	10	20	100
Obtenidos								

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

donde a, b y c son enteros, decimales o fraccionarios y a no es igual a 0. Como el mayor exponente de la variable es 2 también se le conoce como **ecuación de segundo grado**.

Formas de una ecuación cuadrática

$ax^2 + bx + c = 0$	Forma **general o estándar**
$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$	Forma **factorizada**
$a(x - h)^2 + k = 0$	Forma **canónica**

Discriminante δ

El discriminante δ es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

Fórmula para las soluciones de una ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \qquad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Factiorización de una ecuación cuadrática

Factorizar una ecuación cuadrática significa escribirla como una multiplicación (expresiones algebraicas separadas por paréntesis), y sirve para encontrar las soluciones a una ecuación cuadrática de forma rápida:

1. Verifica si existe un factor en común para los coeficientes a, b y c y divide la ecuación entre el factor común (obtendras una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$).
2. Escribe dos paréntesis, de esta forma: $x^2 + bx + c = \left(x \boxed{-x_1}\right) \cdot \left(x \boxed{-x_2}\right)$
3. Coloca en los espacios dos números que al sumarlos tengan el valor de b y al multiplicarlos el valor de c.

$$b = x_1 + x_2 \quad \text{y} \quad c = x_1 \cdot x_2$$

4. Verifica el signo de los coeficientes a y b.

Ejercicio 1 10 puntos

Encuentra las soluciones de $x^2 + x - 42 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$x^2 + x - 42 = 0$$
$$(x+7)(x-6) = 0$$
$$\therefore x_1 = -7 \text{ y } x_2 = 6$$

Por fórmula general:

$$y = x^2 + x - 42$$
$$a = 1$$
$$b = 1$$
$$c = -42$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-42)}}{2(1)}$$
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2}$$
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 13}{2}$$
$$\therefore x_1 = \frac{12}{2} = 6 \text{ y } x_2 = \frac{-14}{2} = -7$$

Ejercicio 2

10 puntos

Encuentra las soluciones de $x^2 - 5x - 14 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$
\begin{aligned}
x^2 - 5x - 14 &= 0 \\
(x-7)(x+2) &= 0 \\
&\therefore x_1 = 7 \text{ y } x_2 = -2
\end{aligned}
$$

Por fórmula general:

$$
\begin{aligned}
y &= x^2 - 5x - 14 \\
a &= 1 \\
b &= -5 \\
c &= -14
\end{aligned}
$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 9}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{14}{2} = 7 \text{ y } x_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

Ejercicio 3 10 puntos

Encuentra las soluciones de $x^2 + 12x + 36 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$x^2 + 12x + 36 = 0$$
$$(x+6)(x+6) = 0$$
$$\therefore x_1 = x_2 = -6$$

Por fórmula general:

$$y = x^2 + 12x + 36$$
$$a = 1$$
$$b = 12$$
$$c = 36$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(12) \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(36)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm 0}{2}$$

$$\therefore x_1 = x_2 = \frac{-12}{2} = -6$$

Ejercicio 4 20 puntos

Encuentra las soluciones de $x^2 - 11x + 18 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$
$$(x-9)(x-2) = 0$$
$$\therefore x_1 = 2 \text{ y } x_2 = 9$$

Por fórmula general:

$$y = x^2 - 11x + 18$$
$$a = 1$$
$$b = -11$$
$$c = 18$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(1)(18)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 7}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{4}{2} = 2 \text{ y } x_2 = \frac{18}{2} = 9$$

Ejercicio 5 20 puntos

Encuentra las soluciones de $2x^2 - 2x - 180 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$2x^2 - 2x - 180 = 0$$
$$2(x^2 - x - 90) = 0$$
$$2(x+9)(x-10) = 0$$
$$\therefore x_1 = -9 \text{ y } x_2 = 10$$

Por fórmula general:

$$y = 2x^2 - 2x - 180$$
$$a = 2$$
$$b = -2$$
$$c = -180$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-180)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{1444}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 38}{4}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-36}{4} = -9 \text{ y } x_2 = \frac{40}{4} = 10$$

Ejercicio 6 10 puntos

Encuentra las soluciones de $2x^2 - 16x + 14 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$
\begin{aligned}
2x^2 - 16x + 14 &= 0 \\
2(x^2 - 8x + 7) &= 0 \\
2(x-1)(x-7) &= 0 \\
&\therefore x_1 = 1 \text{ y } x_2 = 7
\end{aligned}
$$

Por fórmula general:

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 - 16x + 14 \\
a &= 2 \\
b &= -16 \\
c &= 14 \\
x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned}
$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4(2)(14)}}{2(2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{144}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm 12}{4}$$

$$\therefore x_1 = \frac{4}{4} = 1 \text{ y } x_2 = \frac{28}{4} = 7$$

Ejercicio 7 20 puntos

Encuentra las soluciones de $6x^2 + 36x + 54 = 0$

Solución:

Por factorización:

$$6x^2 + 36x + 54 = 0$$
$$6(x^2 + 6x + 9) = 0$$
$$6(x + 3)(x + 3) = 0$$
$$\therefore x_1 = x_2 = -3$$

Por fórmula general:

$$y = 6x^2 + 36x + 54$$
$$a = 6$$
$$b = 36$$
$$c = 54$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(36) \pm \sqrt{36^2 - 4(6)(54)}}{2(6)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-36 \pm \sqrt{0}}{12}$$

$$x_{1,2} = \frac{-36 \pm 0}{12}$$

$$\therefore x_1 = x_2 = \frac{-36}{12} = -3$$