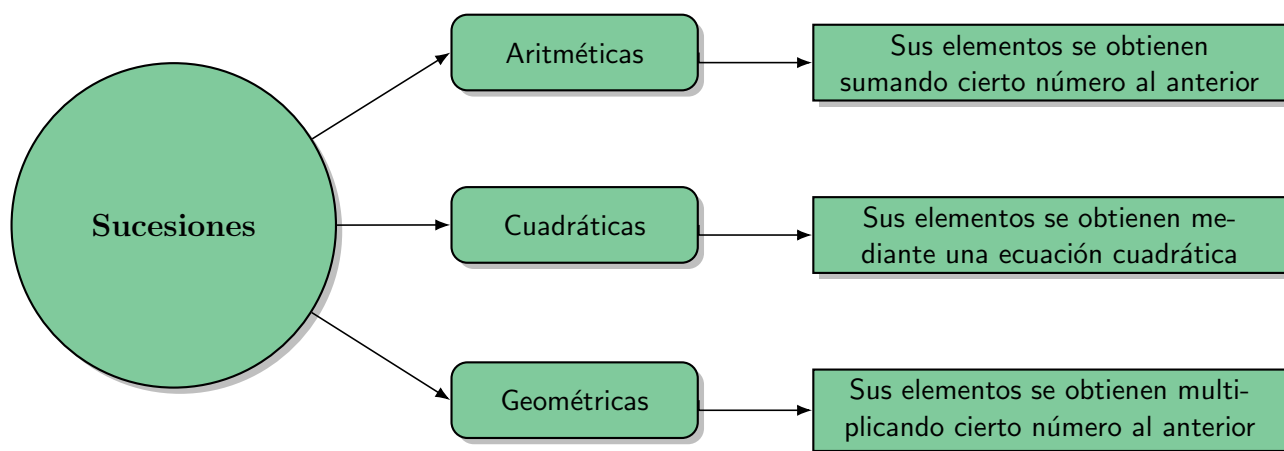


## 1 Sucesiones

Una sucesión de números es aquella que se obtiene por una regla específica, es decir, el número siguiente se obtiene sumando, restando o multiplicando el número previo.



**Figura 1** Clasificación de las progresiones.

### 1.1 Sucesiones aritméticas

Son aquellas en las que los números se obtienen sumando al anterior una cantidad fija  $d$ , también conocida como diferencia. El término general de una progresión aritmética es la regla la cual nos va a permitir conocer esta secuencia de números.



#### *Fórmula*

Término general de una sucesión aritmética

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

donde:

$a_n$  es el término enésimo de la sucesión.

$a_1$  es el primer término de la sucesión.

$d$  es la diferencia de la progresión, es decir, lo que se le suma o resta a cada uno de los términos para obtener el siguiente. Para encontrar este número se debe restar a un término cualquiera de la progresión su antecesor.



#### *EJEMPLO*

Dado el término general  $a_n = 3n - 2$ , determina los primeros cuatro términos.

1) Asigna el valor a  $n$  de 1, 2, 3 y 4 y efectúa las operaciones.



$$\begin{aligned}a_1 &= 3(1) - 2 = 3 - 2 = 1 \\a_2 &= 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4 \\a_3 &= 3(3) - 2 = 9 - 2 = 7 \\a_4 &= 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10\end{aligned}$$



### EJEMPLO

Determina su término general de la siguiente progresión 7, 4, 1, -2, -5, ...

- 1) Determina la diferencia de la progresión, restando de derecha a izquierda dos términos consecutivos.

$$d = 1 - 4 = -3$$

- 2) Identifica el primer término de la progresión.

$$a_1 = 7$$

- 3) Sustituye los valores obtenidos en el paso 1 y 2 en la fórmula del término general de una sucesión aritmética.

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + d(n - 1) \\a_n &= 7 - 3(n - 1) \\a_n &= 7 - 3n + 3 \\a_n &= -3n + 10\end{aligned}$$



### EJEMPLO

Calcula el término  $a_{45}$  de la siguiente progresión 1, 5, 9, 13, ...

- 1) Determina la diferencia de la progresión, restando de derecha a izquierda dos términos consecutivos.

$$d = 5 - 1 = 4$$

- 2) Identifica el primer término de la progresión.

$$a_1 = 1$$

- 3) Sustituye los valores obtenidos en el paso 1 y 2 en la fórmula del término general de una progresión aritmética.

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + d(n - 1) \\a_n &= 1 + 4(n - 1) \\a_n &= 1 + 4n - 4 \\a_n &= 4n - 3\end{aligned}$$

- 4) Sustituye el valor de  $n$  por 45 en el término general obtenido en el paso anterior.

$$a_{45} = 4(45) - 3 = 180 - 3 = 177$$

## 1.2 Suma de los términos de una sucesión

Para conocer la suma de cierta cantidad de términos de una progresión aritmética, se usa la siguiente fórmula.



### Fórmula

Suma de términos de una progresión aritmética

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde:

$S_n$  es la suma de los primeros  $n$  términos de la progresión.  $a_1$  es el primer término de la progresión.  
 $a_n$  es el último término que se va a tomar en cuenta para la suma.



### EJEMPLO

Calcula la suma de los primeros 15 términos dada la siguiente progresión 5, 9, 13, 17, ...

- 1) Determina el término general de la progresión.

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_n = 5 + 4(n - 1)$$

$$a_n = 5 + 4n - 4$$

$$a_n = 4n + 1$$

- 2) Determina el término 15 de la progresión.

$$a_{15} = 4(15) + 1 = 60 + 1 = 61$$

- 3) Sustituye el valor de  $a_1$ ,  $a_{15}$  y  $n$  en la fórmula de la suma de términos de una progresión aritmética.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$S_{15} = \frac{15(5 + 61)}{2}$$

$$S_{15} = \frac{15(66)}{2}$$

$$S_{15} = 495$$

