

1 Sucesiones

Una sucesión de números es aquella que se obtiene por una regla específica, es decir, el número siguiente se obtiene sumando, restando o multiplicando el número previo.

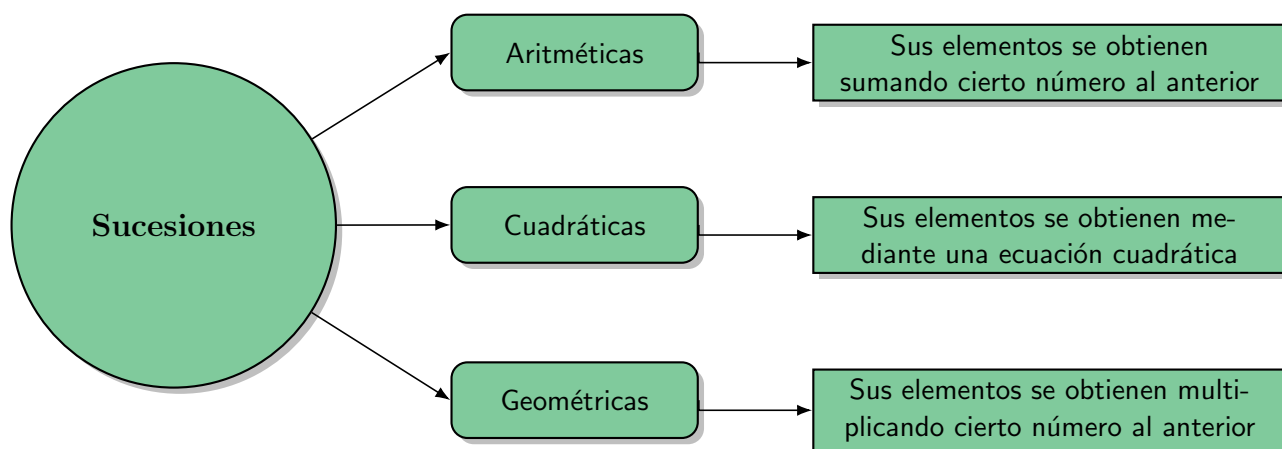


Figura 1 Clasificación de las sucesiones.

2 Sucesiones geométricas

Son aquellas sucesiones en las que los números se obtienen multiplicando al anterior una cantidad fija r , también conocida como razón. El término general de una sucesión geométrica es la regla la cual nos va a permitir conocer esta secuencia de números.



Fórmula

Término general de una sucesión geométrica

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

donde:

a_n es el término enésimo de la sucesión.

a_1 es el primer término de la sucesión.

r es la razón de la sucesión, es decir, por lo que se multiplica cada uno de los términos para obtener el siguiente.



EJEMPLO

Dado el término general $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$, determina los primeros cuatro términos.

1) Asigna el valor a n de 1, 2, 3 y 4.



$$a_1 = 2 \cdot 3^{1-1} = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 3^{2-1} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$a_3 = 2 \cdot 3^{3-1} = 2 \cdot 9 = 18$$

$$a_4 = 2 \cdot 3^{4-1} = 2 \cdot 27 = 54$$



EJEMPLO

Determina el término general de la siguiente sucesión $-2, -6, -18, -54, -162, \dots$

- 1) Determina la razón de la sucesión, dividiendo cualquier término de la sucesión entre su antecesor.

$$r = \frac{-54}{-18} = 3$$

- 2) Identifica el primer término de la sucesión.

$$a_1 = -2$$

- 3) Sustituye los valores obtenidos en el paso 1 y 2 en la fórmula del término general de una sucesión geométrica.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_n = -2 \cdot 3^{n-1}$$



EJEMPLO

Calcula el término a_{12} de la siguiente sucesión $-2, -10, -50, -250, -1250, \dots$

- 1) Determina la razón de la sucesión, dividiendo cualquier término de la sucesión entre su antecesor.

$$r = \frac{-50}{-10} = 5$$

- 2) Identifica el primer término de la sucesión.

$$a_1 = -2$$

- 3) Sustituye los valores obtenidos en el paso 1 y 2 en la fórmula del término general de una sucesión aritmética.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_n = -2 \cdot 5^{n-1}$$

- 4) Sustituir el valor de n por 12 en el término general obtenido en el paso anterior.

$$a_{12} = -2 \cdot 5^{12-1} = -2 \cdot 5^{11} = -2 \cdot 48828125 = -97,656,250$$

2.1 Suma de una sucesión geométrica

*Fórmula*

Suma de términos de una sucesión geométrica

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

donde:

 S_n es la suma de los primeros n términos de la sucesión. a_1 es el primer término de la sucesión. r es la razón de la sucesión, es decir, por lo que se multiplica cada uno de los términos para obtener el siguiente. n es la cantidad de términos en la sucesión.*EJEMPLO*Determina la suma de los primeros 6 términos dada la siguiente sucesión $3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$

- 1) Determina la razón de la sucesión, dividiendo cualquier término de la sucesión entre su antecesor.

$$r = \frac{4}{3} \div 2 = \frac{2}{3}$$

- 2) Identifica el primer término de la sucesión

$$a_1 = 3$$

- 3) Sustituye el valor de a_1 , n y de r en la fórmula de la suma de términos de una sucesión geométrica.

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_6 = \frac{3 \left(1 - \left(\frac{2}{3} \right)^6 \right)}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$S_6 = \frac{665}{81}$$

