1 Ecuación cuadrática

Una ecuación cuadrática es aquella que tiene la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde b y c son números que pueden tener valores positivos o negativos, mientras que a debe ser un número diferente de cero. El nombre de cuadrática proviene de que este tipo de ecuaciones tienen su variable elevada al cuadrado y por ende tienen dos respuestas, a estas respuestas se le suelen llamar como **raíces** o **soluciones**.

Una función cuadrática es representada en el plano cartesiano como una parábola, la cual tiene un valor mínimo o máximo *(dependiendo del valor de a)* el cual es llamado **vértice** y que a su vez es el eje de simetría de dicha gráfica.

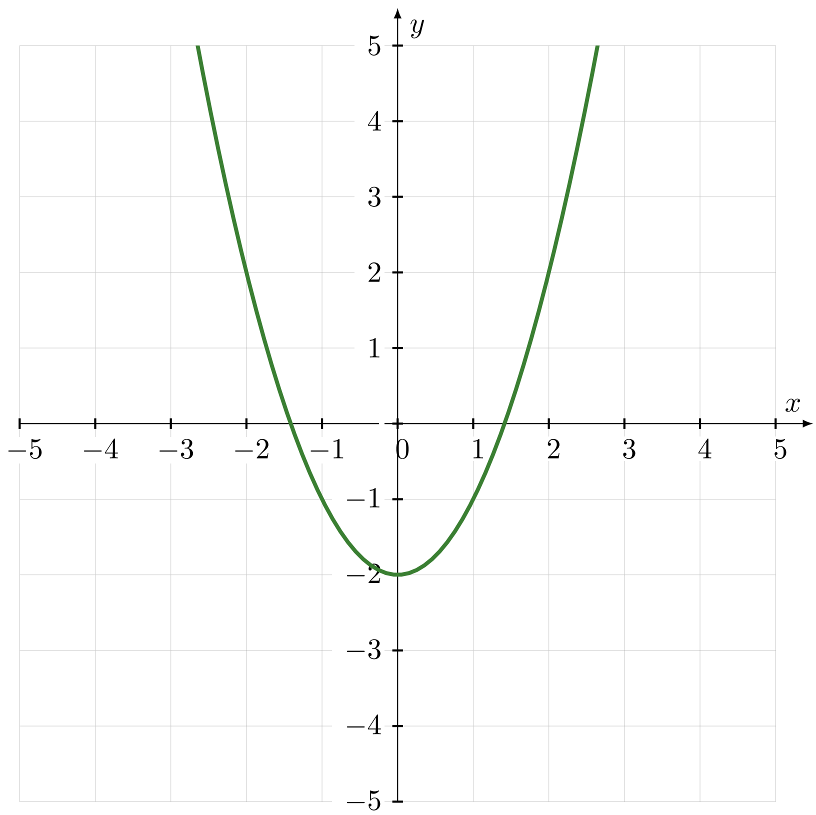

Figura 1 La parábola es la representación de una función cuadrática en el plano. La ecuación de una función cuadrática está dada de la forma $y = ax^2 + bc + x$.

Fórmulas

Ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde:
a es el coeficiente que acompaña al término cuadrático.
b es el coeficiente que acompaña al término lineal.
c es el coeficiente que acompaña al término independiente.

2 Clasificación de las ecuaciones cuadráticas

Dependiendo de los términos que tenga una ecuación cuadrática estas se clasifican en completas e incompletas, en el siguiente diagrama se muestra esta clasificación.

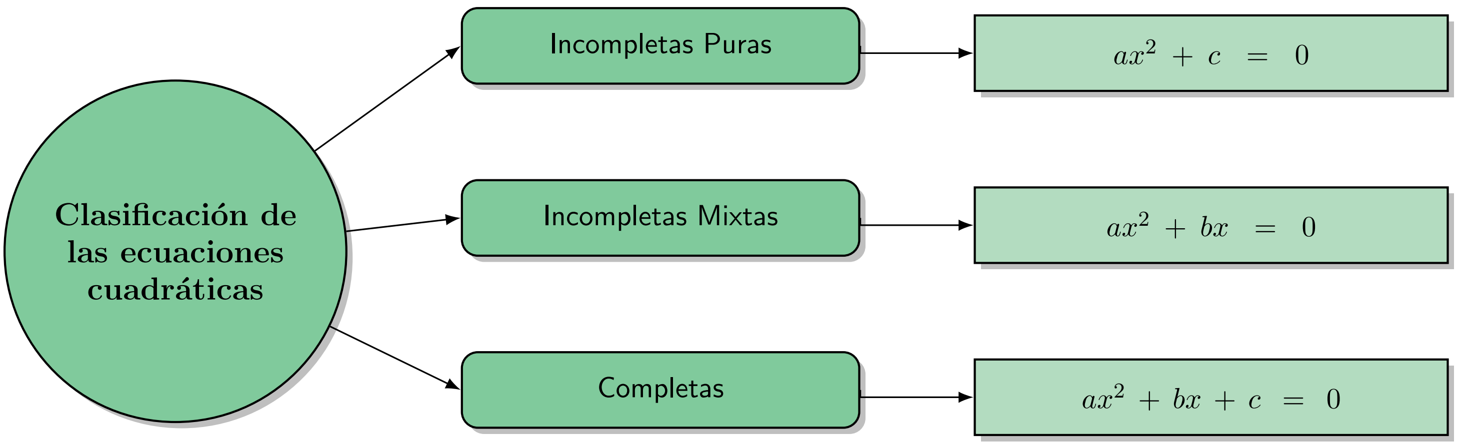

Figura 2 Clasificación de las ecuaciones cuadráticas.

3 Métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas

Dependiendo del tipo de ecuación cuadrática, podemos resolverla con uno de los siguientes 3 métodos:

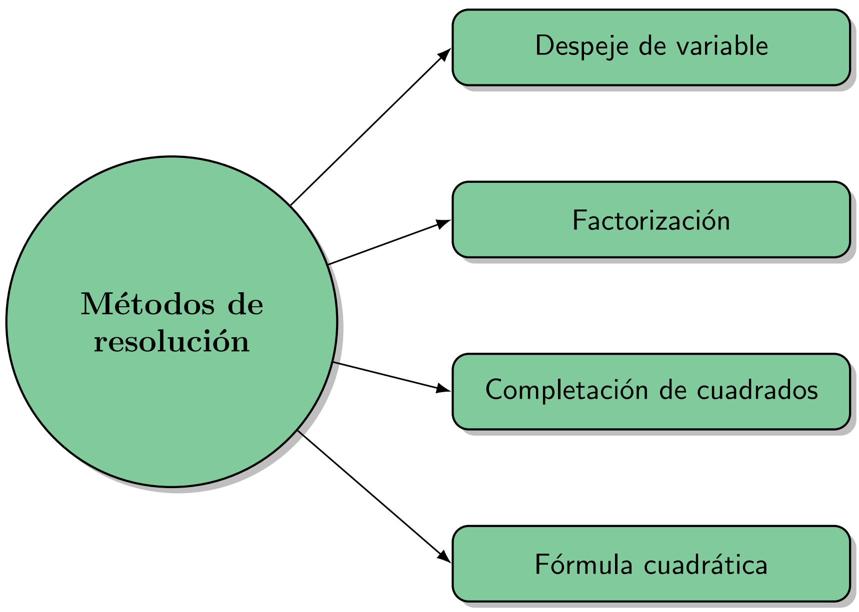

Figura 3 Métodos para resolver una ecuación cuadrática.

4 Resolución de ecuaciones incompletas

En estos primeros dos ejemplos se resolverá una ecuación cuadrática incompleta pura por el método de factorización y por el de despeje de la variable.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática incompleta por despeje de variable.

$$x^2 - 36 = 0$$

Pasa el término independiente a la derecha

$$x^2 = 36$$

Pasa el exponente cuadrado a la derecha como una raíz

$$x = \sqrt{36}$$

$$\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática incompleta por factorización.

$$x^2 - 36 = 0$$

Factoriza la diferencia de cuadrados

$$(x+6)(x-6) = 0$$

Iguala a cero cada paréntesis y despeja la variable x

$$\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

En los siguientes ejemplos se resolverán ecuaciones cuadráticas incompletas mixtas usando el método de factorización.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática incompleta por factorización.

$$x^2 + 7x = 0$$

Factoriza el término común

$$x(x+7) = 0$$

Iguala a cero cada paréntesis y despeja la variable x

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática incompleta por factorización.

$$2x^2 - 5x = 0$$

Factoriza el término común

$$x(2x-5) = 0$$

Iguala a cero cada paréntesis y despeja la variable x

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

5 Resolución de ecuaciones completas

Para resolver este tipo de ecuaciones se debe usar el método de factorización o emplear la fórmula cuadrática.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática por factorización.

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

Factoriza el trinomio

$$(x-7)(x+3) = 0$$

Iguala a cero cada paréntesis y despeja la variable x

$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 7 \end{cases}$$

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática por factorización.

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto

$$(2x+3)^2 = 0$$

Despeja la variable x

$$x = -\frac{3}{2}$$

Fórmulas

Fórmula general para la ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

donde:
a es el coeficiente que acompaña al término cuadrático.
b es el coeficiente que acompaña al término lineal.
c es el coeficiente que acompaña al término independiente.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática $x^2 - 5x + 4 = 0$ usando la fórmula cuadrática.

1) Identifica los coeficientes $a = 1$, $b = -5$ y $c = 4$.

2) Sustituye los valores de a, b y c en la fórmula general y se desarrollan las operaciones.

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$
$$x = \frac{5 \pm 3}{2}$$
$$\therefore \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+3}{2} = 4 \\ x_2 = \dfrac{5-3}{2} = 1 \end{cases}$$

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación cuadrática $-2x^2 - 3x + 6 = 0$ usando la fórmula cuadrática.

1) Multiplica toda la ecuación por -1 para que el término cuadrático sea positivo.

$$2x^2 + 3x - 6 = 0$$

2) Identifica los coeficientes $a = 2$, $b = 3$ y $c = -6$.

3) Sustituye los valores de a, b y c en la fórmula general y se desarrollan las operaciones.

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(2)(-6)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$$
$$\therefore \begin{cases} x_1 = \dfrac{-3+\sqrt{57}}{4} \\ x_2 = \dfrac{-3-\sqrt{57}}{4} \end{cases}$$