Última revisión del documento: 20 de junio de 2023

Preparación para el Examen de la Unidad 3

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

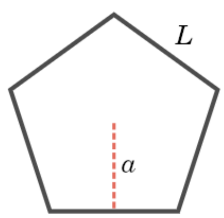
Aprendizajes: **Puntuación:**

??>15 Run LaTeX again to produce the table

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer do, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:



$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es

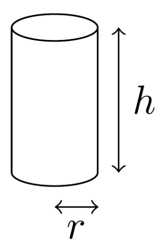
$$P = nL$$

Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$

donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.



Suma de los n-ésimos términos

Para encontrar la suma s_n de los primeros n términos de una serie aritmética use la fórmula:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde a_0 es el primer término de la serie y a_n el n-ésimo término de la serie.

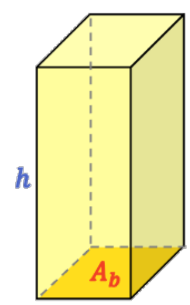
Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, es:

$$V = A_b h$$

Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$



donde P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados y l, la medida del lado.

Ejemplo 1

Encuentra el octavo término de la sucesión representada por la regla

$$a_n = -18 + (n - 1)$$

Solución:
Ya que $n = 8$:

$$\begin{aligned} a_8 &= -18 + (8 - 1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

El octavo término es -1.

Ejerc

Ejemplo 2

Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla **??**:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, **¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 30 días?**

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n - 1) + 2$$

Calculando el trigésimo término de la serie

$$a_{30} = 4(30 - 1) + 2 = 118$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{30} = \frac{30(2 + 118)}{2} = 1,800$$

Manuel tendrá 1,800 canicas al cabo de 30 días.

Ejemplo 3

Determina el volumen del cilindro de la figura ??.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

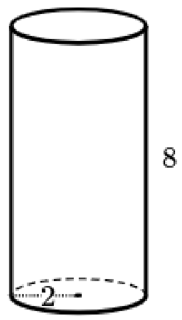


Figura 1

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura **??** se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(8) \\ &= \pi(4)(8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 4

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

a $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

b $2(5x + 8) =$

Solución:

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

c $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x + 6 \\ &= -7x + 27 \end{aligned}$$

d $3(5x - 4) - 2(2x - 5) =$

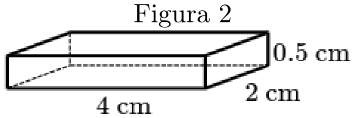
Solución:

$$\begin{aligned} 3(5x - 4) - 2(2x - 5) &= 15x - 12 - 4x + 10 \\ &= 11x - 2 \end{aligned}$$

Ejemplo 5

Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de 12 cm^3.
Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura **??**.
¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?

Figura 2

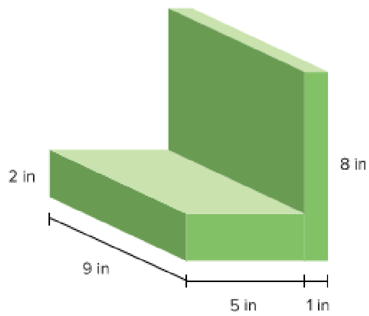


Solución:
Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$

Ejemplo 6

Figura 3



La figura **??** está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

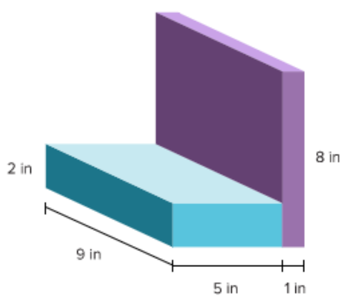


Figura 4: Descomposicion de la Figura **??** en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura **??**). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura **??**, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura **??**, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

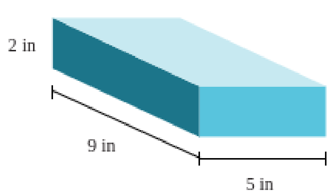


Figura 5: Primera sección del prisma de la Figura **??**

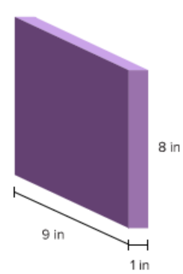


Figura 6: Segunda sección del prisma de la Figura **??**

Ejemplo 7

La Figura **??** representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

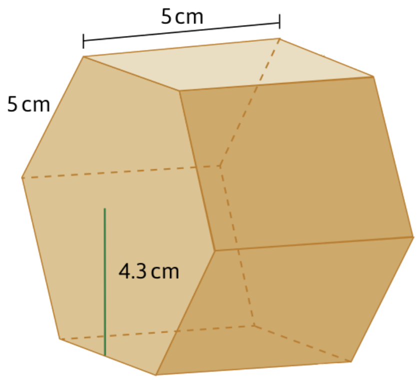


Figura 7

a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el doble de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:

El volumen de una caja con el doble de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 10 \text{ cm} \times 8.6 \text{ cm}}{2}\right) 10 \text{ cm} = 2580 \text{ cm}^3$$

c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{2580 \text{ cm}^3}{322.5\text{cm}^3} = 8$$

La caja con el doble de dimensiones es 8 veces mayor que la primera.