Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 2 — 2° de Secundaria

J. C. Melchor Pinto

2022-2023

Educación para la vida

Repaso para el examen de la Unidad 2

Aprendizajes a evaluar

- Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.
- Obtiene la expresión algebraica y construye gráficas de una situación de proporcionalidad directa e inversa.
- Construye polígonos regulares a partir de algunas medidas (lados, apotema, diagonales, etcétera).
- Descompone figuras en otras para calcular su área.
- Calcula el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.

Puntuación

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	10	
6	20	
7	20	
8	10	
9	15	
10	10	
11	15	
12	31	
13	45	
14	15	
Total	241	

Proporcionalidad

Una relación de **proporcionalidad directa** es aquella entre dos variables que aumentan o disminuyen en el mismo sentido.

En una **variación proporcional directa**, la constante de proporcionalidad se obtiene calculando el cociente de dos cantidades que se corresponden.

Una relación de **Proporcionalidad inversa** es aquella entre dos variables en donde, al aumentar una variable, la otra disminuye.

En una **variación proporcional inversa**, el producto de dos cantidades que se corresponden es la constante de proporcionalidad.

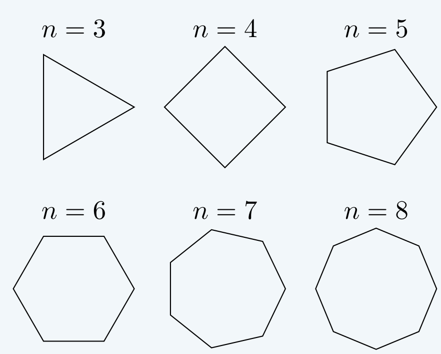
Resolver un problema de **reparto proporcional** consiste en dividir una cantidad en partes que guarden entre sí ciertas razones. Para realizar el reparto, se encuentran los valores faltantes en una relación proporcional directa.

En un problema de **reparto proporcional inverso**, se busca convertirlo en una proporción directa. Por ello, se utiliza el inverso multiplicativo o recíproco.

Polígonos

Un **polígono** es una figura plana de muchos ángulos y con n lados rectos

Un **polígono regular** es un polígono cuyos lados miden lo mismo.



Vocabulario

Polígono figura geométrica de muchos ángulos.
Polígono regular polígono cuya medida de sus lados es la misma.
Apotema línea perpendicular que va desde el centro del polígono hasta cualesquiera de sus lados.

Áreas de polígonos regulares

Considere un polígono regular $ABCDEF$ inscrito en un círculo O, $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ son los radios del centro del círculo O hacia los dos vértices del hexágono. $\overline{OG}$ esta dibujado del centro del polígono regular perpendicular al lado del polígono. Así, $\overline{OG}$ es un apotema.
Si un polígono regular de n lados, de longitud L, tiene un área A de unidades cuadradas, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área es un medio del producto del perímetro y el apotema:

$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es

$$P = nL$$

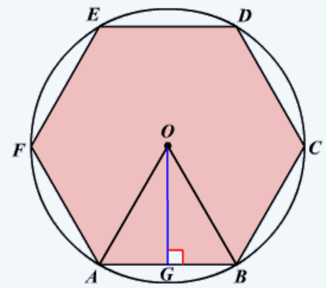


Figura 1: Hexágono regular para demostración.

1 [10 puntos] Señala si las relaciones son directamente proporcionales o inversamente proporcionales.

1a La población mundial y el consumo de agua.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1b La población mundial y la cantidad de agua disponible por persona.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1c La distancia al sol y la temperatura.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1d El tamaño de un planeta y su fuerza de gravedad.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1e La velocidad de un móvil y la distancia recorrida.
- √ **Directamente proporcional**
- ☐ Inversamente proporcional

1f La cantidad de imágenes guardadas en el celular y la cantidad de espacio libre.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1g El tamaño de un archivo y el tiempo de descarga.
- ☐ Directamente proporcional
- ☐ Inversamente proporcional

1h La velocidad de conexión a Internet y el tiempo de descarga de archivos.
- ☐ Directamente proporcional
- √ **Inversamente proporcional**

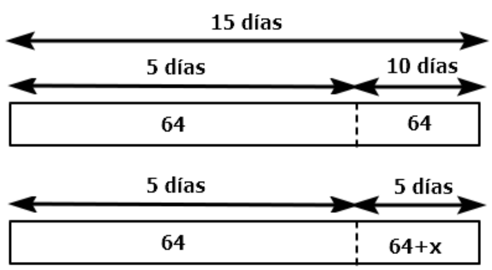
2 [10 puntos] Un grupo de 30 agricultores puede sembrar todo un campo en 20 días. Al cabo de 5 días de trabajo, se les unen agricultores de otro grupo, de modo que en 10 días más terminan la siembra.
¿Cuántos agricultores había en el segundo grupo?

Solución:

3 [10 puntos] Un grupo de 64 obreros puede terminar una obra en 15 días. Al cabo de 5 días de trabajo, se les unen obreros de otro grupo, de modo que tardan 5 días menos en terminar la obra. **¿Cuántos obreros había en el segundo grupo?**

Solución:

Sabemos que 64 obreros terminarían la obra en 15 días. Como luego de los primeros 5 días de trabajo llegaron más obreros, hacemos el siguiente gráfico para representar la situación:



Observamos que, en esta situación, a mayor cantidad de obreros, menos días se necesitarán para terminar la obra.

Cantidad de obreros	64	64+x
Cantidad de días de trabajo	10	5

Como es una relación inversamente proporcional, planteamos la siguiente relación:

$$\begin{aligned} 64 \times 10 &= 5 \times (64 + x) \\ 640 &= 320 + 5x \\ 5x &= 320 \\ x &= 64 \end{aligned}$$

En el segundo grupo, había 64 obreros más, es decir, un total de 128 obreros.

4 Antonio y Laura vieron un anuncio para limpiar un jardín de 40 m^2 por una paga de \$800.

4a [5 puntos] Si Antonio y Laura trabajaron el lunes y limpiaron la cuarta parte del jardín,
¿Qué cantidad les faltó por limpiar?
Escoge 1 respuesta:
A. 5 m^2 B. 10 m^2 C. 30 m^2 D. 40 m^2 E. 50 m^2

4b [5 puntos] El martes fueron ayudados por sus dos primos. Manteniendo el mismo ritmo de trabajo que el lunes,
¿Qué cantidad limpiaron el segundo día?
Escoge 1 respuesta:
A. 10 m^2 B. 20 m^2 C. 30 m^2 D. 40 m^2 E. 50 m^2

4c [5 puntos] Laura y sus dos primos salieron de vacaciones por lo que Antonio terminará el trabajo. Toño está desanimado así que decide dividir el trabajo que resta en 4 días.
¿Qué superficie limpiará cada día?
Escoge 1 respuesta:
A. 1 m^2 B. 2 m^2 C. 2.5 m^2 D. 3 m^2 E. 3.5 m^2

4d [5 puntos] De haber mantenido el ritmo de trabajo, **¿Cuántos días le habría tomado a Antonio terminar el trabajo?** *Escoge 1 respuesta:*
A. 1 dá B. 2 dás C. 3 dás D. 4 dás E. 5 dás

5 [10 puntos] Un grupo de 15 personas puede levantar una cosecha en 10 días. Al cabo de 6 días de trabajo, se les unen personas de otro grupo, de modo que en 1 día más terminan la cosecha.

¿Cuántas personas había en el segundo grupo?
Escoge 1 respuesta:
A. 25 personas B. 45 personas C. 30 personas D. 15 personas

6 Una expedición turística al desierto de Sonora consta de 50 personas adultas y cuenta con víveres para 12 días. Al momento de partir, se integran 10 personas más.

6a [5 puntos] ¿Con qué tipo de variación proporcional se puede modelar la situación?

Solución:
La situación describe una variación de proporcionalidad inversa.

6b [5 puntos] ¿para cuántos días alcanzarán los víveres para las personas de la excursión si todas comen las mismas porciones?

Solución:
Las 60 (es decir, $50 + 10$) personas tendrán comida para 10 días.

6c [10 puntos] Completa la tabla 1.

Tabla 1: Tabla comparativa entre personas y víveres

Personas	**Días que duran los viveres**	**Constante de proporcionalidad**
50	12	$50 \times 12 = 600$
10	60	$10 \times 60 = 600$
25	24	$25 \times 24 = 600$
40	15	$40 \times 15 = 600$
80	7.5	$80 \times 75 = 600$

7 Seis albañiles construyen una casa en 90 días.

7a [5 puntos] ¿Qué tipo de variación proporcional es? Argumenta tu respuesta.

7b [5 puntos] ¿Cuántos dias tardarán nueve albañiles, trabajando al mismo ritmo, en construir una casa del mismo tamaño?

7c [10 puntos] Completa la tabla 2.

Tabla 2

Albañiles	**Días de trabajo**	**Constante de proporcionalidad**
1		
2		
	108	
6	90	$6 \times 90 = 540$
	67.5	
15		

8 El logotipo del acero americano, esta compuesto por tres figuras de colores. Si el logotipo se coloca dentro de un rectángulo que mide 7.5 cm de ancho y 10 cm de alto, como se muestra en la Figura 2:

Figura 2: Logotipo llamado *stealmark*, propiedad del Instituto Americano del Hierro y del Acero.

8a [5 puntos] ¿Cuánto mide el área ocupada por el logotipo?

8b [5 puntos] ¿Cuánto mide el área blanca del rectángulo?

9 A partir de la información dada sobre un polígono regular, traza la figura descrita en los siguientes incisos y **calcula su perímetro**.

9a [5 puntos] Su lado mide 1.6 cm y se puede trazar únicamente una diagonal desde cualquier vértice.

Figura: Perímetro:

9b [5 puntos] El valor de un ángulo central es de 72° y mide 2 cm de lado.

Figura: Perímetro:

9c [5 puntos] Cada lado mide 1 cm y se puede descomponer en 6 triángulos equiláteros congruentes.

Figura: Perímetro:

(10) [10 puntos] Calcula el área sombreada de las figuras 3a y 3b.

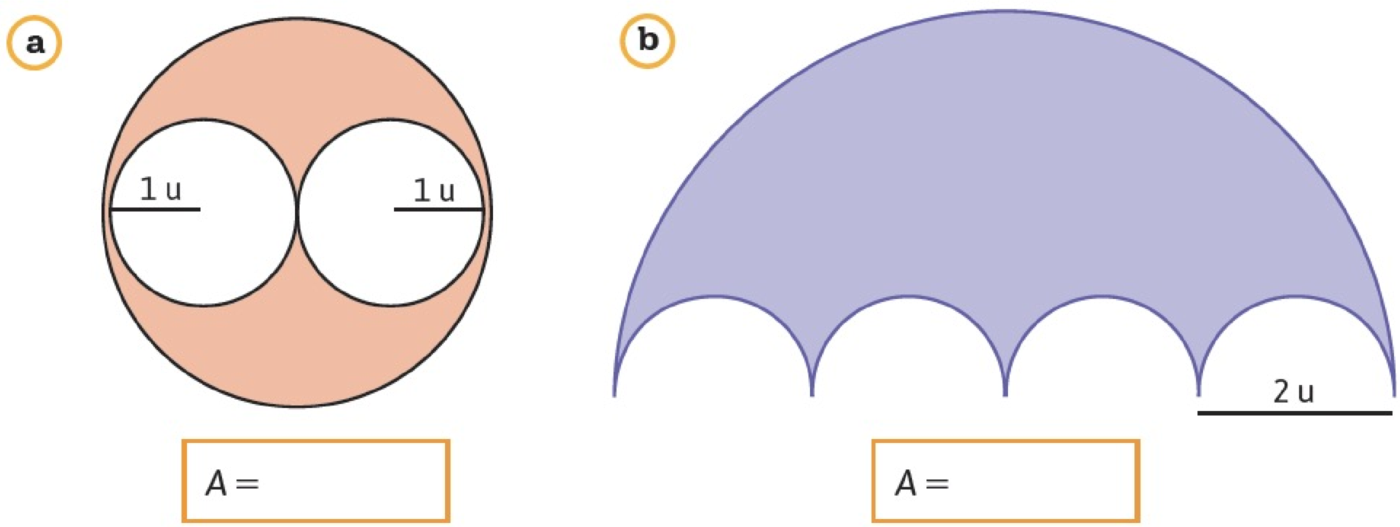


Figura 3: Secciones sombreadas de círculos.

(11) Observa el esquema de una cancha de basquetbol de la figura 4. Nota que las medidas están en pulgadas y pies.

(11a) [5 puntos] Calcula el área de una de las regiones de tiros de falta (foul) formada por un rectángulo y un semicírculo.

(11b) [5 puntos] Determina las áreas de los círculos centrales.

(11c) [5 puntos] Calcula el área de las dos regiones de tres puntos.

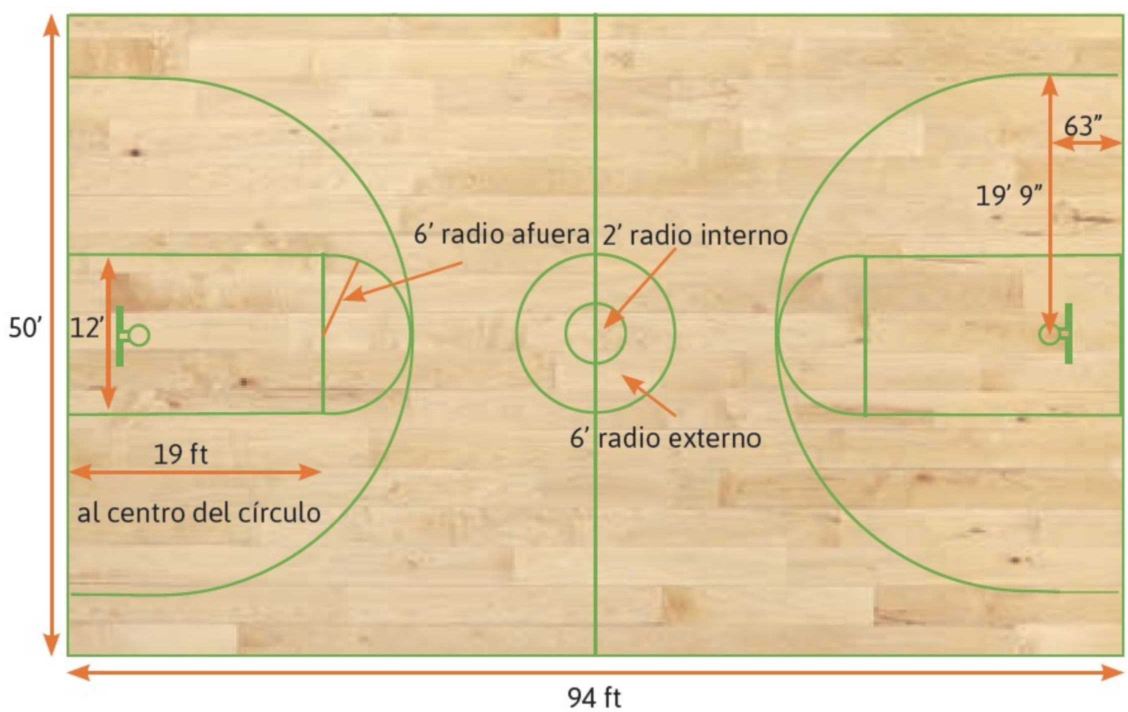


Figura 4: Cancha de basquetbol con medidas.

12 Jaime estudia Medicina. En una clase ha aprendido que hay una nueva generación de fármacos en los que la cantidad de sustancia activa decae poco a poco hasta que el cuerpo la elimina completamente. Por ejemplo, un enfermo toma una medicina con 8 mg de sustancia activa, la cual decae 0.5 mg cada dos días. Por lo que su profesor les solicita que describan la relación entre cantidad de sustancia activa y los días que dura dentro del cuerpo.

12a [5 puntos] Completa la Tabla 3 en la que se calcula diariamente la cantidad de sustancia activa dentro del enfermo.

Días	Sustancia activa (mg)
0	8
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Tabla 3: Tabla que relaciona la cantidad de sustancia activa de acuerdo con los días.

12b [5 puntos] Traza la gráfica en la Figura 5 que describe la relación de la sustancia activa con los días que pasan. ¿La gráfica es ascendente o descendente?

Figura 5: Gráfica que relaciona la cantidad de sustancia activa de acuerdo con los días.

12c [2 puntos] ¿Cuál es la razón de cambio? ¿Cómo se relaciona ésta con la constante de proporcionalidad? ¿Cuál es? Explica su obtención.

12d [2 puntos] Escribe una expresión algebraica que describa la situación. ¿Cuál es el valor de la pendiente y de la ordenada al origen? Describe su obtención:

12e [2 puntos] ¿En cuántos días la sustancia activa queda totalmente eliminada del organismo del enfermo? Explica.

12f [2 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 8 mg que decae 0.5 mg cada día con relación al tiempo que permanece la sustancia activa al inicio de este problema?
A. Es la mitad B. Es el mismo C. Es el doble D. No hay relación

12g [2 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 4 mg que decae 0.5 mg cada 2 días con relación al tiempo que permanece la sustancia activa al inicio de este problema?
A. Es la mitad **B. Es el mismo** C. Es el doble D. No hay relación

12h [2 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 8 mg que decae 1 mg por día con relación al tiempo que permanece la sustancia activa del inciso anterior?
A. Es la mitad B. Es el mismo C. Es el doble D. No hay relación

12i [2 puntos] ¿Cómo es la razón de cambio de una sustancia activa de 8 mg en el cuerpo humano que decae 0.5 mg cada medio día con relación a la razón de cambio de la sustancia del inciso anterior?
A. Es igual B. Es mayor C. Es menor D. No hay relación

12j [2 puntos] ¿Cómo es la razón de cambio de una sustancia activa de 8 mg en el cuerpo humano que decae 1 mg cada dos días días con relación a la razón de cambio de la sustancia del inciso anterior?
A. Es la mitad B. Es el mismo C. Es el doble D. No hay relación

12k [5 puntos] Ordena las sustancias de mayor (5) a menor (1) según el tiempo que permanecen en el cuerpo humano.

A. ___ Sustancia de 8 mg que decae 0.5 mg cada medio día.
B. ___ Sustancia de 4 mg que decae 1 mg cada dos días.
C. ___ Sustancia de 10 mg que decae 1 mg diario.
D. ___ Sustancia de 6 mg que decae 0.5 mg diario.

13 Lee con atención a cada problema y responde a las preguntas de cada uno.

13a [5 puntos] Matisyahu tomó una porción de pizza del congelador y la puso en el horno. Se graficó la temperatura de la pizza (en grados Celsius) como una función del tiempo (en minutos), en la Figura 6.

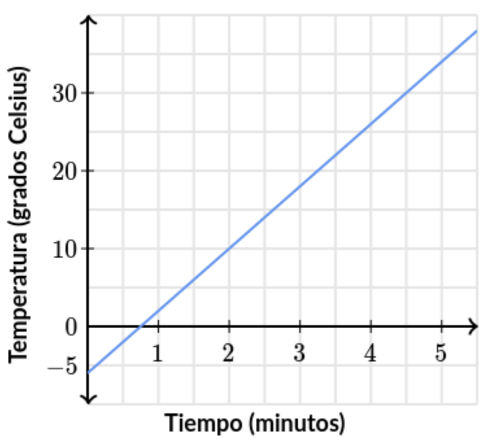


Figura 6: Grafica la temperatura de la pizza (en °C) como una función del tiempo (en minutos)

¿Qué tan rápido calentó el horno la pizza?
A. 0.80 °C/min B. 10 °C/min C. 0.9 °C/min D. 8 °C/min

13b [5 puntos] Karl viajó a Alaska en su camión. Se graficó la cantidad de combustible que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia que recorrió (en kilómetros), en la Figura 7.

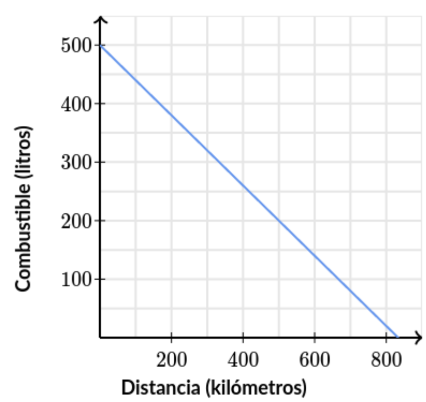


Figura 7: Gráfica de la cantidad de combustible que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia que recorrió (en kilómetros)

¿Cuánto combustible consume el tanque cada 100 kilómetros?
A. 60 L B. 0.5 L C. 500 L D. 0.6 L

13c [5 puntos] A Scott le gusta correr distancias largas. Puede correr 20 km en 85 minutos. Él quiere saber cuántos minutos le tomará correr 52 km al mismo paso.

¿Cuánto tardará Scott en correr 52 km?

______ minutos.

13d [5 puntos] Teresa está cuidando una fogata. Ha mantenido el fuego ardiendo durante 4 horas con 6 troncos. Ella quiere saber cuántos troncos necesita para mantener el fuego ardiendo durante 18 horas. Para sus cálculos, ella supone que todos los troncos son iguales.

¿Cuántos troncos necesita Teresa para mantener el fuego durante 18 horas?

______ troncos.

13e [5 puntos] A Ted le gusta correr distancias largas. Puede correr 20 km en 95 minutos. Él quiere saber cuántos kilómetros (k) recorrerá si corre al mismo paso durante 285 minutos.

¿Cuánto correrá Ted en 285 minutos?

60 kilómetros.

13f [5 puntos] El agente Hunt transfiere archivos clasificados del computador principal de la CIA a su unidad USB. La variable S modela el tamaño de los archivos (en megabytes) en la unidad después de t segundos de transferencia.

$$S = 5t + 45$$

¿Cuántos megabytes transfiere el agente Hunt cada 10 segundos?

______ megabytes.

13g [5 puntos] Harry obtuvo un préstamo del banco. La variable D modela la deuda restante de Harry (en pesos) como función del tiempo t en meses desde que obtuvo el préstamo.

$$D = -200t + 9000$$

¿Cuánto dinero paga Harry cada mes?

$______

13h [5 puntos] Andrei quiere llenar un tanque de vidrio con canicas, y luego el espacio restante con agua. La variable w modela la cantidad de agua (en litros) que Andrei usa si utiliza n canicas.

$$w = 32 - 0.05n$$

¿Cuál es el volumen de cada canica?

0.05 litros.

13i [5 puntos] La temperatura puede medirse en dos unidades comunes: grados Celsius y grados Fahrenheit. La variable F representa la temperatura en grados Fahrenheit que es equivalente a la temperatura C en grados Celsius.

$$F = 32 + 1.8C$$

¿Cuál es el incremento en grados Fahrenheit equivalente a un incremento de 10 grados Celsius?

______ grados Fahrenheit.

14 Se fabricará una ventana de forma circular con un marco de acero inoxidable y vidrio templado. El grosor del cancel es de 1 cm y el radio de la ventana de 30 cm. El precio del acero es de $1,200.00 el metro y el del vidrio es de $1,600.00 por metro cuadrado.

14a [5 puntos] ¿Cuántos metros de marco se ocuparán?

14b [5 puntos] ¿Cuántos metros cuadrados de vidrio se ocuparán?

Solución:

$$A_v = \pi r^2 = \pi \cdot 0.30^2 = 0.283\text{m}^2$$

14c [5 puntos] ¿Cuál es el precio total de la ventana?