



## Determina ángulos en triángulos congruentes

Guía  
31

### Aprendizajes

- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.

### Puntuación

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Obtenidos											

### Vocabulario

**Ángulo** ( $\angle$ ) → Medida de abertura entre dos rectas.

**Congruente** ( $\cong$ ) → que tiene el mismo tamaño, forma y medida.

**Lados Correspondientes** → los lados que ocupan la misma posición relativa.

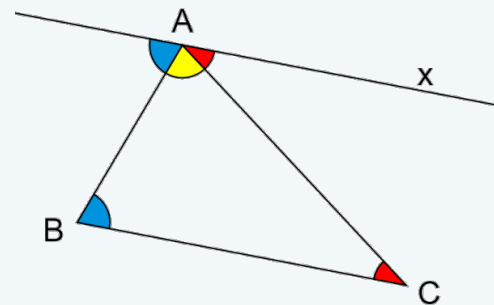
**Similar o Semejante** ( $\sim$ ) → que tiene la misma forma, pero no el mismo tamaño. Las formas similares son proporcionales entre sí.

### Definición de congruencia

Dos figuras son congruentes si y solo si se puede mapear una a la otra con transformaciones rígidas. Como las transformaciones rígidas preservan distancias y medidas de ángulos, todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

### Suma de los ángulos interiores de un triángulo

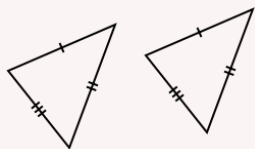
Figura 1: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .



$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

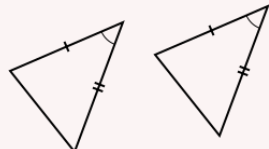
### Criterios de congruencia

#### Lado Lado Lado (LLL)



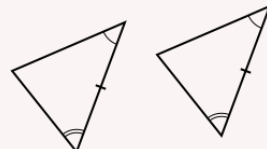
Cuando los tres pares de lados correspondientes son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Lado Ángulo Lado (LAL)



Cuando dos pares de lados correspondientes y los ángulos entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Ángulo Lado Ángulo (ALA)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y los lados entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Ángulo Ángulo Lado (AAL)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y un par de lados correspondientes (no entre los ángulos) son congruentes, los triángulos son congruentes.

### Ángulos y lados correspondientes de figuras congruentes

La palabra *correspondiente* se refiere a las partes que coinciden entre dos triángulos congruentes. Podemos identificar los ángulos y lados correspondientes.

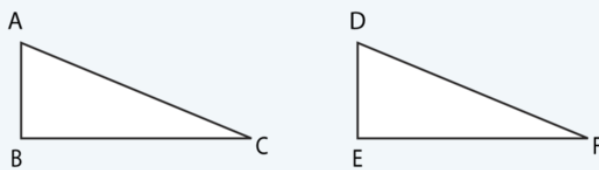


Figura 6

Primero, podemos nombrar los ángulos correspondientes. Los ángulos correspondientes coinciden con ángulos entre los dos triángulos. Los ángulos correspondientes tendrán la misma medida en triángulos congruentes.

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\angle B \cong \angle E$$

$$\angle C \cong \angle F$$

Luego, podemos nombrar los lados correspondientes. Los lados correspondientes son lados que coinciden entre los dos triángulos. Tendrán la misma longitud en triángulos congruentes.

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

### Ángulos entre una secante y dos rectas paralelas

#### Ángulos Colaterales

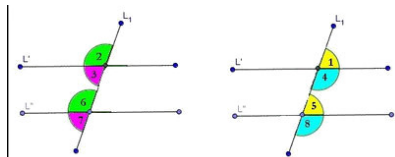


Figura 7: Son los ángulos que están ubicados al mismo lado de la secante.

#### Ángulos Internos

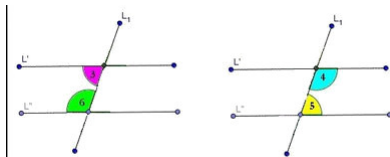


Figura 8: Son los ángulos que están ubicados entre las rectas paralelas.

#### Ángulos Externos

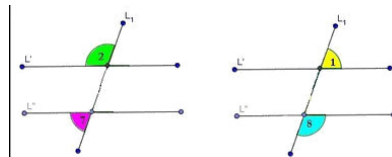


Figura 9: Son los ángulos que están ubicados por fuera de las rectas paralelas.

#### Ángulos Alternos Internos

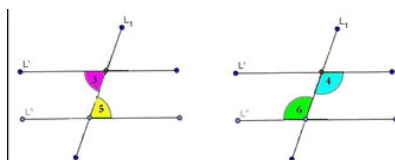


Figura 10: Son dos ángulos internos que no son colaterales ni adyacentes.

#### Ángulo Alternos Externos

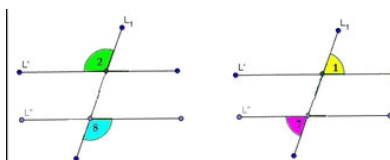


Figura 11: Son dos ángulos externos que no son colaterales ni adyacentes.

#### Ángulos Correspondientes

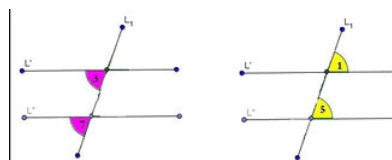


Figura 12: Son dos ángulos uno interno y el otro externo que son colaterales pero no adyacentes.

## Ejemplo 1

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 13.

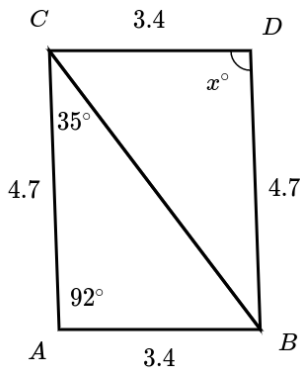


Figura 13

**Solución:**

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle ACB$  y  $\angle ACB$  mide  $35^\circ$ . **Por lo tanto**,  $x = 35^\circ$ .

## Ejercicio 1

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 14.

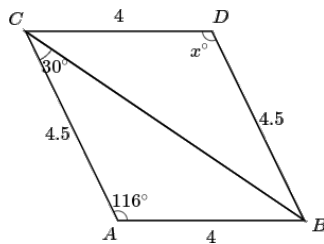


Figura 14

**Solución:**

## Ejemplo 2

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 15.

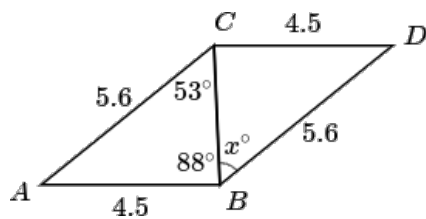


Figura 15

**Solución:**

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle ACB$  y  $\angle ACB$  mide  $53^\circ$ . **Por lo tanto**,  $x = 53^\circ$ .

## Ejercicio 2

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 16.

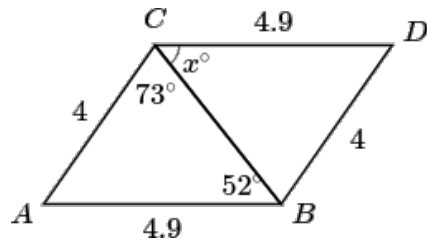


Figura 16

Solución:

## Ejemplo 3

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 17.

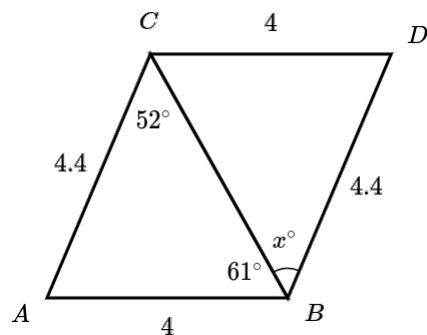


Figura 17

Solución:

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle ACB$  y  $\angle ACB$  mide  $52^\circ$ . **Por lo tanto**,  $x = 52^\circ$ .

## Ejercicio 3

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 18.

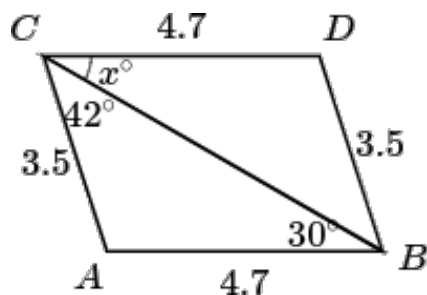


Figura 18

Solución:

**Ejercicio 4****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 19.

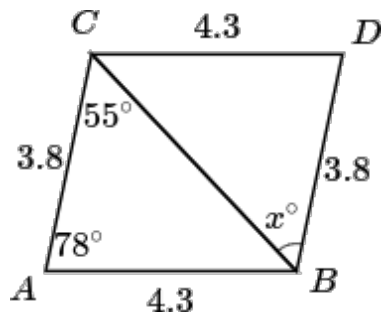


Figura 19

**Solución:****Ejemplo 4**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 20.

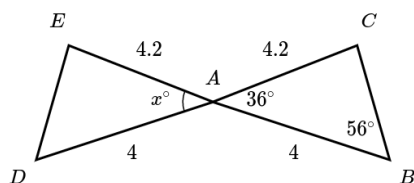


Figura 20

**Solución:**

$\angle DAE$  forma un ángulo opuesto por el vértice con  $\angle BAC$ , por lo tanto la medida de  $\triangle DAE$  es igual a la medida de  $\triangle BAC$ .  $\triangle ABC$  y  $\triangle ADE$  también tienen dos lados iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle ADE$  son congruentes.

**Ejercicio 5****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 21.

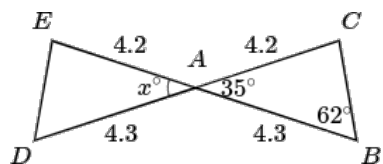


Figura 21

**Solución:**

**Ejemplo 5**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 22.

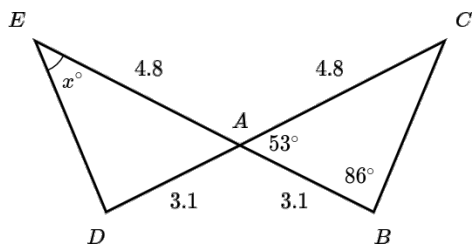


Figura 22

**Solución:**

$\angle DAE$  forma un ángulo opuesto por el vértice con  $\angle BAC$ , por lo tanto la medida de  $\angle DAE$  es igual a la medida de  $\angle BAC$ .

$\triangle ABC$  y  $\triangle ADE$  también tienen dos lados iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle ADE$  son congruentes.

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, volteando  $\triangle EDA$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle ABC$ .

$\angle ABC$  mide:

$$x = 180^\circ - 53^\circ - 86^\circ = 41^\circ$$

**Ejercicio 6****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 23.

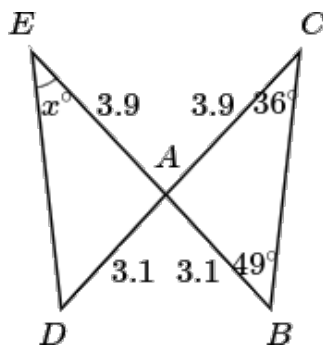


Figura 23

**Solución:****Ejemplo 6**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 24.

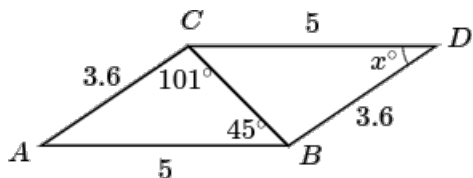


Figura 24

**Solución:**

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle BAC$  y  $\angle BAC$  mide:

$$x = 180^\circ - 101^\circ - 45^\circ = 34^\circ$$

**Ejercicio 7****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 25.

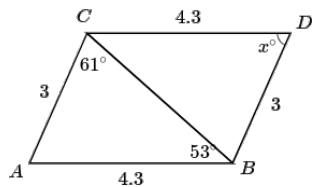


Figura 25

**Solución:****Ejemplo 7**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 26.

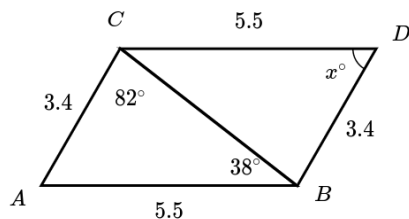


Figura 26

**Solución:**

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle BAC$  y  $\angle BAC$  mide:

$$x = 180^\circ - 82^\circ - 38^\circ = 60^\circ$$

**Ejercicio 8****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 27.

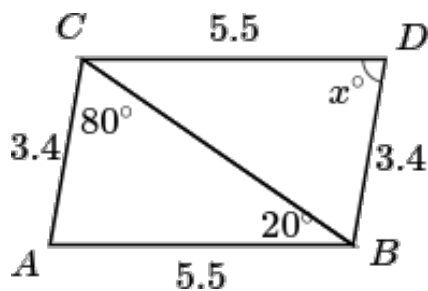


Figura 27

**Solución:**

**Ejemplo 8**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 28.

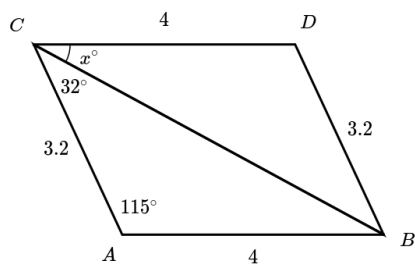


Figura 28

**Solución:**

$\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  tienen tres lados iguales. Comparten el lado  $\overline{BC}$ , las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son iguales y las longitudes de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son iguales. Por lo tanto,  $\triangle ABC$  y  $\triangle BCD$  son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando  $\triangle ABC$ , observamos que el ángulo  $x$  corresponde al  $\angle CBA$  y  $\angle CBA$  mide:

$$x = 180^\circ - 115^\circ - 32^\circ = 33^\circ$$

**Ejercicio 9****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 29.

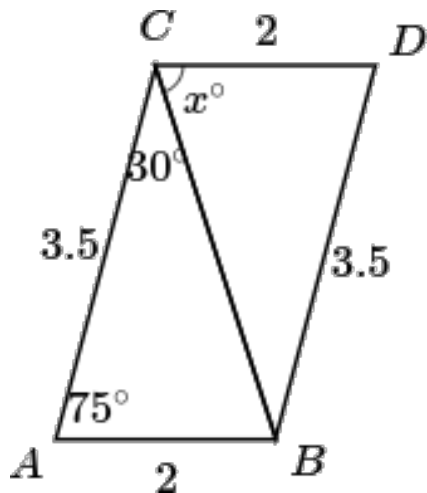


Figura 29

**Solución:****Ejercicio 10****10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 30.

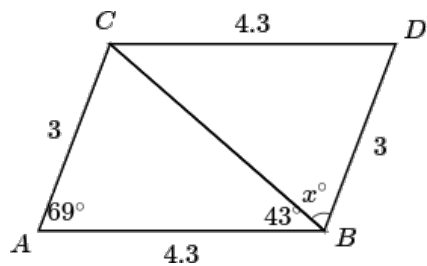


Figura 30

**Solución:**