Matemáticas 1

Cuaderno de Trabajo
para los alumnos de 1° de Secundaria
en el curso durante el ciclo escolar
2022-2023

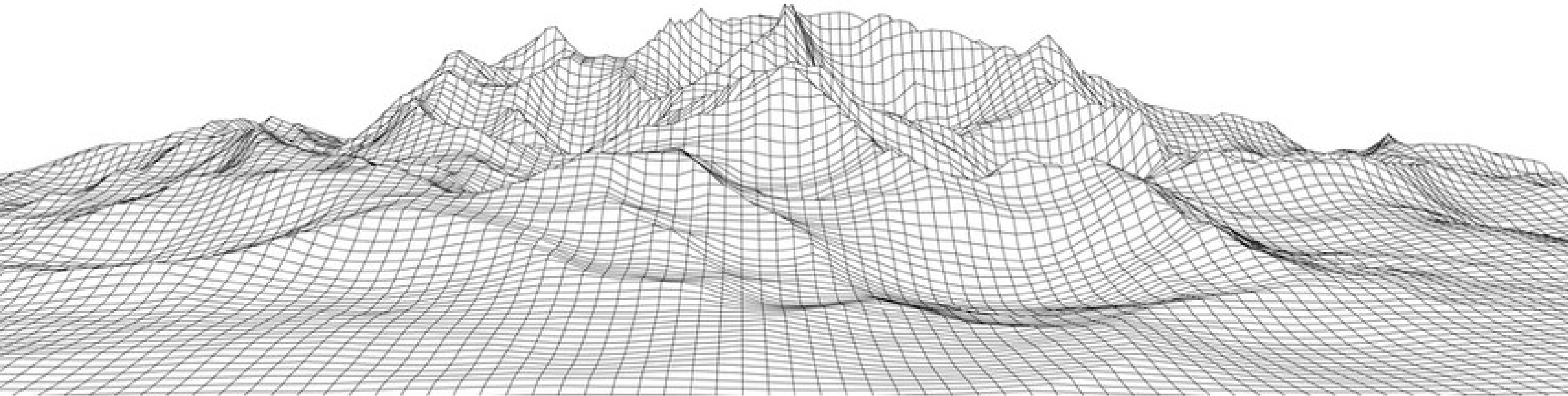
POR

Melchor Pinto, J.C.

Profesor de asignatura en

Escuela Rafael Díaz Serdán

Educación para la vida



Contenido

Unidad 1

En esta unidad estudiaremos ...

S1. Fracciones y decimales
- L1. Equivalencias de fracciones y decimales
  - Fracciones equivalentes
  - Equivalencias al entero
  - Convierte fracciones a decimales
  - Convierte decimales a fracciones
- L2. Decimales periódicos
  - Redondeo y truncamiento

S2. Recta Numérica, Densidad y Orden
- L1. Orden de los números enteros
  - Orden de los números enteros positivos
  - Orden de los números enteros negativos
- L2. Orden de fracciones y decimales
  - Orden en los números fraccionarios
  - Orden en los números decimales
- L3. Densidad de fracciones y decimales
  - Densidad de los decimales

S3. Números enteros (positivos y negativos)
- L1. Signo de los números enteros

S4. Aritmética de números enteros (positivos y negativos)
- L1. Adición de números enteros
  - Suma de numeros enteros positivos
  - Suma de numeros enteros positivos y negativos
  - Suma de numeros enteros negativos
  - Conmutatividad aditiva
- L2. Resta de números enteros
  - Resta de numeros enteros positivos
  - Resta de numeros enteros negativos
  - Resta de dos numeros negativos
- L3. Producto de números enteros
  - Multiplicación de números enteros
  - Conmutatividad multiplicativa
  - División de números enteros

S5. Aritmética de números racionales (fraccionarios y decimales)
- L1. Adición de números fraccionarios y decimales
  - Suma de numeros fraccionarios y decimales
  - Resta de números fraccionarios y decimales
- L2. Producto de números fraccionarios y decimales
  - Multiplicación de números fraccionarios y decimales
  - División de números fraccionarios y decimales

S6. Jerarquía de operaciones y signos de agrupación
- L1. Jerarquía de operaciones
- L2. Signos de agrupación

S7. Ángulos, triángulos y cuadriláteros
- L1. Ángulos y rectas paralelas

S1 Fracciones y decimales

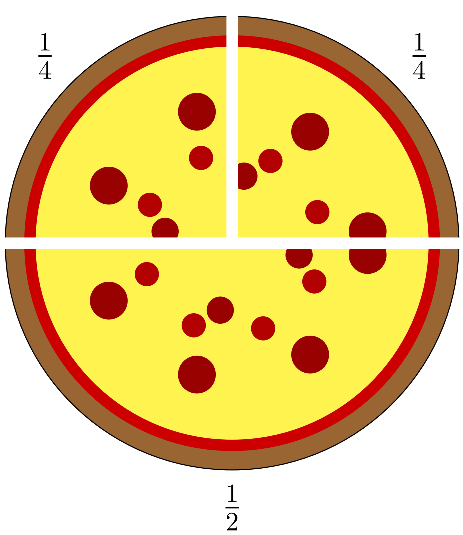
En esta sección, estudiaremos las fracciones y los decimales, que son dos formas de representar números racionales. Los números racionales son aquellos que se pueden expresar como el cociente de dos números enteros. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$, 5 o 7.6. En esta sección, aprenderemos a representar números racionales en forma de fracción, en forma decimal y de forma entera. También aprenderemos a comparar fracciones, decimales y enteros, y a convertir de una forma a otra.

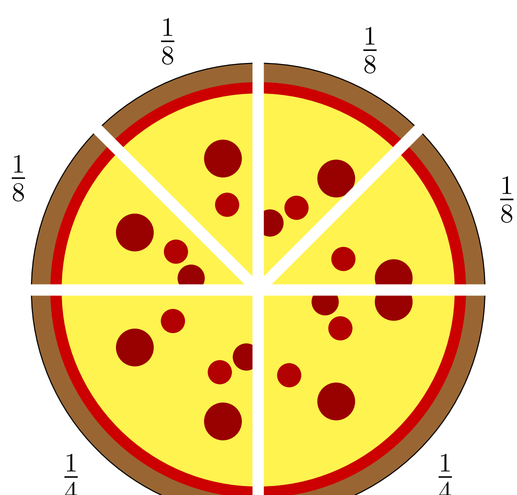
L1 Equivalencias de fracciones y decimales

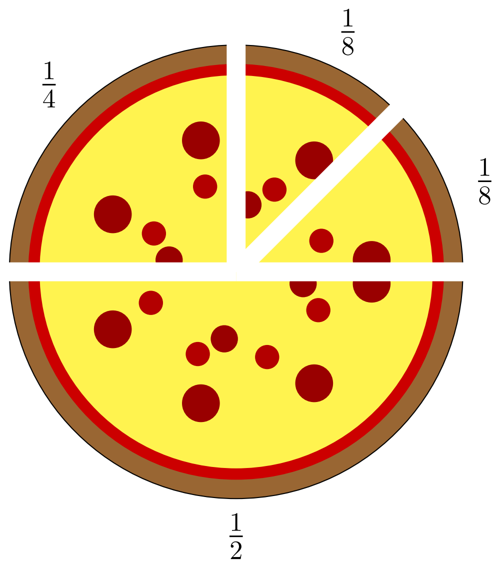
Fracciones equivalentes

Cuando dos fracciones representan el mismo número, decimos que son equivalentes. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son equivalentes, porque representan el mismo número. Para verlo, podemos dividir una pizza en dos partes iguales, y luego dividir una de esas partes en dos partes iguales.

Aquí podemos notar que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, y que $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

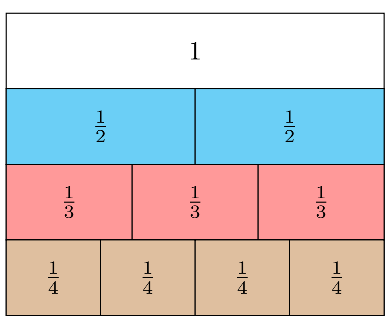






Equivalencias al entero

Una fracción es equivalente al entero cuando el numerador es igual al denominador. Por ejemplo, $\frac{3}{3}$ es equivalente a 1, porque



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$$
$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$$
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

Convierte fracciones a decimales

Para convertir una fracción a decimal, dividimos el numerador entre el denominador. Por ejemplo, para convertir $\frac{3}{4}$ a decimal, dividimos 3 entre 4.

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4\,\overline{)\,3.00} \\ \underline{2.8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \qquad \text{entonces, } \frac{3}{4}=0.75$$

Convierte decimales a fracciones

Para convertir un decimal a fracción, debemos escribir el número decimal como una fracción decimal, y luego simplificarla. Por ejemplo, para convertir 0.75 a fracción, escribimos 0.75 como $\frac{75}{100}$, y luego simplificamos la fracción.

$$0.75 = \frac{75}{100}$$

En una **fracción decimal** el denominador debe ser una potencia de 10. En este caso, el denominador es 100, que es una potencia de 10. Si el decimal tiene un solo dígito después del punto decimal, el denominador debe ser 10. Por ejemplo, para convertir 0.5 a fracción, escribimos 0.5 como $\frac{5}{10}$, y luego simplificamos la fracción.

$$0.5 = \frac{5}{10}$$

Para **simplificar una fracción**, dividimos el numerador y el denominador entre el máximo común divisor de ambos. En este caso, el máximo común divisor de 75 y 100 es 25, por lo que la fracción simplificada es

$$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$$

L2 Decimales periódicos

Un decimal periódico es un decimal que tiene un patrón de dígitos que se repite infinitamente. Por ejemplo, al convertir la fracción $\frac{1}{3}$ a un número decimal, se obtiene:

$$\begin{array}{r} 0.3 \\ 3\overline{)1.0} \\ 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

$0.3333\ldots$ es un decimal periódico, porque el patrón 3 se repite infinitamente. El patrón de un decimal periódico se llama **período**. El período de $0.3333\ldots$ es 3, y se escribe como:

$$0.3333\cdots = 0.\overline{3} \qquad \text{(Se pronuncia “\textit{cero punto tres periódico}”)}$$

Redondeo y truncamiento

Cuando convertimos una fracción a decimal, a veces obtenemos un decimal que no termina nunca de escribirse por completo. Por ejemplo, al convertir $\frac{1}{3}$ a decimal, obtenemos $0.3333\ldots$. En este caso, podemos **redondear** el decimal a un número finito de dígitos, o podemos **truncar** el decimal a un número finito de dígitos.

Redondeo Redondear un número quiere decir reducir el número de cifras manteniendo un valor parecido. El resultado es menos exacto, pero más fácil de usar. Para redondear un decimal, debemos decidir cuántos dígitos queremos en el resultado. Luego, miramos el siguiente dígito después del último dígito que queremos en el resultado. Si el siguiente dígito es 5 o más, sumamos 1 al último dígito que queremos en el resultado. Si el siguiente dígito es menor que 5, no sumamos nada al último dígito que queremos en el resultado.

Por ejemplo, para redondear $0.6666\ldots$ a 2 dígitos, miramos el tercer dígito, que es 6. Como 6 es mayor que 5, sumamos 1 al segundo dígito, y obtenemos 0.67.

https://www.expii.com/t/rounding-decimals-definition-examples-9071

Redondea 6,121.87856 a la milésima más cercana. Paso uno: Identifique el dígito en el valor posicional dado. Desde nuestro decimal es 6,121.87856 , el número en el lugar de las milésimas es 8:

$$6,121.87\boxed{8}56$$

Paso dos: identifica el dígito al lado. El dígito al lado del 8 en el lugar de las milésimas es 5:

$$6,121.87\boxed{8}\boxed{5}6$$

Paso tres: redondea el nuevo número (el compuesto por los dígitos del Paso Uno y Paso Dos) a la decena más cercana. Este nuevo número es 85, que obtuvimos del 8 en el paso uno y del 5 en el paso dos:

$$6,121.87\boxed{85}6$$

Cuando redondeamos a la decena más cercana, obtenemos 90:

$$6,121.87\boxed{90}6$$

Paso cuatro: ¡Elimine todos los dígitos después del valor posicional dado! Recuerda, nuestro el valor posicional dado era el lugar de las milésimas. Cuando eliminamos todos los dígitos después el 9 en el lugar de las milésimas, obtenemos:

$$6,121.879$$

Redondear un número es una forma de hacer que un número sea menos exacto al comvertirlo en una estimación.

¿Por qué querrías que un número fuera menos preciso?, podrías preguntar. Para principiantes, Los números redondeados son fáciles de hacer con los cálculos. Es mucho más fácil agregar,

$$300 + 500$$

, que sumar,

$$312 + 498$$

Otras veces simplemente no necesitas precisión. Si fuiste a un concierto, no necesitas decir que había 399,342 personas en el estadio. Simplemente diría que había alrededor de 400,000.

Para redondear decimales, primero debe asegurarse de conocer su lugar valores. En su mayoría, se le pedirá que redondee un número a un valor posicional específico. Para hacer esto, mira el número a la derecha del valor posicional. Si es un 5 o más, eleva el número en el valor posicional en uno. Si se es un 4 o menos, deja el número solo en el valor posicional. Una vez que hagas esto, convierte todos los dígitos a la derecha del valor posicional en 0.

Supongamos que queremos aproximar 42.49275 a la milésima más cercana.

Primero se localiza el valor posicional dado. En este caso, milésimas.

$$42.49\boxed{2}75$$

A continuación, miramos el dígito a la derecha.

$$42.49\boxed{2}\boxed{7}5$$

Aquí, es 7. Como esto es mayor que 5, aumentamos el número del valor posicional en uno.

$$42.49\boxed{3}\boxed{0}5$$

Finalmente, eliminamos todos los dígitos a la derecha del valor posicional.

$$42.49\boxed{3}$$

Ahora supongamos que queremos redondear 42.09998 a la diezmilésima más cercana.

Ubicando el valor posicional encontramos al digito 9.

$$42.099\boxed{9}\boxed{8}$$

El número a su derecha, 8, que es mayor que 5 por lo que aumentamos nuestro valor posicional en uno. Pero esto convierte nuestro 9 en un 10. Convierte el 9 en un 0 y aumenta el siguiente dígito a la izquierda en uno. Esto convertirá cualquier 9 seguido en 0 finalmente aumentando décimas en uno.

$$42.\boxed{100}\boxed{0}\boxed{8}$$

Finalmente, eliminamos cualquier dígito a la derecha de nuestro valor posicional.

$$42.100$$

Podemos omitir cualquier exceso de ceros.

$$42.1$$

En el caso especial en el que queremos redondear al número entero más cercano, no habrá nada después del punto decimal una vez que hayamos terminado.

Redondear decimales funciona igual que redondear números enteros.

Para redondear un decimal a un valor posicional dado, mire el dígito en el lugar A la derecha.

Si el dígito es menor que 5, se redondea hacia abajo. Si el dígito es mayor que o igual a 5, se redondea hacia arriba. Por ejemplo, redondeemos 1.41 al más cercano décimos Seleccionemos el dígito de las décimas, 4, con azul.

$$1.41$$

A continuación, seleccione el dígito a la derecha.

$$1.41$$

Como 1 es menor que 5, vamos a redondear hacia abajo. Dejamos 4 tal cual y haga que todos los dígitos a la derecha sean 0.

$$1.40$$

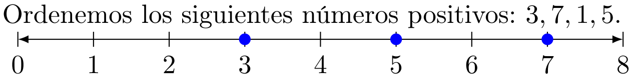
Truncamiento Para truncar un decimal, debemos decidir cuántos dígitos queremos en el resultado. Luego, eliminamos todos los dígitos después del último dígito que queremos en el resultado. Por ejemplo, para truncar 0.6666 . . . a 2 dígitos, eliminamos todos los dígitos después del segundo dígito, y obtenemos 0.66.

La recta numérica es una línea recta en la que se representan los números reales. La recta numérica es una forma de representar los números reales en una línea recta. En ella, cada punto representa un número real. Los números se pueden representar y se pueden comparar los números reales en la recta numérica. Para poder trabajar con números enteros de manera efectiva, es fundamental ordenarlos en la recta numérica. Los números positivos se ubican hacia la derecha, mientras que los números negativos se colocan hacia la izquierda. Veamos algunos ejemplos:

L1 Orden de los números enteros

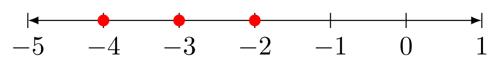
Orden de los números enteros positivos

Ordenemos los siguientes números positivos: $3, 7, 1, 5$.



Los números positivos ordenados son: $1, 3, 5, 7$.

Orden de los números enteros negativos



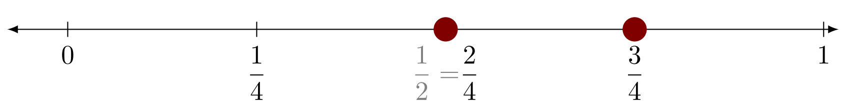
Ahora, ordenemos los siguientes números negativos: $-4, -1, -3, -2$.
Los números negativos ordenados son: $-4, -3, -2, -1$.

L2 Orden de fracciones y decimales

Orden en los números fraccionarios

Para comparar fracciones, debemos convertirlas a un mismo denominador. Por ejemplo, para comparar $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$, debemos convertirlas a un mismo denominador. El mínimo común múltiplo de 2 y 4 es 4, por lo que debemos convertir $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$, y $\frac{3}{4}$ a $\frac{3}{4}$. Ahora podemos compararlas, y vemos que:

$$\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$$

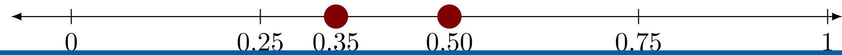


Orden en los números decimales

Para comparar decimales, debemos convertirlos a un mismo número de decimales. Por ejemplo, para comparar 0.5 y 0.35, debemos convertirlos a un mismo número de decimales. El número de decimales de 0.5

es 1, y el número de decimales de 0.35 es 2. Para convertir 0.5 a 0.50, debemos agregar un 0 al final. Ahora podemos compararlos, y vemos que:

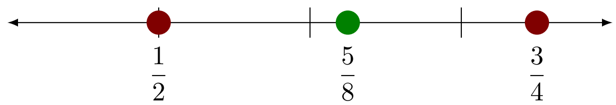
$$0.50 > 0.35$$



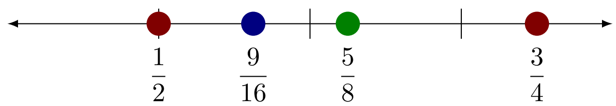
L3 Densidad de fracciones y decimales

En teoría de conjuntos, se dice que un conjunto numérico es **denso**, si entre dos elementos cualesquiera del conjunto, existe otro elemento del conjunto. Por ejemplo, el conjunto de los números racionales es denso, porque entre dos números racionales cualesquiera, existe otro número racional.

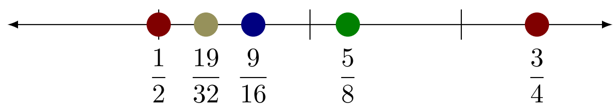
Por ejemplo, entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$, existe $\frac{5}{8}$.



Si observamos ahora en medio del $\frac{1}{2}$ y el $\frac{5}{8}$, está el $\frac{9}{16}$.

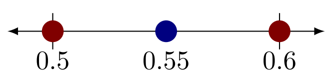


Y si observamos ahora en medio del $\frac{1}{2}$ y el $\frac{9}{16}$, esta el $\frac{19}{32}$.

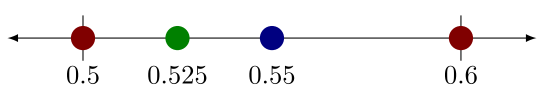


Densidad de los decimales

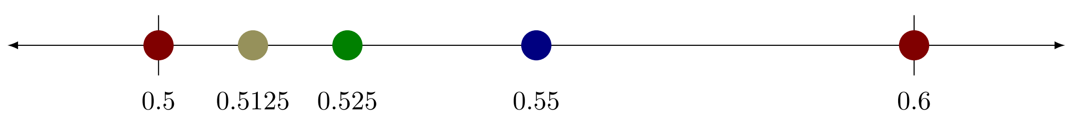
Los decimales también son densos. Por ejemplo, entre 0.5 y 0.6, existe 0.55.



Si observamos de cerca ahora en medio del 0.5 y el 0.55, esta el 0.525.



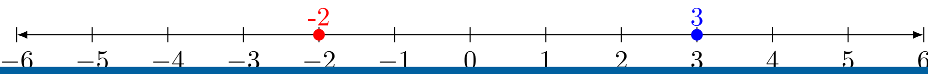
Y si observamos de cerca ahora en medio del 0.5 y el 0.525, esta el 0.5125.



A esta propiedad de los números racionales (fracciones, decimales y enteros), se le llama **densidad**.

S4 Aritmética de números enteros (positivos y negativos)

Los números positivos son aquellos mayores que cero, como $1, 2, 3, \ldots$. Por otro lado, los números negativos son aquellos menores que cero y están precedidos por el signo menos $(-)$, como $-1, -2, -3, \ldots$. Ambos tipos de números se encuentran en la recta numérica:

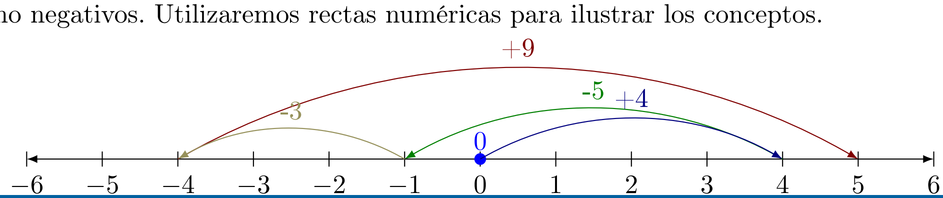


L1 Signo de los números enteros

El signo de un número nos indica si es positivo o negativo. Un número positivo no lleva ningún signo, mientras que un número negativo lleva el signo menos $(-)$ delante de él. Por ejemplo, el número 4 es positivo, y el número -4 es negativo.

En la recta numérica, un número positivo se ubica a la derecha del cero, mientras que un número negativo se coloca a la izquierda del cero.

En esta sección, aprenderemos cómo sumar y restar números enteros, incluyendo tanto números positivos como negativos. Utilizaremos rectas numéricas para ilustrar los conceptos.

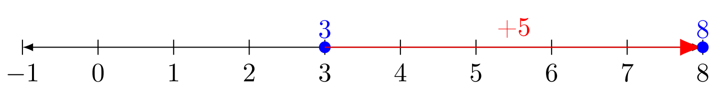


L1 Adición de números enteros

Para sumar dos números enteros, podemos utilizar el concepto de moverse a la derecha en la línea numérica para representar números positivos y a la izquierda para números negativos. Veamos algunos ejemplos:

Suma de numeros enteros positivos

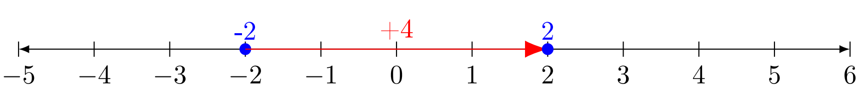
Consideremos la suma de $3 + 5$:



Por lo tanto, $3 + 5 = 8$.

Suma de numeros enteros positivos y negativos

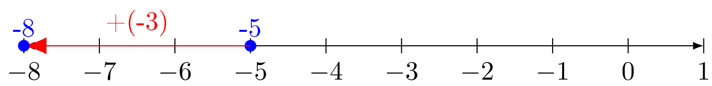
Ahora, sumemos $(-2) + 4$:



Por lo tanto, $(-2) + 4 = 2$.

Suma de numeros enteros negativos

Por último, sumemos $(-5) + (-3)$:



Por lo tanto, $(-5) + (-3) = -8$.

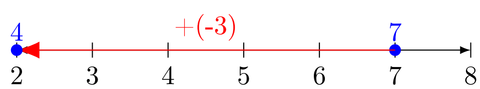
Conmutatividad aditiva

L2 Resta de números enteros

La resta de números enteros puede pensarse como sumar el opuesto (o inverso aditivo) del número. Veamos algunos ejemplos:

Resta de numeros enteros positivos

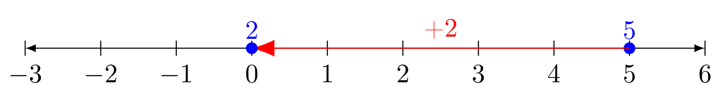
Consideremos $7 - 3$:



Por lo tanto, $7 - 3 = 4$.

Resta de numeros enteros negativos

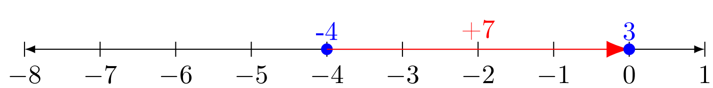
Ahora, restemos $5 - (-2)$:



Por lo tanto, $5 - (-2) = 7$.

Resta de dos numeros negativos

Por último, restemos $(-4) - (-7)$:



Por lo tanto, $(-4) - (-7) = 3$.

L3

Producto de números enteros

S5 Aritmética de números racionales (fraccionarios y decimales)

L1 Adición de números fraccionarios y decimales

Suma de numeros fraccionarios y decimales

Resta de números fraccionarios y decimales

L2 Producto de números fraccionarios y decimales

Multiplicación de números fraccionarios y decimales

División de números fraccionarios y decimales

S6 Jerarquía de operaciones y signos de agrupación

L1 Jerarquía de operaciones

L2 Signos de agrupación

S7 Ángulos, triángulos y cuadriláteros

L1 Ángulos y rectas paralelas

L2 Suma de los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero

Ángulos de un triángulo

Ángulos de un cuadrilátero

L1 Criterios de congruencia

Unidad 2

En esta unidad estudiaremos ...

S9 Jerarquía de operaciones y signos de agrupación

Aprendizajes esperados

Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).

L1 Jerarquía de operaciones y signos de agrupación

Dentro de las operaciones básicas de la aritmética existe una **jerarquía de operaciones**, es decir un **orden**.

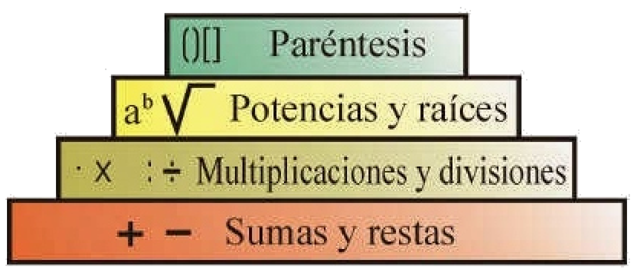
Recuerda cuando estabas en primaria y empezabas a leer, ¿qué aprendiste primero? Seguro fueron las vocales, después fueron sílabas, después palabras completas hasta poder llegar a los enunciados y dentro de los enunciados vienen los signos de puntuación, las comas, los dos puntos, el punto y seguido, el punto aparte, etc. Y entendiste la importancia de los signos de puntuación.

En los siguientes enunciados podemos observar ejemplos:

Perdón imposible, castigarlo.
Perdón, imposible castigarlo.

Como podemos ver el significado de ambas expresiones son diferentes, bueno de eso se trata, en las matemáticas existen reglas que si no se siguen el resultado de la operación sería incorrecto.

La operación de suma, resta, multiplicación y división tienen el siguiente orden:



Ejemplo 1: En este ejercicio haremos uso del paréntesis

$$(10+2)/3-2$$

Observemos en este primer ejemplo se tiene un paréntesis y tiene mayor jerarquía, por lo que primero se realiza esta operación.

$$12/3-2$$

Seguimos con el operador que tiene la jerarquía mas alta que es la división, y vamos de izquierda a derecha y realizamos la operación.

$$4-2$$

Y por último, al resultado se le restan 2. Por lo que la operación nos queda:

$$(10 + 2)/3 - 2 = 2$$

Ejemplo 2: En este ejercicio no utilizaremos el paréntesis

Ahora vamos a ver el mismo problema pero sin el paréntesis.

$$5 + 6/2 - 2$$

Observemos que ahora la jerarquía mas alta la tiene primero la división, ya que no existe ningún paréntesis.

$$8 + 2 - 2 = 8$$

Vamos de izquierda a derecha, hacemos primero la suma y luego la resta y tenemos el resultado, como podemos apreciar la gran importancia de respetar el orden de las operaciones para poder encontrar el resultado correcto.

Ejemplo 3: En este ejercicio explicaremos un poco más detallado

$$4 - 6/2 + 5 \times 2$$

Vamos de izquierda a derecha y hacemos la división por que en este ejemplo es el operador con mas jerarquía.

$$4 - 3 + 5 \times 2$$

Luego vamos de izquierda a derecha buscando el operador que tiene la mayor jerarquía para hacer la operación. El cual es la multiplicaciónn.

$$4 - 3 + 10$$

Seguimos con la resta por izquierda y luego por la derecha

$$1 + 10$$

Por ultimo el resultado es el número 11.

$$4 - 6/2 + 5 \times 2 = 11$$

Problemas

S10 Resolución de problemas con valores faltantes

Aprendizajes esperados

Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).

L1 Proporcionalidad directa y valor faltante

Inicio

Menhir el arquitecto hizo un obelisco para conmemorar los setenta y seis años de su padre. Ahora hace un obelisco de menor tamaño, pero con la misma forma y del mismo material que el de su padre, para celebrar el decimonoveno cumpleaños de su hijo.

1. Las medidas de los obeliscos de Menhir están en la misma proporción que hay entre las edades de su padre y de su hijo. Si la altura del obelisco hecho en honor al padre es de 12.2 m, ¿qué altura tiene el obelisco dedicado al hijo?
2. Los obeliscos tienen base cuadrada. Si la base del obelisco dedicado al hijo tiene una longitud de 0.80 m por lado, ¿cuánto mide el lado de la base del obelisco más grande?
3. Compartan sus respuestas y procedimientos con sus compañeros y escriban en su cuaderno el procedimiento que les parezca más acertado.

1. En el local de jugos de Ana para preparar dos litros de agua de frutas se agregan, además de las frutas, cinco cucharadas de azúcar. Contesta lo siguiente
   a) Si se mantiene la misma proporción, ¿cuántas cucharadas se necesitan para preparar ocho litros?
   b) Si agregó 33 cucharadas, ¿cuántos litros preparó?
   c) Si Ana utilizó 15 cucharadas, ¿cuántos litros prepararó?
   d) ¿Cuántas cucharadas se requieren para preparar un litro de agua?
2. Para llenar un vitrolero se necesitan cuatro litros de agua. Completa la tabla para saber cuántas cucharadas necesita Ana.

Número de cucharadas	Número de vitroleros
	1
	2
	3
50	
	10

Tabla 1

   a) ¿Cuántas cucharadas se necesitan para preparar un vitrolero?
   b) Si el número de vitroleros aumenta al doble, ¿cómo se incrementa el número de cucharadas? ¿Y si aumenta al triple?

c) Explica en tu cuaderno, cómo determinarías el número de cucharadas a partir del número de vitroleros.

3. Durante el Renacimiento, el estudio de la anatomía humana tuvo gran auge. Uno de los trabajos más conocidos es *El hombre de Vitrubio* (ver figura 1) de Leonardo da Vinci. Una de las proporciones más interesantes en esta obra es la relación entre la estatura de la figura y la distancia entre el ombligo y la base de los pies.

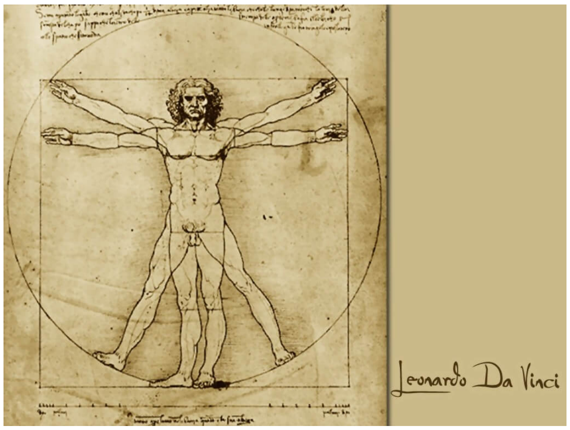


Figura 1: Obra de Leonardo Da Vinci, titulada *El hombre de Vitrubio*

Dos magnitudes tienen una relación de proporcionalidad directa si al aumentar o disminuir una la otra aumenta o disminuye, respectivamente, en la misma proporción. En este caso, al calcular la razón entre un valor de la primera magnitud y su correspondiente de la otra magnitud, siempre obtendremos un número constante. Si en una relación de proporcionalidad directa se desconoce un valor, se dice que se trata de un problema de valor faltante.

En *El hombre de Vitrubio* se dice que la razón de su estatura respecto a la distancia del ombligo a los pies es perfecta y su valor es un número decimal no periódico e infinito: 1.61803. . . llamado *proporción aúrea* (que redondeamos a 1.62).

Estatura (metros)	Distancia del ombligo a los pies (metros)	Razón entre la estatura y la distancia del ombligo a los pies (trunca a dos decimales)
1.62	1	
1.70	1.05	
1.85	1.14	
1.94	1.2	

a) Completa la tabla que relaciona la estatura de cuatro personas y la distancia de su ombligo a sus pies.

b) ¿Qué observas en la última columna?

4. Contesta lo siguiente.

a) ¿Cuál es la estatura de Carlos si la distancia de su ombligo al piso es de 1.10 m?

b) Si la estatura de María es 1.49 m, ¿Cuál es la distancia de su ombligo al piso?

c) ¿Qué operaciones hicieron para resolver estos problemas?

Si la razón entre dos datos correpondientes de dos conjuntos es siempre la misma, se dice que ese valor es una **constante de proporcionalidad**. En una relación de proporcionalidad directa al multiplicar los datos del segundo conjunto por la constante de proporcionalidad se obtienen los datos correspondientes del primer conjunto, y viceversa, multiplicando por el **inverso multiplicativo** de esa constante.

Inverso multiplicativo. El inverso multiplicativo de un número es aquel que al multiplicarlo por el primero da como resultado 1. Así, el inverso de 5 es $\frac{1}{5}$, porque $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

Cierre

Regresa al problema inicial, identifica una relación de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad. Revisa tus respuestas a los incisos a y b y valida el procedimiento del inciso c.

L2 Proporcionalidad y valor unitario

Inicio

Manolo y Sebastián compraron una bolsa con 100 canicas como la que se muestra en la figura, por $80.00. Manolo aportó $32.00 y Sebastián completó el pago.

1. ¿Cuánto pagó Sebastián?
2. ¿Te parece justo que, al repartirlas, cada uno tenga 50 canicas? ¿Por qué?
3. ¿Cuántas canicas debería recibir cada uno de acuerdo con lo que aportaron?
4. Explica cómo decidiste repartir las canicas entre Manolo y Sebastián, y por qué consideras que de esa manera el reparto es justo.

1. En un día soleado los objetos forman sombras y, a la misma hora, la altura y la sombra de diferentes objetos es proporcional.

Altura (m)	Sombra (m)	Constante de proporcionalidad
12	9	$\frac{12}{9} = \frac{\ }{3}$
	3	
8	6	
6		
	15	

Tabla 2

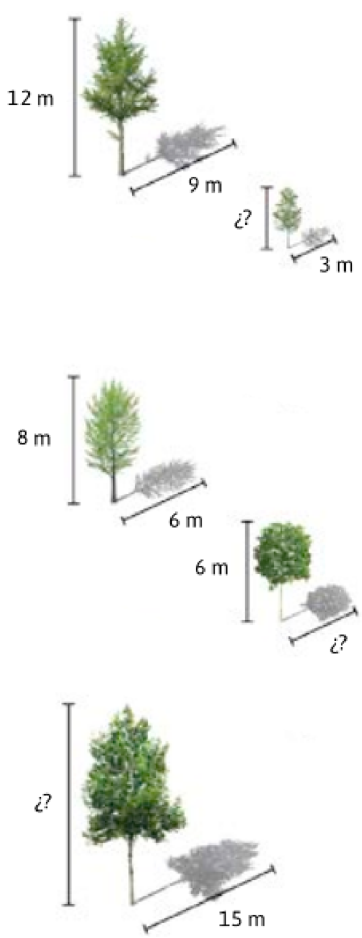


Figura 2

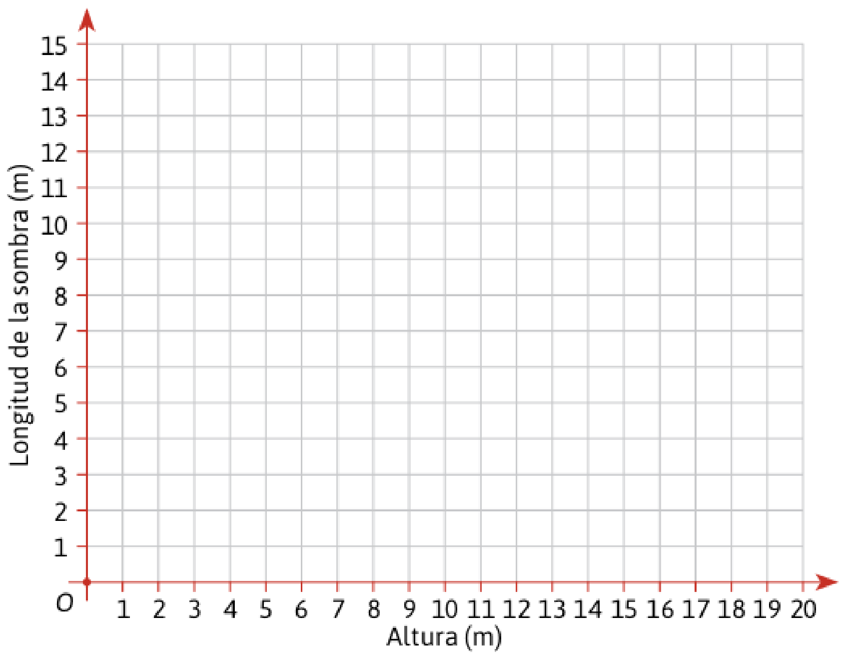
a) Con la información de la figura completa la tabla 2.

b) ¿Cómo son los números de la última columna?

c) Si la sombra de un árbol mide 7.5 m, ¿cómo calcularías su altura? Explica.

d) En primaria aprendiste a ubicar puntos en el plano cartesiano por medio de coordenadas. Ubica los puntos cuyas coordenadas corresponden a la altura y sombra de los árboles

e) La gráfica representa la relación entre la sombra y la altura de un árbol. Unan los puntos que marcaron. ¿Qué observan?



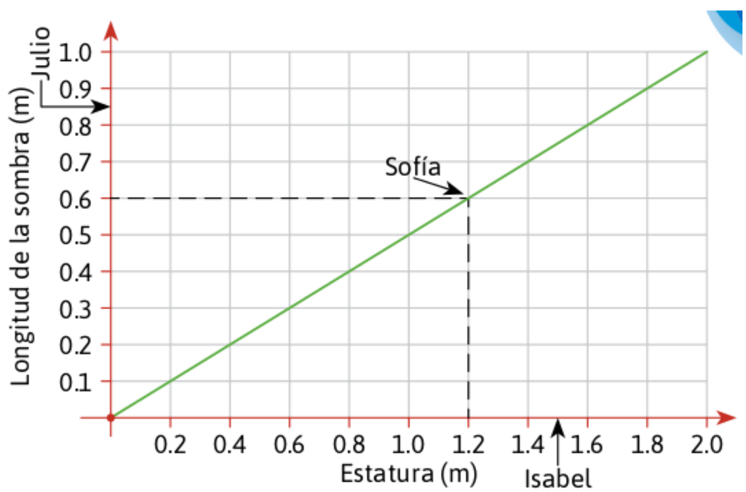


Figura 3

2. La gráfica representa la relación entre la estatura de Sofía, Isabel y Julio y sus correspondientes sombras a las cuatro de la tarde de un día soleado. Obsérvenla y contesten.

   a) Sofía mide 1.20 m y su sombra, 0.60 m. Si la estatura de Isabel es 1.50 m, ¿cuánto mide la longitud de su sombra?

   b) La sombra de Julio tiene una longitud de 0.85 m. ¿Cuál es su estatura?

   c) Si Efrén, un amigo de Sofía, mide 1.84 m, ¿cuánto mediría su sombra?

   d) ¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad entre la estatura de las personas y la longitud de su sombra?

   e) ¿Cuánto mide la sombra de un objeto cuya altura es de 1 m?

   f) Compara los resultados con los de tus compañeros y juntos describan cómo usar la gráfica para obtener uno de los datos a partir del otro.

> Si dos o más razones tienen el mismo valor, entonces son **proporcionales**. El valor de esa razón corresponde a la **constante de proporcionalidad**.

3. Marca en la casilla las razones que forman una proporción.

   □ $\frac{3}{4}$ y $\frac{21}{28}$ □ $\frac{32}{5}$ y $\frac{96}{15}$ □ $\frac{33}{42}$ y $\frac{17}{21}$ □ $\frac{4}{5}$ y $\frac{9}{12}$ □ $\frac{1}{11}$ y $\frac{3}{30}$

4. La distancia que recorre un automóvil es proporcional al consumo de gasolina. Un automóvil recorre 180 km y gasta 12 L de gasolina.

   a) ¿Cuántos kilómetros recorre con un litro?

   b) ¿Cuántos litros necesita para recorrer 480 km?

   c) ¿Cuál es el valor, en kilómetros, de la constante de proporcionalidad de la distancia recorrida, por cada litro de gasolina consumido?

> En una relación de proporcionalidad el valor unitario es el valor de una de las magnitudes cuando el de la magnitud correspondiente es igual a 1; por ejemplo, los kilómetros que recorre un automóvil con 1 L de gasolina o el precio de un libro. El valor unitario es numéricamente igual a la constante de proporcionalidad.

Cierre

1. A partir de lo que aprendiste en esta lección resuelve nuevamente el problema inicial. Verifica tus respuestas previas y compara tus procedimientos anteriores con los que aprendiste. ¿Ambos fueron correctos? ¿Cuál te parece más adecuado? ¿Por qué?

2. Un tubo de 2 m de longitud pesa 16 kg. ¿Cuál será el peso de un tubo del mismo tipo, pero con 3 m de longitud?

L3

Resolución de problemas de proporcionalidad directa

Inicio

A Sofía y Pablo les tomaron una fotografía al lado de un árbol. Sofía sabe que su estatura es de 1.20 m y al medir con una regla su altura en la foto obtuvo 4 cm.

1. ¿Cómo obtendrías la estatura real de Pablo y la altura del árbol con base en la foto?
2. Si en la fotografía el árbol mide 10 cm, ¿cuál es su altura?
3. Si la altura real de Pablo es de 1.50 m, ¿cuánto mide su imagen en la fotografía?
4. Escribe en tu cuaderno el procedimiento que seguiste.
5. Compara tus resultados y procedimientos con los de tus compañeros. Argumenten la validez de los mis

1. Las medidas de una plaqueta electrónica para teclado son de 32 cm por 24 cm. Si en una computadora se instalara una plaqueta, sin reducirla, el teclado mediría 112 cm por 336 cm en vez de 14 cm por 42 cm que es lo usual.

   a) ¿De qué tamaño deberán ser las plaquetas electrónicas para un teclado de tamaño común?

   b) ¿Cuánto se debe reducir la plaqueta grande para que sea del tamaño de una usual?

   c) Explica cómo obtuviste la respuesta, compara tu método con el de un compañero y expongan al resto del grupo el método que les parezca más adecuado.

2. La junta directiva de la secundaria Lázaro Cárdenas decidió que en las bibliotecas de aula haya 3 libros por cada cuatro alumnos.

   a) Si en el salón de Edna hay 44 alumnos, ¿cuántos libros debe haber?

   b) Explica cómo determinaste el número de libros.

   c) Completa la siguiente tabla.

Número de libros	3					
Número de alumnos	4	8	20	28	40	44

Figura 4

   d) Escribe la constante de proporcionalidad que relacione el número de libros y el número de alumnos.

3. Una tortuga avanza 48 cm en 12 segundos.

   a) ¿Qué distancia recorrerá en un minuto si camina con la misma rapidez?

   b) Completa la siguiente tabla que Eduardo hizo para resolver el problem

Distancia	48	
Tiempo	12	1

Figura 5

c) Eduardo escribió 4 en la casilla vacía, pero considera que está mal porque no es posible que la tortuga en 1 min recorra menos distancia que en 12 s. ¿En qué consiste su error?

d) En tu cuaderno elabora una tabla como la de Eduardo, en el reglón de tiempo incluye: una hora, un día y una semana. Escribe las distancias correspondientes y comparte tus respuestas con el resto del grupo. Retoma la pregunta anterior y explica en qué consistió el error de Eduardo.

4. Si 4 toronjas se venden en 25 pesos, ¿cuánto cuestan 6 toronjas?

a) Completa la tabla con el valor que falta (valor faltante).

Toronjas	4	6
Precio (pesos)	25	

Tabla 3

b) Explica cómo obtuviste la respuesta.

c) Completa la proporción a partir de los datos del problema y calcula el valor faltante.

$$\frac{25}{4} = \frac{\_}{6}$$

d) ¿El valor faltante que propusiste en la tabla valida la igualdad anterior? Explica.

5. Sofía leyó 25 páginas de un libro en 40 min. ¿Cuántas páginas leerá en 80 min si continua leyendo al mismo ritmo?

a) Escribe una proporción con un valor faltante para determinar cuántas páginas leerá en 65 minutos.

$$\_ = \_$$

b) Encuentra el valor faltante de la proporción anterior y verifica que se conserva la igualdad de las razones.

c) ¿Cuánto se consume la vela cada minuto?

d) ¿En cuánto tiempo se consume 1 cm de vela?

e) Completa la tabla.

Tiempo (min)			1	12	5	
Longitud consumida (cm)	0.5	1		2.5		30

Tabla 4

6. Un avión Boeing 747 mide 77 m de largo por 63 de ancho (esta medida indica la longitud de las alas de un extremo al otro). Un modelo a escala mide 44 cm de largo.

a) ¿Cuál es el ancho del modelo a escala?

b) Explica tu procedimiento para resolver el problema.

c) ¿Cuánto debe medir la altura de una ventana en el modelo a escala si en el avión real es de 0.7 m?

d) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad del modelo real al modelo a escala? En este caso la constante recibe el nombre de *escala del modelo*.

7. Una receta para hacer dulce de membrillo indica que la cantidad de fruta debe ser una vez y media la cantidad de azúcar. Contesta.

   a) Si se usan 2 kg de membrillo, ¿cuántos kilogramos de azúcar se necesitan?

   b) ¿Y si se usan 5 kg de membrillo?

   c) Completa la tabla e indica la constante de proporcionalidad que relaciona la cantidad de membrillo y la cantidad de azúcar.

Membrillo (kg)	1	2		10	15
Azúcar (kg)			6		

Tabla 5

   d) Si la cantidad de membrillo aumenta ocho veces, ¿cuánto aumentará la cantidad de azúcar?

   e) Si la cantidad de membrillo disminuye a la mitad, ¿cómo cambiará la cantidad de azúcar?

8. Un tren tarda 40 min en recorrer 130 km. ¿Cuánto tardará en recorrer 195 km si mantiene la misma rapidez? Explica tu procedimiento.

9. Al medir el ritmo cardiaco de un paciente, durante 5 s el médico le dijo: *su pulso está bien, usted tiene 72 pulsaciones por minuto.*

   a) ¿Qué cálculo piensas que hizo el médico para saber el número de pulsaciones por minuto si sólo tomó el pulso por 5 segundos?

10. Para hacer mermelada de fresa se necesitan 3 kg de fresas frescas por cada 2 kg de azúcar. Karol sólo tiene 2.5 kg de fresas. Contesta.

   a) ¿Cuánta azúcar debe utilizar para que el sabor de la mermelada sea el mismo que el de la receta original?

   b) Explica el procedimiento que seguiste para resolver el problema.

   c) Si Antonio tiene 3.6 kg de azúcar, ¿cuántos kilogramos de fresas necesita si quiere emplear toda la azúcar?

   d) Explica tu procedimiento para resolver el problema.

   e) Alejandro cuenta con $\frac{3}{4}$ kg de fresas. ¿Cuántos kilogramos de azúcar debe emplear?

11. Una bomba mueve 300 L de agua por hora. ¿Cuánto tardará en llenar un depósito de 3 200 litros?

12. Una compañía envasadora necesita comprar una máquina que lave al menos 900 botellas en 1 hora.

   a) El vendedor les muestra una máquina que lava 60 botellas en 5 min. ¿Esta máquina cumple con los requerimientos de la compañía? ¿Por qué?

   b) El instructivo de otra máquina muestra la gráfica de la figura 6. ¿Esta máquina cumple las necesidades de la compañía? ¿Por qué?

   c) ¿Cuál de las dos máquinas lava más botellas por unidad de tiempo?

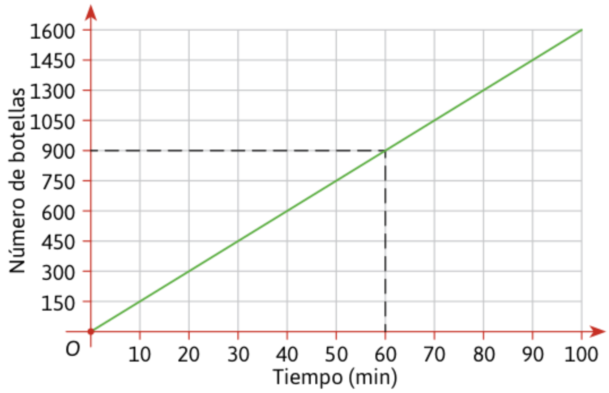


Figura 6

Cierre

1. Retoma el problema de la sección Inicio y verifica tus respuestas.
   a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que relaciona las medidas de los objetos reales con los de la fotografía?
2. ¿Cómo verificarías sin dividir la proporción $\frac{7.5}{1.5} = \frac{15}{3}$?
3. Encuentra el valor faltante en las siguientes proporciones.

(a) $\frac{\quad}{25} = \frac{32}{8}$ (b) $\frac{25}{25} = \frac{\quad}{10}$ (c) $\frac{30}{\quad} = \frac{54}{9}$

¿El perímetro de un cuadrado es proporcional a las medidas de sus lados? Explica.
Si las medidas de un rectángulo se duplican, ¿el área del nuevo rectángulo también se duplica respecto al inicial? Justifica tu respuesta.

Aprendizajes esperados

Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.

L1 Tanto por ciento

Inicio

1. El grupo 1º C ha organizado una competencia para elegir al equipo que los representará en el torneo de tiros libres de basquetbol de la escuela. Cada equipo está formado por cuatro alumnos y cada uno debe realizar un número distinto de lanzamientos a la canasta: uno debe hacer 20, otro 10, otro 5 y otro 4. Ganará el equipo que enceste más veces. En un equipo están Pablo, Sofía, Alfonso y Nayhelli, quienes en los entrenamientos tuvieron el desempeño que muestra la tabla.

Nombre	Lanzamientos	Encestados
Pablo	20	13
Sofía	10	7
Alfonso	5	3
Nayhelli	4	3

Figura 7

   a) ¿Quién es el mejor encestador? ¿Cómo lo sabes?

   b) ¿Cuántos lanzamientos le asignarías a cada uno para obtener el mejor resultado en la competencia?

   c) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Respecto a esos cuatro alumnos, ¿cómo decidieron quién es el mejor y el peor encestador? ¿Con qué criterios asignaron el número de lanzamientos a cada uno? Argumenten sus respuestas.

1. En la Academia de Policía evaluaron la condición física de los cadetes.

   a) Marca las afirmaciones equivalentes.
   - ☐ Tres quintas partes tuvo excelentes resultados.
   - ☐ Veinte de cada veinticinco cadetes tuvieron excelentes resultados.
   - ☐ De cada cinco alumnos, cuatro lograron excelentes resultados.
   - ☐ De cien cadetes, ochenta tuvieron excelentes resultados.
   - ☐ Ocho de cada diez lograron excelentes resultados.

   b) Compara tus respuestas con las de tus compañeros y explíquenlas.

   c) Expresa en cada caso el número de cadetes con buenos resultados como una fracción con denominador 100. ¿Qué observas?

> Por ciento significa *por cada cien* y se refiere a la razón entre una cantidad dada y un total de 100 elementos; también se llama tanto por ciento, esto es, *una cantidad por cada cien*. Se usa el símbolo % para indicar un tanto por ciento: 27 de cada 100 se expresa como 27 o 27 %.

2. Completa la tabla 8.

Expresión	Fracción con denominador 100	Expansión decimal	Tanto por ciento
28 de cada 50			
		0.07	
		2.31	
28 de cada doscientos			
14 de cada 25			

Figura 8

a) En su cuaderno escriban qué relación hay entre la expansión decimal y el tanto por ciento.

3. Escribe el tanto por ciento que representa la parte sombreada de las figuras o coloreen el porcentaje que corresponde.

Tanto por ciento				60%	25%	30%

Figura 9

> Para convertir un decimal en tanto por ciento, se multiplica el decimal por 100 y se agrega el signo %.

Cierre

1. Retoma la actividad de la situación inicial y determina el porcentaje de encestes con respecto a los lanzamientos de cada alumno.
   a) Resuelve nuevamente el inciso b. Explica cómo llegaste a esa conclusión.
   b) ¿Tus resultados iniciales fueron correctos? Justifica tus respuestas.
2. El promedio de bateo se determina como la razón del número de hits que logra un jugador de beisbol entre la cantidad de turnos al bat.
   a) El legendario jugador de beisbol Babe Ruth de los Yanquis de Nueva York tuvo un promedio de bateo de 0.34. ¿Qué significa ese número en porcentaje?
   b) Adrián *el titán* González, bateador mexicano de los Dodgers de Los Ángeles, tiene promedio de bateo de 0.29. ¿Quién es mejor bateador? Explica.

L2 Cálculo del porcentaje

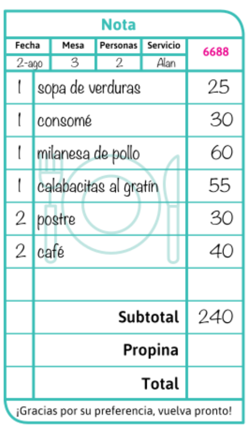
Inicio

1. Observa los anuncios.

a) Cuál es la mejor oferta si todas las llantas son del mismo tipo y marca?

b) Compara tu respuesta con la de tus compañeros y argumenten por qué su elección es la mejor.

1. Observa la nota del consumo del restaurante de la figura 10 y contesten.



Nota

Fecha	Mesa	Personas	Servicio	6688
2-ago	3	2	Alan	

1	sopa de verduras	25
1	consomé	30
1	milanesa de pollo	60
1	calabacitas al gratín	55
2	postre	30
2	café	40
	Subtotal	240
	Propina	
	Total	

¡Gracias por su preferencia, vuelva pronto!

Figura 10

a) Como propina, los comensales quieren dejar 10 % del precio de su consumo. ¿Qué cantidad deben anotar en la nota?

b) Y si la cuenta fuera de $534.00, ¿cuánto sería de propina?

c) Escriban un procedimiento para obtener el 10 % de una cantidad.

d) Comparen sus procedimientos con los del grupo. ¿Son iguales o diferentes? ¿Todos son correctos? Argumenten sus respuestas y valídenlas en grupo.

> Cuando a una cantidad se aplica el tanto por ciento se involucran tres datos: el tanto por ciento o **tasa**, la cantidad a la que se le aplica esa tasa (**cantidad base**) y el resultado (**porcentaje**).

2. Calcula los porcentajes.

a) Obten el 10 % de las siguientes cantidades.

(a) 25 ________ (b) 36.8 ________ (c) 2445.9 ________ (d) 66 ________

b) Obten el 5 %.

(a) 25 ________ (b) 36.8 ________ (c) 2445.9 ________ (d) 66 ________

c) Calcula el 20 %.

(a) 25 ____________ (b) 36.8 ____________ (c) 2445.9 ____________ (d) 66 ____________

d) ¿Qué procedimiento seguiste para obtener los resultados? Explícalo al resto del grupo y valídenlos.

e) Explica cómo calcular mentalmente el 1 % de cualquier cantidad.

3. Calcula el 1 % de las siguientes cantidades.

(a) 115.1 ____________ (b) 780 ____________ (c) 300 ____________ (d) 66.6 ____________

4. Calcula los porcentajes de las cantidades de la tabla 11.

Cantidad base	11%	20%	5%	52%
245			12.25	
123				
4 562				
24				

Figura 11

5. Realiza los siguientes ejercicios.

a) Calculen el 35 % de 240 pesos.

b) Escriban 35 % como una fracción con denominador 100.

c) Completen la siguiente proporción.

$$\frac{35}{100} = \frac{\quad}{240}$$

d) Comparen su resultado con el inciso a. ¿Qué observan?

e) Expliquen cómo calcular el porcentaje de una cantidad dada la tasa. Compartan sus propuestas en grupo y propongan ejercicios para aplicarlas. Verifiquen los resultados y utilícenlos como validación de sus procedimientos.

6. Analiza la afirmación del recuadro.

> Para calcular el porcentaje de una cantidad basta multiplicar la cantidad base por la tasa y dividir entre 100.

a) ¿Es correcta? ¿Por qué?

Cierre

1. Retoma la actividad de la situación inicial y según lo que aprendiste en la lección determina cuál es la oferta más económica. Observa que el hecho de anunciar un gran descuento no significa forzosamente un precio más barato.
2. En una tienda anuncian un 20 % de descuento en todos sus productos. Observa la computadora.
   a) ¿Cuál es su precio después de la rebaja? ¿Cómo obtuviste ese resultado?
   b) Calcula el 80 % del precio de la computadora y compara tu resultado con el del inciso a. ¿Qué observas?
   c) ¿Cómo calcularías el precio con descuento de una televisión que cuesta $2 340.00? Indica su precio final.
   d) Compara tus resultados y procedimientos con los de tus compañeros y valídenlos con ayuda de su profesor.

L3 Porcentajes y aplicaciones

Inicio

1. El entrenador de un equipo de beisbol debe comprar guantes y bates para todo el equipo. Revisa las ofertas de las tiendas El guante de oro y El bateador.

Figura 12

   a) ¿En qué tienda el guante tiene mayor descuento en pesos?
   b) ¿En cuál tiene mayor tasa de descuento?
   c) ¿En cuál tienda son más baratos los bates?
   d) ¿Cuáles bates tienen mayor tasa de descuento?
   e) ¿Dónde comprarías tres bates y nueve guantes?
   f) ¿Cuánto pagarías y cuánto ahorrarías?
   g) Compara tus resultados y tus procedimientos con los de tus compañeros y argumenten por qué piensan que su elección es correcta.

1. La gráfica muestra la composición de una escuela de 2 400 personas.

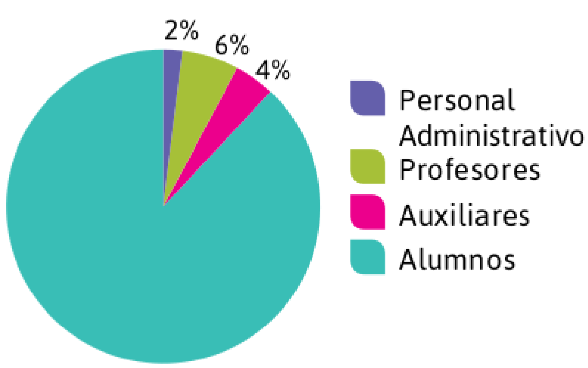


Figura 13

a) ¿Cuántas personas trabajan en la administración?
b) ¿Cuántos profesores hay en esa escuela?
c) ¿Cuántas personas son auxiliares?
d) ¿Cuál es el porcentaje de alumnos?
e) ¿Cuántos alumnos tiene la escuela?

2. Don Lupe es carpintero y comenta que el precio de la madera aumentó 8 %, por lo que piensa cobrar 8 % más en todos los muebles y objetos que fabrique.

Figura 14

a) Él considera que cobrando el 108 % del precio original de sus productos estaría cobrando el incremento que pretende. ¿Su razonamiento es correcto? Explica.
b) ¿Cuál sería el nuevo precio de una silla que costaba $250 pesos?

3. En una tienda departamental Constanza compró el juego de sartenes que muestra el anuncio. El precio original era de $348.00 y la cajera le comentó que sobre el precio final debía pagar el 16 % de IVA. Constanza sugirió pagar primero el IVA y después aplicar el descuento para, de esa manera, pagar menos.

Figura 15

a) ¿El razonamiento de Constanza es correcto? Explica.

b) Compartan sus respuestas en grupo. ¿Creen que es mejor primero cobrar el IVA y luego hacer el descuento o al revés? ¿Por qué?

4. Resuelve los siguientes problemas.

   a) En la papelería La goma todos los precios incluyen IVA. Si el impuesto (16 %) que se paga por los colores es de \$4.00, ¿cuál es su precio sin IVA?

   b) En la misma papelería el papel para dibujo está en oferta. Si al precio, \$165.00, se le descuentan \$24.75, ¿de cuánto es la tasa de descuento?

   c) ¿Cómo obtuvieron el resultado de cada uno de los incisos anteriores? Expliquen sus procedimientos ante el grupo y entre todos propongan procedimientos para calcular la cantidad base dadas la tasa y el porcentaje, y para obtener la tasa, dadas la cantidad base y el porcentaje.

Cierre

Retoma la actividad de la situación inicial y determina dónde es más conveniente comprar cada artículo deportivo. ¿Cuánto se ahorraría? ¿Coinciden tus respuestas con las que obtuviste al inicio? Valídalas con el resto del grupo

Como en la mercería *El resguardo* están reetiquetando toda la mercancía, el gerente indica que el precio en la etiqueta debe incluir un descuento de 5 % y el 16 % del IVA . Una empleada piensa que basta con aumentar los precios un 11 %. ¿Su razonamiento es correcto? Justifica tu respuesta con ejemplos.

Aprendizajes esperados

Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.

L1 Perímetro de polígonos

Inicio

1. Pablo necesita varios trozos de cordón para amarrar paquetes como el de la figura A y debe considerar, además, 80 cm para el moño.

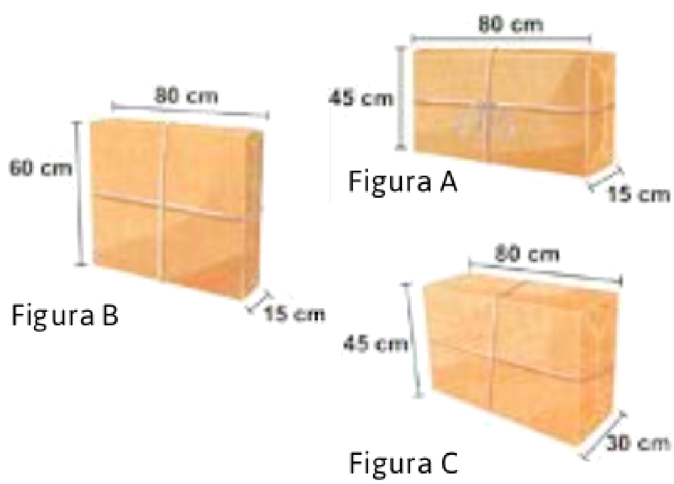


Figura 16

a) ¿Qué cantidad de cordón ocupará Pablo?

b) El paquete de la figura B es 15 cm más alto que el de la figura A. ¿Cuánto cordón más, del que ocupó en el primero, necesita Pablo para amarrarlo?

c) El paquete de la figura C es 15 cm más ancho que el de la figura A. ¿Cuánto cordón más, del que ocupó en el primero, necesita para amarrarlo?

d) En parejas justifiquen por qué el empaque de la figura C requiere más cordón que el de la figura B, aun cuando en ambos casos sólo una de las dimensiones se incrementa en 15 cm.

Perímetro y expresiones algebraicas

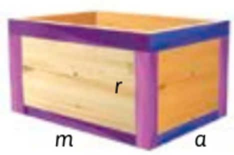


Figura 17

1. Sofía compró una caja sin tapa como la de la figura 17 para guardar fotografías, y quiere decorar las orillas de las caras con tiras de tela de colores: de color rosa a lo alto, moradas a lo largo y azules a lo ancho.

   a) ¿Cuántas tiras de tela ocupará en cada cara de la caja?

   b) ¿Cuántas y de qué color serán las tiras de tela que ocupará?

2. Considera que la caja mide r centímetros de alto, m centímetros de largo y a centímetros de ancho. Completa la tabla, expresa con esas letras el perímetro de una de las caras que se adornarán con las tiras indicadas.

Tiras	Perímetro de una cara
Rosas y moradas	
Rosas y azules	
Azules y moradas	

Figura 18

   a) Representen con las expresiones anteriores, el perímetro de todas las caras de la caja.

   b) ¿Cuántas tiras de cada color necesita Sofía para adornar toda la caja?

   c) En grupo compartan sus respuestas y validen cada una de ellas. Expresen con las letras r, m y a el total de tiras necesarias para adornar la caja.

Una **expresión algebraica** es una combinación de literales (letras) para representar cantidades, y coeficientes (números) junto a ellas que indican cuántas veces se multiplica esa cantidad. La letra y el número forman un **término algebraico**.

Los términos algebraicos que tienen las mismas literales se conocen como **términos semejantes**, y se simplifican sumando los coeficientes, por ejemplo,

$$3a + 2a = 5a$$

.

3. Pedro, el hermano de Sofía, compró una caja de igual tamaño, y a partir de la idea de su hermana, optó por adornar con tiras de color azul, tanto el largo como el ancho de la caja y de verde los segmentos verticales.

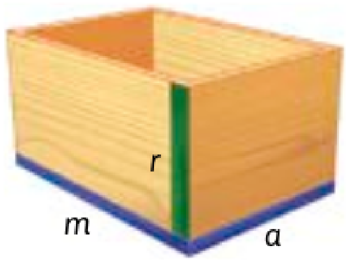


Figura 19

a) Expresa algebraicamente la longitud total de la tira azul que se muestra en la figura 19.

b) Usa tu respuesta anterior para expresar algebraicamente el total de tela azul que Pedro necesitará para decorar su caja.

c) Expresa algebraicamente el total de tela (azul y verde) que Pedro utilizará para decorar su caja.

d) Compara tu respuesta al inciso anterior con la que diste en el inciso (a de la actividad 2. Escribe tus conclusiones en tu cuaderno.

e) Si las cajas miden 12 cm de ancho, 20 cm de largo y 15 cm de alto, ¿cuánta tela ocuparán Sofía y Pedro?

4. Julián pintará en la pared una flecha, como la que aparece en la figura 20. Para no rebasar los bordes colocará cinta adhesiva alrededor como se observa.

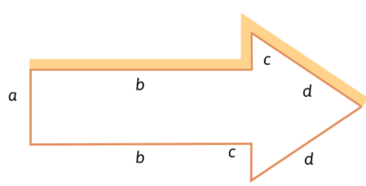


Figura 20

a) En equipos expresen algebraicamente la cantidad de cinta adhesiva que ya colocó Julián.

b) ¿Cuántas veces se debe colocar la cantidad $b+c+d$ de cinta alrededor de la flecha?

c) Expresen algebraicamente el total de cinta que Julián colocará alrededor de la flecha.

d) ¿Cuál es el perímetro de la figura 20?

Una expresión algebraica cuyos términos tienen el mismo coeficiente es equivalente a un pro-

En las expresiones algebraicas, por simplicidad, para indicar un producto, las literales y los coeficientes se escriben juntos; por ejemplo,

$$4 \times a = 4a$$

También se usan paréntesis:

$$a \times b = (a)(b)$$

5. Juan y Luis necesitan rodear sus terrenos con una reja de alambre para que pasten sus vacas. El terreno de Juan tiene una forma aproximada a la figura 21 y todos sus lados miden 22.5 m. El terreno de Luis tiene la forma de la figura 22, tres de sus lados miden 22.5 m y los otros dos, 45 m cada uno.

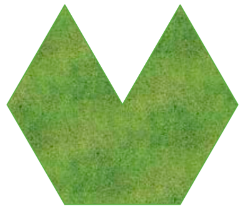


Figura 21

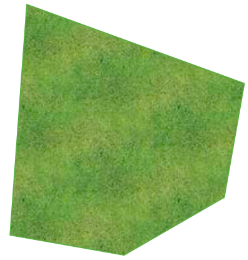


Figura 22

a) ¿Cuál es la longitud de la reja que Juan necesita para cercar su terreno?

b) ¿Cuánta reja requiere Luis para cercar el suyo?

c) Comparte tus procedimientos con un compañero. ¿Los consideran correctos? ¿Por qué?

6. En parejas representen algebraicamente la longitud de uno de los lados y el perímetro de todo el terreno de Juan.

a) ¿Cuál de las longitudes del terreno de Luis será más adecuada para representar con la misma literal de tu respuesta anterior? ¿Por qué?

b) Representen con una literal distinta la longitud mayor del terreno de Luis y expresen algebraicamente su perímetro.

c) ¿Qué relación hay entre las longitudes de los lados distintos del terreno de Luis?

d) A partir de su respuesta anterior, reescriban la expresión para el perímetro del terreno de Luis, pero usando una sola literal.

e) ¿Cómo son entre sí las expresiones de los incisos b) y d)?

f) ¿Qué cantidad de reja requieren Juan y Luis para rodear sus terrenos? Calculen a partir de las expresiones algebraicas que propusieron.

> Si dos variables están relacionadas, una de ellas se puede sustituir por la otra dentro de una expresión algebraica. Por ejemplo, si a es igual a $3b$, entonces la expresión $a+b$ es equivalente a $3b+b$, porque sustituimos a por $3b$. Un término algebraico en el que aparecen dos coeficientes se simplifica multiplicando los coeficientes, por ejemplo $3(4a)$ es equivalente a $12a$.

El perímetro de un polígono regular

Una telaraña se forma por una sucesión de hexágonos regulares tales que la longitud de los lados de cada hexágono se incrementa en la misma cantidad con respecto a los lados del hexágono anterior (figura 23).

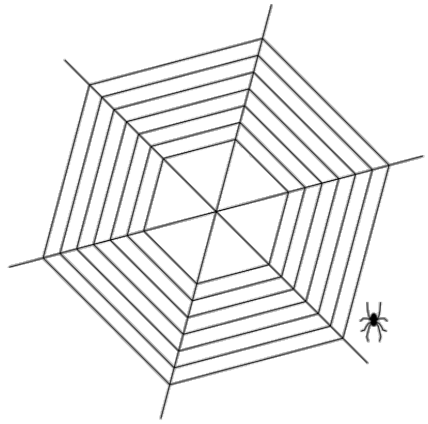


Figura 23

a) En parejas escriban una expresión algebraica para representar el perímetro del hexágono más pequeño.

b) Expresen algebraicamente la longitud de un lado del segundo hexágono a partir de la longitud de un lado del primero.

c) Completen la tabla 6.

Hexágono	Expresión algebraica de uno de los lados	Expresión algebraica del perímetro
Primero	l	$6l$
Segundo	$l + m$	
Tercero		
Cuarto		
Quinto		
Sexto		
Séptimo		

Tabla 6

d) Usa las expresiones anteriores para representar el total de hilo que ha segregado la araña. Simplifica los términos semejantes.

e) Supón que el lado del hexágono menor mide 4.2 mm y el lado de cada hexágono subsecuente se incrementa en 8 mm, ¿cuáles son los perímetros de los diferentes hexágonos? Anótenlos en la tabla 7.

Hexágono	Perímetro	Hexágono	Perímetro
Primero		Quinto	
Segundo		Sexto	
Tercero		Séptimo	
Cuarto		Total	

Tabla 7

f) Comparen en grupo sus respuestas y procedimientos. ¿Coincidieron los resultados?, ¿por qué? ¿Son iguales las expresiones algebraicas que propusieron? ¿Ocurrió que las expresiones fueran distintas, pero los resultados iguales? Si fue así, justifiquen esa situación; si no, encuentren el error.

g) ¿Qué cantidad de hilo usó la araña para formar los hexágonos?

7. Completa la tabla 8.

Polígono regular	Triángulo	Cuadrado	Pentágono		Octágono	Nonágono
Número de lados				6		
Perímetro si el lado mide dos unidades		8				18
Perímetro si el lado mide a unidades				$6a$		

Tabla 8

a) Determina una expresión algebraica para el perímetro de un polígono regular de n lados.

> El perímetro de un polígono regular se calcula multiplicando la longitud de un lado por el número de lados de los que está compuesto.

8. Maribel compró una cuerda para forrar las cuatro caras laterales de una caja cúbica de 15 cm de lado. Con esa cuerda pudo rodear 30 veces la caja, pero le faltan por cubrir 5 cm a lo alto. Observa la figura 24.

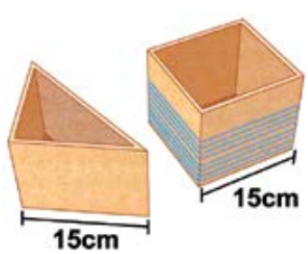


Figura 24

a) Maribel tiene otra caja con forma de prisma triangular que también mide 15 cm de lado. En equipos respondan: ¿en este caso sí le alcanzará la cuerda para cubrir por completo la caja? Expliquen.

b) ¿Cuál es el perímetro de la cara inferior de la caja cúbica?

c) ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

d) ¿Cuál es el perímetro de la cara inferior de la caja con forma de prisma triangular?

e) ¿Cuál es el perímetro de la cara inferior de la caja con forma de prisma triangular?

f) A partir de sus respuestas a los incisos b), c) y d) escriban una justificación o corrijan sus respuestas al inciso a).

9. Observa en la figura 25 que los lados del hexágono regular grande miden el triple que los lados del hexágono regular pequeño. ¿Cuántas veces es más grande el perímetro del hexágono mayor respecto al del hexágono pequeño?

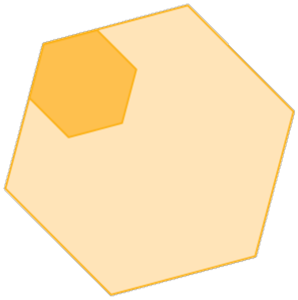


Figura 25

a) Escribe una expresión algebraica para el perímetro del hexágono pequeño a partir de la longitud de uno de sus lados.

b) Expresa en términos de la longitud de los lados del hexágono pequeño la longitud de un lado del hexágono grande.

c) Expresa algebraicamente el perímetro del polígono grande en términos de la longitud del hexágono pequeño.

d) Compara tus respuestas y valídenlas con el grupo.

10. Cinco amigos colocan sus toallas de baño sobre la playa formando un gran cuadrado como el de la figura 26. Las toallas de Alicia y Beatriz son cuadradas, cada una de 720 cm de perímetro, mientras que las de Carlos, Diana y Emilio son rectangulares e iguales.

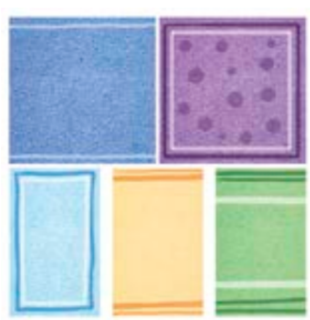


Figura 26

a) En equipos escriban una expresión
perímetro de una de las toallas cua
gitud de sus lados.

b) ¿Cuál es la longitud de los lados de la
Expliquen su procedimiento para ob

c) Escriban una expresión con las literal
del inciso a que represente el perím
lares.

d) Calculen las dimensiones de las toal
su procedimiento.

Cierre

1. Regresa a la sección Inicio y considera que las dimensiones de un paquete son l cm de largo, a cm de ancho y h cm de alto.
   a) Escribe una expresión algebraica que represente el total de cordón necesario para amarrar el empaque.
   b) Explica el efecto de incrementar cada una de las dimensiones de la caja en la cantidad de cordón necesario para amarrarla.
2. En la figura 27, I, II, III y IV son cuadrados. Si el perímetro del cuadrado I es 16 cm y el del cuadrado II, 24 cm, ¿cuál es el perímetro del cuadrado IV?

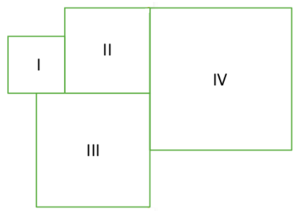


Figura 27

3. Dado un rectángulo con base a y altura b, como el de la figura 28 escribe tres expresiones algebraicas que representen el perímetro de la figura 28.

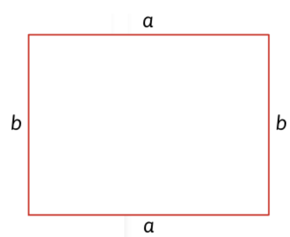


Figura 28

4. Dos hormigas van del punto A al punto B (figura 29).

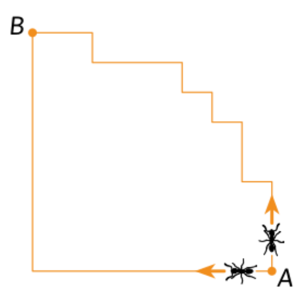


Figura 29

   a) ¿Qué hormiga recorre un trayecto más largo? Justifica su respuesta.

L2

Perímetro del círculo

Inicio

1. Ciro tiene un pequeño balón de basquetbol y necesita un aro de alambrón para encestarlo. Su balón mide 38 cm de circunferencia y un buen reto es encestarlo en un aro cuyo radio sea 5 cm más grande que el del balón.

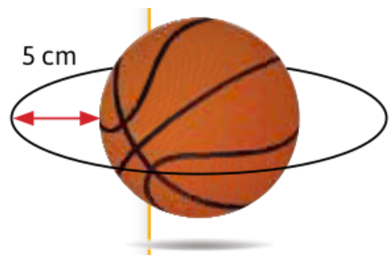


Figura 30

   a) ¿Qué cantidad de alambrón necesitará para elaborar su aro? Explica tu respuesta.

1. Para medir el perímetro de figuras cuyo contorno está formado por segmentos rectos se puede usar una regla rígida. Cuando el contorno de una figura es curvo necesitamos recurrir a instrumentos flexibles, como las cintas métricas de los sastres.

   a) En parejas midan el contorno de objetos circulares como los que se mencionan en la primera fila de la tabla. Escriban los datos correspondientes y realicen las operaciones para completar la tabla 9.

Objeto	Plato	Vaso	Tasa	Maceta	Disco compacto	Rueda de coche
Longitud de la circunferencia (cm)					37.7	
Longitud del diámetro (cm)					12	
Circunferencia ÷ diámetro					3.14	

Tabla 9

   b) Comparte en grupo los resultados de la última fila. ¿Qué observas? Escribe una conclusión.

   c) En una calculadora científica oprime la tecla del símbolo π. ¿Qué valor se muestra? Anótenlo.

   d) Compara ese valor con los que obtuviste en la última fila de la tabla. ¿Qué observas? Escriban una conclusión entre todos.

Desde la Antigüedad se sabe que en cualquier círculo hay una relación entre la longitud de la circunferencia y la longitud de su diámetro; a saber, la razón entre el perímetro del círculo y la longitud de su diámetro es constante. Este valor se denota con la letra griega π (pi) y es un número decimal infinito no periódico cuyas primeras cifras son 3.14159. . . Para calcular el perímetro de un círculo, es decir, la longitud de su circunferencia utilizamos la expresión $P = \pi d$, donde d es la longitud del diámetro. ¿Por qué esa expresión es correcta?

2. En la figura 31 están inscritos en el círculo un cuadrado, un octágono regular y un polígono regular de 16 lados.

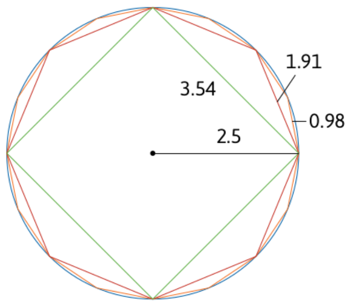


Figura 31

a) Calcula el perímetro de cada uno.

b) Calcula el perímetro del círculo.

c) Compara el perímetro de los polígonos con el perímetro del círculo. ¿Qué observas?

d) Imagina un polígono regular de 32 lados inscrito en el círculo. ¿Cuál consideras que será el valor aproximado de su perímetro? Justifica tu respuesta y compártela con el grupo.

Medir círculos con precisión es difícil, por eso desde la Antigüedad se propusieron métodos para calcular el perímetro de un círculo. Por ejemplo, Arquímedes, usando polígonos regulares **inscritos y circunscritos** en una circunferencia, obtuvo una muy buena aproximación al número π. Demostró que su valor era un número entre $\frac{223}{71}$ y $\frac{21}{7}$. ¿Crees que esa aproximación sea correcta?

Polígonos **inscritos y cirncunscritos**. Se dice que una figura esta inscrita en otra si cada uno de los vértices de la primera figura esta sobre el lado respectivo de la segunda figura. En esta misma situación se dice que la segunda figura esta circunscrita en la primera.

3. En una casa de moneda necesitan estuches circulares de plástico para guardar centenarios, una moneda de oro mexicana cuya circunferencia es de 11.62 cm (figura 32). ¿Cuál es el radio interior mínimo que deben tener un estuche para guardar este tipo de monedas?

Figura 32

4. Una pista de atletismo debe tener dos partes rectas y dos partes formadas por semicírculos. Cada una de las rectas debe medir 100 m de largo, y la longitud de cada semicírculo también debe ser de 100 m (figura 33). ¿Cuánto mide el radio de los semicírculos?

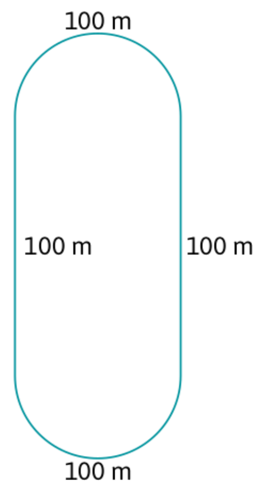


Figura 33

Figura 34

5. Una rueda de bicicleta está formada por un buje central donde se enganchan los rayos. El otro extremo de los rayos se sujetan a un aro metálico donde se coloca la llanta (figura 34). Considera que el diámetro de la llanta es de 71.12 cm.

   a) ¿Qué distancia recorre la bicicleta cuando la llanta da una vuelta completa?

   b) ¿Qué distancia recorre si las llantas dan diez vueltas completas?

   c) ¿Cuántas vueltas deben dar las llantas para recorrer un kilómetro?

   d) Los odómetros de los automóviles son instrumentos que miden la distancia que éste recorre y normalmente están conectados a mecanismos de las llantas. Explica su funcionamiento.

6. Sofía hace un diseño con círculos y semicírculos, como en la figura 35, y piensa cubrir las líneas del círculo y de los semicírculos con cordón dorado.

   a) ¿Cuánto cordón necesitará para cubrir la circunferencia más grande?

   b) ¿Y para cubrir los dos semicírculos interiores?

   c) ¿Qué relación hay entre la longitud del círculo y las de los semicírculos? Explica tu respuesta.

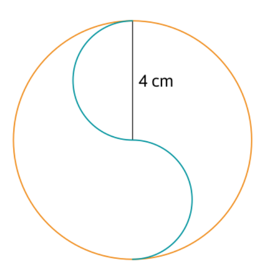


Figura 35

7. Un autódromo tiene la forma y las dimensiones que ilustra la figura 36.

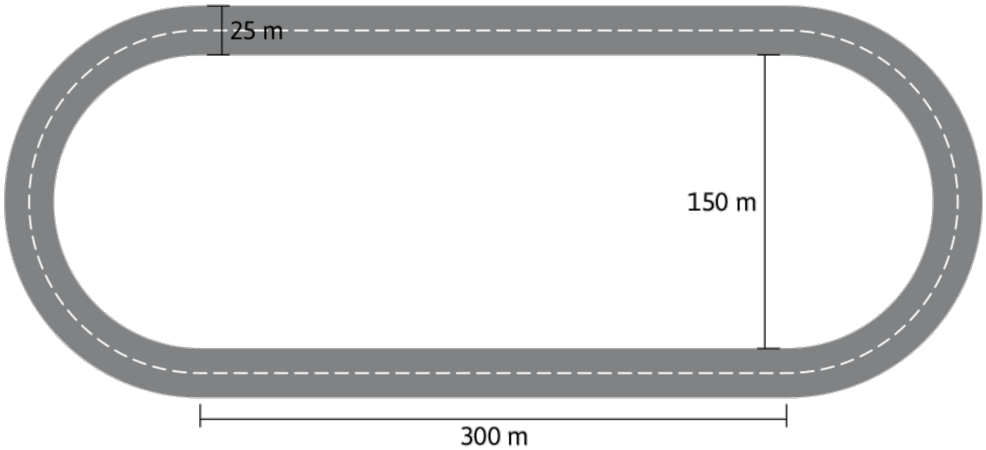


Figura 36

a) Calcula la distancia que cubre un auto al recorrer una vez el circuito por el carril interno.

b) Calcula la distancia que se recorre en un auto al conducir una vez por el carril externo.

c) A qué distancia se deben separar dos autos en una carrera de una vuelta para que ambos recorran la misma distancia.

8. Carlos mandó construir una ventana con la forma y las medidas que aparecen en la figura 37. ¿Qué longitud de material fue necesario para formar el contorno de la ventana?

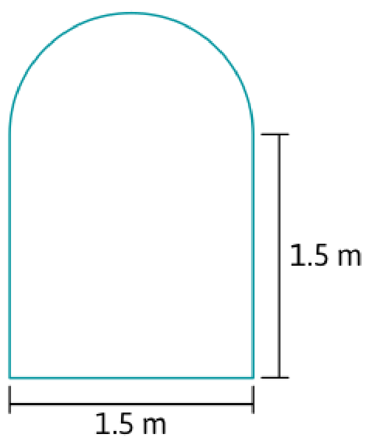


Figura 37

9. Se construyó una cancha de basquetbol (figura 38) y se quieren pintar todas sus líneas: círculo central, área de foul, línea de tres puntos, etcétera. Calcula la longitud de todas las líneas que se deben pintar.

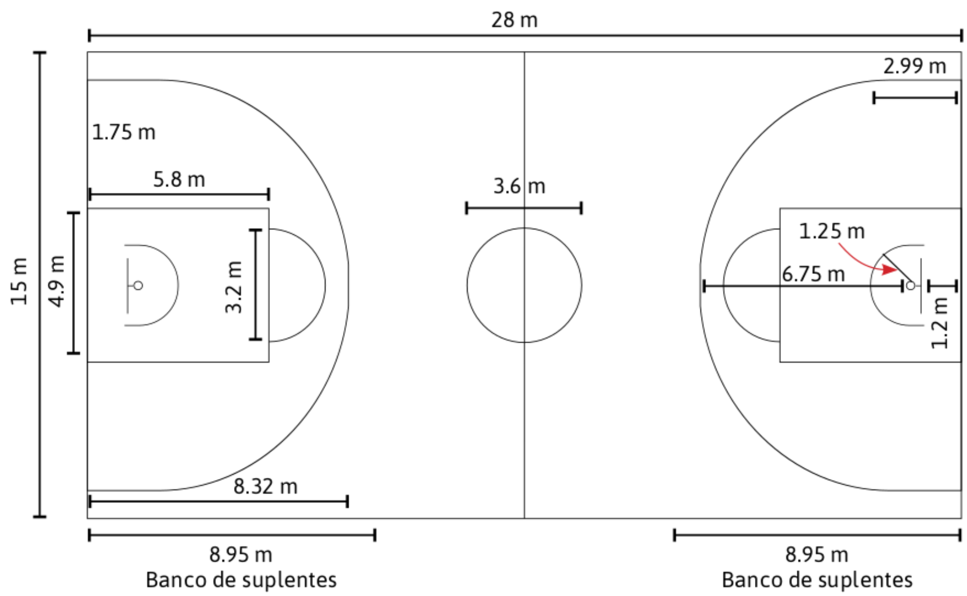


Figura 38

10. En equipos compartan y validen sus respuestas a los ejercicios del 3 al 9. Organícense para que cada equipo exponga la solución de un ejercicio al resto del grupo.

Cierre

1. Regresa a la situación de Inicio y determina el diámetro del balón de Ciro.
   a) ¿Cuánto debe medir el diámetro del aro?
   b) ¿Qué tanto alambrón necesita Ciro para el aro?
2. Un avión supersónico dará una vuelta alrededor de la Tierra sobre el ecuador a una altura promedio de 10,000 m. Considera que la circunferencia de la Tierra es de 40,066.4 km.
   a) ¿Qué distancia habrá recorrido el avión al cumplir su objetivo?
3. Las ciudades de Chicago y Estambul están sobre un mismo paralelo de nuestro planeta. Si el radio de la circunferencia que constituye ese paralelo es de 4,000 km:
   a) ¿Qué distancia se debe recorrer sobre la superficie de la Tierra para ir de una ciudad a otra sobre ese paralelo? Considera que los radios del centro de la Tierra hacia las ciudades forman un ángulo de 120°, esto es, la distancia entre ellas es la tercera parte del paralelo.
4. Comparte y valida tus respuestas con el resto de tus compañeros.

L3

Áreas de triángulos y cuadriláteros

Inicio

1. Un arquitecto diseña dos escuelas que se construirán en terrenos como las figuras 39.

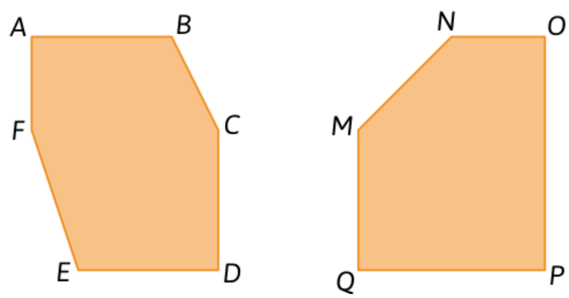


Figura 39

a) Observa ambas figuras. ¿Qué terreno consideras que tiene mayor área? ¿Por qué?
b) Realiza las mediciones necesarias y verifica tu respuesta.
c) ¿Cómo calculaste el área de las figuras? Explica tu respuesta.

S13 Ecuaciones lineales

Aprendizajes esperados

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

L1 Formulación de ecuaciones

L2 Solución de una ecuación

S14 Resolución de ecuaciones lineales

Aprendizajes esperados

Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

L1 Propiedades de la igualdad

L2 Más sobre ecuaciones lineales

S15 Medidas de tendencia central

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados

Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

L1 Media aritmética o promedio

L2 La media aritmética y el rango

S16 Moda, media aritmética y mediana

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados

Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

L1 Media aritmética y mediana

L2 Moda

L3 Representantes de un grupo de datos

Unidad 3

En esta unidad estudiaremos ...

S17. Situaciones de variación proporcional
- L1. Comparación de situaciones de variación proporcional con tablas
- L2. Comparación de situaciones de variación proporcional con gráficas
- L3. Comparación de situaciones de variación proporcional con expresiones algebraicas

S18. Pendiente de una recta y razón de cambio
- L1. Variación proporcional y pendiente
- L2. Razón de cambio y variación
- L3. Efectos en la recta al cambiar la pendiente

S19. Análisis y comparación de situaciones de variación lineal
- L1. Efectos de la recta al cambiar la ordenada al origen
- L2. Situaciones de variación lineal asociadas a la física, la biología y la economía

S20. Sucesiones y expresiones algebraicas
- L1. Sucesiones numéricas
- L2. Sucesiones con progresión aritmética

S21. Congruencia de triángulos y aplicaciones
- L1. Aplicaciones de congruencia de triángulos
- L2. Aplicaciones a cuadriláteros

S22. Volúmenes de prismas rectos
- L1. Volumen de prismas rectos rectangulares
- L2. Fórmula del volumen de prismas rectos

S23. Gráficas circulares
- L1. Recolecta y registra datos
- L2. Registra datos en gráficas circulares
- L3. Leer e interpretar datos en gráficas circulares

S24. El azar y la probabilidad frecuencial
- L1. Tipos, recolección y organización de datos
- L2. Experimentos aleatorios y deterministas
- L3. Espacio muestral de un experimento aleatorio
- L4. Cálculo de la probabilidad frecuencial

S17 Situaciones de variación proporcional

L1 Comparación de situaciones de variación proporcional con tablas

L2 Comparación de situaciones de variación proporcional con gráficas

L3 Comparación de situaciones de variación proporcional con expresiones algebraicas

S18 Pendiente de una recta y razón de cambio

S19 Análisis y comparación de situaciones de variación lineal

L1 Efectos de la recta al cambiar la ordenada al origen

L2 Situaciones de variación lineal asociadas a la física, la biología y la economía

S20 Sucesiones y expresiones algebraicas

L1 Sucesiones numéricas

L2 Sucesiones con progresión aritmética

S21 Congruencia de triángulos y aplicaciones

L1 Aplicaciones de congruencia de triángulos

L2 Aplicaciones a cuadriláteros

S22 Volúmenes de prismas rectos

L1 Volumen de prismas rectos rectangulares

L2 Fórmula del volumen de prismas rectos

L1 Recolecta y registra datos

L2 Registra datos en gráficas circulares

L3 Leer e interpretar datos en gráficas circulares

S24 El azar y la probabilidad frecuencial