Examen de la Unidad 3

Prof.: Julio César Melchor Pinto

Soluciones propuestas

Nombre del alumno: ______________________ Fecha: ____________

Instrucciones:

Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. Desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada solución. De ser necesario, utiliza una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.

Reglas:

Al comenzar este examen, aceptas las siguientes reglas:

- ✗ No se permite **salir** del salón de clases.
- ✗ No se permite **intercambiar o prestar** ningún tipo de material.
- ✗ No se permite el uso de **celular** o cualquier **otro dispositivo**.
- ✗ No se permite el uso de **apuntes**, **libros**, notas o formularios.
- ✗ No se permite **mirar** el examen de otros alumnos.
- ✗ No se permite la **comunicación** oral o escrita con otros alumnos.

Si no consideraste alguna de estas reglas, comunícalo a tu profesor.

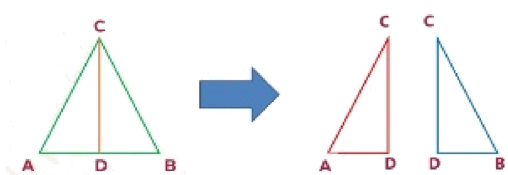
Aprendizajes a evaluar:

- Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
- Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Calificación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	15	
2	15	
3	20	
4	20	
5	20	
6	10	
Total	100	

Triángulo isósceles



Si $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle DBC$$

Perímetro y área de un triángulo

Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con lados a, b y c, como se muestra en la figura 1.

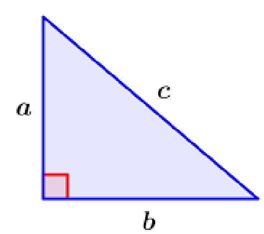


Figura 1

El perímetro P es:

$$P = a + b + c$$

El área A es:

$$A = \frac{1}{2}ab$$

1 [15 puntos] El diagrama muestra un triángulo rectángulo y tres cuadrados. El área del cuadrado más grande es 55 u^2, como se muestra en la figura 2.

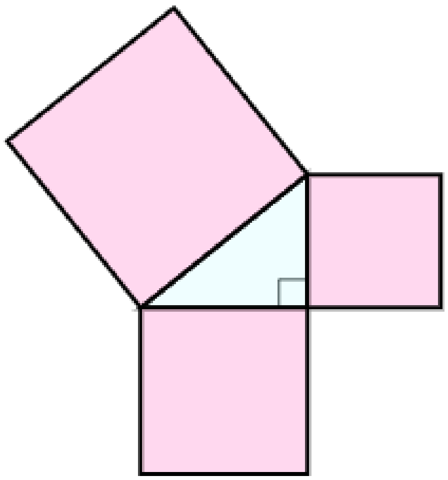


Figura 2

¿Cuáles pueden ser las áreas de los cuadrados más pequeños? *Marque todas las opciones que considere correctas.*

- ☐ $12u^2$ y $38u^2$
- ☐ $14u^2$ y $40u^2$
- ☑ $44u^2$ **y** $11u^2$
- ☐ $20u^2$ y $25u^2$
- ☑ $10u^2$ **y** $45u^2$
- ☑ $16u^2$ **y** $39u^2$

2 [15 puntos] Calcula el valor de x en el triángulo isóseles que se muestra abajo (figura 3).

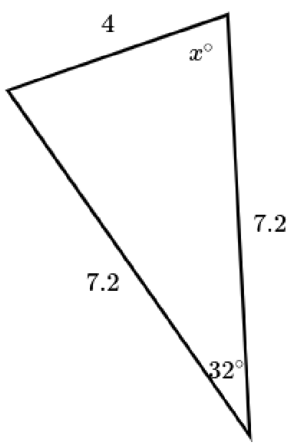


Figura 3

Solución:
Dado que tiene dos lados congruentes (aquellos cuya longitud es 7.2), el triángulo es isósceles. Los ángulos opuestos a los lados congruentes también son congruentes, por lo que el ángulo sin etiqueta mide $x°$ (Ver Figura 4). Los tres ángulos en un triángulo suman 180°. Podemos escribir este enunciado como una ecuación:

$$x° + x° + 32° = 180°$$
$$\therefore x° = \frac{180° - 32°}{2} = 74°$$

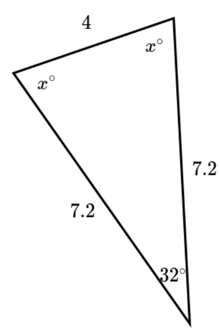
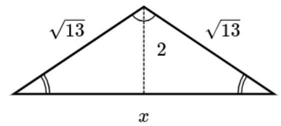
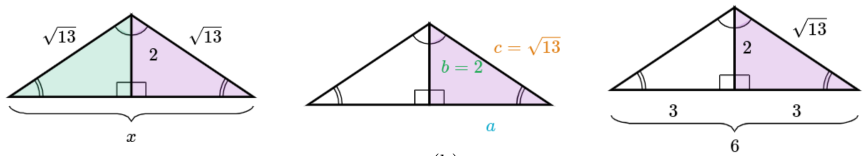


Figura 4

3 [20 puntos] **Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo:**



Solución:



(a) (b) (c)

Figura 5

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver figura 5a). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la figura del problema con a, b y c (ver figura 5b).

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$a^2 + 2^2 = \sqrt{13}^2$	Sustituye las longitudes
$a^2 + 4 = 13$	Evalua los cuadrados conocidos
$a^2 = 13 - 4$	Despejando x
$a^2 = 9$	Restando
$a = 3$	Calculando la raíz en ambos lados

Como $a = 3$ y a es la mitad de la longitud de x (ver figura 5c), podemos multiplicar para obtener x.

$$x = a \cdot 2$$
$$x = 3 \cdot 2$$
$$x = 6$$

4 [20 puntos] **¿Cuál es el área del triángulo de la figura 6?**

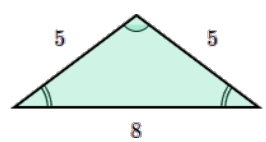


Figura 6

Solución:

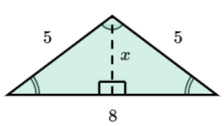


Figura 7

Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 7). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 4$, $b = x$ y $c = 5$. Entonces,

$$4^2 + x^2 = 5^2$$
$$16 + x^2 = 25$$
$$x^2 = 25 - 16$$
$$x^2 = 9$$
$$x = 3$$

La altura del triángulo es 3 y el área del triángulo es:

$$A = \frac{1}{2}bx$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3$$
$$A = 12 \text{ u}^2$$

5 [20 puntos] Una tirolesa comienza en una plataforma que está a 40 metros del suelo. El punto de anclaje de la tirolesa está a 198 metros en dirección horizontal desde la base de la plataforma, como se muestran a continuación en la figura 8. **¿Qué tan larga es la tirolesa?**

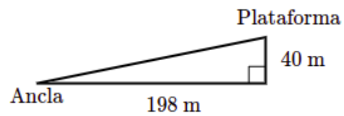


Figura 8

Solución:

Podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener x. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los dos catetos del triángulo y c es la longitud de la hipotenusa. En este caso, $a = 40$, $b = 198$ y $c = x$.

$$\begin{aligned} x^2 &= 40^2 + 198^2 \\ x^2 &= 1,600 + 39,204 \\ x^2 &= 40,804 \\ x &= \sqrt{40,804} \\ x &= 202 \end{aligned}$$

La longitud de la tirolesa es 202 metros.

6 [10 puntos] Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la figura 9 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta y explica el por qué:

A. Sí.

B. No.

C. No hay suficiente información para decidir.

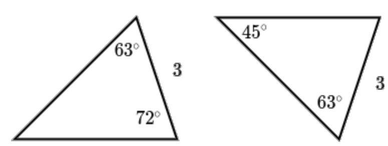


Figura 9

Solución:

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes. Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. En este caso, nos dan un lado y dos ángulos en cada triángulo. Puesto que la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180°, podemos encontrar el ángulo restante en cada triángulo. Ahora observa que dos ángulos y el lado entre ellos en un triángulo son congruentes a dos ángulos y el lado entre ellos de otro triángulo. Por lo tanto, los triángulos son congruentes por el criterio ALA. **Sí, los triángulos son congruentes.**

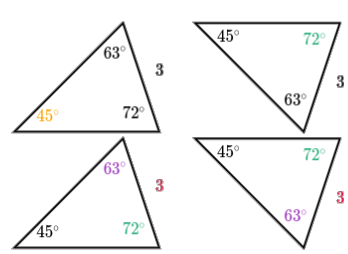


Figura 10