Descomposición de figuras para calcular su volumen

Guía 36

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Puntos	5	5	5	20	20	15	15	15	100
Obtenidos									

Vocabulario

Volumen → cantidad de espacio tridimensional que ocupa un objeto.
Área → medida de superficie.
Poliedro → cuerpo geométrico de muchas caras planas y volumen finito.
Pirámide → poliedro, constituido por un polígono simple (llamado base) y cuyas caras laterales son triángulos que se juntan en un vértice común, también llamado ápice o cúspide.
Prisma → poliedro que consta de dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y de caras laterales que son paralelogramos.
Apotema → línea perpendicular que va desde el centro del polígono hasta cualesquiera de sus lados.

Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_B, se obtiene mediante la expresión:

$$V = A_B h$$

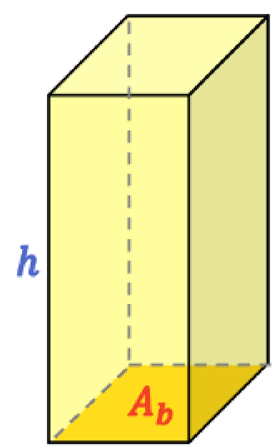


Figura 1

Si el polígono base es un polígono regular (todos sus lados iguales), entonces:

$$V = A_B h = \frac{(P \times a)}{2}(h) = \frac{n \times l \times a \times h}{2}$$

donde A_B es el área del polígono regular de la base, P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados; l, la medida del lado y h, la altura.

Ejercicio 1 — 5 puntos

¿Cuál expresión puede usarse para hallar el volumen de la Figura 2?

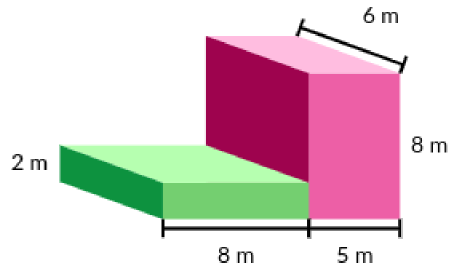


Figura 2

(A) 80 metros cúbicos + 40 metros cúbicos

(B) 96 metros cúbicos + 240 metros cúbicos

(C) 128 metros cúbicos + 200 metros cúbicos

(D) 16 metros cúbicos + 240 metros cúbicos

Ejercicio 2 — 5 puntos

¿Cuál expresión puede usarse para hallar el volumen de la Figura 3?

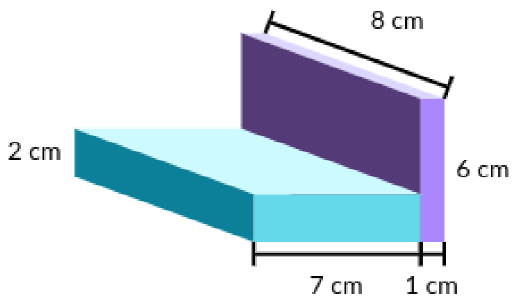


Figura 3

(A) $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

(B) $(2\text{cm} \times 7\text{cm} \times 1\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

(C) $(2\text{cm} \times 8\text{cm} \times 7\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

(D) $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (8\text{cm} \times 6\text{cm})$

Ejercicio 3 — 5 puntos

La figura 4 está formada por dos prismas rectangulares. **Encuentra el volumen de la figura completa al sumar los volúmenes de las figuras separadas.**

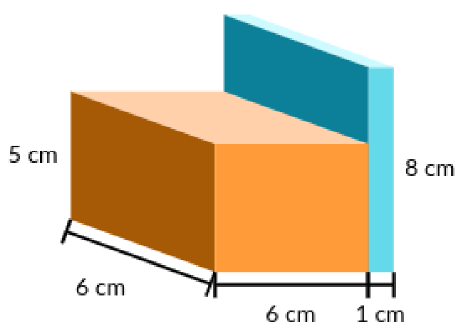


Figura 4

(A) $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

(B) $(2\text{cm} \times 7\text{cm} \times 1\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

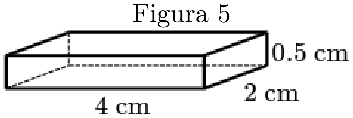
(C) $(2\text{cm} \times 8\text{cm} \times 7\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

(D) $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (8\text{cm} \times 6\text{cm})$

Ejemplo 1

Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de 12 cm^3.
Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura 5.
¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?

Figura 5



Solución:
Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 0.5\text{ cm}) = 12\text{ cm}^3 - 4\text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$

Ejercicio 4 — 20 puntos

En un teatro quieren construir escalones movibles que puedan usarse para subir y bajar del escenario, como los que aparecen en la figura 6. Quieren que los escalones tengan suficiente espacio dentro para poder almacenar objetos de utilería.
¿Cuánto espacio hay dentro de los escalones?

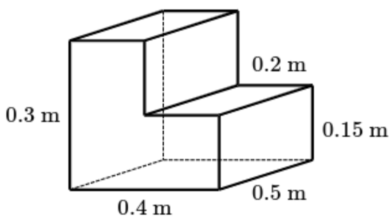


Figura 6

Ejercicio 5 — 20 puntos

La mamá de Lacey le hace un pastel de cumpleaños en forma de "L", como se muestra en la figura 7. A Lacey le encanta el betún, así que su mamá cubre todo el exterior del pastel con betún, incluso la parte de abajo
¿Cuánto espacio cubre con betún la mamá de Lacey?

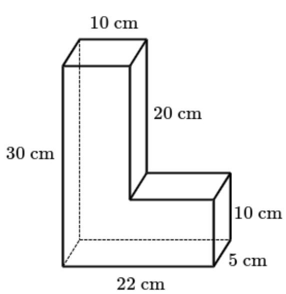
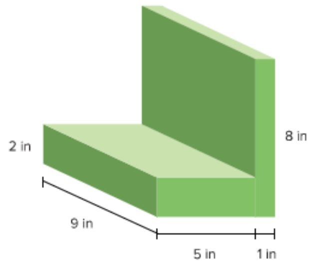


Figura 7

Ejemplo 2

Figura 8



La Figura 8 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

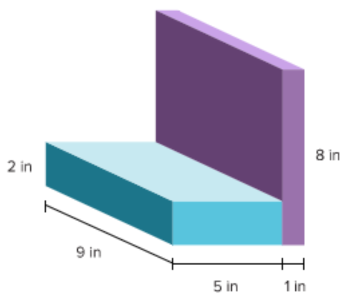


Figura 9: Descomposicion de la Figura 8 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 9). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 10, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 11, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

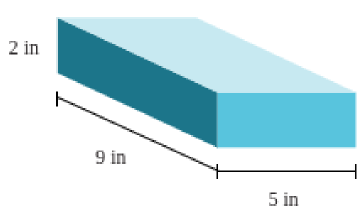


Figura 10: Primera sección del prisma de la Figura 8

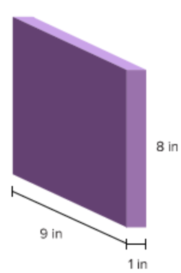


Figura 11: Segunda sección del prisma de la Figura 8

Ejercicio 6 **15 puntos**

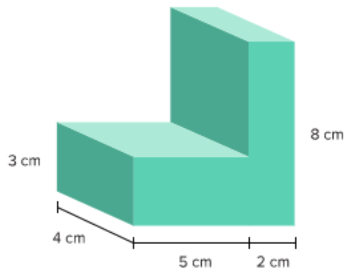


Figura 12

La Figura 12 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Ejercicio 7 **15 puntos**

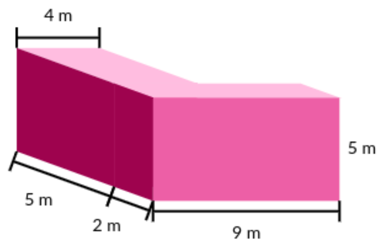


Figura 16

La Figura 16 está formada por 2 prismas rectangulares.
¿Cuál es el volumen de esta figura?

Ejercicio 8 15 puntos

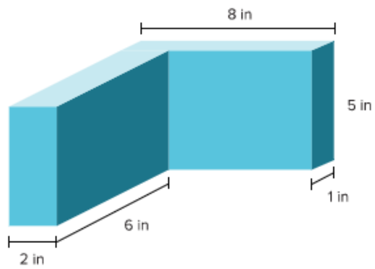


Figura 20

La Figura 20 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**