Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 3 — 3° de Secundaria

JC Melchor Pinto

Autocontrol

Unidad 3 — 2022-2023

Última revisión del documento: 26 de abril de 2023

Guía 37

Usa el teorema de Pitágoras para calcular el área

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** ____________

Aprendizajes:

- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Puntos	10	10	10	10	15	15	15	15	100
Obtenidos									

Vocabulario

Cateto → lado que junto con otro forma el ángulo recto de un triángulo rectángulo.
Triángulo rectángulo → triángulo que tiene un ángulo recto.
Hipotenusa → lado opuesto al ángulo recto en un triángulo rectángulo.

La Hipotenusa

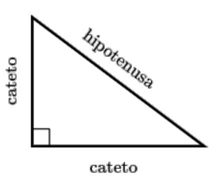

Figura 1

La **hipotenusa** es el lado más largo y está enfrente del ángulo recto (ver Figura 4). Los dos catetos son los lados más cortos que forman el ángulo recto:

Triángulo isósceles

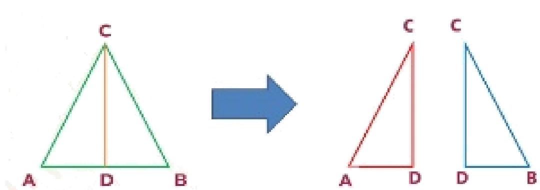

Figura 2

Si $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle DBC$$

Teorema de Pitágoras

El **teorema de Pitágoras** es una relación en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa c (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos a y b (los otros dos lados que no son la hipotenusa), como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

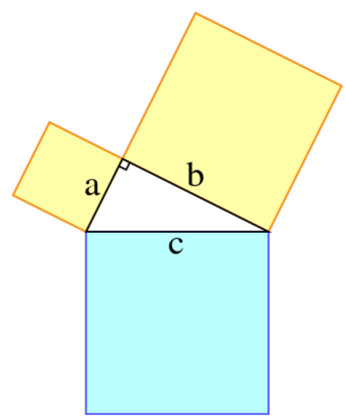

Figura 3

Área de un triángulo

El área A de un triángulo es:

$$A = \frac{1}{2}ab$$

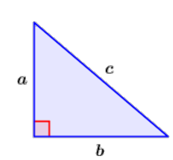

Figura 4

Ejemplo 1

¿Cuál es el área del triángulo rectángulo de la figura 5?

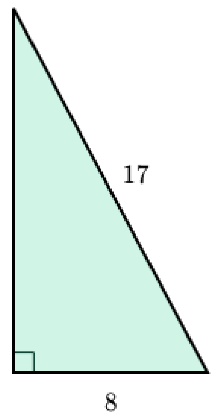

Figura 5

Solución:
Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 6). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 8$, $b = x$ y $c = 17$, Entonces,

$$\begin{aligned} 8^2 + x^2 &= 17^2 \\ 64 + x^2 &= 289 \\ x^2 &= 289 - 64 \\ x^2 &= 225 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 15. El área del triángulo es:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}bx \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 \\ A &= 60 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

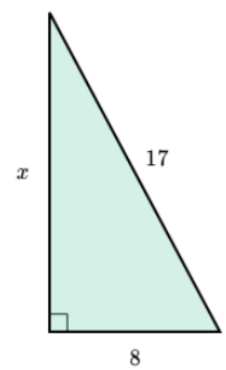

Figura 6

Ejercicio 1 10 puntos

¿Cuál es el área del triángulo rectángulo de la figura 7?

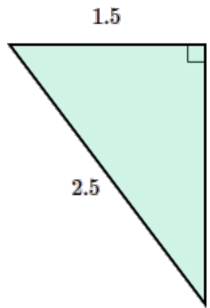

Figura 7

Solución:
Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 8). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 1.5$, $b = x$ y $c = 2.5$, Entonces,

$$\begin{aligned} 1.5^2 + x^2 &= 2.5^2 \\ 2.25 + x^2 &= 6.25 \\ x^2 &= 6.25 - 2.25 \\ x^2 &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

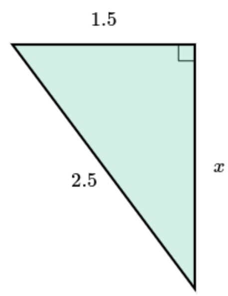

Figura 8

La altura del triángulo es 2. El área del triángulo es:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}bx \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 1.5 \cdot 2 \\ A &= 1.5 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 2 10 puntos

¿Cuál es el área del triángulo rectángulo de la figura 9?

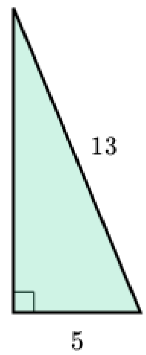

Figura 9

Solución:
Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 10). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 5$, $b = x$ y $c = 13$, Entonces,

$$\begin{aligned} 5^2 + x^2 &= 13^2 \\ 25 + x^2 &= 169 \\ x^2 &= 169 - 25 \\ x^2 &= 144 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 12. El área del triángulo es:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} bx \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \\ A &= 30 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

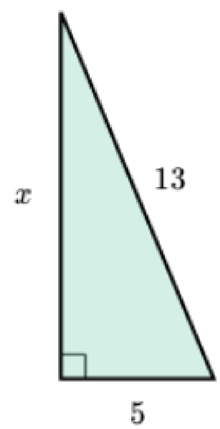

Figura 10

Ejercicio 3 — 10 puntos

¿Cuál es el área del triángulo de la figura 11?

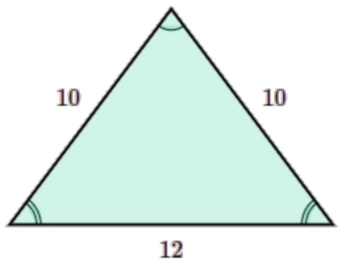

Figura 11

Solución:
Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la altura (ver Figura 12). Estos dos triángulos rectángulos son congruentes porque uno es la reflexión del otro a través de la línea punteada. La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles.
Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la altura (ver Figura 13). La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 6$, $b = x$ y $c = 10$, Entonces,

$$\begin{aligned} 6^2 + x^2 &= 10^2 \\ 36 + x^2 &= 100 \\ x^2 &= 100 - 36 \\ x^2 &= 64 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 12. El área del triángulo es

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ u}^2$$

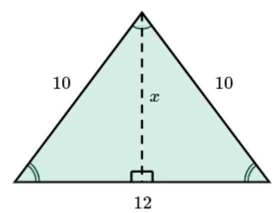

Figura 12

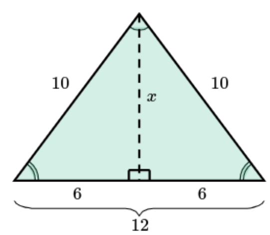

Figura 13

Ejemplo 2

¿Cuál es el área del triángulo de la figura 14?

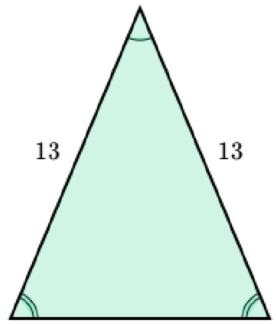

Figura 14

Solución:

Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la altura (ver Figura 15). Estos dos triángulos rectángulos son congruentes porque uno es la reflexión del otro a través de la línea punteada. La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles.
Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la altura (ver Figura 16). La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 5$, $b = x$ y $c = 13$, Entonces,

$$\begin{aligned} 5^2 + x^2 &= 13^2 \\ 25 + x^2 &= 169 \\ x^2 &= 169 - 25 \\ x^2 &= 144 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 12. El área del triángulo es

$$A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 = 60 \text{ u}^2$$

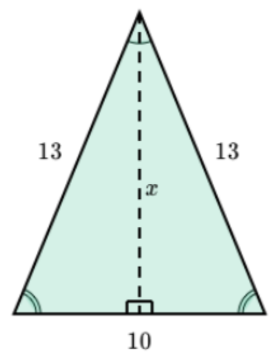

Figura 15

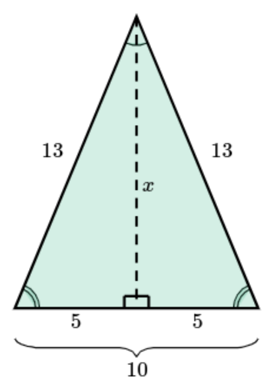

Figura 16

Ejercicio 4 — 10 puntos

¿Cuál es el área del paralelogramo de la figura 17?

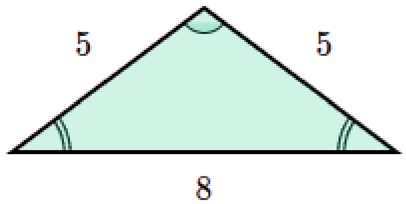

Figura 17

Solución:
Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 18). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 4$, $b = x$ y $c = 5$, Entonces,

$$\begin{aligned} 4^2 + x^2 &= 5^2 \\ 16 + x^2 &= 25 \\ x^2 &= 25 - 16 \\ x^2 &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

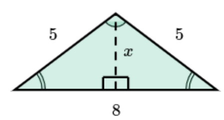

Figura 18

La altura del triángulo es 2. El área del triángulo es:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} bx \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \\ A &= 12 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 5 15 puntos

¿Cuál es el área del paralelogramo de la figura 19?

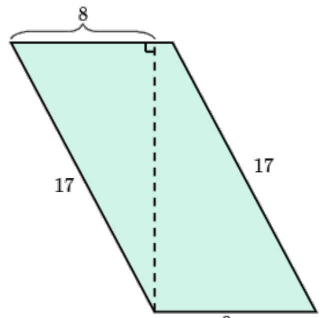

Figura 19

Solución:
Para determinar el área del paralelogramo debemos saber la longitud del cateto del triángulo rectángulo. Llamemos x a la longitud (ver Figura 20). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 8$, $b = x$ y $c = 17$, Entonces,

$$\begin{aligned} 8^2 + x^2 &= 17^2 \\ 64 + x^2 &= 289 \\ x^2 &= 289 - 64 \\ x^2 &= 225 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

La base del paralelogramo es 9 y la altura 15. El área del paralelogramo es:

$$\begin{aligned} A &= bx \\ A &= 9 \cdot 15 \\ A &= 135 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

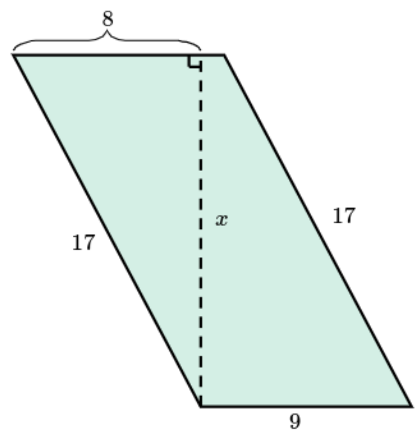

Figura 20

Ejercicio 6 — 15 puntos

¿Cuál es el área del trapecio de la figura 21?

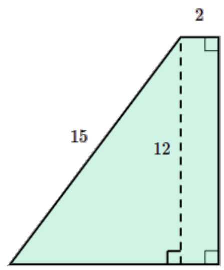

Figura 21

Solución:
Para determinar el área del trapecio debemos saber la longitud del cateto del triángulo rectángulo. Llamemos x a la longitud (ver Figura 22). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 12$, $b = x$ y $c = 15$, Entonces,

$$\begin{aligned} 12^2 + x^2 &= 15^2 \\ 144 + x^2 &= 225 \\ x^2 &= 225 - 144 \\ x^2 &= 81 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

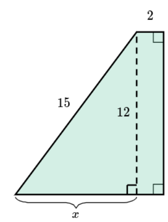

Figura 22

La longitud del cateto es 9. Ahora vamos a usar la altura para determinar el área de ambas partes del trapecio. Primero, el rectángulo (ver Figura 23):

$$\begin{aligned} A &= bh \\ A &= 2 \cdot 12 \\ A &= 24 \end{aligned}$$

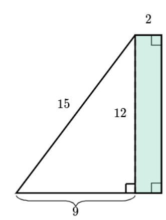

Figura 23

Ahora vamos a determinar el área de la porción triangular del trapecio (ver Figura 24):

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}bh \\ A &= \frac{1}{2}9 \cdot 12 \\ A &= 54 \end{aligned}$$

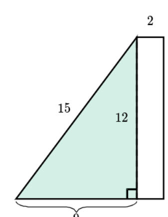

Figura 24

Podemos sumar las áreas de las dos partes para determinar el área total del trapecio.

$$24 + 54 = 78 \text{ u}^2$$

Ejercicio 7 15 puntos

¿Cuál es el área del paralelogramo de la figura 25?

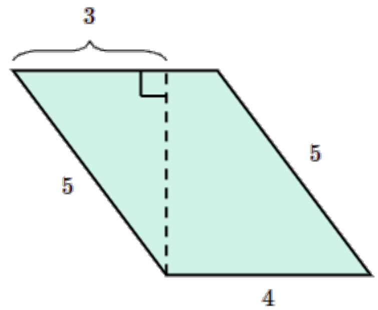

Figura 25

Solución:
Para determinar el área del paralelogramo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la altura (ver Figura 26). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 3$, $b = x$ y $c = 5$, Entonces,

$$\begin{aligned} 3^2 + x^2 &= 5^2 \\ 9 + x^2 &= 25 \\ x^2 &= 25 - 9 \\ x^2 &= 16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

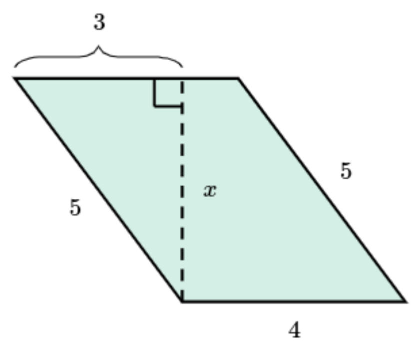

Figura 26

La base del paralelogramo es 4 y la altura 4. El área del paralelogramo es:

$$\begin{aligned} A &= bx \\ A &= 4 \cdot 4 \\ A &= 16 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

Ejemplo 3

¿Cuál es el área del trapecio de la figura 27?

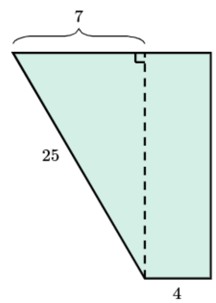

Figura 27

Solución:
Para determinar el área del trapecio debemos saber la altura. Llamemos x a la longitud (ver Figura 28). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 12$, $b = x$ y $c = 15$, Entonces,

$$\begin{aligned} 7^2 + x^2 &= 25^2 \\ 49 + x^2 &= 625 \\ x^2 &= 625 - 49 \\ x^2 &= 576 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

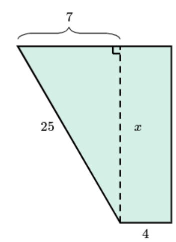

Figura 28

La altura del trapecio es 24. Ahora vamos a usar la altura para determinar el área de ambas partes del trapecio. Primero, el rectángulo (ver Figura 29):

$$\begin{aligned} A &= bh \\ A &= 4 \cdot 24 \\ A &= 96 \end{aligned}$$

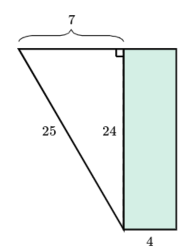

Figura 29

Ahora vamos a determinar el área de la porción triangular del trapecio (ver Figura 30):

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}bh \\ A &= \frac{1}{2}7 \cdot 24 \\ A &= 84 \end{aligned}$$

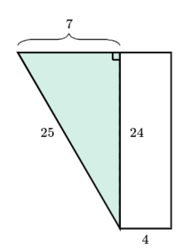

Figura 30

Podemos sumar las áreas de las dos partes para determinar el área total del trapecio.

$$96 + 84 = 180 \text{ u}^2$$

Ejercicio 8

15 puntos

¿Cuál es el área del trapecio de la figura 31?

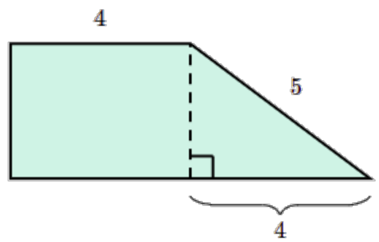

Figura 31

Solución: