



Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas
Melchor Pinto, J.C.

Última revisión del documento: 28 de mayo de 2024

Soluciones propuestas

3° de Secundaria
Unidad 3 2023-2024

Practica la Unidad 3

Nombre del alumno: Fecha:

Aprendizajes:

- Comprende las series y sucesiones cuadráticas y geométricas y sus respectivas formulaciones algebraicas.
- Reconoce y aplica los principales productos notables y su interpretación geométrica.
- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras para resolver problemas.
- Usa las funciones trigonométricas para resolver problemas geométricos con aplicación en la vida diaria.

Puntuación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	6	
2	3	
3	3	
4	3	
5	3	
6	3	
7	3	
8	3	
9	3	
10	3	
11	3	
12	6	

Pregunta	Puntos	Obtenidos
13	6	
14	6	
15	12	
16	10	
17	3	
18	3	
19	3	
20	3	
21	6	
22	6	
Total	100	

Sucesiones cuadráticas y geométricas

Ejemplo 1

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2 + 5n + 2$

9, 20, 35, 54

b $n^2 + 5n$

6, 14, 24, 36

Solución:

$$\begin{aligned}n = 1 & \quad 2(1)^2 + 5(1) + 2 = 9 \\n = 2 & \quad 2(2)^2 + 5(2) + 2 = 20 \\n = 3 & \quad 2(3)^2 + 5(3) + 2 = 35 \\n = 4 & \quad 2(4)^2 + 5(4) + 2 = 54\end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}n = 1 & \quad (1)^2 + 5(1) = 6 \\n = 2 & \quad (2)^2 + 5(2) = 14 \\n = 3 & \quad (3)^2 + 5(3) = 24 \\n = 4 & \quad (4)^2 + 5(4) = 36\end{aligned}$$

Ejercicio 1

___ de 6 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2$

2, 8, 18, 32

b $5n^2 + 2n$

7, 24, 51, 88

c $n^2 - 6n$

-5, -8, -9, -8

Solución:

$$\begin{aligned}n = 1 & \quad 2(1)^2 = 2 \\n = 2 & \quad 2(2)^2 = 8 \\n = 3 & \quad 2(3)^2 = 18 \\n = 4 & \quad 2(4)^2 = 32\end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}n = 1 & \quad 5(1)^2 + 2(1) = 7 \\n = 2 & \quad 5(2)^2 + 2(2) = 24 \\n = 3 & \quad 5(3)^2 + 2(3) = 51 \\n = 4 & \quad 5(4)^2 + 2(4) = 88\end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}n = 1 & \quad (1)^2 - 6(1) = -5 \\n = 2 & \quad (2)^2 - 6(2) = -8 \\n = 3 & \quad (3)^2 - 6(3) = -9 \\n = 4 & \quad (4)^2 - 6(4) = -8\end{aligned}$$

Completando la sucesión cuadrática

Ejemplo 2

Escribe los términos faltantes de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 5, 12, 21, 32, 45, 60, ...

b -5, -8, -9, -8, -5, 0, ...

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 9 & & 13 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & & \searrow \\ 5, & 12, & 21, & 32, & 45, & 60 \\ & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow \\ & 7 & & 11 & & 15 & \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & -1 & & 3 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & & \searrow \\ -5, & -8, & -9, & -8, & -5, & 0 \\ & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow \\ & -3 & & 1 & & 5 & \end{array}$$

Ejercicio 2

___ de 3 puntos

Escribe los términos faltantes de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a -9, -6, -1, ___, ___, ___, ...

b 1, 5, 11, ___, ___, ___, ...

c 8, 20, 36, ___, ___, ___, ...

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 5 & & 9 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & & \searrow \\ -9, & -6, & -1, & 6, & 15, & 26 \\ & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow \\ & 3 & & 7 & & 11 & \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 6 & & 10 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & & \searrow \\ 1, & 5, & 11, & 19, & 29, & 41 \\ & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow \\ & 4 & & 8 & & 12 & \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 16 & & 24 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & & \searrow \\ 8, & 20, & 36, & 56, & 80, & 108 \\ & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow & \nwarrow & \swarrow \\ & 12 & & 20 & & 28 & \end{array}$$

Término general

Ejemplo 3

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 8, 15, 24, 35, ...

b 6, 9, 14, 21, ...

Solución:

$$n^2 + 4n + 3$$

Solución:

$$n^2 + 5$$

Ejercicio 3

___ de 3 puntos

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 4, 10, 18, 28, ...

b 0, 3, 8, 15, ...

c 1, 13, 33, 61, ...

Solución:

$$n^2 + 3n$$

Solución:

$$n^2 - 1$$

Solución:

$$4n^2 - 3$$

Sucesión geométrica

Ejemplo 4

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

Solución:

$$-1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, -\frac{1}{125}$$

b $a_n = 4(2)^{n-1}$

Solución:

$$4, 8, 16, 32$$

Ejercicio 4

___ de 3 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = (-2)^{n-1}$

Solución:

$$1, -2, 4, -8$$

b $a_n = (4)^{n-1}$

Solución:

$$1, 4, 16, 64$$

c $a_n = 2(5)^{n-1}$

Solución:

$$2, 10, 50, 250$$

Razón de una sucesión geométrica

Ejemplo 5

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$ $r = \frac{1}{4}$

Solución:

b $3, \frac{6}{5}, \frac{12}{25}, \frac{24}{125}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

Solución:

Ejercicio 5

___ de 3 puntos

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $10, 4, \frac{8}{5}, \frac{16}{25}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

Solución:

b $24, -12, 6, -3, \frac{3}{2}, \dots$ $r = \frac{1}{2}$

Solución:

c $6, 9, \frac{27}{2}, \frac{81}{4}, \dots$ $r = \frac{3}{2}$

Solución:

Productos notables

Binomios conjugados

Ejemplo 6

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 15)(x + 15) = x^2 - 225$

b $(9x - 1)(9x + 1) = 81x^2 - 1$

Ejercicio 6

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

b $(x - 12y)(x + 12y) = x^2 - 144y^2$

c $(10x - 9y)(10x + 9y) = 100x^2 - 81y^2$

Binomios con término común

Ejemplo 7

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 5)(x - 6) = x^2 - 11x + 30$

b $(x + 4)(x + 6) = x^2 + 10x + 24$

Ejercicio 7

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 2)(x + 6) = x^2 + 4x - 12$

b $(x + 6)(x - 10) = x^2 - 4x - 60$

c $(x - 9)(x - 2) = x^2 - 11x + 18$

Binomio al cuadrado

Ejemplo 8

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x - 7y)^2 = x^2 - 14xy + 49y^2$

b $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Ejercicio 8

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x + 7y)^2 = x^2 + 14xy + 49y^2$

b $(x - 9)^2 = x^2 - 18x + 81$

c $(6x + 5y)^2 = 36x^2 + 60xy + 25y^2$

Binomios de la forma $(mx + a)(nx + b)$

Ejemplo 9

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(4x - 3)(2x + 9) = 8x^2 + 30x - 27$

b $(3x - 5)(3x + 6) = 9x^2 + 3x - 30$

Ejercicio 9

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(3x-3)(2x-8) = 6x^2 - 30x + 24$ **b** $(4x-1)(3x+2) = 12x^2 + 5x - 2$ **c** $(3x-3)(2x-8) = 8x^2 + 30x - 27$

Binomio al cubo

Ejemplo 10

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(5x-2y)^3 = 125x^3 - 150x^2y + 60xy^2 - 8y^3$ **b** $(x-4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

Ejercicio 10

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ **b** $(2x+5)^3 = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$ **c** $(3x-4)^3 = 27x^3 - 108x^2 + 144x - 64$

Ecuaciones cuadráticas

Discriminante

Ejemplo 11

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $25x^2 - 10x + 1$ $d=0$, Soluciones: 1 **b** $3x^2 + 8x - 9$ $d=172$, Soluciones: 2

Solución:

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (-10)^2 - 4(25)(1) \\ d &= 100 - 100 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (8)^2 - 4(3)(-9) \\ d &= 64 + 108 \\ d &= 172 \end{aligned}$$

Ejercicio 11

___ de 3 puntos

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 14x + 49$ Soluciones: 1 **b** $x^2 - 5x$ Soluciones: 2 **c** $3x^2 + 7x + 13$ Soluciones: 0

Solución:

$$d=0$$

Solución:

$$d=25$$

Solución:

$$d=-107$$

Ecuaciones cuadráticas incompletas

Ejemplo 12

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $4x^2 - 7x = 0$

Solución:

$$0 = 4x^2 - 7x$$

$$0 = x(4x - 7)$$

$$\therefore x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4}$$

b $3x^2 - 4x = 0$

Solución:

$$0 = 3x^2 - 4x$$

$$0 = x(3x - 4)$$

$$\therefore x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{3}$$

Ejercicio 12

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 9x = 0$

Solución:

$$0 = x^2 + 9x$$

$$0 = x(x + 9)$$

$$\therefore x_1 = -9 \text{ y } x_2 = 0$$

b $x^2 - 49 = 0$

Solución:

$$0 = x^2 - 49$$

$$49 = x^2$$

$$\sqrt{49} = x$$

$$\pm 7 = x$$

$$\therefore x_1 = -7 \text{ y } x_2 = 7$$

c $x^2 + 4x = 0$

Solución:

$$0 = x^2 + 4x$$

$$0 = x(x + 4)$$

$$\therefore x_1 = -4 \text{ y } x_2 = 0$$

Ecuaciones cuadráticas completas

Ejemplo 13

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 13x + 30 = 0$

Solución:

$$x_{1,2} = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-13) \pm 7}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-(-13) + 7}{2 \cdot 1} = 10$$

$$x_2 = \frac{-(-13) - 7}{2 \cdot 1} = 3$$

b $x^2 + 2x - 63 = 0$

Solución:

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 16}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 16}{2 \cdot 1} = 7$$

$$x_2 = \frac{-2 - 16}{2 \cdot 1} = -9$$

Ejercicio 13

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 3x - 40 = 0$

Solución:

$x_1 = -5, x_2 = 8$

c $x^2 - 2x - 15 = 0$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 5$

e $20x^2 + 23x + 6 = 0$

Solución:

$x_1 = -\frac{3}{4}, x_2 = -\frac{2}{5}$

b $x^2 - 3x - 28 = 0$

Solución:

$x_1 = -4, x_2 = 7$

d $2x^2 - 9x - 5 = 0$

Solución:

$x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 5$

f $4x^2 + 5x - 6 = 0$

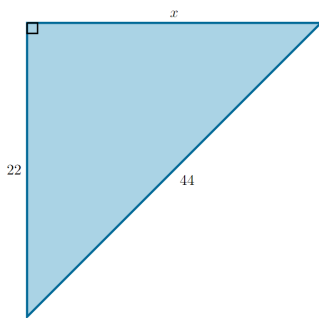
Solución:

$x_1 = -2, x_2 = \frac{3}{4}$

Teorema de Pitágoras

Hallando la hipotenusa y catetos

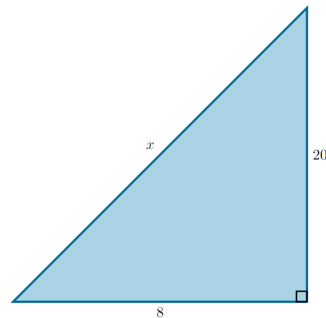
Ejemplo 14

En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:**a**

$x = 38.11$

Solución:

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 44^2 &= 22^2 + x^2 \\
 44^2 - 22^2 &= x^2 \\
 \sqrt{44^2 - 22^2} &= x \\
 38.11 &\simeq x
 \end{aligned}$$

**b**

$x = 21.54$

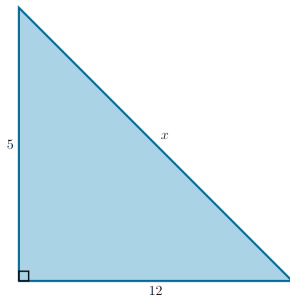
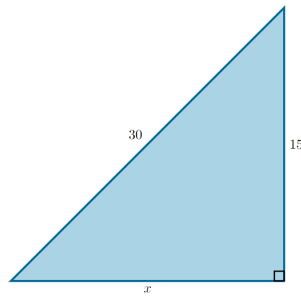
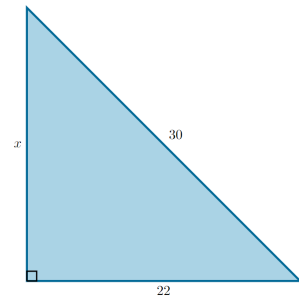
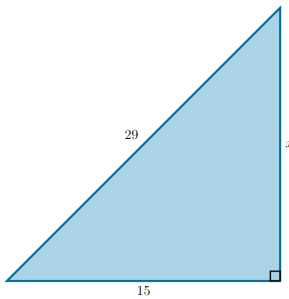
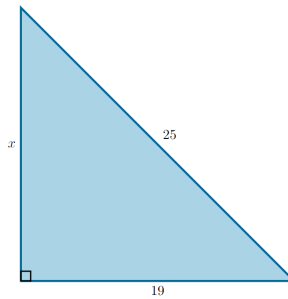
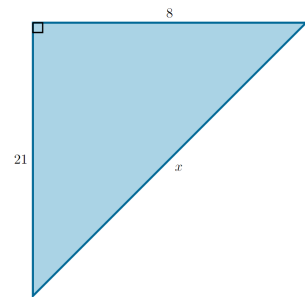
Solución:

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 x^2 &= 8^2 + 20^2 \\
 x^2 &= 64 + 400 \\
 x &= \sqrt{464} \\
 x &\simeq 21.54
 \end{aligned}$$

Ejercicio 14

___ de 6 puntos

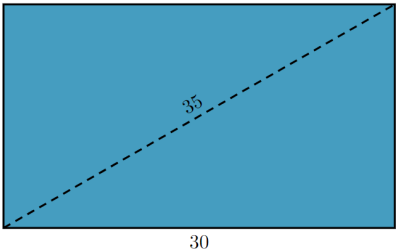
En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

**a** $x =$ **Solución:****c** $x =$ **Solución:****e** $x =$ **Solución:****b** $x =$ **Solución:****d** $x =$ **Solución:****f** $x =$ **Solución:**

Áreas y perímetros

Ejemplo 15

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



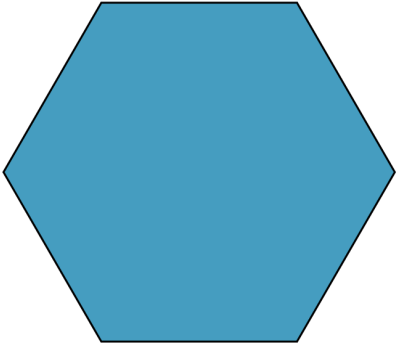
30

35

a

$x =$

Solución:



42

b

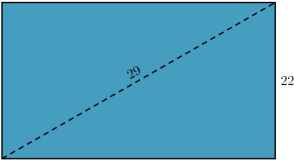
$x =$

Solución:

Ejercicio 15

___ de 12 puntos

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:

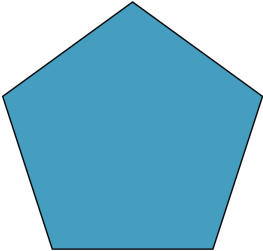


22

29

a

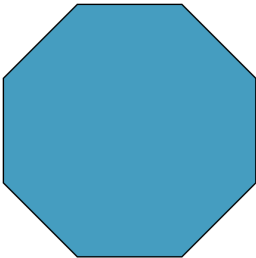
Solución:
Perímetro:
Área:



16

b

Solución:
Perímetro:
Área:



10

c

Solución:
Perímetro:
Área:

Resolución de problemas

Ejemplo 16

Resuelve los siguientes problemas:

- a Desde la ventana de una torre en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros de la torre. ¿A qué altura está la ventana?
- b Calcula la altura de un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y sus lados iguales miden 25 cm.

Solución:

13

Solución:

24.26

Ejercicio 16

___ de 10 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a En una rampa, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros mientras que avanza una distancia horizontal de 78 metros. ¿Cuál es la altura de la rampa?
- b La altura de una portería de fútbol es de 2.4 metros y la distancia desde el punto de penalti hasta la raya de gol es de 10.8 metros, ¿qué distancia recorre un balón si sale desde el punto de penalti y se estrella en la parte más alta de la portería?

Solución:

33.77

Solución:

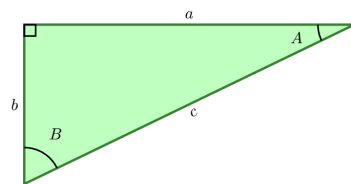
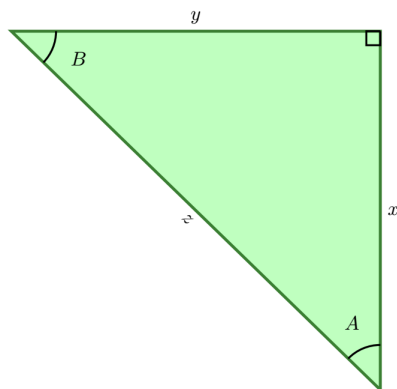
11.06

Trigonometría

Identificando lados

Ejemplo 17

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



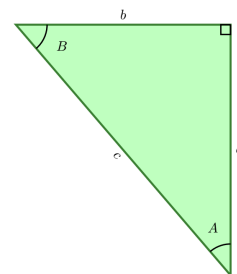
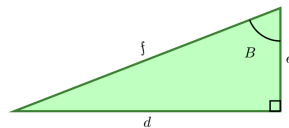
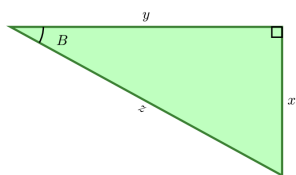
b $CO = b$

a $CO = y$

Ejercicio 17

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo B?



a $CO = x$

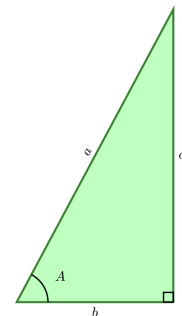
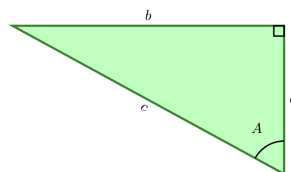
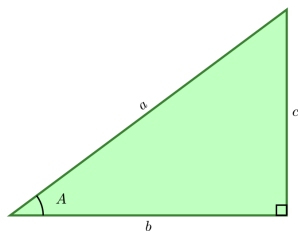
b $CO = d$

c $CO = a$

Ejercicio 18

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



a $CO = c$

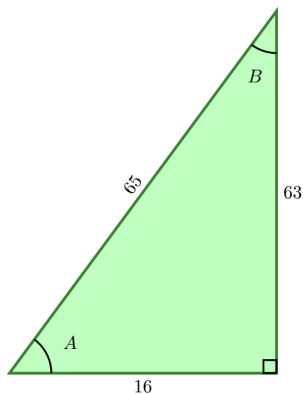
b $CO = b$

c $CO = c$

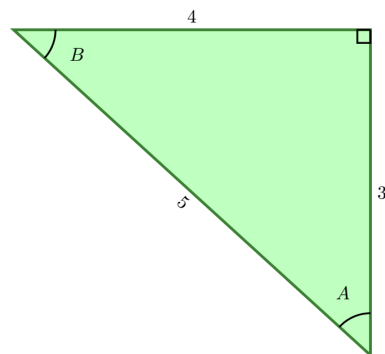
Identificando funciones

Ejemplo 18

Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(B) = 0.24$$

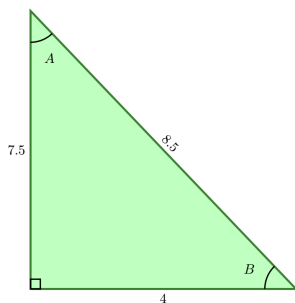
**b**

$$\cos(A) = 0.60$$

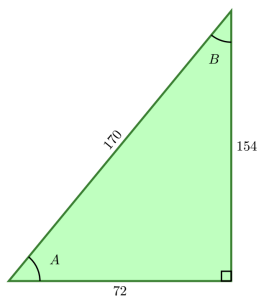
Ejercicio 19

___ de 3 puntos

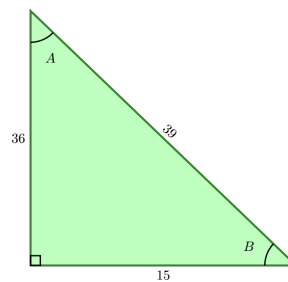
Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(A) = 0.47$$

**b**

$$\cos(A) = 0.42$$

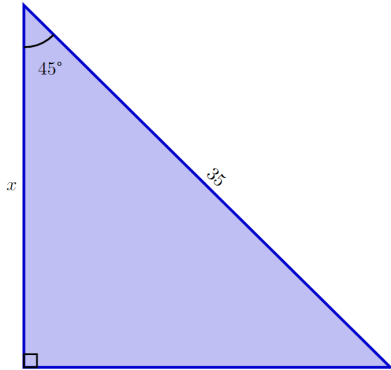
**c**

$$\cos(A) = 0.92$$

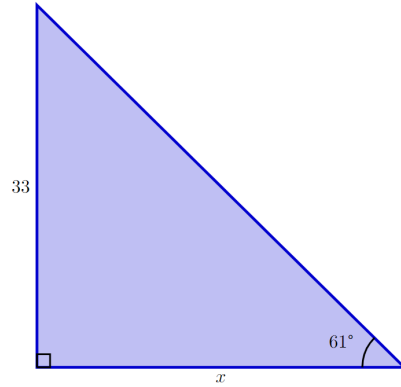
Encontrando lados

Ejemplo 19

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 37.08$$

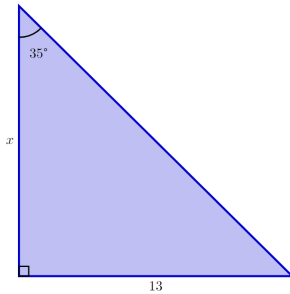
**b**

$$x = 24.84$$

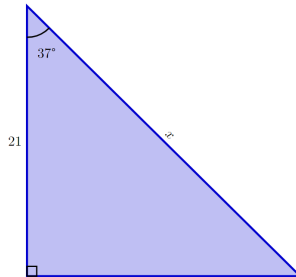
Ejercicio 20

___ de 3 puntos

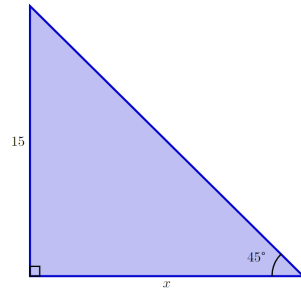
Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 18.56$$

**b**

$$x = 26.29$$

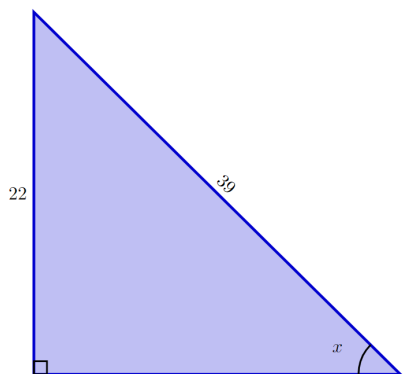
**c**

$$x = 18.29$$

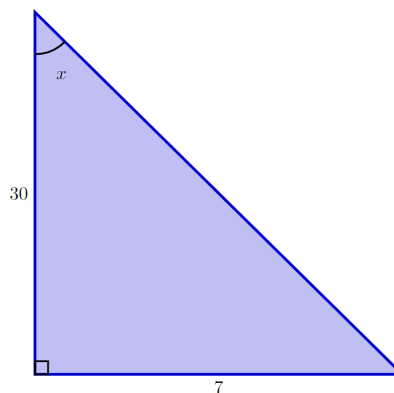
Encontrando ángulos

Ejemplo 20

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 34.33$$

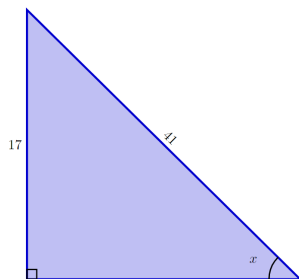
**b**

$$x = 13.13$$

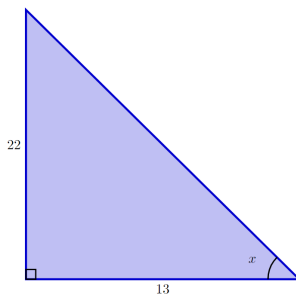
Ejercicio 21

___ de 6 puntos

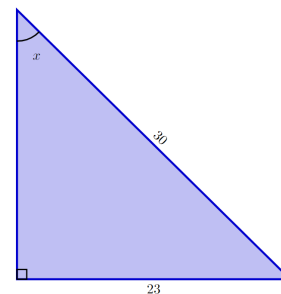
sando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 24.49$$

**b**

$$x = 59.42$$

**c**

$$x = 50.05$$

Resolución de problemas

Ejemplo 21

Resuelve los siguientes problemas:

- a** El piloto de un avión debe aproximarse a la pista de aterrizaje con un ángulo de 7° con respecto a la horizontal. Si vuela a una altura de 8,000 metros, ¿a qué distancia de la pista debe iniciar su descenso?
- b** El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de 40° . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar, ¿cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

Solución:

65154.77

Solución:

47.67

Ejercicio 22

___ de 6 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Cuando el sol se encuentra a 20° sobre el horizonte, ¿cuánto medirá la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura?

Solución:

137.37

- b** Una escalera de extensión de 7.62 metros recargada contra un edificio forma un ángulo de 70° con el suelo. ¿A qué altura del edificio llega la escalera?

Solución:

7.16

- c** La diagonal de un rectángulo mide 8.25 cm y el menor de sus lados mide 3.14 cm. Calcula el ángulo formado por la diagonal y el lado mayor del rectángulo.

Solución:

22.33