



Practica la Unidad 3

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____

Aprendizajes:

- Comprende las series y sucesiones cuadráticas y geométricas y sus respectivas formulaciones algebraicas.
- Reconoce y aplica los principales productos notables y su interpretación geométrica.
- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras para resolver problemas.
- Usa las funciones trigonométricas para resolver problemas geométricos con aplicación en la vida diaria.

Puntuación:

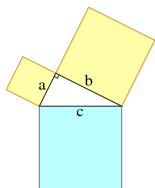
Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Puntos	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	6
Obtenidos											
Pregunta	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Total
Puntos	6	6	12	10	3	3	3	6	6	6	100
Obtenidos											

Índice		3. Ecuaciones cuadráticas	6
		3.1. Discriminante	6
		3.2. Ecuaciones cuadráticas incompletas	6
		3.3. Ecuaciones cuadráticas completas	7
1. Sucesiones cuadráticas y geométricas	2	4. Teorema de Pitágoras	8
1.1. Sucesión cuadrática	2	4.1. Hallando la hipotenusa y catetos	8
1.2. Completando la sucesión cuadrática	3	4.2. Áreas y perímetros	10
1.3. Término general	3	4.3. Resolución de problemas	11
1.4. Sucesión geométrica	3		
1.5. Razón de una sucesión geométrica	4		
2. Productos notables	4	5. Trigonometría	11
2.1. Binomios conjugados	4	5.1. Identificando lados	12
2.2. Binomios con término común	4	5.2. Identificando funciones	13
2.3. Binomio al cuadrado	5	5.3. Encontrando lados	14
2.4. Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$	5	5.4. Encontrando ángulos	15
2.5. Binomio al cubo	5	5.5. Resolución de problemas	16

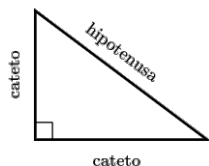
Teorema de Pitágoras

El cuadrado de la hipotenusa c es igual a la suma de los cuadrados de los catetos a y b , como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



La Hipotenusa



La **hipotenusa** es el lado más largo y está enfrente del ángulo recto (ver Figura). Los dos catetos son los lados más cortos que forman el ángulo recto:

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$.

Las soluciones a una ecuación cuadrática son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El discriminante δ es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

1 Sucesiones cuadráticas y geométricas

1.1 Sucesión cuadrática

Ejemplo 1

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2 + 5n + 2$

9, 20, 35, 54

b $n^2 + 5n$

6, 14, 24, 36

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 2(1)^2 + 5(1) + 2 = 9 \\ n = 2 & \quad 2(2)^2 + 5(2) + 2 = 20 \\ n = 3 & \quad 2(3)^2 + 5(3) + 2 = 35 \\ n = 4 & \quad 2(4)^2 + 5(4) + 2 = 54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad (1)^2 + 5(1) = 6 \\ n = 2 & \quad (2)^2 + 5(2) = 14 \\ n = 3 & \quad (3)^2 + 5(3) = 24 \\ n = 4 & \quad (4)^2 + 5(4) = 36 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

___ de 6 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2$

2, 8, 18, 32

b $5n^2 + 2n$

7, 24, 51, 88

c $n^2 - 6n$

-5, -8, -9, -8

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 2(1)^2 = 2 \\ n = 2 & \quad 2(2)^2 = 8 \\ n = 3 & \quad 2(3)^2 = 18 \\ n = 4 & \quad 2(4)^2 = 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 5(1)^2 + 2(1) = 7 \\ n = 2 & \quad 5(2)^2 + 2(2) = 24 \\ n = 3 & \quad 5(3)^2 + 2(3) = 51 \\ n = 4 & \quad 5(4)^2 + 2(4) = 88 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad (1)^2 - 6(1) = -5 \\ n = 2 & \quad (2)^2 - 6(2) = -8 \\ n = 3 & \quad (3)^2 - 6(3) = -9 \\ n = 4 & \quad (4)^2 - 6(4) = -8 \end{aligned}$$

1.2 Completando la sucesión cuadrática

1.3 Término general

Ejemplo 2

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 8, 15, 24, 35, ...

$$n^2 + 4n + 3$$

b 6, 9, 14, 21, ...

$$n^2 + 5$$

Ejercicio 2

___ de 3 puntos

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 4, 10, 18, 28, ...

$$n^2 + 3n$$

b 0, 3, 8, 15, ...

$$n^2 - 1$$

c 1, 13, 33, 61, ...

$$4n^2 - 3$$

1.4 Sucesión geométrica

Ejemplo 3

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

$$-1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, -\frac{1}{125}$$

b $a_n = 4(2)^{n-1}$

$$4, 8, 16, 32$$

Ejercicio 3

___ de 3 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = (-2)^{n-1}$

$$1, -2, 4, -8$$

b $a_n = (4)^{n-1}$

$$1, 4, 16, 64$$

c $a_n = 2(5)^{n-1}$

$$2, 10, 50, 250$$

1.5 Razón de una sucesión geométrica

Ejemplo 4

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$ $r = \frac{1}{4}$

b $3, \frac{6}{5}, \frac{12}{25}, \frac{24}{125}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

Ejercicio 4

___ de 3 puntos

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $10, 4, \frac{8}{5}, \frac{16}{25}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

b $24, -12, 6, -3, \frac{3}{2}, \dots$ $r = \frac{1}{2}$

c $6, 9, \frac{27}{2}, \frac{81}{4}, \dots$ $r = \frac{3}{2}$

2 Productos notables

2.1 Binomios conjugados

Ejemplo 5

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 15)(x + 15) = x^2 - 225$

b $(9x - 1)(9x + 1) = 81x^2 - 1$

Ejercicio 5

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

b $(x - 12y)(x + 12y) = x^2 - 144y^2$

c $(10x - 9y)(10x + 9y) = 100x^2 - 81y^2$

2.2 Binomios con término común

Ejemplo 6

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 5)(x - 6) = x^2 - 11x + 30$

b $(x + 4)(x + 6) = x^2 + 10x + 24$

Ejercicio 6

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x-2)(x+6) = x^2 + 4x - 12$

b $(x+6)(x-10) = x^2 - 4x - 60$

c $(x-9)(x-2) = x^2 - 11x + 18$

2.3 Binomio al cuadrado

Ejemplo 7

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x-7y)^2 = x^2 - 14xy + 49y^2$

b $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Ejercicio 7

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x+7y)^2 = x^2 + 14xy + 49y^2$

b $(x-9)^2 = x^2 - 18x + 81$

c $(6x+5y)^2 = 36x^2 + 60xy + 25y^2$

2.4 Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$

Ejemplo 8

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(4x-3)(2x+9) = 8x^2 + 30x - 27$

b $(3x-5)(3x+6) = 9x^2 + 3x - 30$

Ejercicio 8

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(3x-3)(2x-8) = 6x^2 - 30x + 24$

b $(4x-1)(3x+2) = 12x^2 + 5x - 2$

c $(3x-3)(2x-8) = 6x^2 - 30x + 24$

2.5 Binomio al cubo

Ejemplo 9

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(5x-2y)^3 = 125x^3 - 150x^2y + 60xy^2 - 8y^3$

b $(x-4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

Ejercicio 9

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

b $(2x+5)^3 = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$

c $(3x-4)^3 = 27x^3 - 108x^2 + 144x - 64$

3 Ecuaciones cuadráticas

3.1 Discriminante

Ejemplo 10

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $25x^2 - 10x + 1$ $d=0$, Soluciones: **1**

b $3x^2 + 8x - 9$ $d=172$, Soluciones: **2**

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (-10)^2 - 4(25)(1) \\ d &= 100 - 100 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (8)^2 - 4(3)(-9) \\ d &= 64 + 108 \\ d &= 172 \end{aligned}$$

Ejercicio 10

___ de 3 puntos

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 14x + 49$ Soluciones: **1** **b** $x^2 - 5x$ Soluciones: **2** **c** $3x^2 + 7x + 13$ Soluciones: **0**

$$d=0$$

$$d=25$$

$$d=-107$$

3.2 Ecuaciones cuadráticas incompletas

Ejemplo 11

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $4x^2 - 7x = 0$

b $3x^2 - 4x = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^2 - 7x \\ 0 &= x(4x - 7) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 4x \\ 0 &= x(3x - 4) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Ejercicio 11

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 9x = 0$

$$\begin{aligned}
 0 &= x^2 + 9x \\
 0 &= x(x + 9) \\
 \therefore x_1 &= -9 \text{ y } x_2 = 0
 \end{aligned}$$

b $x^2 - 49 = 0$

$$\begin{aligned}
 0 &= x^2 - 49 \\
 49 &= x^2 \\
 \sqrt{49} &= x \\
 \pm 7 &= x \\
 \therefore x_1 &= -7 \text{ y } x_2 = 7
 \end{aligned}$$

c $x^2 + 4x = 0$

$$\begin{aligned}
 0 &= x^2 + 4x \\
 0 &= x(x + 4) \\
 \therefore x_1 &= -4 \text{ y } x_2 = 0
 \end{aligned}$$

3.3 Ecuaciones cuadráticas completas

Ejemplo 12

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 13x + 30 = 0$

$$\begin{aligned}
 x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} \\
 x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm 7}{2 \cdot 1} \\
 x_1 &= \frac{-(-13) + 7}{2 \cdot 1} = 10 \\
 x_2 &= \frac{-(-13) - 7}{2 \cdot 1} = 3
 \end{aligned}$$

b $x^2 + 2x - 63 = 0$

$$\begin{aligned}
 x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2 \cdot 1} \\
 x_{1,2} &= \frac{-2 \pm 16}{2 \cdot 1} \\
 x_1 &= \frac{-2 + 16}{2 \cdot 1} = 7 \\
 x_2 &= \frac{-2 - 16}{2 \cdot 1} = -9
 \end{aligned}$$

Ejercicio 12

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 3x - 40 = 0$

$x_1 = -5, x_2 = 8$

c $x^2 - 2x - 15 = 0$

$x_1 = -3, x_2 = 5$

e $20x^2 + 23x + 6 = 0$

$x_1 = -\frac{3}{4}, x_2 = -\frac{2}{5}$

b $x^2 - 3x - 28 = 0$

$x_1 = -4, x_2 = 7$

d $2x^2 - 9x - 5 = 0$

$x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 5$

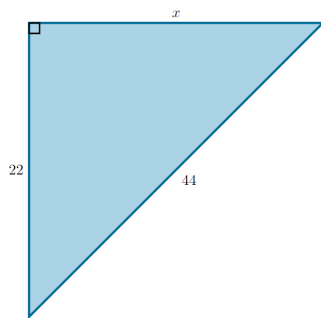
f $4x^2 + 5x - 6 = 0$

$x_1 = -2, x_2 = \frac{3}{4}$

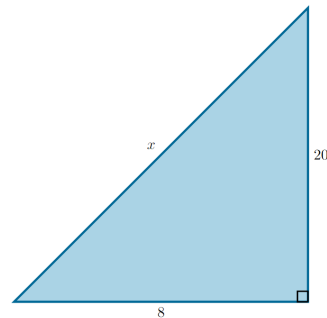
4 Teorema de Pitágoras

4.1 Hallando la hipotenusa y catetos

Ejemplo 13

En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:**a**

$x = 38.11$

**b**

$x = 21.54$

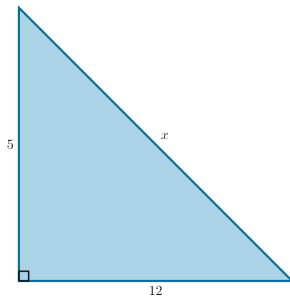
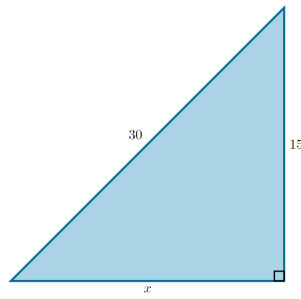
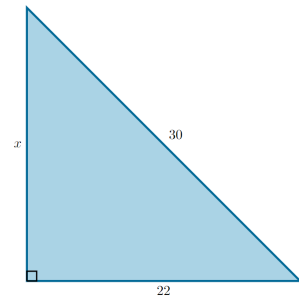
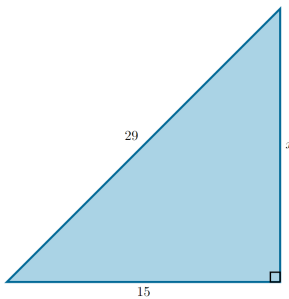
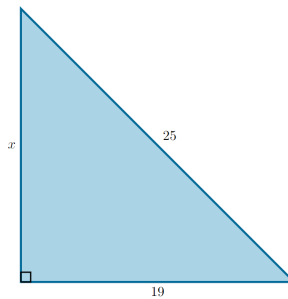
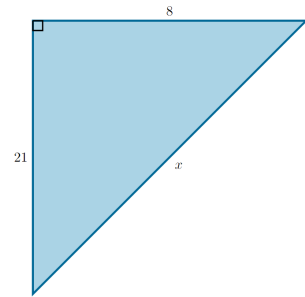
$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 44^2 &= 22^2 + x^2 \\
 44^2 - 22^2 &= x^2 \\
 \sqrt{44^2 - 22^2} &= x \\
 38.11 &\simeq x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 x^2 &= 8^2 + 20^2 \\
 x^2 &= 64 + 400 \\
 x &= \sqrt{464} \\
 x &\simeq 21.54
 \end{aligned}$$

Ejercicio 13

___ de 6 puntos

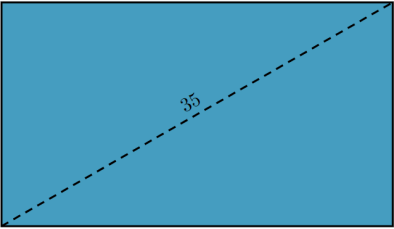
En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

**a** $x =$ **c** $x =$ **e** $x =$ **b** $x =$ **d** $x =$ **f** $x =$

4.2 Áreas y perímetros

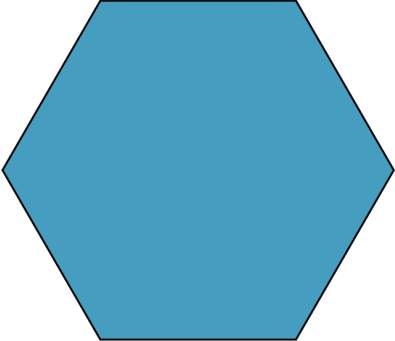
Ejemplo 14

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



a

$x =$



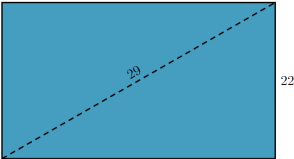
b

$x =$

Ejercicio 14

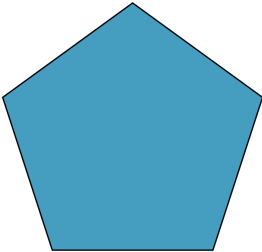
de 12 puntos

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



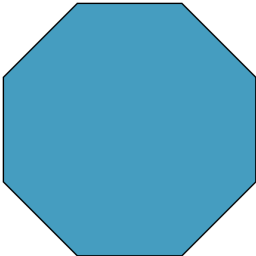
a

Perímetro:
Área:



b

Perímetro:
Área:



c

Perímetro:
Área:

4.3 Resolución de problemas

Ejemplo 15

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Desde la ventana de una torre en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros de la torre. ¿A qué altura está la ventana?
- b** Calcula la altura de un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y sus lados iguales miden 25 cm.

13

24.26

Ejercicio 15

___ de 10 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a** En una rampa, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros mientras que avanza una distancia horizontal de 78 metros. ¿Cuál es la altura de la rampa?
- b** La altura de una portería de fútbol es de 2.4 metros y la distancia desde el punto de penalti hasta la raya de gol es de 10.8 metros, ¿qué distancia recorre un balón si sale desde el punto de penalti y se estrella en la parte más alta de la portería?

33.77

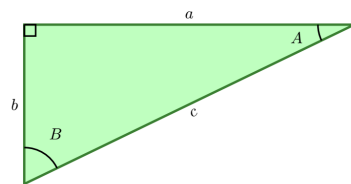
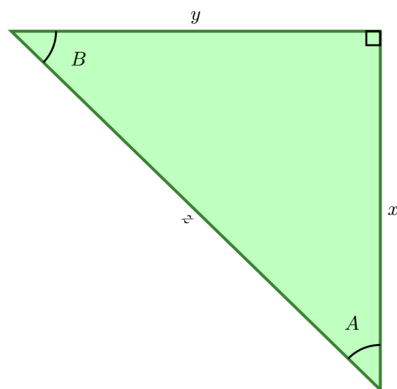
11.06

5 Trigonometría

5.1 Identificando lados

Ejemplo 16

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



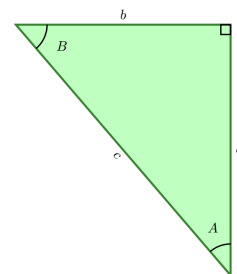
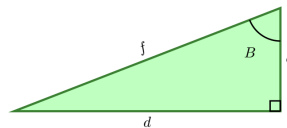
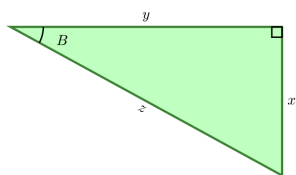
a $CO = y$

b $CO = b$

Ejercicio 16

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo B?



a $CO = x$

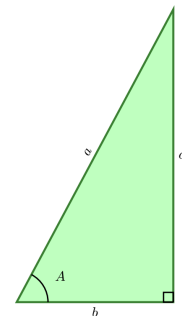
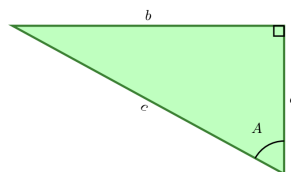
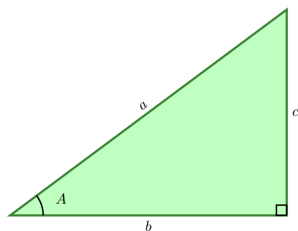
b $CO = d$

c $CO = a$

Ejercicio 17

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



a $CO = c$

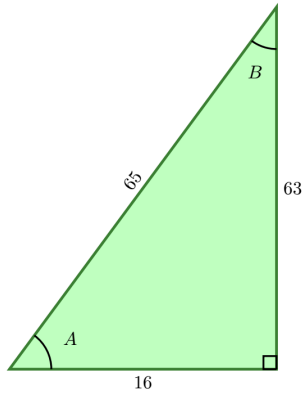
b $CO = b$

c $CO = c$

5.2 Identificando funciones

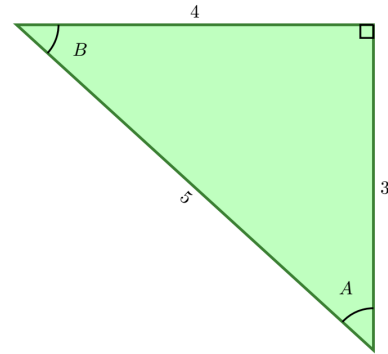
Ejemplo 17

Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:



a

$$\text{sen}(B) = 0.24$$



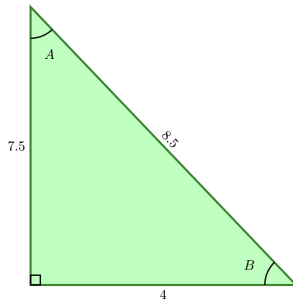
b

$$\cos(A) = 0.60$$

Ejercicio 18

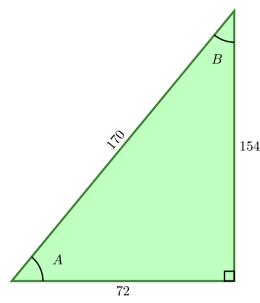
___ de 3 puntos

Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:



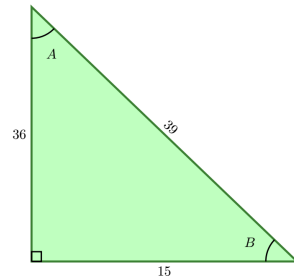
a

$$\text{sen}(A) = 0.47$$



b

$$\cos(A) = 0.42$$



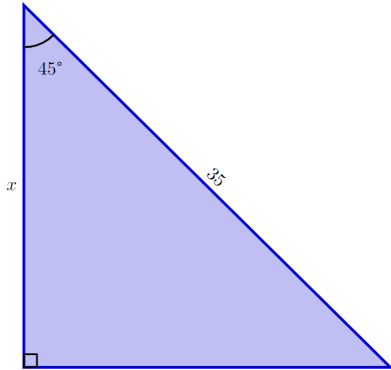
c

$$\cos(A) = 0.92$$

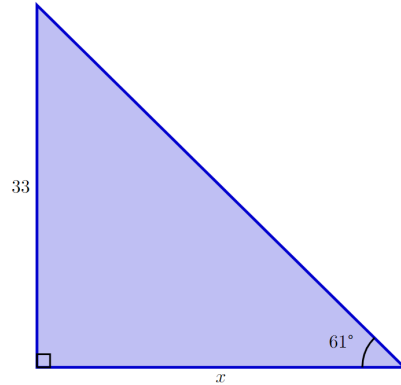
5.3 Encontrando lados

Ejemplo 18

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 37.08$$

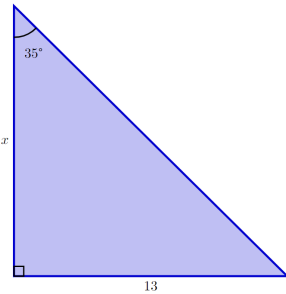
**b**

$$x = 24.84$$

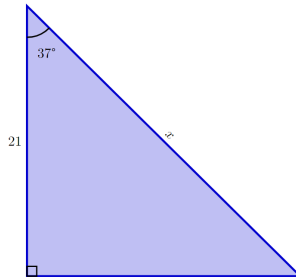
Ejercicio 19

___ de 6 puntos

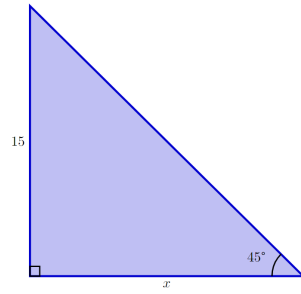
Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 18.56$$

**b**

$$x = 26.29$$

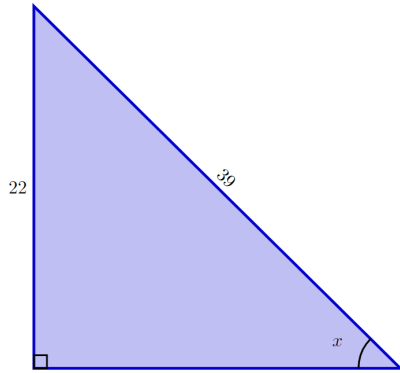
**c**

$$x = 18.29$$

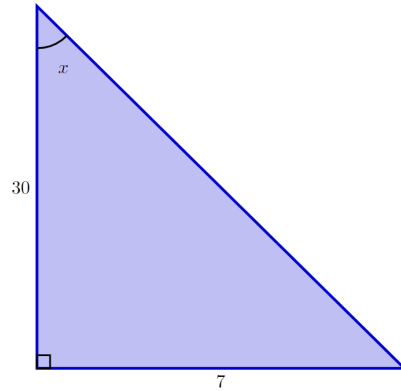
5.4 Encontrando ángulos

Ejemplo 19

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 34.33$$

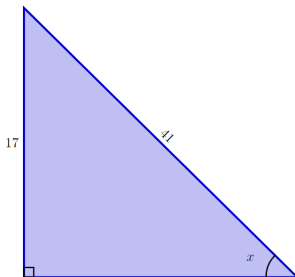
**b**

$$x = 13.13$$

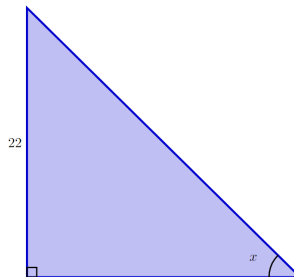
Ejercicio 20

___ de 6 puntos

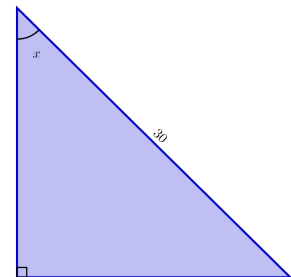
sando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 24.49$$

**b**

$$x = 59.42$$

**c**

$$x = 50.05$$

5.5 Resolución de problemas

Ejemplo 20

Resuelve los siguientes problemas:

- a** El piloto de un avión debe aproximarse a la pista de aterrizaje con un ángulo de 7° con respecto a la horizontal. Si vuela a una altura de 8,000 metros, ¿a qué distancia de la pista debe iniciar su descenso?
- b** El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de 40° . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar, ¿cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

65154.77

47.67

Ejercicio 21

___ de 6 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Cuando el sol se encuentra a 20° sobre el horizonte, ¿cuánto medirá la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura?
- b** Una escalera de extensión de 7.62 metros recargada contra un edificio forma un ángulo de 70° con el suelo. ¿A qué altura del edificio llega la escalera?
- c** La diagonal de un rectángulo mide 8.25 cm y el menor de sus lados mide 3.14 cm. Calcula el ángulo formado por la diagonal y el lado mayor del rectángulo.

137.37

7.16

22.33