Escuela Rafael Díaz Serdán

Educación para la vida

Matemáticas 2

JC Melchor Pinto

Última revisión del documento: 30 de mayo de 2023

Autocontrol

2° de Secundaria

Unidad 3 2022-2023

Guía 35

Volumen de prismas rectos

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7
Puntos	10	10	10	10	10	10	10
Obtenidos							

Pregunta	8	9	10	11	12		Total
Puntos	10	10	10	10	10		120
Obtenidos							

Vocabulario

Volumen → cantidad de espacio tridimensional que ocupa un objeto.
Área → medida de superficie.
Poliedro → cuerpo geométrico de muchas caras planas y volumen finito.
Pirámide → poliedro, constituido por un polígono simple (llamado base) y cuyas caras laterales son triángulos que se juntan en un vértice común, también llamado ápice o cúspide.
Prisma → poliedro que consta de dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y de caras laterales que son paralelogramos.
Apotema → línea perpendicular que va desde el centro del polígono hasta cualesquiera de sus lados.

Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_B, se obtiene mediante la expresión:

$$V = A_B h$$

Si el polígono base es un polígono regular (todos sus lados iguales), entonces:

$$V = A_B h = \frac{(P \times a)}{2}(h) = \frac{n \times l \times a \times h}{2}$$

donde A_B es el área del polígono regular de la base, P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados; l, la medida del lado y h, la altura.

Volumen de un prisma rectangular

El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Ejercicio 1 — 10 puntos

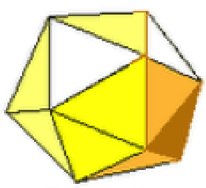
Elige en cada menú, las palabras que completan las afirmaciones.

poliedro | polígono | polinomio | pentágono | dodecaedro | cilindro | prismas | las pirámides | los cilíndros | paralelas | perpendiculares | iguales

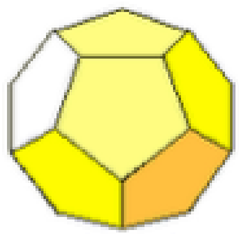
Un **poliedro** es un cuerpo geométrico, formado por varias caras planas, que encierra un volumen finito. Un ejemplo, es el **dodecaedro** que está formado por doce caras. Dentro del conjunto de los poliedros están los **prismas** que están formados por dos caras poligonales opuestas e iguales entre sí. Finalmente, los prismas rectos son aquellos cuyas caras laterales son **perpendiculares** a la base.

Ejercicio 2 — 10 puntos

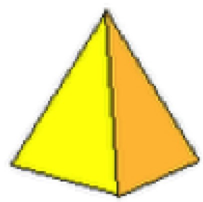
Clasifica los cuerpos geométricos.



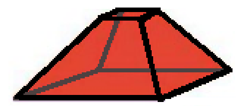
(a) Clasificación: **poliedro**



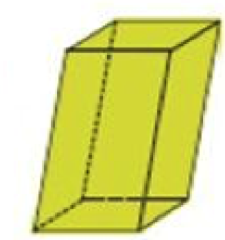
(b) Clasificación: **poliedro**



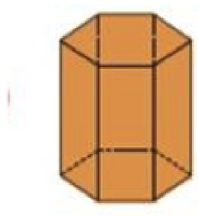
(c) Clasificación: **pirámide**



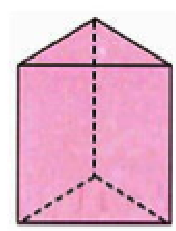
(d) Clasificación: **tronco de pirámide**



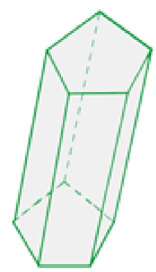
(e) Clasificación: **prisma rectangular oblicuo**



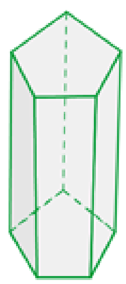
(f) Clasificación: **prisma hexagonal**



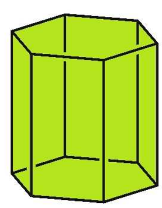
(g) Clasificación: **prisma triangular**



(h) Clasificación: **prisma pentagonal oblicuo**



(i) Clasificación: **prisma pentagonal**



(j) Clasificación: **prisma heptagonal**

Figura 1: Cuerpos geométricos

Ejercicio 3 10 puntos

Analiza cada una de las siguientes situaciones y contesta.

a El volumen de una caja de barras de granola es 210 centímetros cúbicos. **¿Cuáles de las siguientes pueden ser las dimensiones de la caja?** *Elige todas las respuestas adecuadas:*

- √ **7 cm de largo, 3 cm de ancho, 10 cm de alto**
- ☐ 21 cm de largo, 5 cm de ancho, 5 cm de alto
- √ **15 cm de largo, 2 cm de ancho, 7 cm de alto**
- ☐ 21 cm de largo, 5 cm de ancho, 1 cm de alto.

b El volumen del estuche para joyas de Elaine es 36 centímetros cúbicos. **¿Cuáles de las siguientes pueden ser las dimensiones del estuche de Elaine?** *Elige todas las respuestas adecuadas:*

- ☐ 12 cm de largo, 12 cm de ancho, 12 cm de alto.
- √ **3 cm de largo, 4 cm de ancho, 3 cm de alto.**
- ☐ 4 cm de largo, 4 cm de ancho, 2 cm de alto.
- √ **12 cm de largo, 3 cm de ancho, 1 cm de alto.**

c Layla quiere construir una caja de madera que tenga un volumen de 45 centímetros cúbicos. Empezó con 3 cm de ancho y 3 cm de alto. **¿Cuál debe ser el largo de la caja?** __**5**__

d Un cofre para juguetes con forma de prisma rectangular mide 3 m por 2 m por 1 m. Un contenedor de carga se llena con 8 de estos cofres. No queda más espacio en el contenedor. **¿Cuál es el volumen del contenedor?** __**48**__

Ejercicio 4 10 puntos

Completa la tabla 1.

Tabla 1: Prisma recto a partir de un polígono regular

Polígono regular de la base del prisma	Medida del lado [cm]	Medida del apotema [cm]	Área de la base [cm^2]	Altura del prisma [cm]	Volumen [cm^3]
Pentágono	4	2.75	27.5	7	192.5
Hexágono	4	3.46	41.52	8	332.16
Heptagono	4	4.61	64.54	9	580.86
Octágono	4	4.83	77.28	10	772.8
Nonágono	4	5.84	105.12	11	1156.2
Decágono	4	6.47	129.4	12	1552.8

Ejercicio 5 — 10 puntos

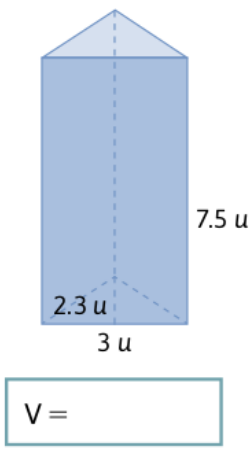
Se tiene un prisma recto cuya base es un decágono regular con área igual a 34 cm^2 y con volumen de 170 cm^3 . **¿Cuál es el valor de su altura?**

Solución:

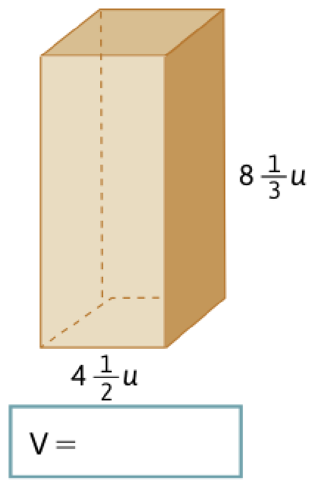
$$h = \frac{V}{A_b} = \frac{170}{34} = 5\text{cm}$$

Ejercicio 6 — 10 puntos

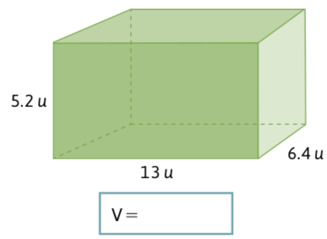
Calcula el volumen de cada uno de los cuerpos geométricos que aparecen en la figura 2.



(a) Prisma triangular



(b) Prisma cuadrangular



(c) Prisma rectangular

Figura 2: Volúmenes de prismas rectos.

Ejercicio 7 **10 puntos**

La Figura 3 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

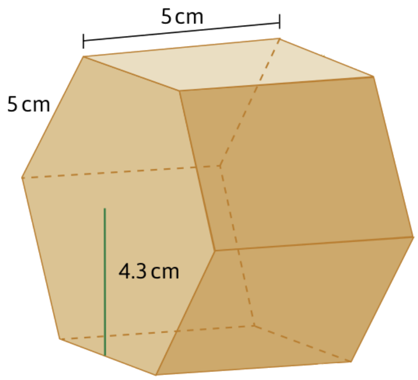


Figura 3

a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el doble de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:

El volumen de una caja con el doble de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}}{2}\right) 10 \text{ cm} = 2580 \text{ cm}^3$$

c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{2580 \text{ cm}^3}{322.5 \text{cm}^3} = 8$$

La caja con el doble de dimensiones es 8 veces mayor que la primera.

Ejercicio 8 **10 puntos**

Se quieren fabricar jarras con formas de prisma recto cuya base sea un polígono regular. Las jarras son de dos tipos, las que tienen por base un octágono regular y las de menor capacidad, que tienen por base un hexágono regular.

a ¿Qué altura debe tener la jarra con base de hexágono regular para que pueda contener 1.1 L, si el lado del hexágono es de 4.6 cm y la apotema es de 4 cm?

Solución:
1.1 L = 1.1 dm = 1 100 cm.
Luego, el área del hexágono es 55.2 cm. Así, la altura es $1100\nabla \cdot 55.2 = 19.93$ cm.

b ¿Qué capacidad, en litros, tiene la jarra cuya base es un octágono regular de lado 4.2 cm, apotema 5 cm y altura de 21 cm?

Solución:
El área de la base es 84 cm^2, el volumen es de 1764 cm^3, esta cantidad es equivalente a 1.764 L.

c ¿Cuál es la altura de la jarra cuya base es un octágono regular con las medidas anteriores del polígono para contener $2\frac{1}{2}$?

Solución:
Debe tener la misma área de 84 cm^2. Como la capacidad equivale a un volumen de 2500 cm^3, la altura debe ser de 29.76 cm.

Ejercicio 9 **10 puntos**

Un joyero tiene forma de un prisma con base hexagonal; la longitud de cada lado es de 3 cm, la apotema es de 2.6 cm y la altura es de 3 cm.

a ¿Cuál es su volumen?

Solución:
V = 70.2 cm^3

b Un collar está formado por 18 cuentas cúbicas de 1.5 cm de lado. ¿Se puede guardar en el joyero? *Justifica tu respuesta*

Solución:
El volumen de cada cuenta cúbica es $(1.5)^3 = 3.375$ cm^3. 18 cuentas equivalen a un volumen de 60.75 cm^3. Por lo que sí cabe el collar en el joyero.

Ejercicio 10 **10 puntos**

Se tiene un vaso en forma de prisma recto decagonal con área igual a 25 cm^2 y con volumen de 170 cm^3.

a ¿Cuál es su altura? *Describe el método para resolverla*

Solución:

6.8 cm. Se obtiene al dividir el volumen entre el área de la base.

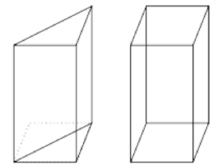
b Si el lado del decágono es de 2 cm, ¿cuánto es su apotema? Explica su obtención.

Solución:

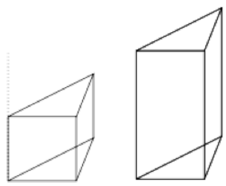
Como $A = \dfrac{n \times L \times a}{2}$, $a = \dfrac{2A}{n \times L} = \dfrac{2(25)}{10 \times 2} = 2.5$ cm.

Ejercicio 11 — 10 puntos

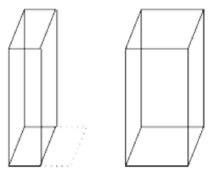
Elige la opción que indica la relación del volumen de la figura de la izquierda respecto al de la derecha.

a 

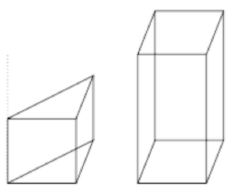
(A) Es igual (B) Es el doble (C) Es la mitad (D) No hay relación

b 

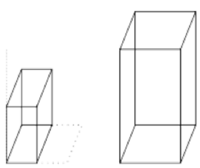
(A) Es igual (B) Es el doble (C) Es la mitad (D) No hay relación

c 

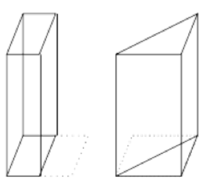
(A) Es igual (B) Es el doble (C) Es la mitad (D) No hay relación

d 

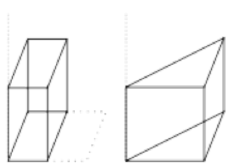
(A) Es el doble (B) Es un cuarto (C) Es la mitad (D) No hay relación

e 

(A) Es el doble (B) Es un cuarto (C) Es la mitad (D) No hay relación

f 

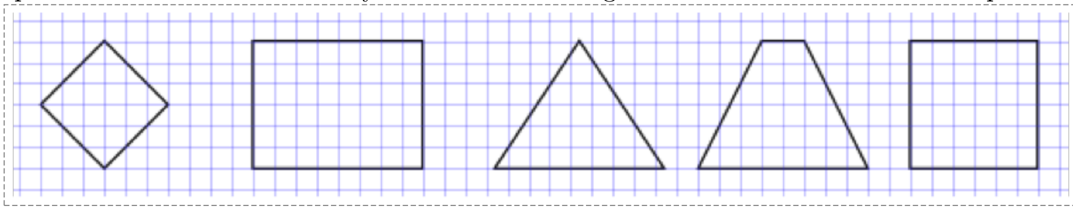
(A) Es el doble (B) Es un cuarto (C) Es la mitad (D) Es igual

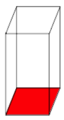
g 

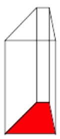
(A) Es igual (B) Es el doble (C) Es la mitad (D) Es un cuarto

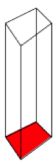
Ejercicio 12 — 10 puntos

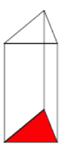
Ordena los prismas rectos de menor a mayor volumen. La imagen muestra las bases de los cuerpos.



____ 

____ 

____ 

____ 

____