Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 2

2° de Secundaria (2022-2023)

Examen de la Unidad 3

Prof.: Julio César Melchor Pinto

Soluciones propuestas

Nombre del alumno: ______________________ Fecha: ____________

Instrucciones:

Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. Desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada solución. De ser necesario, utiliza una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.

Reglas:

Al comenzar este examen, aceptas las siguientes reglas:

- ✘ No se permite **salir** del salón de clases.
- ✘ No se permite **intercambiar o prestar** ningún tipo de material.
- ✘ No se permite el uso de **celular** o cualquier **otro dispositivo**.
- ✘ No se permite el uso de **apuntes**, **libros**, notas o formularios.
- ✘ No se permite **mirar** el examen de otros alumnos.
- ✘ No se permite la **comunicación** oral o escrita con otros alumnos.

Si no consideraste alguna de estas reglas, comunícalo a tu profesor.

Aprendizajes a evaluar:

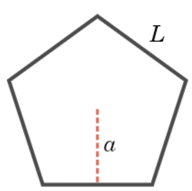
- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Calificación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	20	
6	15	
7	15	
Total	100	

Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:



$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es $P = nL$.

Suma de los n-ésimos términos

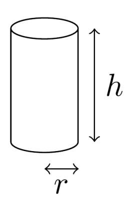
Para encontrar la suma s_n de los primeros n términos de una serie aritmética use la fórmula:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde a_1 es el primer término de la serie y a_n el n-ésimo término de la serie.

Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

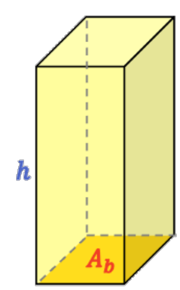


$$V = \pi r^2 h$$

donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.

Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, es:



$$V = A_b h$$

Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$

donde P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados y l, la medida del lado.

1 [10 puntos] Encuentra el noveno término de la sucesión:

$$a_n = 17 - 2(n-1)$$

Solución:

Ya que $n = 9$:

$$\begin{aligned} a_9 &= 17 - 2(9-1) \\ &= 17 - 2(8) \\ &= 17 - 16 \\ &= 1 \end{aligned}$$

El noveno término es 1.

2 [10 puntos] Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla 1:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, **¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 365 días?**

Solución:

La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n-1) + 2$$

Calculando el 365^{vo} término de la serie

$$a_{365} = 4(365-1) + 2 = 1458$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{365} = \frac{365(2+1458)}{2} = 266,450$$

Manuel tendrá 266,450 canicas al cabo de 365 días.

3 [10 puntos] **Determina el volumen del cilindro de la figura 1.**

Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

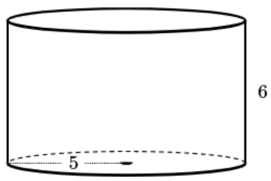


Figura 1

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 1 se sabe que $r = 5$ y $h = 6$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(5)^2(6) \\ &= \pi(25)(6) \\ &= 150\pi \end{aligned}$$

4 [20 puntos] Un empaque para pelotas de tenis es un cilindro recto al que le caben tres pelotas, cada una mide 6.8 cm de diámetro.

4a ¿Cuánto miden el radio y la altura del empaque si se fabrica justo con las medidas de las pelotas de tenis?

Solución:
El radio es el mismo de una pelota: 3.4 cm. La altura es la del diámetro de 3 pelotas: 20.4 cm

4b ¿Cuánto es su volumen?

Solución:

$$V = \pi(3.4 \text{ cm})^2(20.4 \text{ cm}) = 740.487 \text{ cm}^3$$

4c Si el empaque se fabrica con 3 mm de holgura en la parte superior, ¿cuáles son sus dimensiones?

Solución:
A la altura se le suma la holgura: $20.4 + 0.3 = 20.7$ cm.

4d ¿Cuál es su volumen?

Solución:
Volumen del empaque con holgura: $V = \pi(3.4)^2(20.7) = 239.292\pi \text{ cm}^3 = 751.376 \text{ cm}^3$

5 [20 puntos] Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

5a $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

5b $2(5x + 8) =$

Solución:

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

5c $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x + 6 \\ &= -7x + 27 \end{aligned}$$

5d $3(5x - 4) - 2(2x - 5) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(5x - 4) - 2(2x - 5) &= 15x - 12 - 4x + 10 \\ &= 11x - 2 \end{aligned}$$

6 [15 puntos] Analiza cada una de las siguientes situaciones y contesta.

6a El volumen de una caja de barras de granola es 210 centímetros cúbicos. **¿Cuáles de las siguientes pueden ser las dimensiones de la caja?** *Elige todas las respuestas adecuadas:*

- ☑ **7 cm de largo, 3 cm de ancho, 10 cm de alto**
- ☐ 21 cm de largo, 5 cm de ancho, 5 cm de alto
- ☑ **15 cm de largo, 2 cm de ancho, 7 cm de alto**
- ☐ 21 cm de largo, 5 cm de ancho, 1 cm de alto.

6b El volumen del estuche para joyas de Elaine es 36 centímetros cúbicos. **¿Cuáles de las siguientes pueden ser las dimensiones del estuche de Elaine?** *Elige todas las respuestas adecuadas:*

- ☐ 12 cm de largo, 12 cm de ancho, 12 cm de alto.
- ☑ **3 cm de largo, 4 cm de ancho, 3 cm de alto.**
- ☐ 4 cm de largo, 4 cm de ancho, 2 cm de alto.
- ☑ **12 cm de largo, 3 cm de ancho, 1 cm de alto.**

6c Layla quiere construir una caja de madera que tenga un volumen de 45 centímetros cúbicos. Empezó con 3 cm de ancho y 3 cm de alto. **¿Cuál debe ser el largo de la caja?** *Elige una respuesta adecuada:*

A. 7.5 cm
B. 5 cm
C. 39 cm
D. 10 cm

6d Un cofre para juguetes con forma de prisma rectangular mide 3 m por 2 m por 1 m. Un contenedor de carga se llena con 8 de estos cofres. No queda más espacio en el contenedor. **¿Cuál es el volumen del contenedor?** *Elige una respuesta adecuada:*

A. 60 m^3
B. 24 m^3
C. 40 m^3
D. **48 m^3**

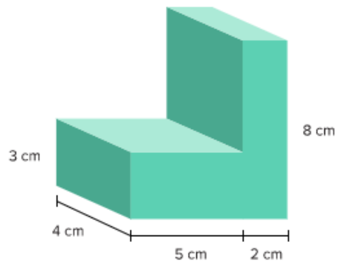


Figura 2

(7) [15 puntos] La Figura 2 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

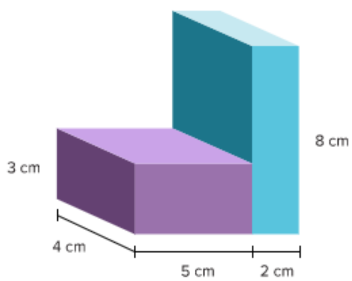


Figura 3: Descomposicion de la Figura 2 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura **??**). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura **??**, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura **??**, se sabe que:

$$V = 2 \times 4 \times 8 = 64$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 60 + 64 = 124$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

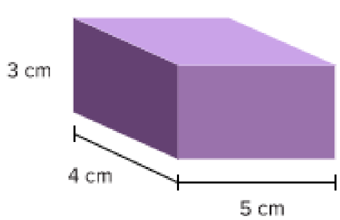


Figura 4: Primera sección del prisma de la Figura 2

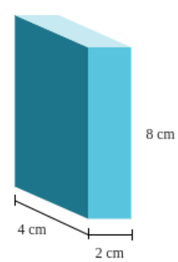


Figura 5: Segunda sección del prisma de la Figura 2