



# Escuela Rafael Díaz Serdán






## Matemáticas 2

J. C. Melchor Pinto

2° de Secundaria  
2022-2023

### Repaso para el examen de la Unidad 2

#### Aprendizajes a evaluar

-  Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.
-  Obtiene la expresión algebraica y construye gráficas de una situación de proporcionalidad directa e inversa.
-  Construye polígonos regulares a partir de algunas medidas (lados, apotema, diagonales, etcétera).
-  Descompone figuras en otras para calcular su área.
-  Calcula el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.

#### Puntuación

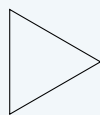
Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	10	
6	15	
7	20	
8	10	
9	15	
10	10	
11	15	
12	45	
13	45	
14	15	
Total	250	

#### Polígonos

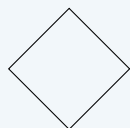
Un **polígono** es una figura plana de muchos ángulos y con  $n$  lados rectos

Un **polígono regular** es un polígono cuyos lados miden lo mismo.

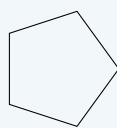
$n = 3$



$n = 4$



$n = 5$



#### Vocabulario

**Volumen** → cantidad de espacio tridimensional que ocupa un objeto.

**polígono** → figura geométrica de muchos ángulos.

**polígono regular** → polígono cuya medida de sus lados es la misma.

**apotema** → línea perpendicular que va desde el centro del polígono hasta cualesquiera de sus lados.

## Áreas de polígonos regulares

Considere un polígono regular  $ABCDEF$  inscrito en un círculo  $O$ ,  $\overline{OA}$  y  $\overline{OB}$  son los radios del centro del círculo  $O$  hacia los dos vértices del hexágono.  $\overline{OG}$  está dibujado del centro del polígono regular perpendicular al lado del polígono. Así,  $\overline{OG}$  es un apotema.

Si un polígono regular de  $n$  lados, de longitud  $L$ , tiene un área  $A$  de unidades cuadradas, un perímetro de  $P$  unidades, un apotema de  $a$  unidades, entonces el área es un medio del producto del perímetro y el apotema:

$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es

$$P = nL$$

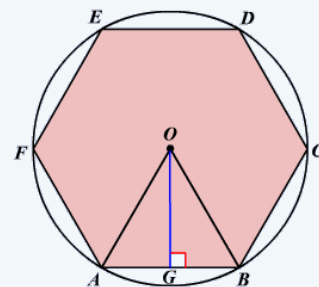


Figura 1: Hexágono regular para demostración.

- 1 [10 puntos] Señala si las relaciones son directamente proporcionales o inversamente proporcionales.
- |   |  |
|---|--|
| 1a La población mundial y el consumo de agua.<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Directamente proporcional</b><br><input type="checkbox"/> Inversamente proporcional                         | 1e La velocidad de un móvil y la distancia recorrida.<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Directamente proporcional</b><br><input type="checkbox"/> Inversamente proporcional                              |
| 1b La población mundial y la cantidad de agua disponible por persona.<br><input type="checkbox"/> Directamente proporcional<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Inversamente proporcional</b> | 1f La cantidad de imágenes guardadas en el celular y la cantidad de espacio libre.<br><input type="checkbox"/> Directamente proporcional<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Inversamente proporcional</b> |
| 1c La distancia al sol y la temperatura.<br><input type="checkbox"/> Directamente proporcional<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Inversamente proporcional</b>                              | 1g El tamaño de un archivo y el tiempo de descarga.<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Directamente proporcional</b><br><input type="checkbox"/> Inversamente proporcional                                |
| 1d El tamaño de un planeta y su fuerza de gravedad.<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Directamente proporcional</b><br><input type="checkbox"/> Inversamente proporcional                   | 1h La velocidad de conexión a Internet y el tiempo de descarga de archivos.<br><input type="checkbox"/> Directamente proporcional<br><input checked="" type="checkbox"/> <b>Inversamente proporcional</b>        |

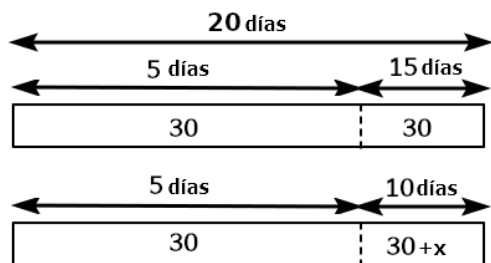
- 2 [10 puntos] Un grupo de 30 agricultores puede sembrar todo un campo en 20 días. Al cabo de 5 días de trabajo, se les unen agricultores de otro grupo, de modo que en 10 días más terminan la siembra.

¿Cuántos agricultores había en el segundo grupo?

**Solución:**

Sabemos que 30 agricultores terminarían la siembra en 20 días. Como luego de los primeros 5 días de trabajo llegaron más agricultores, hacemos el siguiente gráfico para representar la situación:

Observamos que, en esta situación, a mayor cantidad de agricultores, menos días se necesitarán para terminar la siembra.



Cantidad de agricultores	30	30+x
Cantidad de días de trabajo	15	10

Como es una relación inversamente proporcional, planteamos la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
 30 \times 15 &= 10 \times (30 + x) \\
 450 &= 300 + 10x \\
 10x &= 450 - 300 \\
 10x &= 150 \\
 x &= 15
 \end{aligned}$$

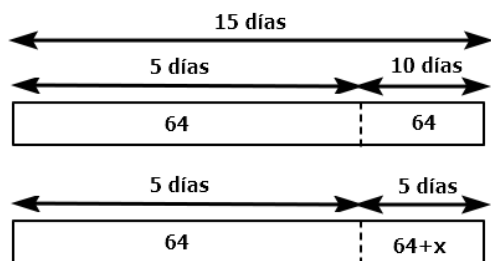
En el segundo grupo, había 15 agricultores más, es decir, un total de 45 agricultores.

- 3 [10 puntos] Un grupo de 64 obreros puede terminar una obra en 15 días. Al cabo de 5 días de trabajo, se les unen obreros de otro grupo, de modo que tardan 5 días menos en terminar la obra. ¿Cuántos obreros había en el segundo grupo?

**Solución:**

Sabemos que 64 obreros terminarían la obra en 15 días. Como luego de los primeros 5 días de trabajo llegaron más obreros, hacemos el siguiente gráfico para representar la situación:

Observamos que, en esta situación, a mayor cantidad de obreros, menos días se necesitarán para terminar la obra.



Cantidad de obreros	64	64+x
Cantidad de días de trabajo	10	5

Como es una relación inversamente proporcional, planteamos la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
 64 \times 10 &= 5 \times (64 + x) \\
 640 &= 320 + 5x \\
 5x &= 320 \\
 x &= 64
 \end{aligned}$$

En el segundo grupo, había 64 obreros más, es decir, un total de 128 obreros.

- 4 Antonio y Laura vieron un anuncio para limpiar un jardín de  $40 \text{ m}^2$  por una paga de \$800.
- 4a [5 puntos] Si Antonio y Laura trabajaron el lunes y limpiaron la cuarta parte del jardín, **¿Qué cantidad les faltó por limpiar?**  
Escoge 1 respuesta:  
A.  $5 \text{ m}^2$  B.  $10 \text{ m}^2$  C.  **$30 \text{ m}^2$**  D.  $40 \text{ m}^2$  E.  $50 \text{ m}^2$
- 4b [5 puntos] El martes fueron ayudados por sus dos primos. Manteniendo el mismo ritmo de trabajo que el lunes, **¿Qué cantidad limpiaron el segundo día?**  
Escoge 1 respuesta:  
A.  **$10 \text{ m}^2$**  B.  $20 \text{ m}^2$  C.  $30 \text{ m}^2$  D.  $40 \text{ m}^2$  E.  $50 \text{ m}^2$
- 4c [5 puntos] Laura y sus dos primos salieron de vacaciones por lo que Antonio terminará el trabajo. Toño está desanimado así que decide dividir el trabajo que resta en 4 días. **¿Qué superficie limpiará cada día?**  
Escoge 1 respuesta:  
A.  $1 \text{ m}^2$  B.  $2 \text{ m}^2$  C.  **$2.5 \text{ m}^2$**  D.  $3 \text{ m}^2$  E.  $3.5 \text{ m}^2$
- 4d [5 puntos] De haber mantenido el ritmo de trabajo, **¿Cuántos días le habría tomado a Antonio terminar el trabajo?** Escoge 1 respuesta:  
A. 1 día B. **2 días** C. 3 días D. 4 días E. 5 días
- 5 [10 puntos] Un grupo de 25 personas puede levantar una cosecha en 30 días. Al cabo de 12 días de trabajo, se les unen personas de otro grupo, de modo que en 6 días más terminan la cosecha. **¿Cuántas personas había en el segundo grupo?**  
A. 25 personas B. 45 personas C. 30 personas D. **15 personas**

**Solución:**

Sabemos que 25 personas levantarían la cosecha en 30 días. Como luego de los primeros 12 días de trabajo llegaron más personas, observamos que, en esta situación, a mayor cantidad de personas, menos días se necesitarán para terminar la cosecha.

Cantidad de personas	25	$25+x$
Cantidad de días de trabajo	18	6

Como es una relación inversamente proporcional, planteamos la siguiente relación:

$$18 \times 25 = 6 \times (25 + x)$$

$$450 = 150 + 6x$$

$$6x = 300$$

$$x = 50$$

En el segundo grupo, había 50 personas más.

6 Una expedición turística al desierto de Sonora consta de 60 personas adultas y cuenta con víveres para 12 días. Al momento de partir, se integran 12 personas más.

- 6a [5 puntos] ¿Con qué tipo de variación proporcional se puede modelar la situación?
- 6c [5 puntos] Completa la tabla 1.

**Solución:**  
La situación describe una variación de proporcionalidad inversa.

- 6b [5 puntos] ¿para cuántos días alcanzarán los víveres para las personas de la excursión si todas comen las mismas porciones?

**Solución:**  
Las 60 (es decir, 50 + 10) personas tendrán comida para 10 días.

Tabla 1: Tabla comparativa entre personas y víveres

Personas	Días que duran los víveres	Constante de proporcionalidad
60	12	$60 \times 12 = 720$
10	72	$10 \times 72 = 720$
20	36	$20 \times 36 = 720$
40	18	$40 \times 18 = 720$
72	10	$72 \times 10 = 720$

7 Seis albañiles construyen una casa en 90 días.

- 7a [5 puntos] ¿Qué tipo de variación proporcional es? Argumenta tu respuesta.
- 7c [10 puntos] Completa la tabla 2.

**Solución:**  
Es una variación proporcional inversa.

- 7b [5 puntos] ¿Cuántos días tardarán nueve albañiles, trabajando al mismo ritmo, en construir una casa del mismo tamaño?

**Solución:**  
Si trabajan 9 albañiles tardarán 60 días.

Tabla 2

Albañiles	Días de trabajo	Constante de proporcionalidad
1	540	$1 \times 540 = 540$
2	270	$2 \times 270 = 540$
5	108	$5 \times 108 = 540$
6	90	$6 \times 90 = 540$
8	67.5	$8 \times 67.5 = 540$
15	36	$15 \times 36 = 540$

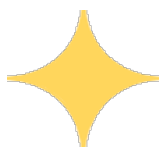
- 8 El logotipo del acero americano, esta compuesto por tres figuras de colores. Si el logotipo se coloca dentro de un rectángulo que mide 7.5 cm de ancho y 10 cm de alto, como se muestra en la Figura 2:



Figura 2: Logotipo llamado *stealmark*, propiedad del Instituto Americano del Hierro y del Acero.

- 8a [5 puntos] ¿Cuánto mide el área ocupada por el logotipo?

**Solución:**



$$(5 \times 5 - \pi 2.5^2) 3 \simeq 16.09$$

- 8b [5 puntos] ¿Cuánto mide el área blanca del rectángulo?

**Solución:**

$$(10 \times 7.5) - 16.09 \simeq 58.9$$

- 9 A partir de la información dada sobre un polígono regular, traza la figura descrita en los siguientes incisos y **calcula su perímetro**.

- 9a [5 puntos] Su lado mide 1.5 cm y se puede trazar únicamente una diagonal desde cualquier vértice.

Figura:

Perímetro:

**Solución:**

**Solución:**

- 9b [5 puntos] El valor de un ángulo central es de  $120^\circ$  y mide 1 cm de lado.

Figura:

Perímetro:

**Solución:**

**Solución:**

- 9c [5 puntos] Cada lado mide 1 cm y se puede descomponer en 8 triángulos equiláteros congruentes.

Figura:

Perímetro:

**Solución:**

**Solución:**

- 10) [10 puntos] Calcula el área sombreada de las figuras 3a y 3b.

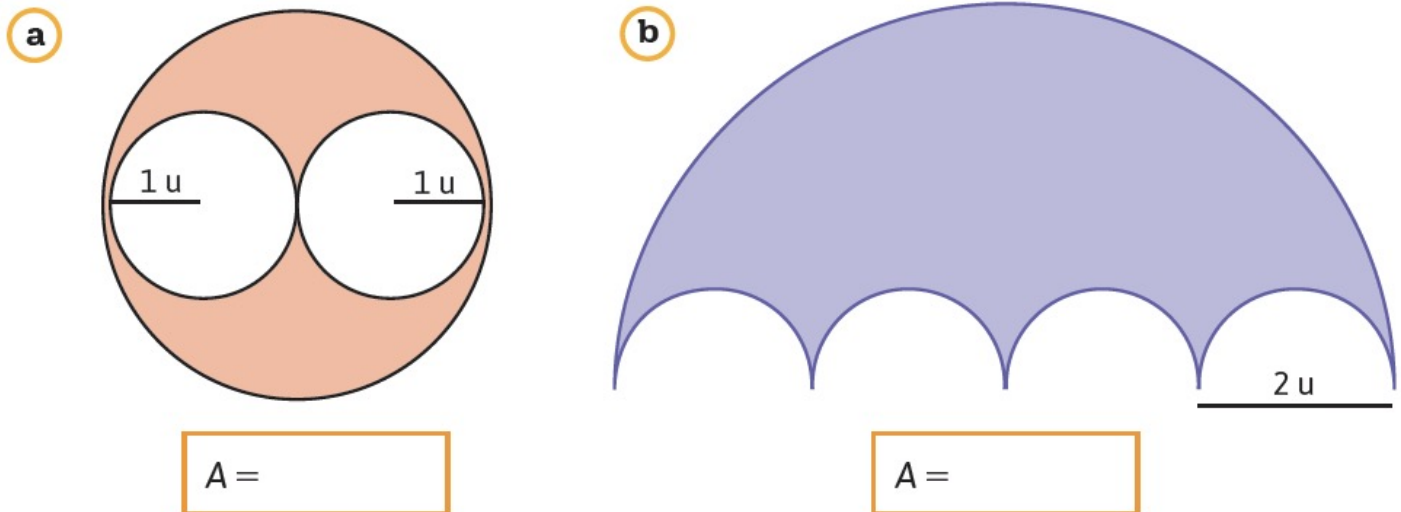


Figura 3: Secciones sombreadas de círculos.

- 11) Observa el esquema de una cancha de basquetbol de la figura 4. Nota que las medidas están en pulgadas y pies.
- 11a) [5 puntos] Calcula el área de una de las regiones de tiros de falta (foul) formada por un rectángulo y un semicírculo.
- 11b) [5 puntos] Determina las áreas de los círculos centrales.
- 11c) [5 puntos] Calcula el área de las dos regiones de tres puntos.

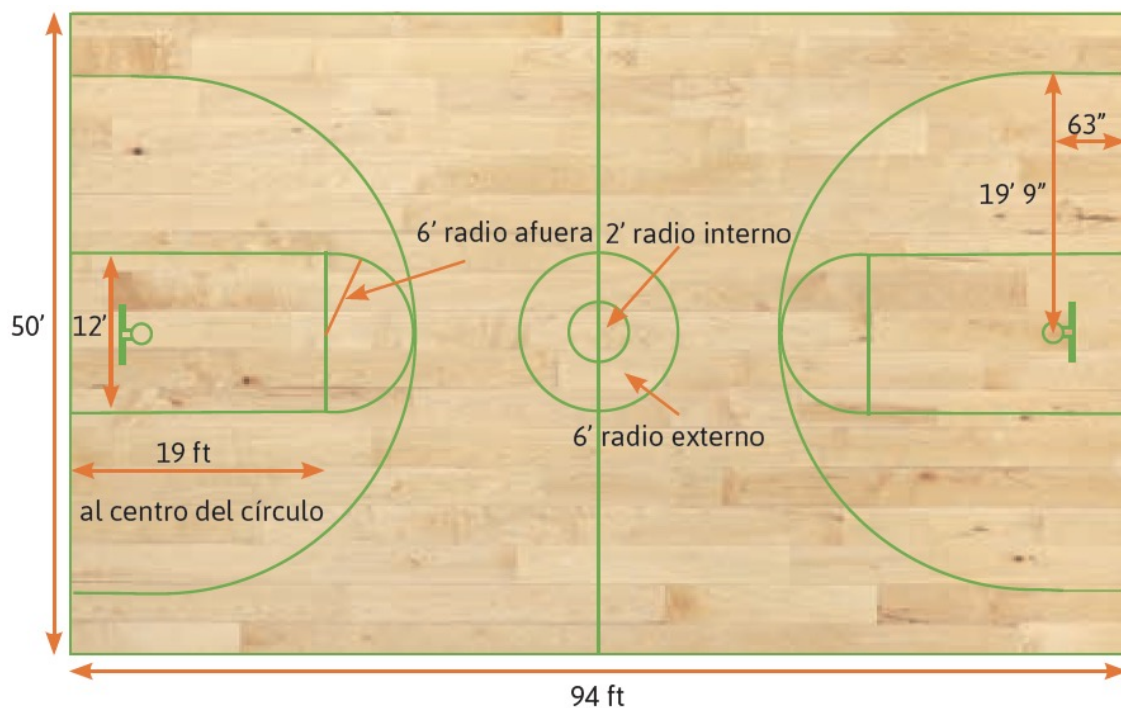


Figura 4: Cancha de basquetbol con medidas.

- 12) Jaime estudia Medicina. En una clase ha aprendido que hay una nueva generación de fármacos en los que la cantidad de sustancia activa decae poco a poco hasta que el cuerpo la elimina completamente. Por ejemplo, un enfermo toma una medicina con 8 mg de sustancia activa, la cual decae 0.5 mg cada día. Por lo que su profesor les solicita que describan la relación entre cantidad de sustancia activa y los días que dura dentro del cuerpo.

- 12a) [5 puntos] Completa la Tabla 3 en la que se calcula diariamente la cantidad de sustancia activa dentro del enfermo.
- 12b) [5 puntos] Traza la gráfica en la Figura 5 que describe la relación de la sustancia activa con los días que pasan. ¿La gráfica es ascendente o descendente?

Días	Sustancia activa (mg)
0	8
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Tabla 3: Tabla que relaciona la cantidad de sustancia activa de acuerdo con los días.



Figura 5: Gráfica que relaciona la cantidad de sustancia activa de acuerdo con los días.

- 12c) [5 puntos] ¿Cuál es la razón de cambio? ¿Cómo se relaciona ésta con la constante de proporcionalidad? ¿Cuál es? Explica su obtención.

**Solución:**

La razón de cambio  $r$  es la constante de proporcionalidad y se calcula con el cociente del cambio de una variable  $y$  con respecto a otra  $x$ . En este caso:

$$r = \frac{-0.5}{1 \text{ día}} = \frac{-0.25}{0.5 \text{ día}}$$

- 12d) [5 puntos] Escribe una expresión algebraica que describa la situación. ¿Cuál es el valor de la pendiente y de la ordenada al origen? Describe su obtención:

**Solución:**

- 12e) [5 puntos] ¿En cuántos días la sustancia activa queda totalmente eliminada del organismo del enfermo? Explica.

**Solución:**



- 12f [5 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 16 mg que decae 0.5 mg cada día con relación al tiempo que permanece la sustancia activa al inicio de este problema?  
A. Es la mitad B. Es el mismo **C. Es el doble** D. No hay relación
- 12g [5 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 4 mg que decae 0.5 mg cada día con relación al tiempo que permanece la sustancia activa al inicio de este problema?  
**A. Es la mitad** B. Es el mismo C. Es el doble D. No hay relación
- 12h [5 puntos] ¿Cómo es el tiempo que permanece en el cuerpo de un paciente, una sustancia activa de 8 mg que decae 1 mg por día con relación al tiempo que permanece la sustancia activa del inciso anterior?  
A. Es la mitad **B. Es el mismo** C. Es el doble D. No hay relación
- 12i [5 puntos] Ordena las sustancias de mayor (5) a menor (1) según el tiempo que permanecen en el cuerpo humano.  
A. **200** Sustancia de 8 mg que decae 0.5 mg cada medio día.  
B. **200** Sustancia de 3 mg que decae  $\frac{1}{3}$  mg cada día.  
C. **200** Sustancia de 10 mg que decae 1 mg diario.  
D. **200** Sustancia de 6 mg que decae 0.5 mg diario.  
E. **200** Sustancia de 4 mg que decae 1 mg cada día.

13 Lee con atención a cada problema y responde a las preguntas de cada uno.

- 13a [5 puntos] Matisyahu tomó una porción de pizza del congelador y la puso en el horno. Se graficó la temperatura de la pizza (en grados Celsius) como una función del tiempo (en minutos), en la Figura 6.

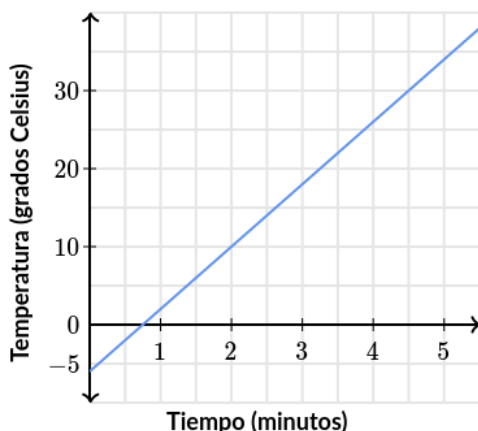


Figura 6: Grafica la temperatura de la pizza (en °C) como una función del tiempo (en minutos)

¿Qué tan rápido calentó el horno la pizza?

- A. 0.80 °C/min B. 10 °C/min  
C. 0.9 °C/min **D. 8 °C/min**

- 13c [5 puntos] A Scott le gusta correr distancias largas. Puede correr 20 km en 85 minutos. Él quiere saber cuántos minutos le tomará correr 52 km al mismo paso.

¿Cuánto tardará Scott en correr 52 km?

- 13b [5 puntos] Karl viajó a Alaska en su camión. Se graficó la cantidad de combustible que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia que recorrió (en kilómetros), en la Figura 7.

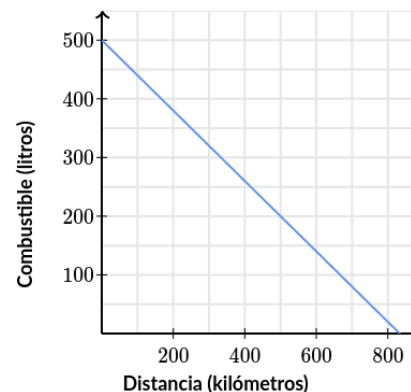


Figura 7: Gráfica de la cantidad de combustible que queda en el tanque del camión (en litros) como una función de la distancia que recorrió (en kilómetros)

¿Cuánto combustible consume el tanque cada 100 kilómetros?

- A. 60 L** B. 0.5 L C. 500 L D. 0.6 L

221 minutos.

- 13d [5 puntos] Teresa está cuidando una fogata. Ha mantenido el fuego ardiendo durante 4 horas con 6 troncos. Ella quiere saber cuántos troncos necesita para mantener el fuego ardiendo durante 18 horas. Para

sus cálculos, ella supone que todos los troncos son iguales.

**¿Cuántos troncos necesita Teresa para mantener el fuego durante 18 horas?**

27 troncos.

- 13e [5 puntos] A Ted le gusta correr distancias largas. Puede correr 20 km en 95 minutos. Él quiere saber cuántos kilómetros (k) recorrerá si corre al mismo paso durante 285 minutos.

**¿Cuánto correrá Ted en 285 minutos?**

60 kilómetros.

- 13f [5 puntos] El agente Hunt transfiere archivos clasificados del computador principal de la CIA a su unidad USB. La variable  $S$  modela el tamaño de los archivos (en megabytes) en la unidad después de  $t$  segundos de transferencia.

$$S = 5t + 45$$

**¿Cuántos megabytes transfiere el agente Hunt cada 10 segundos?**

50 megabytes.

- 13g [5 puntos] Harry obtuvo un préstamo del banco. La variable  $D$  modela la deuda restante de Harry (en pesos) como función del tiempo  $t$  en meses desde que obtuvo el préstamo.

$$D = -200t + 9000$$

**¿Cuánto dinero paga Harry cada mes?**

\$ 200

- 13h [5 puntos] Andrei quiere llenar un tanque de vidrio con canicas, y luego el espacio restante con agua. La variable  $w$  modela la cantidad de agua (en litros) que Andrei usa si utiliza  $n$  canicas.

$$w = 32 - 0.05n$$

**¿Cuál es el volumen de cada canica?**

0.05 litros.

- 13i [5 puntos] La temperatura puede medirse en dos unidades comunes: grados Celsius y grados Fahrenheit. La variable  $F$  representa la temperatura en grados Fahrenheit que es equivalente a la temperatura  $C$  en grados Celsius.

$$F = 32 + 1.8C$$

**¿Cuál es el incremento en grados Fahrenheit equivalente a un incremento de 10 grados Celsius?**

18 grados Fahrenheit.

- 14 Se fabricará una ventana de forma circular con un marco de acero inoxidable y vidrio templado. El grosor del cancel es de 3 cm y el radio de la ventana de 50 cm. El precio del acero es de \$120.00 el metro y el del vidrio es de \$160.00 por metro cuadrado.

- 14a [5 puntos] ¿Cuántos metros de marco se ocuparán?

**Solución:**

Si el radio en metros del cancel es de  $r = 0.3 + 0.1$ , la longitud del metal utilizado podrá calcularse con base a la circunferencia  $P$  del círculo con dicho radio, es decir:

$$P = 2\pi r = 2 \cdot 3.14 \cdot 0.4\text{m} = 2.512\text{m}$$

- 14b [5 puntos] ¿Cuántos metros cuadrados de vidrio se ocuparán?

**Solución:**

$$A_v = \pi r^2 = \pi \cdot 0.30^2 = 0.283\text{m}^2$$

- 14c [5 puntos] ¿Cuál es el precio total de la ventana?

**Solución:**

Multiplicando cada uno de los precios por la cantidad de material correspondiente, se tiene el precio total  $T$  como sigue:

$$T = 2.512 \cdot \$1200 + 0.283 \cdot \$1600 = \$3467.2$$