

Solución de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + c = 0$

Guía
24

Nombre del alumno: _____

Fecha: _____

Aprendizajes:

Puntuación: _____

 Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.

??>10 Run L^AT_EX again to produce the table

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde a , b y c son enteros, decimales o fraccionarios y a no es igual a 0. Como el mayor exponente de la variable es 2 también se le conoce como **ecuación de segundo grado**.

Discriminante δ

El discriminante δ es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

Formas de una ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{Forma general o estándar}$$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \quad \text{Forma factorizada}$$

$$a(x - h)^2 + k = 0 \quad \text{Forma canónica}$$

Fórmula para las soluciones de una ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Solución para $ax^2 + c = 0$

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + c = 0$ basta despejar x de la ecuación. Para ello se llevan a cabo los siguientes pasos:

1. Se pasa el término constante c al lado derecho cambiándole el signo.
2. Se divide la ecuación entre a , es decir, a se pasa como divisor del lado derecho.
3. Se saca la raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación.

Ejercicio 1

?? puntos

Encuentra las soluciones a la siguiente ecuación: $y = -6x^2 + 384$ **Solución:**

Por factorización:

$$y = -6x^2 + 384$$

Ya que $y = 0$, entonces

$$0 = -6x^2 + 384$$

$$0 = -6(x^2 - 64)$$

$$0 = -6(x - 8)(x + 8)$$

$$0 = -6(x - 8)(x + 8)$$

$$\therefore x_1 = -8 \text{ y } x_2 = 8$$

Por despeje:

$$y = -6x^2 + 384$$

Ya que $y = 0$, entonces

$$0 = -6x^2 + 384$$

$$-384 = -6x^2$$

$$384 = 6x^2$$

$$64 = x^2$$

$$\pm\sqrt{64} = x$$

$$\pm 8 = x$$

$$\therefore x_1 = -8 \text{ y } x_2 = 8$$

Por fórmula general:

$$y = -6x^2 + 384$$

$$a = -6$$

$$b = 0$$

$$c = 384$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4(-6)(384)}}{2(-6)}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{9216}}{-12}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm 96}{-12}$$

$$\therefore x_1 = \frac{96}{-12} = -8 \text{ y } x_2 = \frac{-96}{-12} = 8$$

Ejercicio 2

?? puntos

Encuentra las soluciones a la siguiente ecuación: $3x^2 + 4 = 436$ **Solución:**

Por factorización:

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 4 &= 436 \\
 3x^2 + 4 - 436 &= 0 \\
 3x^2 - 432 &= 0 \\
 3(x^2 - 144) &= 0 \\
 3(x - 12)(x + 12) &= 0 \\
 \therefore x_1 &= -12 \text{ y } x_2 = 12
 \end{aligned}$$

Por despeje:

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 4 &= 436 \\
 3x^2 &= 436 - 4 \\
 3x^2 &= 432 \\
 x^2 &= 144 \\
 x &= \pm\sqrt{144} \\
 x &= \pm 12 \\
 \therefore x_1 &= -12 \text{ y } x_2 = 12
 \end{aligned}$$

Por fórmula general:

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 4 &= 436 \\
 3x^2 + 4 - 436 &= 0 \\
 3x^2 - 432 &= 0 \\
 a &= 3 \\
 b &= 0 \\
 c &= 432 \\
 x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 x_{1,2} &= \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4(3)(-432)}}{2(3)} \\
 x_{1,2} &= \frac{\pm\sqrt{5184}}{6} \\
 x_{1,2} &= \frac{\pm 72}{6} \\
 \therefore x_1 &= \frac{-72}{6} = -12 \text{ y } x_2 = \frac{72}{6} = 12
 \end{aligned}$$

Ejercicio 3

?? puntos

Encuentra las soluciones a la siguiente ecuación: $6x^2 + 1 = 487$ **Solución:**

Por factorización:

$$\begin{aligned}
 6x^2 + 1 &= 487 \\
 6x^2 + 1 - 487 &= 0 \\
 6x^2 - 486 &= 0 \\
 6(x^2 - 81) &= 0 \\
 6(x - 9)(x + 9) &= 0 \\
 \therefore x_1 &= -9 \text{ y } x_2 = 9
 \end{aligned}$$

Por despeje:

$$\begin{aligned}
 6x^2 + 1 &= 487 \\
 6x^2 &= 487 - 1 \\
 6x^2 &= 486 \\
 x^2 &= 81 \\
 x &= \pm\sqrt{81} \\
 x &= \pm 9 \\
 \therefore x_1 &= -9 \text{ y } x_2 = 9
 \end{aligned}$$

Por fórmula general:

$$\begin{aligned}
 6x^2 + 1 &= 487 \\
 6x^2 + 1 - 487 &= 0 \\
 6x^2 - 486 &= 0 \\
 a &= 6 \\
 b &= 0 \\
 c &= -486 \\
 x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4(6)(-486)}}{2(6)}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{11664}}{12}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm 108}{6}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-108}{12} = -9 \text{ y } x_2 = \frac{108}{12} = 9$$

Ejercicio 4

?? puntos

Encuentra las soluciones a la siguiente ecuación: $y = -10x^2 + 490$ **Solución:**

Por factorización:

$$y = -10x^2 + 490$$

Ya que $y = 0$, entonces

$$0 = -10(x^2 - 49)$$

$$0 = -10(x - 7)(x + 7)$$

$$\therefore x_1 = -7 \text{ y } x_2 = 7$$

Por fórmula general:

$$y = -10x^2 + 490$$

$$a = -10$$

$$b = 0$$

$$c = 490$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por despeje:

$$y = -10x^2 + 490$$

Ya que $y = 0$, entonces

$$0 = -10x^2 + 490$$

$$-490 = -10x^2$$

$$490 = 10x^2$$

$$49 = x^2$$

$$\pm\sqrt{49} = x$$

$$\pm 7 = x$$

$$\therefore x_1 = -7 \text{ y } x_2 = 7$$

$$x_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4(-10)(490)}}{2(-10)}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{19600}}{-20}$$

$$x_{1,2} = \frac{\pm 140}{-20}$$

$$\therefore x_1 = \frac{140}{-20} = -7 \text{ y } x_2 = \frac{-140}{-20} = 7$$