Última revisión del documento: 30 de septiembre de 2024

Preparación para el Examen de la Unidad 3

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** ____________

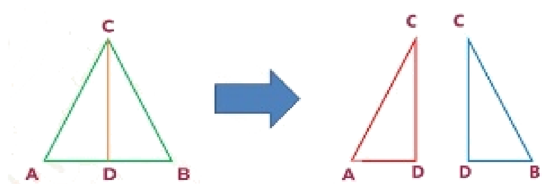
Aprendizajes:

- Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
- Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Puntuación:

??>7 ??>15 Run LaTeX again to produce the table

Triángulo isósceles



Si $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle DBC$$

Perímetro y área de un triángulo

Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con lados a, b y c, como se muestra en la figura **??**.

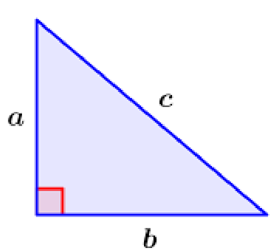


Figura 1

El perímetro P es:

$$P = a + b + c$$

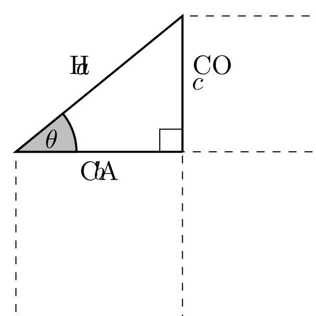
El área A es:

$$A = \frac{1}{2}ab$$

Teorema de Pitágoras

El cuadrado de la hipotenusa c es igual a la suma de los cuadrados de los catetos a y b, como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Ejemplo 1

Elige todas las respuestas adecuadas:

a ¿Cuáles longitudes de lados forman un triángulo rectángulo?

- [x] **9, 12, 15**
- [ ] 7, 8, 9
- [ ] 3, 9, $\sqrt{95}$
- [x] **3, 6,** $\sqrt{45}$

Para verificar si las opciones contienen o no las longitudes que corresponden a un triángulo rectángulo, es necesario sustituir estos valores en el teorema de Pitágoras, considerando la hipotenusa como el lado más largo en un triángulo rectángulo. Si se cumple la igualdad, entonces se trata de un triángulo rectángulo.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 15^2 &= 9^2 + 12^2 \\ 225 &= 81 + 144 \\ 225 &= 225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 9^2 &= 7^2 + 8^2 \\ 81 &= 49 + 64 \\ 81 &= 113 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ (\sqrt{95})^2 &= 3^2 + 9^2 \\ 95 &= 9 + 81 \\ 95 &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ (\sqrt{45})^2 &= 3^2 + 6^2 \\ 45 &= 9 + 36 \\ 45 &= 45 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

____ de ?? puntos

Elige todas las respuestas adecuadas:

a ¿Cuáles longitudes de lados forman un triángulo rectángulo?

- [ ] 4.5, 6, 7.5
- [ ] 5, $\sqrt{8}$, 3
- [ ] 12, 9, 15
- [ ] $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 2

Ejemplo 2

El diagrama muestra un triángulo rectángulo y tres cuadrados. El área del cuadrado más grande es 36 unidades^2, como se muestra en la figura **??**.
¿Cuáles pueden ser las áreas de los cuadrados más pequeños?
Selecciona todas las respuestas correctas.

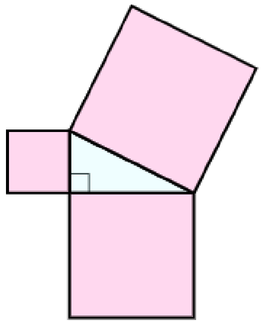


Figura 2

- ☐ $15u^2$ y $20u^2$
- ☑ $6u^2$ **y** $30u^2$
- ☐ $34u^2$ y $6u^2$
- ☐ $10u^2$ y $16u^2$
- ☑ $26u^2$ **y** $10u^2$
- ☑ $24u^2$ **y** $12u^2$
- ☐ $8u^2$ y $27u^2$
- ☐ $6u^2$ y $6u^2$

Ejercicio 2 ____ de ?? puntos

El diagrama muestra un triángulo rectángulo y tres cuadrados. El área del cuadrado más grande es 55 u^2, como se muestra en la figura **??**.

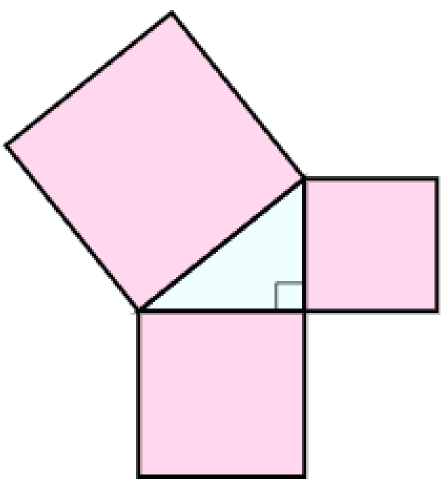


Figura 3

¿Cuáles pueden ser las áreas de los cuadrados más pequeños? *Marque todas las opciones que considere correctas.*

- ☐ $12u^2$ y $38u^2$
- ☐ $14u^2$ y $40u^2$
- ☐ $44u^2$ y $11u^2$
- ☐ $20u^2$ y $25u^2$
- ☐ $10u^2$ y $45u^2$
- ☐ $16u^2$ y $39u^2$

Ejemplo 3

¿Cuál es el valor de x en la figura **??**?

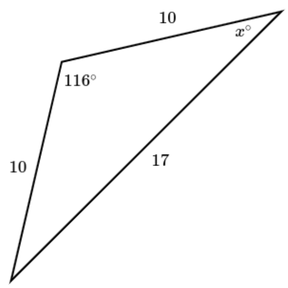


Figura 4

Dado que tiene dos lados congruentes (aquellos cuya longitud es 10), el triángulo es isósceles. Los ángulos opuestos a los lados congruentes también son congruentes, por lo que el ángulo sin etiqueta mide $x°$ (Ver Figura **??**). Los tres ángulos en un triángulo suman 180°. Podemos escribir este enunciado como una ecuación:

$$x° + x° + 116° = 180°$$

$$\therefore x° = \frac{180° - 116°}{2} = 32°$$

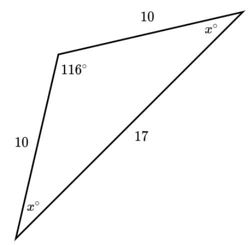


Figura 5

Ejercicio 3

____ de ?? puntos

Calcula el valor de x en el triángulo isósceles que se muestra abajo (figura **??**).

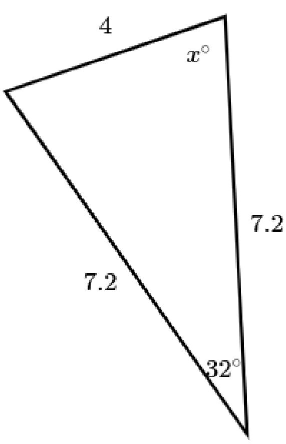
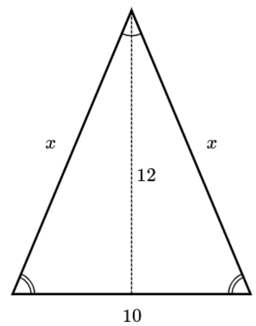
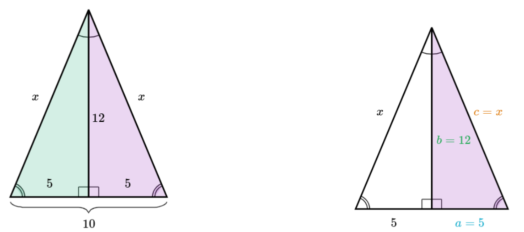


Figura 6

Ejemplo 4

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo:





(a) (b)

Figura 8

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver figura **??**). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles.
Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante.
La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

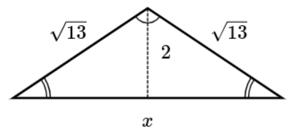
donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa.
Etiquetemos la figura del problema con a, b y c (ver figura **??**).
Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$$\begin{aligned}
a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\
5^2 + 12^2 &= x^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\
25 + 144 &= x^2 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\
169 &= x^2 && \text{Sumando} \\
13 &= x && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación}
\end{aligned}$$

Ejercicio 4

____ de ?? puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo:



Ejemplo 5

¿Cuál es el área del triángulo de la figura ??

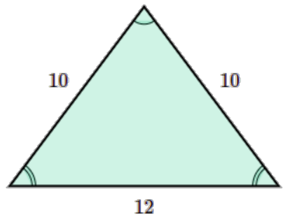
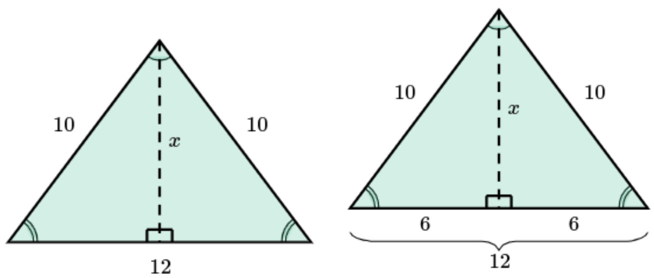


Figura 10



(a) (b)

Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la altura (ver Figura **??**). Estos dos triángulos rectángulos son congruentes porque uno es la reflexión del otro a través de la línea punteada. La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles. Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la altura (ver Figura **??**). La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 6$, $b = x$ y $c = 10$. Entonces,

$$\begin{aligned} 6^2 + x^2 &= 10^2 \\ 36 + x^2 &= 100 \\ x^2 &= 100 - 36 \\ x^2 &= 64 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 8. El área del triángulo es

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ u}^2$$

Ejercicio 5 ____ de ?? puntos

¿Cuál es el área del triángulo de la figura ???

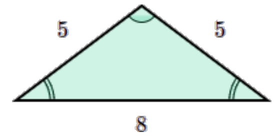


Figura 12

Ejemplo 6

¿Cuál es el perímetro del paralelogramo de la figura ???
Considera que cada cuadro mide 1 unidad de longitud.

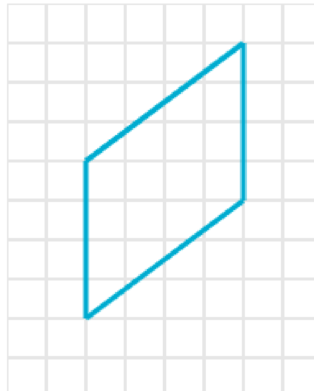


Figura 14

El perímetro es la distancia alrededor de una figura. Cada recta diagonal es la hipotenusa de un triángulo rectángulo (ver Figura **??**). Podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura **??**). Podemos contar los cuadrados para encontrar las longitudes de a y b, y luego sustituir esos valores en el teorema de Pitágoras (ver Figura **??**).

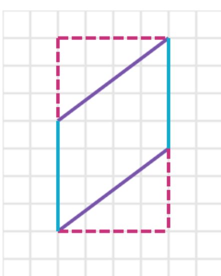


Figura 15

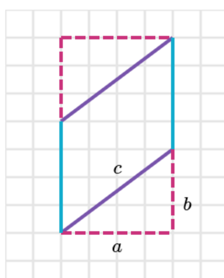


Figura 16

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ 4^2 + 3^2 &= c^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ 16 + 9 &= c^2 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ 25 &= c^2 && \text{Sumando} \\ 5 &= c && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

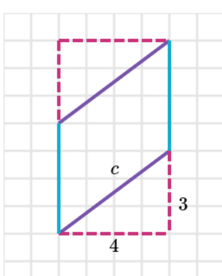


Figura 17

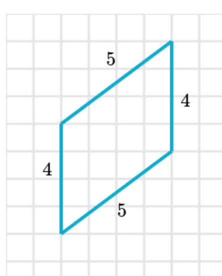


Figura 18

Ahora que conocemos la longitud de la diagonal, podemos encontrar la longitud de los dos lados faltantes para calcular el perímetro. Como los lados faltantes son rectas verticales u horizontales, podemos contar los cuadrados para obtener sus longitudes. (ver Figura **??**).

$$5 + 5 + 4 + 4 = 18$$

El perímetro del paralelogramo es 418 unidades.

Ejercicio 6

____ de ?? puntos

¿Cuál es el perímetro del trapecio de la figura ???

Considera que cada cuadro mide 1 unidad de longitud.

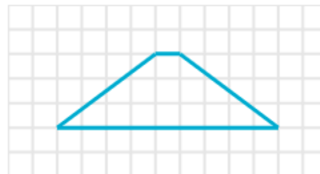


Figura 19

Ejemplo 7

La imagen muestra las distancias en kilómetros entre tres ciudades, como se muestran a continuación en la figura **??. ¿Qué tanto más corto es viajar directamente de Aurora a Clifton que de Aurora a Clifton pasando por Burlington?**

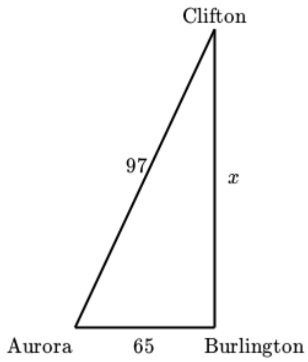


Figura 24

Podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener x. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los dos catetos del triángulo y c es la longitud de la hipotenusa. En este caso, $a = 65$, $b = x$ y $c = 97$.

$$\begin{aligned} 97^2 &= 65^2 + x^2 \\ 9,409 &= 4,225 + x^2 \\ 9,409 - 4,225 &= x^2 \\ 5,184 &= x^2 \\ \sqrt{5,184} &= x \\ 72 &= x \end{aligned}$$

Para calcular qué tan lejos es viajar a Clifton pasando por Burlington, podemos sumar las distancias entre cada una de las ciudades.

$$65 + 72 = 137$$

Para calcular qué tanto más corto es viajar directamente a Clifton, podemos restar.

$$137 - 97 = 40$$

Viajar directamente de Aurora a Clifton es 40 kilómetros más corto.

Ejercicio 7

____ de ?? puntos

Una tirolesa comienza en una plataforma que está a 40 metros del suelo. El punto de anclaje de la tirolesa está a 198 metros en dirección horizontal desde la base de la plataforma, como se muestran a continuación en la figura **??**. **¿Qué tan larga es la tirolesa?**

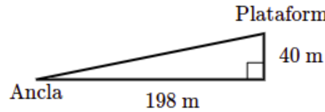


Figura 25

Ejemplo 8

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura **??** (los triángulos no están dibujados a escala).
¿Los dos triángulos son congruentes?
Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- **(B) No.**
- (C) No hay suficiente información para decidir.

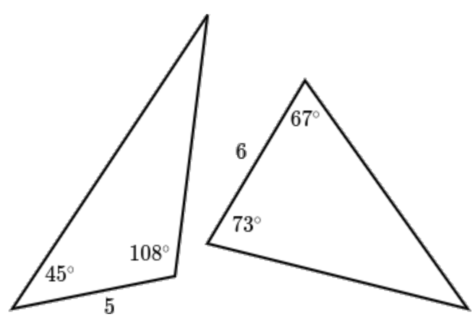


Figura 26

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.
Puesto que nos dan cuatro ángulos distintos, no hay manera de que los tres ángulos del primer triángulo sean congruentes a los ángulos del segundo triángulo. De hecho, como los ángulos de un triángulo suman 180°, podemos calcular estos ángulos para verificarlo. Los ángulos del primer triángulo serían 37°, 110° y 33° y los ángulos del segundo triángulo serían 100°, 43° y 37°. Los ángulos correspondientes no son congruentes. Por lo tanto los triángulos no pueden ser congruentes.
No, los triángulos no son congruentes.

Ejercicio 8

____ de ?? puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la figura **??** (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta y explica el por qué:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

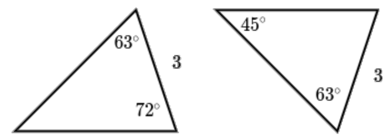


Figura 27