

1 Cuerpos geométricos

Son figuras geométricas que tienen tres dimensiones: ancho, alto y profundidad, que ocupan un lugar en el espacio y por consiguiente tienen un volumen.

1.1 Clasificación de los cuerpos geométricos

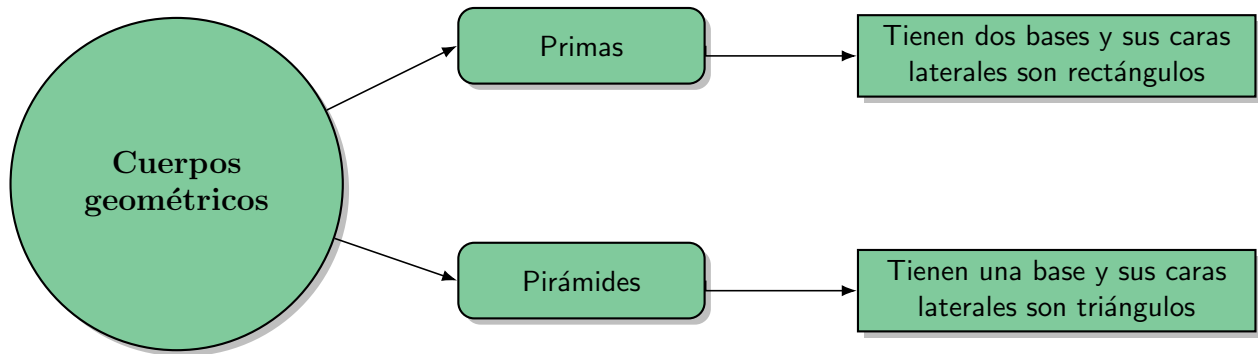


Figura 1 Clasificación de los cuerpos geométricos.

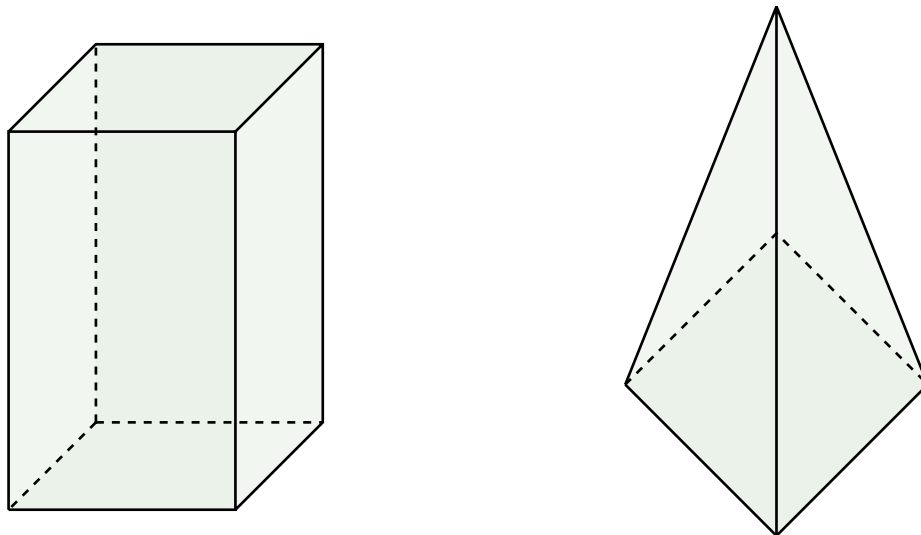


Figura 2 Del lado izquierdo se muestra un prisma cuadrangular, mientras que en el lado derecho se muestra una pirámide cuadrangular.



1.2 Elementos de los cuerpos geométricos

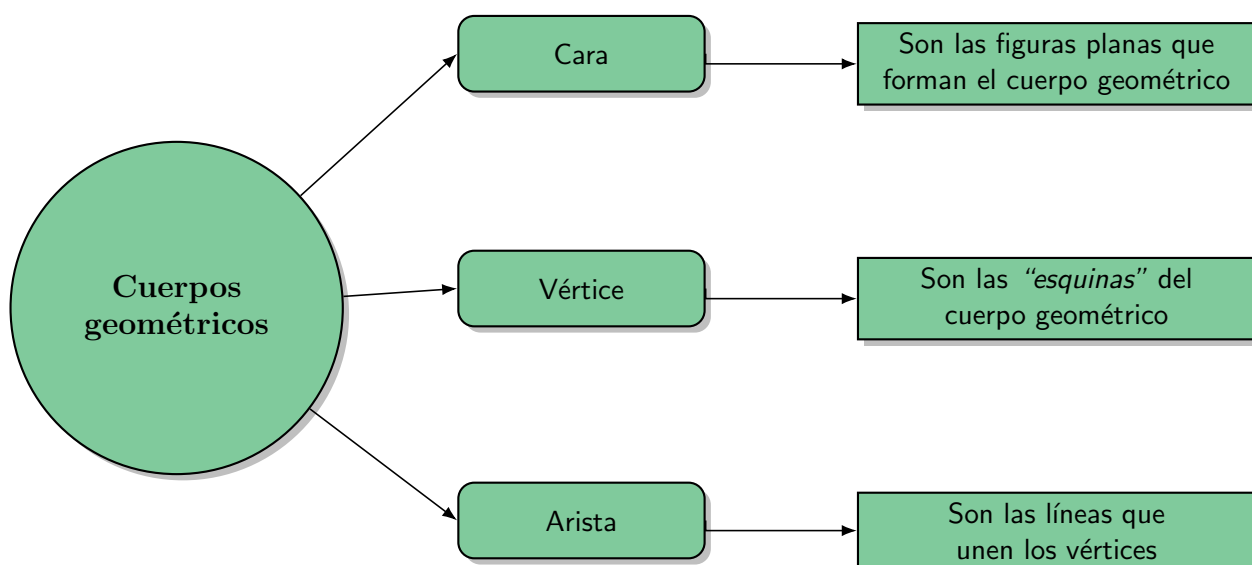


Figura 3 Elementos de los cuerpos geométricos.

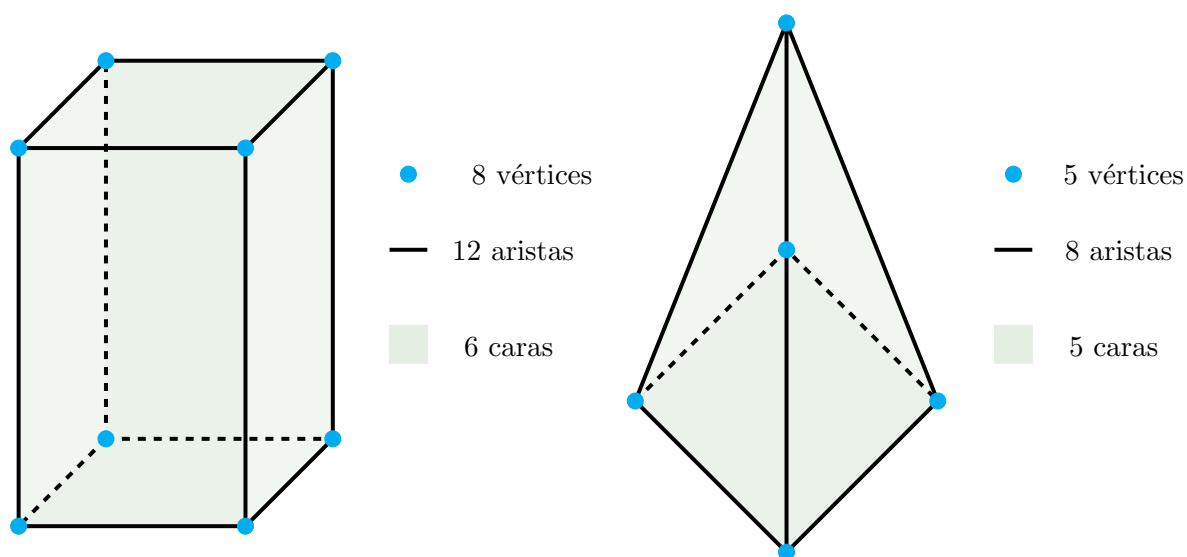


Figura 4 Elementos de un cuerpo geométrico.

Para determinar los vértices, aristas y caras de los cuerpos geométricos, podemos usar las fórmulas que se muestran a continuación:

Elemento	Prismas	Pirámides	Cilindro	Cono
Caras	$n + 2$	$n + 1$	3	1
Aristas	$3 \times n$	$2 \times n$	2	1
Vértices	$2 \times n$	$n + 1$	0	1

Tabla 1 Fórmulas para los vértices, aristas y caras de los cuerpos geométricos.

1.3 Área de cuerpos geométricos

Para encontrar el área de cuerpos geométricos se usan las mismas fórmulas que se vieron en la sección de áreas. La diferencia es que los cuerpos geométricos (*prismas y pirámides*) tienen área de la base, área lateral y área total.

1.3.1 Área de la base

Es el área de la figura geométrica que sirve como base del cuerpo geométrico y se denota como A_B . Si el cuerpo geométrico es un prisma, entonces tendrá dos bases, mientras que si es una pirámide tendrá solamente una base.



EJEMPLO

Calcula el área de la base de un prisma rectangular, cuya base tiene 10 cm de ancho y 6 de largo. La altura del prisma es de 22 cm.

- 1) Calcula el área del rectángulo.

$$A = b \times h = 10 \times 6 = 60 \text{ cm}^2$$

- 2) Como se trata de un prisma, hay que multiplicar el área obtenida por 2.

$$A_B = 60 \times 2 = 120 \text{ cm}^2$$

1.3.2 Área lateral

Es el área de todas las caras (*sin incluir la o las bases*) de un cuerpo geométrico y se denota como A_L . Dependiendo del cuerpo geométrico, este tendrá caras laterales diferentes.

- Un prisma tiene caras rectangulares, las cuales tendrán la misma altura que la altura del prisma, mientras que su base dependerá del lado de la base en el que esté situado.
- Una pirámide tiene caras triangulares, las cuales tendrán una altura de inclinación que no es la misma que la altura de la pirámide, mientras que su base dependerá del lado de la base en el que esté situado.

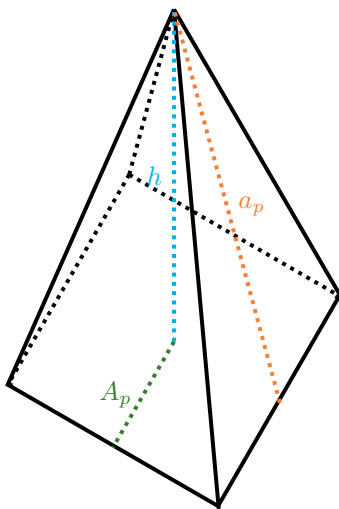
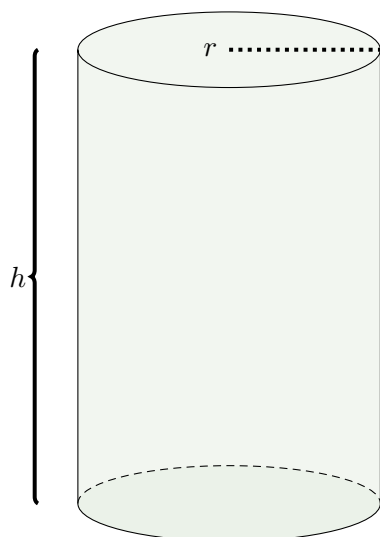


Figura 5 Medidas internas de una pirámide.

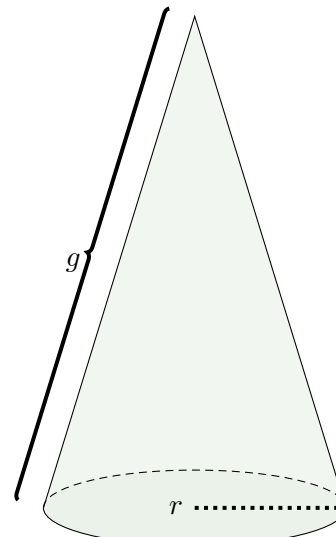
- h , es la altura de la pirámide.
- A_p , es el apotema de la pirámide, es decir, la altura de una cara lateral de la pirámide.
- a_p , es el apotema del polígono, es la distancia del centro del polígono al punto medio de cualquiera de sus lados.

Las siguientes figuras muestran como encontrar el área lateral de un cilindro y de un cono.



$$A_L = 2 \cdot r \cdot h \cdot \pi$$

Figura 6 Área lateral de un cilindro.



$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

Figura 7 Área lateral de un cono.



EJEMPLO

Calcula el área lateral de un prisma pentagonal de 23 cm de alto. Los lados de la base miden 7 cm y su apotema mide 5 cm.

- 1) Calcular el área de los rectángulos laterales del prisma, los cuales tendrán una base de 7 cm y una altura de 23 cm.

$$A = b \times h = 23 \times 4 = 92 \text{ cm}^2$$

- 2) Multiplica el área obtenida en el paso 1, por la cantidad de lados que tiene la base del prisma.

$$A_L = 5 \times 92 = 460 \text{ cm}^2$$

1.3.3 Área total

Es la suma del área de la base y del área lateral de un cuerpo geométrico.



**EJEMPLO**

Calcula el área total de un prisma pentagonal de 12 m de alto. Los lados de la base miden 8 m y su apotema mide 3 m.

- 1) Encuentra el área de la base.

$$A = \frac{P \times a}{2} = \frac{40 \times 3}{2} = 60 \text{ m}^2$$

$$A_B = 2 \times 60 = 120 \text{ m}^2$$

- 2) Encuentra el área lateral.

$$A = b \times h = 8 \times 12 = 96 \text{ m}^2$$

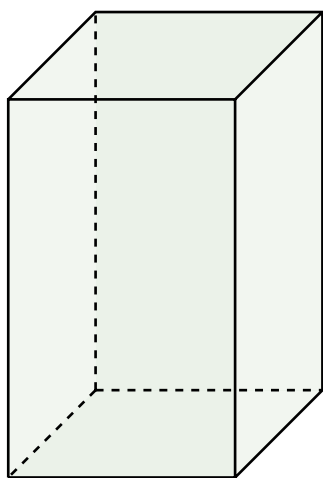
$$A_L = 5 \times 96 = 480 \text{ m}^2$$

- 3) Suma el área de la base y el área lateral.

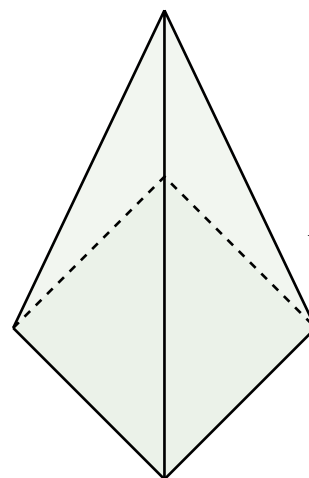
$$A_T = A_B + A_L = 120 + 480 = 600 \text{ m}^2$$

1.4 Volumen de los cuerpos geométricos

El volumen es la capacidad que tiene un cuerpo geométrico de contener algún material o líquido. La unidad de medición para el volumen es el metro cúbica, así como todos sus múltiplos y submúltiplos. En las siguientes imágenes se muestran las fórmulas para calcular su volumen.



$$V = A_B \cdot h$$

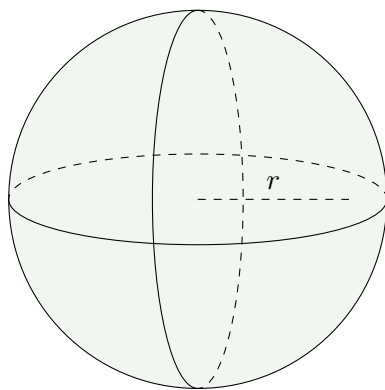


$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Figura 8 Volumen de prismas y cilindros.

Figura 9 Volumen de pirámides y conos.





$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

Figura 10 Volumen de una esfera.



EJEMPLO

Calcula el volumen de un prisma triangular de 30 cm de alto. La base tiene 14 cm de base y 8 de altura.

- 1) Calcula el área de la base.

$$A_B = \frac{b \times h}{2} = \frac{14 \times 8}{2} = 56 \text{ cm}^2$$

- 2) Sustituye el valor del área de la base y la altura en la fórmula del volumen de prismas.

$$V = A_B \times h = 56 \times 30 = 1,680 \text{ cm}^3$$



EJEMPLO

Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular de 15 m de alto. Los lados de la base miden 8 m.

- 1) Calcula el área de la base.

$$A_B = l \times l = 8 \times 8 = 64 \text{ m}^2$$

- 2) Sustituye el valor del área de la base y la altura en la fórmula del volumen de pirámides.

$$V = \frac{A_B \times h}{3} = \frac{64 \times 15}{3} = 320 \text{ m}^3$$

