

Nombre del alumno: .....





**Soluciones propuestas**

Fecha: .....

**Instrucciones:**

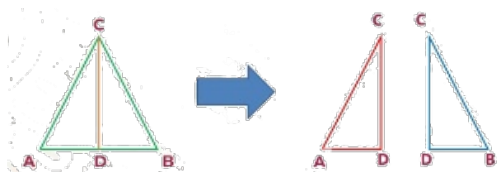
Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. De ser necesario, desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada pregunta o en una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.

**Aprendizajes a evaluar:**

-  Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
-  Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
-  Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.
-  Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

**Calificación:**

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	10	
3	15	
4	20	
5	20	
6	20	
7	5	
Total	100	

**Triángulo isósceles**

Si  $\triangle ABC$  es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle BDC$$

**Perímetro y área de un triángulo**

Sea  $\triangle ABC$  un triángulo rectángulo con lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , como se muestra en la figura 1.

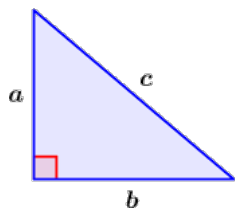


Figura 1

El perímetro  $P$  es:

$$P = a + b + c$$

El área  $A$  es:

$$A = \frac{1}{2}ab$$

**Teorema de Pitágoras**

El **teorema de Pitágoras** es una relación en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa  $c$  (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos  $a$  y  $b$  (los otros dos lados que no son la hipotenusa), como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

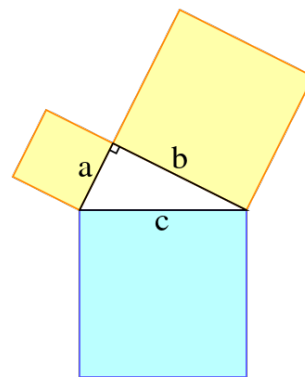


Figura 2

- 1 [10 puntos] El diagrama muestra un triángulo rectángulo y tres cuadrados. El área del cuadrado más grande es  $55 u^2$ , como se muestra en la figura 3.

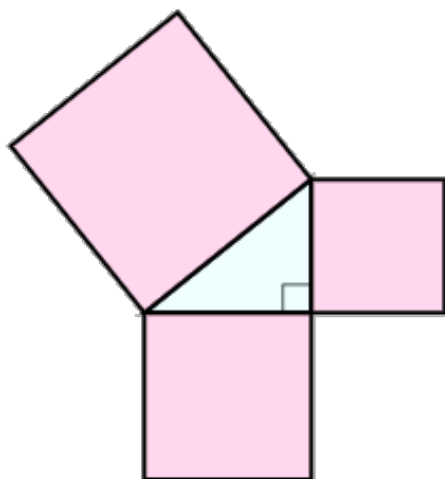


Figura 3

¿Cuáles pueden ser las áreas de los cuadrados más pequeños? Marque todas las opciones que considere correctas.

- ☐  $12u^2$  y  $38u^2$   
☐  $14u^2$  y  $40u^2$   
☒  $44u^2$  y  $11u^2$   
☐  $20u^2$  y  $25u^2$   
☒  $10u^2$  y  $45u^2$   
☒  $16u^2$  y  $39u^2$

- 2 [10 puntos] Calcula el valor de  $x$  en el triángulo isósceles que se muestra abajo (figura 4).

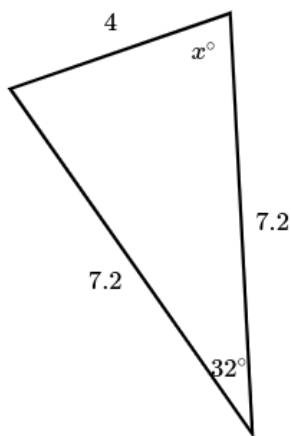


Figura 4

**Solución:**

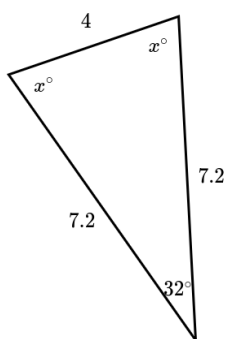


Figura 5

Dado que tiene dos lados congruentes (aquellos cuya longitud es 7.2), el triángulo es isósceles. Los ángulos opuestos a los lados congruentes también son congruentes, por lo que el ángulo sin etiqueta mide  $x^\circ$  (Ver Figura 5). Los tres ángulos en un triángulo suman  $180^\circ$ . Podemos escribir este enunciado como una ecuación:

$$x^\circ + x^\circ + 32^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x^\circ = \frac{180^\circ - 32^\circ}{2} = 74^\circ$$

- 3 [15 puntos] Encuentra el valor de  $x$  en el triángulo isósceles de la figura 6.

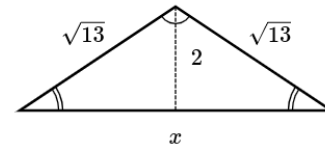


Figura 6

**Solución:**

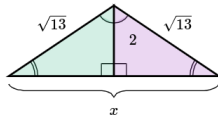


Figura 7

El triángulo isósceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver figura 7). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde  $a$  y  $b$  son las longitudes de los catetos, y  $c$  es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con  $a$ ,  $b$  y  $c$  (ver Figura 8). Observa que  $a$  y  $b$  pueden intercambiarse, pues son catetos.

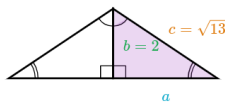


Figura 8

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{El teorema de Pitágoras}$$

$$a^2 + 2^2 = \sqrt{13}^2 \quad \text{Sustituye las longitudes}$$

$$a^2 + 4 = 13 \quad \text{Evalúa los cuadrados conocidos}$$

$$a^2 = 13 - 4 \quad \text{Despejando } x$$

$$a^2 = 9 \quad \text{Restando}$$

$$a = 3 \quad \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación}$$

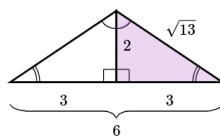


Figura 9

Como  $a = 3$  y  $a$  es la mitad de la longitud de  $x$  (ver Figura 9), podemos multiplicar para obtener  $x$ .

$$x = a \cdot 2$$

$$x = 3 \cdot 2$$

$$x = 6$$

- 4 [20 puntos] ¿Cuál es el área del triángulo isósceles de la figura 10?

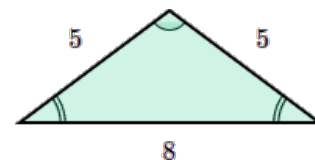


Figura 10

**Solución:**

Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos  $x$  a la longitud (ver Figura 11). Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del cateto. La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso,  $a = 4$ ,  $b = x$  y  $c = 5$ ,  
Entonces,

$$4^2 + x^2 = 5^2$$

$$16 + x^2 = 25$$

$$x^2 = 25 - 16$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

La altura del triángulo es 3. El área del triángulo es:

$$A = \frac{1}{2}bx$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3$$

$$A = 12 \text{ u}^2$$

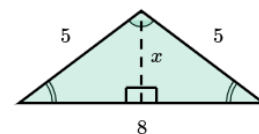


Figura 11

- 5 [20 puntos] ¿Cuál es el perímetro del trapecio de la figura 12? Considera que cada cuadro mide 1 unidad de longitud.

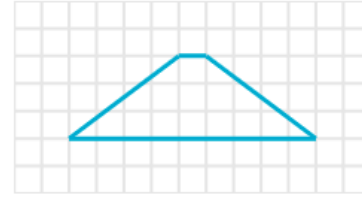


Figura 12

**Solución:**



Figura 13

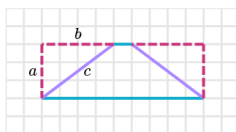


Figura 14

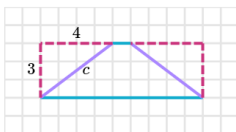


Figura 15

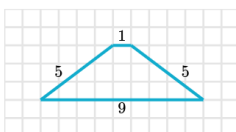


Figura 16

El perímetro es la distancia alrededor de una figura. Cada recta diagonal es la hipotenusa de un triángulo rectángulo (ver Figura 13). Podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde  $a$  y  $b$  son las longitudes de los catetos, y  $c$  es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con  $a$ ,  $b$  y  $c$  (ver Figura 14). Podemos contar los cuadrados para encontrar las longitudes de  $a$  y  $b$ , y luego sustituir esos valores en el teorema de Pitágoras (ver Figura 15).

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{El teorema de Pitágoras}$$

$$3^2 + 4^2 = c^2 \quad \text{Sustituye las longitudes}$$

$$9 + 16 = c^2 \quad \text{Evalúa los cuadrados conocidos}$$

$$25 = c^2 \quad \text{Sumando}$$

$$5 = c \quad \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación}$$

La longitud de la otra recta diagonal también es 5 (ver Figura 16). Ahora que conocemos la longitud de cada diagonal, podemos encontrar la longitud de los lados faltantes para calcular el perímetro. Como los lados restantes son líneas horizontales, podemos contar los cuadrados para obtener sus longitudes.

$$9 + 5 + 1 + 5 = 20$$

El perímetro del triángulo es 20 unidades.

- 6 [20 puntos] Una tirolesa comienza en una plataforma que está a 40 metros del suelo. El punto de anclaje de la tirolesa está a 198 metros en dirección horizontal desde la base de la plataforma. Como se muestran a continuación en la figura 17

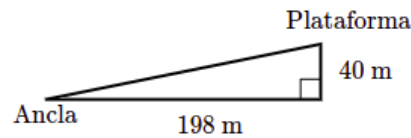


Figura 17

¿Qué tan larga es la tirolesa?

**Solución:**

Podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener  $x$ . La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde  $a$  y  $b$  son las longitudes de los dos catetos del triángulo y  $c$  es la longitud de la hipotenusa. En este caso,  $a = 40$ ,  $b = 198$  y  $c = x$ .

$$x^2 = 40^2 + 198^2$$

$$x^2 = 1,600 + 39,204$$

$$x^2 = 40,804$$

$$x = \sqrt{40,804}$$

$$x = 202$$

La longitud de la tirolesa es 202 metros.

- 7 [5 puntos] Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la figura 18 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta y explica el por qué:

A. Sí.

B. No.

C. No hay suficiente información para decidir.

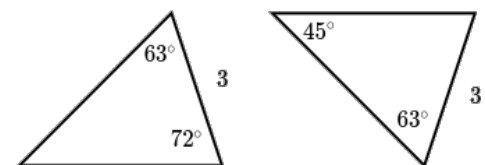


Figura 18

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes. Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. En este caso, nos dan un lado y dos ángulos en cada triángulo. Puesto que la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es  $180^\circ$ , podemos encontrar el ángulo restante en cada triángulo. Ahora observa que dos ángulos y el lado entre ellos en un triángulo son congruentes a dos ángulos y el lado entre ellos de otro triángulo. Por lo tanto, los triángulos son congruentes por el criterio ALA. **Sí, los triángulos son congruentes.**

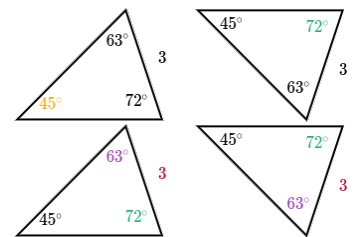


Figura 19