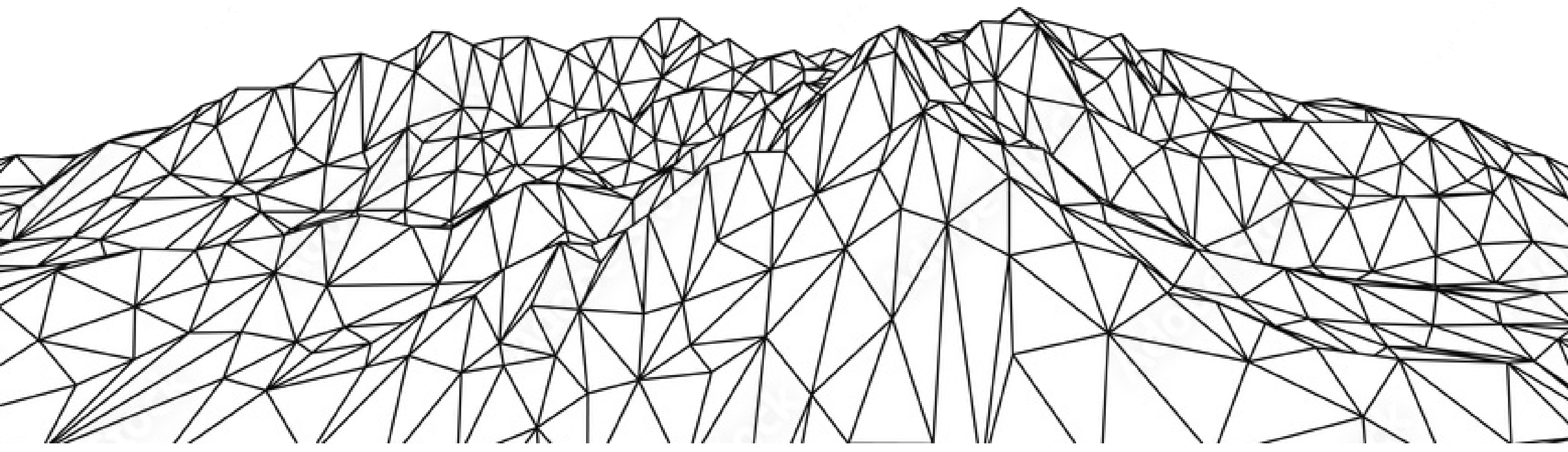
Matemáticas 3

Cuaderno de trabajo
para los alumnos de 3° de Secundaria
en el curso durante el ciclo escolar
2022-2023

POR
J. C. Melchor Pinto
Profesor de asignatura en

Escuela Rafael Díaz Serdán
Educación para la vida



Índice general

Aprendizajes esperados:

Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfi ca y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.

L1. Ecuaciones cuadráticas

Analiza las situaciones y contesta lo que se pide.

Inicio

Lee la situación, observa la imagen y responde lo que se pide.

1. Martín fue contratado para cercar un terreno con 120 m de malla. Le pidió a su cliente los datos del terreno, quien se los entregó en un papel. Al llegar a su casa, Martín se dio cuenta de que perdió la información y sólo recordó que el triple del ancho menos el largo es igual a 28 m. No quiso llamar nuevamente al cliente y determinó las dimensiones del terreno. **¿Cuáles son?**

   a) Asigna variables y escribe las ecuaciones que modelan la situación.

   b) Describe un procedimiento para resolverlas.

   c) Determina las medidas de los lados del terreno.

   d) ¿Qué información es relevante para responder y cuál no?

   e) Describe tu procedimiento para saber las respuestas.

1. El hotel *El Sol* gestionó con el municipio tener una zona de nado en el mar para el disfrute de sus huéspedes. Le han asignado 600 m^2 de superficie de mar y debe delimitarla con una cuerda y boyas para seguridad de los bañistas. El gerente del hotel quiere que la zona sea cuadrada, **¿cuál es la longitud de los lados? (figura 2.1)**.

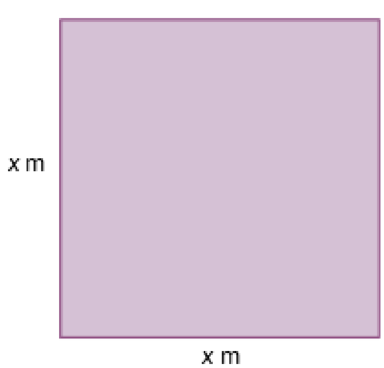


Figura 2.1: Modelo geométrico de la situación.

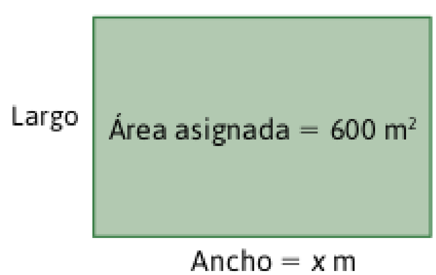


Figura 2.2: Modelo geométrico de la situación.

a) ¿Cuáles son las cantidades conocidas?

b) ¿Cuáles son las cantidades desconocidas?

c) Escriban una ecuación que modele la situación.

d) ¿Cuál es la longitud de los lados?

2. Antes de que se hiciera la delimitación de la zona de nado, el gerente del hotel cambió de opinión acerca de la forma de esta zona. Ahora debía ser rectangular con cierta característica: el largo tiene 10 m menos que el ancho. **¿Cuál es la longitud de los lados de la superficie delimitada? (figura 2.2)**.

a) ¿Cuáles son las cantidades conocidas?

b) ¿Cuáles son las cantidades desconocidas?

c) Escriban una ecuación que modele la situación.

d) Planteen una forma de resolver el problema. ¿Cuál es la longitud de los lados?

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{2.1}$$

donde a, b y c son enteros, decimales o fraccionarios y a no es igual a 0. Como el mayor exponente de la variable es 2 también se le conoce como **ecuación de segundo grado**.

3. Considera el problema anterior. El municipio ha notificado al gerente del hotel El Sol que hubo un error en la asignación de la zona de mar y que en lugar de 600 m^2 , se le asignan 504 m^2 . El gerente del hotel aún quiere que la zona de nado tenga 10 m menos de largo que de ancho. **¿Cuál es la nueva longitud de los lados?**

a) Identifiquen las cantidades conocidas, desconocidas y escriban una ecuación que modele la situación.

b) Verifiquen cuáles valores son soluciones o raíces de la ecuación anterior y escriban por qué.

- $x = -28$.
- $x = -18$.
- $x = -8$.
- $x = 0$.
- $x = 8$.
- $x = 18$.
- $x = 28$.

Un número que satisface una ecuación, es decir, que al sustituirlo en la variable de la ecuación se cumple la igualdad es llamado solución o raíz de la ecuación.

Completen la tabla 2.3 sustituyendo los valores de x en cada expresión y haciendo las operaciones, luego respondan lo que se pide.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$(x-5)(x+3)$									
$x^2+3x-5x-15$									
$x^2-2x-15$									

Figura 2.3: Modelo geométrico de la situación.

1. ¿Cómo son los valores de las tres expresiones? ¿Qué pueden concluir sobre ellas?
2. ¿Cómo pueden saber que un producto de expresiones algebraicas es equivalente a una ecuación de segundo grado?

Se tienen dos expresiones algebraicas: $(x-1)(x-6)=0$ y $x^2-7x+6=0$.

1. ¿Cuál es una ecuación cuadrática? ¿Por qué?
2. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación (x - 1)(x - 6) = 0? Explica.
3. ¿Cuántas soluciones tendrá la ecuación $\mathrm{x}^2-7x+6=0$? ¿Por qué?
4. ¿Cuántas soluciones tendrá una ecuación cuadrática?

Analicen los siguientes casos:

$$(x)(x)=1 \quad \text{y} \quad x^2=1$$

$$x(x-1)=0 \quad \text{y} \quad x^2-x=0$$

$$(x-1)(x-2)=0 \quad \text{y} \quad x^2-3x+2=0$$

$$(x-1)(x-2)+1=0 \quad \text{y} \quad x^2-3x+3=0$$

Comprueben primero que cada par de ecuaciones es equivalente. Pueden probar por ensayo y error para encontrar las soluciones.

Cierre

1. Retoma la situación de la actividad de inicio y responde, completa o corrige tus respuestas. ¿Qué pasaría con las soluciones de la ecuación si los 120 son metros cuadrados? Reflexiona acerca de los conocimientos o las habilidades que necesitabas al inicio y que ahora has adquirido. Escribe en tu cuaderno una conclusión.
2. Los desarrolladores de un fraccionamiento habían planeado que algunos terrenos para construir las casas fueran de 20 por 40 metros, pero los 40 m reducirán de tal manera que tengan 525 m^2 de área para ampliar los adadores, como se muestra en el bosquejo.
   a) ¿De cuánto será el ancho del camino?
   b) ¿Cómo planteas la ecuación que permite resolver el problema?

L2. Gráficas de expresiones cuadráticas y soluciones de sus ecuaciones

Inicio

1. Lee la situación, observa la imagen y responde lo que se pide. La torre Eiffel tiene una altura de 324 m. Desde la parte superior se deja caer una pelota de golf. La gráfica que se muestra es la representación de la ecuación que describe este movimiento, sin considerar la resistencia del aire.
   ¿Cuánto tiempo tarda el objeto en llegar al suelo?
   a) ¿Qué parte de la gráfica tiene sentido considerar?
   b) ¿Qué altura corresponde al tiempo 0 s? ¿A qué tiempo corresponde la altura 0 m?
   c) ¿Qué valor es la solución del problema? Explica.
   d) ¿Qué significa en la situación el valor simétrico, es decir, de signo contrario, al que obtuviste en la pregunta anterior?
   e) ¿Qué información es relevante para responder y cuál no?
   f) Describe el procedimiento que realizaste para saber las respuestas.
2. Reúnanse en equipo. Comparen sus respuestas, argumenten. Corrijan si es necesario. Reflexionen sobre el uso de gráficas para describir y resolver ecuaciones.

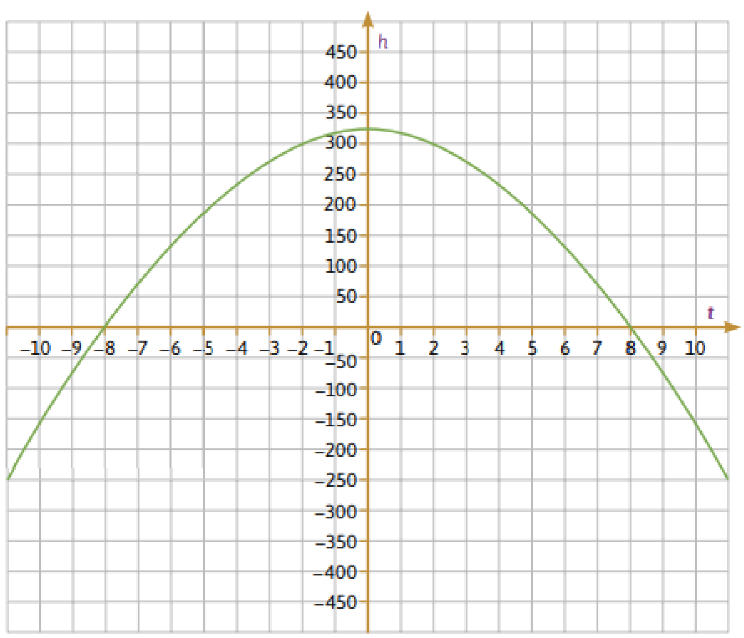


Figura 2.4: Modelo geométrico de la situación.

Soluciones de ecuaciones cuadráticas con gráficas

Analizaremos diversas gráficas de variaciones cuadráticas para determinar la relación entre éstas y las soluciones de la ecuación asociada. 2. Reúnanse en parejas. Hagan lo que se pide. a) Analicen la gráfica de y = x2 (figura 2.3). • Localicen los puntos en los que la gráfica interseca al eje X. ¿Cuál es el valor de x en esos puntos? • Sustituyan esos valores en la ecuación x2 = 0. ¿Qué observan? • Elijan otros dos puntos que estén sobre la gráfica. ¿Cuál es el valor de x en esos puntos? • Sustituyan esos nuevos valores en la ecuación x2 = 0. ¿Qué observan?