Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 3 — 3° de Secundaria

J. C. Melchor Pinto — **Autocontrol** — Unidad 3 — 2022-2023

Determina ángulos en triángulos congruentes

Guía 31

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Obtenidos											

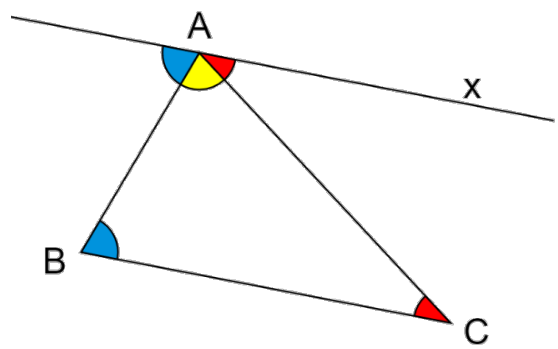
Vocabulario

Ángulo ($\angle$) $\rightarrow$ Medida de abertura entre dos rectas.
Congruente ($\cong$) $\rightarrow$ que tiene el mismo tamaño, forma y medida.
Lados Correspondientes $\rightarrow$ los lados que ocupan la misma posición relativa.
Similar o Semejante ($\sim$) $\rightarrow$ que tiene la misma forma, pero no el mismo tamaño. Las formas similares son proporcionales entre sí.

Definición de congruencia

Dos figuras son congruentes si y solo si se puede mapear una a la otra con transformaciones rígidas. Como las transformaciones rígidas preservan distancias y medidas de ángulos, todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

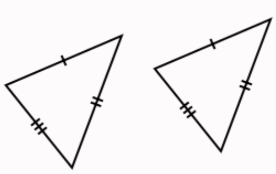
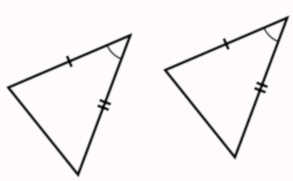
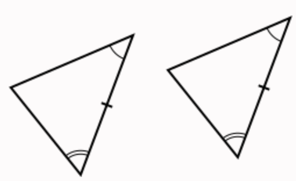
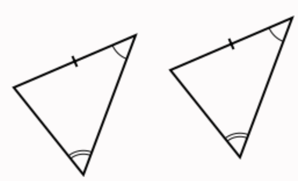
Suma de los ángulos internos de un triángulo



La suma de los ángulos internos de un triángulo es:

$$\angle B + \angle C + \angle A = 180°$$

Criterios de congruencia

Lado Lado Lado (LLL)	Lado Ángulo Lado (LAL)	Ángulo Lado Ángulo (ALA)	Ángulo Ángulo Lado (AAL)
			
Cuando los tres pares de lados correspondientes son congruentes, los triángulos son congruentes.	Cuando dos pares de lados correspondientes y los ángulos entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.	Cuando dos pares de ángulos correspondientes y los lados entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.	Cuando dos pares de ángulos correspondientes y un par de lados correspondientes (no entre los ángulos) son congruentes, los triángulos son congruentes.

Ángulos y lados correspondientes de figuras congruentes

La palabra *correspondiente* se refiere a las partes que coinciden entre dos triángulos congruentes. Podemos identificar los ángulos y lados correspondientes.

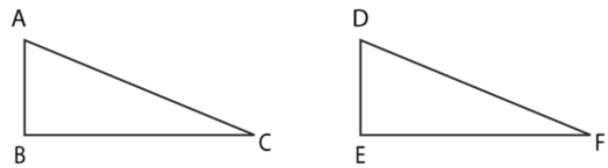


Figura 5

Primero, podemos nombrar los ángulos correspondientes. Los ángulos correspondientes coinciden con ángulos entre los dos triángulos. Los ángulos correspondientes tendrán la misma medida en triángulos congruentes.

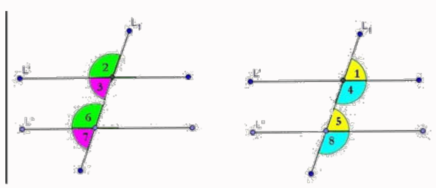
$$\angle A \cong \angle D$$
$$\angle B \cong \angle E$$
$$\angle C \cong \angle F$$

Luego, podemos nombrar los lados correspondientes. Los lados correspondientes son lados que coinciden entre los dos triángulos. Tendrán la misma longitud en triángulos congruentes.

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$
$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$
$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

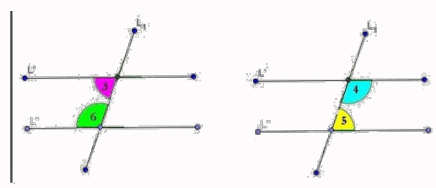
Ángulos entre una secante y dos rectas paralelas

Ángulos Colaterales



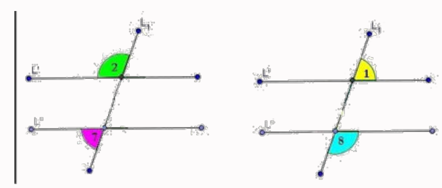
Son los ángulos que están ubicados al mismo lado de la secante.

Ángulos Internos



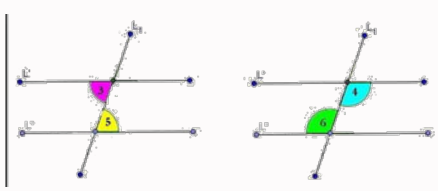
Son los ángulos que están ubicados entre las rectas paralelas.

Ángulos Externos



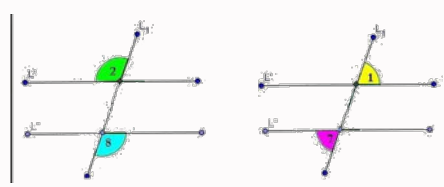
Son los ángulos que están ubicados por fuera de las rectas paralelas.

Ángulos Alternos Internos



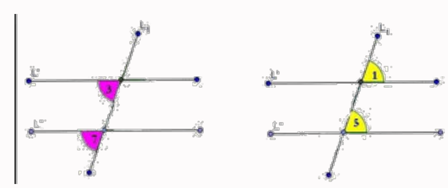
Son dos ángulos internos que no son colaterales ni adyacentes.

Ángulo Alternos Externos



Son dos ángulos externos que no son colaterales ni adyacentes.

Ángulos Correspondientes



Son dos ángulos uno interno y el otro externo que son colaterales pero no adyacentes.

Ejemplo 1

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la Figura 12.

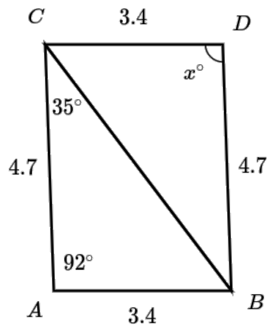


Figura 12

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide $92°$.

$$\therefore x = 92°$$

Ejercicio 1 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 13.

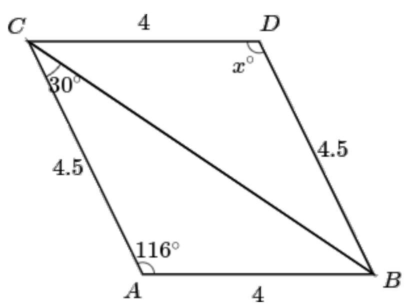


Figura 13

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide $116°$.

$$\therefore x = 116°$$

Ejemplo 2

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la Figura 14.

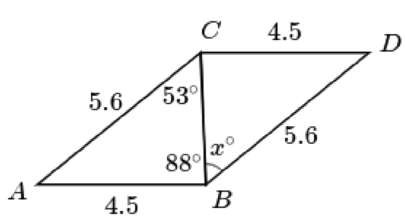


Figura 14

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide $53°$.

$$\therefore x = 53°$$

Ejercicio 2 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 15.

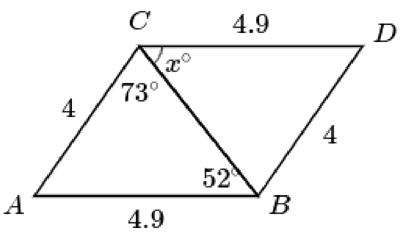


Figura 15

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ABC$ y $\angle ABC$ mide 52°.

$$\therefore x = 52°$$

Ejemplo 3

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 16.

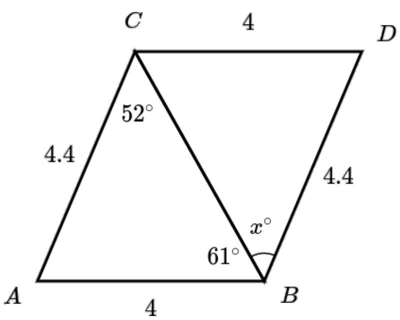


Figura 16

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide 52°.

$$\therefore x = 52°$$

Ejercicio 3 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 17.

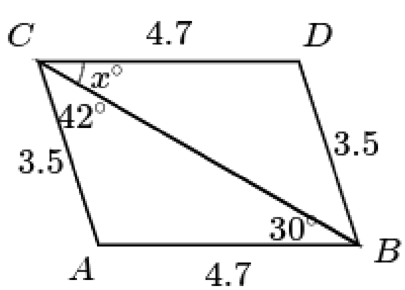


Figura 17

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ABC$ y $\angle ABC$ mide 30°.

$$\therefore x = 30°$$

Ejercicio 4 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 18.

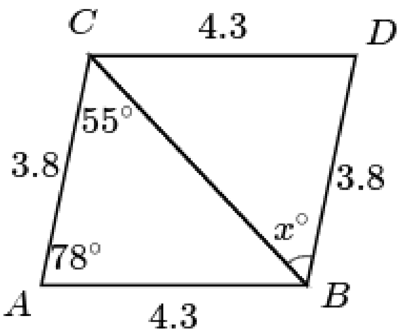


Figura 18

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide 55°.

$$\therefore x = 55^\circ$$

Ejemplo 4

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 19.

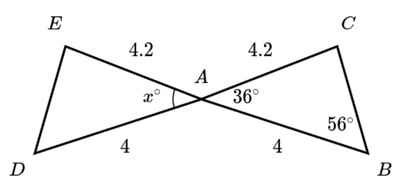


Figura 19

Solución:
$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$.

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle BAC$$

Observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide 36°.

$$\therefore x = 36^\circ$$

Ejercicio 5 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 20.

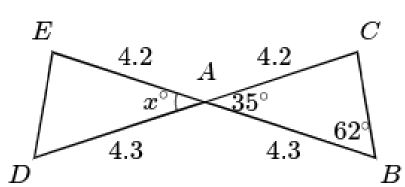


Figura 20

Solución:
$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$.

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle BAC$$

Observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide 35°.

$$\therefore x = 35^\circ$$

Ejemplo 5

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 21.

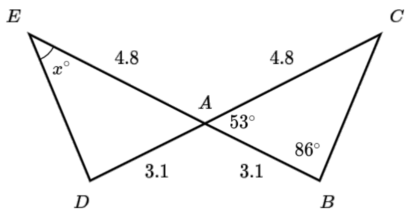


Figura 21

Solución:
$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$.

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle BAC$$

$\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ también tienen dos lados iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide:

$$x = 180° - 53° - 86° = 41°$$

Ejercicio 6 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 22.

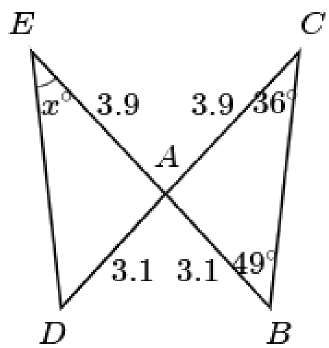


Figura 22

Solución:
$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$.

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle BAC$$

$\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ también tienen dos lados iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide 36°.

$$\therefore x = 36°$$

Ejemplo 6

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 23.

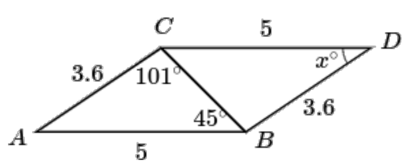


Figura 23

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide:

$$x = 180° - 101° - 45° = 34°$$

Ejercicio 7 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 24.

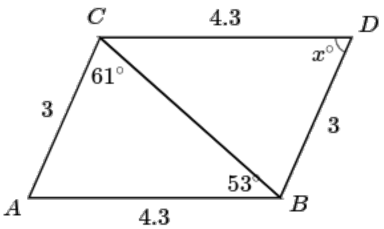


Figura 24

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide:

$$x = 180° - 61° - 53° = 66°$$

Ejercicio 8 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 25.

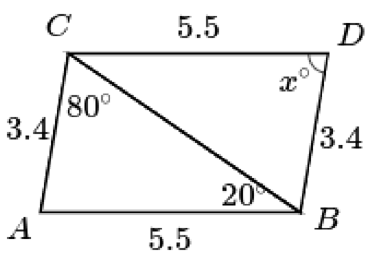


Figura 25

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide:

$$x = 180° - 80° - 20° = 80°$$

Ejemplo 7

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 26.

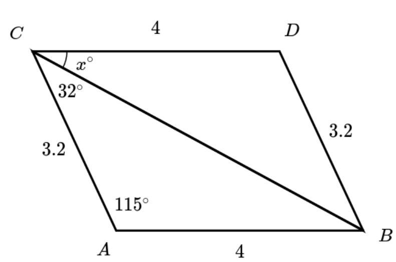


Figura 26

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ABC$ y $\angle ABC$ mide:

$$x = 180° - 115° - 32° = 33°$$

Ejercicio 9 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la Figura 27.

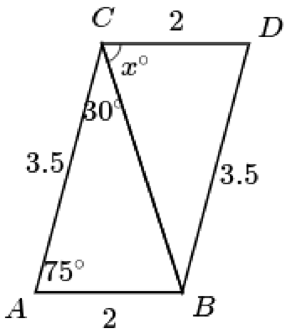


Figura 27

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ABC$ y $\angle ABC$ mide:

$$x = 180° - 30° - 75° = 75°$$

Ejercicio 10 — 10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la Figura 28.

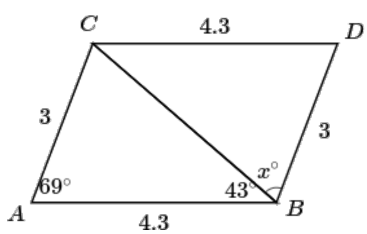


Figura 28

Solución:
$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado $\overline{BC}$, las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son iguales y las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son iguales.

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BCD$$

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide:

$$x = 180° - 43° - 69° = 68°$$