Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 2

2° de Secundaria (2022-2023)

Examen de la Unidad 3

Prof.: Julio César Melchor Pinto

Educación para la vida

Nombre del alumno: **Soluciones propuestas** Fecha:

Instrucciones:

Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. De ser necesario, desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada pregunta o en una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.

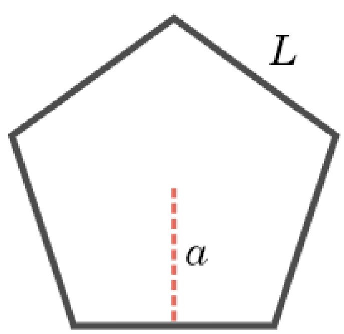
Aprendizajes a evaluar:

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Calificación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	15	
Total	85	

Áreas de polígonos regulares



Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:

$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es

$$P = nL$$

Suma de los n-ésimos términos

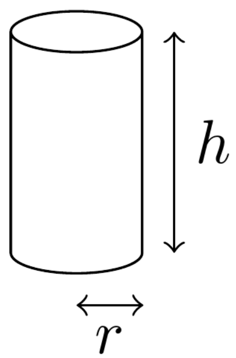
Para encontrar la suma s_n de los primeros n términos de una serie aritmética use la fórmula:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde a_0 es el primer término de la serie y a_n el n-ésimo término de la serie.

Soluciones propuestas

Volumen de un cilindro recto



El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$

donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.

Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, se obtiene mediante la expresión:

$$V = A_b h$$

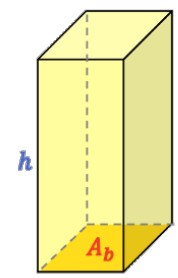


Figura 1

Si el polígono base es un polígono regular (todos sus lados iguales), entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$

donde A_b es el área del polígono regular de la base, P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados; l, la medida del lado y h, la altura.

1 [10 puntos] Encuentra el octavo término de la sucesión representada por la regla

$$a_n = -18 + (n - 1)$$

Solución:

Ya que $n = 8$:

$$\begin{aligned} a_8 &= -18 + (8 - 1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

El octavo término es -1.

2 [10 puntos] Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla 1:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, **¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 30 días?**

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n-1) + 2$$

Calculando el trigésimo término de la serie

$$a_{30} = 4(30-1) + 2 = 118$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{30} = \frac{30(2+118)}{2} = 1,800$$

Manuel tendrá 1,800 canicas al cabo de 30 días.

3 [10 puntos] **Determina el volumen del cilindro de la figura 2.**
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

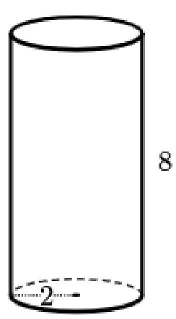


Figura 2

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 2 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(8) \\ &= \pi(4)(8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

4 [10 puntos] ¿Cuál expresión puede usarse para hallar el volumen de la Figura 3?

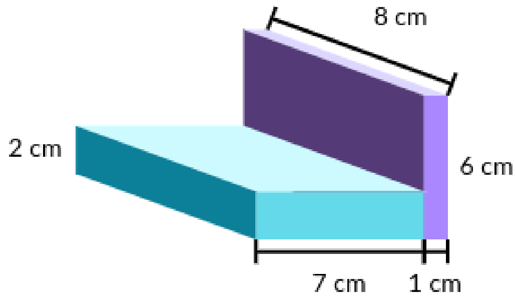


Figura 3

A. $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

B. $(2\text{cm} \times 7\text{cm} \times 1\text{cm}) + (1\text{cm} \times 6\text{cm} \times 8\text{cm})$

C. $(2\mathbf{cm} \times 8\mathbf{cm} \times 7\mathbf{cm}) + (1\mathbf{cm} \times 6\mathbf{cm} \times 8\mathbf{cm})$

D. $(2\text{cm} \times 7\text{cm}) + (8\text{cm} \times 6\text{cm})$

5 [10 puntos] Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la suma por términos semejantes.

5a $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

5b $2(5x + 8) =$

Solución:

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

5c $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

Solución:

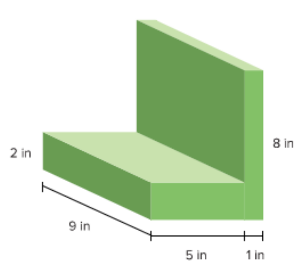
$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x \\ &= -7x + 21 \end{aligned}$$

5d $2(5x - 4) + 2(2x + 5) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2(5x - 4) + 2(2x + 5) &= 10x - 8 + 4x + 10 \\ &= 14x + 2 \end{aligned}$$

Figura 4



6 [10 puntos] La Figura 4 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

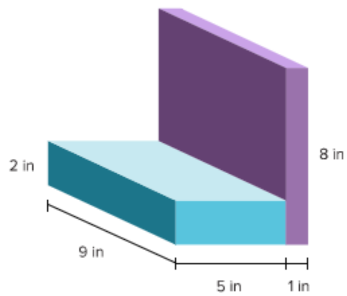


Figura 5: Descomposicion de la Figura 4 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 5). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 6, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 7, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

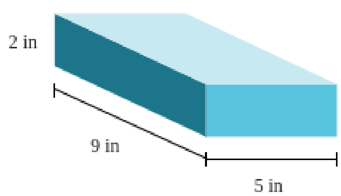


Figura 6: Primera sección del prisma de la Figura 4

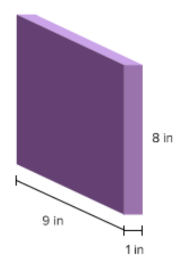


Figura 7: Segunda sección del prisma de la Figura 4

7 [10 puntos] La Figura 8 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

7a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

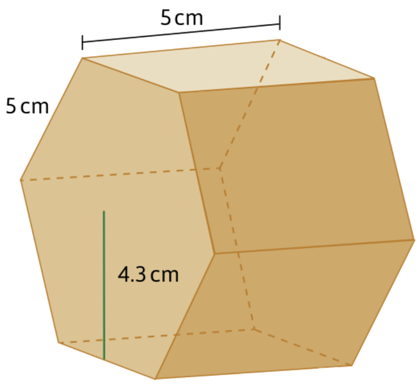


Figura 8

7b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el doble de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:
El volumen de una caja con el doble de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}}{2}\right) 10 \text{ cm} = 2580 \text{ cm}^3$$

7c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{2580 \text{ cm}^3}{322.5\text{cm}^3} = 8$$

La caja con el doble de dimensiones es 8 veces mayor que la primera.

8 [15 puntos] Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de 12 cm^3.

Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura 9.

¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?

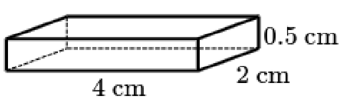


Figura 9

Solución:
Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$