

1 La recta

Una recta es la representación gráfica de una ecuación lineal con dos variables y tiene dos elementos: la “pendiente” y la “ordenada”. La ecuación de la recta tiene la siguiente la forma:



Ecuación ordinaria de la recta

Fórmula

$$y = mx + b$$

donde:

m es la pendiente de la recta.

b es la ordenada del la recta.

Existen tres casos para obtener la ecuación de una recta:

CASO 1 Encontrar la ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada.

CASO 2 Encontrar la ecuación de la recta dado un punto y la pendiente de la recta.

CASO 3 Encontrar la ecuación de la recta dados dos puntos en los que pasa la recta.

2 Pendiente de una recta

La pendiente indica que tan inclinada (*hacia arriba*) o declinada (*hacia abajo*) está la recta, esto dependerá del signo de la misma.

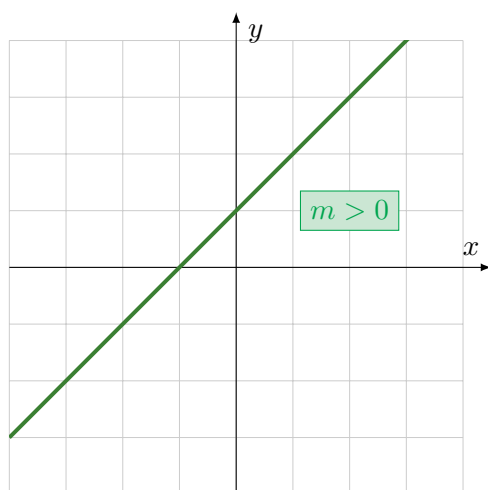


Figura 1 Recta con pendiente positiva.

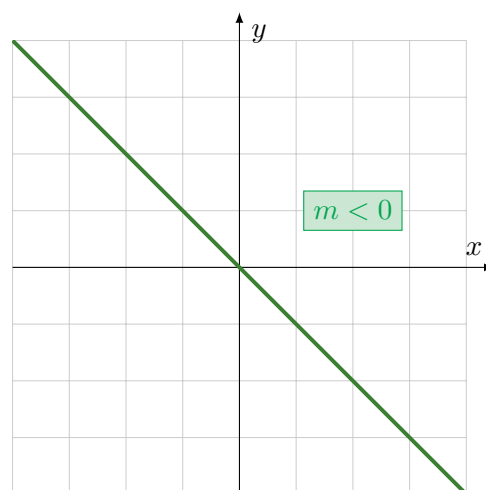
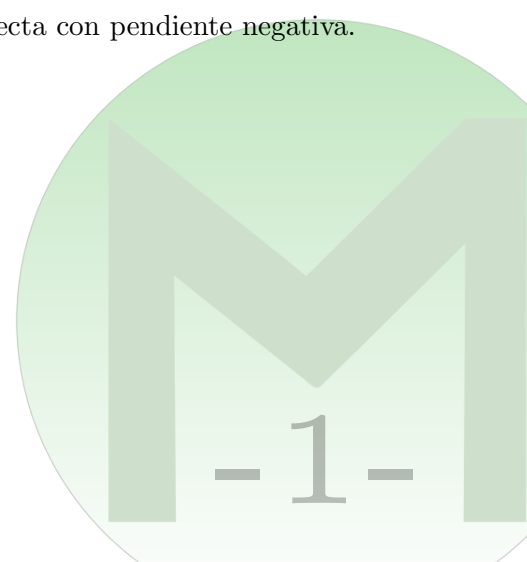


Figura 2 Recta con pendiente negativa.



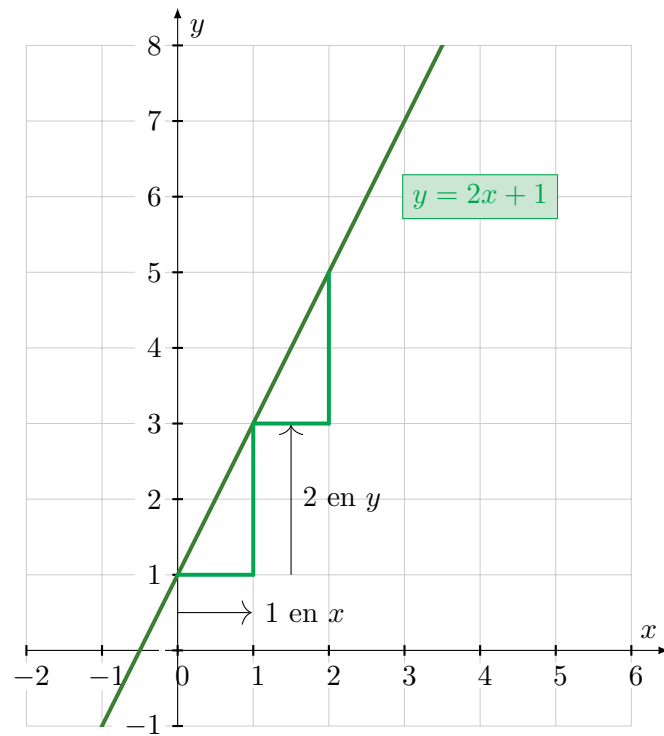


Figura 3 Ejemplificación de una pendiente entera.

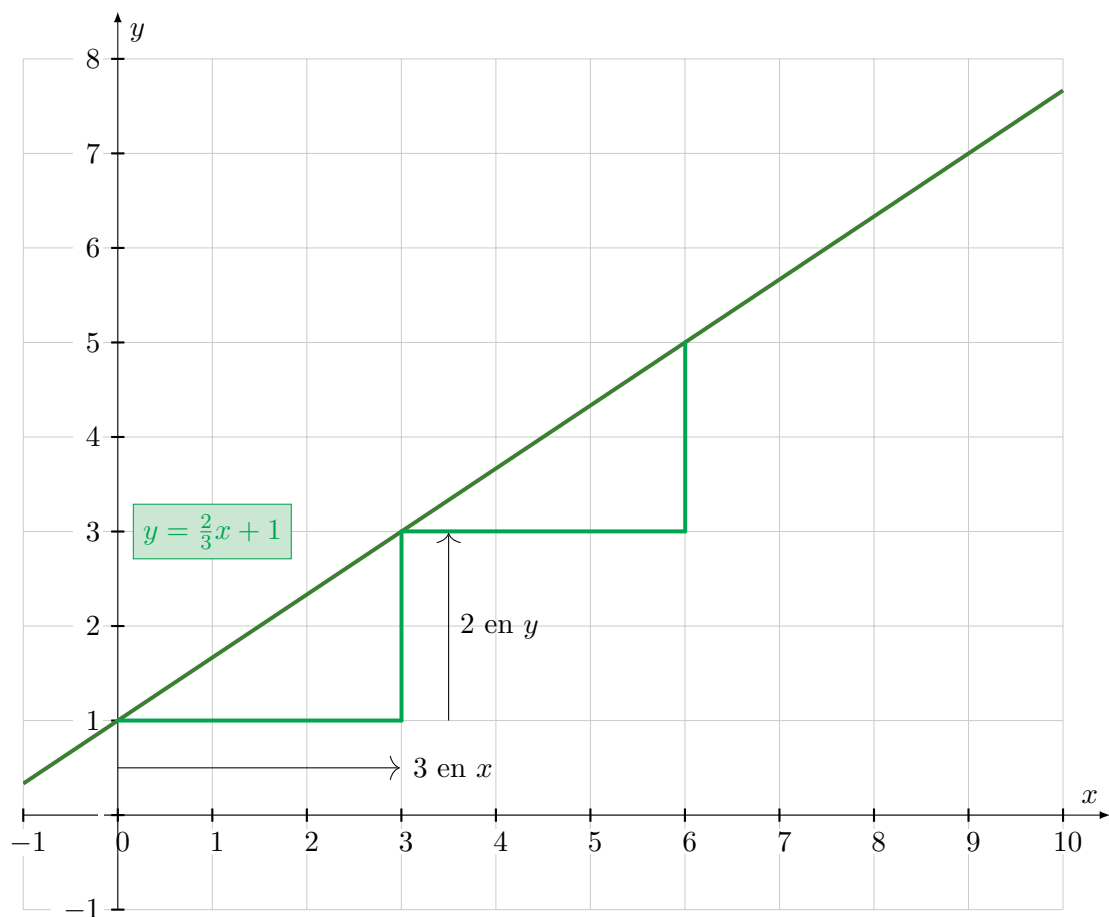


Figura 4 Ejemplificación de una pendiente fraccionaria.

2.1 Pendiente de la recta que pasa por dos puntos

Si se conocen dos puntos por los cuales pasa una recta, es fácil calcular su pendiente, solo se debe usar la siguiente fórmula.



Fórmula

Pendiente de una recta dados dos puntos

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

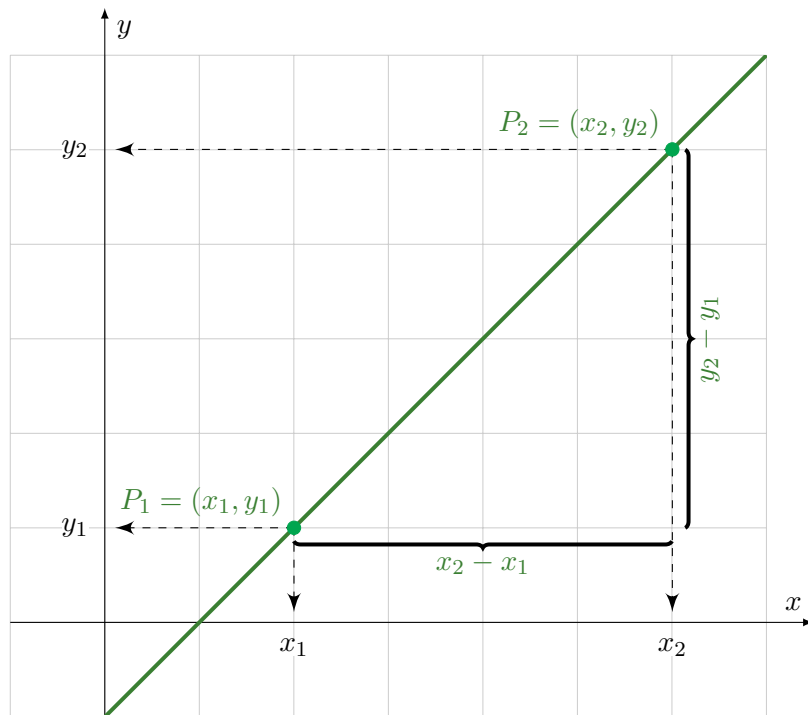


Figura 5 Pendiente de una recta dados dos puntos.



EJEMPLO

Encuentra la pendiente que pasa por los puntos $A(6, -3)$ y $B(8, 9)$.

1 Sustituye el valor de x_1 , x_2 , y_1 y y_2 en la fórmula de la pendiente de una recta.

$$m = \frac{9 - (-3)}{8 - 6} = \frac{9 + 3}{8 - 6} = \frac{12}{2} = 2$$

2.2 Ordenada de una recta

La ordenada indica en que punto la recta cruza con el eje y y es representada con la letra b . La ordenada puede tomar tres valores:

- Si la ordenada es positiva, en estos casos la recta cruza con la parte positiva del eje y .
- Si la ordenada es negativa, en estos casos la recta cruza con la parte negativa del eje y .
- Si la ordenada es cero, en estos casos la recta cruza en el origen.

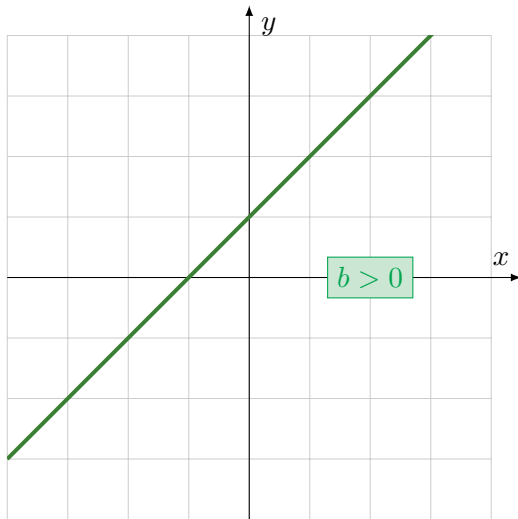


Figura 6 Recta con ordenada positiva.

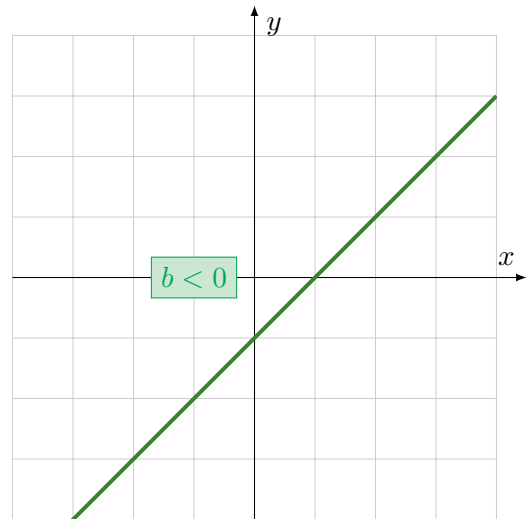


Figura 7 Recta con ordenada negativa.

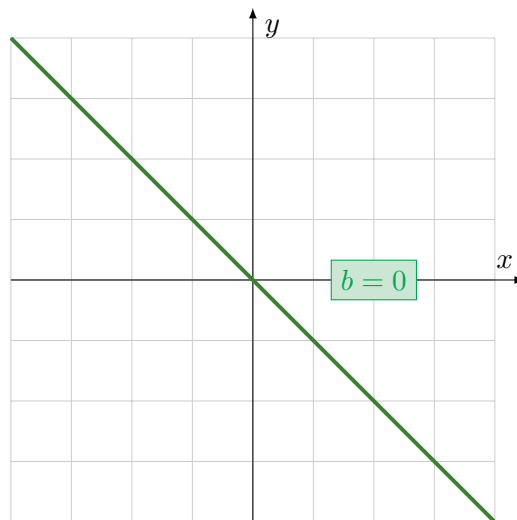


Figura 8 Recta con ordenada igual a cero.



2.3 Rectas horizontales

Las rectas horizontales tienen la característica de que su pendiente es igual a cero ($m = 0$), es decir, no tienen la variable x . Una manera de identificar estas rectas, es que la coordenada y es la misma en todos los puntos por los que pasa.

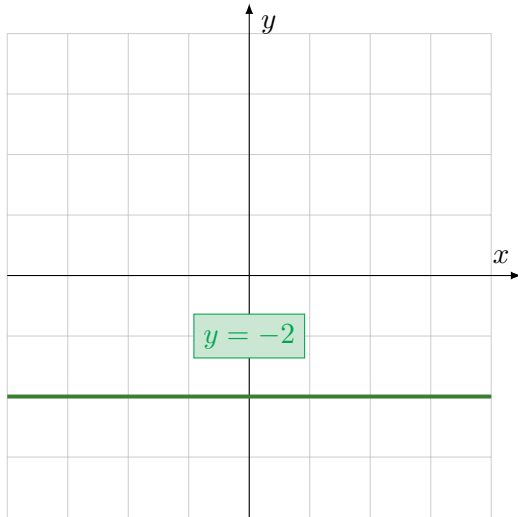


Figura 9 Recta horizontal $y = -2$.

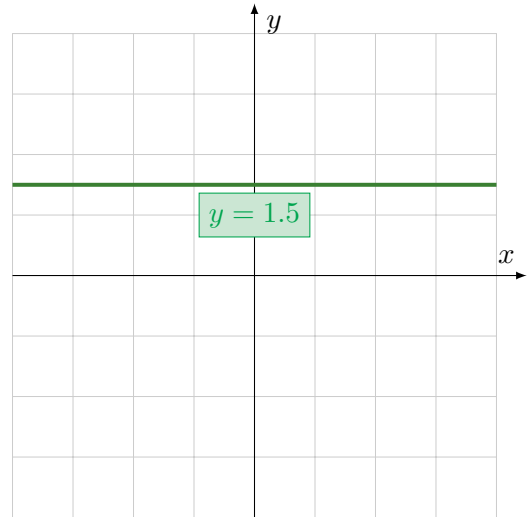


Figura 10 Recta horizontal $y = 1.5$.

2.4 Rectas verticales

Son las rectas que solo tienen la variable x . Una manera de identificar estas rectas, es que la coordenada x es la misma en todos los puntos por los que pasa.

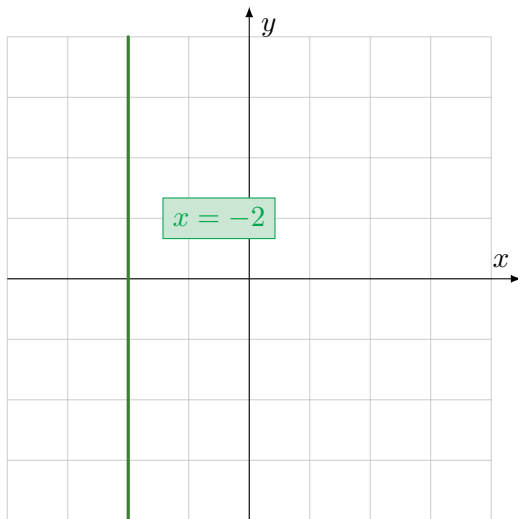


Figura 11 Recta vertical $x = -2$.

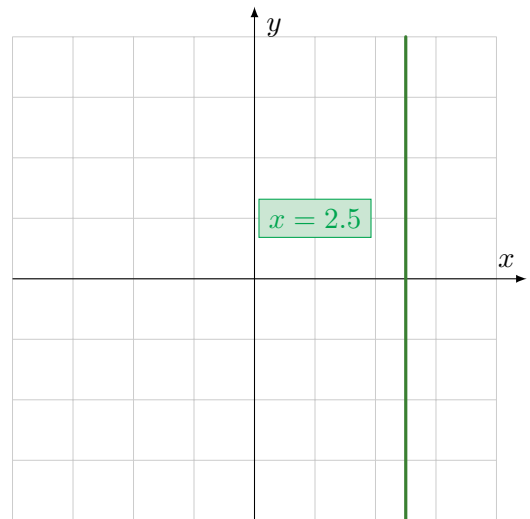


Figura 12 Recta vertical $x = 2.5$.

3 Ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada

En estos casos solo se deben sustituir el valor de la pendiente y de la ordenada en la ecuación ordinaria de la recta.

**EJEMPLO**

Encuentra la ecuación de la recta con una pendiente -2 y ordenada 1 .

- 1) Sustituye el valor de la pendiente y de la ordenada en la ecuación de la recta.

$$y = -2x + 1$$

**EJEMPLO**

Encuentra la ecuación de la recta con una pendiente $\frac{3}{2}$ y ordenada -1 .

- 1) Sustituye el valor de la pendiente y de la ordenada en la ecuación de la recta.

$$y = \frac{3}{2}x - 1$$

**EJEMPLO**

Encuentra la ecuación de la recta con una pendiente -4 y ordenada -5 .

- 1) Sustituye el valor de la pendiente y de la ordenada en la ecuación de la recta.

$$y = -4x - 5$$

4 Ecuación de la recta dado un punto y su pendiente

Para encontrar la ecuación de la recta en estos casos, se deben realizar los siguientes pasos:

PASO 1 Sustituir el valor del punto y de la pendiente en la ecuación ordinaria de la recta.

PASO 2 Despejar el valor de la ordenada b .

PASO 3 Sustituir el valor de la pendiente y de la ordenada en la ecuación ordinaria de la recta.

**EJEMPLO**

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por $A = (3, -1)$ y pendiente $m = 3$.

- 1) Sustituye el valor de la pendiente m y del punto dado en la ecuación ordinaria de la recta, para así poder despejar el valor de la ordenada b .

$$\begin{aligned}y &= mx + b \\-1 &= (3)(3) + b \\-1 &= 9 + b \\b &= -10\end{aligned}$$

- 2) Sustituye el valor de la pendiente m y de la ordenada b en la ecuación ordinaria de la recta.

\therefore la ecuación de la recta es: $y = 3x - 10$



EJEMPLO

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por $A = (-5, \frac{3}{2})$ y pendiente $m = -4$.

- 1) Sustituye el valor de la pendiente m y del punto dado en la ecuación ordinaria de la recta, para así poder despejar el valor de la ordenada b .

$$y = mx + b$$

$$\frac{3}{2} = (-4)(-5) + b$$

$$\frac{3}{2} = 20 + b$$

$$b = -20 + \frac{3}{2} = -\frac{37}{2}$$

- 2) Sustituye el valor de la pendiente m y de la ordenada b en la ecuación ordinaria de la recta.

\therefore la ecuación de la recta es: $y = -4x - \frac{37}{2}$

5 Ecuación de la recta dados dos puntos

Para encontrar la ecuación de la recta en estos casos, se deben realizar los siguientes pasos:

PASO 1 Usar la fórmula de la pendiente de una recta dados dos puntos.

PASO 2 Una vez encontrada la pendiente, sustituir la pendiente y cualquiera de los dos puntos dados en la ecuación ordinaria de la recta, para poder despejar el valor de la ordenada b .

PASO 3 Sustituir el valor de la pendiente m y de la ordenada b en la ecuación ordinaria de la recta.



EJEMPLO

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por $A = (1, 2)$ y $B = (4, 7)$.

- 1) Usa la fórmula de la pendiente de una recta dados dos puntos, para obtener la pendiente de la recta.
Para usar la fórmula no importa cual de los dos puntos sea nombrado como (x_1, y_1) o (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7 - 2}{4 - 1}$$

$$m = \frac{5}{3}$$

- 2) Sustituye el valor de m y cualquiera de los dos puntos en la ecuación ordinaria de la recta, para despejar el valor de b .

$$y = mx + b$$

$$2 = \left(\frac{5}{3}\right) 1 + b$$

$$2 = \frac{5}{3} + b$$

$$b = 2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$$

- 3) Sustituye el valor de la pendiente m y de la ordenada b en la ecuación ordinaria de la recta.

$$\therefore \text{ la ecuación de la recta es: } y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$$



EJEMPLO

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por $A = (-5, 7)$ y $B = (0, 3)$.

- 1) Usa la fórmula de la pendiente de una recta dados dos puntos, para obtener la pendiente de la recta.
Para usar la fórmula no importa cual de los dos puntos sea nombrado como (x_1, y_1) o (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3 - 7}{0 - (-5)}$$

$$m = -\frac{4}{5}$$

- 2) Sustituye el valor de m y cualquiera de los dos puntos en la ecuación ordinaria de la recta, para despejar el valor de b .

$$y = mx + b$$

$$7 = \left(\frac{-4}{5}\right) (-5) + b$$

$$7 = 4 + b$$

$$b = 7 - 4 = 3$$

- 3) Sustituye el valor de la pendiente m y de la ordenada b en la ecuación ordinaria de la recta.

$$\therefore \text{ la ecuación de la recta es: } y = -\frac{4}{5}x + 3$$

