Soluciones propuestas

Preparación para el Examen de la Unidad con Adecuación Curricular 3

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** ____________

Aprendizajes:

- Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).
- Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Puntuación:

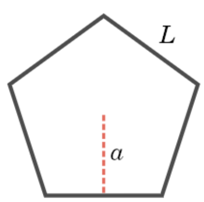
Pregunta	1	2	3	4	5	6	7
Puntos	15	20	5	5	5	10	10
Obtenidos							

Pregunta	8	9	10	11	12		Total
Puntos	10	5	5	5	5		100
Obtenidos							

Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:

$$A = \frac{nLa}{2}$$



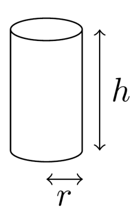
donde el perímetro es

$$P = nL$$

Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$



donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.

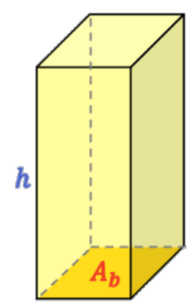
Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, es:

$$V = A_b h$$

Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$



donde P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados y l, la medida del lado.

Ejercicio 1

____ de 15 puntos

Coloca el valor de la razón entre el precio y el peso de los siguientes productos de reciclaje.

Producto	Peso	Precio	Razón $\left(\frac{\text{precio}}{\text{peso}}\right)$
Periódico	600	480	$\frac{480}{600} = 0.8$
Cartón	1250	750	$\frac{750}{1250} = 0.6$
PET	600	264	$\frac{264}{600} = 0.44$
Vidrio	200	1250	$\frac{1250}{200} = 6.25$
Papel	400	2000	$\frac{2000}{400} = 5$

a Por vender 20 kg de cartón se obtubo $\$$12.

Solución:

Peso		Precio
1250 kg	$\Rightarrow$	\$750
20 kg	$\Rightarrow$	$x = \frac{20 \text{ kg} \times \$750}{1250 \text{ kg}} = \$12$

b Al llevar 45 kg de periódico, recibió \$36.

Solución:

Precio		Peso
\$480	$\Rightarrow$	600 kg
\$36	$\Rightarrow$	$x = \frac{\$36 \times 600 \text{ kg}}{\$480} = 45 \text{ kg}$

c Por los 14 kg de PET que llevó, recibió $\$$\$6.16

Solución:

Peso		Precio
600 kg	$\Rightarrow$	\$264
14 kg	$\Rightarrow$	$x = \frac{14 \text{ kg} \times \$264}{600 \text{ kg}} = \$6.16$

d Al vender 333.86 kg de PET, recibió \$146.9.

Solución:

Precio		Peso
\$264	$\Rightarrow$	600 kg
\$146.9	$\Rightarrow$	$x = \frac{\$146.9 \times 600 \text{ kg}}{\$264} = 333.86 \text{ kg}$

e Al vender 40 kg de vidrio, recibió \$250.

Solución:

Precio		Peso
\$1250	$\Rightarrow$	200 kg
\$250	$\Rightarrow$	$x = \frac{\$250 \times 200 \text{ kg}}{\$1250} = 40 \text{ kg}$

Ejemplo 1

Encuentra la solución a las siguientes ecuaciones.

a $4(a+3)=14$

Solución:

$$\begin{aligned} 4(a+3) &= 14 \\ 4a+12 &= 14 \\ 4a &= 14-12 \\ 4a &= 2 \\ a &= \frac{2}{4} \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

c $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x + 1 = 0$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x + 1 &= 0 \\ \frac{2}{4}x - \frac{1}{4}x &= -1 \\ \frac{1}{4}x &= -1 \\ x &= -1(4) \\ x &= -4 \end{aligned}$$

b $-3(x+7)=9(x-1)$

Solución:

$$\begin{aligned} -3(x+7) &= 9(x-1) \\ -3x-21 &= 9x-9 \\ -3x-9x &= -9+21 \\ -12x &= 12 \\ x &= \frac{12}{-12} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

d $2(b-8)=-3(b-3)$

Solución:

$$\begin{aligned} 2(b-8) &= -3(b-3) \\ 2b-16 &= -3b+9 \\ 2b+3b &= 9+16 \\ 5b &= 25 \\ b &= \frac{25}{5} \\ b &= 5 \end{aligned}$$

Ejercicio 2

____ de 20 puntos

Encuentra la solución a las siguientes ecuaciones.

a $5(2x-1)=-25$

Solución:

$$\begin{aligned}5(2x-1)&=-25\\10x-5&=-25\\10x&=-25+5\\10x&=-20\\x&=\frac{-20}{10}\\x&=-2\end{aligned}$$

b $2(3x-1)=10$

Solución:

$$\begin{aligned}2(3x-1)&=10\\6x-2&=10\\6x&=10+2\\6x&=12\\x&=\frac{12}{6}\\x&=2\end{aligned}$$

c $x+1=2x-3$

Solución:

$$\begin{aligned}x+1&=2x-3\\x-2x&=-3-1\\-x&=-4\\x&=4\end{aligned}$$

d $5(2x+3)=7x+3$

Solución:

$$\begin{aligned}5(2x+3)&=7x+3\\10x+15&=7x+3\\10x-7x&=3-15\\3x&=-12\\x&=-4\end{aligned}$$

e $-x+1=3x-4$

Solución:

$$\begin{aligned}-x+1&=3x-4\\-x-3x&=-4-1\\-4x&=-5\\x&=\frac{-5}{-4}\\x&=\frac{5}{4}\end{aligned}$$

f $3(x-2)=2(x+1)$

Solución:

$$\begin{aligned}3(x-2)&=2(x+1)\\3x-6&=2x+2\\3x-2x&=2+6\\x&=8\end{aligned}$$

Ejemplo 2

Determina el volumen del cilindro de la figura 1.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

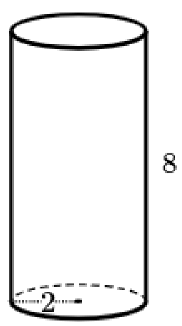


Figura 1

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 1 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(8) \\ &= \pi(4)(8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 3 ____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 2.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

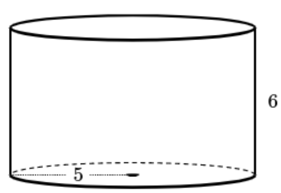


Figura 2

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 2 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(5)^2(6) \\ &= \pi(25)(6) \\ &= 150\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 4

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 3.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

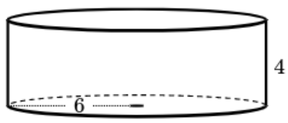


Figura 3

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 3 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(6)^2(4) \\ &= \pi(36)(4) \\ &= 144\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 5

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 4.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

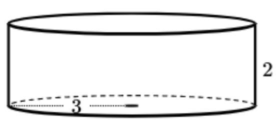


Figura 4

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

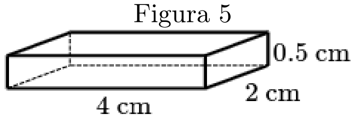
De la figura 4 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(3)^2(2) \\ &= \pi(9)(2) \\ &= 18\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 3

Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de 12 cm^3.
Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura 5.
¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?

Figura 5



Solución:
Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$

Ejercicio 6

____ de 10 puntos

En un teatro quieren construir escalones movibles que puedan usarse para subir y bajar del escenario, como los que aparecen en la figura 6. Quieren que los escalones tengan suficiente espacio dentro para poder almacenar objetos de utilería.

¿Cuánto espacio hay dentro de los escalones?

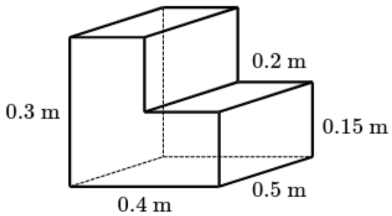


Figura 6

Solución:

Ejercicio 7

____ de 10 puntos

La mamá de Lacey le hace un pastel de cumpleaños en forma de "L", como se muestra en la figura 7. A Lacey le encanta el betún, así que su mamá cubre todo el exterior del pastel con betún, incluso la parte de abajo

¿Cuánto espacio cubre con betún la mamá de Lacey?

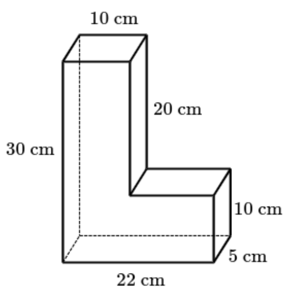


Figura 7

Solución:

Ejercicio 8

____ de 10 puntos

Un tanque de gas estacionario tiene la formade un cilíndro, como el que se muestra en la Figura 8. Sus medidas son de 60 cm de diámetro y 178 cm de largo.

a ¿Cuántos litros le caben a ese tanque?

Solución:
El volumen es de 503,280 cm^3, que equivalen a 503.28 L

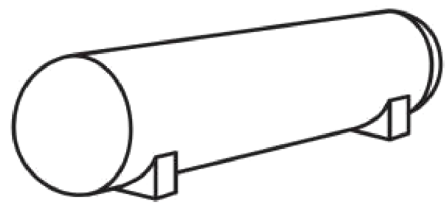


Figura 8

b Un tanque estacionario no debe de llenarse más allá de 45 partes de su capacidad. ¿Cuántos litros de gas se le pueden cargar como máximo?

Solución:
La carga máxima del gas debe ser de 402.62 L

Si se lee en el medidor que el tanque ya tiene 135 L, ¿cuántos litros faltan para no rebasar su capacidad máxima?

Solución:

Al tanque le faltan $402.62 - 135 = 267.62$L.

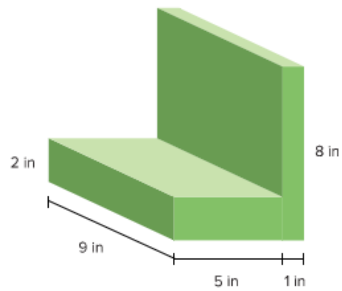
d ¿Qué longitud debería tener el tanque si se desea que tenga una capacidad de 650 L y el mismo diámetro?

Solución:

La longitud corresponde a la altura del cilindro: 229.89 cm.

Ejemplo 4

Figura 9



La figura 9 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

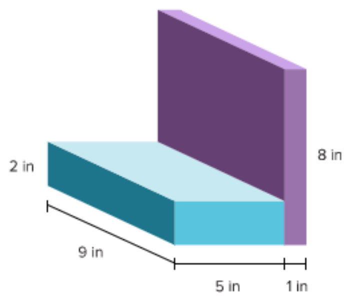


Figura 10: Descomposicion de la Figura 9 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 10). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 11, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 12, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

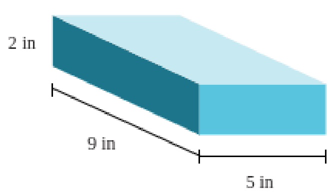


Figura 11: Primera sección del prisma de la Figura 9

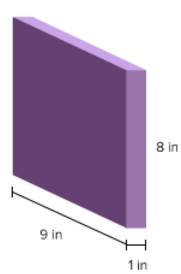


Figura 12: Segunda sección del prisma de la Figura 9

Ejercicio 9

____ de 5 puntos

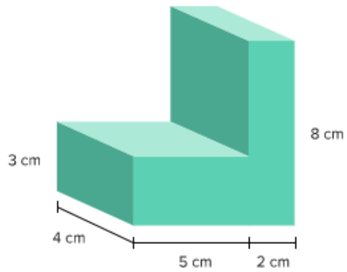


Figura 13

La Figura 13 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

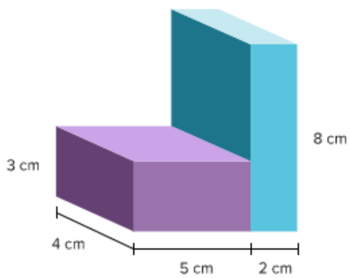


Figura 14: Descomposicion de la Figura 13 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 10). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 11, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 12, se sabe que:

$$V = 2 \times 4 \times 8 = 64$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 60 + 64 = 124$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

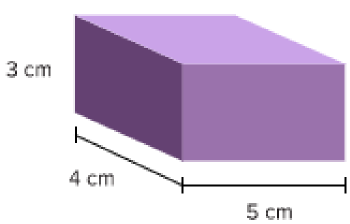


Figura 15: Primera sección del prisma de la Figura 13

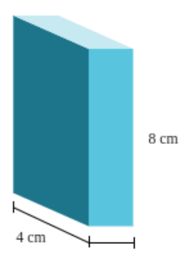


Figura 16: Segunda sección del prisma de la Figura 13

Ejercicio 10

____ de 5 puntos

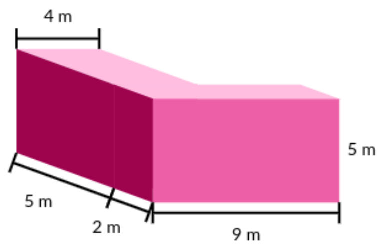


Figura 17

La Figura 17 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

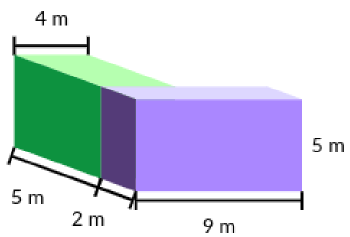


Figura 18: Descomposicion de la Figura 17 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 10). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 11, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 5 = 100$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 12, se sabe que:

$$V = 2 \times 9 \times 5 = 90$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 100 + 90 = 190$$

Volumen de toda la figura V_T es 190 pulgadas cúbicas

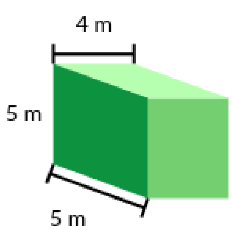


Figura 19: Primera sección del prisma de la Figura 17

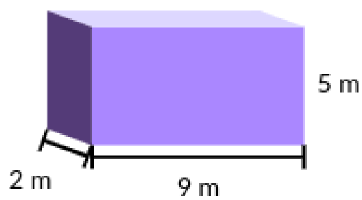


Figura 20: Segunda sección del prisma de la Figura 17

Ejercicio 11

____ de 5 puntos

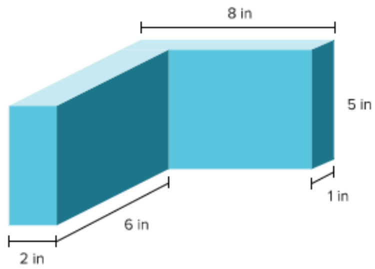


Figura 21

La Figura 21 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

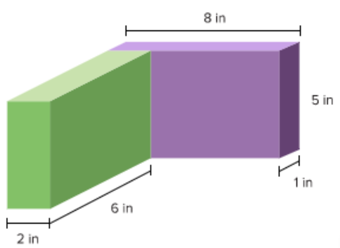


Figura 22: Descomposicion de la Figura 21 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 10). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 11, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 5 = 100$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 12, se sabe que:

$$V = 2 \times 9 \times 5 = 90$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 100 + 90 = 190$$

Volumen de toda la figura V_T es 190 pulgadas cúbicas

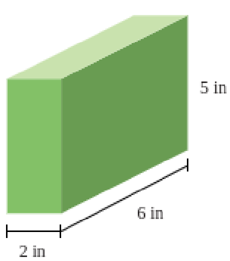


Figura 23: Primera sección del prisma de la Figura 22

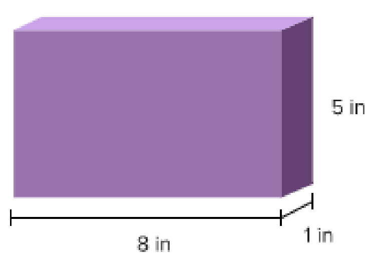


Figura 24: Segunda sección del prisma de la Figura 22

Ejercicio 12

____ de 5 puntos

La figura 25 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

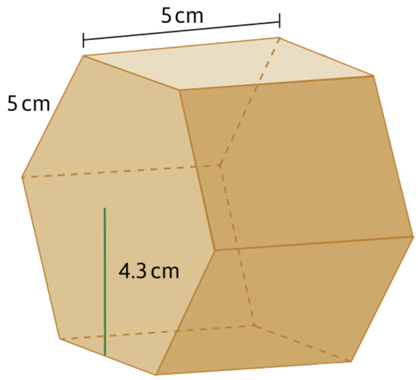


Figura 25

a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el triple de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:

El volumen de una caja con el triple de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 15 \text{ cm} \times 12.9 \text{ cm}}{2}\right) 15 \text{ cm} = 8,707.5 \text{ cm}^3$$

c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{8,707.5 \text{ cm}^3}{322.5\text{cm}^3} = 27$$

La caja con el triple de dimensiones es 27 veces mayor que la primera.