



Practica la Unidad 3

Nombre del alumno: Fecha:

Aprendizajes:

- Comprende las series y sucesiones cuadráticas y geométricas y sus respectivas formulaciones algebraicas.
- Reconoce y aplica los principales productos notables y su interpretación geométrica.
- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras para resolver problemas.
- Usa las funciones trigonométricas para resolver problemas geométricos con aplicación en la vida diaria.

Puntuación:

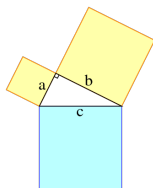
Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Puntos	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	6
Obtenidos											
Pregunta	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Total
Puntos	6	6	12	10	3	3	3	6	6	6	100
Obtenidos											

Índice		3. Ecuaciones cuadráticas	6
		3.1. Discriminante	6
		3.2. Ecuaciones cuadráticas incompletas	6
		3.3. Ecuaciones cuadráticas completas	7
1. Sucesiones cuadráticas y geométricas	2	4. Teorema de Pitágoras	8
1.1. Sucesión cuadrática	2	4.1. Hallando la hipotenusa y catetos	8
1.2. Completando la sucesión cuadrática	3	4.2. Áreas y perímetros	10
1.3. Término general	3	4.3. Resolución de problemas	11
1.4. Sucesión geométrica	3		
1.5. Razón de una sucesión geométrica	4	5. Trigonometría	11
2. Productos notables	4	5.1. Identificando lados	12
2.1. Binomios conjugados	4	5.2. Identificando funciones	13
2.2. Binomios con término común	4	5.3. Encontrando lados	14
2.3. Binomio al cuadrado	5	5.4. Encontrando ángulos	15
2.4. Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$	5	5.5. Resolución de problemas	16
2.5. Binomio al cubo	5		

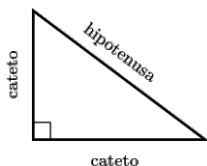
Teorema de Pitágoras

El cuadrado de la hipotenusa c es igual a la suma de los cuadrados de los catetos a y b , como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



La Hipotenusa



La **hipotenusa** es el lado más largo y está enfrente del ángulo recto (ver Figura). Los dos catetos son los lados más cortos que forman el ángulo recto:

Ecuación cuadrática

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$.

Las soluciones a una ecuación cuadrática son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El discriminante δ es un parámetro que indica cuántas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

1 Sucesiones cuadráticas y geométricas

1.1 Sucesión cuadrática

Ejemplo 1

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2 + 5n + 2$

9, 20, 35, 54

b $n^2 + 5n$

6, 14, 24, 36

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 2(1)^2 + 5(1) + 2 = 9 \\ n = 2 & \quad 2(2)^2 + 5(2) + 2 = 20 \\ n = 3 & \quad 2(3)^2 + 5(3) + 2 = 35 \\ n = 4 & \quad 2(4)^2 + 5(4) + 2 = 54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad (1)^2 + 5(1) = 6 \\ n = 2 & \quad (2)^2 + 5(2) = 14 \\ n = 3 & \quad (3)^2 + 5(3) = 24 \\ n = 4 & \quad (4)^2 + 5(4) = 36 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

___ de 6 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a $2n^2$

b $5n^2 + 2n$

c $n^2 - 6n$

1.2 Completando la sucesión cuadrática

1.3 Término general

Ejemplo 2

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 8, 15, 24, 35, ...

$$n^2 + 4n + 3$$

b 6, 9, 14, 21, ...

$$n^2 + 5$$

Ejercicio 2

___ de 3 puntos

Determina el término general de las siguientes sucesiones cuadráticas:

a 4, 10, 18, 28, ...

b 0, 3, 8, 15, ...

c 1, 13, 33, 61, ...

1.4 Sucesión geométrica

Ejemplo 3

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

$$-1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, -\frac{1}{125}$$

b $a_n = 4(2)^{n-1}$

$$4, 8, 16, 32$$

Ejercicio 3

___ de 3 puntos

Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

a $a_n = (-2)^{n-1}$

b $a_n = (4)^{n-1}$

c $a_n = 2(5)^{n-1}$

1.5 Razón de una sucesión geométrica

Ejemplo 4

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$ $r = \frac{1}{4}$

b $3, \frac{6}{5}, \frac{12}{25}, \frac{24}{125}, \dots$ $r = \frac{2}{5}$

Ejercicio 4

___ de 3 puntos

Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

a $10, 4, \frac{8}{5}, \frac{16}{25}, \dots$ $r =$

b $24, -12, 6, -3, \frac{3}{2}, \dots$ $r =$

c $6, 9, \frac{27}{2}, \frac{81}{4}, \dots$ $r =$

2 Productos notables

2.1 Binomios conjugados

Ejemplo 5

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 15)(x + 15) = x^2 - 225$

b $(9x - 1)(9x + 1) = 81x^2 - 1$

Ejercicio 5

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x + 7)(x - 7) =$

b $(x - 12y)(x + 12y) =$

c $(10x - 9y)(10x + 9y) =$

2.2 Binomios con término común

Ejemplo 6

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 5)(x - 6) = x^2 - 11x + 30$

b $(x + 4)(x + 6) = x^2 + 10x + 24$

Ejercicio 6

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(x - 2)(x + 6) =$

b $(x + 6)(x - 10) =$

c $(x - 9)(x - 2) =$

2.3 Binomio al cuadrado

Ejemplo 7

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x - 7y)^2 = x^2 - 14xy + 49y^2$

b $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Ejercicio 7

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cuadrado:

a $(x + 7y)^2 =$

b $(x - 9)^2 =$

c $(6x + 5y)^2 =$

2.4 Binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$

Ejemplo 8

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(4x - 3)(2x + 9) = 8x^2 + 30x - 27$

b $(3x - 5)(3x + 6) = 9x^2 + 3x - 30$

Ejercicio 8

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes productos notables:

a $(3x - 3)(2x - 8) =$

b $(4x - 1)(3x + 2) =$

c $(3x - 3)(2x - 8) =$

2.5 Binomio al cubo

Ejemplo 9

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(5x - 2y)^3 = 125x^3 - 150x^2y + 60xy^2 - 8y^3$

b $(x - 4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

Ejercicio 9

___ de 3 puntos

Desarrolla los siguientes binomios al cubo:

a $(x - 3)^3 =$

b $(2x + 5)^3 =$

c $(3x - 4)^3 =$

3 Ecuaciones cuadráticas

3.1 Discriminante

Ejemplo 10

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $25x^2 - 10x + 1$ $d=0$, Soluciones: **1**

b $3x^2 + 8x - 9$ $d=172$, Soluciones: **2**

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (-10)^2 - 4(25)(1) \\ d &= 100 - 100 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (8)^2 - 4(3)(-9) \\ d &= 64 + 108 \\ d &= 172 \end{aligned}$$

Ejercicio 10

____ de 3 puntos

Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 14x + 49$ Soluciones:

b $x^2 - 5x$ Soluciones:

c $3x^2 + 7x + 13$ Soluciones:

3.2 Ecuaciones cuadráticas incompletas

Ejemplo 11

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $4x^2 - 7x = 0$

b $3x^2 - 4x = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^2 - 7x \\ 0 &= x(4x - 7) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 4x \\ 0 &= x(3x - 4) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Ejercicio 11

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 + 9x = 0$

b $x^2 - 49 = 0$

c $x^2 + 4x = 0$

3.3 Ecuaciones cuadráticas completas

Ejemplo 12

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 13x + 30 = 0$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} \\x_{1,2} &= \frac{-(-13) \pm 7}{2 \cdot 1} \\x_1 &= \frac{-(-13) + 7}{2 \cdot 1} = 10 \\x_2 &= \frac{-(-13) - 7}{2 \cdot 1} = 3\end{aligned}$$

b $x^2 + 2x - 63 = 0$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2 \cdot 1} \\x_{1,2} &= \frac{-2 \pm 16}{2 \cdot 1} \\x_1 &= \frac{-2 + 16}{2 \cdot 1} = 7 \\x_2 &= \frac{-2 - 16}{2 \cdot 1} = -9\end{aligned}$$

Ejercicio 12

___ de 6 puntos

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a $x^2 - 3x - 40 = 0$

c $x^2 - 2x - 15 = 0$

e $20x^2 + 23x + 6 = 0$

b $x^2 - 3x - 28 = 0$

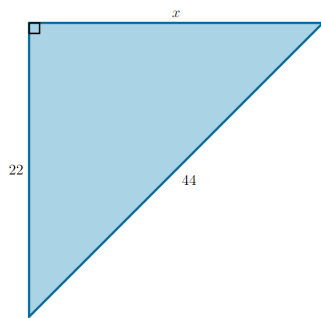
d $2x^2 - 9x - 5 = 0$

f $4x^2 + 5x - 6 = 0$

4 Teorema de Pitágoras

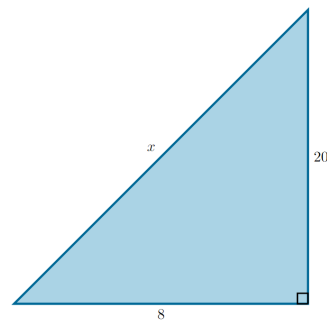
4.1 Hallando la hipotenusa y catetos

Ejemplo 13

En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

a $x = 38.11$

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 44^2 &= 22^2 + x^2 \\
 44^2 - 22^2 &= x^2 \\
 \sqrt{44^2 - 22^2} &= x \\
 38.11 &\simeq x
 \end{aligned}$$



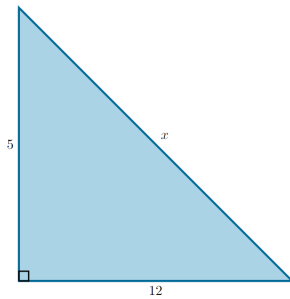
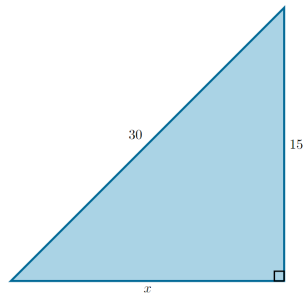
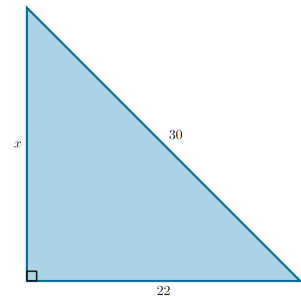
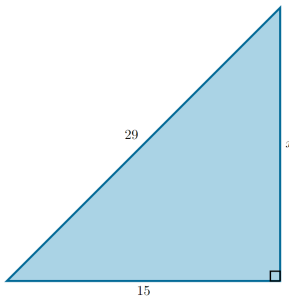
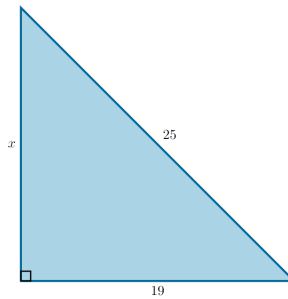
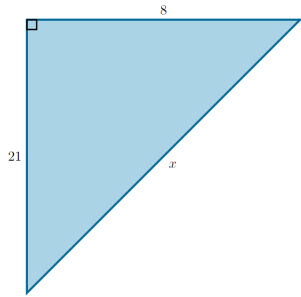
b $x = 21.54$

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 x^2 &= 8^2 + 20^2 \\
 x^2 &= 64 + 400 \\
 x &= \sqrt{464} \\
 x &\simeq 21.54
 \end{aligned}$$

Ejercicio 13

___ de 6 puntos

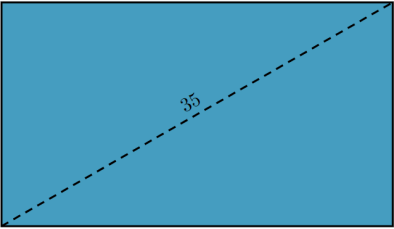
En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado x que falta:

**a** $x =$ **c** $x =$ **e** $x =$ **b** $x =$ **d** $x =$ **f** $x =$

4.2 Áreas y perímetros

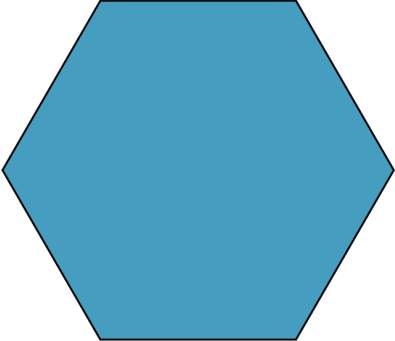
Ejemplo 14

Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



a

$x =$



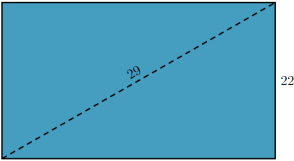
b

$x =$

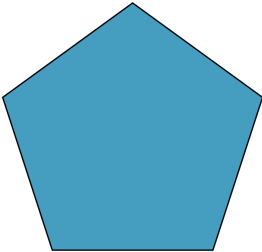
Ejercicio 14

___ de 12 puntos

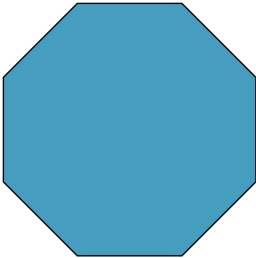
Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



a



b



c

4.3 Resolución de problemas

Ejemplo 15

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Desde la ventana de una torre en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros de la torre. ¿A qué altura está la ventana?
- b** Calcula la altura de un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y sus lados iguales miden 25 cm.

13

24.26

Ejercicio 15

___ de 10 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

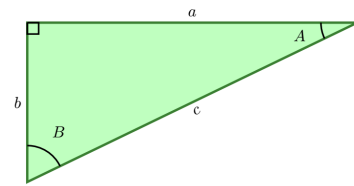
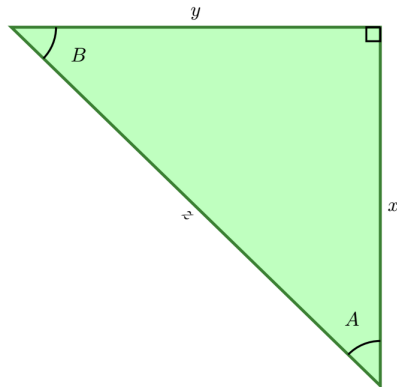
- a** En una rampa, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros mientras que avanza una distancia horizontal de 78 metros. ¿Cuál es la altura de la rampa?
- b** La altura de una portería de fútbol es de 2.4 metros y la distancia desde el punto de penalti hasta la raya de gol es de 10.8 metros, ¿qué distancia recorre un balón si sale desde el punto de penalti y se estrella en la parte más alta de la portería?

5 Trigonometría

5.1 Identificando lados

Ejemplo 16

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



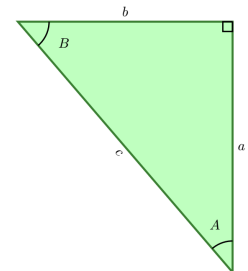
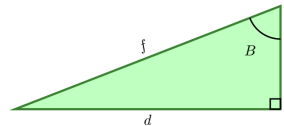
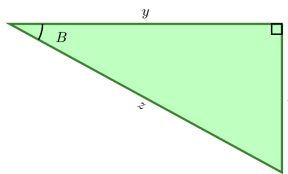
a $CO = y$

b $CO = b$

Ejercicio 16

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo B?



a $CO =$

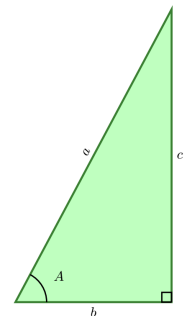
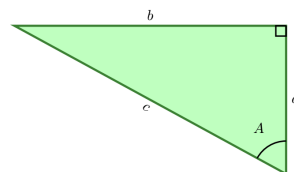
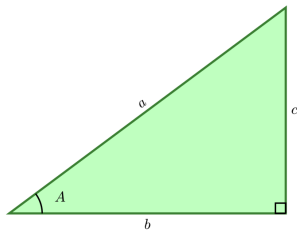
b $CO =$

c $CO =$

Ejercicio 17

___ de 3 puntos

¿Cuál es el cateto opuesto del ángulo A?



a $CO =$

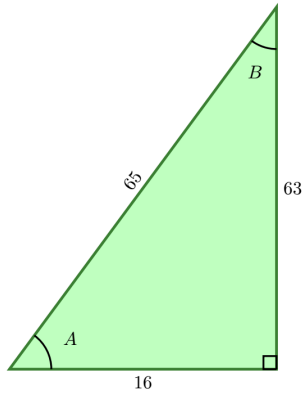
b $CO =$

c $CO =$

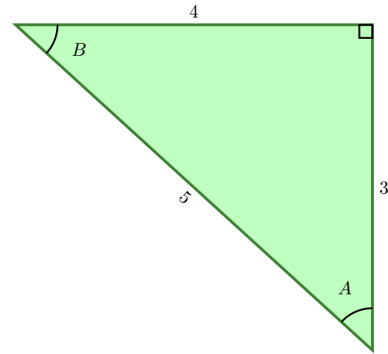
5.2 Identificando funciones

Ejemplo 17

Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(B) = 0.24$$

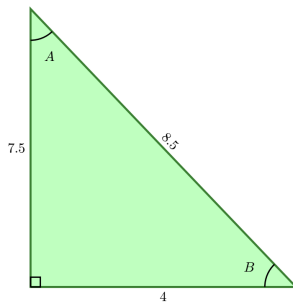
**b**

$$\cos(A) = 0.60$$

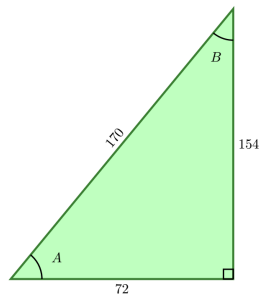
Ejercicio 18

___ de 3 puntos

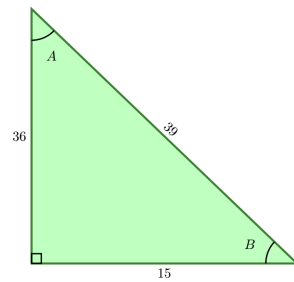
Con base en las siguientes imágenes, calcula lo que se te pide:

**a**

$$\text{sen}(A) =$$

**b**

$$\cos(A) =$$

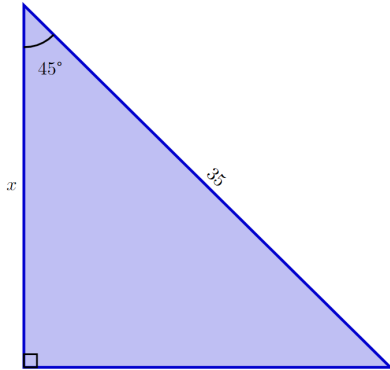
**c**

$$\cos(A) =$$

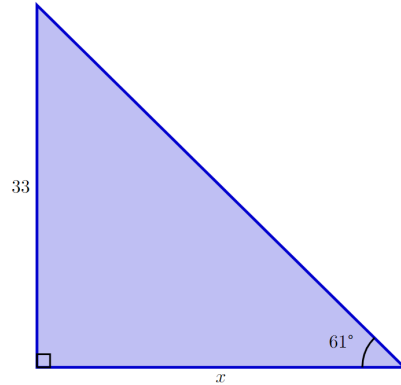
5.3 Encontrando lados

Ejemplo 18

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 37.08$$

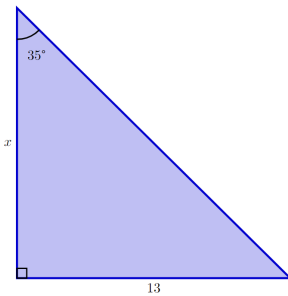
**b**

$$x = 24.84$$

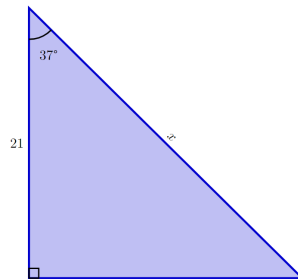
Ejercicio 19

___ de 6 puntos

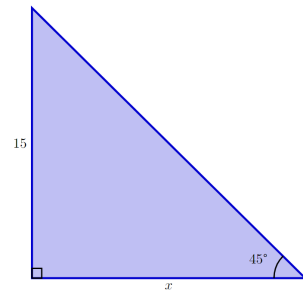
Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x =$$

**b**

$$x =$$

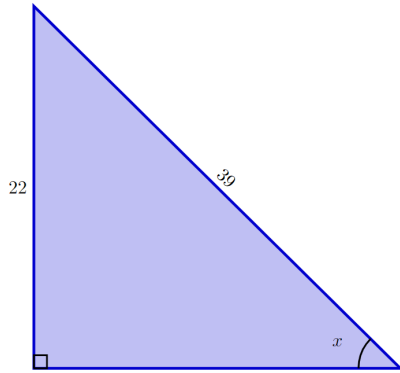
**c**

$$x =$$

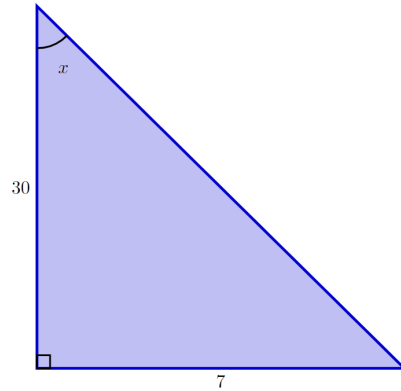
5.4 Encontrando ángulos

Ejemplo 19

Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x = 34.33$$

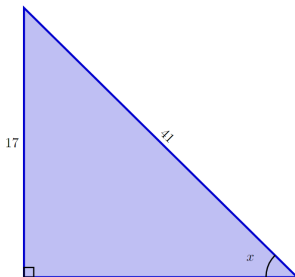
**b**

$$x = 13.13$$

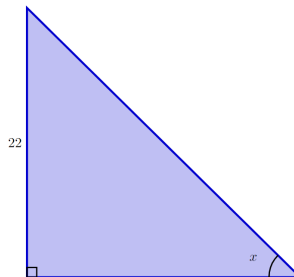
Ejercicio 20

___ de 6 puntos

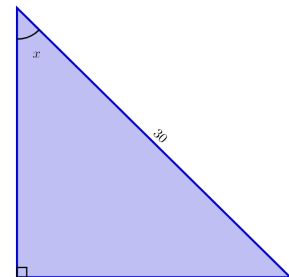
sando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos x , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**a**

$$x =$$

**b**

$$x =$$

**c**

$$x =$$

5.5 Resolución de problemas

Ejemplo 20

Resuelve los siguientes problemas:

- a** El piloto de un avión debe aproximarse a la pista de aterrizaje con un ángulo de 7° con respecto a la horizontal. Si vuela a una altura de 8,000 metros, ¿a qué distancia de la pista debe iniciar su descenso?
- b** El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de 40° . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar, ¿cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

65154.77

47.67

Ejercicio 21

___ de 6 puntos

Resuelve los siguientes problemas:

- a** Cuando el sol se encuentra a 20° sobre el horizonte, ¿cuánto medirá la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura?

- b** Una escalera de extensión de 7.62 metros recargada contra un edificio forma un ángulo de 70° con el suelo. ¿A qué altura del edificio llega la escalera?

- c** La diagonal de un rectángulo mide 8.25 cm y el menor de sus lados mide 3.14 cm. Calcula el ángulo formado por la diagonal y el lado mayor del rectángulo.