Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 3 — 3° de Secundaria

JC Melchor Pinto — Unidad 3 — 2022-2023

Última revisión del

Autocontrol

Utiliza el teorema de Pitágoras para obtener las longitudes de lados de un trángulo isóceles

Guía 34

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Puntuación:

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Obtenidos											

Vocabulario

Cateto → lado que junto con otro forma el ángulo recto de un triángulo rectángulo.
Triángulo rectángulo → triángulo que tiene un ángulo recto.
Hipotenusa → lado opuesto al ángulo recto en un triángulo rectángulo.

Triángulo isósceles

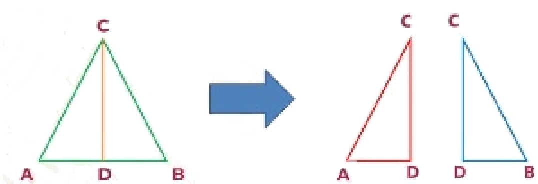

Figura 1

Si $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle DBC$$

La Hipotenusa

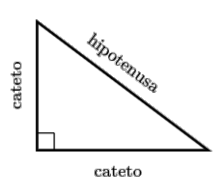

Figura 2

La **hipotenusa** es el lado más largo y está enfrente del ángulo recto (ver Figura 2). Los dos catetos son los lados más cortos que forman el ángulo recto:

Teorema de Pitágoras

El **teorema de Pitágoras** es una relación en geometría euclidiana entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Afirma que el área del cuadrado cuyo lado es la hipotenusa c (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos a y b (los otros dos lados que no son la hipotenusa), como se muestra a continuación:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

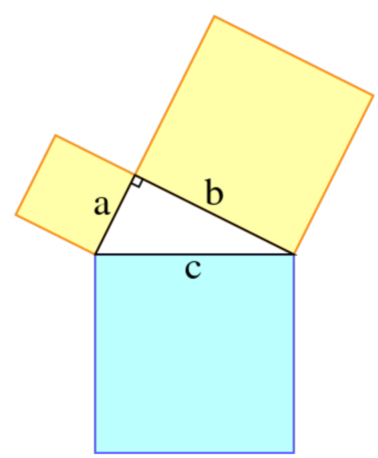

Figura 3

Ejemplo 1

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

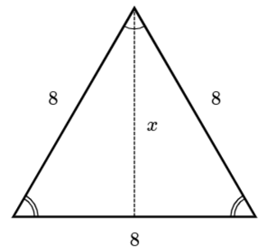

Figura 4

Solución:

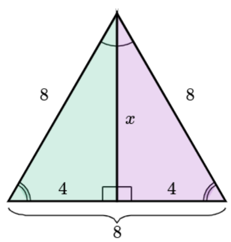

Figura 5

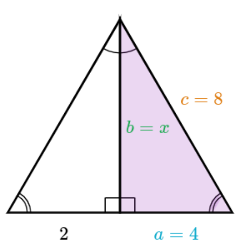

Figura 6

Podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. En este caso, $a = 83$, $b = x$ y $c = 158$, Entonces,

$$\begin{aligned} 83^2 + x^2 &= 158^2 \\ 6,889 + x^2 &= 24,964 \\ x^2 &= 18,075 \\ x^2 &= \sqrt{18,075} \\ x &\sim 134.443 \end{aligned}$$

El extremo de la rampa estará a 134.4 centímetros de la parte trasera del camión.

Ejercicio 1 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

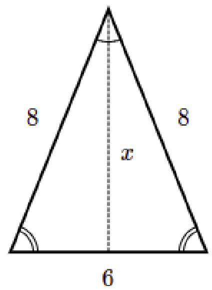

Figura 7

Solución:

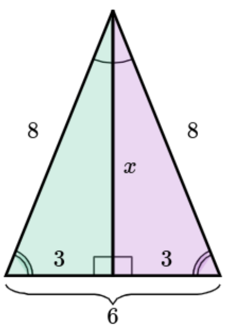

Figura 8

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 8). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 9). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

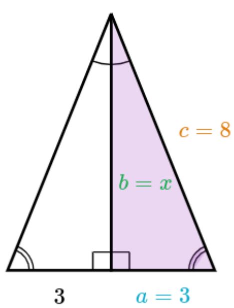

Figura 9

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$3^2 + x^2 = 8^2$	Sustituye las longitudes
$9 + x^2 = 64$	Evalua los cuadrados conocidos
$x^2 = 64 - 9$	Despejando x
$x^2 = 55$	Restando
$x = \sqrt{55}$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

Ejercicio 2 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isósceles:

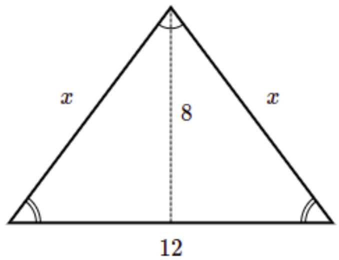

Figura 10

Solución:

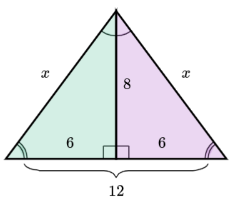

Figura 11

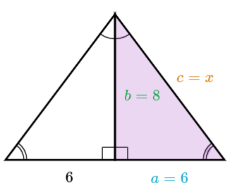

Figura 12

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 11). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 12). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$6^2 + 8^2 = x^2$	Sustituye las longitudes
$36 + 64 = x^2$	Evalua los cuadrados conocidos
$100 = x^2$	Sumando
$10 = x$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

Ejemplo 2

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

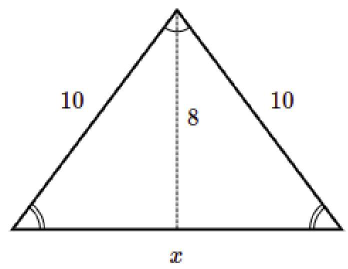

Figura 13

Solución:

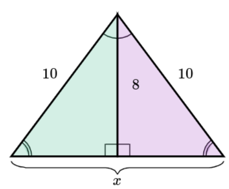

Figura 14

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 14). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 15). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

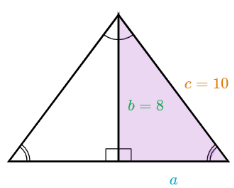

Figura 15

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ a^2 + 8^2 &= 10^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ a^2 + 64 &= 100 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ a^2 &= 100 - 64 && \text{Despejando } x \\ a^2 &= 36 && \text{Restando} \\ a &= 6 && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

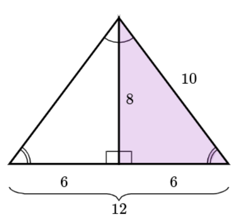

Figura 16

Como $a = 6$ y a es la mitad de la longitud de x (ver Figura 16), podemos multiplicar para obtener x.

$$\begin{aligned} x &= a \cdot 2 \\ x &= 6 \cdot 2 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Ejercicio 3 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

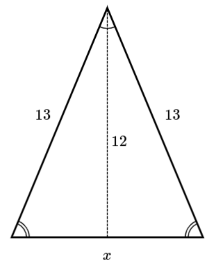

Figura 17

Solución:

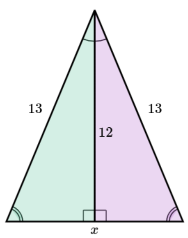

Figura 18

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 18). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 19). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

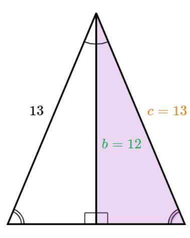

Figura 19

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ a^2 + 12^2 &= 13^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ a^2 + 144 &= 169 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ a^2 &= 169 - 144 && \text{Despejando } x \\ a^2 &= 25 && \text{Restando} \\ a &= 5 && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

Como $a = 5$ y a es la mitad de la longitud de x (ver Figura 20), podemos multiplicar para obtener x.

$$\begin{aligned} x &= a \cdot 2 \\ x &= 5 \cdot 2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

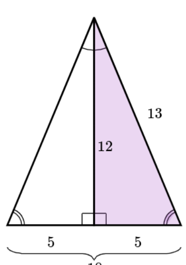

Figura 20

Ejercicio 4 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

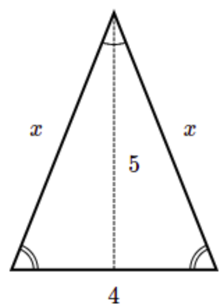

Figura 21

Solución:

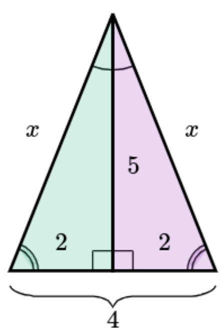

Figura 22

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 22). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 23). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$2^2 + 5^2 = x^2$	Sustituye las longitudes
$4 + 25 = x^2$	Evalua los cuadrados conocidos
$29 = x^2$	Sumando
$\sqrt{29} = x$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

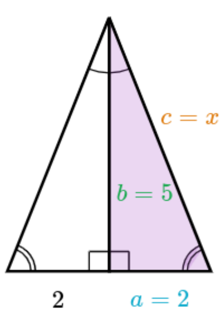

Figura 23

Ejercicio 5 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

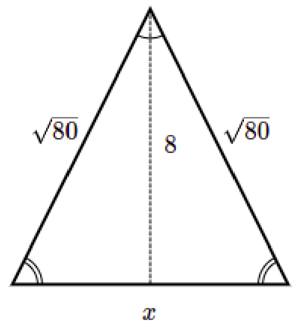

Figura 24

Solución:

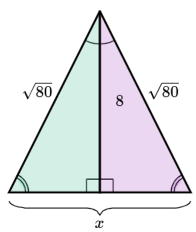

Figura 25

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 25). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 26). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

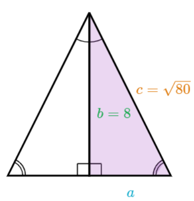

Figura 26

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ a^2 + 8^2 &= \sqrt{80}^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ a^2 + 64 &= 80 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ a^2 &= 80 - 64 && \text{Despejando } x \\ a^2 &= 16 && \text{Restando} \\ a &= 4 && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

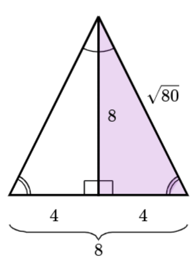

Figura 27

Como $a = 4$ y a es la mitad de la longitud de x (ver Figura 27), podemos multiplicar para obtener x.

$$\begin{aligned} x &= a \cdot 2 \\ x &= 4 \cdot 2 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Ejemplo 3

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

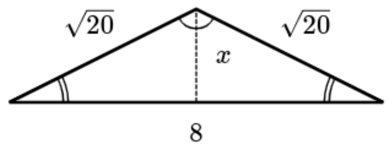

Figura 28

Solución:

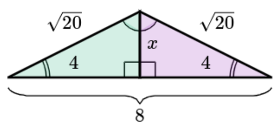

Figura 29

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 29). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

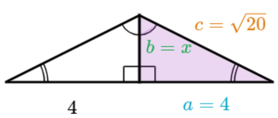

Figura 30

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 30). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$$\begin{aligned}
a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\
4^2 + x^2 &= \sqrt{20}^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\
16 + x^2 &= 20 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\
x^2 &= 20 - 16 && \text{Despejando } x \\
x^2 &= 4 && \text{Restando} \\
x &= 2 && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación}
\end{aligned}$$

Ejercicio 6 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isósceles:

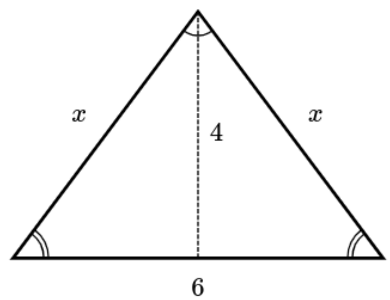

Figura 31

Solución:

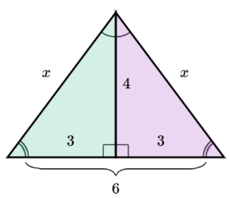

Figura 32

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 32). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 33). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

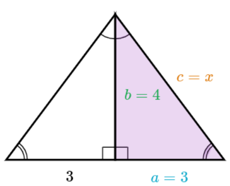

Figura 33

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$3^2 + 4^2 = x^2$	Sustituye las longitudes
$9 + 16 = x^2$	Evalua los cuadrados conocidos
$25 = x^2$	Sumando
$5 = x$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

Ejercicio 7 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isósceles:

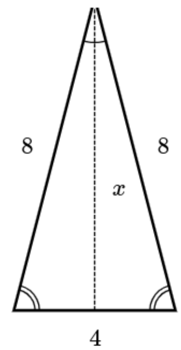

Figura 34

Solución:

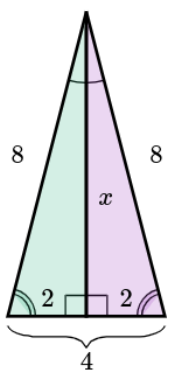

Figura 35

El triángulo isósceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 35). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 36). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ 2^2 + x^2 &= 8^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ 4 + x^2 &= 64 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ x^2 &= 64 - 4 && \text{Despejando } x \\ x^2 &= 60 && \text{Restando} \\ x &= \sqrt{60} && \text{Calculando la raíz en ambos lados} \\ & && \text{de la ecuación} \end{aligned}$$

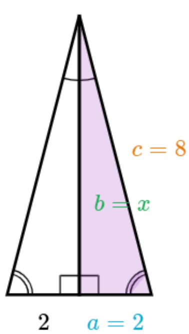

Figura 36

Ejercicio 8 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

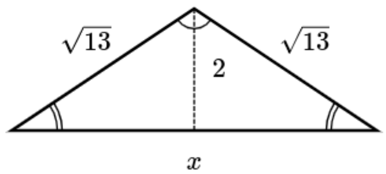

Figura 37

Solución:

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 38). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

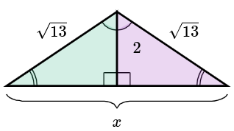

Figura 38

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 39). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

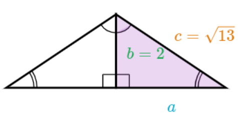

Figura 39

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$a^2 + 2^2 = \sqrt{13}^2$	Sustituye las longitudes
$a^2 + 4 = 13$	Evalua los cuadrados conocidos
$a^2 = 13 - 4$	Despejando x
$a^2 = 9$	Restando
$a = 3$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

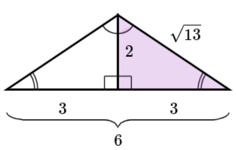

Figura 40

Como $a = 3$ y a es la mitad de la longitud de x (ver Figura 40), podemos multiplicar para obtener x.

$$x = a \cdot 2$$
$$x = 3 \cdot 2$$
$$x = 6$$

Ejemplo 4

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isósceles:

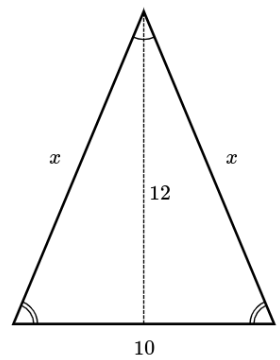

Figura 41

Solución:

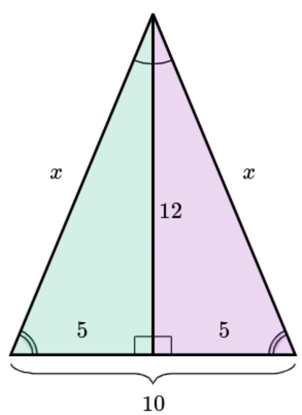

Figura 42

El triángulo isósceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 42). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 43). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$5^2 + 12^2 = x^2$	Sustituye las longitudes
$25 + 144 = x^2$	Evalua los cuadrados conocidos
$169 = x^2$	Sumando
$13 = x$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación

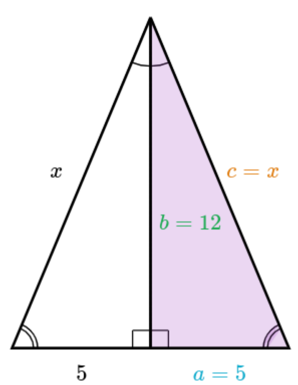

Figura 43

Ejercicio 9 — 10 puntos

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isóceles:

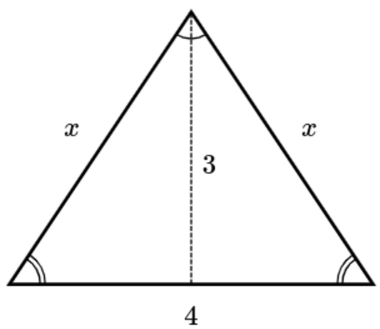

Figura 44

Solución:

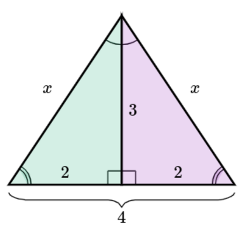

Figura 45

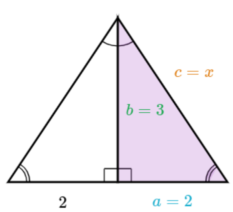

Figura 46

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 45). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 46). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$$\begin{aligned}
a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras}\\
2^2 + 3^2 &= x^2 && \text{Sustituye las longitudes}\\
4 + 9 &= x^2 && \text{Evalua los cuadrados conocidos}\\
13 &= x^2 && \text{Sumando}\\
\sqrt{13} &= x && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación}
\end{aligned}$$

Ejercicio 10 **10 puntos**

Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo isósceles:

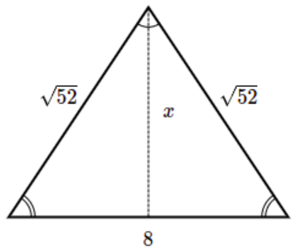

Figura 47

Solución:

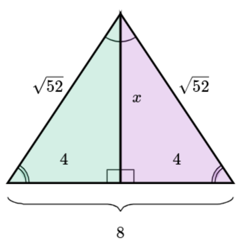

Figura 48

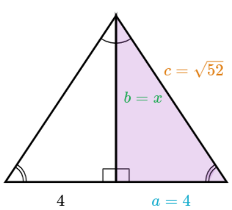

Figura 49

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver Figura 48). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles. Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 49). Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$a^2 + b^2 = c^2$	El teorema de Pitágoras
$4^2 + x^2 = \sqrt{52}^2$	Sustituye las longitudes
$16 + x^2 = 52$	Evalua los cuadrados conocidos
$x^2 = 52 - 16$	Despejando x
$x^2 = 36$	Restando
$x = 6$	Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación