

Series y sucesiones aritméticas

Nombre del alumno:

Fecha:

Aprendizajes:

Puntuación:

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Puntos	15	10	10	15	10	10	15	15	100
Obtenidos									

Vocabulario

Serie → sinónimo de sucesión, es una lista de números con un patrón definido.

Serie Aritmética → serie cuyo patrón es la suma de un número constante.

Serie Geométrica → serie cuyo patrón es la multiplicación de un número constante.

Diferencia → es la distancia entre un número y otro (la resta del número mayor menos el menor).

Término → cada uno de los elementos en una serie.

Serie o sucesión aritmética

Una **sucesión aritmética** es una lista de números con un patrón definido. Si es que tomamos un número de la sucesión y luego lo restamos por el número previo y el resultado siempre es el mismo, entonces es una sucesión aritmética.

Diferencia común

La diferencia constante en todos los pares de números consecutivos en una sucesión es llamada la diferencia común, denotada por la letra d . Usamos la diferencia común para ir de un término al otro. Si es que tomamos un término en la sucesión y sumamos la diferencia común, nos moveremos al siguiente término. Así es como los términos en una sucesión aritmética son generados.

Si es que la diferencia común entre los términos es positiva, decimos que la sucesión está incrementando. Por otro lado, cuando la diferencia entre los términos es negativa, decimos que la sucesión está decreciendo.

Ejemplo de serie o sucesión aritmética

La Figura 1 son dos ejemplos de sucesiones aritméticas. Observa sus diferencias comunes.

Incrementando	Decreciendo
Diferencia común es positiva	Diferencia común es negativa
$3, 6, 9, 12, \dots$ $+3 \quad +3 \quad +3$	$15, 13, 11, 9, \dots$ $-2 \quad -2 \quad -2$

Figura 1: Ejemplos de series aritméticas con diferencia común positiva (izquierda) y negativa (derecha).

La **regla de recurrencia** de una sucesión es una expresión algebraica que permite calcular el valor de cada término con sólo saber su posición en la serie (n).

Ejercicio 1

15 puntos

Completa la Tabla 1; luego, responde lo que se pide.

Tabla 1

Posición del término	1	2	3	4				
Término de la sucesión						-33	-42	
Diferencias								

a ¿Cuál es el primer término de la sucesión?

b A partir del primer término, ¿cómo se obtiene el segundo?

c ¿Cómo se obtiene el tercer término de la sucesión a partir del primero?

d Analiza los resultados del renglón de las diferencias. ¿Qué observas?

e Escribe la regla general de la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión.

f Escribe el término que ocupa la posición 60.

g ¿Qué posición tiene el término -78?

h ¿Hay alguna posición en la que aparezca el número -138? ¿Cuál?

Ejercicio 2

10 puntos

Completa las Tabla 2 y la Tabla 3 usando un procedimiento similar al anterior.

Tabla 2

Posición del término	1	2	3	4				
Término de la sucesión					8.8	10.2		
Diferencias								
Regla general								

Tabla 3

Posición del término	1	2	3	4				
Término de la sucesión					$\frac{7}{3}$	$\frac{17}{6}$		
Diferencias								
Regla general								

Ejemplo 1

Analiza la sucesión que se presenta en la Figura 2.

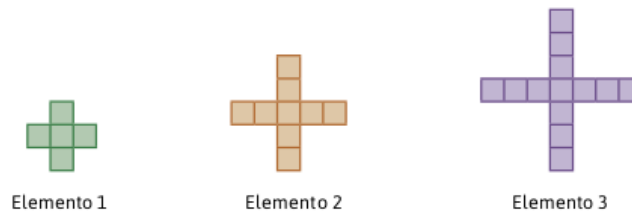


Figura 2

a Completa la Tabla 4

Tabla 4

Posición de la figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de cuadrados	5	9	13	17	21	29	37	61

b Escribe una regla de recurrencia para la sucesión.

Solución:

$$4n + 1.$$

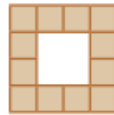
Ejercicio 3

10 puntos

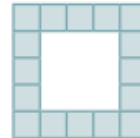
Observa los diseños en la figura 3 y responde a las preguntas.



Diseño 1



Diseño 2



Diseño 3

Figura 3

- a ¿Cuántos cuadrados se añaden en cada diseño?

- b Completa la Tabla 5 y luego escribe una regla de recurrencia.

Tabla 5

Posición del diseño	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de cuadrados								

Ejercicio 4

15 puntos

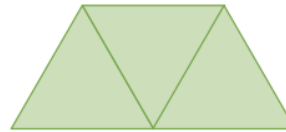
En la Figura 4 se construye cada diseño con triángulos, añadiendo palillos de la siguiente manera.



Diseño 1



Diseño 2



Diseño 3

Figura 4

- a Escribe una regla para la sucesión del número de palillos y compruébala.

- b Calculen cuántos palillos se tienen en total en el diseño 19.

- c Toma en cuenta las reglas $20 + n$ y $13 + 2(n - 6)$ y calculen su valor para $n = 19$.

- d Comparen los resultados de los incisos c) y d). ¿Cómo son? ¿Por qué?

- e Basados en los valores de la regla que cada uno encontró y de estas dos, ¿las expresiones son equivalentes? Expliquen.

Ejemplo 2

Completa la Tabla 6.

Tabla 6

Regla de recurrencia	Término en la sucesión							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$22 - 11n$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66
$11(2 - n)$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66
$11 - 11(n - 1)$	11	0	-11	-22	-33	-44	-55	-66

Ejercicio 5

10 puntos

Completa la Tabla 7. Luego responde lo que se pide.

Tabla 7

Regla de recurrencia	Número de término en la sucesión							
	1	2	3	5	12	25	50	100
$21 - 9n$								
$-3(3n - 7)$								
$12 - 9(n - 1)$								

- a** Compara los términos. ¿Qué observan?

- b** ¿Por qué piensas que ocurre lo que observaste? Hagan una conjetura

- c** Reflexionen: en la segunda regla, ¿qué operación deben realizar con el -3 y los términos dentro del paréntesis? Y en la tercera regla ¿qué operación deben realizar con el término numérico y los términos dentro del paréntesis? No se olviden de la regla de los signos. En cada regla, ¿cuáles términos son semejantes? Hagan las operaciones necesarias y simplifiquen las dos últimas reglas.

Ejemplo 3

Escribe en la Tabla 8 dos reglas equivalentes de cada sucesión.

Tabla 8

Término en la sucesión	Regla de recurrencia	
1, 4, 7, 10, 13, 16, 19,...	$1 + 3(n - 1)$	$3n - 2$
14, 21, 28, 35, 42, 49, 56,...	$14 + 7(n - 1)$	$7n + 7$
5, 1, -3, -7, -11, -15, -19,...	$5 - 4(n - 1)$	$9 - 4n$
$\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(n - 1)$	$\frac{1}{2}n$

Ejercicio 6

10 puntos

Relaciona cada regla de recurrencia con los términos de la sucesión que representan.

(A) $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots$

a $\quad \quad 6n - 4$

(B) $4, 9, 14, 19, \dots$

b $\quad \quad 24 - 12n$

(C) $12, 0, -12, -24, \dots$

c $\quad \quad \frac{1}{2}n - \frac{3}{2}$

(D) $2, 8, 14, 20, \dots$

d $\quad \quad 5n - 1$

(E) $6, -1, -8, -15, \dots$

e $\quad \quad 2(3n - 2)$

f $\quad \quad \frac{1}{2}(n - 3)$

g $\quad \quad 13 - 7n$

Ejercicio 7

15 puntos

Completa la Tabla 9.

Tabla 9

Regla de recurrencia	Posición en la sucesión				
	1	2	3	4	5
$4(n+1)$					
$4n+4$					
$2n+2(n-1)$					
$4(n-1)+8$					

- a** ¿Hay reglas con las que obtienes los mismos términos? ¿Cuáles?

- b** Si sustituyes el mismo valor en dos o más reglas y obtienes el mismo término, ¿qué puedes decir acerca de las reglas?

- c** Simplifica las reglas de la Tabla 9. ¿A qué expresión llegaste en cada caso?

- d** Con base en lo anterior, ¿qué puedes concluir acerca de las reglas?

- e** Reúnete con tus compañeros. Respondan con argumentos: dadas dos o más reglas, ¿qué significa que sean equivalentes?, ¿cómo pueden saber si lo son?

Ejemplo 4

Una sucesión comienza en 53 y cada término posterior se obtiene al restar 4 en cada paso.

- a** Escribe una expresión algebraica que sea regla de la sucesión.

Solución:

$$53 - 4(n - 1).$$

- b** Analiza las siguientes expresiones. ¿Cuál o cuáles son iguales o equivalentes a la regla de la sucesión que escribieron?

☒ $53 - 4(n - 1)$

☐ $45 - 4(n - 2)$

☐ $53n - 4$

☒ $57 - 4n$

Ejercicio 8

15 puntos

Pablo está ahorrando para comprarse una tablet cuyo precio es \$13 000.00. Ya tiene \$2 500.00 y planea ahorrar \$420.00 cada semana.

- a** ¿Con cuáles reglas puede calcular el dinero que tendrá en cualquier semana?

☐ $420(n + \frac{2}{3})$ ☐ $20(21n + 125)$ ☐ $420n + 2500$ ☐ $420n - 2500$

- b** ¿Por qué puede expresar su plan de ahorro por medio de reglas generales para sucesiones?

- c** ¿En cuántas semanas habrá llegado a su meta?