

1 Razón

Una razón es el cociente entre dos cifras, es decir, es el vínculo entre dos magnitudes que se pueden comparar entre sí. Es por esto que una razón se puede expresar como una fracción o como un número decimal.

Una razón se puede expresar con la notación $a : b$, dicha expresión se lee como "a es a b"

$a \text{ es a } b$	$a : b$	$\frac{a}{b}$
(a)	(b)	(c)

Figura 1 Formas de representar una razón matemática.



EJEMPLO

En un salón hay 16 hombres y 12 mujeres, ¿cuál es la relación de hombres a mujeres que hay en el salón?

- 1) Escribe la razón entre hombre y mujeres y simplifica si es posible.

$$16 : 12 = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

∴ la relación es de 4 hombres por cada 3 mujeres.



EJEMPLO

Usando el resultado del ejemplo anterior, ¿cuántas mujeres hay en un salón en donde haya 63 personas?

- 1) Calcula la constante de proporcionalidad, dividiendo el número total de personas entre la suma de la razón de hombres por mujeres.

$$k = 63 \div 7 = 9$$

- 2) Multiplica el resultado obtenido en el paso anterior por la razón de mujeres.

$$9 \times 3 = 27$$

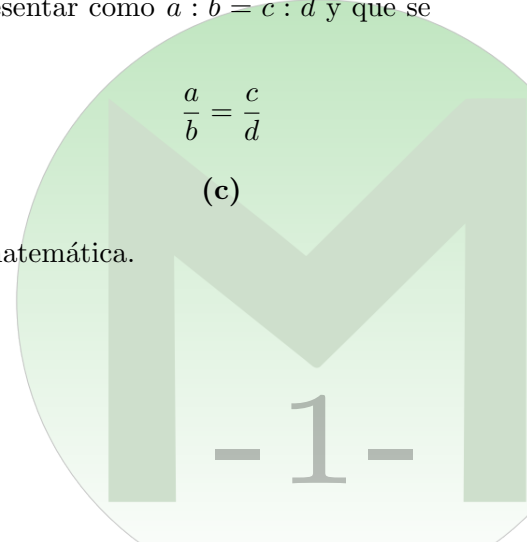
∴ en el salón hay 27 mujeres.

2 Proporción

Una proporción es la igualdad entre dos razones, las cuales se pueden representar como $a : b = c : d$ y que se lee como "a es a b como c es a d".

$a \text{ es a } b \text{ como } c \text{ es a } d$	$a : b = c : d$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
(a)	(b)	(c)

Figura 2 Formas de representar una proporción matemática.



Existen dos tipos de proporciones:

- 1 Proporción directa, es cuando los valores son proporcionales, es decir, a un valor mayor le corresponde uno mayor o viceversa.
- 2 Proporción inversa, es cuando los valores no son proporcionales, es decir, a un valor mayor le corresponde uno menor o viceversa.

Para resolver cualquier problema de proporcionalidad podemos usar la regla de tres, la cual es una herramienta que nos permite relacionar tres valores conocidos y una incógnita.

$$\begin{array}{l} x \longrightarrow A \\ B \longrightarrow C \end{array}$$

(a)

$$x = \frac{A \times B}{C}$$

(b)

$$x = \frac{B \times C}{A}$$

(c)

Figura 3 En (a) se muestra el arreglo para usar una regla de tres. (b) muestra la fórmula para resolver una regla de tres directa, mientras que en (c) se muestra la fórmula para una regla de tres inversa.

2.1 Constante de proporcionalidad

La constante de proporcionalidad es el cociente entre dos cantidades. Dicho número, el cual se denota con la letra k , nos indica por cuanto se va a multiplicar o dividir cualquier número del problema a resolver.

$$y = kx$$

(a)

$$y = \frac{k}{x}$$

(b)

Figura 4 En (a) se muestra la regla de correspondencia para una proporción directa y en (b) la regla de correspondencia para una proporción inversa.



EJEMPLO

Calcula la constante de proporcionalidad de la siguiente tabla, así como su regla de correspondencia.

Donas	2	3	4	5
Precio	30	45	60	75

- 1) Como el precio aumenta al comprar más donas, entonces es una proporción directa. Por lo que hay que identificar el valor unitario de la dona, mediante una división.

$$k = \frac{45}{3} = 15$$

- 2) Usando el resultado del paso anterior, escribimos la regla de correspondencia de una proporción directa.

$$y = 15x$$

**EJEMPLO**

Calcula la constante de proporcionalidad de la siguiente tabla, así como su regla de correspondencia.

Personas	12	8	6	4
Horas trabajadas	48	72	96	144

- 1) Como el tiempo aumenta al tener menos gente trabajando, entonces es una proporción inversa. Para obtener la constante debemos multiplicar los datos de la tabla.

$$k = 12 \times 48 = 576$$

- 2) Usando el resultado del paso anterior, escribimos la regla de correspondencia de una proporción inversa.

$$y = \frac{576}{x}$$

2.2 Proporción directa

Es aquella proporción en donde los valores de ciertas cantidades son directamente proporcionales, es decir, dependen el uno del otro de manera directa. En otras palabras, si un valor aumenta el otro también lo hará y si un valor disminuye el otro también tiene que disminuir.

Para identificar este tipo de proporción en problemas aplicados debemos hacernos la pregunta: ¿cuál será el valor esperado de una magnitud, si el valor del cual depende aumenta o disminuye?, si la respuesta es que ambos aumentan o ambos disminuyen, entonces es una proporción directa y se usa la regla de tres para resolver este tipo de problemas.

**EJEMPLO**

Un coche recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos km habrá recorrido en 2 horas?

- 1) Coloca los datos en la regla de 3.

$$\begin{array}{l} x \text{ km} \longrightarrow 2\text{hr} \\ 240\text{km} \longrightarrow 3\text{hr} \end{array}$$

$$x = \frac{240 \times 2}{3} = 160\text{km}$$

2.3 Proporción inversa

Es aquella proporción en donde los valores de ciertas cantidades son inversamente proporcionales, es decir, dependen el uno del otro de manera inversa. En otras palabras, si un valor aumenta el otro va a disminuir y si un valor disminuye el otro también tiene que aumentar.

Para identificar este tipo de proporción en problemas aplicados debemos hacernos la pregunta: ¿cuál será el valor esperado de una magnitud, si el valor del cual depende aumenta o disminuye?, si la respuesta es que un valor aumenta y el otro disminuye o viceversa, entonces es una proporción inversa y se usa la regla de tres para resolver este tipo de problemas.

**EJEMPLO**

3 obreros construyen una pared en 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en construirlo 6 obreros?

- 1) Coloca los datos en la regla de 3.

x horas \rightarrow 6 obreros

12 horas \rightarrow 3 obreros

$$x = \frac{12 \times 3}{6} = 6 \text{ horas}$$

2.4 Proporción mixta

Se emplea cuando se relacionan tres o más magnitudes. Una proporción compuesta, se compone de varias proporciones directas o inversas aplicadas sucesivamente. Para resolver una problema de proporcionalidad mixta se deben realizar los siguientes pasos:

PASO 1 Determinar la relación entre la incógnita y los valores conocidos.

PASO 2 Si resulta en una relación directa, entonces al término de arriba se le asignará un signo negativo y al de abajo uno positivo. Si resulta en una relación inversa, entonces al término de arriba se le asignará un signo positivo y al de abajo uno negativo. El dato que acompaña a la incógnita llevará signo positivo.

PASO 3 Multiplicar todos los términos con signos positivos y dividirlos entre la multiplicación de todos los términos con signos negativos.

**EJEMPLO**

Una guardería con 250 niños proporciona 4 raciones de alimentos diarios a cada pequeño durante 18 días, si la población aumenta a 50 niños, ¿cuántos días durarán los alimentos si se disminuye a 3 raciones diarias?

- 1) Colocar los datos de manera ordenada

Niños	Raciones	Días
250	4	18
300	3	x

- 2) La relación entre días y niños es inversa. La relación entre días y raciones es inversa. Colocar los signos positivos y negativos a los términos.

Niños	Raciones	Días
(+)250	(+)4	(+)18
(-)300	(-)3	x

- 3) Multiplicar todos los términos con signos positivos y dividirlos entre la multiplicación de todos los términos con signos negativos.

$$x = \frac{250 \times 4 \times 18}{300 \times 3} = 20 \text{ días}$$