Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas

2° de Secundaria

Melchor Pinto, J.C.

Unidad 3 2022-2023

Última revisión del documento: 28 de junio de 2023

Educación para la vida

Soluciones propuestas

Repaso para el examen de la Unidad 3

Nombre del alumno: ______________________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Puntuación:

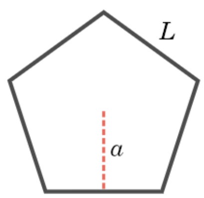
Pregunta	1	2	3	4	5	6	7
Puntos	15	5	5	10	5	10	5
Obtenidos							

Pregunta	8	9	10	11	12	13	Total
Puntos	5	10	5	10	10	5	100
Obtenidos							

Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:

$$A = \frac{nLa}{2}$$



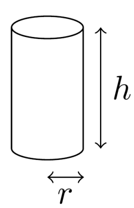
donde el perímetro es

$$P = nL$$

Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$



donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.

Suma de los n-ésimos términos

Para encontrar la suma s_n de los primeros n términos de una serie aritmética use la fórmula:

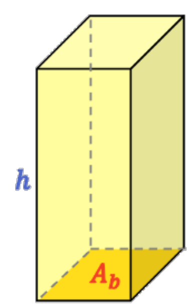
$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde a_0 es el primer término de la serie y a_n el n-ésimo término de la serie.

Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, es:

$$V = A_b h$$



Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$

donde P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados y l, la medida del lado.

Ejemplo 1

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

a) $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

b) $2(5x + 8) =$

Solución:

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

c) $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x + 6 \\ &= -7x + 27 \end{aligned}$$

d) $3(5x - 4) - 2(2x - 5) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(5x - 4) - 2(2x - 5) &= 15x - 12 - 4x + 10 \\ &= 11x - 2 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

____ de 15 puntos

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

a) $5(2x + 3) =$

Solución:

$$5(2x + 3) = 10x + 15$$

b) $5(3x + 2) + 2(7x - 3) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 5(3x + 2) + 2(7x - 3) &= 15x + 10 + 14x - 6 \\ &= 29x + 4 \end{aligned}$$

c) $2x + 4(x + 3) + 4x + 4 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 4(x + 3) + 4x + 4 &= 2x + 4x + 12 + 4x + 4 \\ &= 10x + 16 \end{aligned}$$

d) $x + 2(5 - 6x) + 2 =$

Solución:

$$\begin{aligned} x + 2(5 - 6x) + 2 &= x + 10 - 12x + 2 \\ &= -11x + 12 \end{aligned}$$

e) $3(3x - 2) + 2(2x + 3) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(3x - 2) + 2(2x + 3) &= 9x - 6 + 4x + 6 \\ &= 13x \end{aligned}$$

f) $8(2x + 1) + 4(x - 2) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 8(2x + 1) + 4(x - 2) &= 16x + 8 + 4x - 8 \\ &= 20x \end{aligned}$$

Ejemplo 2

Encuentra el noveno término de la sucesión:

$$a_n = 17 - 2(n-1)$$

Solución:
Ya que $n = 9$:

$$\begin{aligned} a_9 &= 17 - 2(9-1) \\ &= 17 - 2(8) \\ &= 17 - 16 \\ &= 1 \end{aligned}$$

El noveno término es 1.

Ejercicio 2

____ de 5 puntos

Encuentra el trigésimo tercer término de la sucesión:

$$a_n = -2 + 5(n-1)$$

Solución:
Ya que $n = 33$:

$$\begin{aligned} a_{33} &= -2 + 5(33-1) \\ &= -2 + 5(32) \\ &= -2 + 160 \\ &= 158 \end{aligned}$$

El trigésimo tercer término es 158.

Ejercicio 3

____ de 5 puntos

Encuentra el octavo término de la sucesión representada por la regla

$$a_n = -18 + (n-1)$$

Solución:
Ya que $n = 8$:

$$\begin{aligned} a_8 &= -18 + (8-1) \\ &= -11 \end{aligned}$$

El octavo término es -11.

Ejemplo 3

Un tanque de gas estacionario tiene la formade un cilíndro, como el que se muestra en la Figura 1. Sus medidas son de 60 cm de diámetro y 178 cm de largo. Considera que 1 L = 1 dm^3 = 10 cm × 10 cm × 10 cm = 1,000 cm^3.

a ¿Cuántos litros le caben a ese tanque?

Solución:
El volumen es de 503,280 cm^3, que equivalen a 503.28 L

b Un tanque estacionario no debe de llenarse más allá de 95 % de su capacidad. ¿Cuántos litros de gas se le pueden cargar como máximo?

Solución:
La carga máxima del gas debe ser de 402.62 L

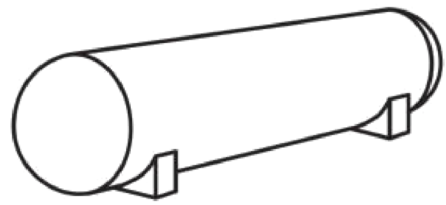


Figura 1

c Si se lee en el medidor que el tanque ya tiene 135 L, ¿cuántos litros faltan para no rebasar su capacidad máxima?

Solución:
Al tanque le faltan $402.62 - 135 = 267.62$L.

d ¿Qué longitud debería tener el tanque si se desea que tenga una capacidad de 650 L y el mismo diámetro?

Solución:
La longitud corresponde a la altura del cilindro: 229.89 cm.

Ejemplo 4

Determina el volumen del cilindro de la figura 2.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

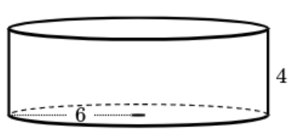


Figura 2

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 2 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(6)^2(4) \\ &= \pi(36)(4) \\ &= 144\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 4

____ de 10 puntos

Un empaque para pelotas de tenis es un cilindro recto al que le caben tres pelotas, cada una mide 6.8 cm de diámetro.

a ¿Cuánto miden el radio y la altura del empaque si se fabrica justo con las medidas de las pelotas de tenis?

Solución:
El radio es el mismo de una pelota: 3.4 cm. La altura es la del diámetro de 3 pelotas: 20.4 cm

b ¿Cuánto es su volumen?

Solución:

$$V = \pi(3.4)^2(20.4) = 740.86cm^3$$

c Si el empaque se fabrica con 3 mm de holgura en la parte superior y lateral, ¿cuáles son sus dimensiones?

Solución:
Al radio se le añade la mitad de la holgura: $3.4 + 0.15 = 3.55$ cm. A la altura se le suma la holgura: $20.4 + 0.3 = 20.7$ cm.

d ¿Cuál es su volumen?

Solución:
Volumen del empaque con holgura: $V = \pi(3.55)^2(20.7) = 819.55cm^3$.

Ejercicio 5

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 3.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

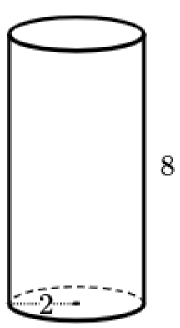


Figura 3

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 3 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(8) \\ &= \pi(4)(8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 6

____ de 10 puntos

El monumento conocido como Ángel de la Independencia (figura 4), ubicado en la Ciudad de México, tiene una altura total de 36 m. Está formado por un prisma cuadrangular con altura de 2 m y lado de 8 m aproximadamente, le sigue un cubo de 4 m de lado y luego la columna cilíndrica de 2.69 m de diámetro.

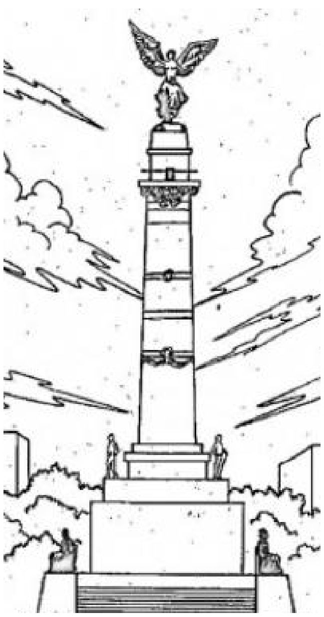


Figura 4

a ¿Qué volumen tiene el prisma cuadrangular de la base?

Solución:
128 m^3

b El cubo de la base, ¿qué volumen tiene?

Solución:
64 m^3

c ¿Qué volumen tiene la columna?

Solución:
La columna es un cilindro de 30 m de altura, por lo que

$$V = 170.5\ \mathrm{m}^3$$

d ¿Cuál es el volumen total del monumento?

Solución:
$128\ \mathrm{m}^3 + 64\ \mathrm{m}^3 + 170.5\ \mathrm{m} = 362.5\ \mathrm{m}^3$

Ejercicio 7

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 5.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

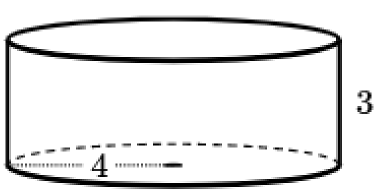


Figura 5

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 5 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(4)^2(3) \\ &= \pi(16)(3) \\ &= 48\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 5

Sofía arma cuadrados con fósforos.
En la siguiente imagen, hay tres figuras que Sofía armó.
Sofía observa esta secuencia de figuras y dice:

—"Si sigo armando cuadrados con esta secuencia, al terminar de armar la figura 10, habré utilizado menos de 170 fósforos en total".

¿Es correcto lo que dice Sofía? ¿Cuántos fósforos habrá utilizado para hacer las 10 figuras?

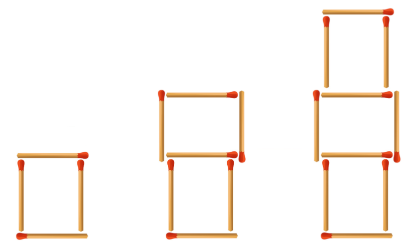


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de fósforos es:

$$a_n = 3(n-1) + 4$$

Calculando a_{10}

$$a_{10} = 3(10-1) + 4 = 3(9) + 4 = 27 + 4 = 31$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{10} = \frac{10(4+31)}{2} = 5(35) = 175$$

Por lo tanto, no es correcto lo que dice Sofía, ya que: tendrá 175 fósforos al terminar de armar la figura 10.

Ejercicio 8

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 6.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

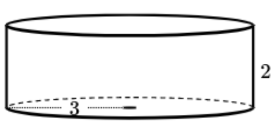


Figura 6

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 6 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(3)^2(2) \\ &= \pi(9)(2) \\ &= 18\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 9

____ de 10 puntos

Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla 1:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, **¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 30 días?**

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n-1)+2$$

Calculando el trigésimo término de la serie

$$a_{30} = 4(30-1)+2 = 118$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{30} = \frac{30(2+118)}{2} = 1,800$$

Manuel tendrá 1,800 canicas al cabo de 30 días.

Ejercicio 10

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 7.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

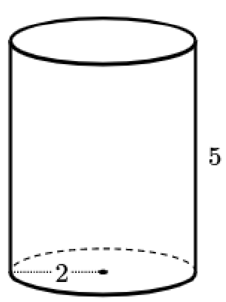


Figura 7

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 7 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(5) \\ &= \pi(4)(5) \\ &= 20\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 6

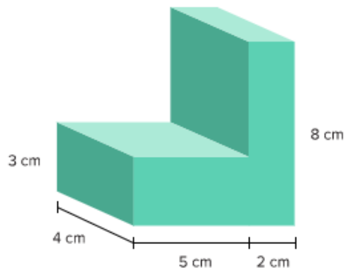


Figura 8

La Figura 8 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

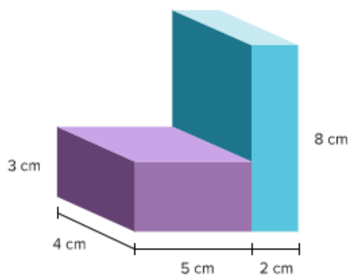


Figura 9: Descomposicion de la Figura 8 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 13). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 14, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 15, se sabe que:

$$V = 2 \times 4 \times 8 = 64$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 60 + 64 = 124$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

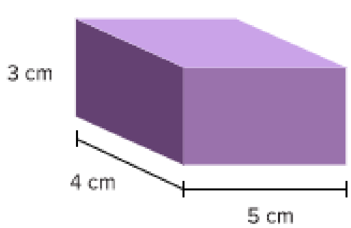


Figura 10: Primera sección del prisma de la Figura 8

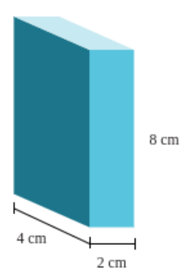
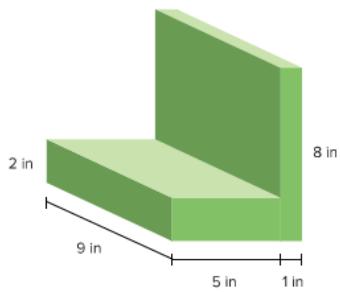


Figura 11: Segunda sección del prisma de la Figura 8

Ejercicio 11

____ de 10 puntos

Figura 12



La figura 12 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

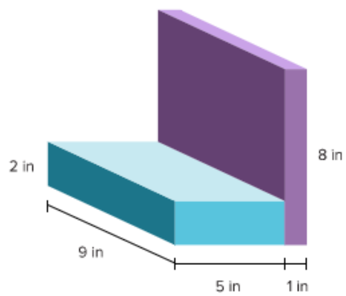


Figura 13: Descomposicion de la Figura 12 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 13). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 14, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 15, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

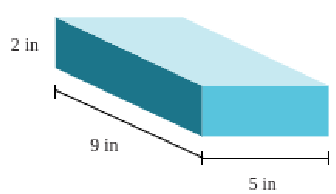


Figura 14: Primera sección del prisma de la Figura 12

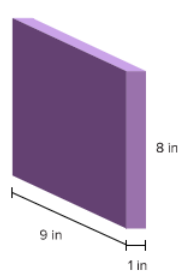


Figura 15: Segunda sección del prisma de la Figura 12

Ejercicio 12

____ de 10 puntos

La figura 16 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

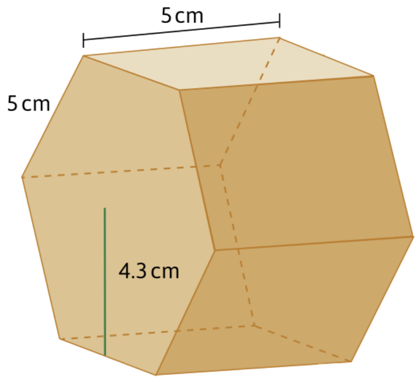


Figura 16

a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el triple de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:

El volumen de una caja con el triple de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 15 \text{ cm} \times 12.9 \text{ cm}}{2}\right) 15 \text{ cm} = 8,707.5 \text{ cm}^3$$

c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{8,707.5 \text{ cm}^3}{322.5\text{cm}^3} = 27$$

La caja con el triple de dimensiones es 27 veces mayor que la primera.

Ejercicio 13

____ de 5 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 17.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

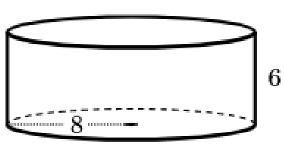


Figura 17

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 17 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(8)^2(6) \\ &= \pi(64)(6) \\ &= 384\pi \end{aligned}$$