

Determina ángulos en triángulos congruentes

Guía
31

Aprendizajes

- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.

Puntuación

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Obtenidos											

Vocabulario

Ángulo (\angle) → Medida de abertura entre dos rectas.

Congruente (\cong) → que tiene el mismo tamaño, forma y medida.

Lados Correspondientes → los lados que ocupan la misma posición relativa.

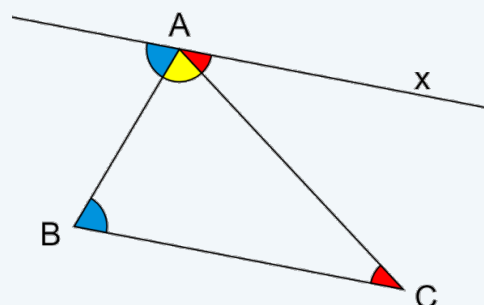
Similar o Semejante (\sim) → que tiene la misma forma, pero no el mismo tamaño. Las formas similares son proporcionales entre sí.

Definición de congruencia

Dos figuras son congruentes si y solo si se puede mapear una a la otra con transformaciones rígidas. Como las transformaciones rígidas preservan distancias y medidas de ángulos, todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

Suma de los ángulos interiores de un triángulo

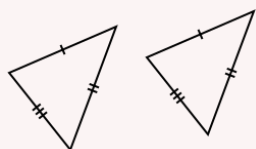
Figura 1: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .



$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

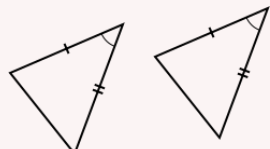
Criterios de congruencia

Lado Lado Lado (LLL)



Cuando los tres pares de lados correspondientes son congruentes, los triángulos son congruentes.

Lado Ángulo Lado (LAL)



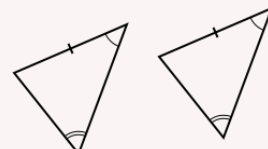
Cuando dos pares de lados correspondientes y los ángulos entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

Ángulo Lado Ángulo (ALA)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y los lados entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

Ángulo Ángulo Lado (AAL)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y un par de lados correspondientes (no entre los ángulos) son congruentes, los triángulos son congruentes.

Ángulos y lados correspondientes de figuras congruentes

La palabra *correspondiente* se refiere a las partes que coinciden entre dos triángulos congruentes. Podemos identificar los ángulos y lados correspondientes.

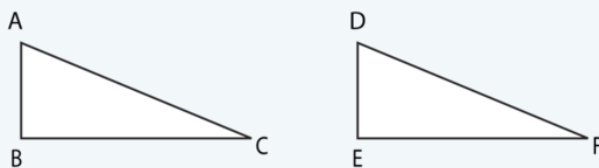


Figura 6

Primero, podemos nombrar los ángulos correspondientes. Los ángulos correspondientes coinciden con ángulos entre los dos triángulos. Los ángulos correspondientes tendrán la misma medida en triángulos congruentes.

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\angle B \cong \angle E$$

$$\angle C \cong \angle F$$

Luego, podemos nombrar los lados correspondientes. Los lados correspondientes son lados que coinciden entre los dos triángulos. Tendrán la misma longitud en triángulos congruentes.

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

Ángulos entre una secante y dos rectas paralelas

Ángulos Colaterales

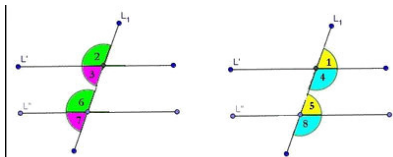


Figura 7: Son los ángulos que están ubicados al mismo lado de la secante.

Ángulos Internos

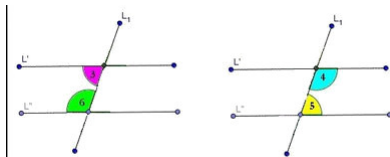


Figura 8: Son los ángulos que están ubicados entre las rectas paralelas.

Ángulos Externos

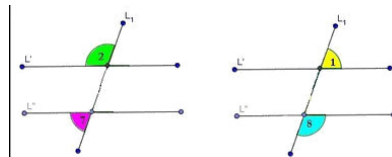


Figura 9: Son los ángulos que están ubicados por fuera de las rectas paralelas.

Ángulos Alternos Internos

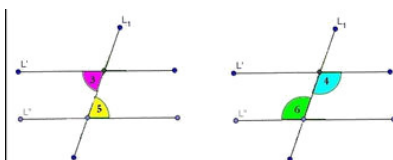


Figura 10: Son dos ángulos internos que no son colaterales ni adyacentes.

Ángulo Alternos Externos

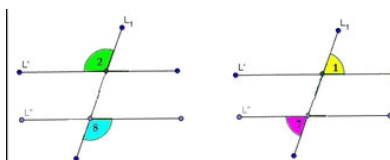


Figura 11: Son dos ángulos externos que no son colaterales ni adyacentes.

Ángulos Correspondientes

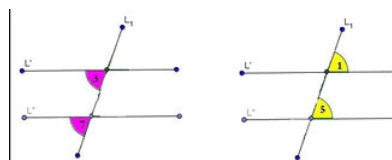


Figura 12: Son dos ángulos uno interno y el otro externo que son colaterales pero no adyacentes.

Ejemplo 1

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 13.

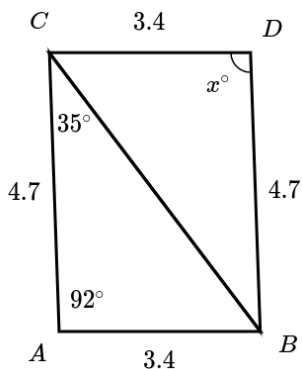


Figura 13

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide 92° . **Por lo tanto**, $x = 92^\circ$.

Ejercicio 1

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 14.

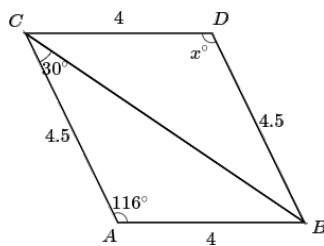


Figura 14

Ejemplo 2

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 15.

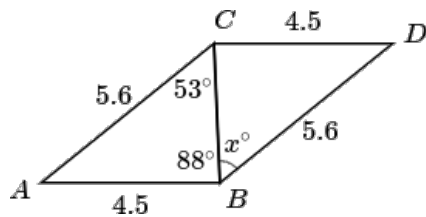


Figura 15

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide 53° . **Por lo tanto**, $x = 53^\circ$.

Ejercicio 2

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 16.

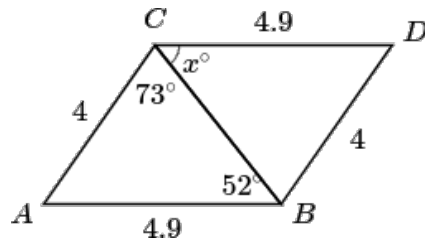


Figura 16

Ejemplo 3

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 17.

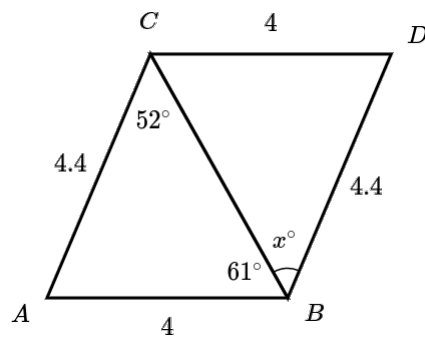


Figura 17

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ACB$ y $\angle ACB$ mide 52° . **Por lo tanto**, $x = 52^\circ$.

Ejercicio 3

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 18.

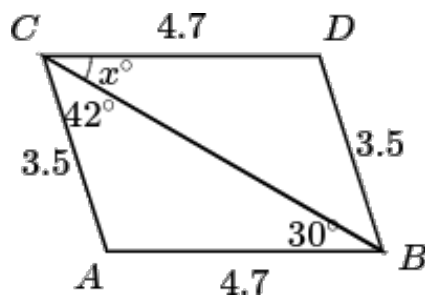


Figura 18

Ejercicio 4

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 19.

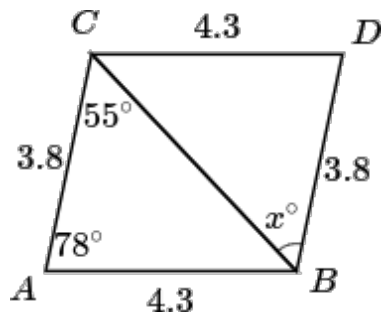


Figura 19



Ejemplo 4

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 20.

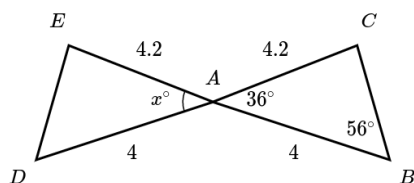


Figura 20

Solución:

$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$, por lo tanto la medida de $\triangle DAE$ es igual a la medida de $\triangle BAC$. $\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ también tienen dos lados iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ son congruentes.

Ejercicio 5

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 21.

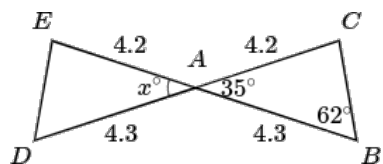


Figura 21



Ejemplo 5

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 22.

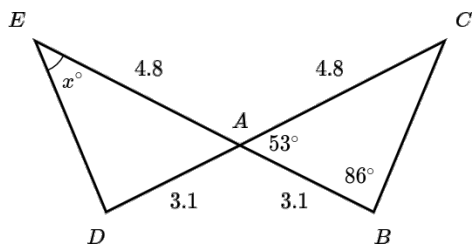


Figura 22

Solución:

$\angle DAE$ forma un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BAC$, por lo tanto la medida de $\angle DAE$ es igual a la medida de $\angle BAC$.

$\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ también tienen dos lados iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle ADE$ son congruentes.

Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, volteando $\triangle EDA$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle ABC$.

$\angle ABC$ mide:

$$x = 180^\circ - 53^\circ - 86^\circ = 41^\circ$$

Ejercicio 6**10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 23.

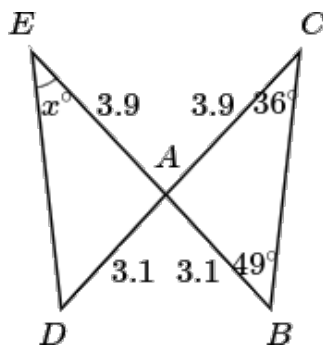


Figura 23

Ejemplo 6

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 24.

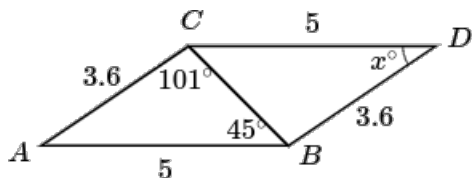


Figura 24

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide:

$$x = 180^\circ - 101^\circ - 45^\circ = 34^\circ$$

Ejercicio 7**10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 25.

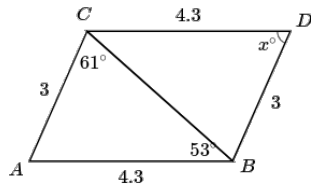


Figura 25

Ejemplo 7

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 26.

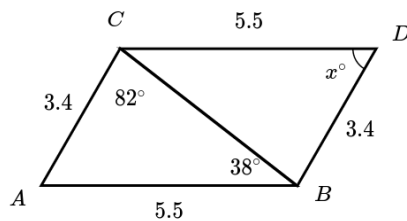


Figura 26

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle BAC$ y $\angle BAC$ mide:

$$x = 180^\circ - 82^\circ - 38^\circ = 60^\circ$$

Ejercicio 8**10 puntos**

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 27.

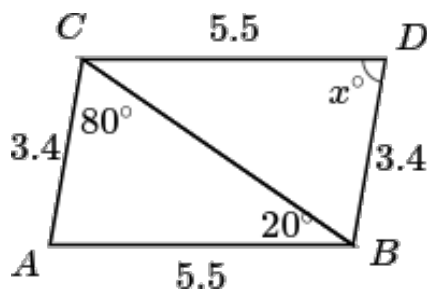


Figura 27

Ejemplo 8

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 28.

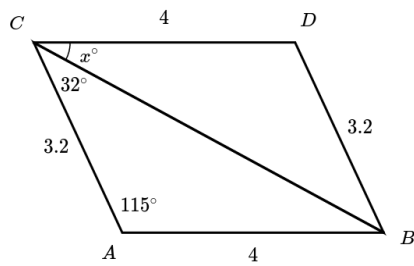


Figura 28

Solución:

$\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ tienen tres lados iguales. Comparten el lado \overline{BC} , las longitudes de \overline{AB} y \overline{CD} son iguales y las longitudes de \overline{AC} y \overline{BD} son iguales. Por lo tanto, $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$ son congruentes. Los triángulos congruentes también tienen ángulos congruentes (iguales). Si superponemos estos dos triángulos, rotando $\triangle ABC$, observamos que el ángulo x corresponde al $\angle CBA$ y $\angle CBA$ mide:

$$x = 180^\circ - 115^\circ - 32^\circ = 33^\circ$$

Ejercicio 9

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 29.

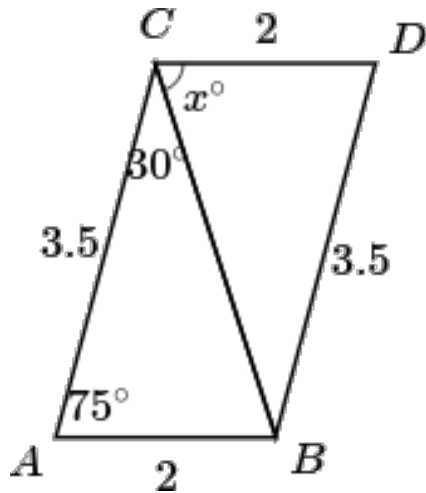


Figura 29

Ejercicio 10

10 puntos

Encuentra el valor de la incógnita en el triángulo de la figura 30.

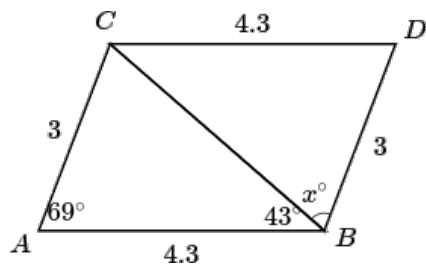


Figura 30