

Matemáticas 3

Cuaderno de trabajo
para los alumnos de 3° de Secundaria
en el curso durante el ciclo escolar
2022-2023

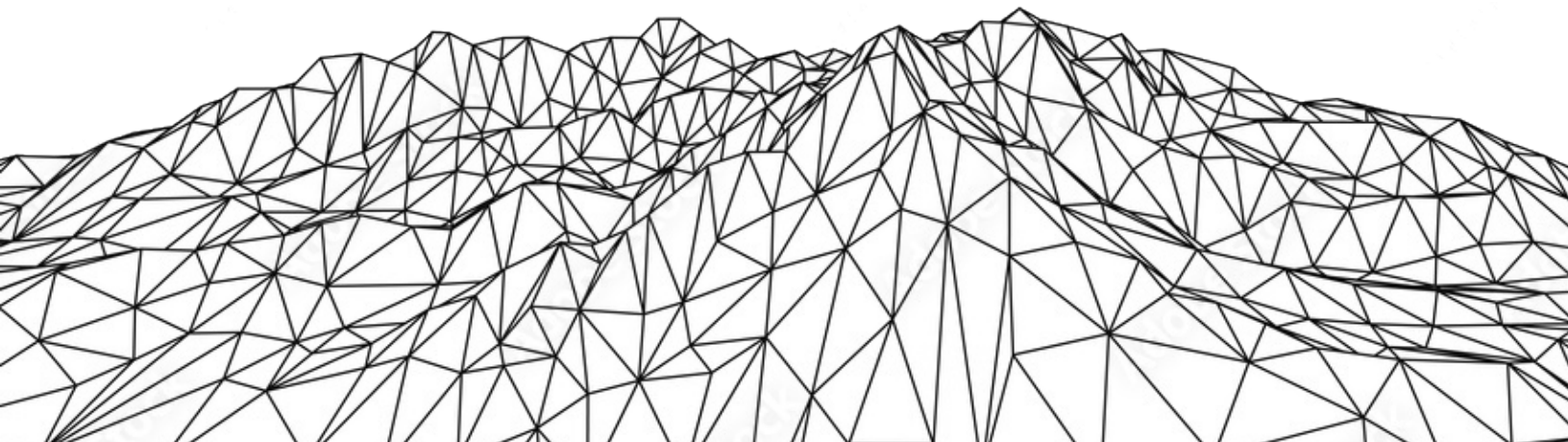
POR

J. C. Melchor Pinto

Profesor de asignatura en



Educación para la vida



Índice general

1.		5
S1.	Múltiplos y divisores	6
L1.	Múltiplos	6
L2.	Divisores	6
L3.	Problemas de multiplicación y división de fracciones	6
L4.	Multiplicación de números positivos y negativos	6
S2.	Números primos	7
L1.	Números primos y compuestos	7
L2.	Factorización y descomposición en números primos	7
S3.	Mínimo común múltiplo y máximo común divisor	8
L1.	Mínimo común múltiplo	8
L2.	Máximo común divisor	8
S4.	Polígonos semejantes	9
L1.	Semejanza de polígonos	9
L2.	Construcción de polígonos semejantes	9
S5.	Criterios de semejanza de triángulos	10
L1.	Criterios de semejanza de triángulos	10
L2.	Aplicaciones de semejanza de triángulos	10
S6.	Medidas de tendencia central y de dispersión	11
L1.	Significado de las medidas de tendencia central	11
L2.	Significado de las medidas de dispersión	11
L3.	Comparación de dos conjuntos de datos	11
2.		13
S7.	Ecuaciones cuadráticas	14
L1.	Ecuaciones cuadráticas	14
L2.	Gráficas de expresiones cuadráticas y soluciones de sus ecuaciones	17
	Soluciones de ecuaciones cuadráticas con gráficas	17
S8.	Resolución de ecuaciones cuadráticas	19
L1.	Procedimientos para la resolución de ecuaciones cuadráticas	19
L2.	Fórmula general de la ecuación de segundo grado	19
S9.	Relación entre variación y ecuación cuadrática	20
L1.	Variación cuadrática y ecuación asociada	20
L2.	Modelación de situaciones de variación cuadrática	20
S10.	Características de la variación	21
L1.	Distintos tipos de variación	21
L2.	Dependencia y razón de cambio	21
S11.	Análisis de la variación cuadrática	22
L1.	Representación tabular de la variación cuadrática	22
L2.	Representación algebraica de la variación cuadrática	22
L3.	Representación gráfica de la variación cuadrática	22
L4.	Representación tabular, algebraica y gráfica de variaciones cuadráticas	22
S12.	Variaciones diversas	23
L1.	Interpretación de gráficas	23

	L2.	Construcción de gráficas a partir de tablas	23
	L3.	Análisis de gráficas de variaciones diversas	23
S13.		Eventos mutuamente excluyentes	24
	L1.	Eventos singulares y no singulares	24
	L2.	Eventos mutuamente excluyentes	24
	L3.	Unión de dos eventos	24
	L4.	Regla de la suma de probabilidades	24
3.			25
S14.		Expresiones algebraicas de segundo grado	26
	L1.	Áreas y expresiones de segundo grado	26
	L2.	Operaciones algebraicas	26
	L3.	Factorización de expresiones de segundo grado	26
S15.		Expresiones algebraicas de ecuaciones y funciones	27
	L1.	Expresiones algebraicas de ecuaciones	27
	L2.	Expresiones algebraicas de funciones	27
S16.		Teorema de Pitágoras	28
	L1.	Triángulos rectángulos y el teorema de Pitágoras	28
	L2.	El teorema de Pitágoras	28
	L3.	Aplicaciones del teorema de Pitágoras	28
S17.		Razones trigonométricas (seno, coseno y tangente)	29
	L1.	Razones trigonométricas básicas	29
	L2.	Razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°	29
S18.		Resolución de triángulos rectángulos	30
	L1.	Senos, cosenos y tangentes de ángulos agudos	30
	L2.	Aplicaciones de razones trigonométricas	30

Aprendizajes esperados:

Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.

L1. Ecuaciones cuadráticas

Analiza las situaciones y contesta lo que se pide.

Inicio

Lee la situación, observa la imagen y responde lo que se pide.

1. Martín fue contratado para cercar un terreno con 120 m de malla. Le pidió a su cliente los datos del terreno, quien se los entregó en un papel. Al llegar a su casa, Martín se dio cuenta de que perdió la información y sólo recordó que el triple del ancho menos el largo es igual a 28 m. No quiso llamar nuevamente al cliente y determinó las dimensiones del terreno. **¿Cuáles son?**

- a) Asigna variables y escribe las ecuaciones que modelan la situación.
- b) Describe un procedimiento para resolverlas.
- c) Determina las medidas de los lados del terreno.
- d) ¿Qué información es relevante para responder y cuál no?
- e) Describe tu procedimiento para saber las respuestas.

1. El hotel *El Sol* gestionó con el municipio tener una zona de nado en el mar para el disfrute de sus huéspedes. Le han asignado 600 m^2 de superficie de mar y debe delimitarla con una cuerda y boyas para seguridad de los bañistas. El gerente del hotel quiere que la zona sea cuadrada, **¿cuál es la longitud de los lados?** (figura 2.1).

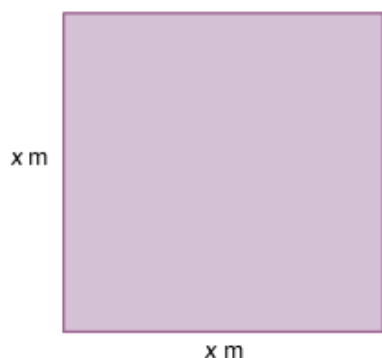


Figura 2.1: Modelo geométrico de la situación.

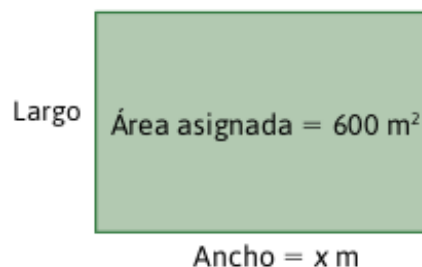


Figura 2.2: Modelo geométrico de la situación.

- a) ¿Cuáles son las cantidades conocidas?
 - b) ¿Cuáles son las cantidades desconocidas?
 - c) Escriban una ecuación que modele la situación.
 - d) ¿Cuál es la longitud de los lados?
2. Antes de que se hiciera la delimitación de la zona de nado, el gerente del hotel cambió de opinión acerca de la forma de esta zona. Ahora debía ser rectangular con cierta característica: el largo tiene 10 m menos que el ancho. **¿Cuál es la longitud de los lados de la superficie delimitada? (figura 2.2).**

- a) ¿Cuáles son las cantidades conocidas?
- b) ¿Cuáles son las cantidades desconocidas?
- c) Escriban una ecuación que modele la situación.
- d) Planteen una forma de resolver el problema. ¿Cuál es la longitud de los lados?

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (2.1)$$

donde a , b y c son enteros, decimales o fraccionarios y a no es igual a 0. Como el mayor exponente de la variable es 2 también se le conoce como **ecuación de segundo grado**.

3. Considera el problema anterior. El municipio ha notificado al gerente del hotel El Sol que hubo un error en la asignación de la zona de mar y que en lugar de 600 m^2 , se le asignan 504 m^2 . El gerente del hotel aún quiere que la zona de nado tenga 10 m menos de largo que de ancho. **¿Cuál es la nueva longitud de los lados?**
- a) Identifiquen las cantidades conocidas, desconocidas y escriban una ecuación que modele la situación.
 - b) Verifiquen cuáles valores son soluciones o raíces de la ecuación anterior y escriban por qué.
 - $x = -28$.
 - $x = -18$.
 - $x = -8$.
 - $x = 0$.
 - $x = 8$.
 - $x = 18$.
 - $x = 28$.

Un número que satisface una ecuación, es decir, que al sustituirlo en la variable de la ecuación se cumple la igualdad es llamado solución o raíz de la ecuación.

Completen la tabla 2.3 sustituyendo los valores de x en cada expresión y haciendo las operaciones, luego respondan lo que se pide.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$(x-5)(x+3)$									
$x^2 + 3x - 5x - 15$									
$x^2 - 2x - 15$									

Figura 2.3: Modelo geométrico de la situación.

1. ¿Cómo son los valores de las tres expresiones? ¿Qué pueden concluir sobre ellas?
2. ¿Cómo pueden saber que un producto de expresiones algebraicas es equivalente a una ecuación de segundo grado?

Se tienen dos expresiones algebraicas: $(x-1)(x-6) = 0$ y $x^2 - 7x + 6 = 0$.

1. ¿Cuál es una ecuación cuadrática? ¿Por qué?
2. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $(x-1)(x-6) = 0$? Explica.
3. ¿Cuántas soluciones tendrá la ecuación $x^2 - 7x + 6 = 0$? ¿Por qué?
4. ¿Cuántas soluciones tendrá una ecuación cuadrática?

Analicen los siguientes casos:

$$\begin{aligned} (x)(x) &= 1 \quad \text{y} \quad x^2 = 1 \\ x(x-1) &= 0 \quad \text{y} \quad x^2 - x = 0 \\ (x-1)(x-2) &= 0 \quad \text{y} \quad x^2 - 3x + 2 = 0 \\ (x-1)(x-2) + 1 &= 0 \quad \text{y} \quad x^2 - 3x + 3 = 0 \end{aligned}$$

Comprueben primero que cada par de ecuaciones es equivalente. Pueden probar por ensayo y error para encontrar las soluciones.

Cierre

1. Retoma la situación de la actividad de inicio y responde, completa o corrige tus respuestas. ¿Qué pasaría con las soluciones de la ecuación si los 120 son metros cuadrados? Reflexiona acerca de los conocimientos o las habilidades que necesitabas al inicio y que ahora has adquirido. Escribe en tu cuaderno una conclusión.
2. Los desarrolladores de un fraccionamiento habían planeado que algunos terrenos para construir las casas fueran de 20 por 40 metros, pero los 40 m reducirán de tal manera que tengan 525 m^2 de área para ampliar los adadores, como se muestra en el bosquejo.
 - a) ¿De cuánto será el ancho del camino?
 - b) ¿Cómo planteas la ecuación que permite resolver el problema?

L2. Gráficas de expresiones cuadráticas y soluciones de sus ecuaciones

Inicio

1. Lee la situación, observa la imagen y responde lo que se pide. La torre Eiffel tiene una altura de 324 m. Desde la parte superior se deja caer una pelota de golf. La gráfica que se muestra es la representación de la ecuación que describe este movimiento, sin considerar la resistencia del aire.

¿Cuánto tiempo tarda el objeto en llegar al suelo?

- a) ¿Qué parte de la gráfica tiene sentido considerar?
 - b) ¿Qué altura corresponde al tiempo 0 s? ¿A qué tiempo corresponde la altura 0 m?
 - c) ¿Qué valor es la solución del problema? Explica.
 - d) ¿Qué significa en la situación el valor simétrico, es decir, de signo contrario, al que obtuviste en la pregunta anterior?
 - e) ¿Qué información es relevante para responder y cuál no?
 - f) Describe el procedimiento que realizaste para saber las respuestas.
2. Reúnanse en equipo. Comparen sus respuestas, argumenten. Corrijan si es necesario. Reflexionen sobre el uso de gráficas para describir y resolver ecuaciones.

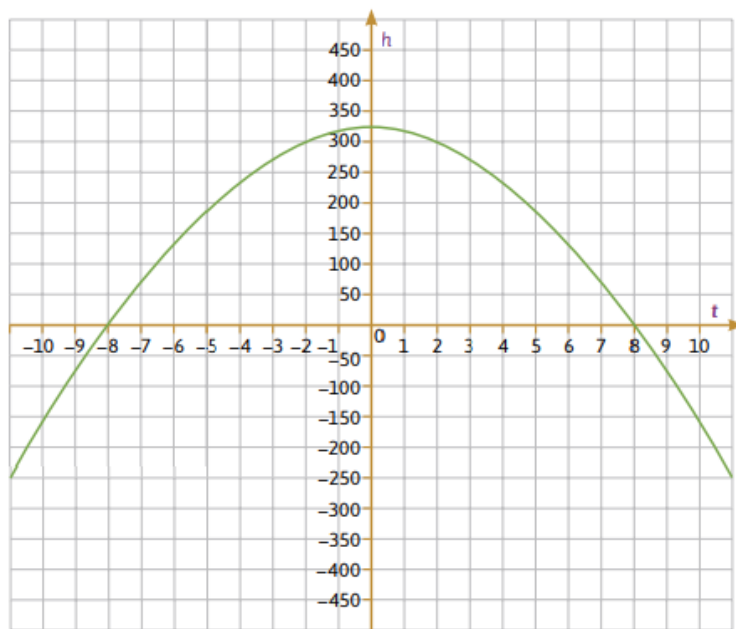


Figura 2.4: Modelo geométrico de la situación.

Soluciones de ecuaciones cuadráticas con gráficas

Analizaremos diversas gráficas de variaciones cuadráticas para determinar la relación entre éstas y las soluciones de la ecuación asociada. 2. Reúnanse en parejas. Hagan lo que se pide. a) Analicen la gráfica de $y = x^2$ (figura 2.3). • Localicen los puntos en los que la gráfica interseca al eje X. ¿Cuál

es el valor de x en esos puntos? • Sustituyan esos valores en la ecuación $x^2 = 0$. ¿Qué observan? • Elijan otros dos puntos que estén sobre la gráfica. ¿Cuál es el valor de x en esos puntos? • Sustituyan esos nuevos valores en la ecuación $x^2 = 0$. ¿Qué observan?