

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

**Soluciones propuestas**

Fecha: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. Desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada solución. De ser necesario, utiliza una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.






**Reglas:**

Al comenzar este examen, aceptas las siguientes reglas:

- ✗ No se permite **salir** del salón de clases.
- ✗ No se permite **intercambiar o prestar** ningún tipo de material.
- ✗ No se permite el uso de **celular** o cualquier **otro dispositivo**.
- ✗ No se permite el uso de **apuntes, libros**, notas o formularios.
- ✗ No se permite **mirar** el examen de otros alumnos.
- ✗ No se permite la **comunicación** oral o escrita con otros alumnos.

Si no consideraste alguna de estas reglas, comunícalo a tu profesor.

**Aprendizajes a evaluar:**

-  Comprende las series y sucesiones cuadráticas y geométricas y sus respectivas formulaciones algebraicas.
-  Reconoce y aplica los principales productos notables y su interpretación geométrica.
-  Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
-  Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras para resolver problemas.
-  Usa las funciones trigonométricas para resolver problemas geométricos con aplicación en la vida diaria.

**Calificación:**

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7
Puntos	10	10	6	6	10	10	8
Obtenidos							

Pregunta	8	9	10	11	12	Total
Puntos	10	10	5	5	10	100
Obtenidos						

**Ecuación cuadrática**

Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ .

Las soluciones a una ecuación cuadrática son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

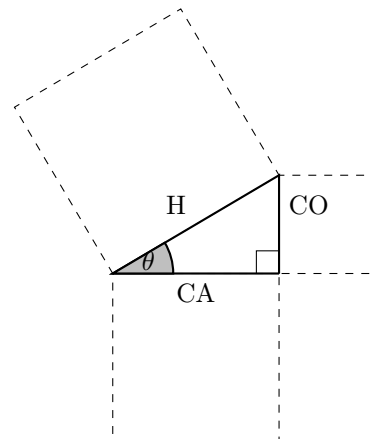
El discriminante  $\delta$  es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

**Triángulos rectángulos**

Para un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa  $H$  es igual a la suma de los cuadrados de los catetos opuesto  $CO$  y adyacente  $CA$ :

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$



Además, existen 3 funciones trigonométricas:

$$\sin(\theta) = \frac{CO}{H} \quad \cos(\theta) = \frac{CA}{H} \quad \tan(\theta) = \frac{CO}{CA}$$

1 [ \_ de 10 pts] Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones cuadráticas:

1a)  $2n^2 + 5n + 2$

9, 20, 35, 54

1b)  $n^2 + 5n$

6, 14, 24, 36

**Solución:**

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad 2(1)^2 + 5(1) + 2 = 9 \\ n = 2 & \quad 2(2)^2 + 5(2) + 2 = 20 \\ n = 3 & \quad 2(3)^2 + 5(3) + 2 = 35 \\ n = 4 & \quad 2(4)^2 + 5(4) + 2 = 54 \end{aligned}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad (1)^2 + 5(1) = 6 \\ n = 2 & \quad (2)^2 + 5(2) = 14 \\ n = 3 & \quad (3)^2 + 5(3) = 24 \\ n = 4 & \quad (4)^2 + 5(4) = 36 \end{aligned}$$

2 [ \_ de 10 pts] Escribe los términos faltantes de las siguientes sucesiones cuadráticas:

2a) 5, 12, 21, 32, 45, 60, ...

2b) -5, -8, -9, -8, -5, 0, ...

**Solución:**

$$\begin{array}{ccccccc} & & 9 & & 13 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & \searrow & \\ 5, & 12, & 21, & 32, & 45, & 60 & \\ \swarrow & & \searrow & \swarrow & \searrow & & \\ 7 & & 11 & & 15 & & \end{array}$$

**Solución:**

$$\begin{array}{ccccccc} & & -1 & & 3 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \swarrow & \searrow & \\ -5, & -8, & -9, & -8, & -5, & 0 & \\ \swarrow & & \searrow & \swarrow & \searrow & & \\ -3 & & 1 & & 5 & & \end{array}$$

3 [ \_ de 6 pts] Escribe los primeros 4 términos de las siguientes sucesiones geométricas:

3a)  $a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

3b)  $a_n = 4(2)^{n-1}$

**Solución:**

$$-1, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, -\frac{1}{125}$$

**Solución:**

$$4, 8, 16, 32$$

4 [ \_ de 6 pts] Determina la razón de las siguientes sucesiones geométricas:

4a)  $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$   $r = \frac{1}{4}$

4b)  $3, \frac{6}{5}, \frac{12}{25}, \frac{24}{125}, \dots$   $r = \frac{2}{5}$

5 [ \_ de 10 pts] Desarrolla los siguientes productos notables:

5a)  $(x - 15)(x + 15) =$

**Solución:**

$$\begin{aligned}(x - 15)(x + 15) &= (x)^2 - (15)^2 \\ &= x^2 - 225\end{aligned}$$

5c)  $(x - 4)^3 =$

**Solución:**

$$\begin{aligned}(x - 4)^3 &= x^3 + 3x^2(-4) + 3x(-4)^2 + (-4)^3 \\ &= x^3 - 12x^2 + 48x - 64\end{aligned}$$

5b)  $(x + 4)(x + 4) =$

**Solución:**

$$\begin{aligned}(x + 4)(x + 4) &= x^2 + 4x + 4x + 16 \\ &= x^2 + 8x + 16\end{aligned}$$

5d)  $(x - 7y)^2 =$

**Solución:**

$$\begin{aligned}(x - 7y)^2 &= x^2 + 2(x)(-7y) + (-7y)^2 \\ &= x^2 - 14xy + 49y^2\end{aligned}$$

6 [ \_ de 10 pts] Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

6a)  $4x^2 - 7x = 0$

**Solución:**

$$\begin{aligned}0 &= 4x^2 - 7x \\ 0 &= x(4x - 7) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{7}{4}\end{aligned}$$

6c)  $3x^2 - 4x = 0$

**Solución:**

$$\begin{aligned}0 &= 3x^2 - 4x \\ 0 &= x(3x - 4) \\ \therefore x_1 &= 0 \text{ y } x_2 = \frac{4}{3}\end{aligned}$$

6b)  $7x^2 - 42x - 49 = 0$

**Solución:**

$$\begin{aligned}7x^2 - 42x - 49 &= 0 \\ 7(x + 1)(x - 7) &= 0 \\ \therefore x_1 &= -1 \text{ y } x_2 = 7\end{aligned}$$

6d)  $x^2 + 2x - 63 = 0$

**Solución:**

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-63)}}{2 \cdot 1} \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm 16}{2 \cdot 1} \\ x_1 &= \frac{-2 + 16}{2 \cdot 1} = 7 \\ x_2 &= \frac{-2 - 16}{2 \cdot 1} = -9\end{aligned}$$

- 7 [ \_ de 8 pts] Calcula el discriminante y el número de soluciones que tienen cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

7a)  $25x^2 - 10x + 1$   
 $d = \underline{0}$ , Soluciones:  $\underline{1}$

**Solución:**

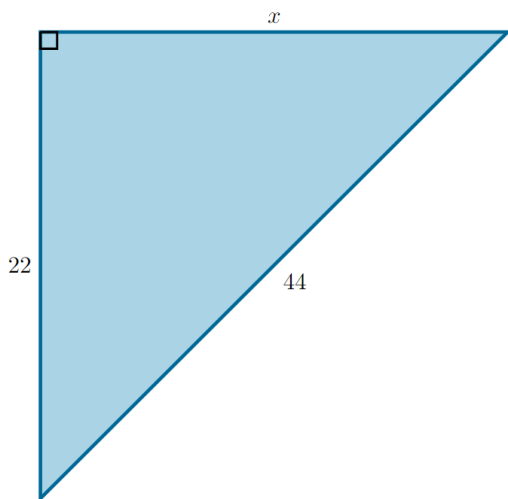
$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (-10)^2 - 4(25)(1) \\ d &= 100 - 100 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

7b)  $3x^2 + 8x - 9$   
 $d = \underline{172}$ , Soluciones:  $\underline{2}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} d &= b^2 - 4ac \\ d &= (8)^2 - 4(3)(-9) \\ d &= 64 + 108 \\ d &= 172 \end{aligned}$$

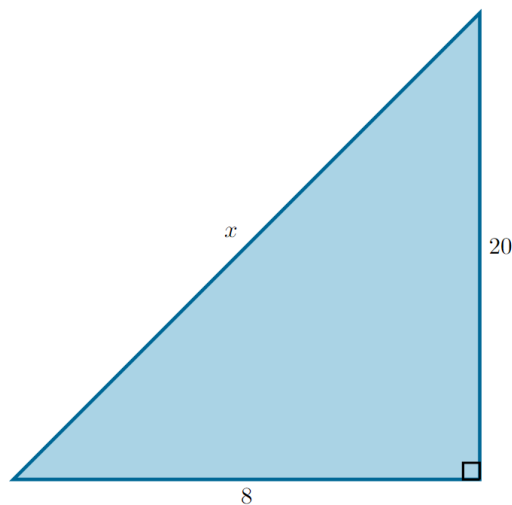
- 8 [ \_ de 10 pts] En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado  $x$  que falta:



8a)

**Solución:**

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 44^2 &= 22^2 + x^2 \\ 44^2 - 22^2 &= x^2 \\ \sqrt{44^2 - 22^2} &= x \\ 38.11 &\simeq x \end{aligned}$$

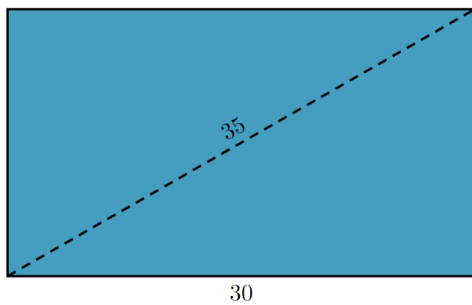


8b)

**Solución:**

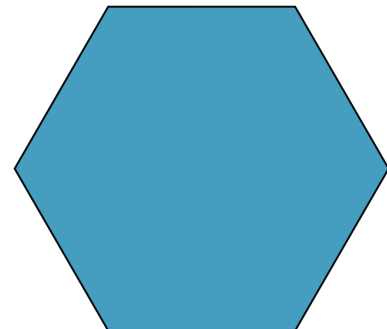
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ x^2 &= 8^2 + 20^2 \\ x^2 &= 64 + 400 \\ x &= \sqrt{464} \\ x &\simeq 21.54 \end{aligned}$$

- 9 [ \_ de 10 pts] Encuentra el perímetro y el área de las siguientes figuras:



9a

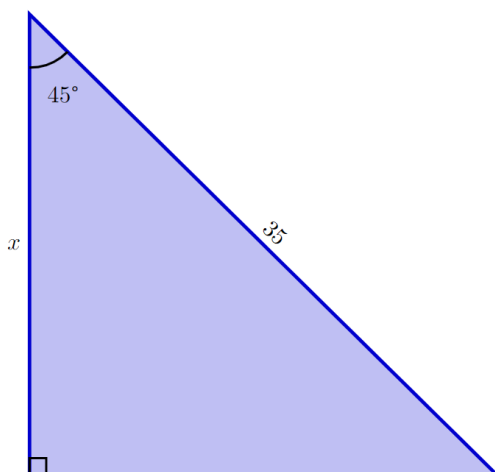
Solución:



9b

Solución:

- 10 [ \_ de 5 pts] Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los lados  $x$ , para cada uno de los siguientes ejercicios:



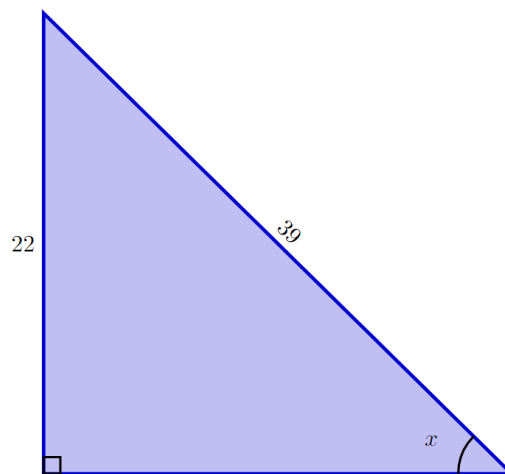
Solución:

$$x = 37.08$$

- 11 [ \_ de 5 pts] Usando la función trigonométrica correcta, encuentra el valor de los ángulos  $x$ , para cada uno de los siguientes ejercicios:

**Solución:**

$$x = 34.33$$



- 12 [ \_ de 10 pts] Resuelve los siguientes problemas:

- 12a El piloto de un avión debe aproximarse a la pista de aterrizaje con un ángulo de  $7^\circ$  con respecto a la horizontal. Si vuela a una altura de 8,000 metros, ¿a qué distancia de la pista debe iniciar su descenso?

**Solución:**

$$65154.77$$

- 12b El sonar de un barco de salvamento localiza los restos de un naufragio en un ángulo de depresión de  $40^\circ$ . Un buzo es bajado 40 metros hasta el fondo del mar, ¿cuánto necesita avanzar el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

**Solución:**

$$47.67$$