

# Quadratic Function

matematika.pl

2015

## Aprendizajes a evaluar

Los alcances de esta revisión se limitan a los siguientes aprendizajes esperados:

- Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
- Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la Física y de otros contextos.

Ecuación cuadrática Una **ecuación cuadrática** completa en una variable es una ecuación del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son enteros, decimales o fraccionarios y  $a$  no es igual a 0. Como el mayor exponente de la variable es 2 también se le conoce como **ecuación de segundo grado**.

Formas de una ecuación cuadrática  
 $ax^2 + bx + c = 0$  Forma **general o estándar**

$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$  Forma **factorizada**

$a(x - h)^2 + k = 0$  Forma **canónica**

Discriminante  $\delta$  El discriminante  $\delta$  es un parámetro que indica cuantas soluciones tiene una ecuación cuadrática:

$$\text{Número de soluciones} = \begin{cases} 2 & \text{si } \delta > 0 \\ 1 & \text{si } \delta = 0 \\ 0 & \text{si } \delta < 0 \end{cases}$$

Fórmula para las soluciones de una ecuación cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\delta}}{2a} \quad \text{donde, } \delta = b^2 - 4ac$$

que se pueden escribir en una sola expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Factiorización de una ecuación cuadrática Factorizar una ecuación cuadrática significa escribirla como una multiplicación (expresiones algebraicas separadas por paréntesis), y sirve para encontrar las soluciones a una ecuación cuadrática de forma rápida:

- Verifica si existe un factor en común para los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  y divide la ecuación entre el factor común (obtendras una ecuación cuadrática de la forma  $x^2 + bx + c = 0$ ).

- Escribe dos paréntesis, de esta forma:

$$x^2 + bx + c = (x$$

$$-x_1 \cdot (x - x_2$$

- Coloca en los espacios dos números que al sumarlos tengan el valor de  $b$  y al multiplicarlos el valor de  $c$ .

$$b = x_1 + x_2$$

$$c = x_1 \cdot x_2$$

- Verifica el signo de los coeficientes  $a$  y  $b$ .

Gráficas de ecuaciones cuadráticas

Figura: Grafica de  $x^2$  (rojo), su negarivo  $-x^2$  (azul) y su variación en el término independiente (líneas punteadas).

## Vieta's Formulas- Task

- Prove that

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

## Myth of Delta $\Delta$

It's commonly believed that in order to work out roots of a quadratic function you must count  $\Delta$  and use other previously established formulas. However this is untrue since factorising in many cases is as good or even better than simply counting  $\Delta$ .

## Example of Factorisation

Solve  $x^2 + 4x - 21 = 0$  by factorising.

$$x^2 + 4x - 21 = (x \quad)(x \quad)$$

1 and 21 multiply to give 21 - and add or subtract to give 22 and 20.

3 and 7 multiply to give 21 - and add or subtract to give 10 and 4.

$$x^2 + 4x + 21 = (x + 7)(x - 3)$$

And solving the equation:

$$(x + 7)(x - 3) = 0$$

we get

$$x = -7, \quad x = 3$$

## Proof of Vieta's Formulas

Let's prove that:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

When  $\Delta$  is positive we have two roots:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Substituting for  $x_1$  and  $x_2$  respectively, we receive:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \\ &= \frac{(-b - \sqrt{\Delta}) + (-b + \sqrt{\Delta})}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

The same we could do with another pattern, which state that  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , but proving this is going to be your task in next section.

## Glossary

verb	noun	meaning
add	addition	+
subtract	subtraction	−
multiply	multiplication	·
divide	division	÷
solve	solution	getting answer
substitute	substitution	$t = x^2$

Cuadro: Word Formation

## Some Necessary and Useful Vocabulary

- (n.) sign  $\rightarrow$  + or  $-$
- (n.) equation  $\rightarrow$  *something*  $= 0$
- (n.) factor  $\rightarrow$  two multiplied factors give result
- (v.) factorise  $\rightarrow$  putting into brackets
- (n.) coefficient  $\rightarrow$  a constant number i.e.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in a pattern  $ax^2 + bx + c$
- (n.) quadratic function  $\rightarrow$   $f(x) = ax^2 + bx + c$
- (n.) root  $\rightarrow$   $\sqrt{sth}$  or solution of quadratic equation
- (n.) formula = pattern