

### Preparación para el Examen de la Unidad 3

Nombre del alumno: .....

Fecha: .....

Aprendizajes:

Puntuación:

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométicamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	20	
2	5	
3	5	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
10	10	
Total	100	

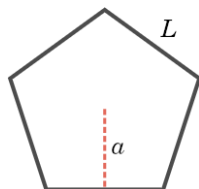
#### Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de  $n$  lados, de longitud  $L$ , un perímetro de  $P$  unidades, un apotema de  $a$  unidades, entonces el área  $A$  en unidades cuadradas es:

$$A = \frac{nLa}{2}$$

donde el perímetro es

$$P = nL$$



#### Suma de los $n$ -ésimos términos

Para encontrar la suma  $s_n$  de los primeros  $n$  términos de una serie aritmética use la fórmula:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde  $a_0$  es el primer término de la serie y  $a_n$  el  $n$ -ésimo término de la serie.

#### Volumen de un prisma recto

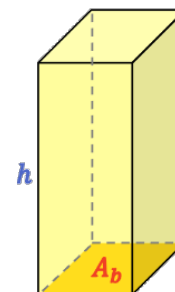
El volumen de un prisma recto de altura  $h$ , y cuyo polígono base tiene un área  $A_b$ , es:

$$V = A_b h$$

Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$

donde  $P$  es el perímetro;  $a$ , la apotema;  $n$ , el número de lados y  $l$ , la medida del lado.

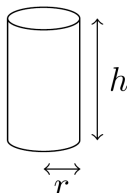


#### Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de  $A = \pi r^2$ , se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$

donde  $r$  es el radio del círculo y  $h$  la altura del cilindro.



## Ejemplo 1

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

**a**  $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

**c**  $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x + 6 \\ &= -7x + 27 \end{aligned}$$

**b**  $2(5x + 8) =$

**Solución:**

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

**d**  $3(5x - 4) - 2(2x - 5) =$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 3(5x - 4) - 2(2x - 5) &= 15x - 12 - 4x + 10 \\ &= 11x - 2 \end{aligned}$$

## Ejercicio 1

20 puntos

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

**a**  $5(2x + 3) =$

**d**  $x + 2(5 - 6x) + 2 =$

**b**  $5(3x + 2) + 2(7x - 3) =$

**e**  $3(3x - 2) + 2(2x + 3) =$

**c**  $2x + 4(x + 3) + 4x + 4 =$

**f**  $8(2x + 1) + 4(x - 2) =$

## Ejemplo 2

Encuentra el octavo término de la sucesión representada por la regla

$$a_n = -18 + (n - 1)$$

**Solución:**

Ya que  $n = 8$ :

$$\begin{aligned} a_8 &= -18 + (8 - 1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

El octavo término es  $-1$ .

## Ejercicio 2

5 puntos

Encuentra el doceavo término de la sucesión  $-5 + 6(n - 1)$

## Ejercicio 3

5 puntos

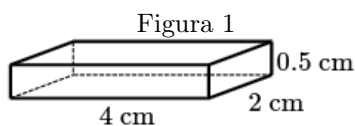
Encuentra el noveno término de la sucesión  $17 - 2(n - 1)$ :

## Ejemplo 3

Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de  $12 \text{ cm}^3$ .

Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura 1.

**¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?**

**Solución:**

Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$

## Ejercicio 4

10 puntos

En un teatro quieren construir escalones movibles que puedan usarse para subir y bajar del escenario, como los que aparecen en la figura 2. Quieren que los escalones tengan suficiente espacio dentro para poder almacenar objetos de utilería.

**¿Cuánto espacio hay dentro de los escalones?**

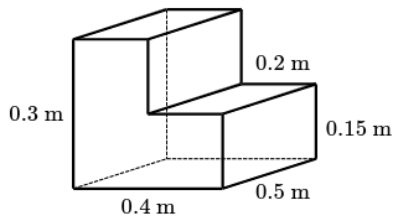


Figura 2

## Ejercicio 5

10 puntos

La mamá de Lacey le hace un pastel de cumpleaños en forma de "L", como se muestra en la figura 3. A Lacey le encanta el betún, así que su mamá cubre todo el exterior del pastel con betún, incluso la parte de abajo

**¿Cuánto espacio cubre con betún la mamá de Lacey?**

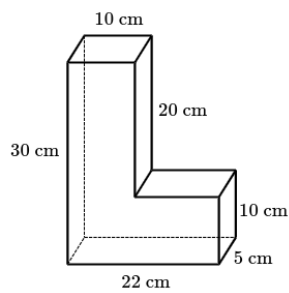


Figura 3

## Ejemplo 4

**Determina el volumen del cilindro de la figura 4.**

*Ingresa una respuesta exacta en términos de  $\pi$ , o usa 3.14.*

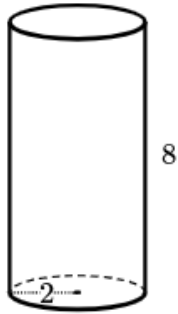


Figura 4

**Solución:**

El volumen de un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 4 se sabe que  $r = 2$  y  $h = 8$ , entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi (2)^2 (8) \\ &= \pi (4) (8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

## Ejercicio 6

10 puntos

**Determina el volumen del cilindro de la figura 5.**

*Ingresa una respuesta exacta en términos de  $\pi$ , o usa 3.14.*



Figura 5

## Ejercicio 7

10 puntos

**Determina el volumen del cilindro de la figura 6.***Ingresa una respuesta exacta en términos de  $\pi$ , o usa 3.14.*

Figura 6

## Ejemplo 5

Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla 1:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, ¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 30 días?

**Solución:**

La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n - 1) + 2$$

Calculando el trigésimo término de la serie

$$a_{30} = 4(30 - 1) + 2 = 118$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{30} = \frac{30(2 + 118)}{2} = 1,800$$

Manuel tendrá 1,800 canicas al cabo de 30 días.

## Ejercicio 8

10 puntos

Sofía arma cuadrados con fósforos.

En la siguiente imagen, hay tres figuras que Sofía armó.

Sofía observa esta secuencia de figuras y dice:

—“Si sigo armando cuadrados con esta secuencia, al terminar de armar la figura 10, habré utilizado menos de 170 fósforos en total”.

**¿Es correcto lo que dice Sofía? ¿Cuántos fósforos habrá utilizado para hacer las 10 figuras?**



Figura 1



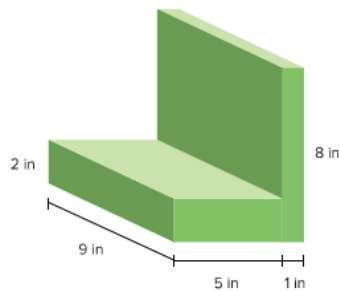
Figura 2



Figura 3

## Ejemplo 6

Figura 7



La figura 7 está formada por 2 prismas rectangulares.  
¿Cuál es el volumen de esta figura?

## Solución:

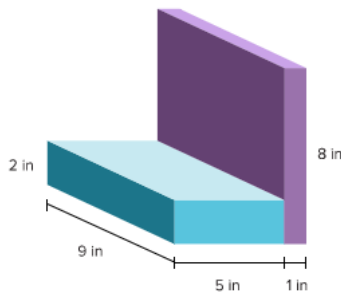


Figura 8: Descomposición de la Figura 7 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 8). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.

El volumen de un prisma rectangular es igual al largo  $x$ , por el ancho  $y$ , por la altura  $z$ :

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 9, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 10, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.  
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura  $V_T$  es 162 pulgadas cúbicas

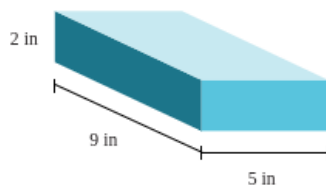


Figura 9: Primera sección del prisma de la Figura 7

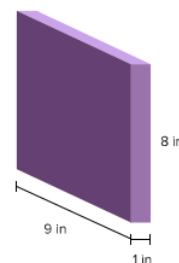


Figura 10: Segunda sección del prisma de la Figura 7



## Ejercicio 9

10 puntos

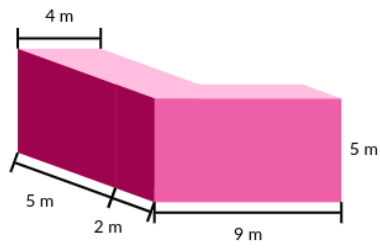


Figura 11

La Figura 11 está formada por 2 prismas rectangulares.  
¿Cuál es el volumen de esta figura?

## Ejercicio 10

10 puntos

La Figura 15 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

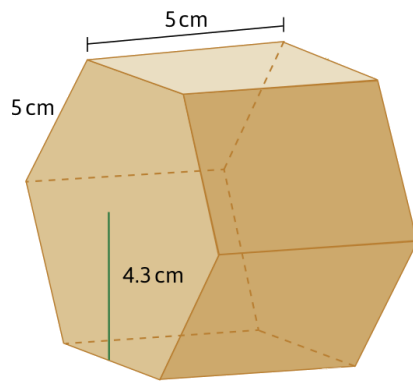


Figura 15

**a** Calcula su volumen

**b** Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el triple de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

**c** ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?