Soluciones propuestas

Nombre del alumno: ______________________ Fecha: __________

Instrucciones:

Lee con atención cada pregunta y realiza lo que se te pide. Desarrolla tus respuestas en el espacio determinado para cada solución. De ser necesario, utiliza una hoja en blanco por separado, anotando en ella tu nombre completo, el número del problema y la solución propuesta.

Reglas:

Al comenzar este examen, aceptas las siguientes reglas:

- ✗ No se permite **salir** del salón de clases.
- ✗ No se permite **intercambiar o prestar** ningún tipo de material.
- ✗ No se permite el uso de **celular** o cualquier **otro dispositivo**.
- ✗ No se permite el uso de **apuntes**, **libros**, notas o formularios.
- ✗ No se permite **mirar** el examen de otros alumnos.
- ✗ No se permite la **comunicación** oral o escrita con otros alumnos.

Si no consideraste alguna de estas reglas, comunícalo a tu profesor.

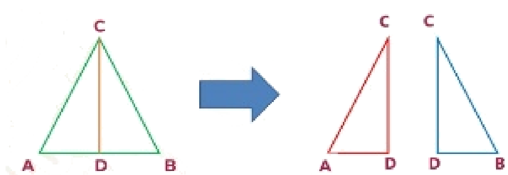
Aprendizajes a evaluar:

- Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
- Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.
- Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.

Calificación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	10	
2	15	
3	5	
4	10	
5	20	
6	20	
7	20	
Total	100	

Triángulo isósceles



Si $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles, entonces

$$\triangle ADC \cong \triangle DBC$$

Perímetro y área de un triángulo

Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con lados a, b y c, como se muestra en la figura 1.

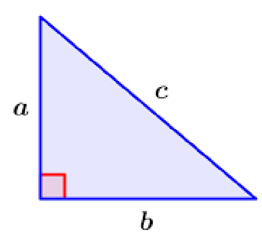


Figura 1

El perímetro P es:

$$P = a + b + c$$

El área A es:

$$A = \frac{1}{2}ab$$

1 [10 puntos] Elige todas las respuestas adecuadas:

1a ¿Cuáles longitudes de lados forman un triángulo rectángulo?

- ☑ **9, 12, 15**
- ☐ 7, 8, 9
- ☐ 3, 9, $\sqrt{95}$
- ☑ **3, 6, $\sqrt{45}$**

Solución:

Para verificar si las opciones contienen o no las longitudes que corresponden a un triángulo rectángulo, es necesario sustituir estos valores en el teorema de Pitágoras, considerando la hipotenusa como el lado más largo en un triángulo rectángulo. Si se cumple la igualdad, entonces se trata de un triángulo rectángulo.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 15^2 &= 9^2 + 12^2 \\ 225 &= 81 + 144 \\ 225 &= 225 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 9^2 &= 7^2 + 8^2 \\ 81 &= 49 + 64 \\ 81 &= 113 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ (\sqrt{95})^2 &= 3^2 + 9^2 \\ 95 &= 9 + 81 \\ 95 &= 90 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ (\sqrt{45})^2 &= 3^2 + 6^2 \\ 45 &= 9 + 36 \\ 45 &= 45 \end{aligned}$$

2 [15 puntos] El diagrama muestra un triángulo rectángulo y tres cuadrados. El área del cuadrado más grande es 36 unidades^2, como se muestra en la figura 2.

¿Cuáles pueden ser las áreas de los cuadrados más pequeños?
Selecciona todas las respuestas correctas.

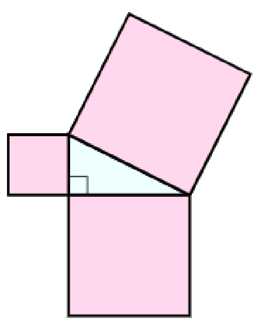


Figura 2

- ☐ $15u^2$ y $20u^2$
- ☑ $6u^2$ **y** $30u^2$
- ☐ $34u^2$ y $6u^2$
- ☐ $10u^2$ y $16u^2$
- ☑ $26u^2$ **y** $10u^2$
- ☑ $24u^2$ **y** $12u^2$
- ☐ $8u^2$ y $27u^2$
- ☐ $6u^2$ y $6u^2$

3 [5 puntos] ¿Cuál es el valor de x en la figura 3?

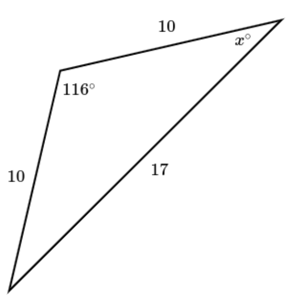


Figura 3

Solución:
Dado que tiene dos lados congruentes (aquellos cuya longitud es 10), el triángulo es isósceles. Los ángulos opuestos a los lados congruentes también son congruentes, por lo que el ángulo sin etiqueta mide $x°$ (Ver Figura 4). Los tres ángulos en un triángulo suman 180°. Podemos escribir este enunciado como una ecuación:

$$x° + x° + 116° = 180°$$
$$\therefore x° = \frac{180° - 116°}{2} = 32°$$

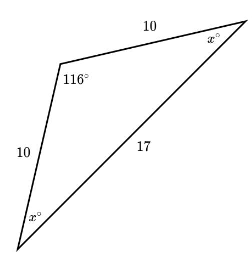
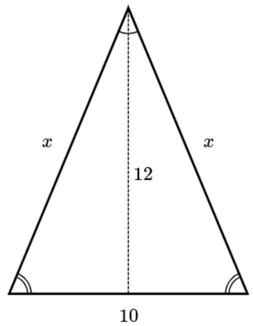
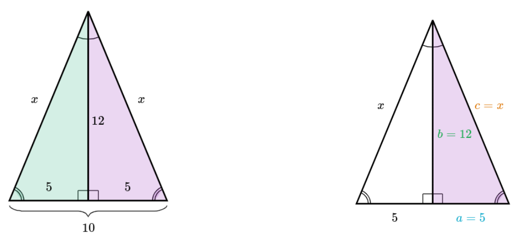


Figura 4

(4) [10 puntos] **Encuentra el valor de x en el siguiente triángulo:**



Solución:



(a) (b)

Figura 5

El triángulo isóceles está formado por 2 triángulos congruentes (ver figura 5a). La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isóceles.

Cuando se trata de un triángulo rectángulo podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante.

La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa.

Etiquetemos la figura del problema con a, b y c (ver figura 5b).

Observa que a y b pueden intercambiarse, pues son catetos.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ 5^2 + 12^2 &= x^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ 25 + 144 &= x^2 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ 169 &= x^2 && \text{Sumando} \\ 13 &= x && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

5 [20 puntos] **¿Cuál es el área del triángulo de la figura 6?**

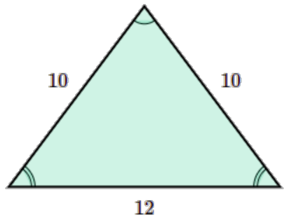
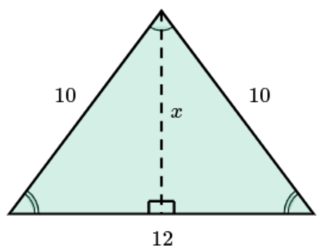
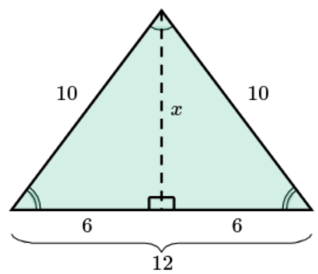


Figura 6

Solución:



(a)



(b)

Para determinar el área del triángulo debemos saber la base y la altura. Llamemos x a la altura (ver Figura 7a). Estos dos triángulos rectángulos son congruentes porque uno es la reflexión del otro a través de la línea punteada. La base de cada triángulo rectángulo es la mitad de la base del triángulo isósceles. Cuando tenemos un triángulo rectángulo, podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener la altura (ver Figura 7b). La ecuación para el teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En este caso, $a = 6$, $b = x$ y $c = 10$. Entonces,

$$\begin{aligned} 6^2 + x^2 &= 10^2 \\ 36 + x^2 &= 100 \\ x^2 &= 100 - 36 \\ x^2 &= 64 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

La altura del triángulo es 8. El área del triángulo es

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ u}^2$$

6 [20 puntos] **¿Cuál es el perímetro del paralelogramo de la figura 8?**

Considera que cada cuadro mide 1 unidad de longitud.

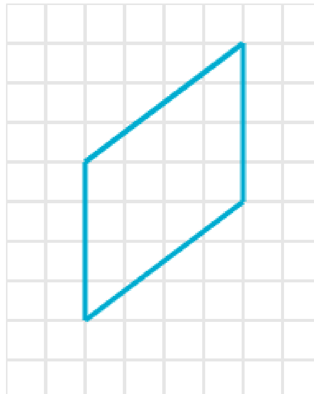


Figura 8

Solución:

El perímetro es la distancia alrededor de una figura. Cada recta diagonal es la hipotenusa de un triángulo rectángulo (ver Figura 9). Podemos utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar un lado faltante. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los catetos, y c es la longitud de la hipotenusa. Etiquetemos la Figura del problema con a, b y c (ver Figura 10). Podemos contar los cuadrados para encontrar las longitudes de a y b, y luego sustituir esos valores en el teorema de Pitágoras (ver Figura 11).

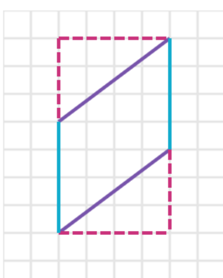


Figura 9

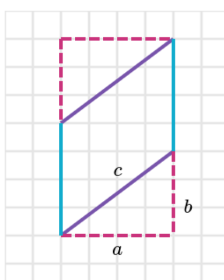


Figura 10

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 && \text{El teorema de Pitágoras} \\ 4^2 + 3^2 &= c^2 && \text{Sustituye las longitudes} \\ 16 + 9 &= c^2 && \text{Evalua los cuadrados conocidos} \\ 25 &= c^2 && \text{Sumando} \\ 5 &= c && \text{Calculando la raíz en ambos lados de la ecuación} \end{aligned}$$

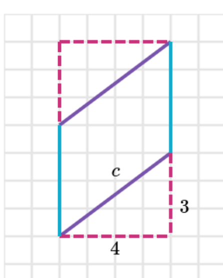


Figura 11

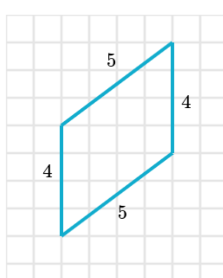


Figura 12

Ahora que conocemos la longitud de la diagonal, podemos encontrar la longitud de los dos lados faltantes para calcular el perímetro. Como los lados faltantes son rectas verticales u horizontales, podemos contar los cuadrados para obtener sus longitudes. (ver Figura 12).

$$5 + 5 + 4 + 4 = 18$$

El perímetro del paralelogramo es 418 unidades.

7 [20 puntos] La imagen muestra las distancias en kilómetros entre tres ciudades, como se muestran a continuación en la figura 13. **¿Qué tanto más corto es viajar directamente de Aurora a Clifton que de Aurora a Clifton pasando por Burlington?**

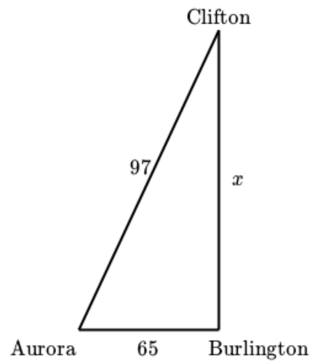


Figura 13

Solución:

Podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener x. La ecuación del teorema de Pitágoras es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

donde a y b son las longitudes de los dos catetos del triángulo y c es la longitud de la hipotenusa. En este caso, $a = 65$, $b = x$ y $c = 97$.

$$\begin{aligned} 97^2 &= 65^2 + x^2 \\ 9,409 &= 4,225 + x^2 \\ 9,409 - 4,225 &= x^2 \\ 5,184 &= x^2 \\ \sqrt{5,184} &= x \\ 72 &= x \end{aligned}$$

Para calcular qué tan lejos es viajar a Clifton pasando por Burlington, podemos sumar las distancias entre cada una de las ciudades.

$$65 + 72 = 137$$

Para calcular qué tanto más corto es viajar directamente a Clifton, podemos restar.

$$137 - 97 = 40$$

Viajar directamente de Aurora a Clifton es 40 kilómetros más corto.