Escuela Rafael Díaz Serdán

Matemáticas 2
JC Melchor Pinto

Última revisión del documento: 20 de junio de 2023

Soluciones propuestas

2° de Secundaria
Unidad 3 2022-2023

Preparación para el Examen de la Unidad 3

Nombre del alumno: __________ **Fecha:** __________

Aprendizajes:

- Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.
- Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
- Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

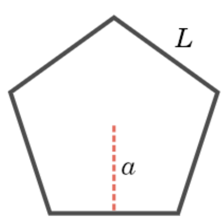
Puntuación:

Pregunta	Puntos	Obtenidos
1	20	
2	5	
3	5	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
10	10	
Total	100	

Áreas de polígonos regulares

Si un polígono regular de n lados, de longitud L, un perímetro de P unidades, un apotema de a unidades, entonces el área A en unidades cuadradas es:

$$A = \frac{nLa}{2}$$



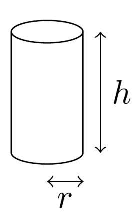
donde el perímetro es

$$P = nL$$

Volumen de un cilindro recto

El volumen de un cilindro recto cuya base tiene un área de $A = \pi r^2$, se obtiene mediante la expresión

$$V = \pi r^2 h$$



donde r es el radio del círculo y h la altura del cilindro.

Suma de los n-ésimos términos

Para encontrar la suma s_n de los primeros n términos de una serie aritmética use la fórmula:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

donde a_0 es el primer término de la serie y a_n el n-ésimo término de la serie.

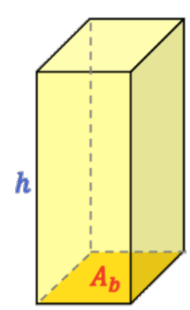
Volumen de un prisma recto

El volumen de un prisma recto de altura h, y cuyo polígono base tiene un área A_b, es:

$$V = A_b h$$

Si el polígono base es un polígono regular, entonces:

$$V = \frac{nLah}{2}$$



donde P es el perímetro; a, la apotema; n, el número de lados y l, la medida del lado.

Ejemplo 1

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

a $3x + 7 + 2(3x + 7) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x + 7 + 2(3x + 7) &= 3x + 7 + 6x + 14 \\ &= 3x + 6x + 14 + 7 \\ &= 9x + 21 \end{aligned}$$

b $2(5x + 8) =$

Solución:

$$2(5x + 8) = 10x + 16$$

c $2x + 3(7 - 3x) + 6 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 3(7 - 3x) + 6 &= 2x + 21 - 9x + 6 \\ &= -7x + 27 \end{aligned}$$

d $3(5x - 4) - 2(2x - 5) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(5x - 4) - 2(2x - 5) &= 15x - 12 - 4x + 10 \\ &= 11x - 2 \end{aligned}$$

Ejercicio 1

20 puntos

Realiza las siguientes operaciones algebraicas mediante la adición por términos semejantes.

a $5(2x + 3) =$

Solución:

$$5(2x + 3) = 10x + 15$$

b $5(3x + 2) + 2(7x - 3) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 5(3x + 2) + 2(7x - 3) &= 15x + 10 + 14x - 6 \\ &= 29x + 4 \end{aligned}$$

c $2x + 4(x + 3) + 4x + 4 =$

Solución:

$$\begin{aligned} 2x + 4(x + 3) + 4x + 4 &= 2x + 4x + 12 + 4x + 4 \\ &= 10x + 16 \end{aligned}$$

d $x + 2(5 - 6x) + 2 =$

Solución:

$$\begin{aligned} x + 2(5 - 6x) + 2 &= x + 10 - 12x + 2 \\ &= -11x + 12 \end{aligned}$$

e $3(3x - 2) + 2(2x + 3) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(3x - 2) + 2(2x + 3) &= 9x - 6 + 4x + 6 \\ &= 13x \end{aligned}$$

f $8(2x + 1) + 4(x - 2) =$

Solución:

$$\begin{aligned} 8(2x + 1) + 4(x - 2) &= 16x + 8 + 4x - 8 \\ &= 20x \end{aligned}$$

Ejemplo 2

Encuentra el octavo término de la sucesión representada por la regla

$$a_n = -18 + (n-1)$$

Solución:
Ya que $n = 8$:

$$\begin{aligned} a_8 &= -18 + (8-1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

El octavo término es -1.

Ejercicio 2 — 5 puntos

Encuentra el doceavo término de la sucesión $-5 + 6(n-1)$

Solución:
Ya que $n = 12$:

$$-5 + 6(12-1) = 61$$

Ejercicio 3 — 5 puntos

Encuentra el noveno término de la sucesión $17 - 2(n-1)$:

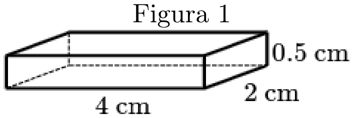
Solución:
Ya que $n = 9$:

$$17 - 2(9-1) = 1$$

Ejemplo 3

Aubrey tiene un nuevo estuche de arte con forma de prisma rectangular. El estuche es de 12 cm^3.
Lo único dentro del estuche es un nuevo borrador rosa con las dimensiones como se muestran en la figura 1.
¿Cuál es el volumen del estuche que no ocupa el borrador?

Figura 1



Solución:
Si restamos el volumen del borrador al volumen del estuche, entonces podremos conocer el espacio que no es ocupado por el borrador, así:

$$12\text{cm}^3 - (4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^3 - 4 \text{ cm}^3 = 8\text{cm}^3$$

Ejercicio 4 — 10 puntos

En un teatro quieren construir escalones movibles que puedan usarse para subir y bajar del escenario, como los que aparecen en la figura 2. Quieren que los escalones tengan suficiente espacio dentro para poder almacenar objetos de utilería.

¿Cuánto espacio hay dentro de los escalones?

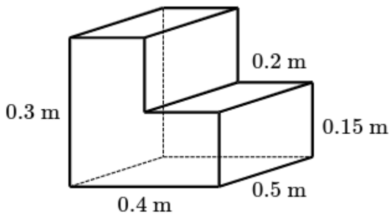


Figura 2

Solución:

Ejercicio 5 — 10 puntos

La mamá de Lacey le hace un pastel de cumpleaños en forma de "L", como se muestra en la figura 3. A Lacey le encanta el betún, así que su mamá cubre todo el exterior del pastel con betún, incluso la parte de abajo

¿Cuánto espacio cubre con betún la mamá de Lacey?

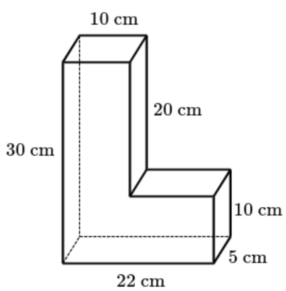


Figura 3

Solución:

Ejemplo 4

Determina el volumen del cilindro de la figura 4.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

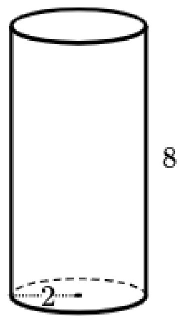


Figura 4

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 4 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(2)^2(8) \\ &= \pi(4)(8) \\ &= 32\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 6 — 10 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 5.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

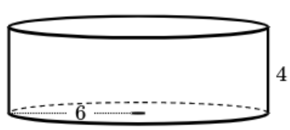


Figura 5

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 5 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(6)^2(4) \\ &= \pi(36)(4) \\ &= 144\pi \end{aligned}$$

Ejercicio 7 — 10 puntos

Determina el volumen del cilindro de la figura 6.
Ingresa una respuesta exacta en términos de π, o usa 3.14.

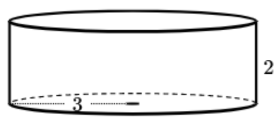


Figura 6

Solución:
El volumen de un cilindro de radio r y altura h es:

$$V = \pi r^2 h$$

De la figura 6 se sabe que $r = 2$ y $h = 5$, entonces

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi(3)^2(2) \\ &= \pi(9)(2) \\ &= 18\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 5

Manuel canjea sus estampillas por canicas. Cada día canjea dos estampillas más que el día anterior. El canje se realiza de la siguiente forma: por cada estampilla le entregan dos canicas. Para ordenar y contar las canicas que recibirá, él elaboró la Tabla 1:

Tabla 1

Día	1	2	3	4
Estampillas	1	3	5	7
Canicas	2	6	10	14

Si Manuel suma la cantidad de canicas que recibió cada día, **¿cuántas canicas en total tendrá Manuel por el canje de sus estampillas al término de 30 días?**

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de canicas es:

$$a_n = 4(n-1) + 2$$

Calculando el trigésimo término de la serie

$$a_{30} = 4(30-1) + 2 = 118$$

Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{30} = \frac{30(2+118)}{2} = 1,800$$

Manuel tendrá 1,800 canicas al cabo de 30 días.

Ejercicio 8 — 10 puntos

Sofía arma cuadrados con fósforos.
En la siguiente imagen, hay tres figuras que Sofía armó.
Sofía observa esta secuencia de figuras y dice:

—"Si sigo armando cuadrados con esta secuencia, al terminar de armar la figura 10, habré utilizado menos de 170 fósforos en total".

¿Es correcto lo que dice Sofía? ¿Cuántos fósforos habrá utilizado para hacer las 10 figuras?

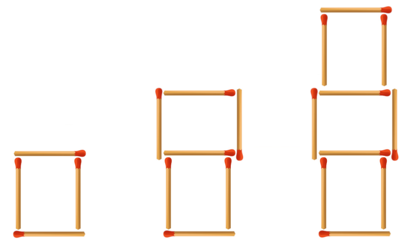


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Solución:
La regla de recurrencia para la serie de fósforos es:

$$a_n = 3(n-1) + 4$$

Calculando a_{10}

$$a_{10} = 3(10-1) + 4 = 3(9) + 4 = 27 + 4 = 31$$

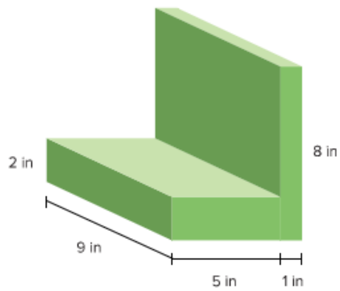
Utilizando la suma de los términos de una serie:

$$s_{10} = \frac{10(4+31)}{2} = 5(35) = 175$$

Por lo tanto, no es correcto lo que dice Sofía, ya que: tendrá 175 fósforos al terminar de armar la figura 10.

Ejemplo 6

Figura 7



La figura 7 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

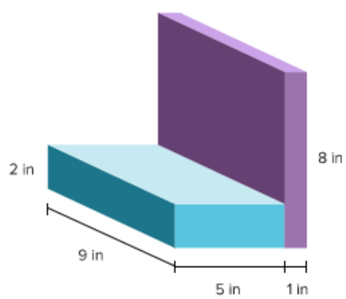


Figura 8: Descomposicion de la Figura 7 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 8). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 9, se sabe que:

$$V = 5 \times 9 \times 2 = 90$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 10, se sabe que:

$$V = 1 \times 9 \times 8 = 72$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 90 + 72 = 162$$

Volumen de toda la figura V_T es 162 pulgadas cúbicas

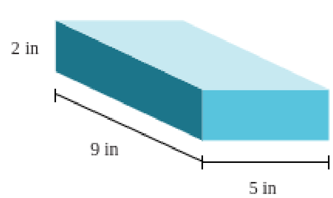


Figura 9: Primera sección del prisma de la Figura 7

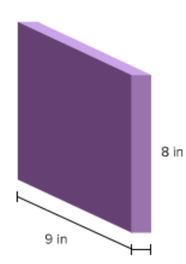


Figura 10: Segunda sección del prisma de la Figura 7

Ejercicio 9 — 10 puntos

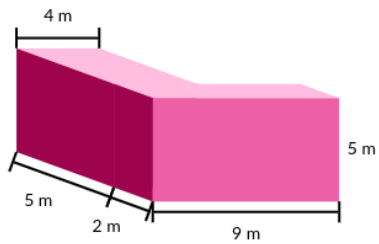


Figura 11

La Figura 11 está formada por 2 prismas rectangulares. **¿Cuál es el volumen de esta figura?**

Solución:

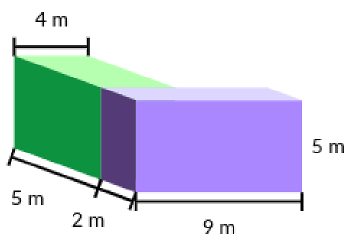


Figura 12: Descomposicion de la Figura 11 en dos.

Podemos pensar en esta figura como 2 prismas rectangulares pegados (ver Figura 8). Encontremos el volumen de cada prisma por separado.
El volumen de un prisma rectangular es igual al largo x, por el ancho y, por la altura z:

$$V = xyz$$

Para uno de los prismas, como el que aparece en la Figura 9, se sabe que:

$$V = 5 \times 4 \times 5 = 100$$

Volumen del prisma color turquesa es 90 pulgadas cúbicas.

Para la segunda sección del prisma, como en la Figura 10, se sabe que:

$$V = 2 \times 9 \times 5 = 90$$

Volumen del prisma color púrpura es 72 pulgadas cúbicas.
Ahora sumamos para obtener el volumen de toda la figura.

$$V_T = 100 + 90 = 190$$

Volumen de toda la figura V_T es 190 pulgadas cúbicas

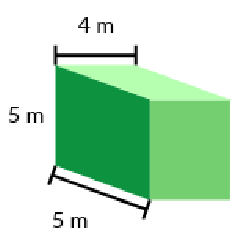


Figura 13: Primera sección del prisma de la Figura 11

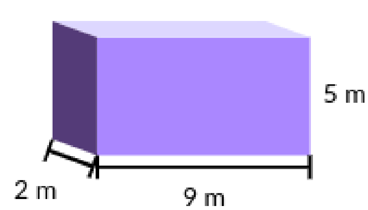


Figura 14: Segunda sección del prisma de la Figura 11

Ejercicio 10 — 10 puntos

La Figura 15 representa una caja de dulces, cuyas medidas se indican en ella.

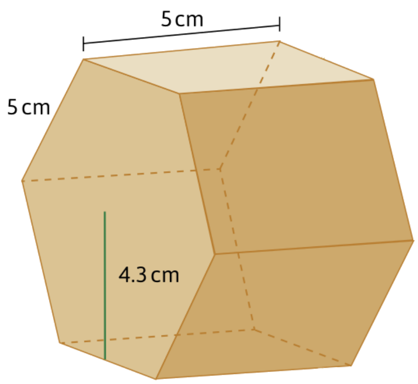


Figura 15

a Calcula su volumen

Solución:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 5 \text{ cm} \times 4.3 \text{ cm}}{2}\right) 5 \text{ cm} = 322.5 \text{ cm}^3$$

b Otra caja de dulces tiene la misma forma, pero cada dimensión es el triple de las dimensiones de la otra caja. ¿Cuál será el volumen de esta segunda caja?

Solución:

El volumen de una caja con el triple de dimensiones, sería:

$$V = A_b h = \left(\frac{6 \times 15 \text{ cm} \times 12.9 \text{ cm}}{2}\right) 15 \text{ cm} = 8,707.5 \text{ cm}^3$$

c ¿Cuántas veces es más grande el volumen de la caja mayor que la primera caja?

Solución:

$$\frac{8,707.5 \text{ cm}^3}{322.5\text{cm}^3} = 27$$

La caja con el triple de dimensiones es 27 veces mayor que la primera.