

## Congruencia de triángulos

Guía  
30

### Aprendizajes

- Comprende los criterios de congruencia de triángulos y los utiliza para determinar triángulos congruentes.

### Puntuación

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Obtenidos											

### Vocabulario

**Ángulo** ( $\angle$ ) → Medida de abertura entre dos rectas.  
**Congruente** ( $\cong$ ) → que tiene el mismo tamaño, forma y medida.

**Lados Correspondientes** → los lados que ocupan la misma posición relativa.

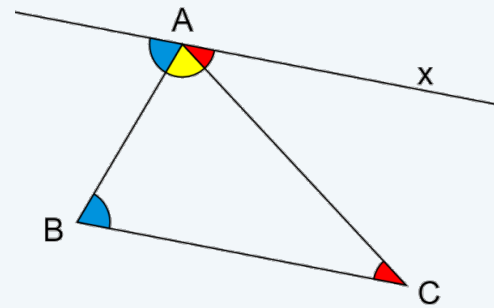
**Similar o Semejante** ( $\sim$ ) → que tiene la misma forma, pero no el mismo tamaño. Las formas similares son proporcionales entre sí.

### Definición de congruencia

Dos figuras son congruentes si y solo si se puede mapear una a la otra con transformaciones rígidas. Como las transformaciones rígidas preservan distancias y medidas de ángulos, todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

### Suma de los ángulos interiores de un triángulo

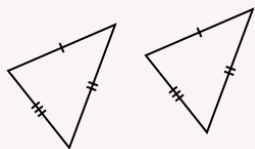
Figura 1: La suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .



$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$$

### Criterios de congruencia

#### Lado Lado Lado (LLL)



Cuando los tres pares de lados correspondientes son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Lado Ángulo Lado (LAL)



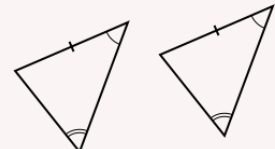
Cuando dos pares de lados correspondientes y los ángulos entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Ángulo Lado Ángulo (ALA)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y los lados entre ellos son congruentes, los triángulos son congruentes.

#### Ángulo Ángulo Lado (AAL)



Cuando dos pares de ángulos correspondientes y un par de lados correspondientes (no entre los ángulos) son congruentes, los triángulos son congruentes.

### Ángulos y lados correspondientes de figuras congruentes

La palabra *correspondiente* se refiere a las partes que coinciden entre dos triángulos congruentes. Podemos identificar los ángulos y lados correspondientes.

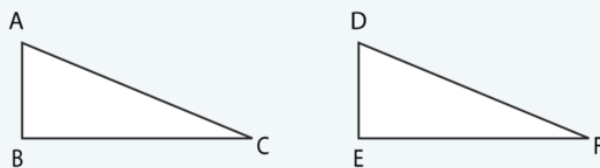


Figura 6

Primero, podemos nombrar los ángulos correspondientes. Los ángulos correspondientes coinciden con ángulos entre los dos triángulos. Los ángulos correspondientes tendrán la misma medida en triángulos congruentes.

$$\angle A \cong \angle D$$

$$\angle B \cong \angle E$$

$$\angle C \cong \angle F$$

Luego, podemos nombrar los lados correspondientes. Los lados correspondientes son lados que coinciden entre los dos triángulos. Tendrán la misma longitud en triángulos congruentes.

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}$$

### Ángulos entre una secante y dos rectas paralelas

#### Ángulos Colaterales

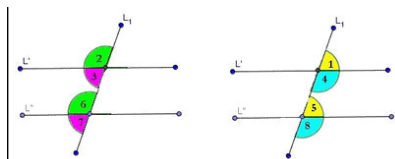


Figura 7: Son los ángulos que están ubicados al mismo lado de la secante.

#### Ángulos Internos

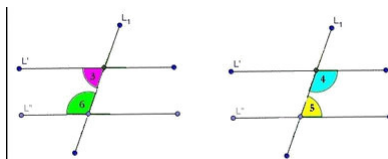


Figura 8: Son los ángulos que están ubicados entre las rectas paralelas.

#### Ángulos Externos

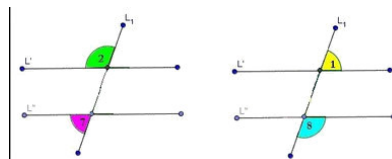


Figura 9: Son los ángulos que están ubicados por fuera de las rectas paralelas.

#### Ángulos Alternos Internos

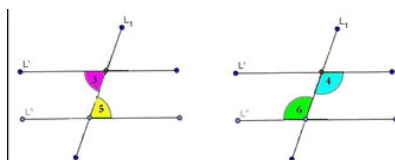


Figura 10: Son dos ángulos internos que no son colaterales ni adyacentes.

#### Ángulo Alternos Externos

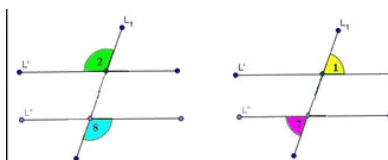


Figura 11: Son dos ángulos externos que no son colaterales ni adyacentes.

#### Ángulos Correspondientes

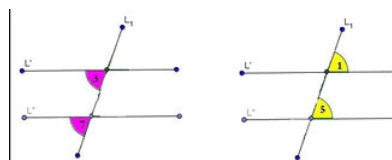


Figura 12: Son dos ángulos uno interno y el otro externo que son colaterales pero no adyacentes.

## Ejercicio 1

10 puntos

En la Figura 13 se muestran dos ángulos que son correspondientes (F y G).

1a Entonces, ¿qué par de ángulos no son correspondientes?

- ☐  $\angle AFE$  y  $\angle CGF$   
☐  $\angle AFE$  y  $\angle DGH$   
☐  $\angle CGD$  y  $\angle AFG$   
☒  $\angle DGC$  y  $\angle GFB$

1b Si el  $\angle DGH = 70^\circ$ , entonces el  $\angle CGD$  es:

- ☐  $20^\circ$   
☒  $110^\circ$   
☐  $70^\circ$   
☐ Ninguna de las anteriores.

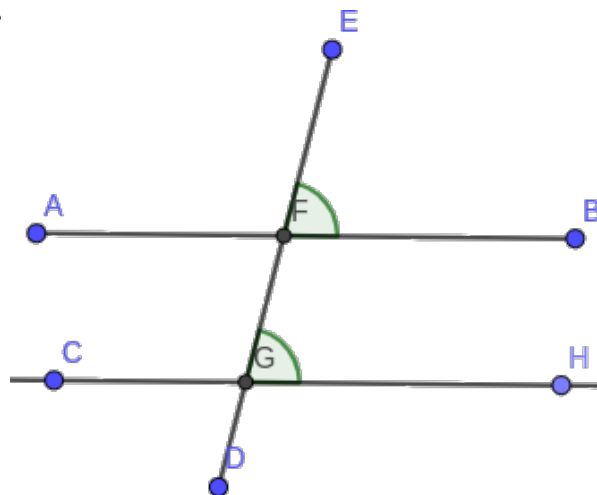


Figura 13

## Ejercicio 2

10 puntos

Observa los dos triángulos congruentes de la Figura 14 para responder cada pregunta.

2a El ángulo E es congruente al ángulo H.

2b  $\overline{FG} \cong \underline{\overline{IJ}}$ .

2c El ángulo J es congruente al ángulo G.

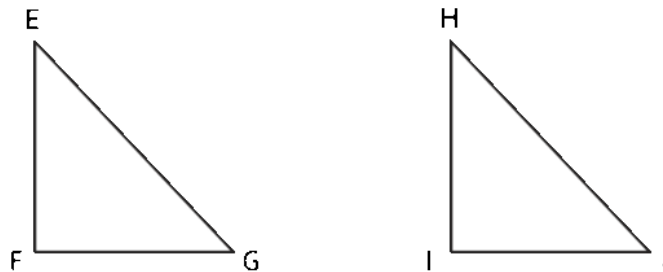


Figura 14

## Ejercicio 3

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 15 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

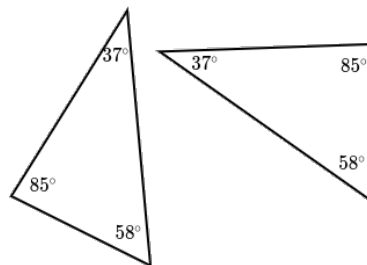


Figura 15

## Solución:

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes. Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. (Ver criterios al inicio de esta guía). En este caso, vemos que cada ángulo en el primer triángulo es congruente con un ángulo en el segundo triángulo. Nos dan AAA, que no es un criterio de congruencia. Si los tres ángulos de un triángulo son congruentes con los ángulos correspondientes de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes pero no necesariamente congruentes entre sí. En la siguiente imagen, observa que los triángulos tienen la misma forma, pero no son del mismo tamaño. Los triángulos podrían ser congruentes si las longitudes de los lados correspondientes en cada triángulo fueran congruentes, pero a menos que sepamos esto, no podemos sacar conclusiones. **No hay suficiente información para decir si los triángulos son congruentes o no.**

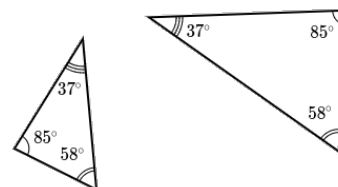


Figura 16

## Ejercicio 4

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 20 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes? Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

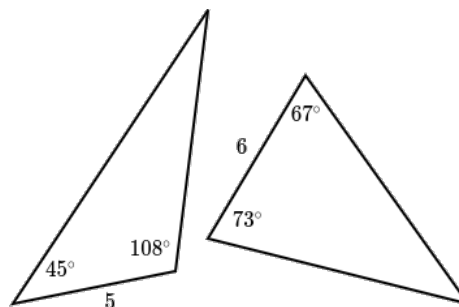


Figura 17

## Solución:

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

Puesto que nos dan cuatro ángulos distintos, no hay manera de que los tres ángulos del primer triángulo sean congruentes a los ángulos del segundo triángulo. De hecho, como los ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$ , podemos calcular estos ángulos para verificarlo. Los ángulos del primer triángulo serían  $45^\circ$ ,  $108^\circ$  y  $27^\circ$ , y los ángulos del segundo triángulo serían  $73^\circ$ ,  $67^\circ$  y  $40^\circ$ . Los ángulos correspondientes no son congruentes. Por lo tanto los triángulos no pueden ser congruentes.

**No, los triángulos no son congruentes.**

**Ejercicio 5****10 puntos**

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 18 (los triángulos no están dibujados a escala).  
**¿Los dos triángulos son congruentes?**

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

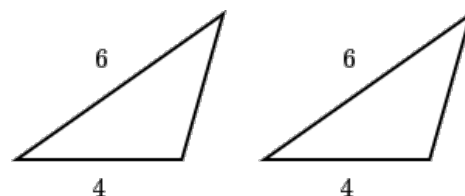


Figura 18

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. En este caso, observa que dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados del otro. Este no es un criterio de congruencia. Esto se debe a que es posible formar muchos triángulos con lados de longitud 44 y 66. La imagen de abajo muestra tres de esos triángulos.

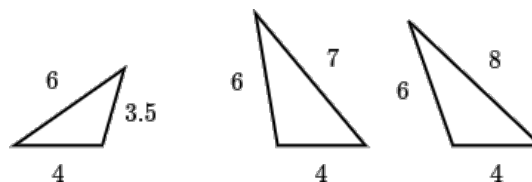


Figura 19

Los triángulos dados podrían ser congruentes si supiéramos que el ángulo entre los lados dados también es congruente, pero si no sabemos esto, no podemos sacar una conclusión.

**No hay suficiente información para decir si los triángulos son congruentes o no.**

**Ejercicio 6****10 puntos**

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 20 (los triángulos no están dibujados a escala).  
**¿Los dos triángulos son congruentes?**

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

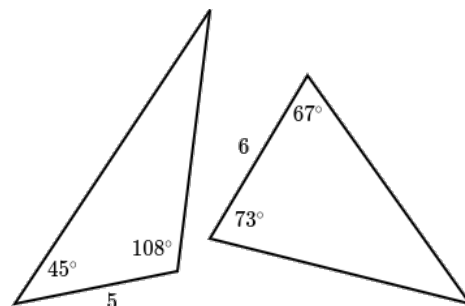


Figura 20

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

Puesto que nos dan cuatro ángulos distintos, no hay manera de que los tres ángulos del primer triángulo sean congruentes a los ángulos del segundo triángulo. De hecho, como los ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$ , podemos calcular estos ángulos para verificarlo. Los ángulos del primer triángulo serían  $37^\circ$ ,  $110^\circ$  y  $33^\circ$  y los ángulos del segundo triángulo serían  $100^\circ$ ,  $43^\circ$  y  $37^\circ$ . Los ángulos correspondientes no son congruentes. Por lo tanto los triángulos no pueden ser congruentes.

**No, los triángulos no son congruentes.**

## Ejercicio 7

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 21 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

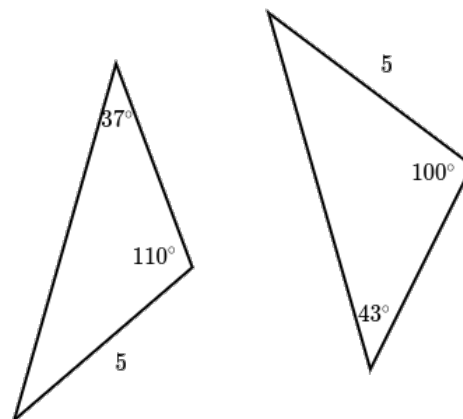


Figura 21

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

Puesto que nos dan cuatro ángulos distintos, no hay manera de que los tres ángulos del primer triángulo sean congruentes a los ángulos del segundo triángulo. De hecho, como los ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$ , podemos calcular estos ángulos para verificarlo. Los ángulos del primer triángulo serían  $45^\circ$ ,  $108^\circ$  y  $27^\circ$ , y los ángulos del segundo triángulo serían  $73^\circ$ ,  $67^\circ$  y  $40^\circ$ . Los ángulos correspondientes no son congruentes. Por lo tanto los triángulos no pueden ser congruentes.

**No, los triángulos no son congruentes.**

## Ejercicio 8

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 22 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

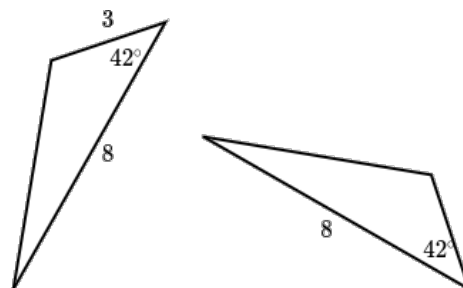


Figura 22

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes. Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. En cada triángulo, observa que los dos lados dados son congruentes y que el ángulo entre ellos también es congruente. Por lo tanto, los dos triángulos son congruentes por LAL.

**Sí, los triángulos son congruentes.**

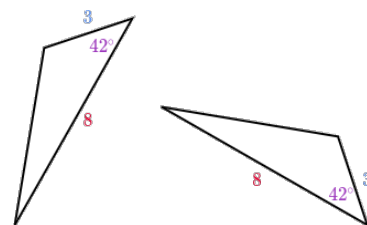


Figura 23

## Ejercicio 9

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 24 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

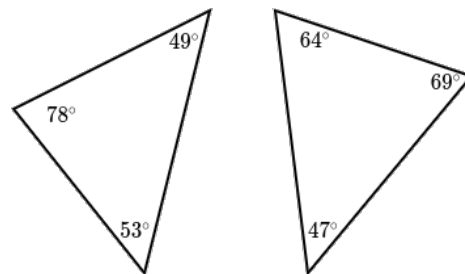


Figura 24

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes.

En este caso, ya conocemos los tres ángulos en ambos triángulos y no hay dos que sean iguales. Por lo tanto, es imposible que los ángulos correspondientes sean congruentes y entonces los triángulos no son congruentes.

**No, los triángulos no son congruentes.**

## Ejercicio 10

10 puntos

Considera los dos triángulos que se muestran abajo en la Figura 25 (los triángulos no están dibujados a escala).

¿Los dos triángulos son congruentes?

Escoge 1 respuesta:

- (A) Sí.
- (B) No.
- (C) No hay suficiente información para decidir.

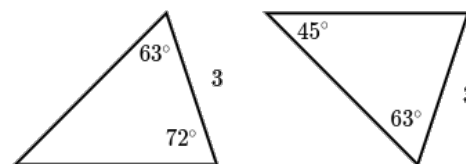


Figura 25

**Solución:**

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. En otras palabras, dos triángulos son congruentes si todos los lados y ángulos correspondientes son congruentes. Sin embargo, no necesitamos mostrar la congruencia de todos los lados y ángulos correspondientes para demostrar que dos triángulos son congruentes. Los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA) y el teorema AAL son atajos útiles para determinar congruencia de triángulos. En este caso, nos dan un lado y dos ángulos en cada triángulo. Puesto que la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es  $180^\circ$ , podemos encontrar el ángulo restante en cada triángulo. Ahora observa que dos ángulos y el lado entre ellos en un triángulo son congruentes a dos ángulos y el lado entre ellos de otro triángulo. Por lo tanto, los triángulos son congruentes por el criterio ALA. **Sí, los triángulos son congruentes.**

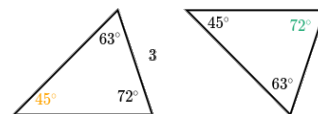


Figura 26

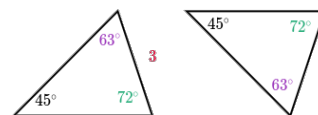


Figura 27