Aula 11

Estruturas de Dados

Tabelas de dispersão

Programação II, 2014-2015

v1.0, 13-06-2015

DETI, Universidade de Aveiro

11.1

Objectivos:
- Tabelas de dispersão (*Hash Tables*);
- Vectores (*arrays*) associativos.

Conteúdo

11.2

1 Introdução

Tabelas de dispersão: Introdução

- Quando analisamos a complexidade de uma estrutura de dados composta temos duas componentes:
  1. Espaço: quantidade de memória necessária;
  2. Tempo: de Pesquisa, Inserção, Remoção, . . . ;
- Análise das duas implementações conhecidas:
  1. Listas Ligadas:
     - Espaço: $O(n)$
     - Tempo: $O(n)$
  2. *Vector*:
     - Espaço: Muito Grande. Proporcional ao número máximo elementos que este suporta.
     - Tempo (procura por índice): $O(1)$ (Constante)
     - Tempo (procura por valor): $O(n)$ (Se ordenado, pode baixar para $O(log(n))$)

11.3

Tabelas de dispersão: Introdução

- Exemplo - armazenar registos de pessoas, requisitos:
  - utilizando como *chave* o seu número de segurança social (11 dígitos);
  - e *complexidade algoritmica* temporal $O(1)$.
- Para obtermos essa complexidade algoritmica, a utilização da chave como índice do vector implica:
  - um vector com dimensão $10^{11}[0\ldots99999999999]$, e
  - dado que em Portugal temos uma população de 10 milhões, só iriamos utilizar uma pequeníssima percentagem das entradas do vector!!!
- *Conclusão*: para termos $O(1)$ estamos a desperdiçar muito espaço.

11.4

Tabelas de dispersão: Objectivo

- *Objectivo*: desempenho com o melhor dos "dois mundos":
  1. Tempo: $O(1)$
  2. Espaço: $O(n)$
- *Solução*:
  1. Fazer uso de um vector, em que o índice é calculado por uma função inteira;
  2. Encolher o espaço das chaves por forma a serem indexáveis nesse vector;
- A compressão e mapeamento das chaves para os índices válidos do vector é feita pela chamada *função de dispersão* (*hash function*).

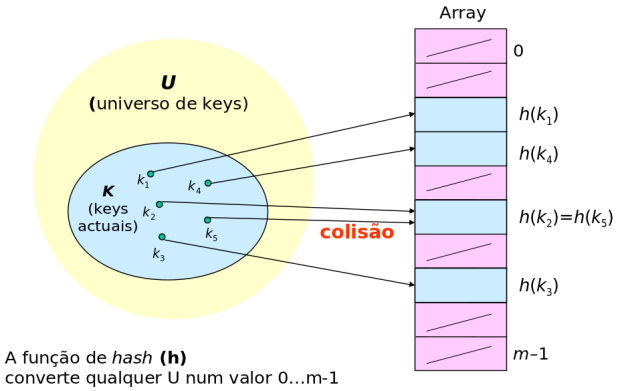
11.5

Tabelas de dispersão: Conteúdo

- Conteúdo
  - Conjunto de pares `(chave,valor)`
  - Cada valor está assim associado a uma "chave"
- A "chave" pode ser qualquer coisa, desde que dela possamos calcular um índice para um vector:
  - um inteiro 32/64 bits;
  - um `String`;
  - ...
- Por outro lado, o vector será da dimensão que desejarmos.

11.6

Tabelas de dispersão



11.7

2 Funções de Dispersão

Tabelas de dispersão: Funções de *Hash*

- Funções de *Hash* (duas partes):
- Cálculo do *hash code*:

  `chave` $\longrightarrow$ `inteiro`

- Função de Compressão (m é a dimensão do vector)

  `inteiro` $\longrightarrow$ `inteiro` $[0, m-1]$

- $h(k)$ é o valor de *hash* da chave k
- *Problema*
  - *Colisão*: chaves distintas podem produzir o mesmo valor de *hash* (i.e. mesmo índice do vector!

11.8

Tabelas de dispersão: Funções de *Hash*

- A escolha de uma "boa" função de *hash* deve reduzir o número de colisões.
  - O desempenho da tabela de dispersão depende da capacidade da função de *hash* para distribuir uniformemente as chaves pelos índices do vector.
- A escolha de uma "boa" função de *hash* pode ter em consideração o tipo de dados que serão utilizados:
  - Uma análise estatística da distribuição das chaves pode ser considerada.
- O valor de *hash* deve ser independente de qualquer padrão que exista nos dados (chaves).
- Vamos ver vários exemplos de $h(k)\ldots$

11.9

Funções de *hash*: Aproximações

1. Método da divisão:
   - Este método usa o resto da divisão inteira:

     $$\boxed{h(k) = k \,\%\, m}$$

   - Se m é par, então

     $$h(k) = \begin{cases} \text{par} & \text{se } k \text{ é par} \\ \text{ímpar} & \text{se } k \text{ é ímpar} \end{cases}$$

   - Outra má opção é $m = 2^p$ ($h(k)$ serão os p bits menos significativos).
   - Para este método utilizar um valor primo para m é uma escolha razoável.
2. Método da multiplicação:
   - Pode fazer uso dos operadores de *bit shift*
   - Exemplo: $h(k) = (k << 3) + (k >> 28) + 33$

11.10

Funções de *hash*: Exemplo para chaves tipo `String`

```
private int hashstring(String str, int tablesize)
{
   int len=str.length();
   long hash=0;
   char[] buffer=str.toCharArray();

   int c=0;
   for (int i=0; i < len; i++)
   {
      c = buffer[i]+33;
      hash = ((hash<<3) + (hash>>28) + c);
   }

   return (int) (hash % tablesize);
}
```

- Todos os objectos em `Java` têm a si associados uma função inteira de dispersão: `hashCode()`;
- Vamos utilizar esta função nas nossas tabelas de dispersão.

11.11

3 Factor de Carga

Tabelas de dispersão: Factor de Carga

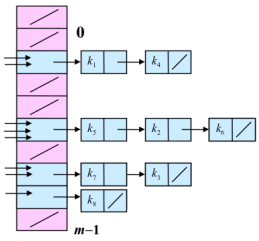
- O *factor de carga* (*load factor*) é o número de elementos na tabela dividido pelo tamanho da tabela ($\alpha = \frac{n}{m}$)
- Dimensionamento de α:
  - um elevado valor de α significa que vamos ter maior probabilidade de colisões;
  - um valor baixo de α significa que temos um elevado consumo de espaço;
  - valor recomendado para α: entre 50% e 80%.

11.12

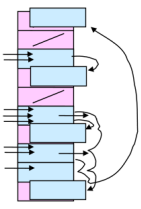
4 Colisões

Resolução do Problema das Colisões

1. *Chaining Hash Table (Close Addressing or Open Bucket)*
   - Um conjunto de chaves (+elementos) associado a um mesmo índice (*bucket*);
   - Cada entrada do vector contém uma lista ligada.



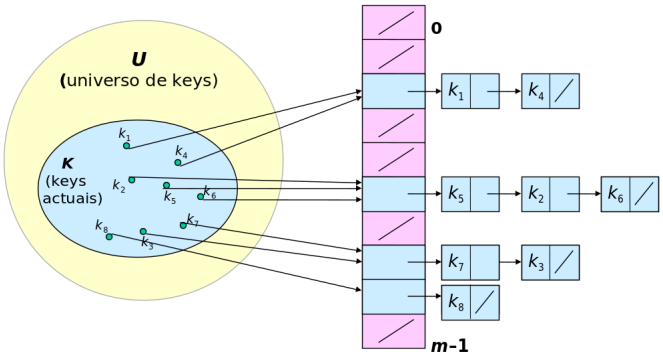
2. *Open Addressing Hash Table (Close Bucket)*
   - Uma chave/elemento por *bucket*;
   - No caso de colisão, faz-se uso de um procedimento consistente para armazenar o elemento numa entrada livre da tabela;
   - O vector é tratado como circular.



11.13

4.1 *Chaining Hash Table*

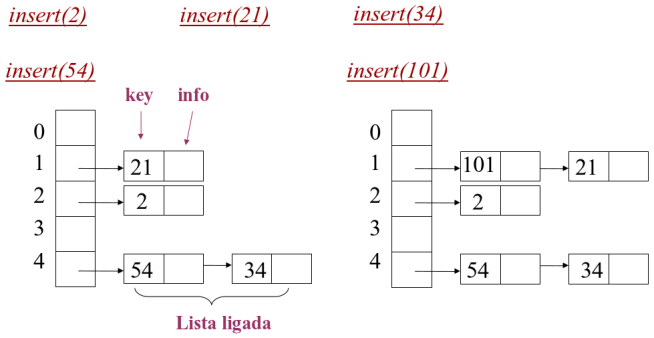
Chaining Hash Table



11.14

Chaining Hash Table: Exemplo

- $\boxed{h(k) = k \,\%\, m}$ com $\boxed{m = 5 \text{ e } k \in [0;999]}$



11.15

Chaining Hash Table

- Complexidade Temporal:
  - **Inserção**: $O(1)$
    - tempo de calculo da $h(k)$ + tempo de inserção no topo da lista ligada.
  - **Pesquisa**: proporcional ao comprimento máximo da lista ligada.
  - **Remoção**: o mesmo que a pesquisa.
- Não esquecendo que ..... uma má função de *hash* pode comprometer todo o desempenho da tabela de dispersão!

11.16

4.2 *AssociativeArray*

Módulo *AssociativeArray* (Vector Associativo)

- Nome do módulo:
  - `AssociativeArray`
- Serviços:
  - `AssociativeArray(n)`: construtor;

- `set(key,elem)`: definir uma associação;
- `get(key) -> elem`: devolve valor associado a uma chave;
- `delete(key)`: apaga uma associação;
- `exists(key) -> boolean`: indica se existe associação a uma chave;
- `isEmpty() -> boolean`: tabela vazia;
- `isFull() -> boolean`: tabela cheia;
- `size() -> int`: número de associações;
- `clear()`: limpa a tabela;
- `keysToArray() -> key[]`: devolve um vector com todas as chaves existentes.

11.17

Chaining Hash Table: `set`

```
set(key, elem)
   pos = hashCode(key)
   n = searchNode in array[pos] with key
   if n null then
      n = new Node
      n.key = key
      n.next = array[pos]
      array[pos] = n
   n.elem = elem
```

11.18

Chaining Hash Table: `get` & `exists`

```
get(key)
   assert exists(key)

   pos = hashCode(key)
   n = searchNode in array[pos] with key
   result = n.elem
```

```
exists(key)
   pos = hashCode(key)
   n = searchNode in array[pos] with key
   result = n not null
```

11.19

Chaining Hash Table: `delete`

```
delete(key)
   assert exists(key)

   pos = hashCode(key)
   lastn = null
   n = array[pos]
   while (n not null) and (n.key not equal to key)
      lastn = n
      n = n.next
   if lastn exists then
      lastn.next = n.next
   else
      array[pos] = n.next
```

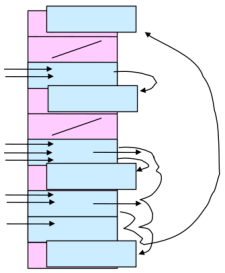
11.20

4.3 *Open Addressing Hash Table*

Open Addressing Hash Table

- No mínimo, o tamanho da tabela tem de ser igual ao número máximo de elementos a armazenar.
- Usual dimensionar-se a tabela com tamanho 30% superior ao número máximo de elementos previsto ($\alpha == 0.70$):
  - O objectivo é minimizar o tempo despendido com a resolução das colisões.

- Resolução de Colisões:
  - $i_0 = h(k)$
  - se índice/*bucket* ocupado, então:
  - $i_{j+1} = (i_j + c)\,\%\,m$
  - ... sucessivamente até encontrar um *bucket* livre.
  - o valor c pode ser contante (pesquisa linear), ou seguindo outra estratégia (quadrática, ...).



11.21

Open Addressing Hash Table: Exemplo

- $\boxed{h(k) = k\,\%\,m}$ com $\boxed{m = 5 \text{ e } k \in [0;99]}$

insert(2)

	key	data
0		
1		
2	2	…
3		
4		

insert(21)

	key	data
0		
1	21	…
2	2	…
3		
4		

insert(34)

	key	data
0		
1	21	…
2	2	…
3		
4	34	…

insert(54)

	key	data
0	54	…
1	21	…
2	2	…
3		
4	34	…

Colisão: **índice #4**

(4 + 1) mod 5 = 0

11.22