

# Implementasi Kontrol Umpan Balik pada Sistem Pendulum Terbalik

Jonathan Chandra<sup>1\*</sup>, Ali Sadiyoko<sup>2</sup>, Tua Agustinus Tamba<sup>3</sup>

## Ringkasan

Sistem Pendulum Terbalik adalah salah satu *benchmark* yang digunakan untuk mengukur performa teori kontrol yang digunakan. Sistem ini pada dasarnya terdiri dari beberapa komponen yaitu (i)batang (ii)kereta dan (iii)Motor elektrik dimana batang dari sistem akan dijaga agar berada pada posisi vertikal diatas kereta (*cart*) dengan menggunakan metode kontrol umpan balik. Tulisan ini dibuat sebagai langkah awal untuk mendesain suatu sistem pendulum terbalik dengan metode kontrol PID dengan meninjau persamaan non-linier yang telah diturunkan.

## Kata kunci

Pendulum Terbalik, Model Dinamika Lagrange, Non-Linier, Kontrol PID

<sup>1</sup>2015630028, Teknik Elektro Konsentrasi Mekatronika, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung, Indonesia

<sup>2</sup>20000247, Teknik Elektro Konsentrasi Mekatronika, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung, Indonesia

\*E-mail: 6315028@student.unpar.ac.id, alfa51@unpar.ac.id, ttamba@unpar.ac.id

## Daftar Isi

<b>1</b>	<b>Pendahuluan</b>	<b>1</b>
1.1	Latar Belakang	1
1.2	Identifikasi masalah	1
1.3	Batasan masalah	2
1.4	Tujuan Penelitian	2
1.5	Manfaat Penelitian	2
<b>2</b>	<b>Telaah Pustaka</b>	<b>2</b>
2.1	State Space Control Using LQR Method for a Cart-Inverted Pendulum Linearised Model	2
2.2	Design and development of a low-cost inverted pendulum for control education	3
2.3	Analysis & Control of Inverted Pendulum System Using PID Controller	3
<b>3</b>	<b>Hasil dan Pembahasan</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Kesimpulan</b>	<b>4</b>
	<b>Pustaka</b>	<b>4</b>

## 1. Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang

Sistem pendulum terbalik adalah sistem yang sering digunakan untuk mendemonstrasikan dinamika sistem dan implementasi sistem kontrol [1]. Sistem pendulum terbalik dapat digunakan sebagai salah satu *benchmark* pada penerapan teori kontrol. *Benchmark* dari teori kontrol yang dimaksud adalah

penggunaan model yang telah diturunkan dan melakukan pengukuran validasi terhadap efisiensi dari metode kontrol yang diimplementasikan pada sistem [2].

Sistem pendulum terbalik sendiri adalah sistem non-linear yang terdiri dari suatu batang yang diletakkan pada sebuah kereta (*cart*) yang akan digerakkan menggunakan motor yang akan dikendalikan sehingga menghasilkan gerakan ayunan dari batang yang berfungsi untuk menjaga batang dapat mencapai posisi vertikal diatas kereta (*cart*) [6]

Dalam beberapa tahun terakhir, pengaplikasian dari sistem pendulum terbalik banyak digunakan dalam penelitian *Two-Wheeled Self-Balancing Robot* [3][4]. Metode kontrol yang digunakan adalah kontrol LQR (*Linear Quadratic Regulator*) karena dibatasi dengan simpangan sudut kecil[3]. Kekurangan dari penggunaan metode kontrol LQR adalah sudut simpangan yang terlalu kecil karena sistem yang dikendalikan oleh kontrol LQR adalah sistem linear [5].

### 1.2 Identifikasi masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah di atas, dapat diidentifikasi masalah untuk menyelesaikan penelitian sistem pendulum terbalik adalah:

1. Apa saja komponen dari sistem pendulum terbalik?
2. Apa saja komponen dari sistem pendulum terbalik yang perlu dimodelkan?
3. Bagaimana cara memodelkan sistem pendulum terbalik?
4. Apa Metode kontrol yang tepat untuk mengendalikan motor agar dapat digunakan simpangan maksimal dari sistem pendulum terbalik yaitu  $\theta = 180^\circ$ ?

### 1.3 Batasan masalah

Agar penelitian Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik, perlu ada batasan pada masalah utama di atas. Batasan masalah tersebut antara lain:

1. Sistem yang akan dibangun masih berupa rancangan purwarupa (prototype).
2. Sistem pendulum terbalik akan menggunakan satu buah batang.
3. Sistem akan dibangun dengan basis Arduino atau Raspberry Pi.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian pada Tugas Akhir ini adalah membuat model dan mengimplementasikan kontrol umpan balik pada sistem pendulum terbalik dan membuat prototipe dari sistem, serta menampilkan performa dari sistem pendulum terbalik menggunakan suatu metode kontrol untuk dapat mempertahankan posisi dari batang yang diinginkan dengan sudut simpangan  $\theta = 180^\circ$ .

### 1.5 Manfaat Penelitian

Berikut adalah manfaat dari penelitian sistem pendulum terbalik untuk beberapa pihak, antara lain:

- Laboratorium Kontrol yang ingin menunjukkan implementasi sistem kontrol pada suatu sistem (pada kasus ini Sistem Pendulum Terbalik).
- Pembaca yang ingin mempelajari pemanfaatan sistem kontrol pada sistem pendulum terbalik.
- Peneliti pribadi, untuk menambah pengetahuan dan pengalaman menyelesaikan masalah nyata di lapangan.
- Pengembangan ilmu pengetahuan, terutama pada bidang sistem kontrol, dan sistem pengukuran dan akuisisi data.

## 2. Telaah Pustaka

### 2.1 State Space Control Using LQR Method for a Cart-Inverted Pendulum Linearised Model

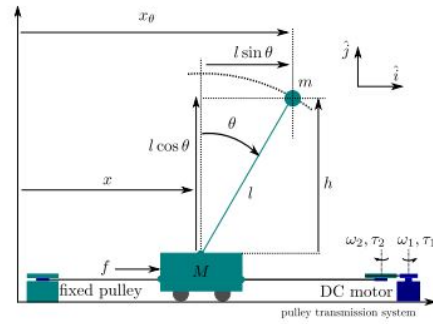
Pada Referensi ini akan diambil bagian penurunan model matematik dari sistem pendulum terbalik. Penulis menggunakan metode euler-lagrange, metode ini menurunkan persamaan dinamika dari sistem dengan menjabarkan energi kinetik dan potensial dari sistem untuk mendapatkan persamaan gerak dari sistem. Ilustrasi model sistem pendulum terbalik digambarkan pada gambar 1:

Persamaan *Euler-Lagrange* dituliskan dengan persamaan 1

$$\mathcal{L} = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{P}(q) \quad (1)$$

dimana

- $\mathcal{L}$  adalah Persamaan Lagrange
- $\mathcal{K}(q, \dot{q})$  adalah Energi Kinetik
- $\mathcal{P}(q)$  adalah Energi Potensial



Gambar 1. Ilustrasi Model Sistem Pendulum Terbalik [7]

energi kinetik dituliskan dengan persamaan 2

$$\mathcal{K}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

energi potensial dituliskan dengan persamaan 3

$$\mathcal{P}(q) = mgh \quad (3)$$

dimana

- $m$  adalah massa benda
- $v$  adalah turunan posisi
- $g$  adalah gaya gravitasi
- $h$  adalah ketinggian benda dari permukaan

kemudian persamaan gerak dapat diturunkan dari persamaan lagrange yang didapat dengan persamaan 4

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i \quad (4)$$

dimana

- $Q_i$  adalah gaya eksternal yang diberikan pada sistem
- $q_i$  adalah keluaran dari sistem,  $i = 1, 2, \dots$

Persamaan gerak dari sistem pendulum terbalik pada gambar 1 dituliskan dalam persamaan 5 dan 6

$$f = (M + m)\ddot{x} + m\ddot{\theta}\cos\theta - m\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (5)$$

dan

$$0 = m(\ddot{x}\cos\theta - \dot{\theta}\dot{x}\sin\theta) + m\dot{\theta}^2\sin\theta - (-m\dot{x}\dot{\theta}\sin\theta + mg\sin\theta) \quad (6)$$

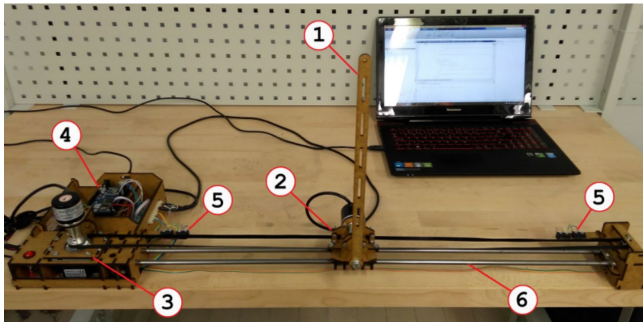
dimana

- $M$  adalah massa kereta
- $m$  adalah massa batang

- $\dot{x}$  adalah turunan pertama dari posisi
- $\ddot{x}$  adalah turunan kedua dari posisi
- $\theta$  adalah sudut kemiringan batang
- $\dot{\theta}$  adalah turunan pertama dari sudut kemiringan batang
- $\ddot{\theta}$  adalah turunan kedua dari sudut kemiringan batang
- $l$  adalah panjang batang

## 2.2 Design and development of a low-cost inverted pendulum for control education

Pada Referensi ini penulis menjelaskan komponen apa saja yang penulis gunakan untuk membuat suatu sistem pendulum terbalik untuk tujuan pendidikan dengan biaya yang rendah, karena sistem pendulum terbalik memiliki karakteristik dinamika yang menarik dan mudah dimengerti bagi orang yang memiliki pengetahuan dasar mengenai mekanika dan pergerakan.



**Gambar 2.** Rakitan Komponen Sistem Pendulum Terbalik[7]

Gambar 2 menggambarkan sebuah sistem pendulum terbalik yang telah dirakit, komponen dari sistem pendulum terbalik dari referensi ini adalah sebagai berikut:

1. Batang Pendulum
2. Kereta (*cart*)
3. Motor DC dengan Encoder
4. Arduino Mega
5. Limit Switch
6. Batang Rel untuk Kereta

Motor yang digunakan pada sistem pendulum terbalik ini adalah *motor stepper*, motor ini digunakan untuk mendapatkan sudut dari putaran motor sesuai yang diinginkan oleh pengguna. Pada referensi ini tidak dijelaskan mengapa motor stepper yang dipilih adalah motor dengan tipe Trinamic QSH618-45-28-110.

Sistem pendulum terbalik memerlukan sensor posisi dan sudut untuk mengetahui posisi dari kereta (*cart*) dan batang

pendulum, maka dari itu diperlukan *encoder* dari untuk mengetahui sudut dari *shaft* motor dan kecepatan dari gerakan kereta (*cart*).

Untuk keamanan sistem agar mencegah sistem berfungsi secara abnormal, maka digunakan dua buah sensor *limit switch* yang berfungsi untuk memutus sumber listrik ke motor agar kereta tidak bergerak melewati batas yang telah ditentukan yang telah diprogram pada mikrokontroler Arduino Mega.

## 2.3 Analysis & Control of Inverted Pendulum System Using PID Controller

Pada Referensi ini penulis menggunakan pengendali PID, namun untuk melakukan penyetelan nilai parameter padapengendali PID umumnya dilakukan menggunakan metode *trial & error*. Penulis menyatakan pengendali LQR itu setara dengan pengendali PD dua *loop* yang memiliki respon yang buruk, maka dari itu digunakanlah pengendali PID dan penyetelan dari nilai parameter PID menggunakan metode *pole-placement*.

Terdapat dua pengendali PID pada sistem yang dibuat oleh penulis, pengendali PID digunakan untuk mengendalikan posisi dari kereta (*cart*) dan sudut kemiringan dari batang pendulum. Persamaan 7 adalah persamaan umum dari pengendali PID

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (7)$$

dimana:

- $u(t)$  adalah gaya eksternal sistem
- $e(t)$  adalah nilai perbedaan *feedback* dengan *reference*
- $K_p$  adalah *gain* proporsional
- $K_i$  adalah *gain* integratif
- $K_d$  adalah *gain* derivatif

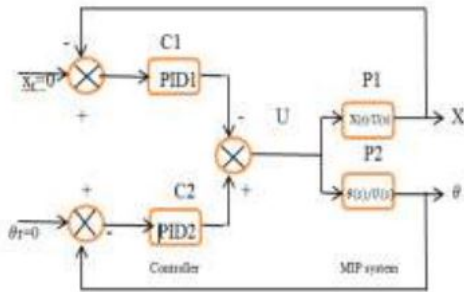
Pengendali PID pertama akan digunakan untuk mengendalikan posisi sedangkan PID kedua akan digunakan untuk mengendalikan sudut  $\theta$ . maka PID satu adalah  $PID1 = X(s)/U(s)$  dan PID dua adalah  $PID2 = \theta(s)/U(s)$ , persamaan ini didapat dari persamaan sistem secara umum yaitu *output/input* = sistem.

Persamaan karakteristik kontrol didapat dengan persamaan 8

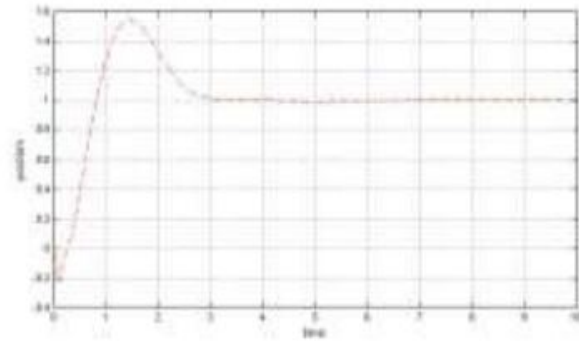
$$1 - PID1C1 + PID2C2 = 0 \quad (8)$$

dimana  $C1$  dan  $C2$  adalah persamaan umum dari pengendali PID. maka didapatkan lah persamaan karakteristik yang diinginkan pada persamaan 9

$$s^5 + p1s^4 + p2s^3 + p3s^2 + p4s + p5 \quad (9)$$



Gambar 3. Diagram Blok PID dua loop [8]

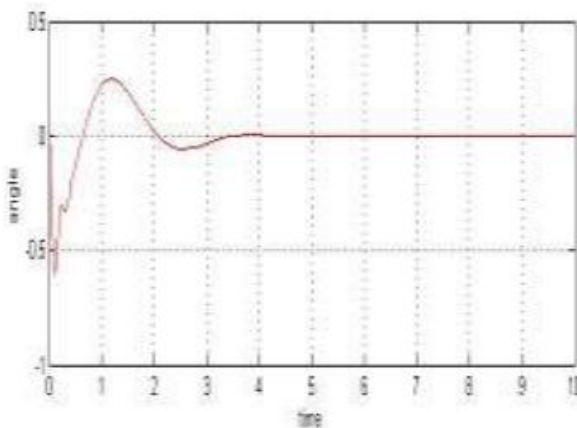


Gambar 5. Hasil grafik posisi kereta cart [8]

### 3. Hasil dan Pembahasan

Berikut adalah Hasil yang didapatkan setelah menelaah tiga buah referensi penelitian mengenai sistem pendulum terbalik

1. Terdapat dua cara untuk menurunkan model dinamika suatu sistem, menggunakan dinamika lagrange adalah salah satu caranya. model dinamika dari sistem pendulum terbalik dapat dilihat pada persamaan 5 dan 6 dengan menggunakan komponen sesuai pada referensi [5]
2. Hasil yang didapatkan penulis pada referensi [8] menyatakan bahwa dengan menggunakan pengendali PID dengan penyetelan parameter nilai PID dengan menggunakan metode *pole placement* menghasilkan hasil respon yang stabil dan memiliki *rise time* dan *overshoot* yang rendah dari posisi dan sudut yang dihasilkan oleh kereta cart dan batang pendulum yang digambarkan pada gambar 4 dan 5



Gambar 4. Hasil grafik sudut batang [8]

### 4. Kesimpulan

Berikut adalah Kesimpulan dari Telaah Pustaka dari beberapa referensi yang telah dilakukan:

1. Telah membaca [5] dan [7] dan telah memahami Model Dinamika Lagrange.
2. Telah menurunkan model lagrange dari sistem pendulum terbalik.
3. Telah mengetahui komponen dasar yang diperlukan untuk membuat sistem pendulum terbalik.
4. akan melanjutkan membaca [7] dan [8]
5. Akan melanjutkan membaca tentang Model Dinamika suatu sistem.
6. Akan mencari referensi memodelkan motor elektrik.
7. Akan mencari referensi kontrol PID lainnya

### Pustaka

- [1] Kent H. Lundberg and Taylor W. Barton. *History of Inverted-Pendulum Systems*. International Federation of Automatic Control, 2010.
- [2] Olfa Boubaker. *The Inverted Pendulum: A fundamental Benchmark in Control Theory and Robotics*. In *Education and e-Learning Innovations*, Self Published, 2012.
- [3] Hellman, Hanna and Sunnerman, Henrik. *Two-Wheeled Self-Balancing Robot: Design and control based on the concept of an inverted pendulum*. London: KTH, 2015.
- [4] Ooi, Rich Chi *Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot*. Perth: The University of Western Australia, 2003.
- [5] P. Kumar and J.Mahto *CONTROLLER DESIGN OF INVERTED PENDULUM USING POLE PLACEMENT AND LQR*. IJRET, 2012.
- [6] Bakaráč, Peter and Kalúz, Martin and others *Design and development of a low-cost inverted pendulum for control education*. IEEE, 2017.
- [7] Indrazno Siradjuddin, Budhy Setiawan, And Ahmad Fahmi *State Space Control Using LQR Method for a Cart-Inverted Pendulum Linearised Model*. IJMME, 2017.

- [8] Vivek Kumar pathak and Sankalp Paliwal *Analysis & Control of Inverted Pendulum System Using PID*.IJERA, 2017.