

STATIS

STATIS : Foucart's COA	
STATIS: Operator averaging	g
STATIS: Table averaging	

STATIS: Foucart's COA



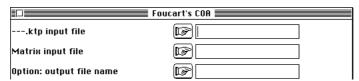
Méthode statistique K-tableaux du type analyse des correspondances.



L'objectif est de faire simultanément plusieurs analyses des correspondances sur des tableaux portant sur les mêmes lignes et les mêmes colonnes. Cette pratique est définie par T. Foucart qui donne son nom à l'option 1.



L'option utilise une seule fenêtre de dialogue :



Nom du fichier de type ---.ktta définissant un K-tableaux.

Nom du fichier des données associé à cette structure de K-tableau. Les deux choix doivent évidemment être compatibles.

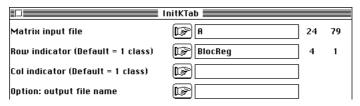
potion : nom générique des fichiers de sortie. Par défaut, il dérive du nom du tableau de données par adjonction du suffixe M.



Utiliser la carte Successions ² de la pile ADE-4•Data. Transposer le fichier (FilesUtil : Transpose):



Définir avec le résultat un K-tableaux (KTabUtil : InitKTab) :





4 tableaux sont superposés. Ils ont en commun 79 colonnes (espèces) et 6 lignes (strates, types de végétation). L'option <u>STATIS</u>: <u>Foucart's COA</u> suppose que les tableaux sont appariés par les lignes et par les colonnes. Elle contrôle que les tableaux ont tous mêmes dimensions mais il appartient à l'utilisateur de vérifier que les objets de mesure sont les mêmes dans chaque tableau. Par exemple si les strates n'étaient pas présentées dans le même ordre dans chaque région, le programme accepterait les données puisque le nombre serait constant mais l'analyse serait totalement stupide.

Option: InitKTab Input file: A Row indicator file: BlocReg Col indicator file: Output ASCII file: A!.ktp

> 4:6/6/6/6/ 1:79/

Numérotation des lignes par tableau (4 modalités-régions), au total (24 modalitésstrates•régions) ³, dans un tableau (6 modalités-strates) soit un total de 34 modalités :

Qualitative variable file: A!TLl Number of rows: 24, variables: 3, categories: 34 Auxiliary ASCII output file A!TLl.label: label file Numérotation des colonnes par tableau (4 modalités-régions), au total (79 modalités-espèces), dans un tableau (79 modalités-espèces) soit un total de 162 modalités :

```
Qualitative variable file: A!TCc
Number of rows: 316, variables: 3, categories: 162
Auxiliary ASCII output file A!TCc.label: label file
```

Numérotation des axes par tableau (4 modalités-régions) et dans un tableau (4 modalités-axes) soit un total de 8 modalités :

```
Qualitative variable file: A!T4a
Number of rows: 16, variables: 2, categories: 8
Auxiliary ASCII output file A!T4a.label: label file
```

Exécuter l'analyse :



```
Option Foucart's COA
Input file A
Number of rows: 24 columns: 79 blocs: 4
```

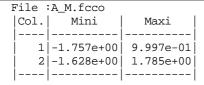
Chaque tableau est passé en pourcentage de son abondance totale. Un tableau compromis est calculé en faisant simplement la moyenne des tableaux du type $[p_{ij}]$. Cette moyenne est encore une distribution de fréquence bivariée du type $[p_{ij}]$. Son analyse des correspondances est exécutée et la somme totale vaut l'unité :

```
fc/COA: Correspondence analysis
Input file: A_M
Number of rows: 6, columns: 79
File A_M.fcma contains:
    the number of rows: 6
    the number of columns: 79
    the total number: 1
```

Le titre de cette analyse est A_M.fc :

Les valeurs propres sont éditées :

```
Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum | Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum | 01 +5.7435E-01 +0.5794 +0.5794 | 02 +2.2225E-01 +0.2242 +0.8036 | 03 +9.1626E-02 +0.0924 +0.8960 | 04 +7.2898E-02 +0.0735 +0.9695 | 05 +3.0223E-02 +0.0305 +1.0000 | 06 +0.0000E+00 +0.0000 +1.0000 | File A_M.fcvp contains the eigenvalues and relative inertia for each axis --- It has 79 rows and 2 columns
```



File A_M.fcli contains the row scores $\,$

--- It has 6 rows and 2 columns

File :A_M.fcli

Col. Mini		Maxi
1	-1.331e+00	7.576e-01
2	-7.675e-01	8.416e-01

Cette AFC classique est simplement complétée par la projection en lignes supplémentaires de toutes les lignes de tableaux de départ et en colonnes supplémentaires de toutes les colonnes du tableau de départ.

Title of the analysis: A_M.fcta Number of rows: 6, columns: 79

File A_M_TLl contains the coordinates of the rows

projected as supplementary individuals

It has 24 rows and 2 columns

File :A_M_TLl

Col.	Mini	Maxi	
1	-2.077e+00	8.248e-01	
2	-1.868e+00	2.498e+00	

Title of the analysis: A_M.fcta Number of rows: 6, columns: 79

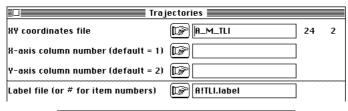
File A_M_TCc contains the coordinates of the columns projected as supplementary individuals $\,$

It has 316 rows and 2 columns

File :A_M_TCc

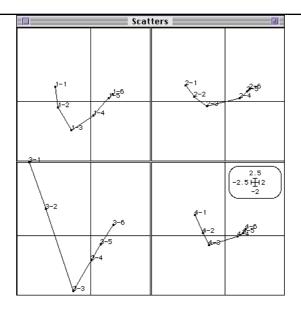
Col.	Mini	Maxi
!	!	 9.997e-01
2	-1.628e+00 	1.785e+00

Le dépouillement ne pose pas de problèmes particuliers. Utiliser de préférence le multifenêtrage par tableaux (Scatters : Trajectories) :



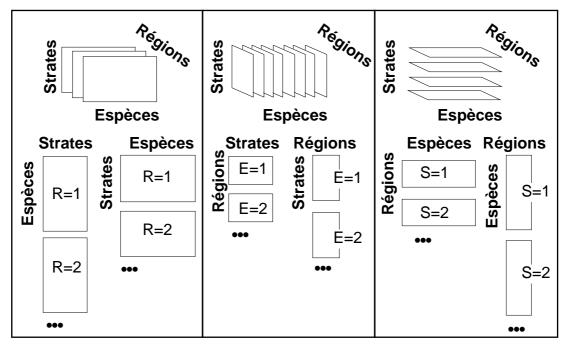


Ce qui concerne les lignes est dans la structure TLl (T numéro du tableau, L numéro de la ligne globale, l numéro de la ligne par tableau). L'analyse a caractérisé le gradient commun de végétation sur lequel se distribue la niche des espèces d'oiseaux dans chaque région, ce n'est pas l'objectif des auteurs :



@\

La principale difficulté de ces approches est le choix de la face du cube qui sert de référence. Il y a toujours 6 dispositions fondamentales :



En AFC elles sont équivalentes deux à deux et il y a trois stratégies d'analyse qui donnent des résultats radicalement différents.



Reprendre le même exemple. Trier les lignes (regions•strates)³ du tableau A par strates (tri par numéro de la ligne par tableaux, donc sur la colonne 3 de A!TLl). L'option <u>KTabUtil : SortKTab</u> permet de transférer la structure de K-tableaux à cette nouvelle disposition :



Option: SortKTab
Input file: A

-> Rows: 24, columns: 79

-> Content: 4 tables with 6 rows and 79 columns

Input ASCII file: A!.ktp

```
Output file: B
Output ASCII file: B!.ktp
-> Rows: 24, columns: 79
-> Content: 6 tables with 4 rows and 79 columns
Output ASCII file: B!.ktp

6:4/4/4/4/4/4/
1:79/
```

Numérotation des lignes par tableau (6 modalités-strates), au total (24 modalités-strates•régions), dans un tableau (4 modalités-région) soit un total de 34 modalités :

```
Qualitative variable file: B!TLl
Number of rows: 24, variables: 3, categories: 34
Auxiliary ASCII output file B!TLl.label: label file
```

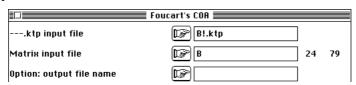
Numérotation des colonnes par tableau (6 modalités-strates), au total (79 modalités-espèces), dans un tableau (79 modalités-espèces) soit un total de 164 modalités :

```
Qualitative variable file: B!TCc
Number of rows: 474, variables: 3, categories: 164
Auxiliary ASCII output file B!TCc.label: label file
```

Numérotation des axes par tableau (6 modalités-strates) et dans un tableau (4 modalités-axes) soit un total de 10 modalités :

```
Qualitative variable file: B!T4a
Number of rows: 24, variables: 2, categories: 10
Auxiliary ASCII output file B!T4a.label: label file
```

Refaire l'analyse:



```
Option Foucart's COA
Input file B
Number of rows: 24 columns: 79 blocs: 6
 _____
fc/COA: Correspondance analysis
Input file: B_M
Number of rows: 4, columns: 79
File B_M.fcpl contains the margin distribution of rows
It has 4 rows and 1 column
File B_M.fcpc contains the margin distribution of columns
It has 79 rows and 1 column
File B_M.fcta contains the double centred table DI-1*P*DJ-1 -1I*1J'
It has 4 rows and 79 columns
File B_M.fcma contains:
    the number of rows: 4
     the number of columns: 79
    the total number: 1
Total inertia: 1.21032
Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
                                   |Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
|02 +3.5909E-01 +0.2967 +0.7327
01 +5.2777E-01 +0.4361 +0.4361
03 +3.2346E-01 +0.2673 +1.0000
                                 04
                                       +0.0000E+00 +0.0000 +1.0000
```



Il n'y a pas réduction de dimension et ceci est rarissime.

File B_M.fcvp contains the eigenvalues and relative inertia for each axis
--- It has 79 rows and 2 columns

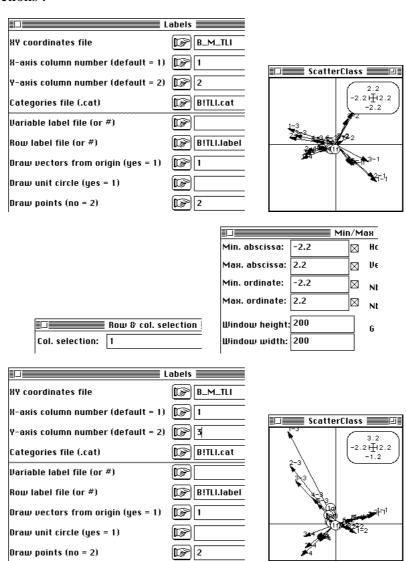
Title of the analysis: B_M.fcta
Number of rows: 4, columns: 79

File B_M_TLl contains the coordinates of the rows
projected as supplementary individuals
It has 24 rows and 3 columns

File :B_M_TLl

Col.	Mini	Maxi

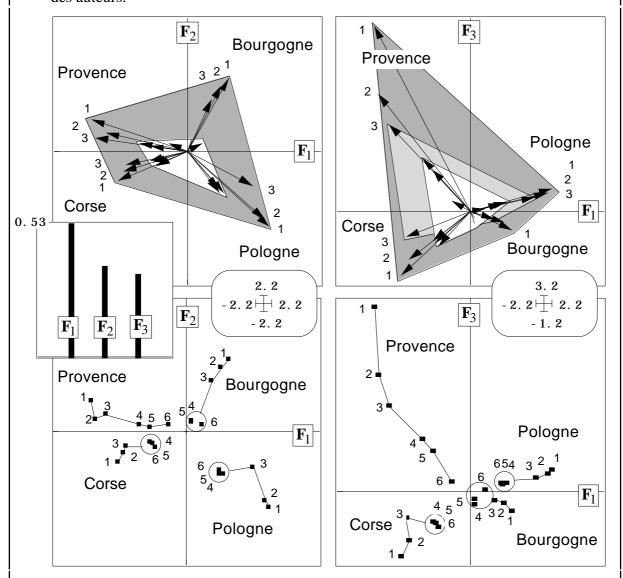
Il est possible de multifenêtrer par tableau (6) mais il faut 2 plans pour 3 facteurs. On préfère directement superposer (ScatterClass : Labels) en gardant la même échelle dans les trois directions :



L'interprétation de la figure (ci-dessous) se fait sans difficulté et l'analyse est particulièrement adaptée aux objectifs biologiques.

Les trois strates forestières sont quasiment équivalentes. La disparité inter-régionale y est faible, sans être nulle.

La typologie se renforce dans le gradient d'ouverture et on peut parler soit de convergence des communautés dans les milieux fermés, soit de divergence des contenus faunistiques dans les milieux ouverts. La deuxième formulation est plus en accord avec la discussion des auteurs.



- 1 Foucart, T. (1978) Sur les suites de tableaux de contingence indexés par le temps. Statistique et Analyse des données : 2, 67-84.
 - 2 Blondel, J. & Farré, H. (1988) The convergent trajectories of bird communities along ecological successions in european forests. *Œcologia* (*Berlin*): 75, 83-93.
 - On note A•B la numérotation des objets dépendants de deux variables qualitatives A (m_A) modalités) et B (m_B modalités) dans l'ordre 11, 12, ..., 1m_B, 21, 22, ..., 2m_B, ..., m_A1, $m_{\rm A}2, ..., m_{\rm A}m_{\rm B}$.

STATIS: Operator averaging



Méthode d'analyse multi-tableaux appelée Structuration des Tableaux À Trois Indices de la Statistique par L'Hermier des Plantes ¹. Les bases théoriques sont développées dans les travaux de Y. Escoufier ². La diffusion est assurée par Ch. Lavit ³. La méthode est reconnue comme un standard conceptuel dans plusieurs revues comparatives récentes 4. Les exemples d'utilisation sont relativement rares ⁵ ⁶.



L'objectif est de comparer plusieurs analyses de tableaux ayant en commun les lignesindividus (on dit STATIS sur les WD) ou les colonnes-variables (on dit STATIS sur les **VQ**). Quand les lignes et les colonnes sont en commun on dit STATIS sur les **X** et cette méthode est mise en œuvre dans une autre option (voir STATIS : Table averaging). La présente option assure les deux versions VQ et WD de la même manière et est un programme général de STATIS sur les opérateurs. Il fonctionne au choix sur les indices COVV ou RV et accepte tous les types de centrage et de pondération.



L'option utilise une seule fenêtre de dialogue :



Nom du fichier de type ---.ktta définissant un K-tableaux.

Option de définition du compromis. Taper 1 pour obtenir la diagonalisation de la matrice des coefficients COVV. Par défaut, on obtient la diagonalisation de la matrice des coefficients RV. Un coefficient COVV est l'équivalent entre deux tableaux d'une covariance entre deux variables. Un coefficient RV est l'équivalent entre deux tableaux d'une corrélation entre deux variables. On part du principe que l'option COVV s'emploie quand on veut laisser jouer la VAV d'un tableau (Variance vectorielle, ou COVV d'un tableau avec lui-même, équivalent pour un tableau de la variance pour une variable, ou encore carré de la norme d'Hilbert-Schmidt de son opérateur, ou encore somme des carrés des valeurs propres de son analyse). L'option par défaut est l'option RV, car en général la VAV des tableaux est hétérogène et les *gros* tableaux jouent alors un rôle écrasant.



On donne ici un exemple d'utilisation sur les **VQ**. Dans la documentation thématique on trouvera plusieurs exemples de STATIS sur les **WD**.

Utiliser la carte Fatala de la pile ADE-4 \bullet Data. Passer le tableau Fatala en Log(x + 1) pour limiter l'effet des dénombrements (Bin->Bin : c*Log[a*x+b]). Le fichier FaLog a 95 lignes (coups de filet) et 33 colonnes (espèces). Définir la structure du K-tableaux (KTabUtil: InitKTab):



Option: InitKTab Input file: FaLog Row indicator file: Bloc Col indicator file: Output ASCII file: FaLog!.ktp



6 tableaux sont superposés. Ils ont en commun 33 colonnes (espèces). Le nombre de pêches par date est indiqué dans la partition en 6 blocs de lignes :

6:16/15/16/16/16/16/ 1:33/

L'option <u>STATIS</u>: Operator averaging suppose que les tableaux sont appariés par les colonnes et prend un K-tableaux superposés. Mais cette structure ne préjuge pas si les objets en commun sont des variables ou des individus (au sens statistique). Cela est décidé par l'utilisateur au moment du centrage (voir les fiches thématiques du fascicule 6).

```
Qualitative variable file: FaLog!TLl
Number of rows: 95, variables: 3, categories: 117
Auxiliary ASCII output file FaLog!TLl.label: label file
```

Numérotation des lignes par tableau (6 modalités-dates), au total (95 modalités-coups de pêche), dans un tableau (16 modalités-coups de pêche, dans le plus grand tableau) soit un total de 117 modalités :

```
Qualitative variable file: FaLog!TCc
Number of rows: 198, variables: 3, categories: 72
Auxiliary ASCII output file FaLog!TCc.label: label file
```

Numérotation des colonnes par tableau (6 modalités-dates), au total (33 modalités-espèces), dans un tableau (33 modalités-espèces) soit un total de 72 modalités :

```
Qualitative variable file: FaLog!T4a
Number of rows: 24, variables: 2, categories: 10
Auxiliary ASCII output file FaLog!T4a.label: label file
```

Numérotation des axes par tableau (6 modalités-dates) et dans un tableau (4 modalités-axes) soit un total de 10 modalités :

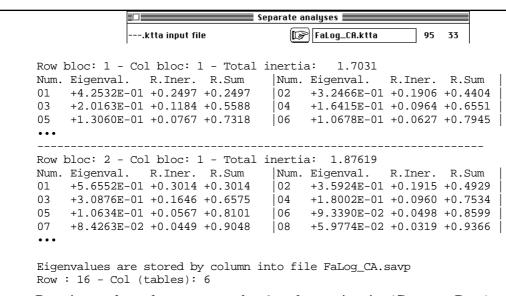
Centrer le K-tableaux. L'opération (<u>KTabUtil</u>: <u>CentringKtab</u>, <u>KTabUtil</u>: <u>NormelizeKtab</u>, <u>KTabUtil</u>: <u>COAKtab</u>) est fondamentale. Les tableaux sont des tableaux faunistiques. On peut opter pour l'ACP (centrée par espèce) ou l'AFC (doublement centrée). On utilise l'AFC avec un double centrage par espèce et par coup de pêche:

	COAKtab		
ktp input file	FaLog!.ktp		
Matrix input file	[[@] FaLog	95	33
Option: output file name			

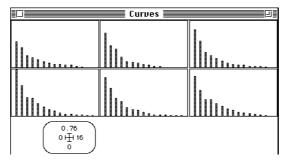
On récupère un K-tableaux centré formé de 6 triplets statistiques d'ACP doublement centrée avec les mêmes variables (colonnes) et des individus distincts (coups de pêche). On veut comparer ces 6 ACP, donc comparer 6 structures espèces-relevés dans 6 occasions différentes. Les relevés sont distribués sur 4 stations dans un gradient d'éloignement à l'océan (structure estuarienne).

L'enjeu est de savoir si l'hydrologie (débit variant de 10 à 400 m3/s) influe sur la structure, c'est-à-dire l'intensité de la séparation des espèces entre les biotopes utilisés. Ce passage du facteur de milieu intervenant sur la composition du peuplement (problème classique) au facteur de milieu intervenant sur la structuration est caractéristique du passage des méthodes de couplage aux méthodes de K-tableaux. Le facteur (ici le temps qui intègre le débit, donc la salinité, et la température) définit les tableaux. Chaque tableau mérite une analyse séparée, qu'il convient de faire au moins pour bien comprendre l'objectif poursuivi.

Exécuter ces analyses séparées (KTA : Separate analyses) :



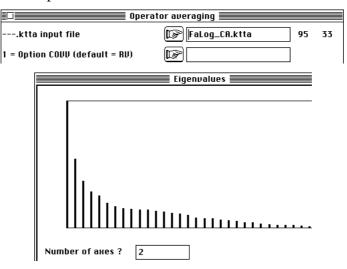
Représenter les valeurs propres des 6 analyses séparées (<u>Curves : Bars</u>) :



5 des 6 tableaux méritent une réduction en dimension 2. Faire les cartes espèces et relevés des 6 analyses séparées et noter combien une analyse de synthèse, coordonnée pour orienter les axes de manière unique est souhaitable. Tout est disponible dans les fichiers :

```
File FaLog_CA.saTLli contains row scores in the separate analyses
It has 95 rows and 4 columns
It is to be used with --TLl.label and --TLl.cat files
File FaLog_CA.saTCco contains column scores in the separate analyses
It has 198 rows and 4 columns
It is to be used with --TCc.label and --TCc.cat files
File FaLog_CA.sapa contains total inertia and rank for each separate analyses
It has 6 rows and 2 columns
```

Exécuter la présente option :



Edition de la matrice des coefficients RV. Il n'y a pas de très fortes valeurs mais elles sont remarquablement constantes.



Ce coefficent RV peut être compris comme le rapport de la structure de co-inertie de deux tableaux (il existe une analyse de co-inertie appariée par les espèces pour chaque couple de dates) rapportée au produit de leur structure d'inertie (la rapport est compris entre 0 et 1). Ce coefficient RV est ainsi édité dans le listing de CoInertia : Coinertia analysis.

La matrice des RV est conservée dans le ficher ---.oaRV (oa nom générique pour Operator Averaging, car cette analyse fondamentalement cherche une structure moyenne d'opérateurs) :

```
File FaLog_CA.oa+RV contains the cosines between operators It has 6 rows and 6 columns
```

Les tableaux ne sont pas comparables, car ils n'ont pas les mêmes lignes. Par contre les matrices de produits scalaires interspécifiques sont comparables (puisque les espèces sont les mêmes). On va donc construire une pseudo-matrice de covariances (au sens large, puisqu'on est ici dans une logique AFC) en combinant les 6 matrices observées. Le listing rappelle qu'on a choisi l'option diagonalisation de la matrice des RV :

Compromise with the cosines between operators

Le listing donne les valeurs propres de la matrice des RV :

```
      Num.
      Eigenval.
      R.Iner.
      R.Sum
      Num.
      Eigenval.
      R.Iner.
      R.Sum

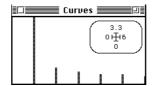
      01
      +3.2701E+00
      +0.5450
      +0.5450
      | 02
      +7.9391E-01
      +0.1323
      +0.6773

      03
      +6.0299E-01
      +0.1005
      +0.7778
      | 04
      +4.8605E-01
      +0.0810
      +0.8588

      05
      +4.6503E-01
      +0.0775
      +0.9363
      | 06
      +3.8197E-01
      +0.0637
      +1.0000
```

Cette phase est classiquement appelée **analyse de l'interstructure**. Les valeurs propres de la matrice des RV est conservée dans le fichier ---.oa+EV :

File FaLog_CA.oa+EV contains the eigenvalues of the interstructure analysis It has 6 rows and 1 columns



L'analyse vaut la peine si on distingue clairement une première valeur propre isolée. C'est bien le cas. Il s'agit d'une ACP non centrée dans l'espace des matrices de covariances.

Les vecteurs propres de la matrice des RV est conservée dans le fichier ---.oa+IS :

```
File FaLog_CA.oa+IS contains the table scores of the interstructure analysis
It has 6 rows and 6 columns
```

Ces vecteurs propres donnent une image euclidienne de la ressemblance entre tableaux mesurée par les RV (<u>ScatterClass</u> : <u>Labels</u>) :

		Scatters ====================================
		Octobra
Labels	■ III Min/Mi	
XY coordinates file FaLog_CA.o		
X-axis column number (default = 1)	Ман. abscissa: 1 ⊠	
Y-axis column number (default = 2)	Min. ordinate: □4	
Label file (or # for item numbers) [See Label_Date	Max. ordinate: .6 ⊠	₽Décembre
Draw vectors from origin (yes = 1)	Window height: 250	Juin Féirrien
Draw unit circle (yes = 1)	Window width: 250	Févrairi I

Le premier vecteur propre a 6 composantes qui sont toujours du même signe. Les positions sont assez homogènes et les 6 tableaux vont participer à la définition du compromis. Ces positions sont des poids affectés à chacune des matrices de covariance qui permettent de les combiner pour former une matrice de covariances dite matrice du compromis.

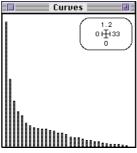


On note l'existence du compromis, en même temps que l'isolement des deux dates de la saison des pluies (Août et octobre, 3 et 4). La méthode ne peut faire une **typologie** de **structure**, ce qui limite le terme d'analyse de l'interstructure, mais indique qu'une telle typologie de structure serait souhaitable.

La matrice de covariance synthétique est diagonalisée : on dit qu'on fait l'analyse du **compromis**. Les valeurs propres de cette diagonalisation sont éditées :

```
Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
01 +1.1299E+00 +0.2132 +0.2132
                                           |Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
|02 +6.1256E-01 +0.1156 +0.3289
03
      +4.1679E-01 +0.0787 +0.4075
                                           |04 +3.2350E-01 +0.0611 +0.4686
      +1.4375E-02 +0.0027 +0.9993
                                           |32 +3.8901E-03 +0.0007 +1.0000 |
31
      +0.0000E+00 +0.0000 +1.0000
```

Ces valeurs propres sont affichées à l'écran et on demande de choisir un nombre réduit de facteurs. Il est légitime d'en conserver au moins 2 :



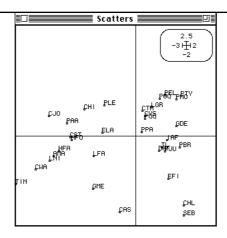
Les valeurs propres du compromis sont conservées dans un fichier ---.oa+vp :

File FaLog_CA.oa+vp contains the eigenvalues of the compromise analysis It has 33 rows and 1 columns

On les juge comme dans une analyse ordinaire. Fondamentalement les poids des tableaux sont choisis pour que la somme des carrés des valeurs propres du compromis soit optimale, c'est à dire de manière à ce que ce graphe de valeurs propres soit le plus explicite possible. Le compromis est de dimension importante et on garde deux axes pour simplifier l'illustration. La diagonalisation donne des scores aux colonnes (ici espèces) et fait donc une typologie de référence des taxons :

File FaLog_CA.oa+co contains the column scores (analysis of the compromise) It has 33 rows and 2 columns

File :FaLog_CA.oa+co |Col.| Mini Maxi 1 -2.994e+00 | 1.216e+00 2 | -1.785e+00 | 9.137e-01



La méthode donne un repère de référence dans R³³ (la dimension commune) qui s'interprète du point de vue des espèces (dans la logique d'une analyse en coordonnées principales, voir <u>Distances</u>: <u>Principal Coordinates</u>). Dans ce repère on peut projeter les 6 nuages de points:

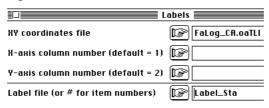
File $FaLog_CA.oaTLl$ contains the standard column scores with lambda norm It has 95 rows and 2 columns

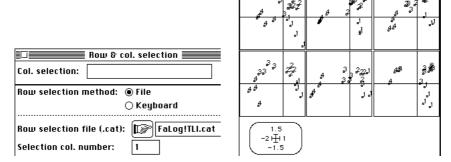
It is to be used with --TLl.label and --TLl.cat files

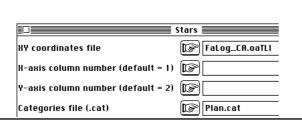
File :FaLog_CA.oaTLl

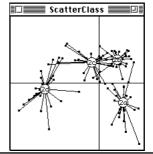
Col.	Mini	Maxi
1	-1.796e+00	9.064e-01
2	-1.369e+00	8.778e-01

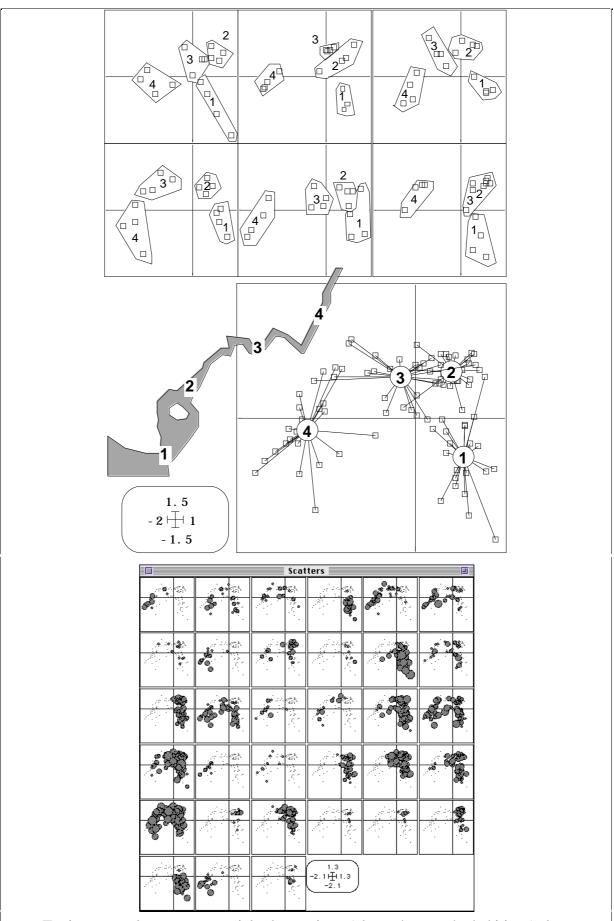
Dans Scatters: Labels puis ScatterClass: Stars:











Typiquement, la structure spatiale des stations (observées par 4 répétitions) donne une structure faunistique globale reproduite de manière variable. Le gradient attendu est exprimé de manière optimale au cœur de la saison humide (mois n° 4).

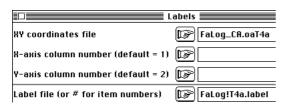
Sur le plan de référence, on peut projeter les axes principaux de chacun des nuages 7:

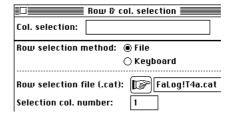
File FaLog_CA.oaT4a contains the axis scores of the separate analyses It has 24 rows and 2 columns

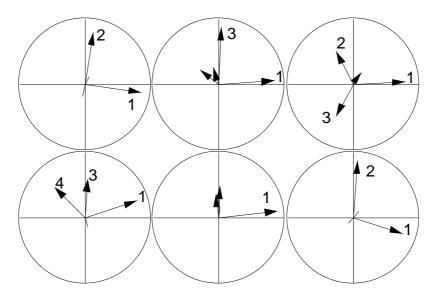
It is to be used with --T4a.label and --T4a.cat files

File:FaLog_CA.oaT4a

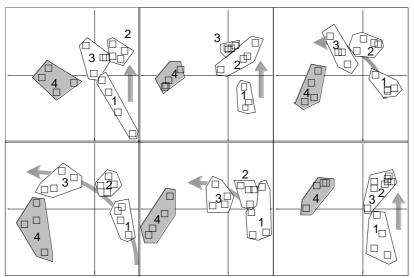
Col. Mini		Mini	Maxi
			 9.147e-01
	!	-4.930e-01	!!!







L'axe 1 du compromis est l'axe 1 de chacune des analyses séparées, ce qui indique que la partie permanente de la structure est l'originalité de la station 4. L'axe 2 du compromis est approximativement les axes 2 des dates 1 et 6 (saison sèche) et l'axe 3 de la date 2. En saison humide la structure des tableaux n'est pas exprimée et ce qui s'exprime dans le plan du compromis est très différent. On enrichit l'interprétation :



Les trois fichiers suivants décrivent la position des espèces dans chaque tableau et sont ici ignorés. L'analyse s'achève par :

Typological value indices
Rows = row number of each table
Weights = Weights of operators in the compromise
NS norm2 = Square norm (Hilbert-Schmidt) of operators
Cos2 = Square cosine betweem operator and approximated compromise

Number	Rows	Weights	NS norm2	Cos2
1	16	4.362e-01	4.008e-01	0.418
2	15	4.266e-01	6.108e-01	0.461
3	16	3.805e-01	7.186e-01	0.327
4	16	4.012e-01	1.088e+00	0.394
5	16	4.109e-01	7.988e-01	0.372
6	16	3.914e-01	8.644e-01	0.330

On a le nombre de points par tableau, son poids dans la constitution du compromis (déjà observé comme très stable), la norme d'Hilbert-Schmit de l'opérateur associé qui varie dans une proportion de 1 à 2.5 et est optimum en saison humide (ce qui indique que la typologie forte de ces dates n'est pas exprimée totalement dans le compromis, du moins dans ses deux premiers axes) et le cosinus carré entre l'opérateur à une date donnée et l'opérateur compromis reconstitué par les axes conservés (donc ici la reconstitution de rang 2). Il n'y a pas de fortes valeurs (maximum à l'unité) mais une grande stabilité. Dans la structure du compromis une part de l'information sur la structure de certaines dates est perdue. Le compromis est une structure moyenne calculée puis analysée. Cette typologie moyenne est ensuite reconstruite par chaque tableau et cette reconstruction varie d'une date à l'autre. L'analyse simple de ce type de tableau fait évidemment l'impasse sur de telles observations. STATIS sur les **VQ** est du type intra-classe mais la recherche des axes communs est beaucoup plus sophistiquée et plus solide.

- On trouvera une illustration utilisant le même programme dans le cas d'une ACP centrée par taxon dans ⁸ (version STATIS sur **WD**) qui s'exécute de la même manière sur un tableau partitionné par groupes taxonomiques.
- STATIS a des objectifs de compromis entre analyses qu'on retrouve dans l'analyse factorielle multiple (voir la fiche de MFA : Variable groups) et dans l'analyse de co-inertie multiple (voir la fiche de KTA : ACOM). Dans ces dernières, le compromis est reconstitué axe par axe au lieu d'être d'abord calculé puis décomposé en axes séparés 9.
- L'Hermier des Plantes, H. (1976) Structuration des tableaux à trois indices de la statistique. Théorie et applications d'une méthode d'analyse conjointe. Thèse de 3° cycle, USTL, Montpellier.
- Escoufier, Y. (1973) Le traitement des variables vectorielles. *Biometrics*: 29, 750-760. Escoufier, Y. (1976) Opérateur associé à un tableau de données. *Annales de l'INSEE*: 22-23, 165-178.
 - Robert, P. & Escoufier, Y. (1976) A unifying tool for linear multivariate statistical methods: the RV coefficient. *Applied Statistics*: 25, 3, 257-265.
 - Escoufier, Y. (1977) Operators related to a data matrix. In: *Recent developments in Statistics*. Barra, J.R. & Coll. (Eds.) North-Holland. 125-131. Escoufier, Y. (1980) L'analyse conjointe de plusieurs matrices de données. In: *Biométrie et Temps*. Jolivet, M. (Ed.) Société Française de Biométrie, Paris. 59-76.
 - Escoufier, Y. (1985) Objectifs et procédures de l'analyse conjointe de plusieurs tableaux de données. *Statistique et Analyse des Données* : 10, 1, 1-10.
 - Escoufier, Y. (1987) Three-mode data analysis: the STATIS method. In: *Methods for multidimensional data analysis*. ECAS. 325-338.

- Lavit, Ch. (1988) *Analyse conjointe de tableaux quantitatifs*. Masson, Paris. 1-240. Lavit, Ch., Escoufier, Y., Sabatier, R. & Traissac, P. (1994) The ACT (Statis method). *Computational Statistics and Data Analysis*: 18, 97-119.
- Carlier, A., Lavit, Ch., Pagès, M., Pernin, M.O. & Turlot, J.C. (1989) A comparative review of methods wich handle a set of indexed data tables. In: *Multiway data analysis*. Coppi, R. & Bolasco, S. (Eds.) Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland. 85-101.
 - Bove, G. & Di Ciaccio, A. (1994) A user-oriented overview of multiway methods and software. *Computational Statistics and Data Analysis*: 18, 15-37.
 - Kiers, H.A.L. (1991) Hierarchical relations among three-way methods. *Psychometrika*: 56, 449-470.
 - Rizzi, A. & Vichi, M. (1995) Representation, synthesis, variability and data preprocessing of a three-way data set. *Computational Statistics and Data Analysis*: 19, 203-222.
- L'Hermier des Plantes, H. & Thiébault, B. (1977) Etude de la pluviosité au moyen de la méthode S.T.A.T.I.S. Revue de Statistique Appliquée: 25, 57-81.
 Lavit, Ch. (1985) Application de la méthode STATIS. Statistique et Analyse des données: 10, 103-116.
 Amanieu, M., Guelorget, O. & Nougier-Soule, J. (1981) Analyse de la diversité de la macrofaune benthique d'une lagune littorale méditerranéenne. Vie Milieu: 31, 303-312.
 Génard, M., Souty, M., Holmes, S., Reich, M. & Breuils, L. (1994) Correlation among quality parameters of peach fruit. J. Sci. Food Agric: 66, 241-245.
- Baran, E. (1995) Dynamique spatio-temporelle des peuplements de Poissons estuariens en Guinée (Afrique de l'Ouest). Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale. 1-204 + annexes.
- 7 Place, M.C. (1980) Contribution algorithmique à la mise en œuvre de la méthode STATIS. Thèse de troisième cycle, Université de Montellier II.
- 8 Chessel, D. & Hanafi, M. (1996) Analyses de la co-inertie de K nuages de points. *Revue de Statistique Appliquée*: 44, 35-60.
- Pagès, J. (1995) Eléments de comparaison de l'Analyse Factorielle Multiple et de la méthode STATIS. In: XXVIIe Journées de Statistique, Jouy-en-Josas, 15-19 mai 1995. Groupe HEC, 1 rue de la libération, 78351 Jouy-en-Josas cedex, France. 492-496.

STATIS: Table averaging



Méthode multi-tableaux appelée à tort analyse triadique dans ¹ et à raison analyse triadique partielle dans ² ou Pré-STATIS (ou STATIS sur les X) dans ³ ou PCA-SUP (PCA of a derived two-way supermatrix) dans ⁴ et envisagée à l'origine dans ⁵.



L'objectif est de définir la structure commune à K tableaux ayant les mêmes lignes et les mêmes colonnes.



🖄 L'option utilise une seule fenêtre de dialogue :

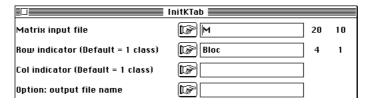


Nom du fichier de type ---.ktta définissant un K-tableaux.

Option de définition du compromis. Taper 1 pour obtenir la diagonalisation des coefficients RV. Par défaut, on obtient la diagonalisation de la matrice des coefficients COVV. Un coefficient COVV est l'équivalent entre deux tableaux d'une covariance entre deux variables. Un coefficient RV est l'équivalent entre deux tableaux d'une corrélation entre deux variables. Cette notion 6 est à la base de toutes les analyses de type STATIS. On part du principe que quand les tableaux sont totalement appariés (mêmes lignes et mêmes colonnes) on peut laisser jouer la VAV (Variance vectorielle, ou COVV d'un tableau avec lui-même, équivalent pour un tableau de la variance pour une variable, ou encore carré de la norme d'Hilbert-Schmidt de ce tableau, ou encore somme des valeurs propres de son analyse, ou encore inertie totale du tableau). C'est pourquoi l'option par défaut de STATIS: Table averaging est l'option COVV et que l'option par défaut de STATIS: Operator averaging est l'option RV.



Utiliser le dossier créé par la carte Meau_Statis de la pile ADE-4•Data. Définir la structure du K-tableaux (KTabUtil : InitKTab) :



Option: InitKTab Input file: M

Row indicator file: Bloc Col indicator file: Output ASCII file: M!.ktp



4 tableaux sont superposés. Ils ont en commun 10 colonnes (variables) et ils ont en commun 5 lignes (stations). L'option STATIS : Table averaging suppose que les tableaux sont appariés par les lignes et par les colonnes. Elle contrôle que les tableaux ont tous même dimension mais il appartient à l'utilisateur de vérifier que les objets de mesure sont les mêmes dans chaque tableau. Par exemple si les stations n'étaient pas présentées dans le même ordre à chaque date, le programme accepterait les données puisque le nombre serait constant mais l'analyse serait totalement stupide.

4:5/5/5/5/ 1:10/

Numérotation des lignes par tableau (4 modalités-dates), au total (20 modalités-relevés), dans un tableau (5 modalités-stations) soit un total de 29 modalités :

```
Qualitative variable file: M!TLl
Number of rows: 20, variables: 3, categories: 29
Auxiliary ASCII output file M!TLl.label: label file
```

Numérotation des colonnes par tableau (4 modalités-dates), au total (10 modalités-variables), dans un tableau (10 modalités-variables) soit un total de 24 modalités :

```
Qualitative variable file: M!TCc
Number of rows: 40, variables: 3, categories: 24
Auxiliary ASCII output file M!TCc.label: label file
```

Numérotation des axes par tableau (4 modalités-dates) et dans un tableau (4 modalités-axes) soit un total de 8 modalités :

```
Qualitative variable file: M!T4a
Number of rows: 16, variables: 2, categories: 8
Auxiliary ASCII output file M!T4a.label: label file
```

Normaliser les données par tableau (KTabUtil : NormelizeKtab) :

■□ Norm	nelizeKtab =====		
ktp input file	M!.ktp		
Matrix input file	[[]	20	10
Row weighting (default 1/nk)			
Column weighting (default 1/pj)			
Row-Col option (no default)	[S] 3		
Option: output file name			

Option NormelizeKtab Input file M Number of rows: 20, columns: 10
Each row has uniform weight (Sum inside block = 1) File M.ktpl contains the row weights It has 20 rows and 1 column Each column has uniform weight (Sum inside block = 1) File M.ktpc contains the column weights It has 10 rows and 1 column
It has to lows and I condition

Les variables sont centrées par tableaux et normalisées globalement : l'inertie d'un tableau peut varier d'une date à l'autre. On étudie ainsi la variablité temporelle de la variabilité inter-stationnelle.

```
File M.ktta contains the transformed table block-centered and normalized by columns

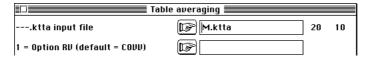
It has 20 rows and 10 columns

Bouroche, J.M. (1975) Analyse des données ternaires:

La double analyse en composantes principales.

Thèse de 3° cycle, Université de Paris VI. 1-57 + annexes.
```

Exécuter l'analyse :

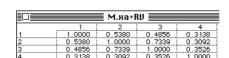


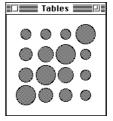
```
Option : Table averaging
Input file M. Number of rows: 20, columns: 10
```

Edition de la matrice des coefficients RV. La structure du tableau 4 ressemble peu à celle des autres tableaux. La meilleure ressemblance est observée entre les tableaux 2 et 3.

La matrice des RV est conservée dans le ficher ---.xa+RV (xa nom générique pour X] Averaging, car cette analyse fondamentalement cherche une structure moyenne de tableaux qu'on appelle X_k dans la théorie) :

File M.xa+RV contains the cosines between tables It has 4 rows and 4 columns





La matrice des COVV est conservée dans le ficher ---.xa+CV :

File M.xa+CV contains the inner products between tables It has 4 rows and 4 columns

Le listing rappelle qu'on a choisi l'option diagonalisation de la matrice des COVV :

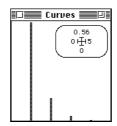
Compromise with the COVV coefficient matrix

Le listing donne les valeurs propres de la matrice des COVV :

```
Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
01 +7.1558E-01 +0.7156 +0.7156 | 02 +1.1077E-01 +0.1108 +0.8263
03 +9.7415E-02 +0.0974 +0.9238 | 04 +7.6238E-02 +0.0762 +1.0000
```

Cette phase est classiquement appelée **analyse de l'interstructure**. Les valeurs propres de la matrice des COVV sont conservées dans le fichier ---.xa+EV :

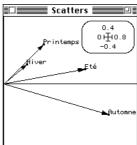
File M.xa+EV contains the eigenvalues of the interstructure analysis It has 4 rows and 1 columns



Les vecteurs propres de la matrice des COVV sont conservés dans le fichier ---.xa+IS:

File M.xa+IS contains the table scores of the interstructure analysis It has 4 rows and 4 columns

Ces vecteurs propres donnent une image euclidienne de la ressemblance entre tableaux mesurée par les COVV :



Les tableaux 2 (été) et 3 (automne) sont associés. Le tableau 4 (hiver) présente une structure beaucoup plus faible que les deux précédents. Les positions des tableaux sur le premier axe de cette figure, c'est à dire la composante du premier vecteur propre, sont toujours positives. Comme dans une ACP non centrée les points sont tous du même côté.



Contrairement à l'analyse STATIS sur les opérateurs, le signe constant des composantes du premier vecteur propre n'est pas garanti. Si une ou plusieurs composantes du premier vecteur propre sont de signe opposé au signe des autres, la présente analyse est très discutable.

Ces positions sont des poids affectés à chacun des tableaux qui permettent de les combiner pour former un tableau dit compromis. Ce compromis qui reçoit les pondérations communes à chacun des tableaux donne une analyse d'inertie standard dite analyse du compromis.

Le tableau compromis est conservé :

File M.xata contains the compromise It has 5 rows and 10 columns File :M.xata

1	File ·M.Xala				
	Col.	Mini	Maxi		
	1	-1.158e+00	9.655e-01		
	2	-8.132e-01	5.251e-01		
	3	-1.230e+00	1.156e+00		
	4	-8.557e-01	1.526e+00		
	5	-1.492e+00	5.857e-01		
	6	-7.502e-01	1.745e+00		
	7	-7.330e-01	1.902e+00		
	8	-8.359e-01	1.688e+00		
	9	-1.469e+00	8.360e-01		
	10	-1.262e+00	1.267e+00		

Il est pondéré par les pondérations communes à chacun des tableaux de départ:

```
File M.xapl contains the row weights
It has 5 rows and 1 column
File M.xapc contains the column weights
It has 10 rows and 1 column
```

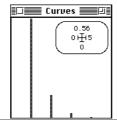
Le compromis donne donc un triplet statistique complet qui peut supporter toutes les interventions programmées au niveau 2 (analyses d'un tableau).

Les valeurs propres de cette analyse du compromis sont éditées (il y a toujours diagonalisation dans la plus petite des dimensions, donc 5 puisqu'il y a 5 lignes et 10 colonnes dans le compromis):

```
Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
                                Num. Eigenval. R.Iner. R.Sum
01 +5.5438E-01 +0.7747 +0.7747 | 02 +1.2832E-01 +0.1793 +0.9541
    +2.6216E-02 +0.0366 +0.9907
                               04 +6.6612E-03 +0.0093 +1.0000
    +0.0000E+00 +0.0000 +1.0000
```

Les valeurs propres du compromis sont conservées dans un fichier ---.xavp:

File M.xavp contains the eigenvalues and relative inertia for each axis --- It has 5 rows and 2 columns



On les juge comme dans une analyse ordinaire. Fondamentalement les poids des tableaux sont choisis pour que la somme des valeurs propres du compromis soit optimale, c'est à dire de manière à ce que le tableau compromis ait une inertie maximale. Le compromis est de dimension 2.

L'analyse du compromis donne des axes principaux et des composantes principales, respectivement dans l'espace des lignes et dans l'espace des colonnes. Ces vecteurs sont conservés :

File M.xac1 contains the column scores (Norm = 1 for column weights) in the analysis of the compromise

It has 10 rows and 2 columns

File :M.xac1

|Col. | Mini | Maxi |
|----|-----------------|
| 1 | -1.043e+00 | 1.271e+00 |
| 2 | -1.936e+00 | 2.313e-01 |

File M.xall contains the row scores (Norm = 1 for row weights) in the analysis of the compromise It has 5 rows and 2 columns

File :M.xall

---- | ------ | ------

Ces vecteurs, respectivement axes principaux du compromis et composantes principales du compromis permettent la projection respectivement des lignes du compromis et des colonnes du compromis. Les coordonnées des projections sont conservées :

File M.xaco contains the column scores (Norm = eigenvalue) in the analysis of the compromise It has 10 rows and 2 columns $^{-1}$

File :M.xaco

Col. Mini		Maxi		
1	-7.767e-01	9.463e-01		
2	-6.937e-01	8.285e-02		

File M.xali contains the row scores (Norm = eigenvalue)

in the analysis of the compromise

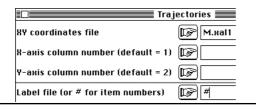
It has 5 rows and 2 columns

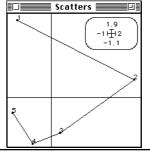
File :M.xali

-				
	Col.	Mini	Maxi	
	1	-6.494e-01	1.383e+00	
	2	-3.675e-01	6.246e-01	

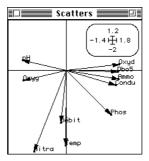
On peut représenter les coordonnées de variance unité bien qu'il ne s'agisse pas d'une image euclidienne à proprement parler. On a simplement une idée des éléments en jeu dans la structure moyenne.

Pour les lignes, on choisit l'option "trajectoires" car on a 5 stations qui se succèdent sur un même cours d'eau (pollution en 2) :





Pour les colonnes on choisit la représentation ordinaire des variables :



On repère l'axe 1 comme celui de la pollution et l'axe 2 comme celui du gradient amontaval. Mais l'intérêt principal est de projeter sur les plans définis par ces vecteurs les lignes et les colonnes de chaque tableau pour faire plusieurs analyses coordonnées. Le multifenêtrage par tableau est dans la logique de cette analyse (Scatters : Labels et ScatterClass: Trajectories).

File M.xaTLl contains the standard row scores

It has 20 rows and 2 columns

It is to be used with --TLl.label and --TLl.cat files

File :M.xaTLl

Col.	Mini	Maxi	
!	 -4.665e-01 -3.069e-01	 1.166e+00 4.121e-01	

File M.xaTCO contains the standard column scores

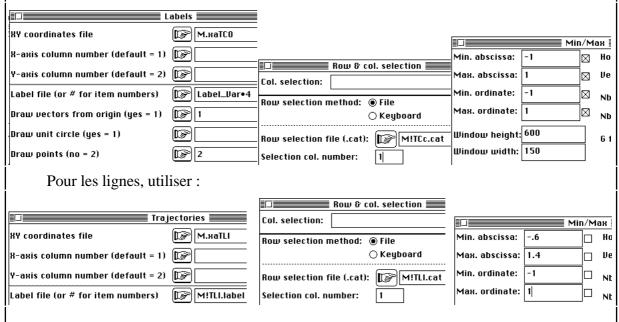
It has 40 rows and 2 columns

It is to be used with --TCc.label and --TCc.cat files

File :M.xaTCO

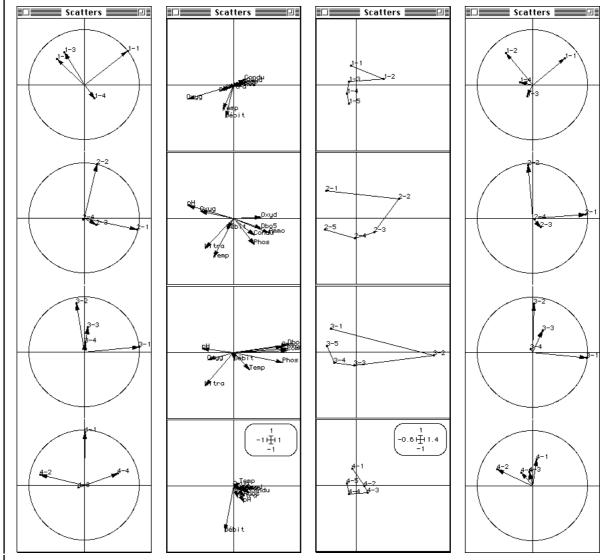
Col.	Mini	Maxi	
1	-6.913e-01	8.229e-01	
2	-6.982e-01	1.920e-01	

Pour préparer la figure des variables, dupliquer 4 fois le code variable dans un fichier texte. Utiliser ensuite:



Ce qui concerne les lignes est dans la structure TLI (T numéro du tableau, L numéro de la ligne globale, l numéro de la ligne par tableau), ce qui concerne les colonnes est dans la structure TCc (T numéro du tableau, C numéro de la colonne globale, c numéro de la colonne par tableau). Le multi-fenêtrage par tableau se fait avec les colonnes 1 de ---. TLI.cat et ---. TCc.cat, les coordonnées sont dans ---. xaTLI et ---. xaTCc, les étiquettes sont dans ---. TLI.label et TCc.label.

La figure qui suit est parfaitement canonique. On y suit dans le temps la déformation de la relation stations-variables (typologie interne de chaque tableau) par projection sur des référentiels pertinents. Cette approche porte le nom fort justifiée d'analyse de l'intrastructure, justifiée à condition d'abandonner la notion de trajectoires ⁷, c'est-à-dire d'utilisation du multi-fenêtrage par objet au profit du multi-fenêtrage par tableau.



Il est enfin possible de projeter sur les référentiels de synthèse les axes et les composantes principales de chaque analyse :

File M.xaTComp contains the component scores issued from the separate analysis of each table $\,$

It has 16 rows and 2 columns

It is to be used with --T4A.label and --T4A.cat files

File :M.xaTComp

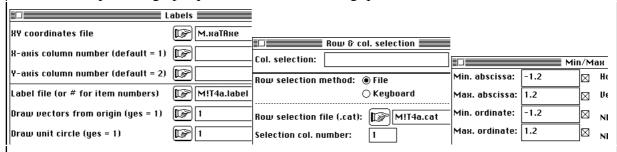
Col.	Mini	Maxi	
1	-7.846e-01	9.877e-01	
2	-2.504e-01	9.702e-01	

File M.xaTAxe contains the axis scores issued from the separate analysis

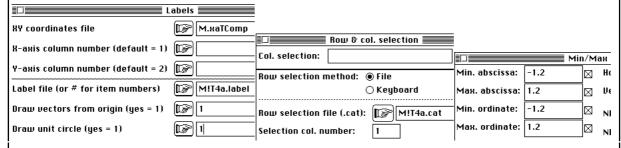
of each table
It has 16 rows and 2 columns
It is to be used with --T4A.label and --T4A.cat files
File :M.xaTAxe

|Col. | Mini | Maxi |
|---|----------|
| 1 | -6.313e-01 | 9.744e-01 |
| 2 | -2.122e-01 | 9.578e-01 |

Utiliser pour les graphiques associés la même logique :



Voir ci-dessus, à droite du côté des stations.



Voir ci-dessus, à gauche du côté des variables.

Le listing s'achève avec des indications numériques de synthèse :

Typological value indices
Rows = row number of each table
Weights = Weights of tables in the compromise
NS norm2 = Square norm (Hilbert-Schmidt) of tables
Cos2 = Square cosine between table and approximated compromise

İ	Number	Rows	Weights	NS norm2	Cos2	
ĺ	1	5	2.884e-01	1.467e-01	0.383	
ĺ	2	5	5.779e-01	2.989e-01	0.775	
	3	5	7.443e-01	4.425e-01	0.848	
	4	5	1.700e-01	1.118e-01	0.177	

Weights définit les poids de chaque tableau dans la constitution du compromis. Ils sont inégaux et l'analyse est centrée sur la structure commune été-automne. NS norm2 définit l'intensité de la structure de chaque tableau, fonction des variances ou encore de l'inertie totale. Cos2 définit l'adéquation de la structure de chaque tableau au tableau compromis réduit à sa partie interprétée (reconstitution du tableau compromis par les couples axescomposantes conservés). On utilise les cosinus entre les tableaux et le compromis modélisé au sens de la métrique d'Hilbert-Schmit dans l'espace des tableaux.



La difficulté mathématique ne s'exporte pas dans la partie utilisateur. La méthode semble transparente.



Dans ¹ nous avions montré comment faire cela avec un simple programme d'ACP, ce qui est assez pénible. La version 3.7 d'ADE demandait encore plusieurs interventions successives. Les fonctions de multi-fenêtrage des cartes factorielles modifie sensiblement la situation.

- Le module peut servir à l'analyse simultanée de K couples de tableaux. Voir la fiche thématique STATICO: STATIS et Co-inertie, dans la série 9.
- 1 Thioulouse, J. & Chessel, D. (1987) Les analyses multi-tableaux en écologie factorielle. I De la typologie d'état à la typologie de fonctionnement par l'analyse triadique. Acta *Œcologica, Œcologia Generalis*: 8, 4, 463-480.
- Kroonenberg, P.M. (1989) The analysis of multiple tables in factorial ecology. III Threemode principal component analysis: "analyse triadique complète". Acta Œcologica, Œcologia Generalis: 10, 3, 245-256.
- Leibovici, B. (1993) Facteurs à mesures répétées et analyses factorielles : application à un suivi épidémiologique. Thèse de doctorat, Université Montpellier II. 1-282.
- Kiers, H.A.L. (1991) Hierarchical relations among three-way methods. *Psychometrika*: 56, 449-470.
- Tucker, L.R. (1966) Some mathemetical notes on three-mode factor analysis. Psychometrika: 31, 279-311.
- Escoufier, Y. (1973) Le traitement des variables vectorielles. *Biometrics*: 29, 750-760.
- Lavit, Ch. (1988) Analyse conjointe de tableaux quantitatifs. Masson, Paris. 1-240. Lavit, Ch., Escoufier, Y., Sabatier, R. & Traissac, P. (1994) The ACT (Statis method). Computational Statistics and Data Analysis: 18, 97-119.