

Trabajo Práctico 5

Filtros Digitales

Revisión Septiembre 2021

Objetivos:

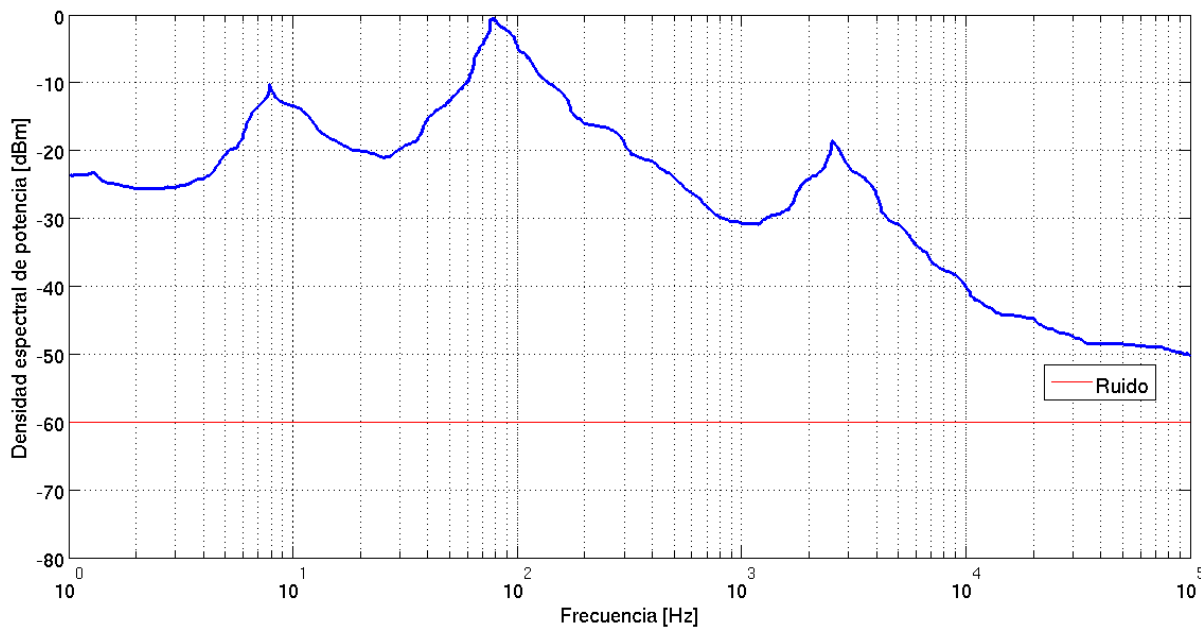
- Familiarizarse con los elementos principales del filtrado digital.
- Tener criterio para definir la frecuencia de muestreo dado un BW de información a procesar.
- Obtener la ecuación en diferencias de un filtro digital.
- Conocer diagramas en bloques de filtros digitales.
- Dado un filtro digital conocer ventajas y desventajas para su posible implementación.

Condición de aprobación: el trabajo práctico deberá ser entregado hasta 2 semanas posteriores a la presentación del mismo en clase.

Responsable: cada trabajo práctico deberá contar con un responsable. No se admitirá la entrega sin la correspondiente carátula.

Ejercicio #1

Se desea digitalizar una señal cuyo espectro se muestra a continuación, trazado en azul.



El rango de frecuencias de interés se centra entre DC y 10 kHz, mientras que las frecuencias superiores a esta no aportan información.

Se sabe que el sistema digital introduce un ruido de densidad espectral constante, que se encuentra en 60 dB por debajo del nivel máximo de la señal.

Este ruido es consecuencia de los errores de cuantificación y del ruido propio de la electrónica del conversor, y no puede ser eliminado. El mismo está representado en el trazo rojo.

A partir de lo anterior, se pide:

- Definir un valor para la frecuencia de muestreo (f_s) del ADC, justificando su respuesta.
- Diseñar un filtro analógico pasa bajo anti alias, esto es, que atenúe las componentes frecuenciales ubicadas por encima de la frecuencia de Nyquist, para evitar efecto alias. Explicar el criterio utilizado para fijar la atenuación en la banda detenida.
- Repetir el punto b), pero eligiendo una f_s diez veces más grande a la elegida en a).
Comparar ambos filtros anti alias y evaluar las ventajas/desventajas de esta modificación.
- Repetir el punto b), pero considerando que se requiere una fase aprox. lineal hasta 10 kHz.

Ejercicio #2

Se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa bajos Butterworth de orden 2, con $f_c = 1 \text{ kHz}$.

- Para $f_s = 100 \text{ kHz}$ y aplicando transformación bilineal, obtener un filtro con respuesta $H_{(z)}$ cuyo comportamiento emule al Butterworth analógico.
Trazar la respuesta en frecuencia de módulo y fase de ambos filtros sobre un mismo gráfico para establecer comparaciones.
- Repetir el punto anterior para $f_s = 10 \text{ kHz}$.
- Repetir los puntos A) y B) si se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa altos Butterworth de orden 2, con $f_c = 6 \text{ kHz}$
- Indique en cuál de los 3 casos (A, B ó C) justificaría rediseñar aplicando prewarping. Explique el motivo en pocas palabras.

Ejercicio #3

Dadas las siguientes respuestas al impulso se pide:

- Transferencia del sistema $H(z)$

- Singularidades en el plano z
- Respuesta de módulo y fase

a) **Filtro de media móvil** (moving average).

$$h_1(k) = (1, 1) \text{ significa } h(0) = 1 \text{ y } h(1) = 1$$

$$h_2(k) = (1, 1, 1)$$

1. ¿Qué modificación debería implementarse para que la salida representa la media aritmética?
2. Para el último sistema, ¿qué frecuencia de muestreo se debería adoptar si se quisiera eliminar con dicho filtro la interferencia causada por la frecuencia de línea de 50 Hz?

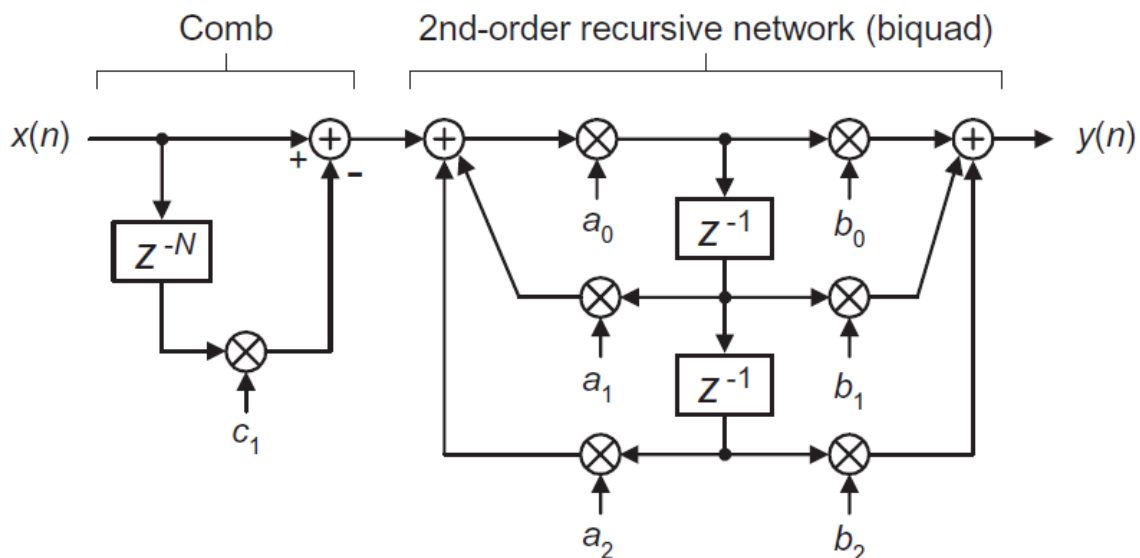
b) **Filtro diferenciador**

$$h_1(k) = (1, -1) \text{ de primer orden}$$

$$h_2(k) = (1, 0, -1) \text{ de segundo orden}$$

1. ¿Qué demora introducen ambos sistemas?
2. Hasta qué frecuencias estos sistemas se comportan como un derivador ideal. Considere una tolerancia admisible del 5% respecto a su respuesta ideal $|H(\Omega)| = \Omega$.

4) Dado el siguiente esquema:



a) Comprobar que el esquema se corresponde con la siguiente transferencia:

$$H(z) = \left(1 - c_1 \cdot z^{-N}\right) \cdot \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{\frac{1}{a_0} - a_1 \cdot z^{-1} - a_2 \cdot z^{-2}}$$

Para los siguientes incisos calcular y representar:

- Singularidades en el plano z
- Respuesta de módulo y fase de $H(z)$

b) **Filtro de media móvil** (*moving average* ó *CIC: cascaded integrator comb*)

Verificar la transferencia para $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $b_0 = \frac{1}{N}$, $c_1 = 1$ y $N = (3, 4 \text{ y } 5)$

$$H(z) = \frac{1}{N} \cdot \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}}$$

1. ¿Es un filtro IIR o FIR ?
2. Discuta las ventajas que tendría esta implementación respecto al filtro FIR de media móvil.
3. ¿Podría implementar el siguiente sistema $h_6(k) = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$ con esta topología ?

c) **Filtro diferenciador**

Qué valores deberían tener los coeficientes a_i y b_k para obtener:

- diferenciador de primer orden.
- diferenciador de segundo orden.

d) **Integrador con pérdidas.**

Qué tipo de transferencia se obtendría si : $a_0 = 1$, $a_1 = 1 - \alpha$, $b_0 = \alpha$ para $\alpha = 0.9$

e) **Filtro elimina continua.** (*DC Blocker*)

Verifique la transferencia que se obtendría si $a_0 = 1$, $a_1 = \alpha$, $b_0 = 1$, $b_1 = -1$ para $\alpha = 0.9$.

Determine α para que la transferencia en $\Omega = 0, 1 \cdot \pi$ sea 3 dB menor a la transferencia en $\Omega = \pi$.

f) **Filtro ecualizador de fase de 1º orden.**

Verifique la transferencia que se obtendría si $a_0 = 1$, $a_1 = -R$, $b_0 = R$, $b_1 = 1$ para $R = \frac{-D}{D+2}$ y siendo D un valor de demora de -0,5 a 0,5 muestras ($\frac{1}{f_s}$).

En qué valores de frecuencia este filtro obtendría un retardo de grupo acotado en un margen del 5% respecto a $\Omega = 0$. Verificar que la demora obtenida es de $1+D$ muestras.

5) Dado el sistema discreto $H(z) = \frac{z}{z-0.8}$, determine la expresión de $y[n]$ al excitarlo con una señal $x[n] = 20 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2} + 30^\circ\right)$

6) Considerando la siguiente ecuación en diferencias de un sistema discreto:

$$y[n] = 2 \cdot y[n-1] - 1,81 \cdot y[n-2] + 0,68 \cdot y[n-3] + x[n] + 3 \cdot x[n-1] + 3 \cdot x[n-2] + x[n-3]$$

Se pide hallar:

1. La expresión de la función transferencia $H(z)$
2. Módulo y fase de $H(e^{j\omega})$
3. La secuencia de salida $y[n]$ cuando el sistema es excitado con la siguiente señal:

$$x(t) = 10 + 5 \cdot \cos(2\pi \cdot 2000t - 60^\circ) + 20 \cdot \sin(2\pi \cdot 8000t + 30^\circ)$$

7) Obtenga la expresión $H(z)$ de los siguientes sistemas. Indique de qué tipo de filtros se trata.

