



OFDM

Algunos aspectos de implementación

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



NEON
Network of Competence on Internet of Things

Sincronización

- Sincronismo en tiempo y frecuencia es clave en los sistemas OFDM
 - Tiempo: se debe identificar correctamente el inicio de cada símbolo OFDM para poder encontrar la posición correcta de la ventana de la FFT
 - Frecuencia: si existe diferencia de frecuencia entre los osciladores locales del TX y el RX (carrier frequency offset, CFO), se pierde la ortogonalidad entre sub-portadoras generando ICI.

El sincronismo en tiempo incluye la detección del inicio del paquete. En esta etapa se detecta el preamble

Sincronización

Detección de paquete (packet detection)

El algoritmo mas sencillo se basa en la medición de la energía de la señal recibida.

- Si NO hay información, la señal recibida esta formada únicamente por ruido.
- Cuando el paquete comienza, la energia de la señal recibida se incrementa.
- El paquete puede detectarse evaluando el cambio en en el nivel de la energía recibida.

La variable de decisión es:

$$M[n] = \sum_{q=0}^L y[n-q]y^*[n-q] = \sum_{q=0}^L |y[n-q]|^2$$

L: longitud de la ventana

Sincronización

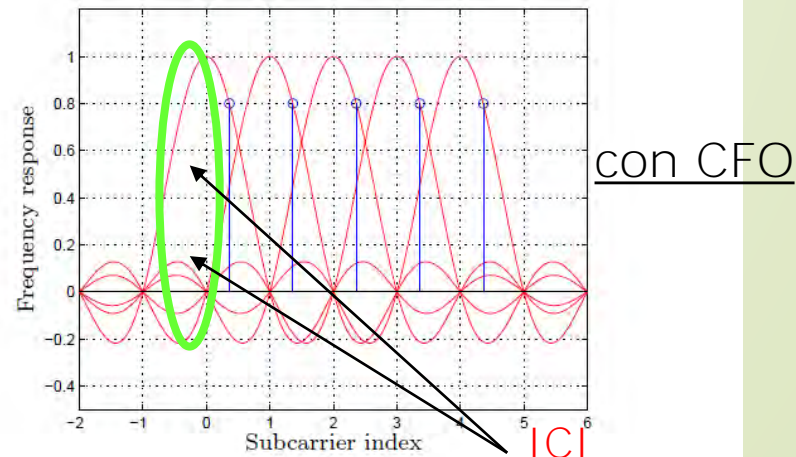
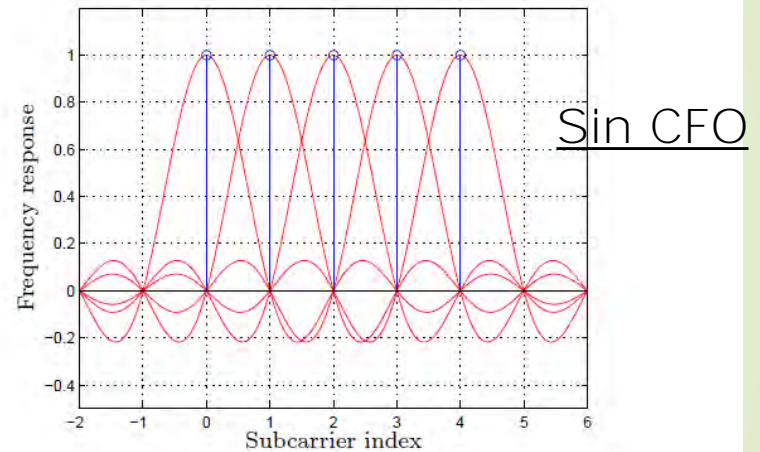
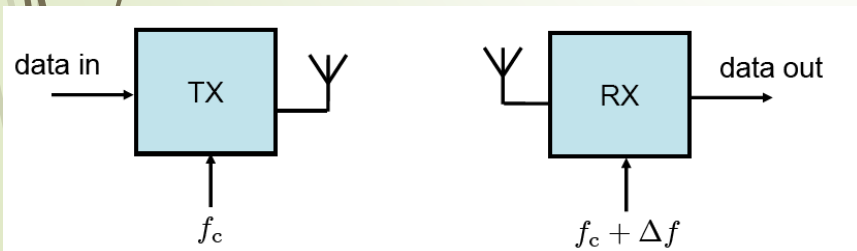
Detección de paquete (packet detection)



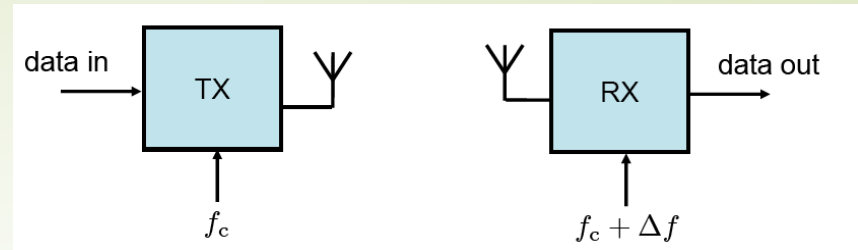
Sincronización- carrier frequency offset (CFO)

CFO

- Si no existe CFO, cada subportadora es muestreada cuando las otras cruzan por cero.
- Con CFO, el muestreo no se realiza cuando las otras subportadoras cruzan por cero \rightarrow ICI



CFO



- El corrimiento de frecuencia de portadora (CFO) puede deberse a diferencias entre los osciladores del transmisor y el receptor o también al efecto Doppler

Dominio temporal

$$y_{cfo}(n) = y(n)e^{j\Delta f n}$$

DFT

$$\mathbf{Y}_{CFO} = \mathbf{C}\mathbf{Y}$$

CFO normalizado

$$\mathbf{C} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$$

Matriz diagonal con elementos

$$[1, e^{j\Delta f}, e^{j\Delta f^2}, \dots, e^{j\Delta f(N-1)}]$$

CFO

► En forma matricial

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ \vdots \\ Y_{N-2} \\ Y_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0 & C_{N-1} & |C| & C_1 \\ C_1 & C_0 & \cdots & C_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{N-2} & C_{N-3} & \cdots & C_1 \\ C_{N-1} & C_{N-2} & \cdots & C_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & H_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & H_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{N-2} \\ X_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi\Delta f) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \exp(j2\pi\Delta f(N-2)) & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \exp(j2\pi\Delta f(N-1)) \end{bmatrix} \mathbf{Q}^H$$

CFO

- En la sub-portadora k :

$$Y_{cfo}(k) = X(k)H(k)C(0) + \underbrace{\sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N-1} H(l)X(l)C(l-k)}_{ICI} + \nu(k)$$

Rotación y
escalamiento

ICI



$$\sigma_I^2(k) = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N-1} E_s |C(l-k)|^2$$

$$E_s = E[|X[k]|^2]$$

$$E[|H[n]|^2] = 1$$

$$C(0) = \frac{\sin(\pi \Delta f)}{N \sin(\frac{\pi \Delta f}{N})} e^{(j\pi \Delta f (1 - \frac{1}{N}))}$$

$$C(l-k) = \frac{\sin(\pi \Delta f)}{N \sin(\frac{\pi(l-k+\Delta f)}{N})} e^{(j\pi(l-k+\Delta f)(1 - \frac{1}{N}))}$$

Algunos números de CFO

SNR efectiva

$$SNR_{eff}[k] = \frac{\text{señal util}}{\text{interferencia} + \text{ruido}} = \frac{|C(0)|^2 E_s}{\sigma_N^2[k] + \sigma_I^2[k]}$$

Perdida de SNR

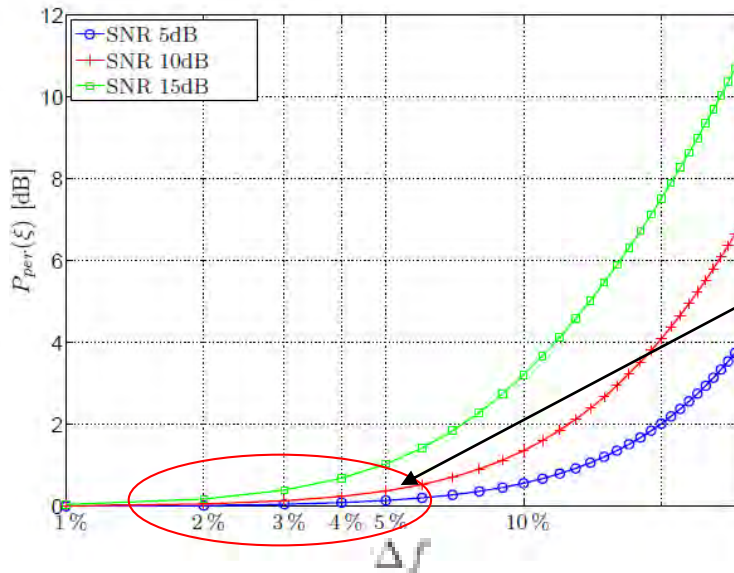
$$\gamma[k] = \frac{SNR_{ideal}[k]}{SNR_{eff}[k]} = \frac{\frac{E_s}{\sigma_N^2[k]}}{\frac{|C(0)|^2 E_s}{\sigma_N^2[k] + \sigma_I^2[k]}} \approx 1 + \frac{E_s}{3\sigma_N^2[k]} (\pi \Delta f)^2$$

$$\sigma_I^2(k) = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N-1} E_s |C(l-k)|^2$$

$$|C(l-k)|^2 = \left| \frac{\sin(\pi \Delta f)}{N \sin(\frac{\pi(l-k+\Delta f)}{N})} \right|^2$$

$$|C(0)|^2 = \left| \frac{\sin(\pi \Delta f)}{N \sin(\frac{\pi \Delta f}{N})} \right|^2$$

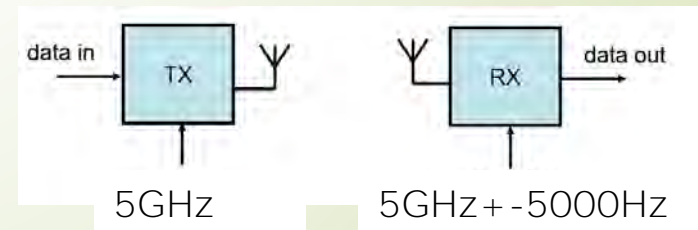
Perdida de SNR



El CFO debe mantenerse alrededor del 2-3% del espaciamiento entre portadoras

CFO y los standards

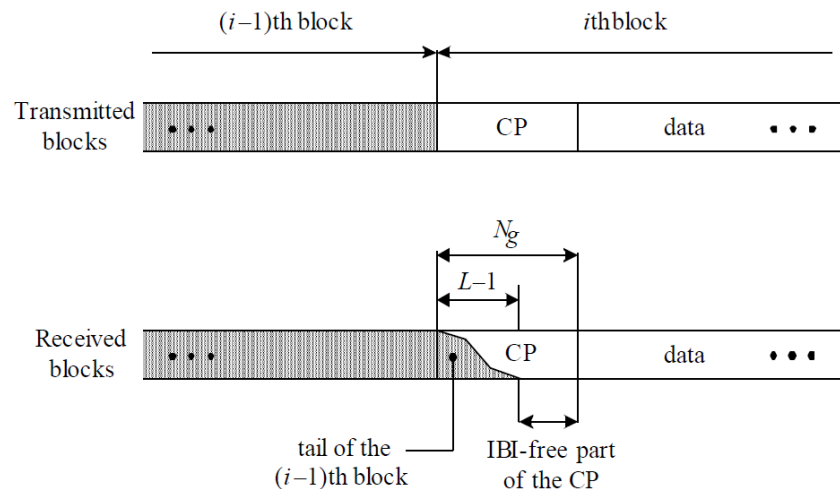
- WiMAX fija un espaciamiento entre portadoras de 10.94KHz y un CFO máximo del 5% (alrededor de 500Hz).
- Si consideramos un oscilador local operando a 5GHz con una estabilidad de 1ppm (muy buena calidad !!) → la variación de frecuencia del oscilador será de 5000 Hz → 50% del espaciamiento entre portadoras



Técnicas de compensación de CFO deben ser implementadas

Sincronización – Timing Offset

Cada bloque recibido se prolonga por $L-1$ muestras debido al efecto del canal. En un sistema bien diseñado $N_{cp} \geq L - 1$, con lo que existe un rango de guarda en el cual las muestras de un determinado bloque no están interferidas por el bloque anterior.



Siempre que la ventana de la DFT comience en cualquier punto de éste rango, no se va a producir IBI !!

Sincronización – Timing Offset

$$Y[k] = e^{j\frac{2\pi\Delta\eta}{N}} X[k] H[k]$$

$$\Delta\eta = \eta - \hat{\eta}$$

Error en la estimación del inicio del bloque

El error en el sincronismo de tiempo aparece como una fase lineal que no puede distinguirse del aporte de fase de cada coeficiente del canal → el estimador de canal va a estimar en forma conjunta, el canal y el error de temporizado → que serán eliminados Durante la ecualización.

En consecuencia, los errores de sincronismo en tiempo cuando estos están dentro del rango de guarda no presentan un problema en sistemas multiportadora con prefijo cíclico !!

Sincronización – Timing Offset

Cuando la ventana de la DFT comienza fuera del rango sin IBI \rightarrow se produce ICI \rightarrow afecta seriamente el desempeño del sistema

$$Y[k] = e^{j\frac{2\pi\Delta\eta}{N}} \alpha(\Delta\eta) X[k] H[k] + I_i[n, \Delta\eta]$$

atenuación

$$\alpha(\Delta\eta) = \sum_{n=0}^{L-1} |h(l)|^2 \frac{N - \Delta\eta_n}{N}$$

ICI +
IBI

$$\Delta\eta_n = \Delta\eta - n \text{ si } \Delta\eta > n$$

$$\Delta\eta_n = n - N_{cp} - \Delta\eta \text{ si } \Delta\eta > n - N_{cp}$$

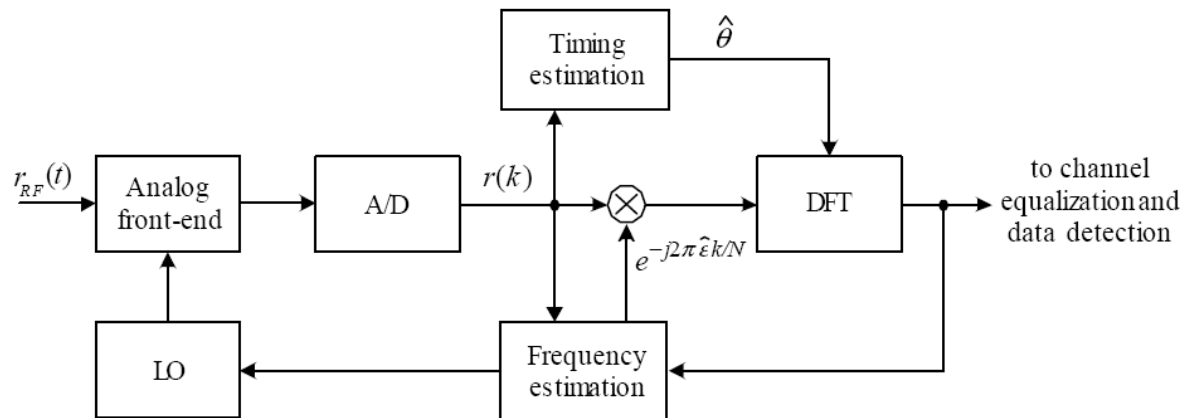
$$\Delta\eta_n = 0 \text{ Para otra condicion}$$

Este término puede modelarse como una variable aleatoria de media cero y varianza:

$$\sigma_I^2(\Delta\eta) = C \sum_{n=0}^{L-1} |h(l)|^2 \left[\frac{2\Delta\eta_n}{N} + \left(\frac{2\Delta\eta_n}{N} \right)^2 \right]$$

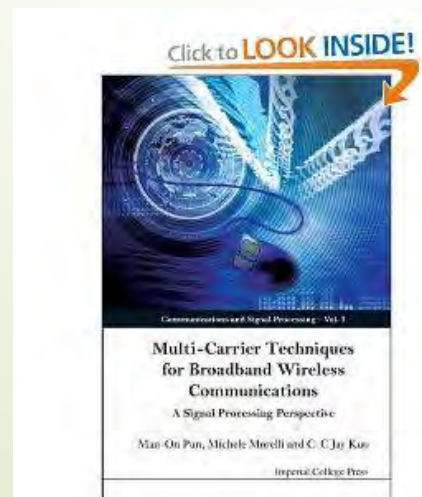
Sincronización

- Los receptores OFDM contemplan sincronismo en tiempo y frecuencia



Sincronización

- El estudio de algoritmos de sincronismo es un tema para un curso de posgrado completo.
- En este curso solo analizaremos un par de algoritmos de sincronismo.
- Mas información se puede encontrar en:



Multi-Carrier Techniques For Broadband Wireless Communications: A Signal Processing Perspectives,

[Man-on Pun](#) (Author), [Michele Morelli](#) (Author),

[C. C. Jay Kuo](#) (Author)



Versión PDF
disponible !!



Sincronización

- El proceso de sincronización se separa típicamente en adquisición y seguimiento.
- Durante la adquisición, secuencias de entrenamiento con estructuras repetitivas se utilizan para obtener estimaciones iniciales de los parámetros de sincronización.
- La etapa de seguimiento se ocupa de refinar las estimaciones iniciales así como también de estimar las pequeñas variaciones del oscilador local y el desplazamiento por Doppler.

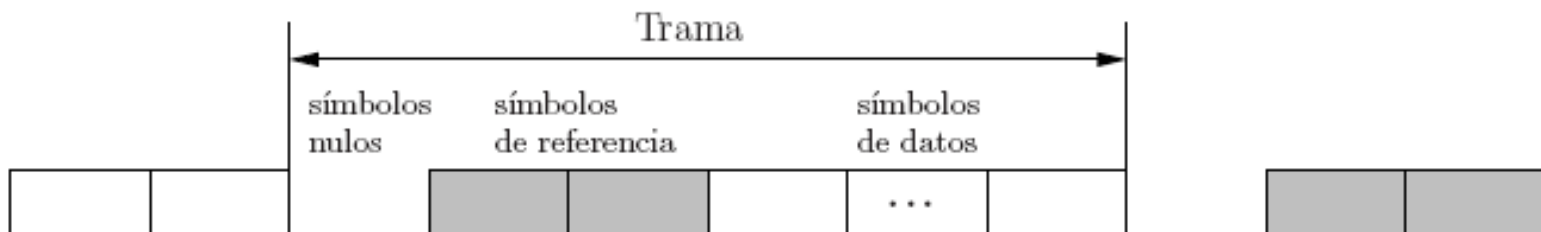


Sincronización

Algunos ejemplos

Sincronización

- ▶ Los estándares de comunicaciones, como WiMax o LTE separan la transmisión de datos en tramas.
- ▶ Cada una contiene una secuencia de referencia para asistir al proceso de sincronización.
- ▶ El bloque sin datos ubicado al principio de la trama se puede utilizar para estimación de potencia de ruido e interferencias. Además provee un método simple para estimar el comienzo de la trama.

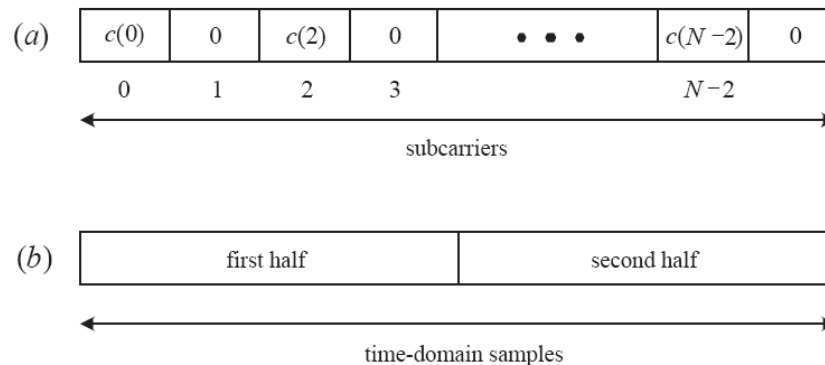


Sincronización en tiempo

- ▶ En la mayoría de las aplicaciones la adquisición de temporizado es el primer paso en el proceso de sincronización.
- ▶ Los principales objetivos son detectar la presencia de una nueva trama y, una vez detectada, proveer una estimación gruesa del error de temporizado para ubicar correctamente en el receptor la ventana de la DFT.
- ▶ Como el CFO usualmente no es conocido en esta fase inicial, los algoritmos de estimación de temporizado deben ser robustos a grandes magnitudes del mismo.

Sincronización gruesa en tiempo

- Los algoritmos de sincronización en tiempo utilizan secuencias de entrenamiento repetitivas, donde se aprovecha la correlación entre bloques para realizar la estimación.



$$y[n] = s_R[n]e^{j2\pi\Delta f/N} + v(n), \quad \eta \leq n \leq \eta + N/2 - 1$$

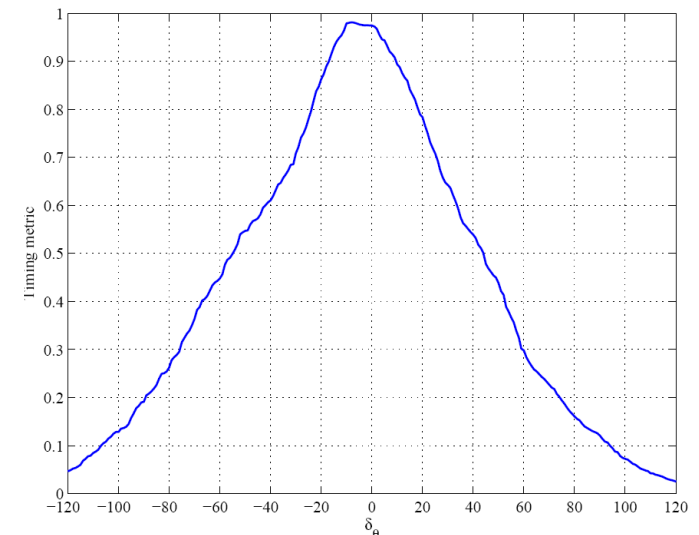
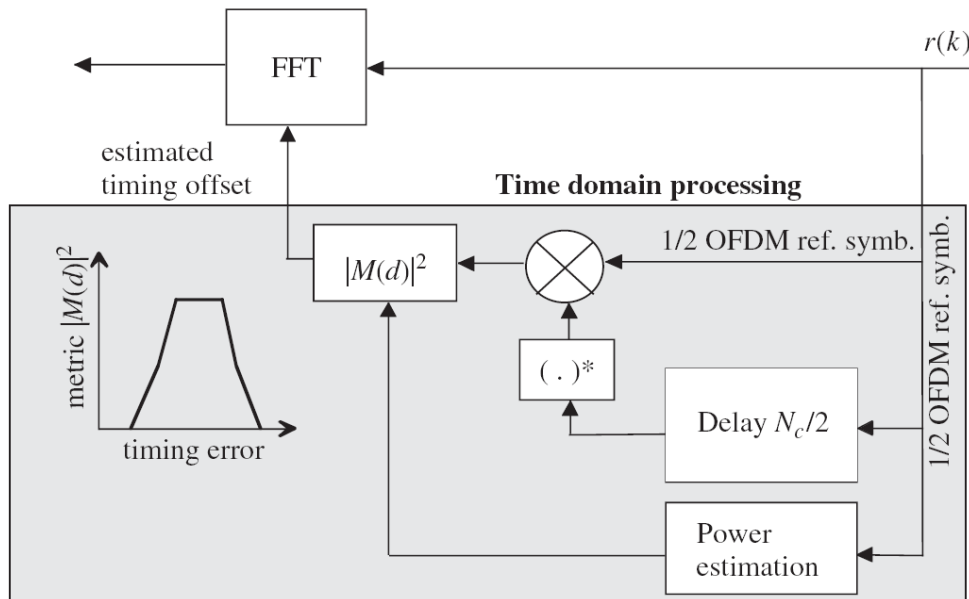
$$y[n + N/2] = s_R[n]e^{j2\pi\Delta f/N} e^{j\pi\Delta f} + v(n + N/2), \quad \eta \leq n \leq \eta + N/2 - 1$$

Sincronización gruesa en tiempo

El estimador se puede calcular

$$\hat{\eta} = \arg \max_{\eta} \{|\Gamma(\eta)|\}$$

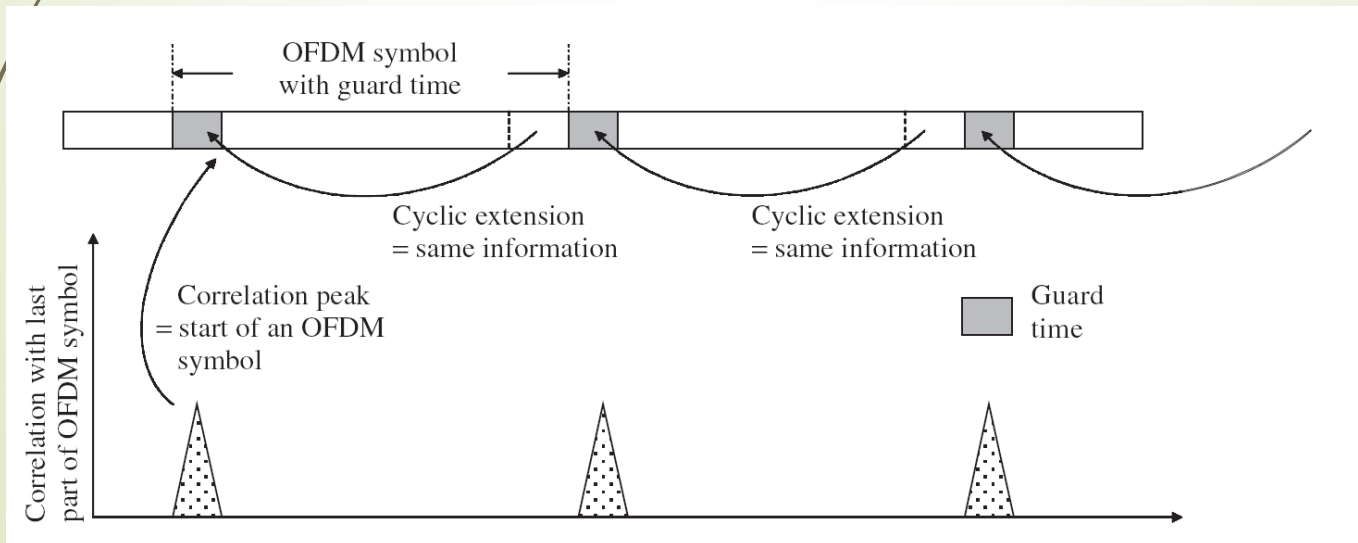
$$\Gamma(\eta) = \frac{\sum_{q=0}^{N/2-1} y[q + N/2 + \eta] y^*[q + \eta]}{|\sum_{q=0}^{N/2-1} y[q + N/2 + \eta]|^2}$$



Sincronización fina (tiempo)

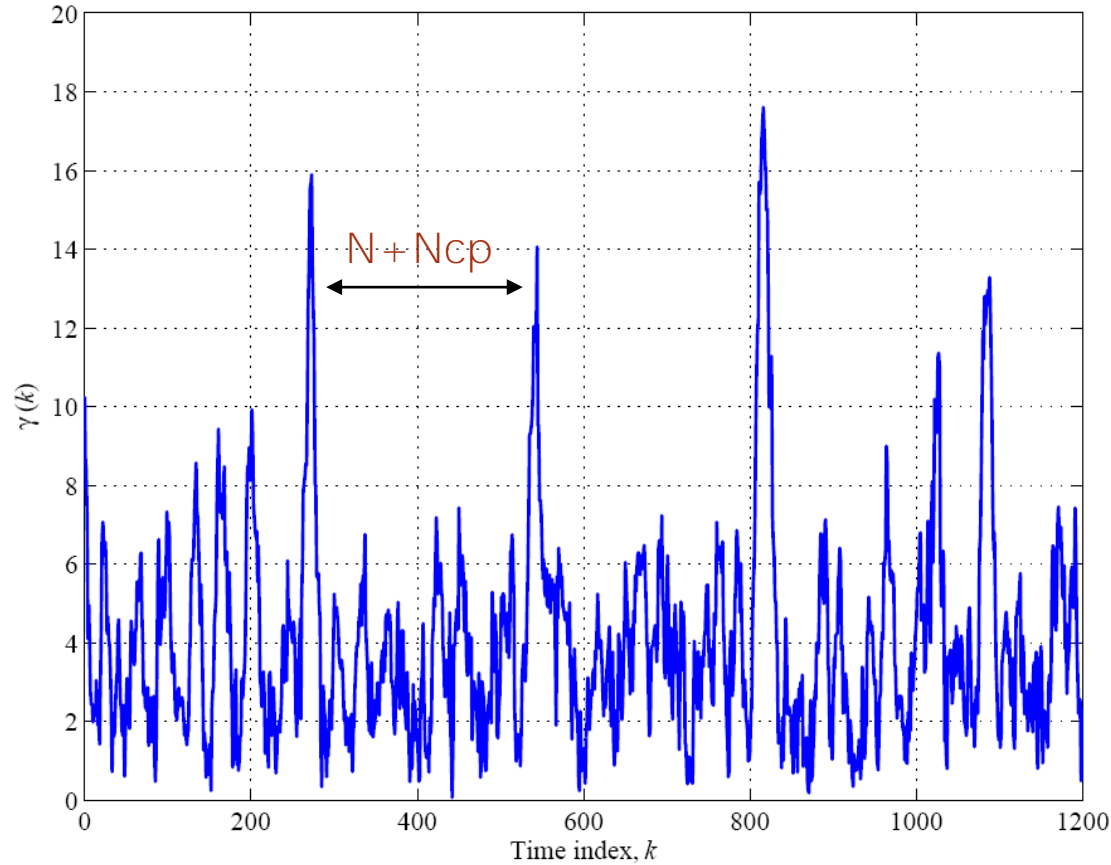
- Las propiedades de autocorrelación inducidas por el uso del prefijo cíclico pueden utilizarse para tracking o sincronización fina en tiempo

$$\gamma(k) = \sum_{q=0}^{N_{cp}-1} y[k-q]y[k-q-N]$$



Sincronización fina (tiempo)

$$\gamma(k) = \sum_{q=0}^{N_{cp}-1} y[k-q]y[k-q-N]$$



$N_{cp}=16$

$N=256$

$L=8$

Sincronización en frecuencia

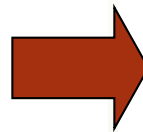
- Luego de la detección de trama y el sincronismo de temporizado, cada terminal debe alinear su oscilador local a la frecuencia de portadora de la señal recibida.
- Una de las primeras propuestas fue el [algoritmo de Moose](#), que utiliza dos secuencias de entrenamiento (dos símbolos multiportadora) idénticas para hacer la estimación del CFO.

Símbolo 1

$$y_1[k] = s_R[k] + v_1[k],$$

Símbolo 2

$$y_2[k] = s_R[k]e^{j2\pi\Delta f(N+N_{cp})/N} + v_2[k],$$



$$\hat{\Delta f} = \frac{1}{2\pi(N + N_{cp})/N} \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} y_2[k]y_1^*[k] \right\},$$

La mayor desventaja de éste método es su reducido rango de adquisición. La función $\arg\{\cdot\}$ retorna valores entre $[-\pi, \pi) \rightarrow$ el rango máximo es $\leq N/2(N+N_{cp}) \rightarrow$ lo que es menor que media separación interportadora.

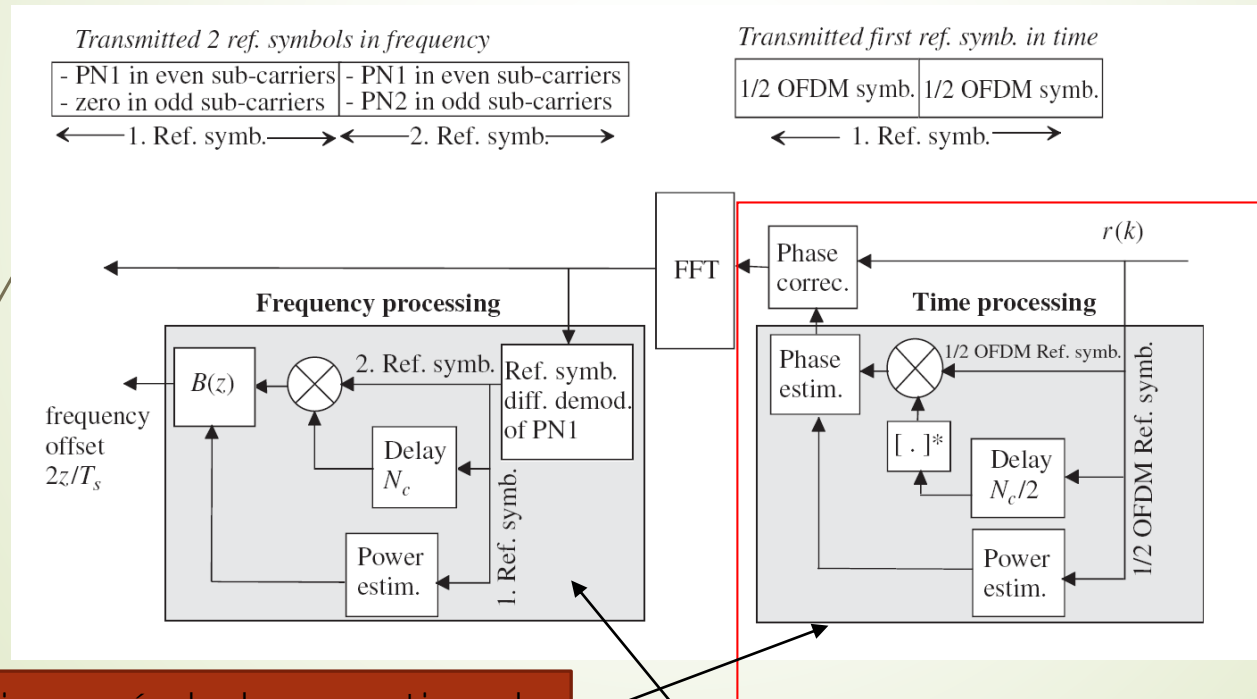
Sincronización en frecuencia

- Considerando CFO mayores al espaciamiento entre portadoras, el CFO se puede expresar en una parte fraccional (entre $(-1, 1)$), y otra entera.

$$\Delta f = \epsilon + 2\kappa$$

Sincronización en frecuencia

- Para extender el rango se pueden utilizar otras opciones (Algoritmo de Schmid and Cox)

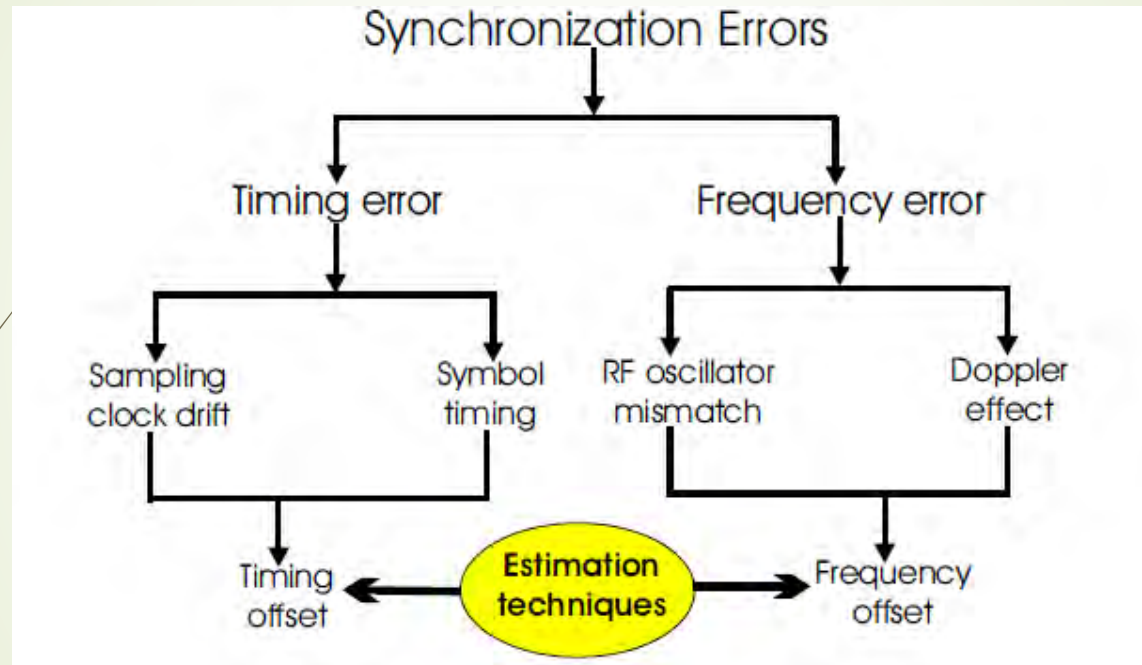


Estimación y compensación de la parte fraccional

Con el primer símbolo se estima la parte fraccional y se corrige el cfo fraccional.

La parte entera se estima con el segundo símbolo

Sincronismo



Diseño de un sistema

- **Number of subcarriers:** Increasing number of subcarriers will reduce the data rate via each subcarrier, which will make sure that the relative amount of dispersion in time caused by multipath delay will be decreased. But when there are large numbers of subcarriers, the synchronization at the receiver side will be extremely difficult.
- **Guard time (CP interval) and symbol duration:** A good ratio between the CP interval and symbol duration should be found, so that all multipaths are resolved and not significant amount of energy is lost due to CP. As a thumb rule, the CP interval must be two to four times larger than the *Root-Mean-Square* (RMS) delay spread. Symbol duration should be much larger than the guard time to minimize the loss of SNR, but within reasonable amount. It cannot be arbitrarily large, because larger symbol time means that more subcarriers can fit within the symbol time. More subcarriers increase the signal processing load at both the transmitter and receiver, increasing the cost and complexity of the resulting device [17].
- **Subcarrier spacing:** Subcarrier spacing must be kept at a level so that synchronization is achievable. This parameter will largely depend on available bandwidth and the required number of subchannels.
- **Modulation type per subcarrier:** This is trivial, because different modulation scheme will give different performance. Adaptive modulation and bit loading may be needed depending on the performance requirement. It is interesting to note that the performance of OFDM systems with differential modulation compares quite well with systems using non-differential and coherent demodulation [18]. Furthermore, the computation complexity in the demodulation process is quite low for differential modulations.
- **FEC coding:** Choice of FEC code will play a vital role also. A suitable FEC coding will make sure that the channel is robust to all the random errors.

Diseño de un sistema OFDM

Canal físico

Delay spread

Doppler PSD

Ruido

Ancho de banda

Longitud prefijo cíclico

Espaciamiento inter-portadora

Overhead

Número de sub-portadoras

Esquema de modulación

Codificación de canal

Tasa de transmisión

BER

Potencia transmitida

Requerimientos de desempeño del sistema

Regulaciones/estándares

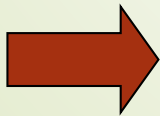
Diseño de un sistema OFDM

- El overhead introducido por el prefijo cíclico define el limite inferior para la duración del un símbolo OFDM

$$T_{dmax} > 0.2T_s \quad 20\% \text{ de overhead}$$

- El espaciamiento entre portadoras esta limitado por la frecuencia de Doppler
3% de CFO

$$f_{Dmax} < 0.03\Delta f$$



$$5T_{dmax} \leq T_s \leq 0.03/f_{Dmax}$$

Importante:

$$SNR_{loss_CP} = -10 \log_{10} \left(1 - \frac{T_{CP}}{T_{sym}} \right)$$

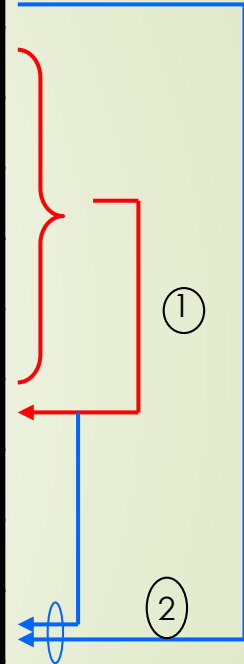
Diseño de un sistema OFDM

Ecuaciones de diseño

$$5T_{dmax} \leq T_s \leq 0.03/f_{Dmax}$$

$$N = T_s B$$

Parámetros	Valor
Ancho de banda	B=20MHz
Retardo maximo	Td=5us
Ancho de banda de coherencia	Bc=200KHz
Frecuencia de portadora	Fc=5GHz
Velocidad máxima	Vmax=200Km/h
Frecuencia Doppler máxima	fD=1 KHz
Duración símbolo OFDM	Ts=25.6us
Duración CP	Tg=6.4 us
Duración total simbolo	Tofdm=32 us
Tamaño FFT	Nc=512
Longitud prefijo cíclico	Ncp=128
Espaciamiento inter-portadora	39063Hz
modulación	16QAM
Tasa de código	½
Tasa de transmisión	30 MBits/s



Parametros de un sistema WiMAX

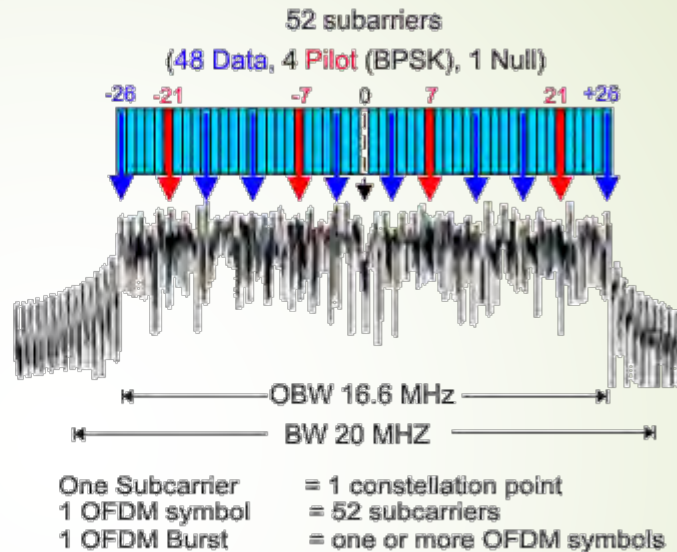
Table 2.3 OFDM Parameters Used in WiMAX

Parameter	Fixed WIMAX OFDM-PHY	Mobile WIMAX Scalable OFDMA-PHY ^a			
FFT size	256	128	512	1,024	2,048
Number of used data subcarriers ^b	192	72	360	720	1,440
Number of pilot subcarriers	8	12	60	120	240
Number of null/guardband subcarriers	56	44	92	184	368
Cyclic prefix or guard time (T _g /T _b)	1/32, 1/16, 1/8, 1/4				
Oversampling rate (F _s /BW)	Depends on bandwidth: 7/6 for 256 OFDM, 8/7 for multiples of 1.75MHz, and 28/25 for multiples of 1.25MHz, 1.5MHz, 2MHz, or 2.75MHz.				
Channel bandwidth (MHz)	3.5	1.25	5	10	20
Subcarrier frequency spacing (kHz)	15.625	10.94			
Useful symbol time (μs)	64	91.4			
Guard time assuming 12.5% (μs)	8	11.4			
OFDM symbol duration (μs)	72	102.9			
Number of OFDM symbols in 5 ms frame	69	48.0			



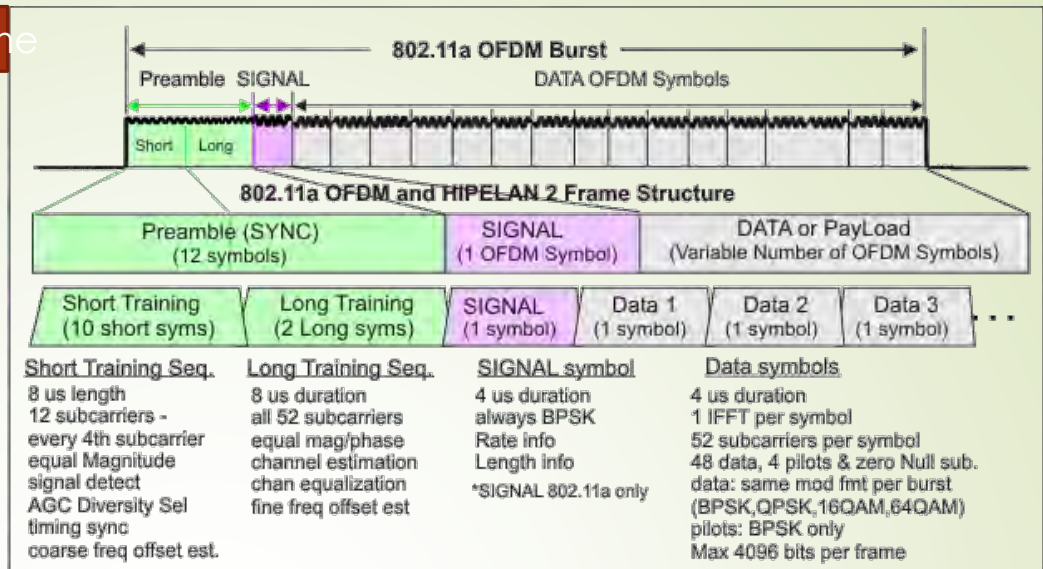
WiFi

802.11a OFDM PHY Parameters	
BW	20 MHz
OBW	16.6 MHz
Subcarrier Spacing	312.5 KHz (20MHz/64 Pt FFT)
Information Rate	6/9/12/18/24/36/48/54 Mbits/s
Modulation	BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM
Coding Rate	1/2, 2/3, 3/4
Total Subcarriers	52 (Freq Index -26 to +26)
Data Subcarriers	48
Pilot Subcarriers*	4 (-21, -7, +7, +21) *Always BPSK
DC Subcarrier	Null (0 subcarrier)



802.11a OFDM Physical Parameters

WiFi



Parámetros de OFDM

Parameter	Value
Total subcarriers N_{ST}	52
Data subcarriers N_{SD}	48
Pilot subcarriers N_{Sp}	4 (subcarriers -21, 7, 7, 21)
Subcarrier Frequency Spacing F_{Sp}	312.5 KHz (20MHz/64)
Symbol Interval Time T_{SYM}	4 us ($T_{GI} + T_{FFT}$)
Data Interval Time T_{DATA}	3.2 us ($1/F_{Sp}$)
Guard Interval (GI) Time T_{GI}	0.8 us ($T_{FFT}/4$)
IFFT/FFT Period T_{FFT}	3.2 us ($1/F_{Sp}$)
SIGNAL Symbol Time T_{SIGNAL}	4 us ($T_{GI} + T_{FFT}$)
Preamble $T_{PREAMBLE}$	16 us ($T_{SHORT} + T_{LONG}$)
Short Training Sequence T_{SHORT}	8 us ($10 \times T_{FFT}/4$)
Long Training Sequence T_{LONG}	8 us ($T_{GI2} + 2 \times T_{FFT}$)
Training symbol GI T_{GI2}	1.6 us ($T_{FFT}/2$)
FFT sample size	64 point

5G – novel ratio

OFDM parameters	Up to 6 GHz	Up to 20 GHz	Up to 40 GHz	Above 40 GHz
Subcarrier spacing	15 kHz	30 kHz	60 kHz	$2^L \times 60$ kHz
Clock frequency	61.44 MHz	122.88 MHz	245.76 MHz	$2^L \times 245.76$ MHz
Samples per OFDM symbol	4096	4096	4096	4096
OFDM symbol duration	66.77 μ s	33.33 μ s	16.67 μ s	$16.67 / 2^L$ μ s
CP samples	288	288	288	288
CP duration	4.69 μ s	2.35 μ s	1.17 μ s	$1.17 / 2^L$ μ s

5G-NR

Outdoor and macro coverage

FDD/TDD < 3 GHz



Subcarrier spacing
e.g. 15 kHz

e.g. 1, 5, 10 and 20 MHz

Outdoor and small cell

TDD > 3 GHz



Subcarrier spacing
e.g. 30 kHz

e.g. 80/100 MHz

Indoor wideband

TDD e.g. 5 GHz (Unlicensed)



Subcarrier spacing
e.g. 60 kHz

e.g. 160MHz

mmWave

TDD e.g. 28 GHz



Subcarrier spacing, e.g. 120 kHz

e.g. 500MHz

Y otros sistemas?

- LTE
- LTE para escenarios de alta velocidad
- Novel radio (NR 5G) con ondas milimétricas
- Visible Light communication (VLC)

TRABAJO PRÁCTICO 1:

- Elegir uno de los sistemas anteriores e investigar los parámetros del sistema (ancho de banda, longitud prefijo, espaciamiento entre sub-portadoras, ...)



Estimación de canal

Estimación de canal

- El canal debe ser conocido en el receptor para poder remover sus efectos (ecualización).
- En algunos casos, el transmisor también requiere información del canal.
- Canales de Uplink y downlink.
 - Multiplexado por división de tiempo TDD
 - Multiplexado por división de frecuencia FDD

Estimación de canal

- En OFDM, cada subportadora recibida es afectada por un coeficiente complejo que representa la rpta del canal a la frecuencia k

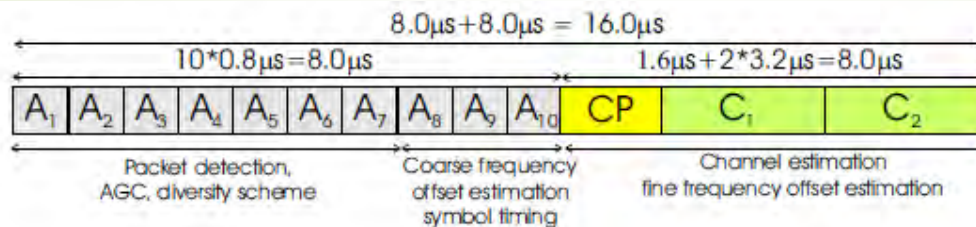
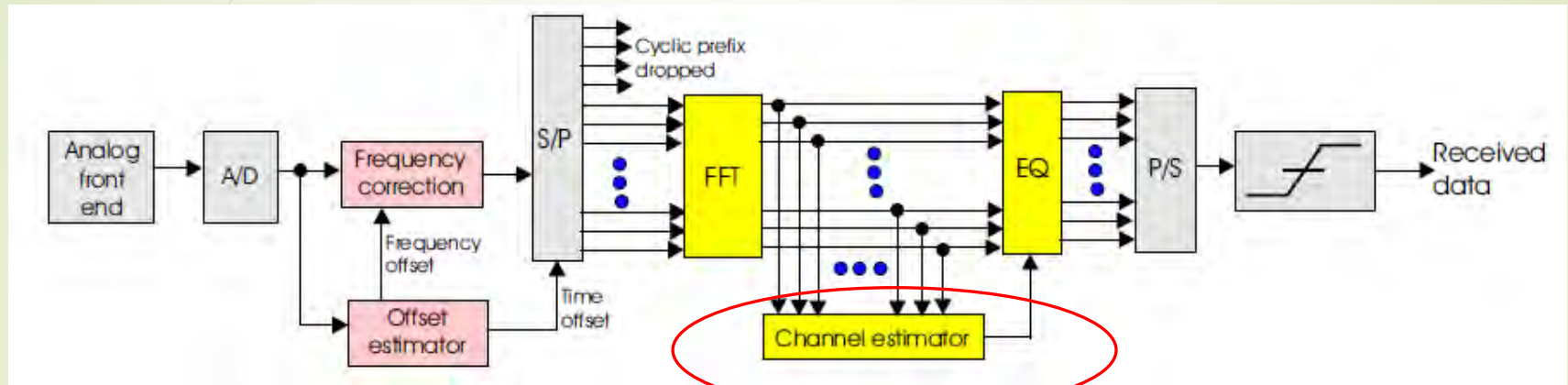
$$\hat{X}[k] = \frac{Y[k]}{H[k]}, \quad 0 \leq k \leq N - 1$$

Para remover este efecto se requiere conocer la respuesta del canal



Algoritmos de estimación de canal

Estimación de Canal



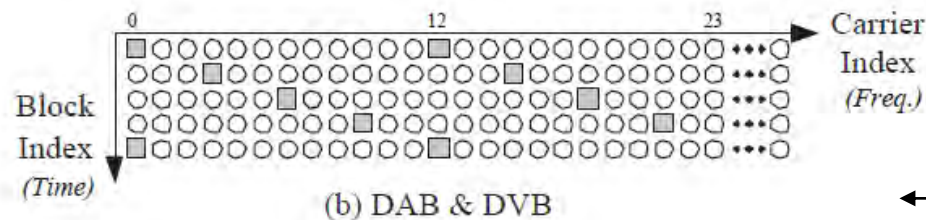
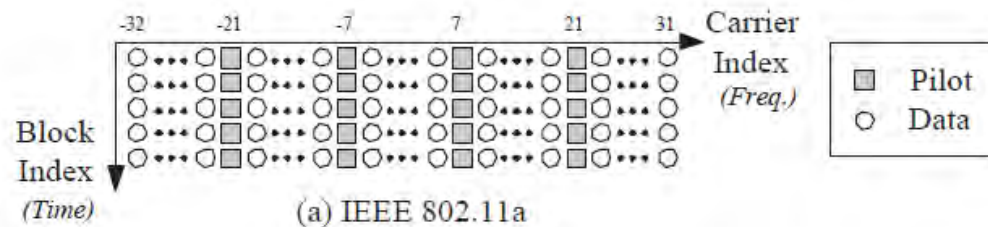
Estimación basada en pilotos

- La mayoría de los sistemas incluyen:
 - Bloques iniciales de referencia (sincronismo, estimación inicial de canal).
 - En caso de canales “estaticos”, la estimación de canal obtenida con los bloques iniciales es valida para el frame completo de transmisión.
 - En el caso de aplicaciones de alta movilidad, el canal varia dentro de la duración del frame y sus variaciones deben trackeadas y las estimaciones de canal actualizadas. Con este propósito, la mayoría de los estándares incluyen tonos pilotos.

Estimación basada en pilotos

➤ Tonos pilotos

- Son símbolos conocidos insertados en diferentes sub-portadoras.
- Estos símbolos son posicionados en diferentes ubicaciones tanto en tiempo como en frecuencia.

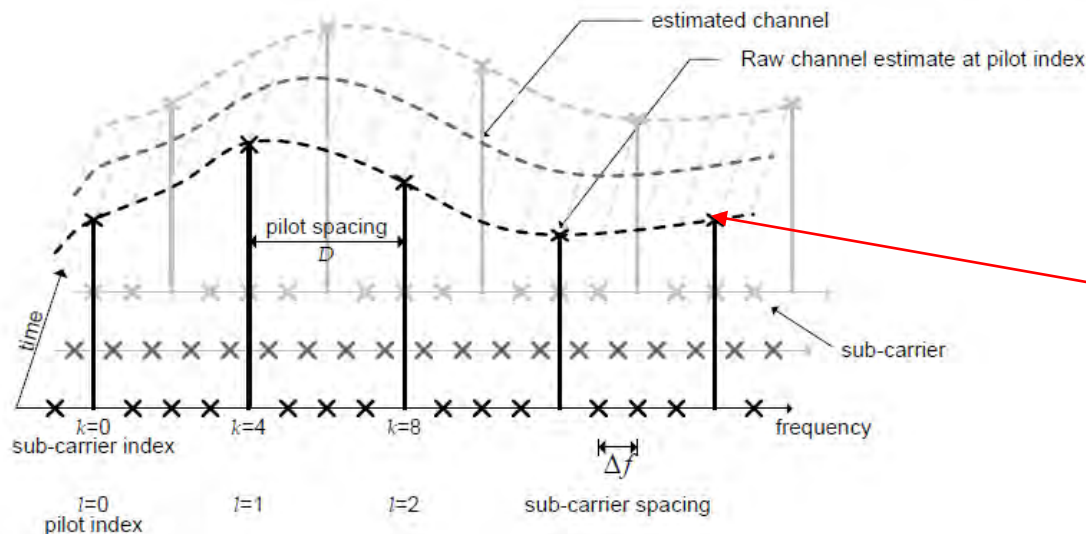


Más robusto frente a las atenuaciones del canal a una frecuencia específica (deep fades)

Estimación basada en pilotos

■ Tonos pilotos

- En la práctica, la función transferencia del canal es estimada en las posiciones donde existen tonos pilotos.
- Se utilizan técnicas de **interpolación** para calcular la respuesta del canal completa.

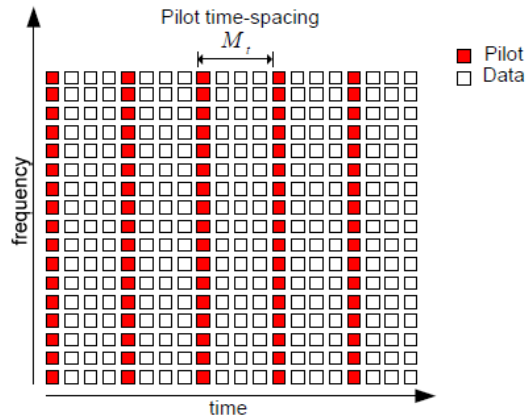


$$Y[k] = H[k]X[k] + W[k]$$

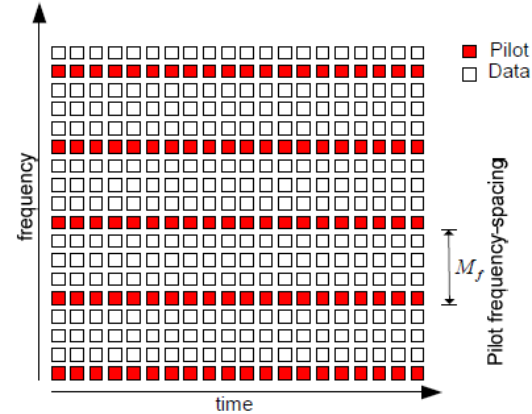
En los tonos
pilotos

$$\hat{H}[k] = \frac{Y[k]}{X[k]} + \underbrace{\frac{W[k]}{X[k]}}$$

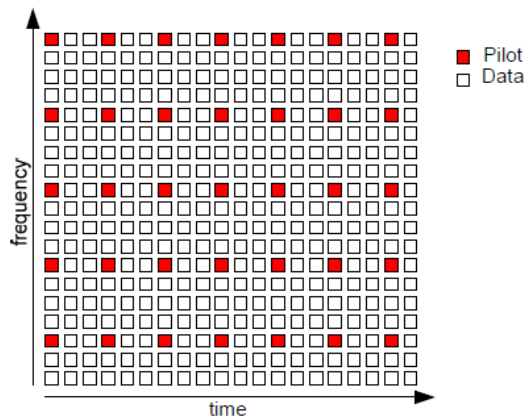
Ubicación de tonos pilotos



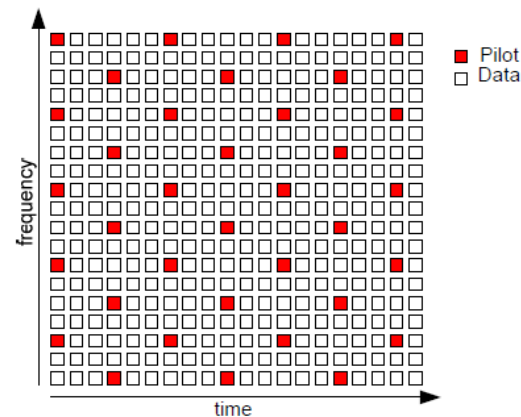
(a) All frequency-time spaced pilot allocation



(b) Frequency spaced - all time pilot allocation



(c) Frequency spaced - time spaced pilot allocation



(d) Frequency spaced - time spaced pilot allocation

Ubicación de tonos pilotos en tiempo y frecuencia

- Es fundamental determinar la ubicación de los tonos en la grilla frecuencia/tiempo.
- La ubicación será función de:
 - Las velocidad de cambio en tiempo y frecuencia del canal a estimar.
- Ubicación en tiempo:
 - definiendo la máxima frecuencia Doppler $f_{D,max}$ y asumiendo que el canal puede ser modelado en la dirección del tiempo como un proceso estocástico de banda angosta con PSD confinada en el rango \rightarrow Por el teorema de muestreo \rightarrow la distancia entre pilotos vecinos debe verificar:

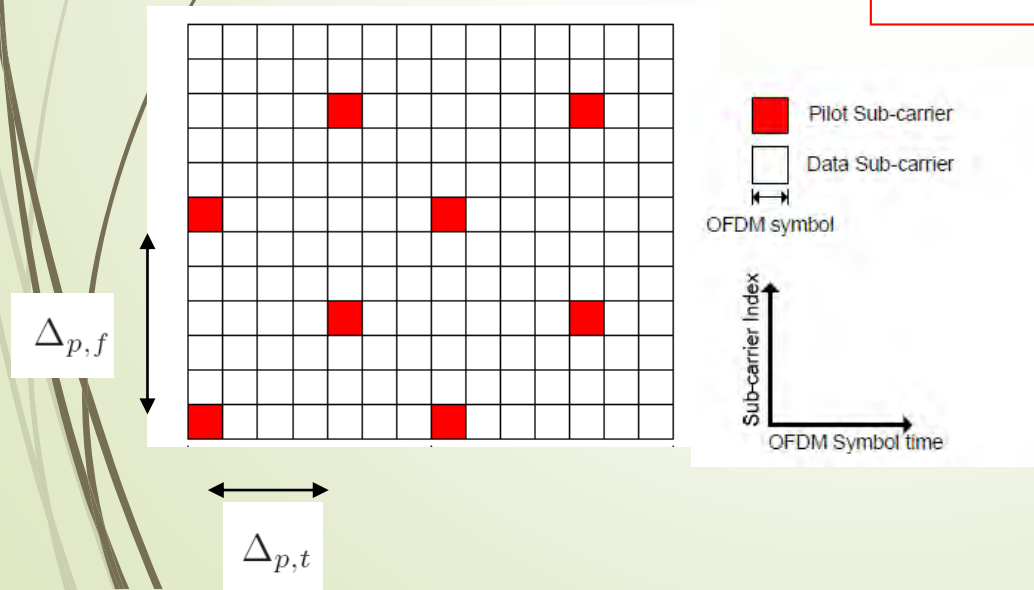
$$\Delta_{p,t} \leq \left\lceil \frac{1}{2f_{D,max}T_s} \right\rceil$$

Ubicación de tonos pilotos en tiempo y frecuencia

► Ubicación en frecuencia:

- La variación en frecuencia del canal esta asociada con su delay spread T_d (o ancho de banda de coherencia). Por el teorema de muestreo →

$$\Delta_{p,f} \leq \left\lceil \frac{N}{2BT_d} \right\rceil$$



Estimación de canal

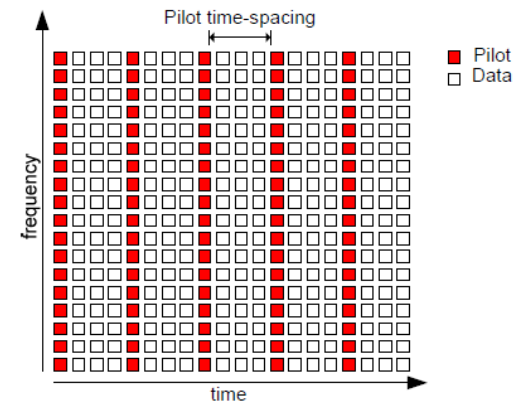
Least squares (LS)

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ \vdots \\ Y_{N-2} \\ Y_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & H_{N-2} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & H_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{N-2} \\ X_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X}$$

$$\mathbf{H}_{LS} = \mathbf{X}^{-1} \cdot \mathbf{Y} = \left[\frac{\mathbf{Y}(0)}{\mathbf{X}(0)}, \frac{\mathbf{Y}(1)}{\mathbf{X}(1)}, \dots, \frac{\mathbf{Y}(N-1)}{\mathbf{X}(N-1)} \right]$$

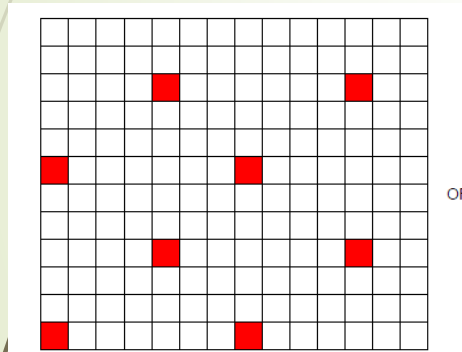
Cuando un símbolo completo se utiliza para la transmisión de pilotos



El método LS es utilizado generalmente para obtener una estimación inicial del canal

Estimación de canal- Interpolación

- Utilizando las estimaciones de canal en los tonos pilotos, la rpta del canal completa se obtiene utilizando interpolación



$$\hat{H} = Q \hat{H}_{LS}$$

Matrix de
interpolación

- El objetivo de las técnicas de estimación es obtener una matrix Q que permita una estimación satisfactoria y que su implementación no requiere gran costo computacional.

Interpolación 2 D

- La estimación de canal puede expresarse:

$$\hat{H}_i(k) = \sum_{(i, k) \in P} q(i, k; \tilde{i}, \tilde{k}) \tilde{H}_{\tilde{i}}(\tilde{k})$$

Coeficientes de interpolación

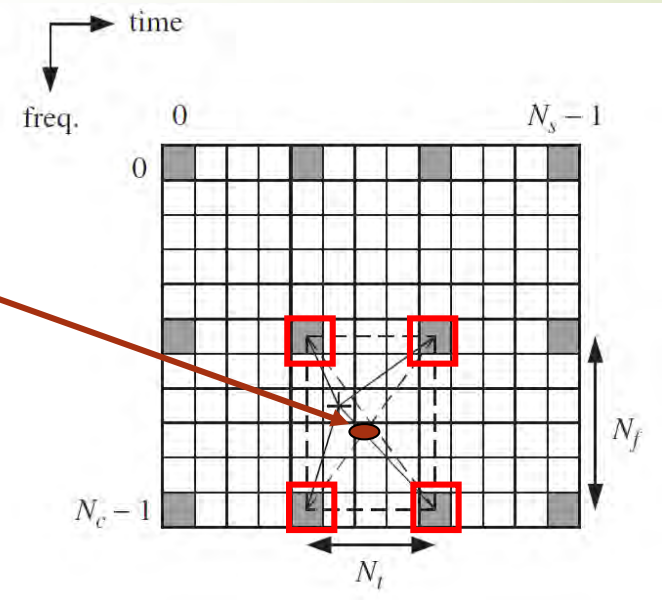
Estimaciones del canal en portadoras pilotos

¿Como se calculan los coeficientes?

$$e(i, k) = H_i(k) - \hat{H}_i(k)$$

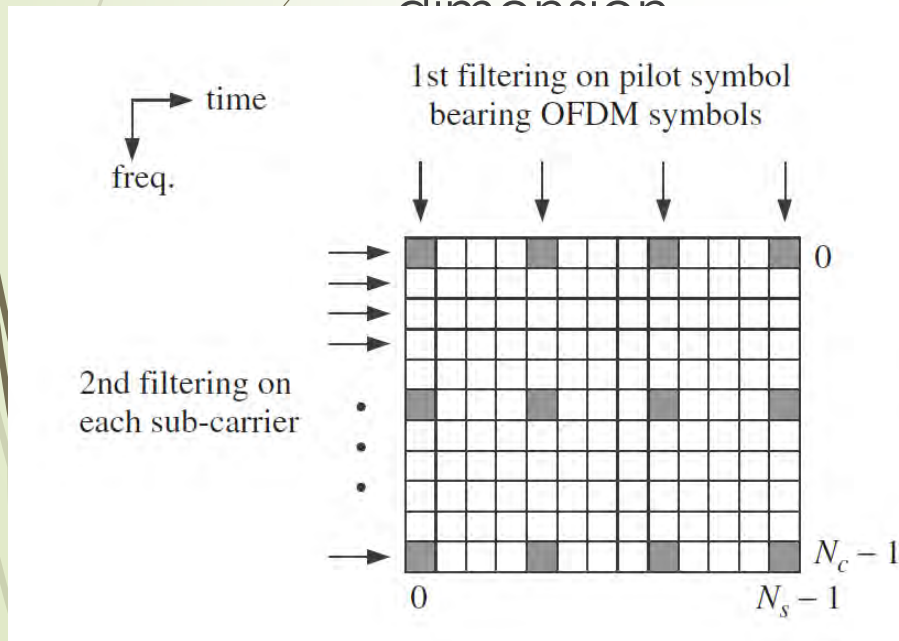
$$J(i, k) = |e(i, k)|^2$$

Función a minimizar $\rightarrow q$



Interpolación – cascada 1D

- Para reducir la complejidad de la interpolación en 2 dimensiones, se puede utilizar una cascada de interpolación en una dimensión
- Interpolación 1



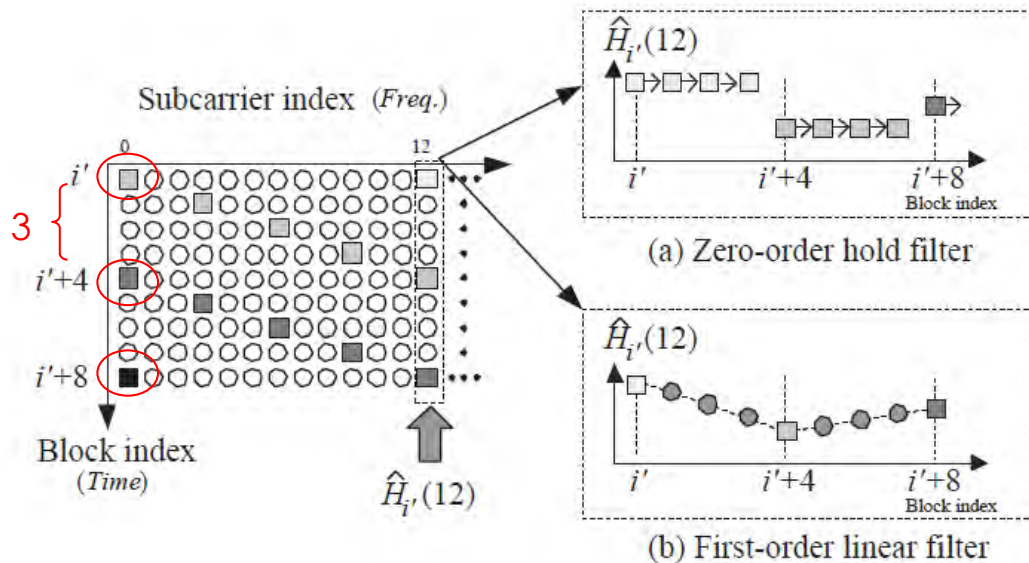
$$\hat{H}_{ii}(k) = \sum_{(ii, kk) \in P} q(k; kk) \tilde{H}_{ii}(kk)$$

Interpolación 2

$$\hat{H}_i(k) = \sum_{(ii, k) \in P} q(i; ii) \hat{H}_{ii}(k)$$

Interpolación polinomial

- Diversos trabajos muestran que interpolación utilizando polinomios p funciones lineales a tramos (piece-wise linear) presentan muy buenos resultados con una complejidad reducida.



Utilizando como ejemplo la grilla de un sistema DAB

Se puede observar que un piloto (por ejemplo portadoras $ii=0,3,6\dots$) están separadas en tiempo por 3 bloques OFDM.

→ el próximo piloto en la misma subportadora estará disponible luego de la recepción del bloque $ii+4$

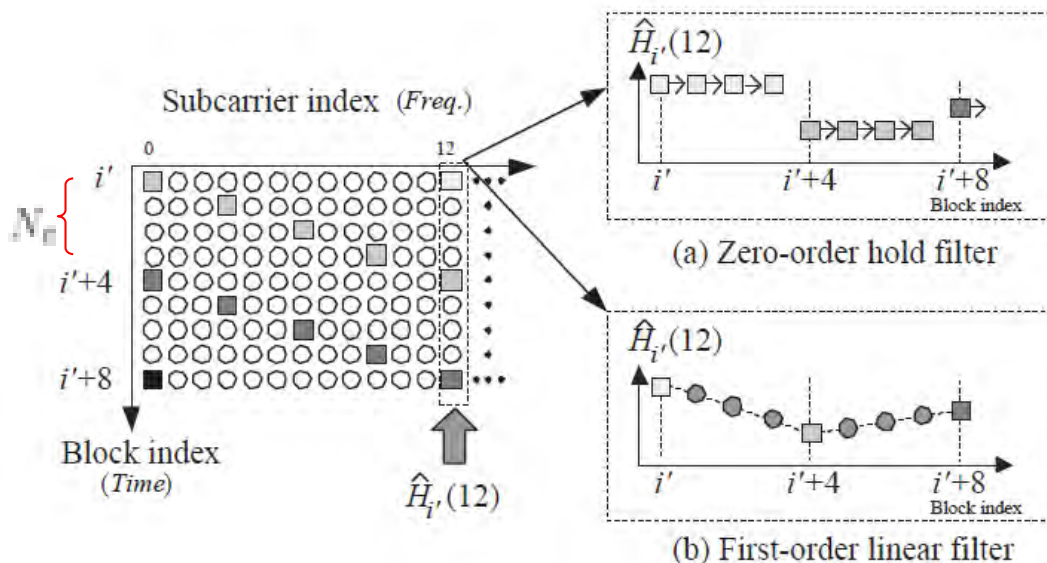
Interpolación polinomial

- Filtro de orden cero

$$\bar{H}_i(k) = \tilde{H}_{ii}(k), \quad \text{para } ii \leq i \leq ii + N_t - 1$$

- Filtro de orden 1

$$\bar{H}_i(k) = \frac{1}{N_t} [(N_t + ii - i) \tilde{H}_{ii}(k) + (ii - i) \tilde{H}_{ii+N_t}(k)], \quad \text{para } ii \leq i \leq ii + N_t - 1$$



Mejor
desempeño.

Mayor retardo.

Requiere la
estimación

Interpolación con DFT en dominio frecuencia

(4) DFT interpolation algorithm

On the basis of the DFT nature, if the value of points behind $N-M$ is 0 in the sequence of N points, the values of Fourier transform at N/M 's integer multiple are same as frontal M points of the sequence, and the values of Fourier transform at N/M 's non integer multiple is a linear combination of Fourier transform of the truncated sequences. The channel estimation method based on DFT restores the frequency response of the channel mainly by the principle, which zero-fill in time domain is equivalent to interpolation in frequency domain in signal processing.

In DFT interpolation, the pilots will be transformed to the time domain by IFFT at first, that is

$$[h_0, h_1, \dots, h_{N_p-1}] = \text{IFFT}[H_0, H_1, \dots, H_{N_p-1}]. \quad (16)$$

Then the frequency response of the channel at each subcarriers can be obtained by transforming the impulse response of the time domain with zero-fill to the frequency domain, that is

$$[\hat{H}_1, \hat{H}_2, \dots, \hat{H}_N] = \text{FFT}[h_0, h_2, \dots, h_{N_p-1}, 0, \dots, 0]_N. \quad (17)$$

Ver código Matlab ejemploestimacioncanal.m !!

Otros métodos de estimación de canal

Existen otros métodos:

- Métodos de estimación ciegos
- Métodos basados en decisiones.
- En todos los casos hay diversos parámetros a evaluar.

Cantidad de pilotos

Se reduce la tasa efectiva de transmisión. Capacidad de seguimiento de las variaciones del canal

- Nro de pilotos / Nro datos

Tipo de canal

Canales variantes en el tiempo, selectivos en frecuencia, efecto Doppler,...

- Ancho de banda de coherencia
- Tiempo de coherencia

Complejidad de implementación

Inversión de matrices, interpolación,

- Complejidad de implementación.
- Uplink/downlink