

Regras difusas

- ▶ Para sistemas difusos em geral (não apenas os controladores difusos referidos atrás), o comportamento dinâmico do sistema é gerido por um conjunto de **regras difusas**.
- ▶ Estas regras são obtidas normalmente a partir de um perito humano.
- ▶ As regras difusas (na abordagem Mamdani) são da forma
se antecedente(s) então consequente(s)
- ▶ Os **antecedentes** são uma combinação de conjuntos difusos através da aplicação dos operadores lógicos (complemento, intersecção e reunião).
- ▶ O **consequente** é normalmente apenas um conjunto difuso, mas poderão ser vários combinados com os operadores lógicos.

Luís A. Alexandre (UBI)

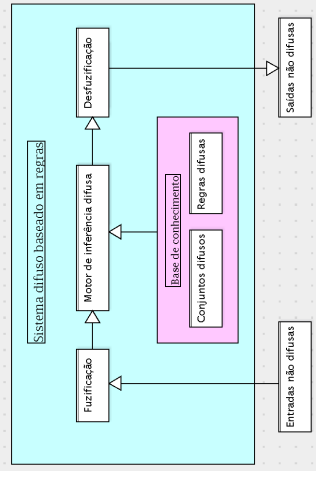
Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

7 / 37

Sistema difuso baseado em regras

- ▶ Os conjuntos difusos e as regras difusas formam a **base de conhecimento** de um sistema difuso baseado em regras.
- ▶ Além da base de conhecimento, um sistema difuso baseado em regras é composto ainda por três outros componentes que realizam as seguintes tarefas: fuzificação, inferência e desfuzificação.



Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

8 / 37

Fuzificação

- ▶ Os antecedentes das regras difusas formam o **espaço difuso de entrada** enquanto que os consequentes formam o **espaço difuso de saída**.
- ▶ O **processo de fuzificação** trata de arranjar uma representação difusa de valores de entrada não difusos.
- ▶ Isto é conseguido aplicando funções de pertença associadas aos conjuntos difusos do espaço difuso de entrada.
- ▶ Para exemplificar podemos considerar o problema visto antes sobre os jogadores de basket. A ideia é receber p.ex. as suas alturas em metros e ter que lhes atribuir um grau de pertença no conjunto *A*. Este passo resume-se à aplicação das funções de pertença a valores do problema que não estejam originalmente na forma difusa.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

9 / 37

Inferência difusa

- ▶ Existem várias possibilidades de combinação dos operadores difusos para a obtenção da força de disparo. Vamos considerar apenas a intersecção.
- ▶ Para a regra anterior, força de disparo seria então dada por

$$\alpha = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$
- ▶ Neste caso temos apenas uma regra mas em geral para cada regra *k* teria de ser calculada a sua força de disparo, α_k .
- ▶ O passo seguinte consiste em acumular todos os valores de saída achando apenas um valor difuso para cada conj. difuso de saída *C_i*.
- ▶ Normalmente esse valor difuso β_i associado a *C_i* é obtido usando o operador máximo

$$\beta_i = \max_{\forall k} \{\alpha_k\}$$

onde α_k é a força de disparo da regra *k* que tem como saída *C_i*.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

11 / 37

Inferência difusa

- ▶ Num sistema de regras não difuso, cada regra é avaliada de forma sequencial, até uma disparar. No caso difuso todas as regras disparam e são usadas para obter a resposta final.
- ▶ Consideremos dois conjuntos difusos *A* e *B* de entrada e um conjunto difuso de saída *C*.
- ▶ As variáveis *x* e *y* são de variáveis de entrada enquanto que *z* é variável de saída.
- ▶ Consideremos ainda a seguinte regra
 se *x* é *A* e *y* é *B* então *z* é *C*
- ▶ Do processo de fuzificação sabemos os valores de $\mu_A(x)$ e $\mu_B(y)$.
- ▶ Para efetuarmos os processo de inferência devemos começar por calcular a **força de disparo** de cada regra constante da base de regras.
- ▶ Isto é feito combinando os conjuntos antecedentes através dos operadores lógicos difusos.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

10 / 37

Inferência difusa

- ▶ Os β_i são usados para modificar o conjunto difuso de saída *C_i*.
- ▶ Essa modificação pode ser feita de várias formas, mas iremos apenas considerar o uso do operador mínimo: achamos o mínimo entre o valor da função de pertença de *C_i* e o respetivo β_i .
- ▶ A saída do processo de inferência difusa é um **conjunto difuso**, para cada variável de saída.
- ▶ As regras podem ainda ser pesadas *a priori* com pesos pertencentes a [0, 1] que representam o grau de confiança em cada regra. Estes valores são normalmente definidos por peritos durante o desenho do sistema.
- ▶ Esses pesos multiplicam os α_k antes da determinação dos β_i .

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

12 / 37

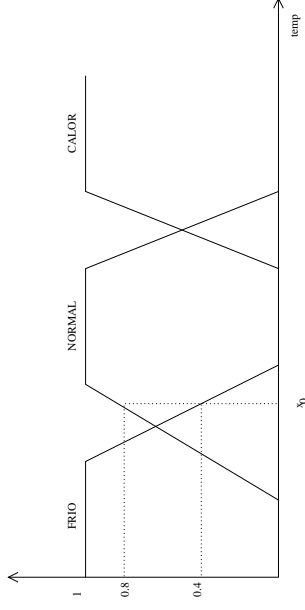
Inferência difusa

- ▶ Resumo dos passos de fuzzificação e inferência:

1. Determinar os **valores fuzzificados** de cada variável de **entrada** (são os valores das funções de pertinência das variáveis a cada um dos conjuntos difusos de entrada);
2. Achar a **força de disparo** de cada regra, α_k , $k = 1, \dots, R$, onde R é o número total de regras, usando o mínimo entre os valores fuzzificados das variáveis de entrada que fazem parte dos antecedentes de cada regra;
3. Achar os **valores difusos** associados a cada **saída**, β_i , $i = 1, \dots, S$, onde S é o número de conjuntos difusos das saídas, usando o máximo entre as forças de disparo que têm como consequentes o mesmo conjunto;
4. Criar o **conjunto difuso de saída** da inferência combinando através da reunião, os conjuntos C_i limitados pelos respectivos β_i (o mínimo entre μ_{C_i} e β_i).

Inferência difusa: exemplo

Conjuntos difusos para a variável x de entrada (temperatura):



Inferência difusa: exemplo

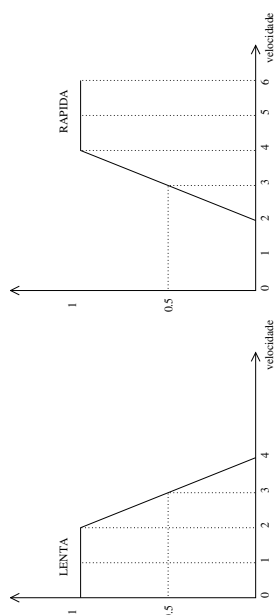
- ▶ Começamos por determinar a força de disparo de cada regra. Para x_0 temos os seguintes valores das funções de pertinência: $\mu_{FRIO}(x_0) = 0.4$, $\mu_{NORMAL}(x_0) = 0.8$ e $\mu_{CALOR}(x_0) = 0$.
- ▶ Agora podemos obter os valores de α_k para cada regra ($k = 1, 2, 3$): $\alpha_1(x_0) = 0.4$, $\alpha_2(x_0) = 0.8$ e $\alpha_3(x_0) = 0$.
- ▶ Como todas as regras tinham apenas um conjunto no antecedente o valor dos α é igual aos valores difusos da temperatura.
- ▶ Para determinarmos os valores de β_{LENTA} e $\beta_{RÁPIDA}$ precisamos de achar o máximo entre as forças de ativação (os α) das regras que têm como consequente cada um destes conjuntos.

Inferência difusa: exemplo

- ▶ Consideremos que pretendemos controlar uma ventoinha num café em função da temperatura do ar.
- ▶ A temperatura x é medida e fuzzificada em 3 conjuntos: FRIO, NORMAL e CALOR.
- ▶ A velocidade de rotação da ventoinha z é caracterizada por 2 conj. difusos: LENTA e RÁPIDA.
- ▶ As regras da base de conhecimento são as seguintes:
R1: Se x é FRIO então z é LENTA
R2: Se x é NORMAL então z é RÁPIDA
R3: Se x é CALOR então z é RÁPIDA
- ▶ Usando as funções de pertinência das figuras seguintes, queremos obter a saída da inferência difusa quando é lida a temperatura x_0 .

Inferência difusa: exemplo

Conjuntos difusos para a variável z de saída (velocidade da ventoinha):



Inferência difusa: exemplo

- ▶ Assim:
 $\beta_{LENTA} = \max\{\alpha_1(x_0)\} = \max\{0.4\} = 0.4$
 $\beta_{RÁPIDA} = \max\{\alpha_2(x_0), \alpha_3(x_0)\} = \max\{0.8, 0\} = 0.8$
- ▶ Agora podemos obter o conjunto difuso de saída da fase de inferência: $\{0.4/0, 0.4/1, 0.4/2, 0.5/3, 0.8/4, 0.8/5, 0.8/6\}$.

Desfuzificação

- ▶ A tarefa da **desfuzificação** consiste em transformar a saída do processo de inferência difusa em valores escalares para cada variável de saída.
- ▶ Veremos de seguida várias abordagens embora existam muitas mais.
- ▶ Para facilitar a explicação, usaremos o exemplo do controlo da ventoinha, que acabámos de estudar.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

19 / 37

Ano lectivo 2023-24

20 / 37

Desfuzificação: Método da média dos máximos

- ▶ Método da média dos máximos: determina-se o valor médio de todos os valores em que a função de pertença atinja o máximo.
- ▶ Para o exemplo, temos

$$z_0 = (4 + 5 + 6)/3 = 5$$

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

20 / 37

Ano lectivo 2023-24

Desfuzificação: Método biselector da área

- ▶ Método biselector da área: determina-se o valor z_0 que separa a área da função de pertença em duas regiões com a mesma área.
- ▶ Mais formalmente:

$$\int_a^{z_0} \mu_C(z) dz = \int_{z_0}^b \mu_C(z) dz$$

onde $z \in [a, b]$.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

21 / 37

Ano lectivo 2023-24

22 / 37

Desfuzificação: Método do centróide

- ▶ Método do centróide: determina-se o centróide da área abaixo da função de pertença e a saída do controlador é a abcissa do centróide.
- ▶ O cálculo do centróide das áreas trapezoidais depende de o domínio das funções de pertença ser discreto ou contínuo:

1. Para o caso discreto em que as funções de pertença só possam tomar um de n valores, a saída do processo de desfuzificação é dada por

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_C(z_i)}$$

2. No caso contínuo a saída do processo de desfuzificação é dada por

$$z_0 = \frac{\int_{z \in Z} z \mu(z) dz}{\int_{z \in Z} \mu(z) dz}$$

onde tanto os somatórios como os integrais têm o seu significado algébrico comum.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

23 / 37

Ano lectivo 2023-24

24 / 37

Exercícios

1. Considere as seguintes regras

R1: se x é Pequeno então y é Grande

R2: se x é Médio então y é Pequeno

R3: se x é Grande então y é Médio

Responda às seguintes questões, usando as funções de pertença que se representam abaixo e considerando um valor de entrada $x = 1.5$:

- 1.1 Desenhe o resultado do processo de inferência difusa.
- 1.2 Calcule a saída desfuzificada sobre o seguinte domínio discreto usando o método do centróide
 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Luís A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

24 / 37

Ano lectivo 2023-24

Exercícios

Exercícios

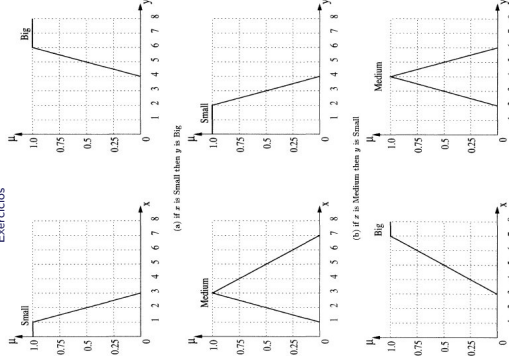


figura de Engelbrecht p.231

Ano lectivo 2023-24

Inteligência Computacional

Luis A. Alexandre (UBI)

25 / 37

Controladores Difusos

Controladores Difusos

- ▶ O primeiro controlador difuso foi implementado por Mamdani e Assilian em 1975 para o controlo dum motor a vapor.
- ▶ Hoje em dia existem inúmeras aplicações dos controladores difusos, tanto em aplicações de consumo como industriais: máquinas de lavar roupa, câmaras de vídeo, ar condicionados, controlo de robots, nas barragens, em cimenteiras, etc.

Luis A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

27 / 37

Componentes dum controlador difuso

Controladores Difusos

- ▶ Os componentes de um controlador difuso são os mesmos de um sistema de inferência difusa, pois o controlador é um caso particular dum destes sistemas.
- ▶ Assim sendo, os seus componentes são: fuzificador, motor de inferência, base de conhecimento (composta pelos conj. difusos e pelas regras difusas) e o desfuzificador.

Luis A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

29 / 37

Exercícios

Exercícios

2. Apresente a saída do processo de desfuzificação (usando o método do centróide) para o exemplo do controlador da ventoinha, considerando que a mesma só pode rodar com as seguintes velocidades: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ m/s.

Luis A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

26 / 37

Componentes dum controlador difuso

Controladores Difusos

- ▶ Um controlador é usado para controlar algum sistema ou processo.
- ▶ Um controlador pode ser visto como uma função não-linear que mapeia as entradas nas saídas.
- ▶ O sistema sob controlo tem de apresentar um determinado comportamento independentemente dos valores recebidos nas entradas.
- ▶ Exemplo: manter temperatura numa máquina de extrusão de plástico.

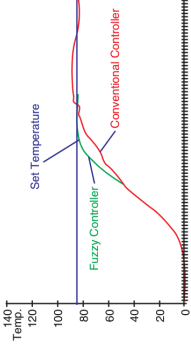


Imagem de 'Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB'

Luis A. Alexandre (UBI)

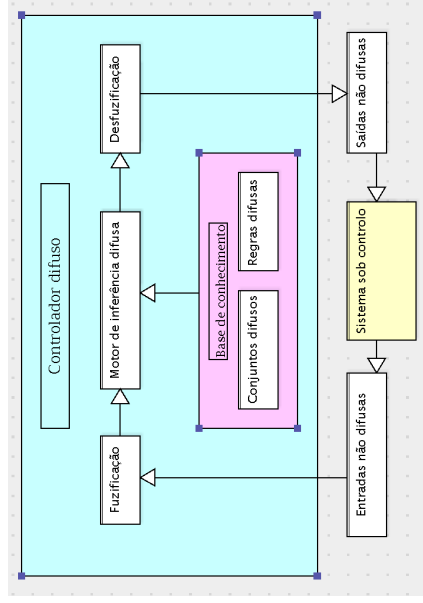
Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

28 / 37

Componentes dum controlador difuso

Controladores Difusos



Luis A. Alexandre (UBI)

Inteligência Computacional

Ano lectivo 2023-24

30 / 37

Leitura recomendada

- ▶ Engelbrecht, caps. 19 e 20.
- ▶ Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB, S.Sivanandam, S.Sumathi, S.Deepa, Springer 2007