# Inteligência Computacional

Luís A. Alexandre

UBI

Ano lectivo 2023-24

sistemas de inferência difusa

Alexandre (UBI)

## Introdução

- Os operadores difusos estudados na aula anterior permitem efetuar algum raciocínio básico sobre factos.
- A = alto, B = bom atleta e C = bom jogador de basket. Consideremos ainda os seguintes valores da função de pertença para dois jogadores Vejamos o exemplo seguinte. Consideremos três conjuntos difusos:
- $\mu_A({
  m Pedro}) = 0.7, \ \mu_A({
  m Rui}) = 0.9, \ \mu_B({
  m Pedro}) = 0.8, \ \mu_B({
  m Rui}) = 0.6$
- Sabendo que um bom jogador de basket é alto e bom atleta, qual dos dois será o melhor jogador de basket? Temos que inferir o grau de pertença a C. A
  - Podemos usar o operador intersecção para obter

$$\mu_{A\cap B}(\mathrm{Pedro}) = \min\{0.7, 0.8\} = 0.7$$

$$\mu_{A\cap B}(\mathrm{Rui}) = \min\{0.9, 0.6\} = 0.6$$

logo inferimos a partir da informação que possuíamos, que o Pedro deverá ser melhor jogador de basket que o Rui.

Ano lectivo 2023-24 uís A. Alexandre (UBI)

3/37

### Introdução

- Um controlador difuso é um dispositivo que é usado para efetuar o controlo de máquinas tendo por base um sistema difuso.
- O Japão é líder na aplicação deste tipo de controladores.
- Alguns exemplos:
- andando para trás e para a frente. O mesmo investigador colocou mais tarde um copo com água e até um rato vivo no topo da barra, tendo o 1987: Takeshi Yamakawa usou um controlador difuso para a controlar um pêndulo invertido: um veículo tenta manter uma barra vertical controlador sido capaz de manter ainda assim a barra vertical.
  - A Matsushita vende aspiradores com microcontroladores que executam algoritmos de controlo difuso para receberem informação de sensores de pó e ajustar a força de sucção.
- receber informação do peso da roupa, do tipo de tecidos e da sujidade e ajustar automaticamente o programa de lavagem de forma a poupar A Hitachi vende máquinas de lavar com controladores difusos para detergente, água e energia.

### Conteúdo

## Sistemas de inferência difusa

Sistema difuso baseado em regras Regras difusas Fuzificação

Inferência difusa Desfuzificação

#### Exercícios

## Controladores Difusos

Componentes dum controlador difuso Componentes dum controlador difuso

Tipos de controladores difusos

#### Exercício

## Leitura recomendada

lectivo 2023-24 uís A. Alexandre (UBI)

### istemas de inferência difusa

### Introdução

- O exemplo anterior é muito simplista.
- Em casos reais, como num controlador, o resultado é obtido a partir de um conjunto de regras se-então.
- Estas regras descrevem as ações a tomar se se encontrarem reunidas determinadas condições.
- simultaneamente e aí o problema passa a ser saber qual a melhor No entanto é possível que várias regras sejam ativadas ação a tomar.
- Para tal é necessário um mecanismo que permita inferir qual a melhor ação a tomar quando um conjunto de situações ocorre.  $\blacktriangle$
- No caso dos controladores difusos, as situações são expressas em termos de funções de pertença e a inferência difusa sobre informação disponível determina a ação a tomar.  $\blacktriangle$

Ano lectivo 2023-24 Inteligência Computacional Luís A. Alexandre (UBI)

## Introdução

Alguns exemplos (continuação):

- A Canon tem um sistema de focagem baseado em controlo difuso. Usa movimento das lentes. A saída é a posição das lentes. O sistema usa 12 entradas: 6 para medir a claridade e 6 para medir a taxa de regras e 1.1 kilobytes de memória.
- aquecimento e 25 de arrefecimento. O sensor de temperatura fornece a motor da ventoinha. Quando comparado com uma versão anterior este modelo aquece e arrefece 5 vezes mais rápido, reduz o consumo energético em 24%, aumenta a estabilidade da temperatura 2 vezes e entrada, e as saídas controlam um inversor, a válvula do compressor e A Mitsubishi tem um ar condicionado industrial que usa 25 regras de usa menos sensores.

Luís A. Alexandre (UBI)

sistemas de inferência difusa

## Regras difusas

- Para sistemas difusos em geral (não apenas os controladores difusos referidos atrás), o comportamento dinâmico do sistema é gerido por um conjunto de regras difusas.
- Estas regras são obtidas normalmente a partir de um perito humano.  $\blacksquare$
- As regras difusas (na abordagem Mamdani) são da forma se antecedente(s) então consequente(s)
- Os antecedentes são uma combinação de conjuntos difusos através da aplicação dos operadores lógicos (complemento, intersecção e  $\blacksquare$
- O consequente é normalmente apenas um conjunto difuso, mas poderão ser vários combinados com os operadores lógicos.

lectivo 2023-24

1/37

Alexandre (UBI)

sistemas de inferência difusa

## Fuzificação

- Os antecedentes das regras difusas formam o espaço difuso de entrada enquanto que os consequentes formam o espaço difuso de saída.
- O processo de fuzificação trata de arranjar uma representação difusa de valores de entrada não difusos.
- lsto é conseguido aplicando funções de pertença associadas aos conjuntos difusos do espaço difuso de entrada.  $\blacktriangle$
- Para exemplificar podemos considerar o problema visto antes sobre os metros e ter que lhes atribuir um grau de pertença no conjunto A. Este passo resume-se à aplicação das funções de pertença a valores jogadores de basket. A ideia é receber p.ex. as suas alturas em do problema que não estejam originalmente na forma difusa

Inteligência Computacional Luís A. Alexandre (UBI)

## Inferência difusa

- Existem várias possibilidades de combinação dos operadores difusos para a obtenção da força de disparo. Vamos considerar apenas a intersecção.
- Para a regra anterior, força de disparo seria então dada por  $\blacktriangle$

$$\alpha = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

- × Neste caso temos apenas uma regra mas em geral para cada regra teria de ser calculada a sua força de disparo,  $\alpha_k.$  $\blacktriangle$ 
  - achando apenas um valor difuso para cada conj. difuso de saída C;. O passo seguinte consiste em acumular todos os valores de saída
- é obtido usando o Normalmente esse valor difuso  $\beta_i$  associado a  $C_i$ operador máximo

 $\beta_i = \max_{\forall k} \{\alpha_{k_i}\}$ 

onde  $lpha_{k_i}$  é a força de disparo da regra k que tem como saída  $C_i$ .

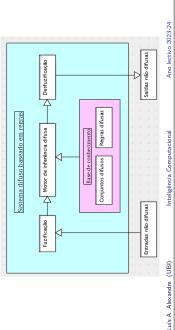
Ano lectivo 2023-24

Luís A. Alexandre (UBI)

Sistema difuso Sistemas de inferência difusa

# Sistema difuso baseado em regras

- Os conjuntos difusos e as regras difusas formam a base de conhecimento de um sistema difuso baseado em regras.
- Além da base de conhecimento, um sistema difuso baseado em regras é composto ainda por três outros componentes que realizam as seguintes tarefas: fuzificação, inferência e desfuzificação.



sistemas de inferência difusa

## Inferência difusa

- sequencial, até uma disparar. No caso difuso todas as regras disparam ▶ Num sistema de regras não difuso, cada regra é avaliada de forma e são usadas para obter a resposta final.
- Consideremos dois conjuntos difusos A e B de entrada e um conjunto difuso de saída C.  $\blacktriangle$
- As variáveis x e y são de variáveis de entrada enquanto que z é variável de saída.
- Consideremos ainda a seguinte regra

se  $x \in A$ e  $y \in B$ então  $z \in C$ 

- Do processo de fuzificação sabemos os valores de  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(y)$  $\blacktriangle$
- Para efetuarmos os processo de inferência devemos começar por calcular a força de disparo de cada regra constante da base de regras.
- Isto é feito combinando os conjuntos antecedentes através dos operadores lógicos difusos.

lectivo 2023-24 Luís A. Alexandre (UBI)

9/37

lectivo 2023-24

10/37

## Inferência difusa

- Os  $\beta_i$  são usados para modificar o conjunto difuso de saída  $C_i$ .
- Essa modificação pode ser feita de várias formas, mas iremos apenas considerar o uso do operador mínimo: achamos o mínimo entre o valor da função de pertença de  $C_i$  e o respetivo  $eta_{i,i}$
- A saída do processo de inferência difusa é um conjunto difuso, para cada variável de saída.  $\blacktriangle$
- As regras podem ainda ser pesadas a priori com pesos pertencentes a valores são normalmente definidos por peritos durante o desenho do [0,1] que representam o grau de confiança em cada regra. Estes
- $\beta_{i}$ . Esses pesos multiplicam os  $\alpha_k$  antes da determinação dos

12/37

sistemas de inferência difusa Inferência difus

## Inferência difusa

- Resumo dos passos de fuzificação e inferência:
- Determinar os valores fuzificados de cada variável de entrada (são os valores das funções de pertença das variáveis a cada um dos conjuntos difusos de entrada);
  - 2. Achar a força de disparo de cada regra,  $\alpha_k$ ,  $k=1,\ldots,R$ , onde R é o número total de regras, usando o mínimo entre os valores fuzificados das variáveis de entrada que fazem parte dos antecedentes de cada
- 3. Achar os valores difusos associados a cada saída,  $\beta_i$ ,  $i=1,\ldots,S$ , onde S é o número de conjuntos difusos das saídas, usando o máximo entre S é forma do disconsidio de S forma conjuntos difusos das saídas, usando o máximo entre S forma de S forma S forma S formal S
  - as forças de disparo que têm como consequentes o mesmo conjunto; 4. Criar o conjunto difuso de saída da inferência combinando através da reunião, os conjuntos  $C_l$  limitados pelos respectivos  $\beta_l$  (o mínimo entre  $\alpha_l$  o  $\beta_l$ ).

Luís A. Alexandre (UBI) Ano lectivo 2023-24

Sistemas de inferência difusa

# | Inferência difusa: exemplo

- Consideremos que pretendemos controlar uma ventoinha num café em função da temperatura do ar.
- ► A temperatura x é medida e fuzificada em 3 conjuntos: FRIO, NORMAL e CALOR.
- A velocidade de rotação da ventoinha z é caracterizada por 2 conj. difusos: LENTA e RÁPIDA.
- As regras da base de conhecimento são as seguintes:
  - R1: Se x é FRIO então z é LENTA
- R2: Se x é NORMAL então z é RÁPIDA
  - R3: Se x é CALOR então z é RÁPIDA

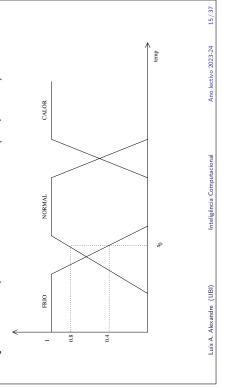
► Usando as funções de pertença das figuras seguintes, queremos obter a saída da inferência difusa quando é lida a temperatura x₀.

Luís A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023-24 14

Inferência difusa: exemplo

istemas de inferência difusa

Conjuntos difusos para a variável x de entrada (temperatura):



Sistemas de inferência difusa Inferência dif

## Inferência difusa: exemplo

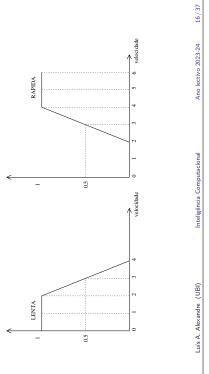
- Começamos por determinar a força de disparo de cada regra. Para  $x_0$  temos os seguintes valores das funções de pertença:  $\mu_{FRIO}(x_0)=0.4$ ,  $\mu_{NORMAL}(x_0)=0.8$  e  $\mu_{CALOR}(x_0)=0$ .
- Agora podemos obter os valores de  $\alpha_k$  para cada regra (k=1,2,3):  $\alpha_1(x_0)=0.4,\ \alpha_2(x_0)=0.8$  e  $\alpha_3(x_0)=0.$
- $\blacktriangleright$  Como todas as regras tinham apenas um conjunto no antecedente o valor dos  $\alpha$  é igual aos valores difusos da temperatura.
- Para determinarmos os valores de  $\beta_{LENTA}$  e  $\beta_{RAPIDA}$  precisamos de achar o máximo entre as forças de ativação (os  $\alpha$ ) das regras que têm como consequente cada um destes conjuntos.

Luie Δ. Δlavandra. (TIRI) Intelirância Commitacional Δno lact

Sistemas de inferência difusa Infe

Inferência difusa: exemplo

Conjuntos difusos para a variável z de saída (velocidade da ventoinha):



Cintown on the instance of firms

# Inferência difusa: exemplo

- Assim:
- $\beta_{LENTA} = \max\{\alpha_1(x_0)\} = \max\{0.4\} = 0.4$   $\beta_{RAPIDA} = \max\{\alpha_2(x_0), \alpha_3(x_0)\} = \max\{0.8, 0\} = 0.8$
- ▶ Agora podemos obter o conjunto difuso de saída da fase de inferência: {0.4/0,0.4/1,0.4/2,0.5/3,0.8/4,0.8/5,0.8/6}.

Luís A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023-24 18,

sistemas de inferência difusa

## Desfuzificação

- A tarefa da desfuzificação consiste em transformar a saída do processo de inferência difusa em valores escalares para cada variável de saída. Ā
- Veremos de seguida várias abordagens embora existam muitas mais.
- Para facilitar a explicação, usaremos o exemplo do controlo da ventoinha, que acabámos de estudar.

Alexandre (UBI)

Desfuzificação: Método bisector da área

- ▶ Método bisector da área: determina-se o valor z₀ que separa a área da função de pertença em duas regiões com a mesma área.
  - Mais formalmente  $\blacktriangle$

$$\int_a^{z_0} \mu_C(z) dz = \int_{z_0}^b \mu_C(z) dz$$

onde  $z \in [a, b]$ 

lectivo 2023-24 Inteligência Computacional

Luís A. Alexandre (UBI)

# Desfuzificação: Método do centróide

- função de pertença e a saída do controlador é a abcissa do centróide. Método do centróide: determina-se o centróide da área debaixo da  $\blacktriangle$
- O cálculo do centróide das áreas trapezoidais depende de o domínio das funções de pertença ser discreto ou contínuo:
  - 1. Para o caso discreto em que as funções de pertença só possam tomar um de n valores, a saída do processo de desfuzificação é dada por

$$z_0 = rac{\sum_{i=1}^n z_i \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_C(z_i)}$$

No caso contínuo a saída do processo de desfuzificação é dada por 6

$$z_0 = \frac{\int_{z \in Z} z \mu(z) dz}{\int_{z \in Z} \mu(z) dz}$$

onde tanto os somatórios como os integrais têm o seu significado

algébrico comum.

Sistemas de inferência difusa

# Desfuzificação: Método da média dos máximos

- Método da média dos máximos: determina-se o valor médio de todos os valores em que a função de pertença atinja o máximo.
- Para o exemplo, temos

$$z_0 = (4+5+6)/3 = 5$$

lectivo 2023-24 Alexandre (UBI)

19/37

lectivo 2023-24

# Desfuzificação: Método do primeiro máximo

- ▶ Método do primeiro máximo: determina-se o valor z₀ que corresponde ao primeiro máximo da função de pertença.
- Para o exemplo, temos máximos= $\{4,5,6\}$ , logo  $z_0$ =4.

Luís A. Alexandre (UBI)

21/37

Inteligência Computacional

22/37

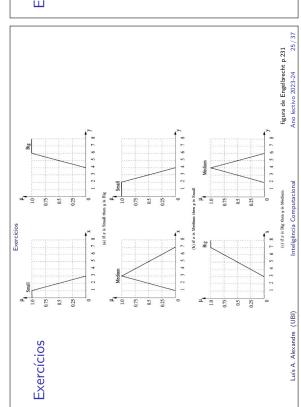
Ano lectivo 2023-24

### Exercícios

- Considere as seguintes regras
- R1: se x é Pequeno então y é Grande R2: se x é Médio então y é Pequeno
  - R3: se x é Grande então y é Médio

Responda às seguintes questões, usando as funções de pertença que se representam abaixo e considerando um valor de entrada x=1.5:

$$' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$



## Controladores Difusos

Controladores Difusos

- O primeiro controlador difuso foi implementado por Mamdani e Assilian em 1975 para o controlo dum motor a vapor.
- ► Hoje em dia existem inúmeras aplicações dos controladores difusos, tanto em aplicações de consumo como industriais: máquinas de lavar roupa, câmaras de vídeo, ar condicionados, controlo de robots, nas barragens, em cimenteiras, etc.

Luís A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023-24 27/37

# Componentes dum controlador difuso

- Os componentes de um controlador difuso são os mesmos de um sistema de inferência difusa, pois o controlador é um caso particular dum detec cirtamas
- Assim sendo, os seus componentes são: fuzificador, motor de inferência, base de conhecimento (composta pelos conj. difusos e pelas regras difusas) e o desfuzificador.

uís A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023-24 29/3

### Exercícios

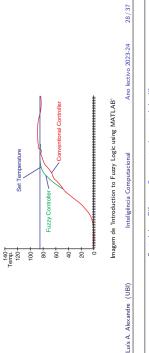
2. Apresente a saída do processo de desfuzificação (usando o método do centróide) para o exemplo do controlador da ventoinha, considerando que a mesma só pode rodar com as seguintes velocidades: {0,1,2,3,4,5,6} m/s.

s A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023-24

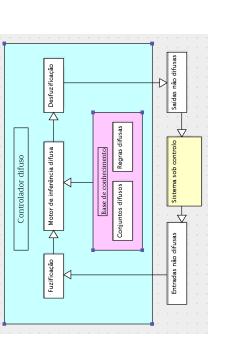
# Controladores Difusos Componentes dum cor

Componentes dum controlador difuso

- ► Um controlador é usado para controlar algum sistema ou processo.
- Um controlador pode ser visto como uma função não-linear que mapeia as entradas nas saídas.
- O sistema sob controlo tem de apresentar um determinado comportamento independentemente dos valores recebidos nas entradas.
- Exemplo: manter temperatura numa máquina de extrusão de plástico.



# Componentes dum controlador difuso



Luís A. Alexandre (UBI) Inteligência Computacional Ano lectivo 2023

Controladores Difusos

# Tipos de controladores difusos

- As diferenças principais entre os vários tipos de controladores difusos são ao nível do motor de inferência e do desfuzificador.
- Independentemente do tipo, todos os controladores difusos partilham os seguintes passos em termos da sua construção: A
- os conjuntos difusos e as respetivas funções de pertença têm de ser definidos tanto para o espaço de entrada como para o de saída
  - têm de ser definidas as regras com a ajuda de um perito humano
- tem de ser decidido como efetuar a implementação do fuzificador, do motor de inferência e do desfuzificador, dadas as possibilidades discutidas anteriormente.

lectivo 2023-24 Alexandre (UBI)

31/37

## Controlador Mamdani

- Este tipo de controladores usa os seguintes passos:  $\blacksquare$
- Identificar e dar nome às variáveis de entrada e definir a suas gamas H
- ldem para as variáveis de saída
- Definir os conjuntos difusos relativos às variáveis de entrada e saída 2 6 7 . 6 . 7
  - Construir as regras difusas
- Fuzificar as variáveis de entrada
- Efetuar a inferência difusa
- Desfuzificar usando a regra do centróide
- Uma desvantagem destes controladores é o custo computacional pois usam formas bidimensionais (as funções de pertença) e por vezes é necessário efetuar integrações.  $\blacktriangle$

Inteligência Computacional Luís A. Alexandre (UBI)

33/37

Ano lectivo 2023-24

Controlador Takagi-Sugeno

A força de disparo de cada uma das K regras é obtida usando 

$$\alpha_k = \min_{\forall i: a_i \in Ant_k} \{\mu_{A_i}(a_i)\}$$

оп

$$\alpha_k = \prod_{\forall i: a_i \in Ant_k} \mu_{A_i}(a_i)$$

Ä. onde  $Ant_k$  é o conjuntos dos antecedentes da regra

A saída do controlador é dada por Ā

$$= \frac{\sum_{k=1}^{K} \alpha_k f_{2,k}(a_1, \dots, a_n)}{\sum_{k=1}^{K} \alpha_k}$$

onde  $f_{2,k}$  é a função dos consequentes da regra k.

Controladores Difusos

# Controlador baseado em tabela

- Estes controladores são usados em universos discretos onde é prático calcular todas as combinações possíveis para as entradas do
- controlador. As duas entradas servem para se escolher uma célula da matriz que contém o valor a apresentar na saída do controlador. saída, uma matriz bidimensional serve para guardar a informação do numa tabela: p. ex., se o sistema tiver apenas duas entradas e uma As saídas para cada combinação das entradas são então colocadas
- necessitarem de pouca capacidade de processamento, uma vez que a Uma vantagem destes controladores é serem muito rápidos e tabela esteja construida.  $\blacktriangle$
- complicado criar as tabelas para os casos em que o número de O problema destes controladores reside no facto de se tornar combinações possíveis é elevado.

lectivo 2023-24 nteligência Computaciona uís A. Alexandre (UBI)

# Controladores Difusos

Controlador Takagi-Sugeno

- 0 Os controladores do tipo Mamdani são bons para capturar conhecimento de peritos quando esse conhecimento não é representável de forma analítica.
- Quando o conhecimento pode ser representado analiticamente deve usar-se um controlador Takagi-Sugeno.  $\blacktriangle$
- diferente das regras difusas permitindo que as saídas fossem obtidas a Takagi e Sugeno sugeriram que se efetuasse uma representação partir das entradas através de funções matemáticas.  $\blacktriangle$
- entradas; C é o consequente, os  $a_i$  são as variáveis de entrada e  $A_i$  os Para este tipo de controladores as regras apresentam a seguinte forma: se  $f_1(a_1 \notin A_1, a_2 \notin A_2, \ldots, a_n \notin A_n)$  então  $C = f_2(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ onde  $f_1$  é um operador lógico difuso e  $f_2$  uma função linear das conjuntos difusos de entrada.  $\blacktriangle$

34/37 Ano lectivo 2023-24 Inteligência Computacional Luís A. Alexandre (UBI)

## Exercício

Dadas as seguintes regras dum sistema Takagi-Sugeno:

se 
$$x \notin A_1$$
 e  $y \notin B_1$  então  $z_1 = x + y + 1$   
se  $x \notin A_2$  e  $y \notin B_1$  então  $z_2 = 2x + y + 1$   
se  $x \notin A_1$  e  $y \notin B_2$  então  $z_3 = 2x + 3y$   
se  $x \notin A_2$  e  $y \notin B_2$  então  $z_4 = 2x + 5$ 

disparo e considerando x = 1, y = 4 e os seguintes conjuntos difusos ache o valor de z usando a regra do mínimo para achar as forças de antecedentes:

$$A_1 = \{0.1/1, 0.6/2, 1.0/3\}$$

$$A_2 = \{0.9/1, 0.4/2, 0.0/3\}$$

$$B_1 = \{1.0/4, 1.0/5, 0.3/6\}$$

$$B_2 = \{0.1/4, 0.9/5, 1.0/6\}$$

Leitura recomendada
► Engelbrecht, caps. 19 e 20.
► Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB, S.Sivanandam, S.Sumathi, S.Deepa, Springer 2007