Análise e Transformação de Dados

Trabalho Nº2

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Licenciatura em Engenharia Informática

Grupo 13

David Rafael Ferreira Gomes Nº 2013136061

João Assafrão Craveiro Nº 2013136429

Rui Pedro Pereira Mendes Nº 2013136967

Exercício 1

Dados:

$Y[n] = b2\times x[n-2]+b3\times x[n-3]+b4\times x[n-4]+b5\times x[n-5]-a1\times y[n-1]-a2\times y[n-2] -a3\times y[n-3]$

$b2 = 0$, $b3 = 0.3137$, $b4 = 0$, $b5 = -0.1537$, $a1 = -2.3000$, $a2 = 1.7400$, $a3 = -0.4320$

1.1)

A partir da equação do sistema, é possível obter a função de transferência do sistema (G(Z)):

$$Y(z) \times (a1\times z^{-1} + a2\times z^{-2} + a3\times z^{-3}) = X(z)\times (b2\times z^{-2} + b3\times z^{-3} + b4\times z^{-4} + b5\times z^{-5})$$

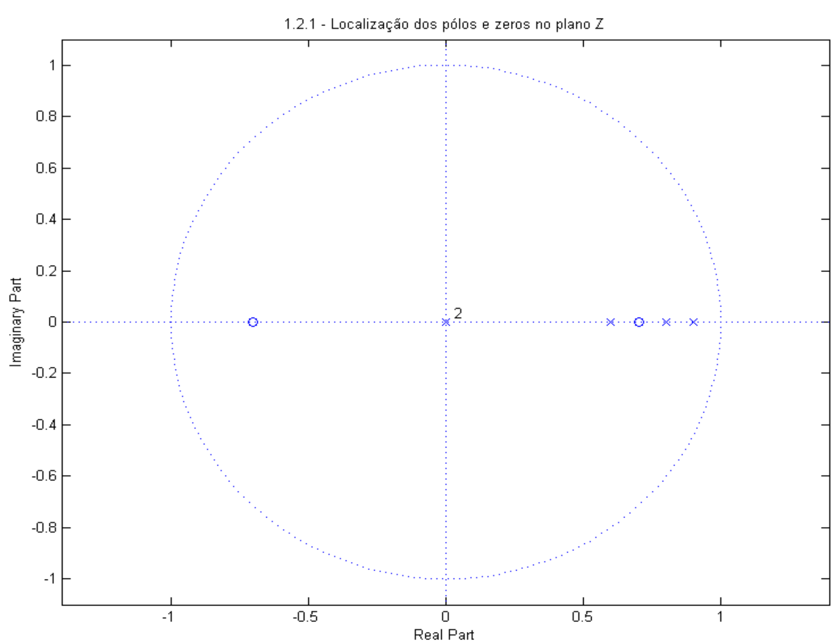
$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b2*z^{-2}+b3*z^{-3}+b4*z^{-4}+b5*z^{-5}}{a1*z^{-1}+a2*z^{-2}+a3*z^{-3}}$$

1.2)

1.2.1)

Gráfico da localização dos pólos e zeros, recorrendo à função zplane:

Zeros: 0.7, -0.7 Pólos: 0, 0, 0.9, 0.8, 0.6



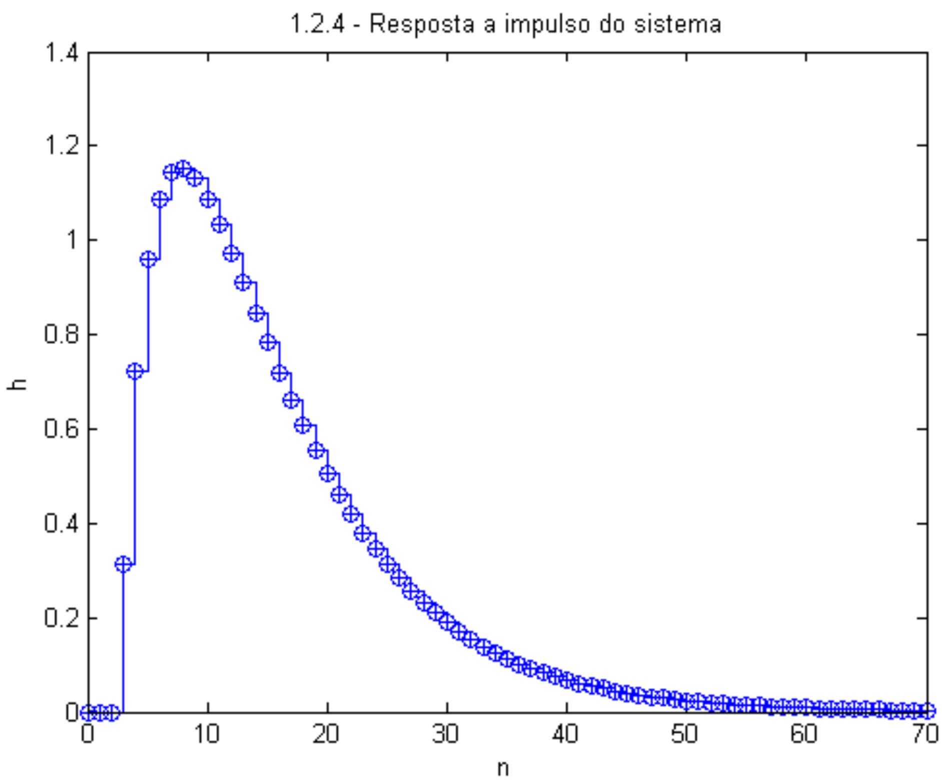
1.2.2) O sistema é estável, porque todos os pólos se encontram dentro do círculo de raio unitário, tal como se pode observar na imagem anterior.

1.2.3) A resposta a impulso do sistema é definida por:

```
                                                                          n                n
44573 kroneckerDelta(n - 1, 0)    1537 kroneckerDelta(n - 2, 0)    1274 (3/5)     11767 (4/5)
------------------------------ + ----------------------------- - ----------- - ------------ +
            31104                              4320                   405            2560

                  n
   100397 (9/10)    17644573 kroneckerDelta(n, 0)
   -------------- + -----------------------------
       21870                   5598720
```

1.2.4) Representação gráfica da sobreposição de *h1[n]* com *h2[n]* (função *impz*) e *h3[n]* (função *dimpulse*):

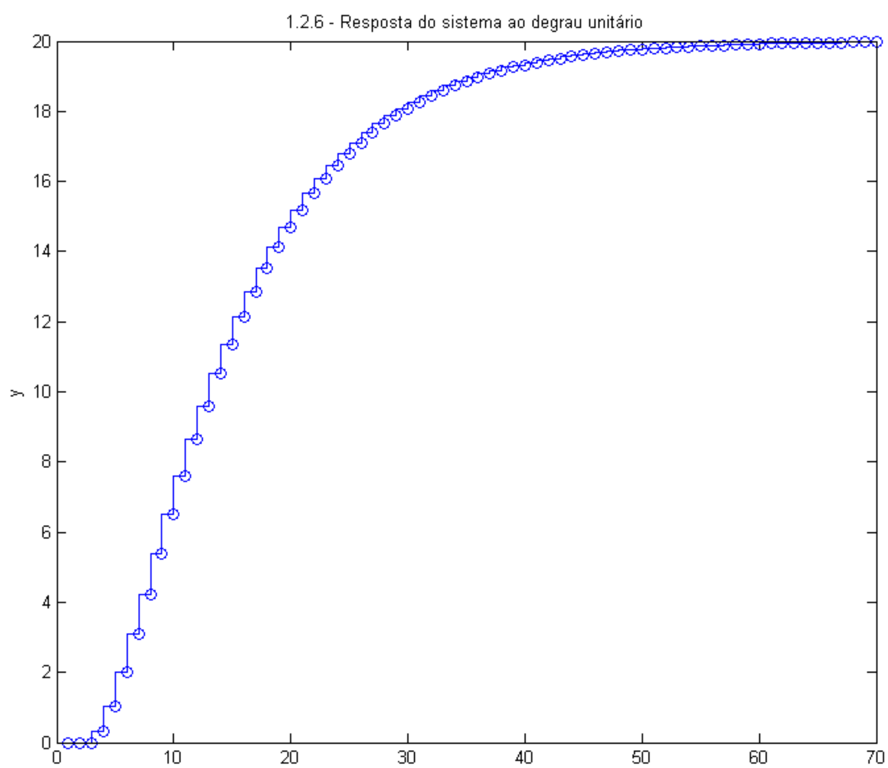


1.2.5) A resposta do sistema ao degrau unitário é definido pela expressão:

```
          n                                            n                  n
637 (3/5)    1537 kroneckerDelta(n - 1, 0)   11767 (4/5)    100397 (9/10)
---------- - ----------------------------- + ------------ - -------------- -
   135                   4320                    640             2430

   278197 kroneckerDelta(n, 0)
   --------------------------- + 20
             155520
```

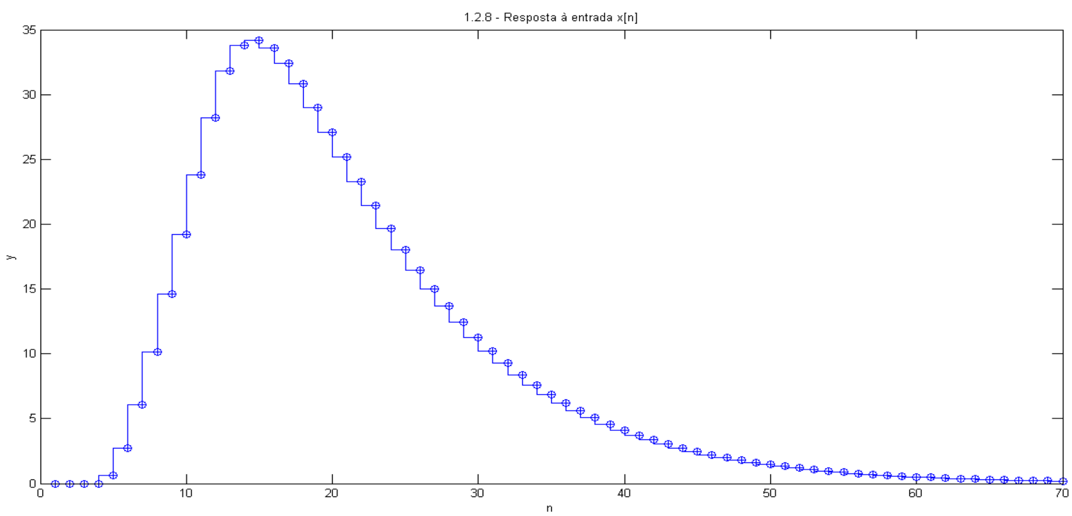
1.2.6) Representação gráfica da sobreposição de *y1[n] e y2[n]* (função *dstep*):



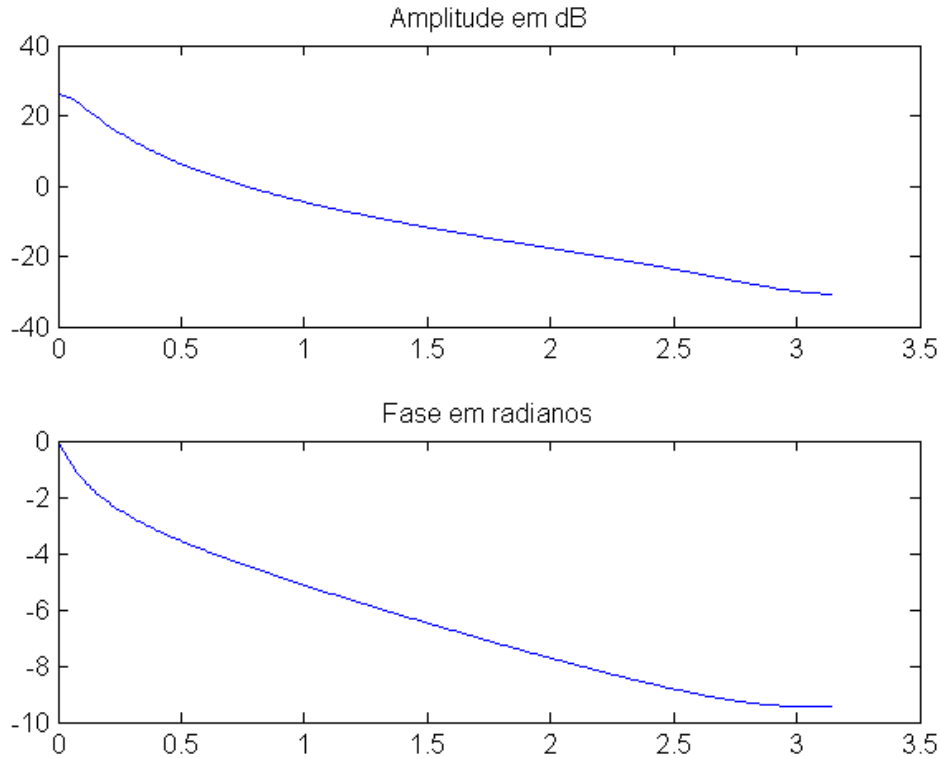
1.2.7) Expressão da resposta do sistema para a entrada $x[n] = 4(u[n-3]-u[n-9])$:

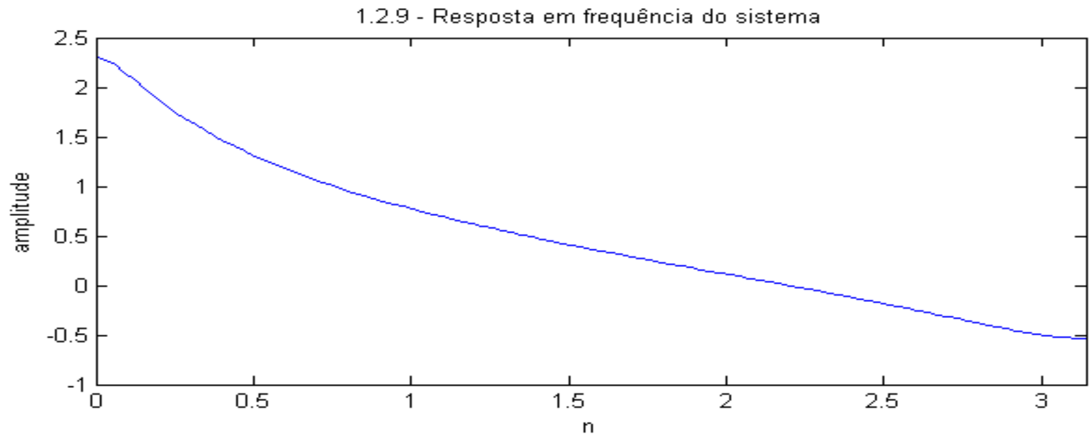
$$\frac{26649927193939190225\times\delta(n-1)}{21936959649377856} + \frac{450699373255707317\times\delta(n-2)}{609359740010496}$$
$$+ \frac{37827540494944333\times\delta(n-3)}{84633297223680} + \frac{625024257170593\times\delta(n-4)}{2350924922880} + \frac{2002168275905\times\delta(n-5)}{13060694016}$$
$$+ \frac{30591957605\times\delta(n-6)}{362797056} + \frac{436487705\times\delta(n-7)}{10077696} + \frac{5531933\times\delta(n-8)}{279936} + \frac{278197\times\delta(n-9)}{38880} + \frac{1537\times\delta(n-10)}{1080}$$
$$+ \frac{948875200\times(3/5)^n}{531441} + \frac{3391543575\times(4/5)^n}{8388608} + \frac{18816767169200\times(9/10)^n}{94143178827} + \frac{1571488642347599688125\times\delta(n)}{789730223053602816}$$

1.2.8) Representação gráfica da sobreposição de *y1[n]* e *y2[n]* (função *filter*) e *y3[n]* (função *dlsim*):



1.2.9) Representação gráfica da resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$:





1.2.10) A função *ddcgain()* devolve um ganho de 20.

Pelo teorema do valor final:

$$lim\ n \rightarrow +\infty\ \ x[n]\ = lim\ z \rightarrow 1 (1 - z^{-1})\ X(z)$$
$$lim\ n \rightarrow +\infty\ \ y[n]\ = lim\ z \rightarrow 1 (1 - z^{-1})\ Y(z)$$

$$Y(Z)\ = \frac{1}{1 - z^{-1}} \times G(z)$$

Calculando o valor de obtém-se também o valor 20.

Exercício 2

Para este exercício desenvolvemos o script *ex2.m* que ao executar pede ao utilizador o período fundamental a usar. Após introduzido, é apresentado um menu onde pode ser escolhido o tipo de onda a representar. Se a opção escolhida for a de introduzir uma expressão, a mesma deve ser introduzida na consola no formato de string. O número de amostras usado para definir o sinal é 500. Também foi necessário criar o script InvFourier, que transforma os *Cm's* e *tetam's* num sinal apróximado e o script *CoefComp.m* que devolve os coeficientes complexos a partir de Cm e tetam.

Após escolhida a opção é apresentado na figura 1 a onda, na figura 2 os valores de *Cm* e *Tetam* para *m_max* = 100. Seguidamente são apresentados vários gráficos que representam a evolução do sinal aproximado, consoante o aumento de *m*. Na figura 4 é apresentada a amplitude e fase dos coeficientes *cm*.

2.2.1) Onda quadrada de período 2 π :

Fig.1:

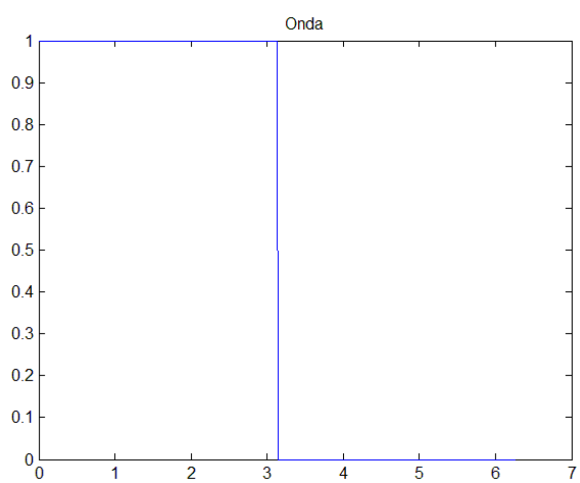


Fig.2:

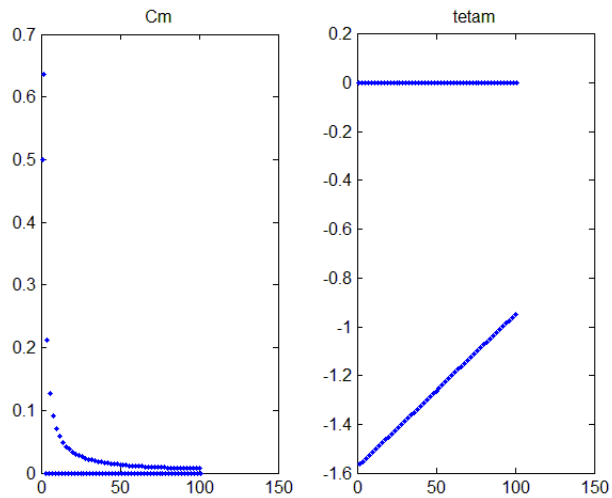


Fig.3:

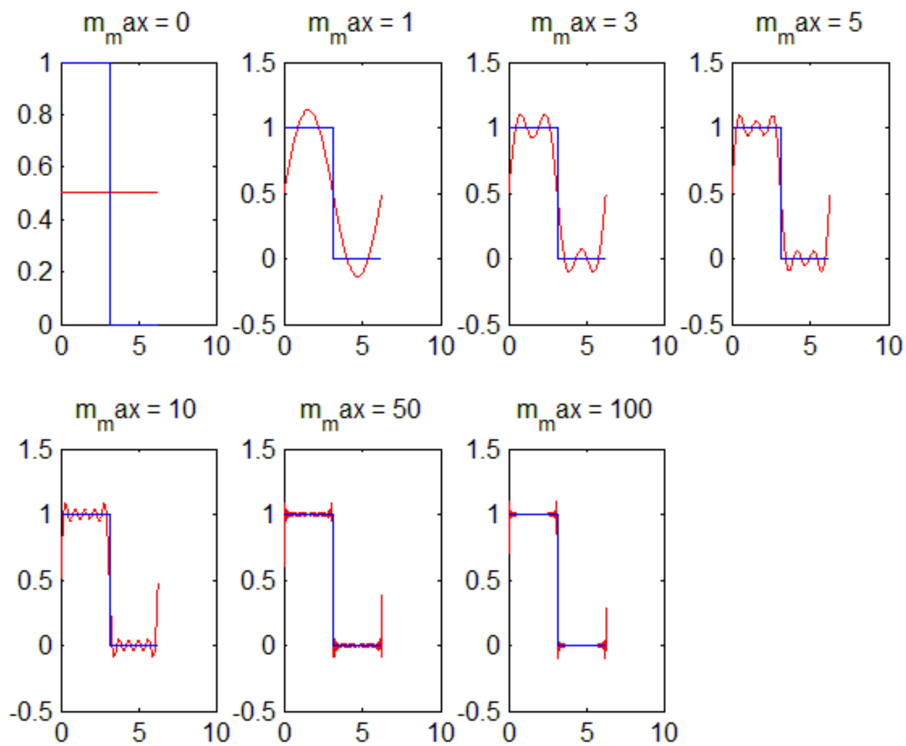
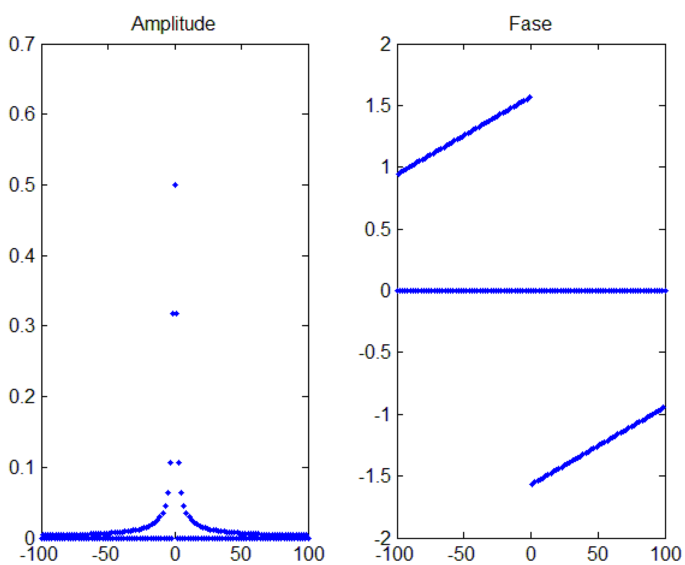


Fig.4:



2.2.2) Onda em dente de serra de período 2 π :

Fig.1:

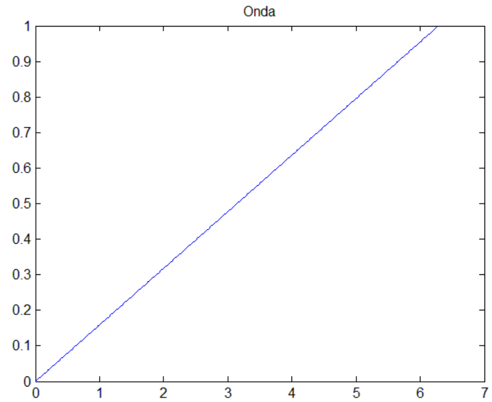


Fig.2:

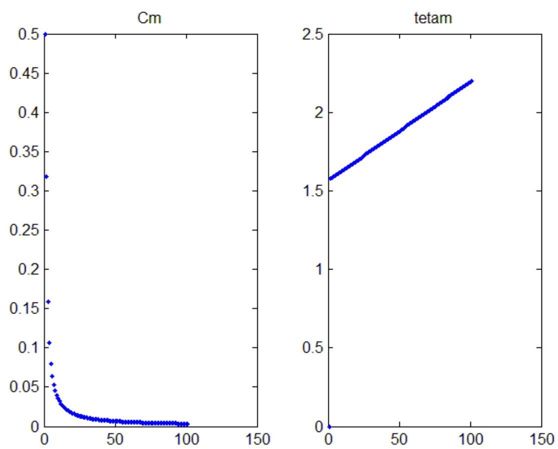


Fig.3:

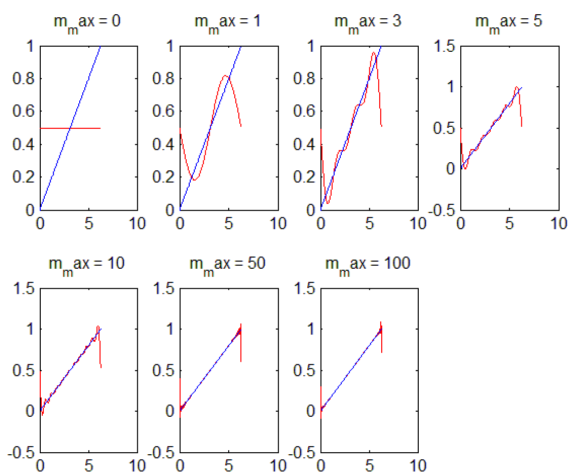
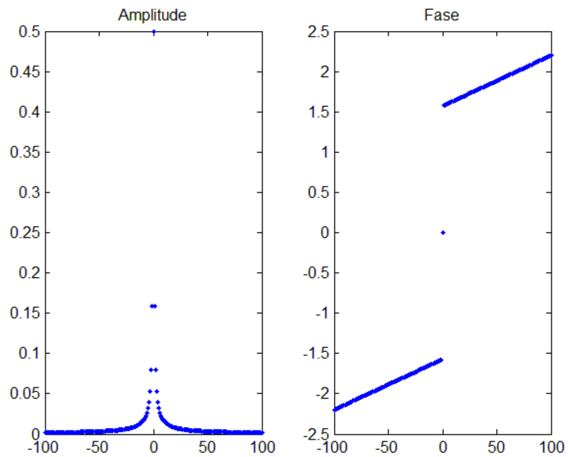


Fig.4:



2.2.3)

Onda $x(t) = 1+2mod(13,2)sin(12t+cos(212mod(14,2)cos(20t-4)sin(45t)$

de período 2⁄3:

Fig.1:

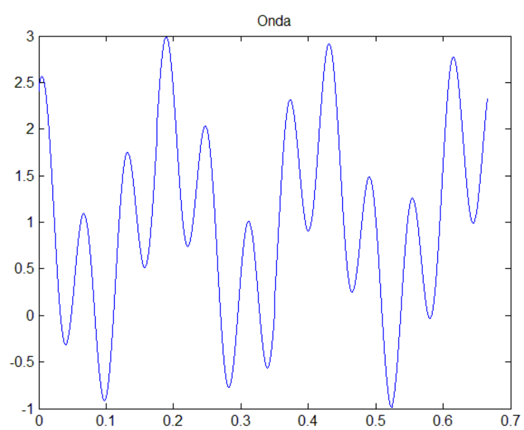


Fig.2 (Nota: a partir de m= 50 os gráficos estão sobrepostos):

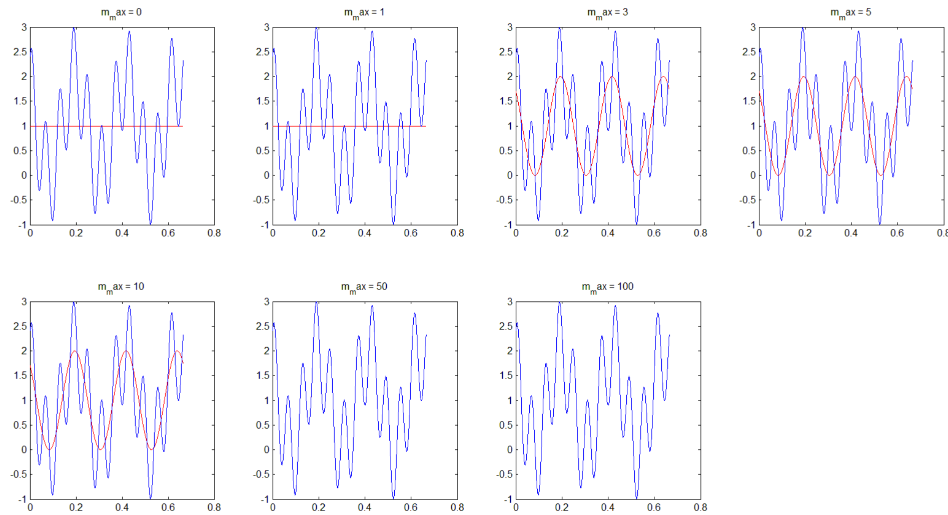


Fig.3:

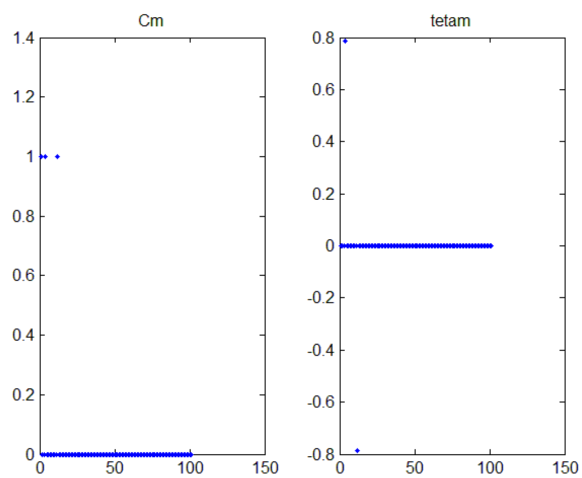
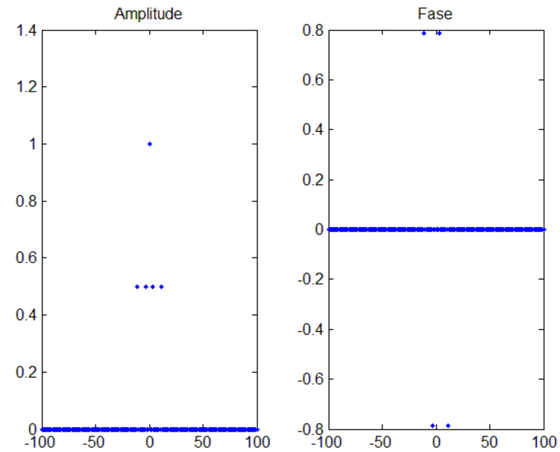


Fig.4:



2.2.4) Onda $x(t) = -2 + 4cos(4t + \frac{\pi}{3}) - 2sin(10t)$ de período π :

Fig.1:

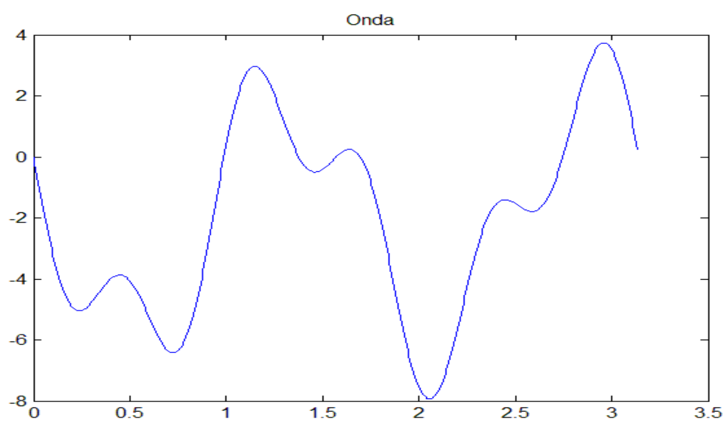


Fig.2:

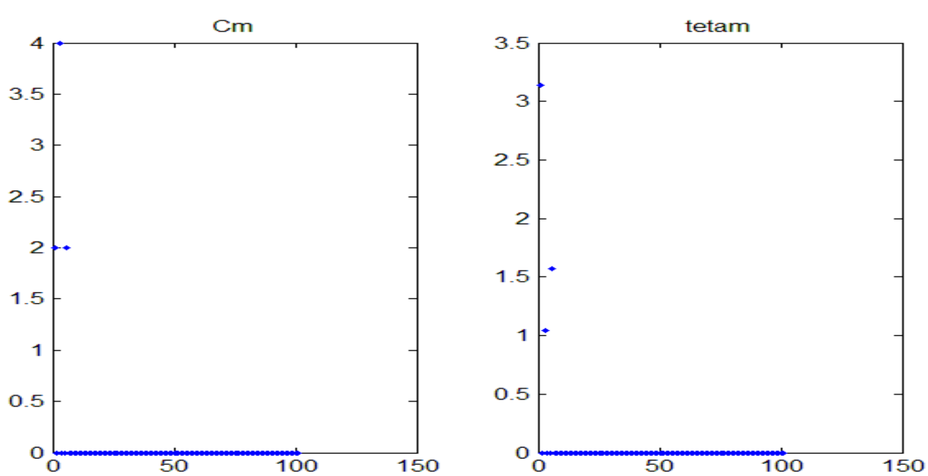


Fig.3 (Nota: a partir de m= 5 os gráficos estão sobrepostos):

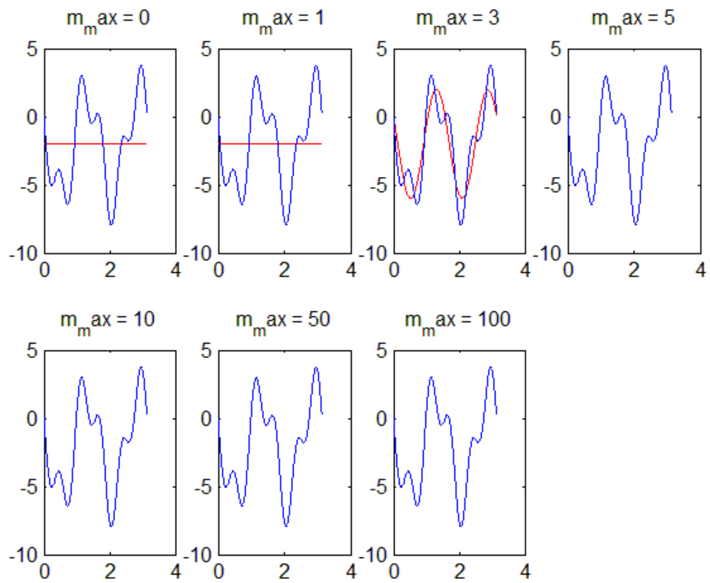
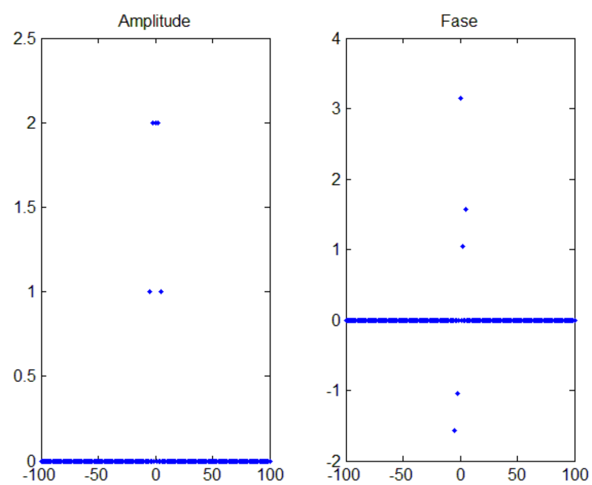


Fig.4:



2.3)

$x(t)=1+(2mod(13,2))sin(12\pi t+\frac{\pi}{4})cos(21\pi t)+(2mod(14,2))cos(20\pi t-4)sin(45\pi t)$

$= 1 + 2\ sin(12\pi t +\frac{\pi}{4})cos(21\pi t)$

$= 1+ (sin(12\pi t+\frac{\pi}{4}+21\pi t)-sin(21\pi t-12\pi t-\frac{\pi}{4})$

$=cos(0t+0)+cos(\frac{\pi}{4}-(33\pi t))+cos(\frac{\pi}{4}+9\pi t)$

A partir disto temos que $\omega 0 = 3\pi <=> T\ 0 = \frac{2}{3}$.

Os coeficientes da série de Fourier serão não nulos em:

- m=0,com Cm=1 e $\theta m = 0$
- m=3, com Cm=1 e $\theta m = \pi/4$
- m=11, com Cm=1 e $\theta m = -\pi/4$

$x(t) = -2+4cos(4t +\frac{\pi}{3})-2sin(10t)$

$=2cos(\pi)+4cos(4t+\frac{\pi}{3})+2sin(-10t)$

$= 2cos(0t+\pi)+4cos(4t+\frac{\pi}{3})+2cos(10t+\frac{\pi}{2})$

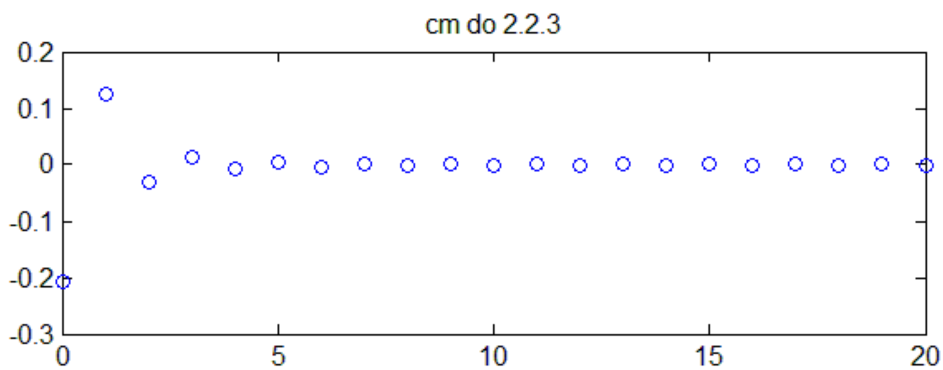
A partir disto temos que $\omega 0 = 2 <=> T0 = \pi$.

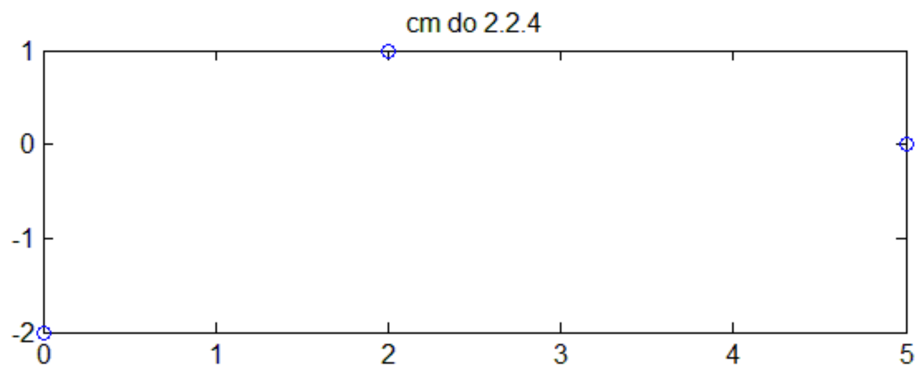
Os coeficientes da série de Fourier serão não nulos em:

- m=0, com Cm=1 e $\theta m = \pi$
- m=2, com Cm=1 e $\theta m = \pi/3$
- m=5, com Cm=1 e $\theta m = -\pi/2$

2.4) Utilizando a expressão dada no enunciado desenvolvemos um script para calcular os coeficientes não nulos da série de Fourier complexa.

$$cm = \frac{1}{T0} \int_{-\frac{T0}{2}}^{\frac{T0}{2}} x(t) e^{-km\omega 0t} dt$$



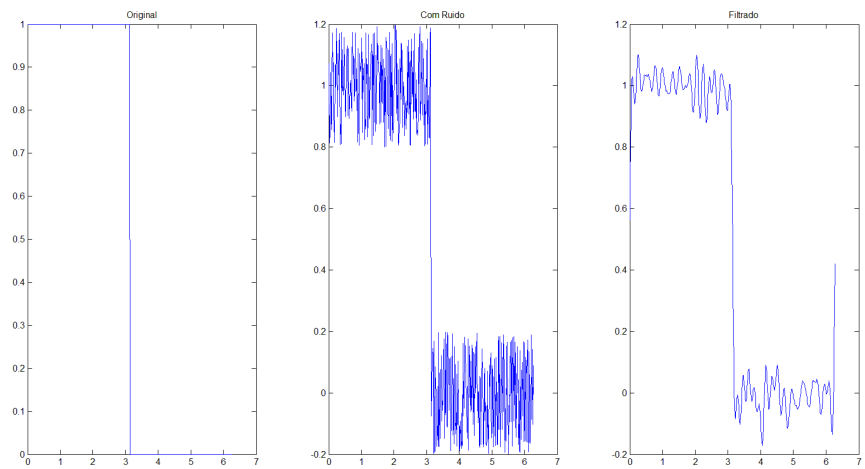


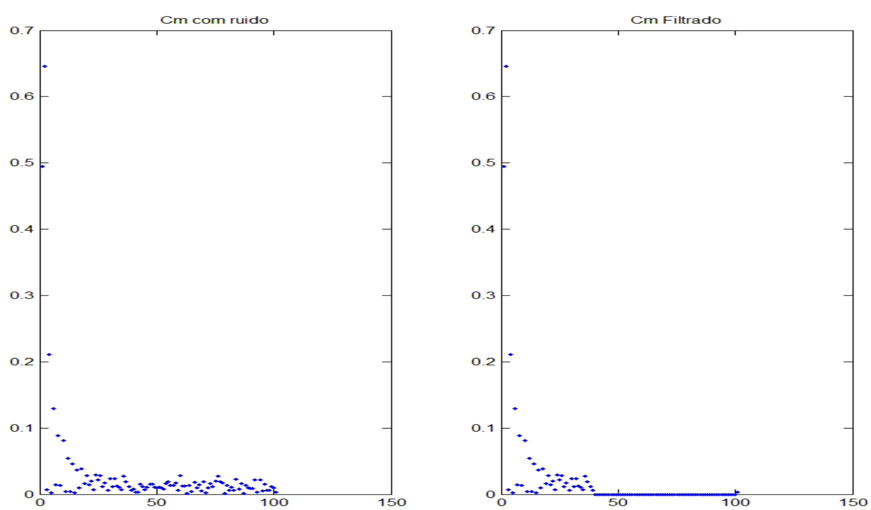
Exercício 3

Para dar resposta às questões das alíneas 3.1.x desenvolvemos o script ex3.m. Ao correr é nos apresentado o mesmo menu de escolha de onda do exercício 2, seguidamente de um menu em que se pode escolher o tipo de ruído e o filtro a aplicar. A frequência introduzida definimos como sendo o m a remover dos coeficientes.

Onda quadrada unitária de período 2 π com ruído aleatório:

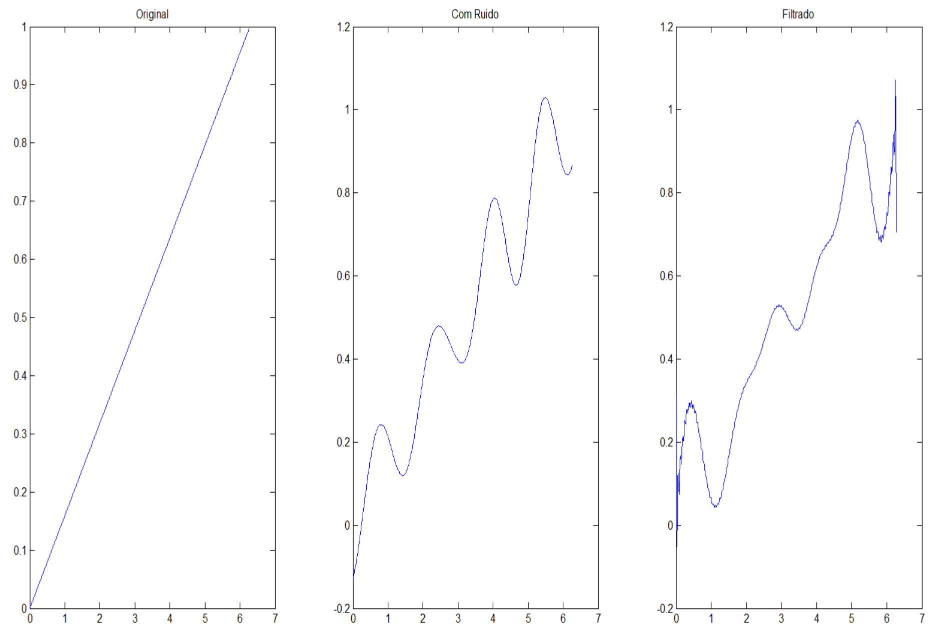
Aplicámos um filtro passa-baixo com w = 50 pois podemos ver no ex.2 que a gama de m's que definem o sinal se situa entre 0 e 50.

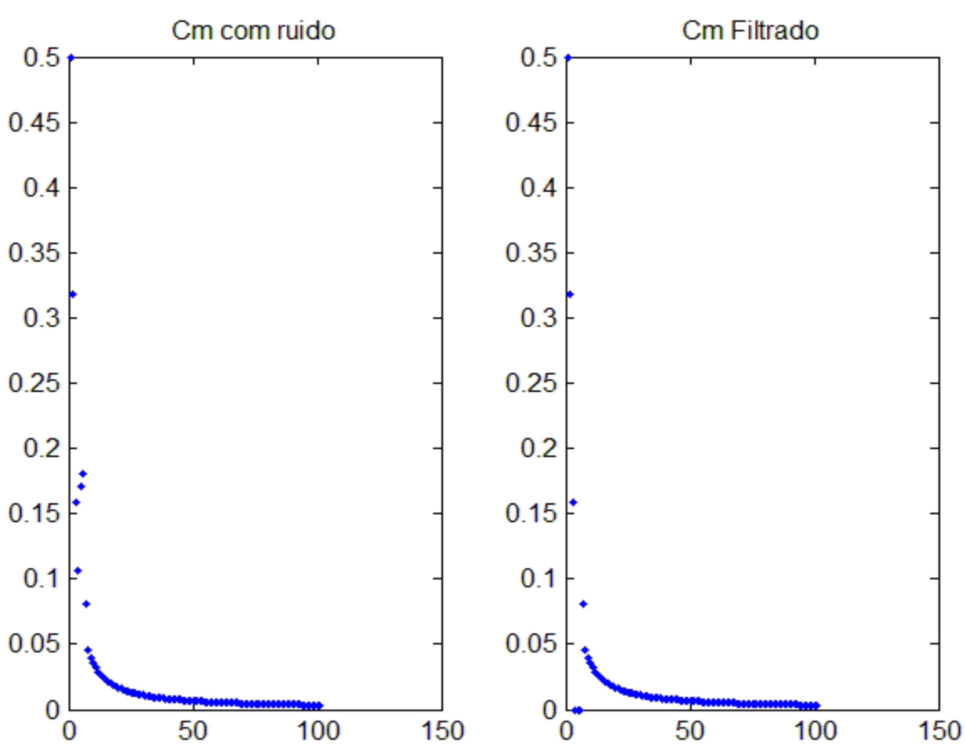




Onda em dente de serra de período 2 π com ruído aleatório na gama *w* contido em [4,6] rad/s:

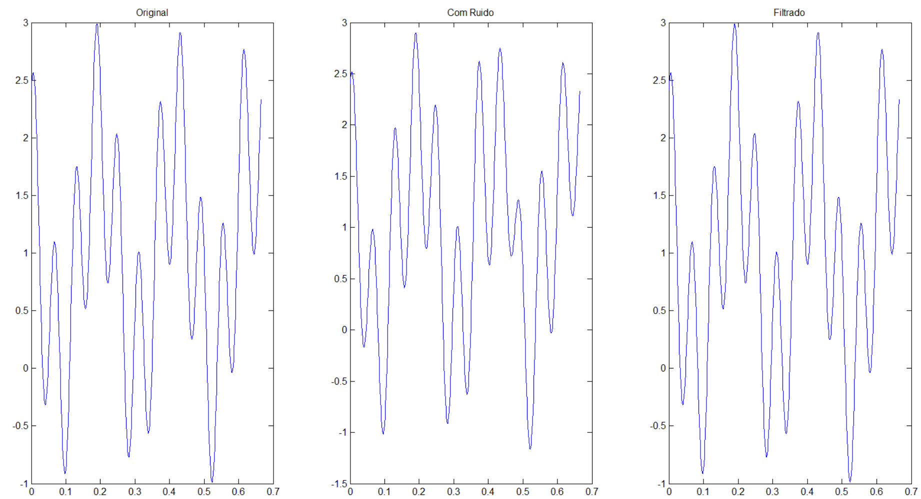
Aplicámos um filtro rejeita-banda de modo a remover a banda em que introduzimos ruído.

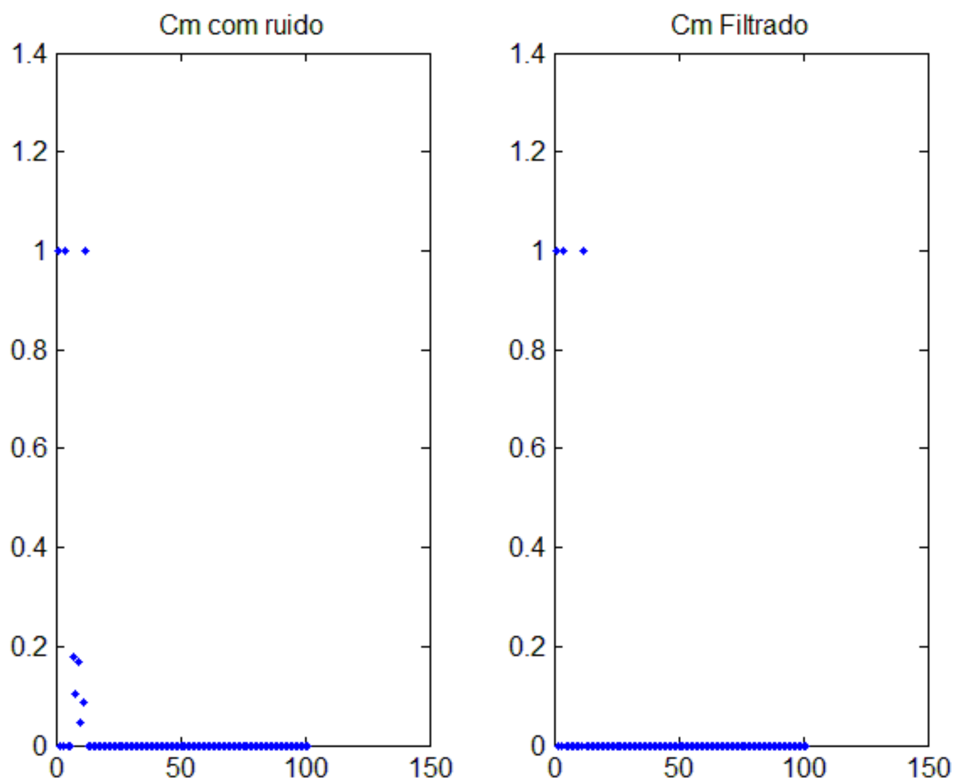




Onda $x(t) = 1 + 2mod(13, 2)sin(12\pi t + \frac{\pi}{4})cos(21\pi t) + 2mod(14, 2)cos(20\pi t - \frac{\pi}{4})sin(45\pi t)$ com ruído aleatório na gama w contido em [20 π ,30 π] rad/s:

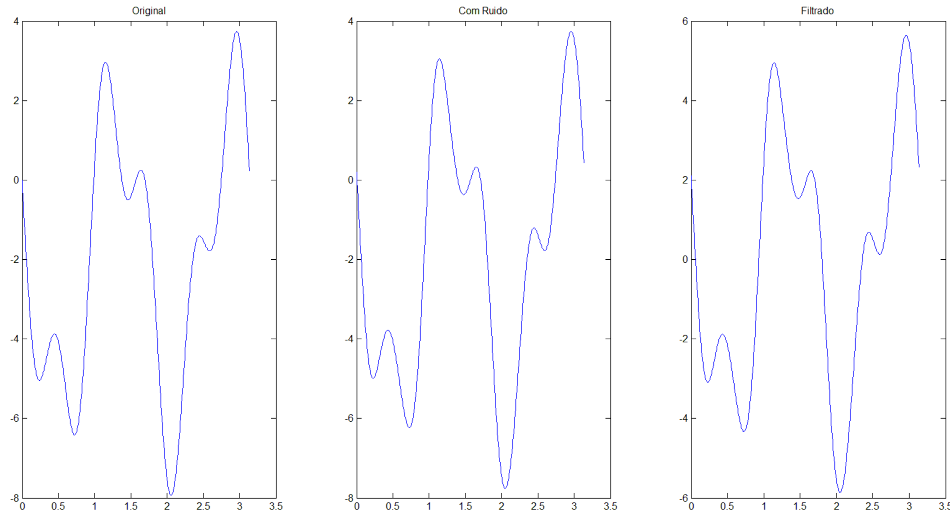
Aplicámos um filtro rejeita-banda de modo a remover a banda em que introduzimos ruído.

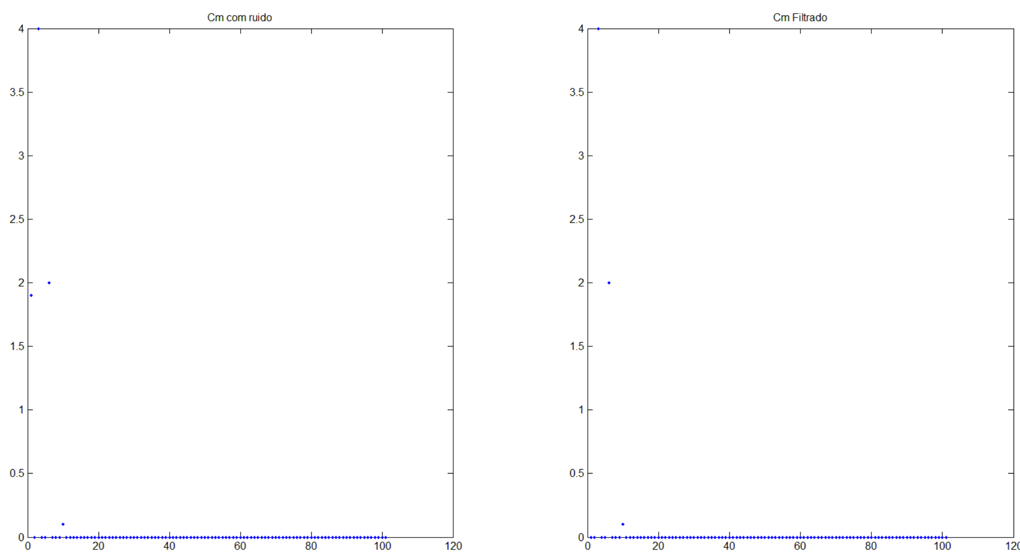




Onda $x(t) = -2 + 4cos(4t + \frac{\pi}{3}) - 2sin(10t)$ com ruído $= 0.2cos^2(9t)$:

Aplicámos um filtro rejeita-banda de modo a remover a banda em que introduzimos ruído, que podemos deduzir a partir da velocidade angular da expressão de ruído, que é w=2.



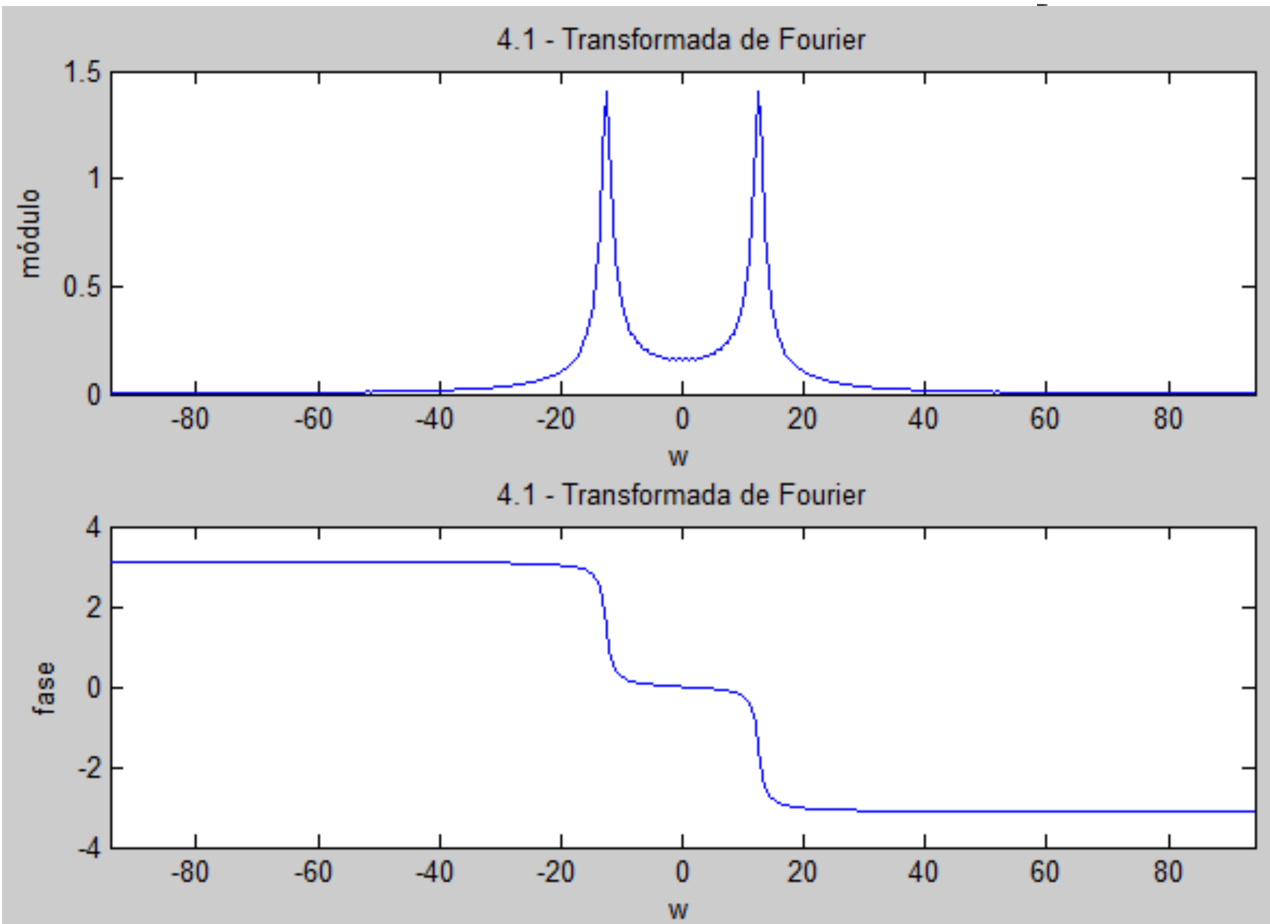


Exercício 4

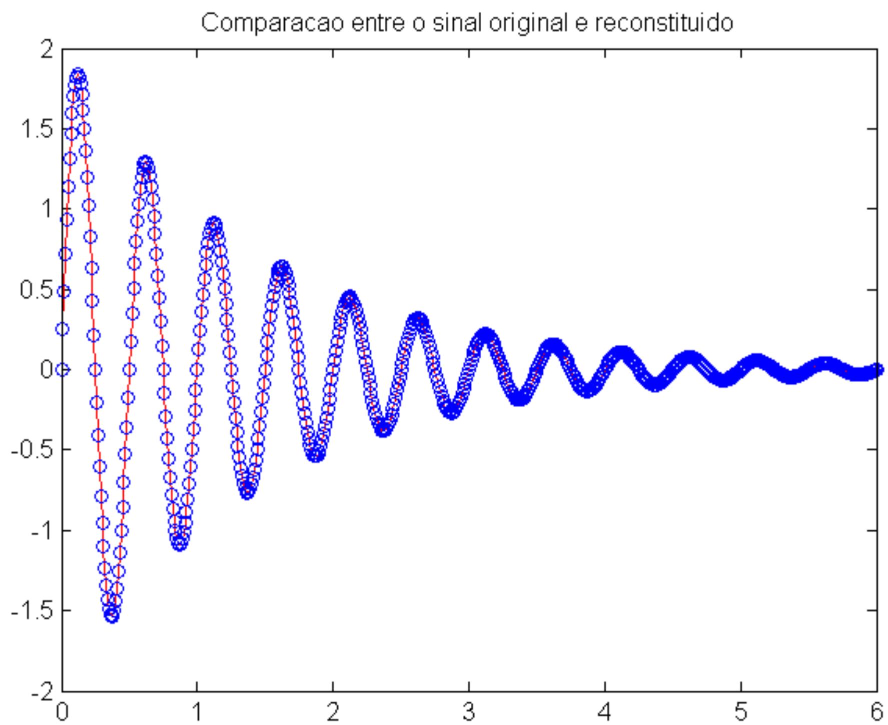
4.1) Para calcular a fórmula da Transformada de Fourier foi utilizada a fórmula apresentada no enunciado.

Representação gráfica em função da frequência angular entre -30π e 30π rads/s, com um intervalo de :

```
8 pi exp(-6 w i) exp(-21/5) (exp(6 w i) exp(21/5) - 1)
-----------------------------------------------------
                   2     2    7 i w
             16 pi   - w   + ----- + 49/100
                                5
```

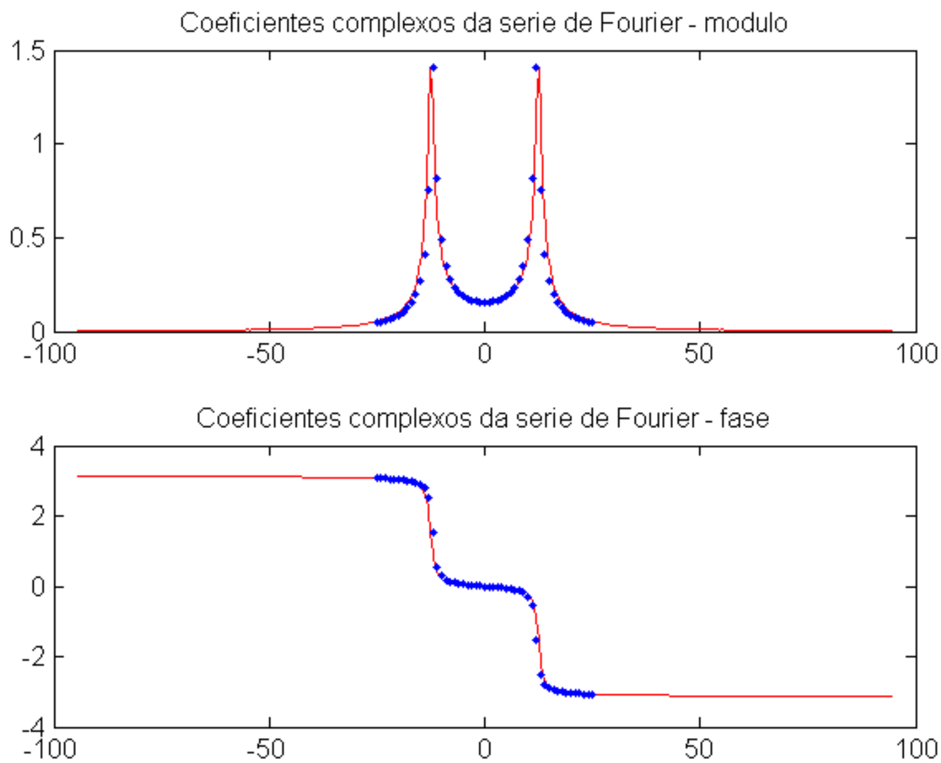


4.2) O Matlab não consegue encontrar um integral para a função inversa, embora o mesmo exista. Por este motivo, foi utilizada a função ifourier para recontruir o sinal original, recorrendo à expressão obtida em 4.1. Assim, foi possível obter o gráfico seguinte, que compara o sinal original ao reconstituído:



4.3) Para obter os coeficientes da série de Fourier complexa, foi criado um vector -25:25, que foi utilizado na substituição dos elementos da expressão da transformada de Fourier, sendo que:

$$Cm = \frac{X(m \times \omega 0)}{T0}, \omega 0=1, T0=2\pi$$

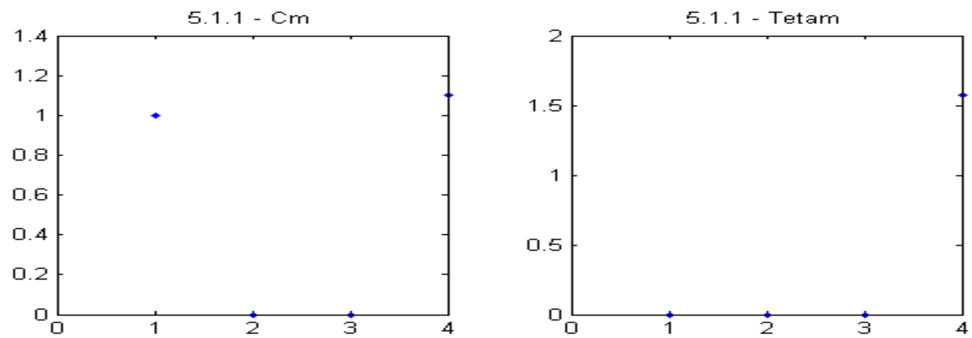


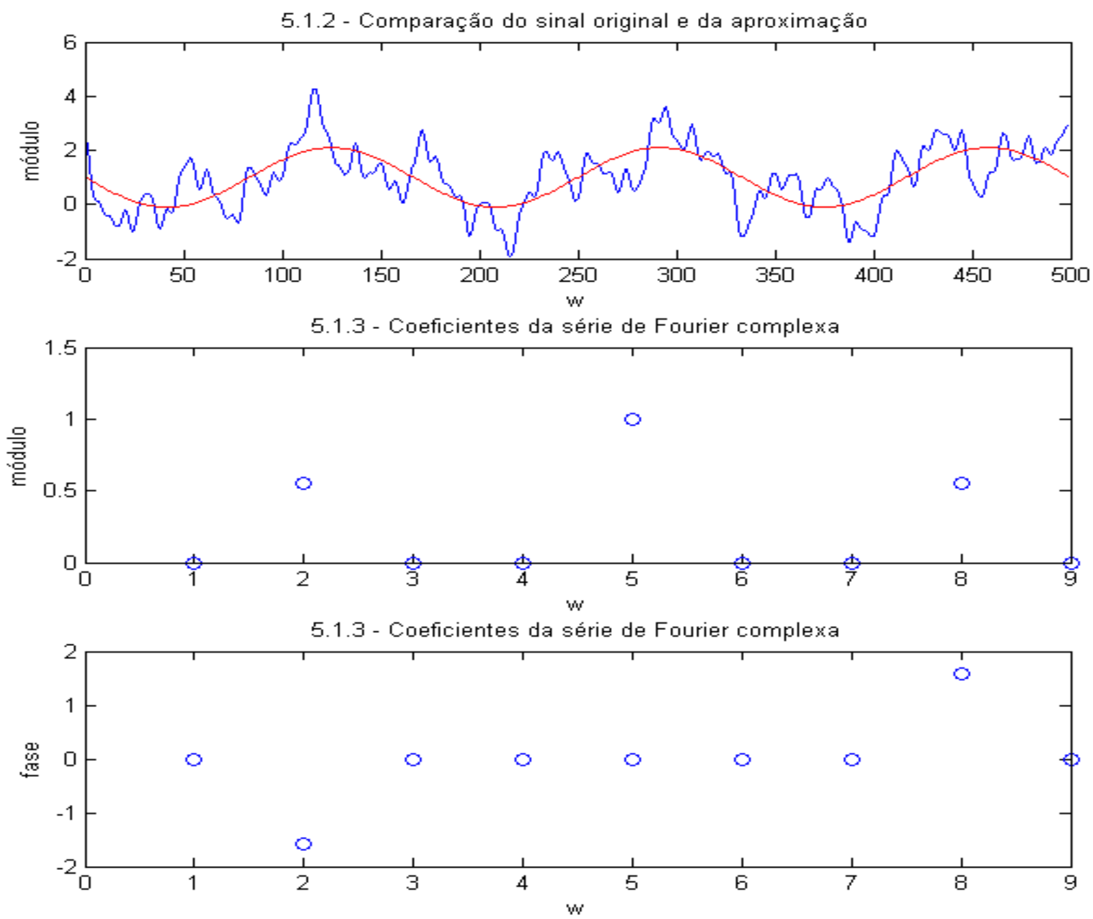
Exercício 5

5) Como o número do nosso grupo é 13, o ficheiro utilizado foi dadostp2_2.dat.

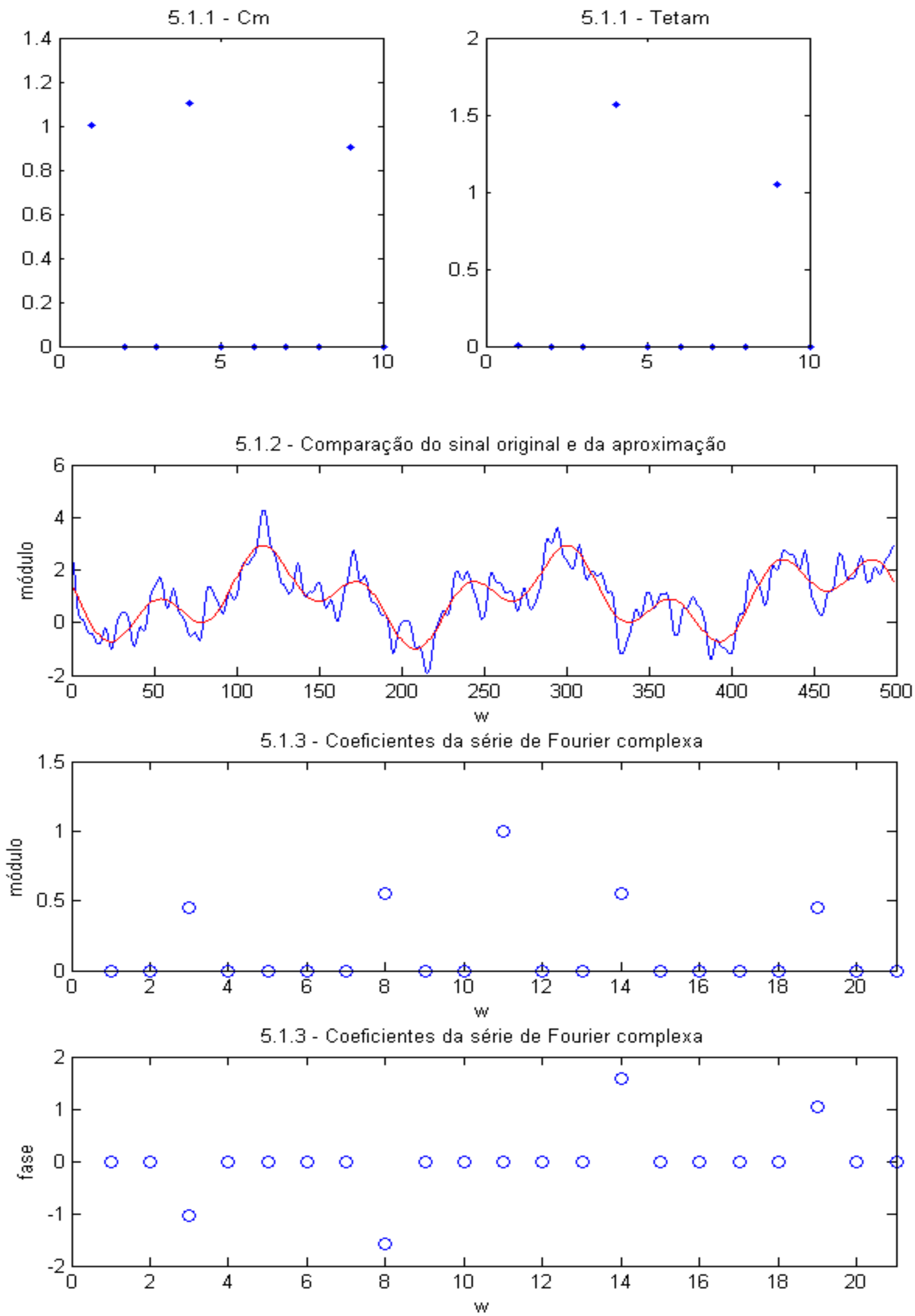
Foram realizados vários testes, para vários valores de m, sendo apresentados de seguida, os gráficos respectivos.

Para m=4:

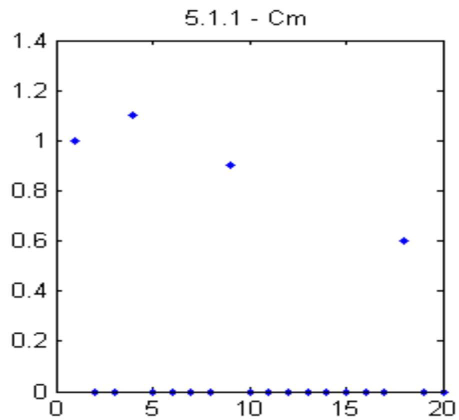


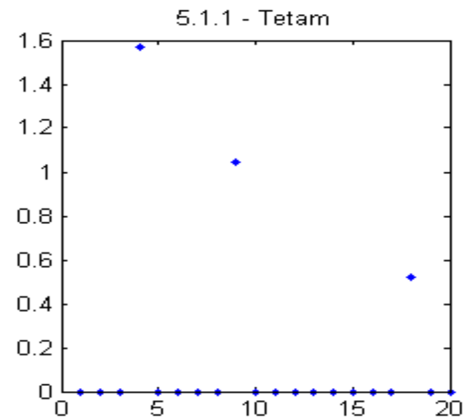


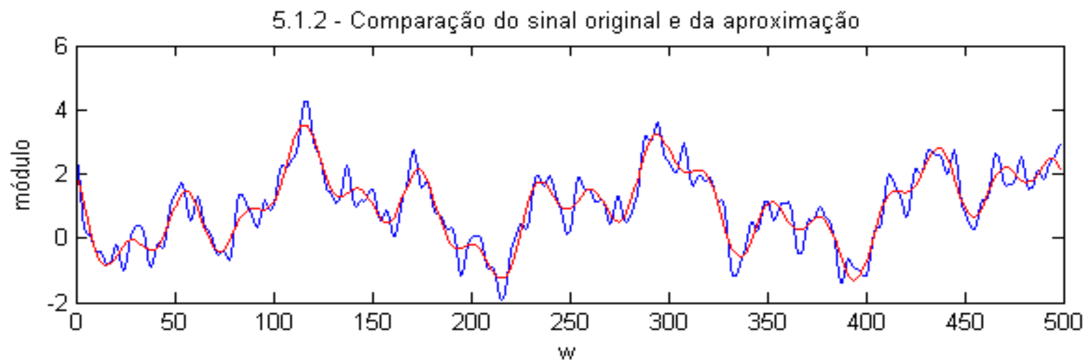
Para m=10:

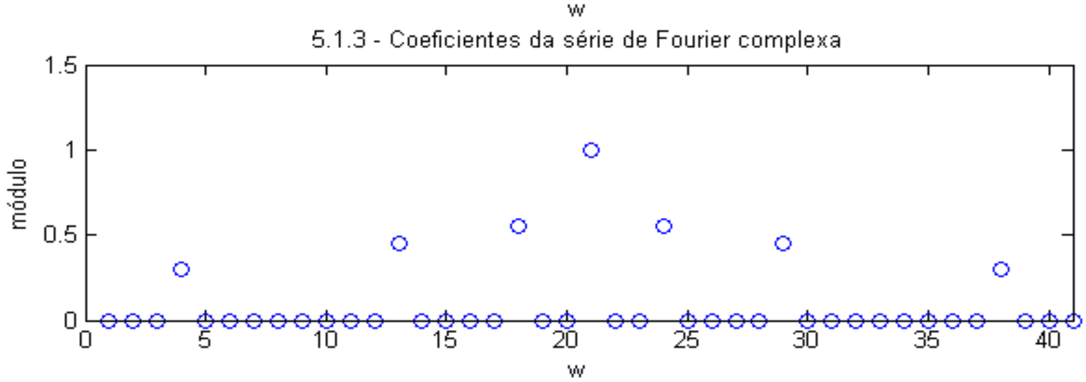

5.1.1 - Cm
5.1.1 - Tetam
5.1.2 - Comparação do sinal original e da aproximação
módulo
w
5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
módulo
w
5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
fase
w

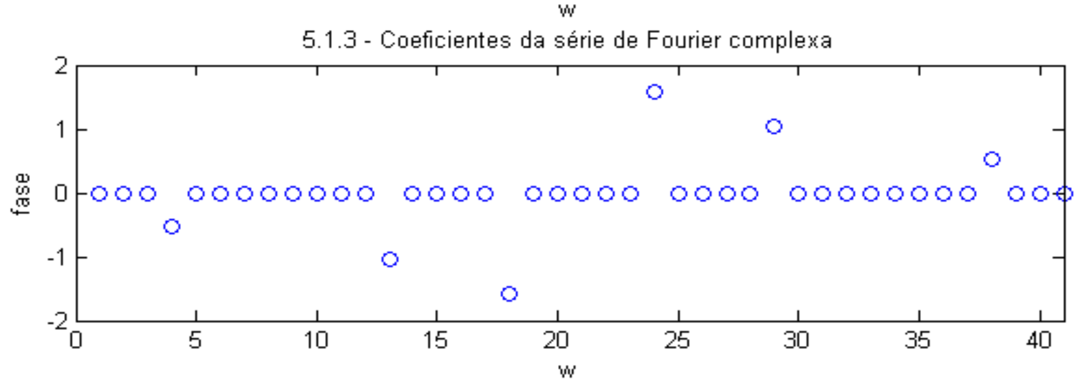
Para m=20:


5.1.1 - Cm

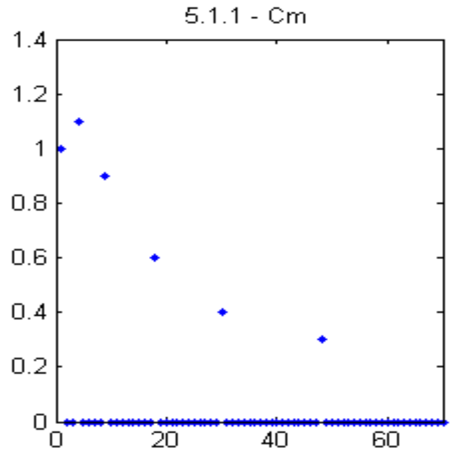

5.1.1 - Tetam

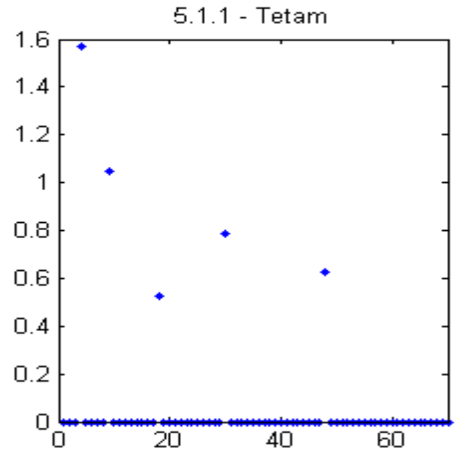

5.1.2 - Comparação do sinal original e da aproximação
módulo
w

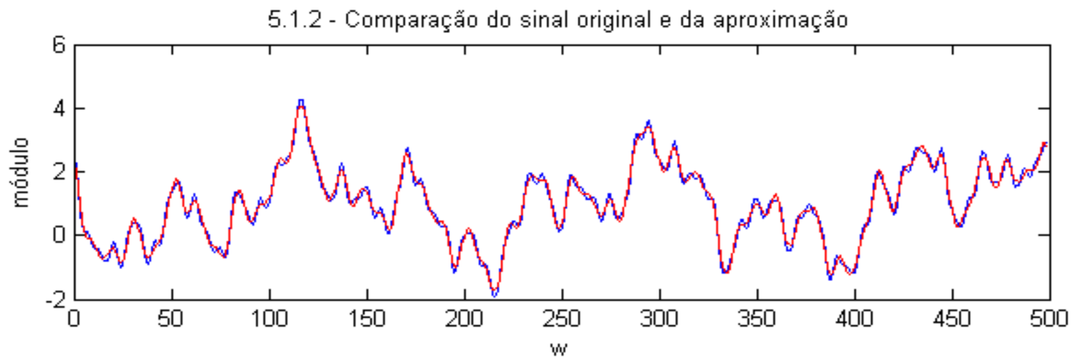

5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
módulo
w

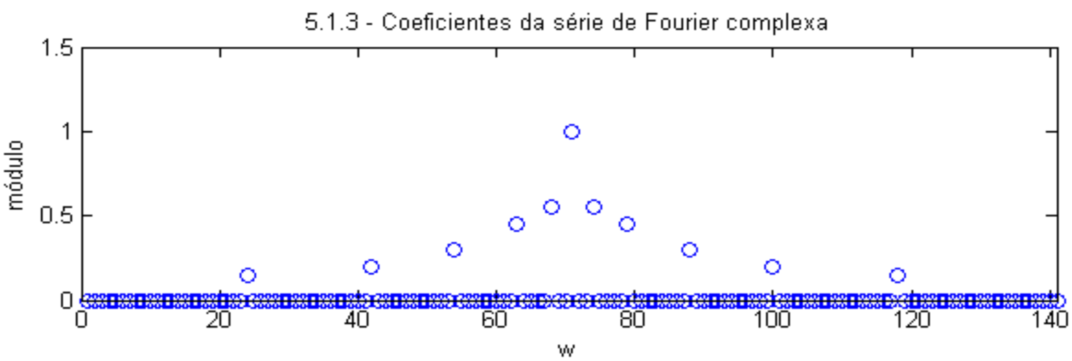

5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
fase
w

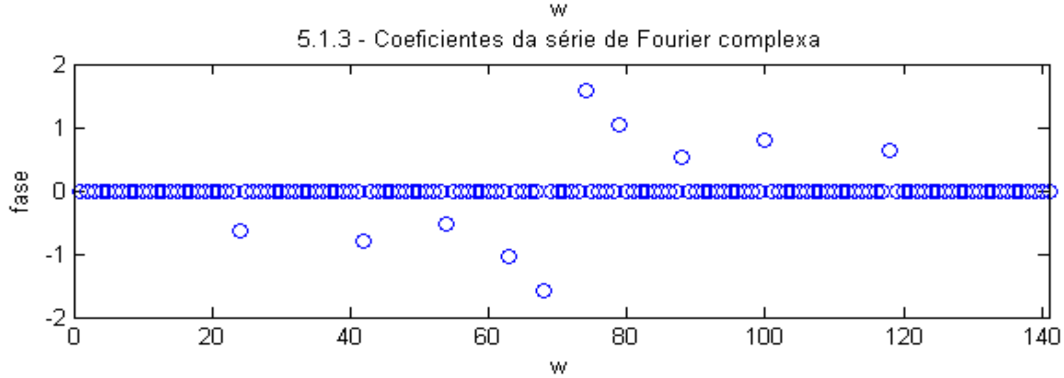
Para m=70:


5.1.1 - Cm


5.1.1 - Tetam


5.1.2 - Comparação do sinal original e da aproximação
módulo
w


5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
módulo
w


5.1.3 - Coeficientes da série de Fourier complexa
fase
w