

# Ejercicios de parcial por tema

Juan Cristi

8 de mayo de 2020

Esta es una recopilación de ejercicios de parcial de la materia Análisis Matemático II de la FIUBA ordenados por tema.

En rojo figuran comentarios a los ejercicios.

Los ejercicios en azul son la versión en el tema 2 de ejercicios anteriores, por lo que pueden obviarse. Los dejo para el que quiera entender cuanto varían los ejercicios cuando cambia el tema.

Al inicio de cada ejercicio figura la fecha del parcial, el tema y el número de tal ejercicio.

## 1. TPII

### 1.1. Dominio, conjuntos de nivel, y otros conjuntos definidos a partir de funciones

1. (10/12/19-T1-2) Dada  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2-x}}{\sqrt{xy-x}}$ , **determine** y **grafique** su dominio natural  $D$  y el conjunto de nivel 1 de  $f$ .
2. (10/12/19-T2-2) Dada  $f(x, y) = \frac{\sqrt{y^2-y}}{\sqrt{xy-y}}$ , **determine** y **grafique** su dominio natural  $D$  y el conjunto de nivel 1 de  $f$ .
3. (21/11/18-T?-3) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Dada  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/f(x, y) = 2x^2y - y^2$ , **determine** y **grafique** el conjunto  $H$  del plano  $xy$  en cuyos puntos la función  $h = f'_x f'_y$  resulta con valores positivos y **analice** si  $H$  es conexo.
4. (19/11/19-T?-2) Dada  $f(x, y) = \frac{\sqrt{(x-1)y}}{\sqrt{x-y}}$ , **determine** y **grafique** su dominio natural  $D$  y el conjunto de nivel 1 de  $f$ .

5. (16/11/19-T1-2) Dada  $f(x, y) = \frac{\sqrt{xy-x^3}}{\sqrt{x^2+y-2}}$ , **determine** y **grafique** su dominio natural  $D$  e **indique** un ejemplo de punto interior a  $D$  y dos de punto frontera de  $D$  (Uno perteneciente y otro que no pertenezca a  $D$ ).
6. (16/11/19-T2-2) Dada  $f(x, y) = \frac{\sqrt{xy-y^3}}{\sqrt{x+y^2-2}}$ , **determine** y **grafique** su dominio natural  $D$  e **indique** un ejemplo de punto interior a  $D$  y dos de punto frontera de  $D$  (Uno perteneciente y otro que no pertenezca a  $D$ ).
7. (21/10/19-T1-2) Sea  $f(x, y) = \frac{\ln(xy-x^3)}{y^2-x^2}$  definida en su dominio natural  $D$ . **Determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de nivel 0 de  $f$ .
8. (19/10/19-T1-2) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Sea  $\bar{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / \bar{f}(x, y) = (\ln(y-x), \ln(x^2-xy))$  donde  $D$  es su dominio natural. **Determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $H$  para los cuales  $\bar{f}'_x(x, y) + \bar{f}'_y(x, y) = (0, -1)$ .
9. (19/10/19-T1-2) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Sea  $\bar{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / \bar{f}(x, y) = (\ln(y-x), \ln(y^2-xy))$  donde  $D$  es su dominio natural. **Determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $H$  para los cuales  $\bar{f}'_x(x, y) + \bar{f}'_y(x, y) = (0, 1)$ .
10. (02/07/19-T1-4) Sea  $f(x, y) = \sqrt{\ln(2x+y-1)}$  definida en su dominio natural  $D$ . **Determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $S$  donde resulta  $f^2(x, y) < \ln(3)$ .
11. (02/07/19-T2-4) Sea  $f(x, y) = \sqrt{\ln(x+2y-1)}$  definida en su dominio natural  $D$ . **Determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $S$  donde resulta  $f^2(x, y) < \ln(3)$ .
12. (10/06/19-T?-4) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = \sqrt{xy-y}$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $M$  de la curva de ecuación  $y = x^2 + 1$  donde  $f$  queda definida.
13. (08/06/19-T1-4) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = \ln(x+y^2)$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $M$  de la curva de ecuación  $x = y^2 - 21$  donde  $f$  queda definida.
14. (08/06/19-T2-4) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = \ln(y+x^2)$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $M$  de la curva de ecuación  $y = x^2 - 21$  donde  $f$  queda definida.

15. (13/05/19-T?-1) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Dada  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $H$  para los cuales  $f'_y(x, y) = 1$ .
16. (11/05/19-T1-1) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Dada  $f(x, y) = \ln(x^2 y)$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $H$  para los cuales  $f''_{xx}(x, y) - f''_{yy}(x, y) = 0$ .
17. (11/05/19-T2-1) **Este ejercicio incluye temas del TPIII** Dada  $f(x, y) = \ln(xy^2)$  definida en su dominio natural  $D$ , **determine** y **grafique**  $D$  y el conjunto de puntos  $H$  para los cuales  $f''_{xx}(x, y) - f''_{yy}(x, y) = 0$ .
18. (11/12/18-T1-4) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/\vec{f}(x, y) = (\ln(y - x^2), \sqrt{9 - y - x^2})$  donde  $D$  es el dominio natural de  $\vec{f}$ , **determine** y **grafique** el mencionado dominio  $D$  y el conjunto  $H$  en cuyos puntos alguna de las componentes del campo resulte nula.
19. (11/12/18-T2-4) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/\vec{f}(x, y) = (\ln(x - y^2), \sqrt{9 - x - y^2})$  donde  $D$  es el dominio natural de  $\vec{f}$ , **determine** y **grafique** el mencionado dominio  $D$  y el conjunto  $H$  en cuyos puntos alguna de las componentes del campo resulte nula.
20. (17/11/18-T1-1) **Este ejercicio incluye temas del TPIII y del TPV** Siendo  $f(x, y) = x^3 - 6xy + 3xy^2$  con  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , **grafique** el conjunto de puntos  $H^+$  del plano  $xy$  para el cual el determinante hessiano  $H(x, y)$  de  $f$  resulta positivo y **analice** en cuáles de dichos puntos la función  $f$  produce extremo local, **clasificándolo** y **calculando** su valor. **No resolver la parte en verde hasta llegar a extremos en el TP V.**
21. (17/11/18-T2-1) **Este ejercicio incluye temas del TPIII y del TPV** Siendo  $f(x, y) = y^3 - 6xy + 3yx^2$  con  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , **grafique** el conjunto de puntos  $H^+$  del plano  $xy$  para el cual el determinante hessiano  $H(x, y)$  de  $f$  resulta positivo y **analice** en cuáles de dichos puntos la función  $f$  produce extremo local, **clasificándolo** y **calculando** su valor. **No resolver la parte en verde hasta llegar a extremos en el TP V.**
22. (22/10/18-T?-5) Dada  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{\ln(y - x)}$ , donde  $D$  es el dominio natural de la función. **Determine** y **grafique** el dominio  $D$  y el conjunto de nivel 0 de  $f$ . **Indique** un ejemplo de punto exterior y otro de punto frontera de  $D$ .
23. (20/10/18-T1-1) Sea  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/f(x, y) = \frac{\ln(x - y)}{\sqrt{x - 1}}$ , donde  $D$  es el dominio natural de la función. **Determine** y **grafique** el dominio  $D$

y el conjunto de nivel 0 de  $f$ . **Indique** un ejemplo de punto interior y otro de punto frontera de  $D$ .

24. (20/10/18-T2-1) Sea  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = \frac{\ln(y-x)}{\sqrt{y-1}}$ , donde  $D$  es el dominio natural de la función. **Determine** y **grafique** el dominio  $D$  y el conjunto de nivel 0 de  $f$ . **Indique** un ejemplo de punto interior y otro de punto frontera de  $D$ .

## 1.2. Límites y continuidad

1. **Este ejercicio incluye temas del TP III** Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+2y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**Analice** si  $f$  es continua en  $(0, 0)$ , en base a su conclusión **opine** con fundamento si la función puede tener derivadas parciales continuas en un entorno de dicho punto.