Física I
Clase 3
Módulo 2

Turno H

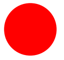
Prof. Pedro Mendoza Zélis

Para describir la rotación de un rígido alrededor de un punto O perteneciente a un sistema inercial:

$$\boxed{\vec{\tau}_{tot,O}^{ext} = \frac{d\vec{L}_{tot,O}}{dt} = I_O\ \vec{\alpha}}$$

Segunda Ley de Newton para la rotación alrededor de O

Centro de gravedad:

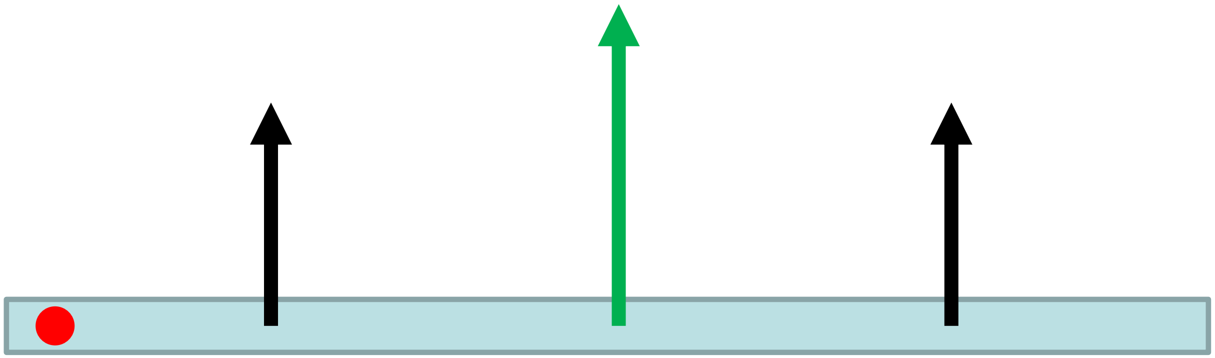


Cuando dos o más fuerzas paralelas y de igual sentido actúan sobre un cuerpo, el estas fuerzas pueden reemplazarse por una sola fuerza equivalente.

La **dirección y sentido** de esta fuerza serán los mismos que los de las fuerzas originales

El **modulo** de esta fuerza equivalente será la suma de aquellas fuerzas que actúan sobre ele cuerpo

El **punto de aplicación** será un punto tal que el momento producido por la fuerza equivalente sea igual al momento resultante producido por las fuerzas originales



La fuerza de gravedad ejercida sobre las diversas partes de un cuerpo se puede reemplazar por una sola fuerza (el peso total) que actúa en un punto llamado "**centro de gravedad**".

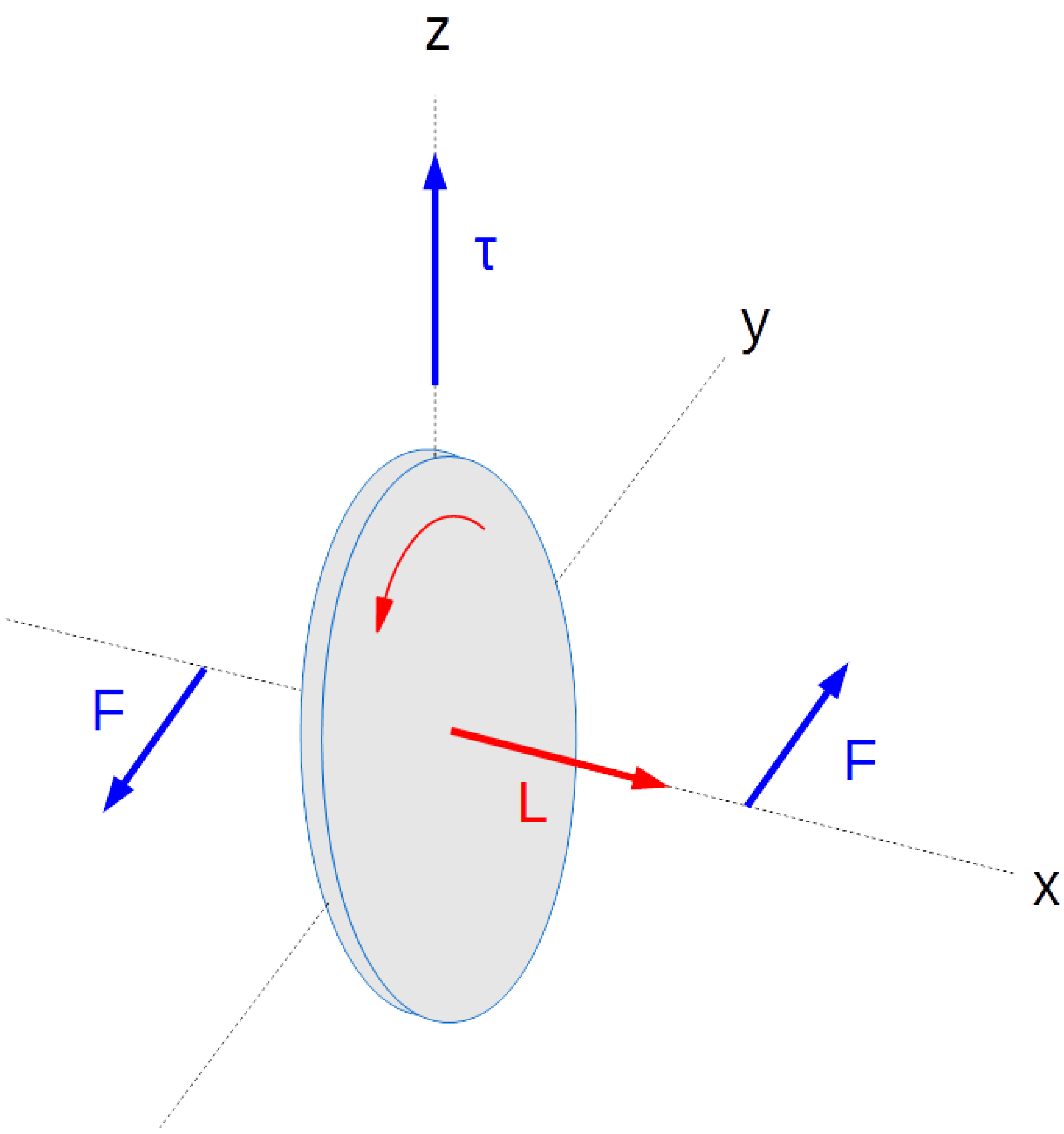
Si g es constante, el centro de gravedad coincide con el centro de masa

Equilibrio de un cuerpo rígido respecto a un pivote

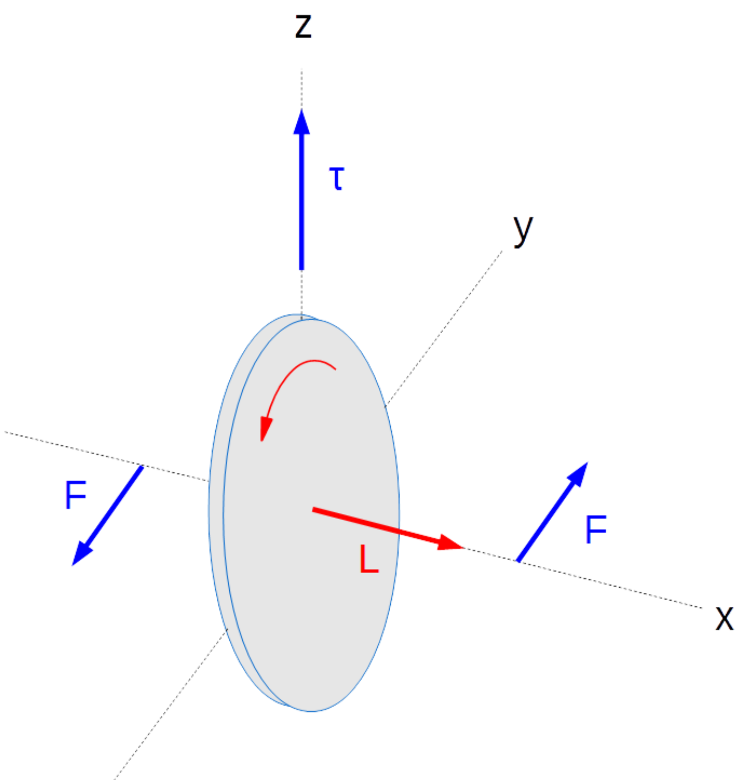
-

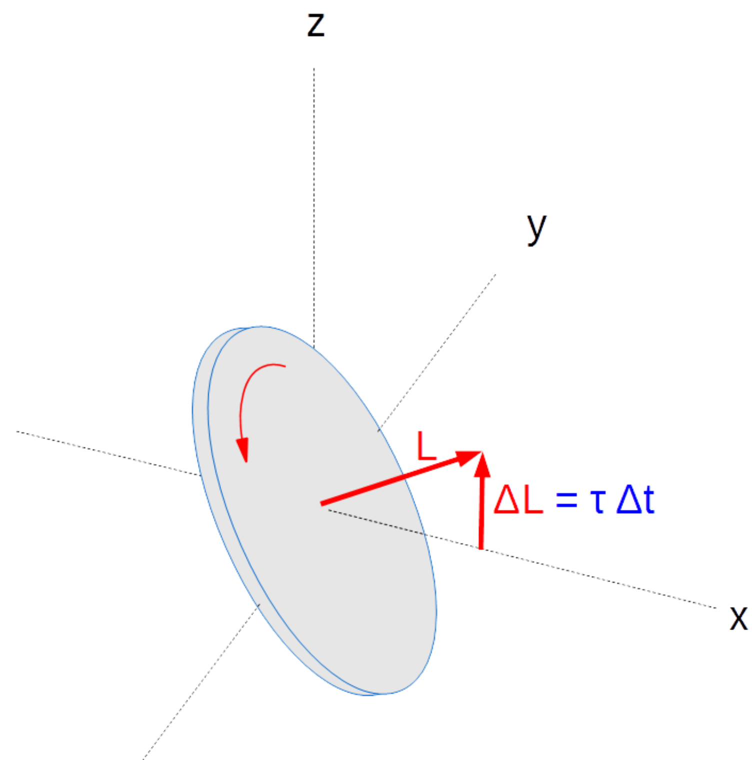
-

Situación 1:



Situación 1:





Conservación de $\vec{L}$

En clases previas vimos:

Para un sistema de partículas:

$$\boxed{\sum_i \vec{\tau}_{i,ext,O} = \frac{d\vec{L}_{tot,O}}{dt}}$$

2da Ley de Newton para la rotación

donde: $\vec{L}_{tot,O} = \sum_i \vec{L}_{i,O} = \sum_i \vec{r}_{i,O} \times \vec{p}_i$ y $\vec{\tau}_{i,ext,O} = \vec{r}_{i,O} \times \vec{F}_{i,ext}$

Para un cuerpo rígido:

$$\boxed{\sum_i \vec{\tau}_{i,ext,O} = \frac{d\vec{L}_O}{dt}}$$

donde: $\vec{\tau}_{i,ext,O} = \vec{r}_{i,O} \times \vec{F}_{i,ext}$

y $$\boxed{\vec{L}_O = I_O\,\vec{\omega}}$$

I_O = momento de inercia respecto al sistema de referencia con origen en *"O"*

Si $\boxed{\sum_i \vec{\tau}_{i,ext,O} = 0}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{d\,\vec{L}_O}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{L}_O = cte}$

Ojo!! $\vec{L}$ es un vector!!..... $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\vec{L}_{inicial,O} = \vec{L}_{final,O}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} L_x = cte \\ L_y = cte \\ L_z = cte \end{cases}$

Principio de conservación del momento angular

"Si el torque externo neto que actúa sobre un objeto es 0, su momento angular permanecerá constante"

Ya vimos que para un cuerpo rígido es muy útil considerar las ecuaciones respecto al CM:

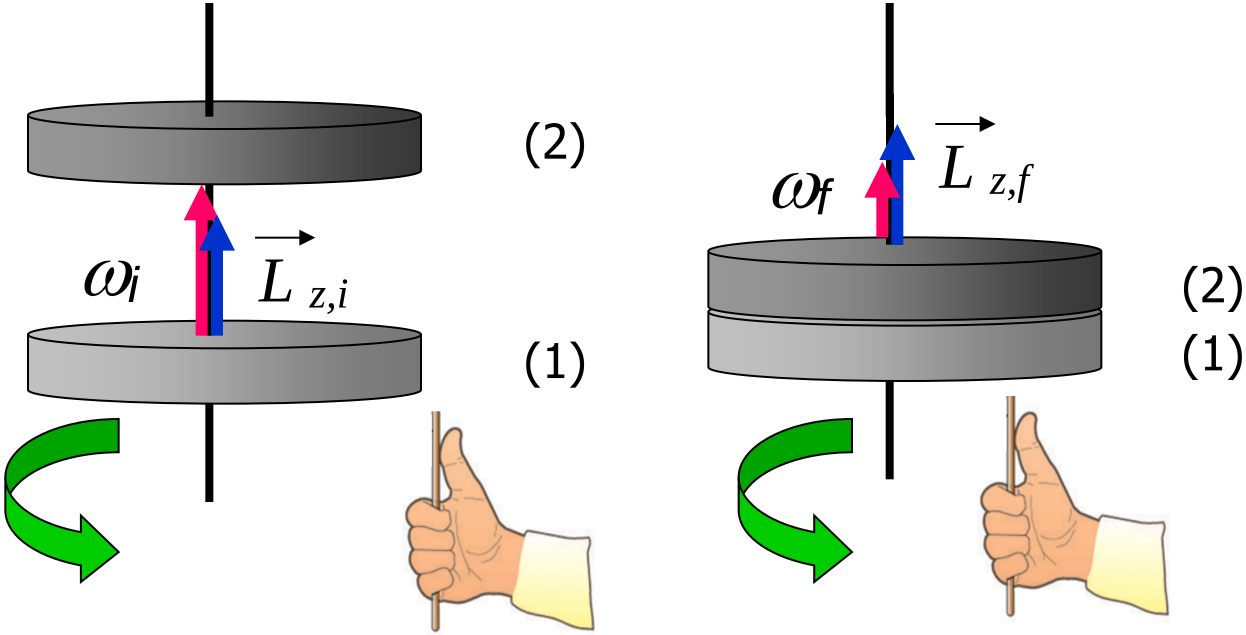
$$\boxed{\sum_i \vec{\tau}_{i,\,rel\,,CM} = \frac{d\,\vec{L}_{rel\,,CM}}{dt}}$$

donde: $\vec{\tau}_{i,\,rel\,,CM} = \vec{r}_{i,CM} \times \vec{F}_{i,ext}$

y $\boxed{\vec{L}_{rel\,,CM} = I_{CM}\,\vec{\omega}}$

Ejemplo 1:

Una mesa giratoria con un disco de 200 g de masa (cuerpo 1) y 8 cm de radio gira con una velocidad angular de 2 rev/s alrededor de un eje vertical sin rozamiento. Un disco idéntico que inicialmente no gira (cuerpo 2), cae repentinamente sobre el primero. La fricción entre los dos hace que terminen girando con la misma velocidad angular. ¿Qué velocidad angular tiene la combinación?



$$\tau^{ext}_{rel,CM} = 0$$

$$\Downarrow$$

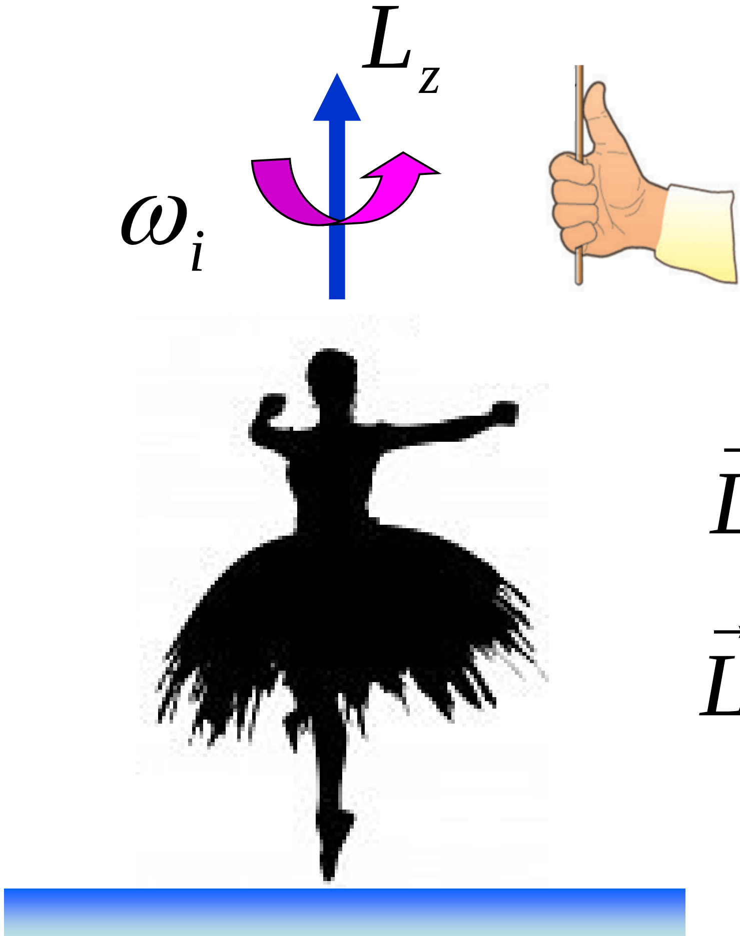
$$L_{z,tot,i} = L_{z,tot,f}$$

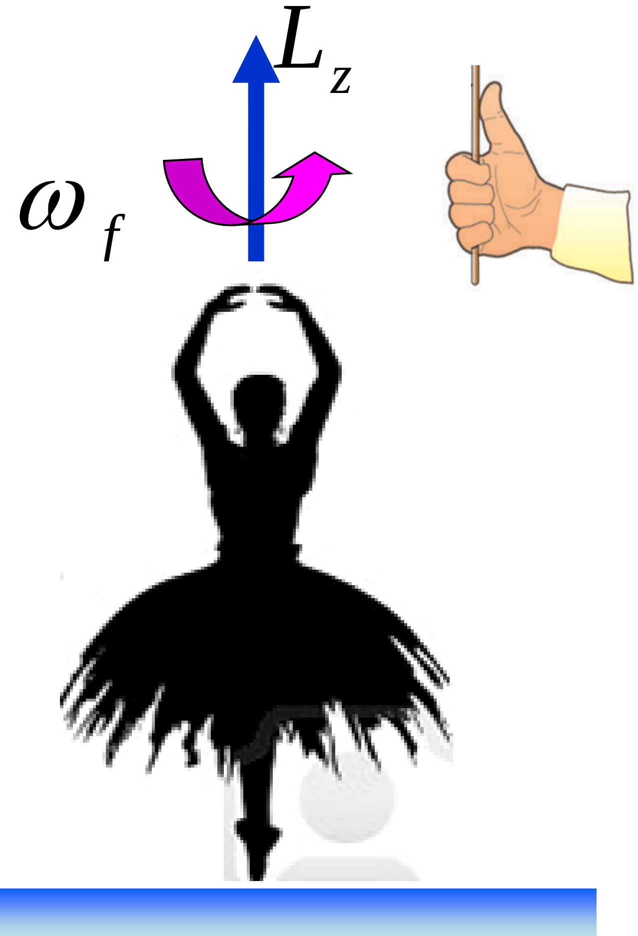
$$L_{z,i}(1) + \cancel{L_{z,i}(2)} = L_{z,f}(1+2) \Rightarrow I_1\,\omega_1 = I_{1+2}\,\omega_f$$

$$\frac{1}{2} M_1 R_1^2\,\omega_i = \frac{1}{2}\underbrace{\left(M_1 + M_2\right)}_{2M_1} R_1^2\,\omega_f \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega_f = \frac{1}{2}\omega_i = 1\,rev/s}$$

Ejemplo 2: bailarina clásica





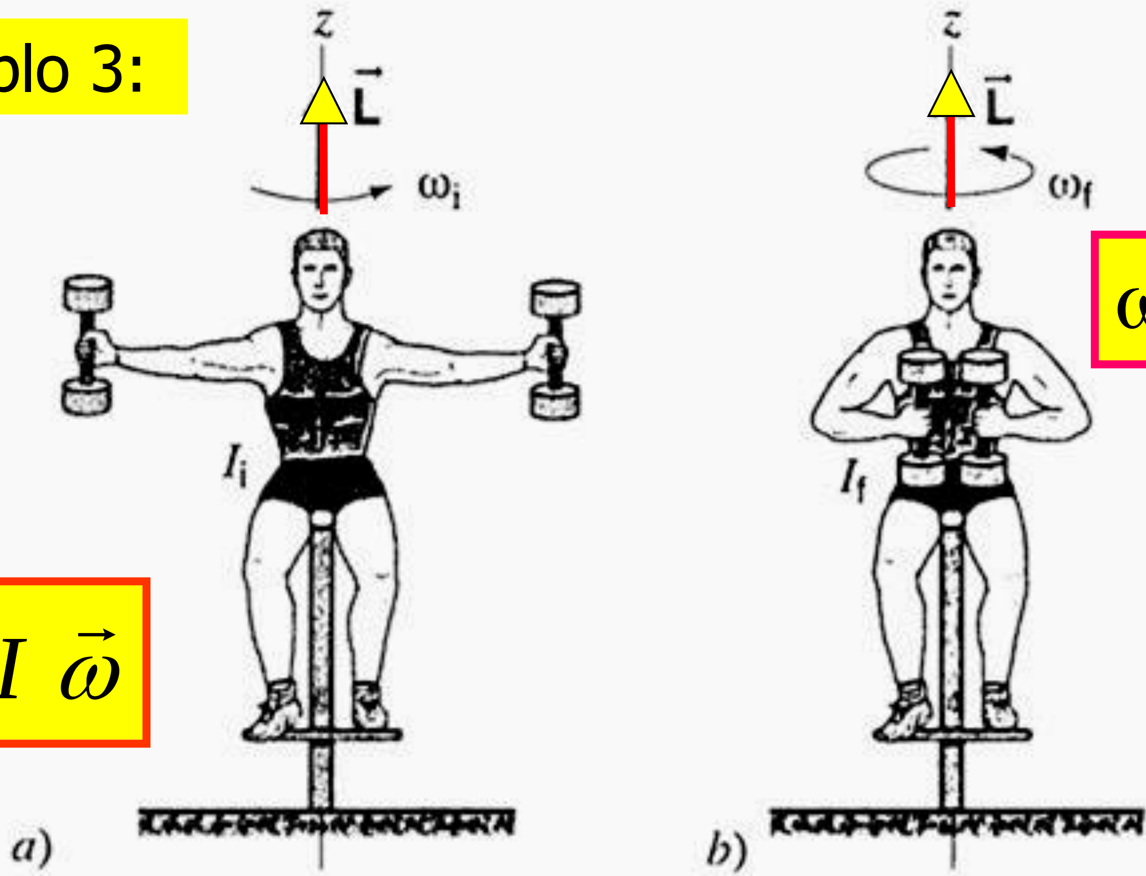
$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

$$\vec{L} = cte$$

$$I_i > I_f \Rightarrow \omega_i < \omega_f$$

Ejemplo 3:

$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

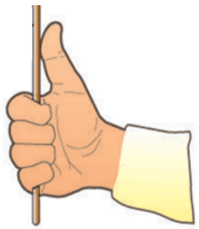


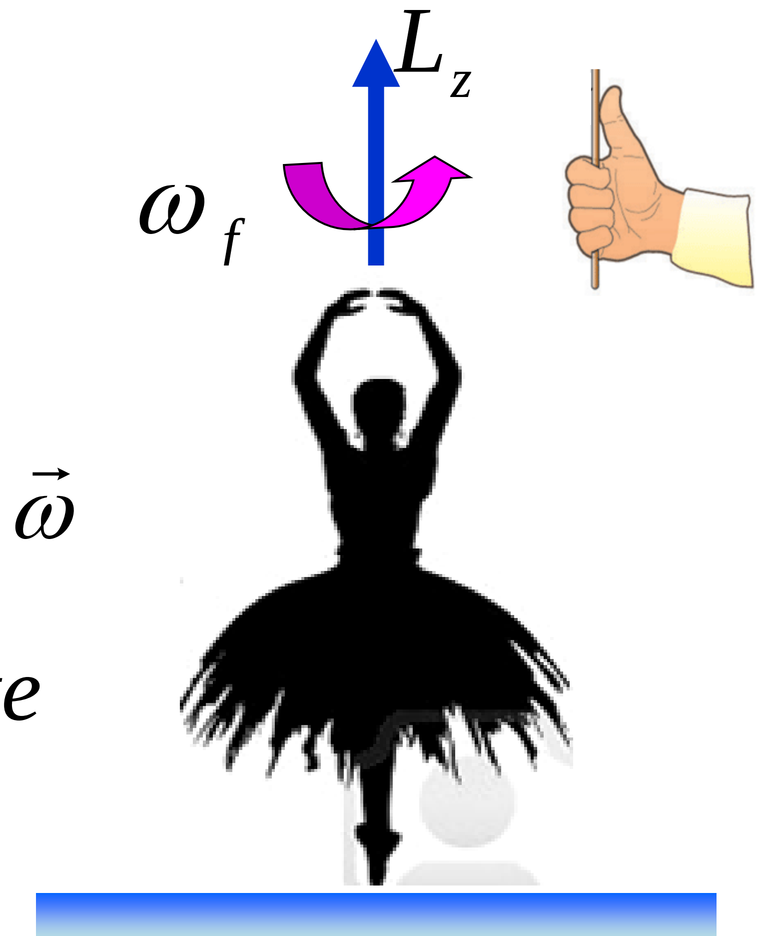
$$\omega_f > \omega_i$$

a) En esta configuración el sistema (estudiante + pesas) tiene mayor momento de inercia y menor velocidad angular. b) Aquí el estudiante ha colocado hacia adentro las pesas, produciendo menor momento de inercia y, por tanto, mayor velocidad angular. El momento angular $\vec{\mathbf{L}}$ posee el mismo valor en ambos casos.

https://www.youtube.com/watch?v=oGzQflqf1VA

Ejemplo 3: bailarina clásica





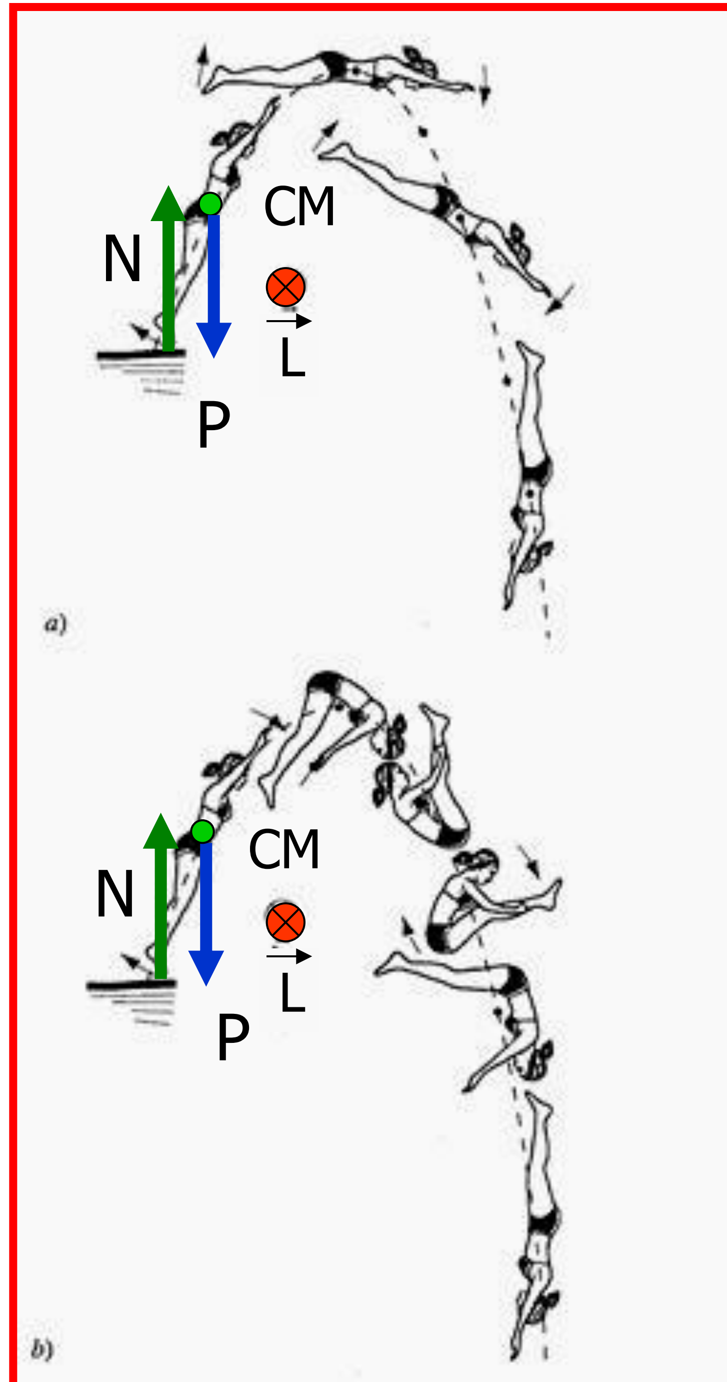
$$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

$$\vec{L} = cte$$

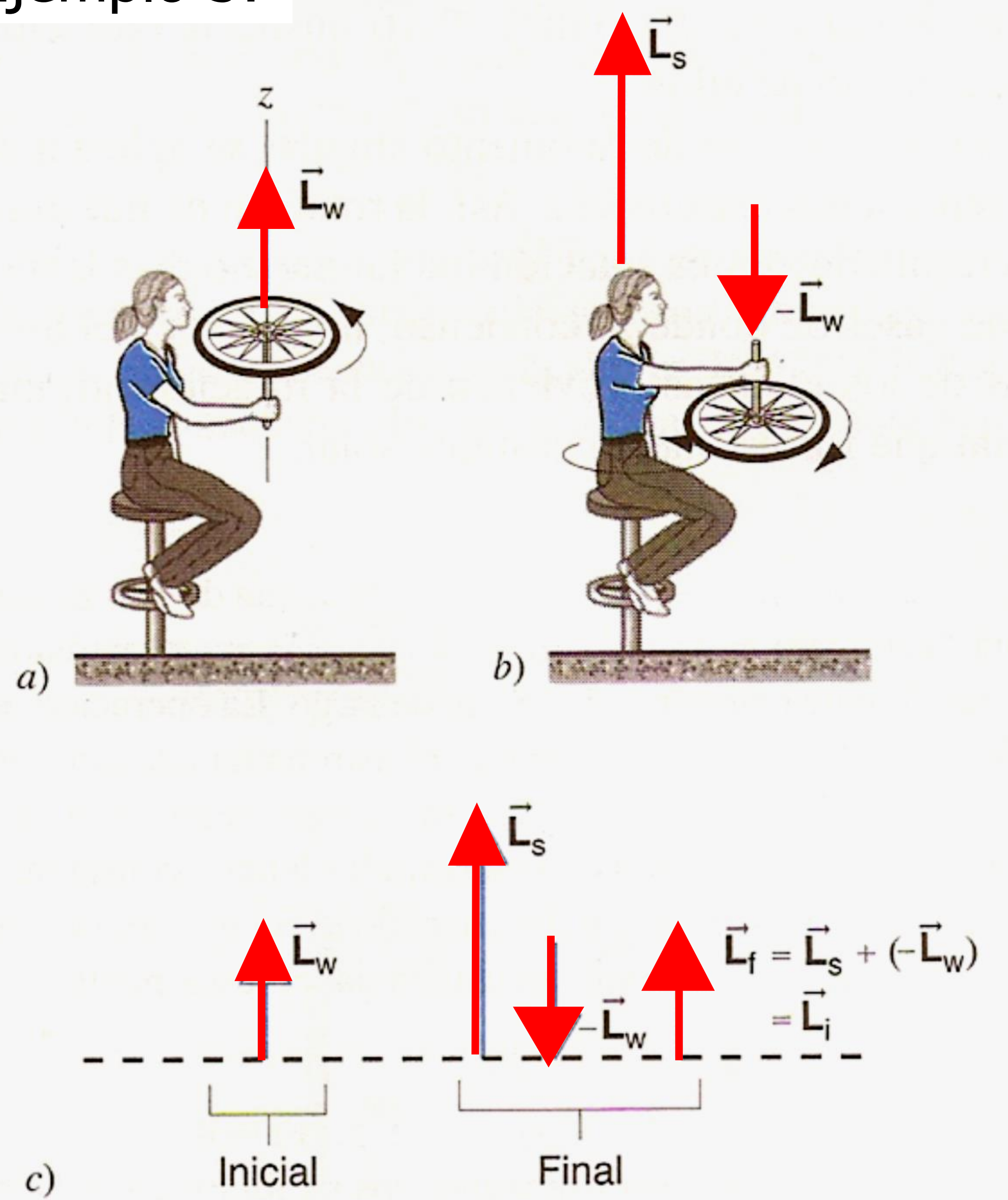
$$I_i > I_f \;\Rightarrow\; \omega_i < \omega_f$$

Ejemplo 4: Clavadista

a) Salta del trampolín de modo que éste le imparte un momento angular $\vec{\mathbf{L}}$. Ella gira alrededor de su centro de masa (indicado por el punto) realizando media revolución a medida que el centro describe una trayectoria parabólica. b) Al iniciar la posición del salto mortal, la clavadista reduce el momento de inercia y así aumenta su velocidad angular, lo cual le permite efectuar 1 y 1/2 revoluciones. Las fuerzas externas y el torque que operan sobre la clavadista son los mismos en a) y en b), como lo indica el valor constante del momento angular $\vec{\mathbf{L}}$.



Ejemplo 5:



Estudiante con bicicleta

https://www.youtube.com/watch?v=vM6G-NgN0PY