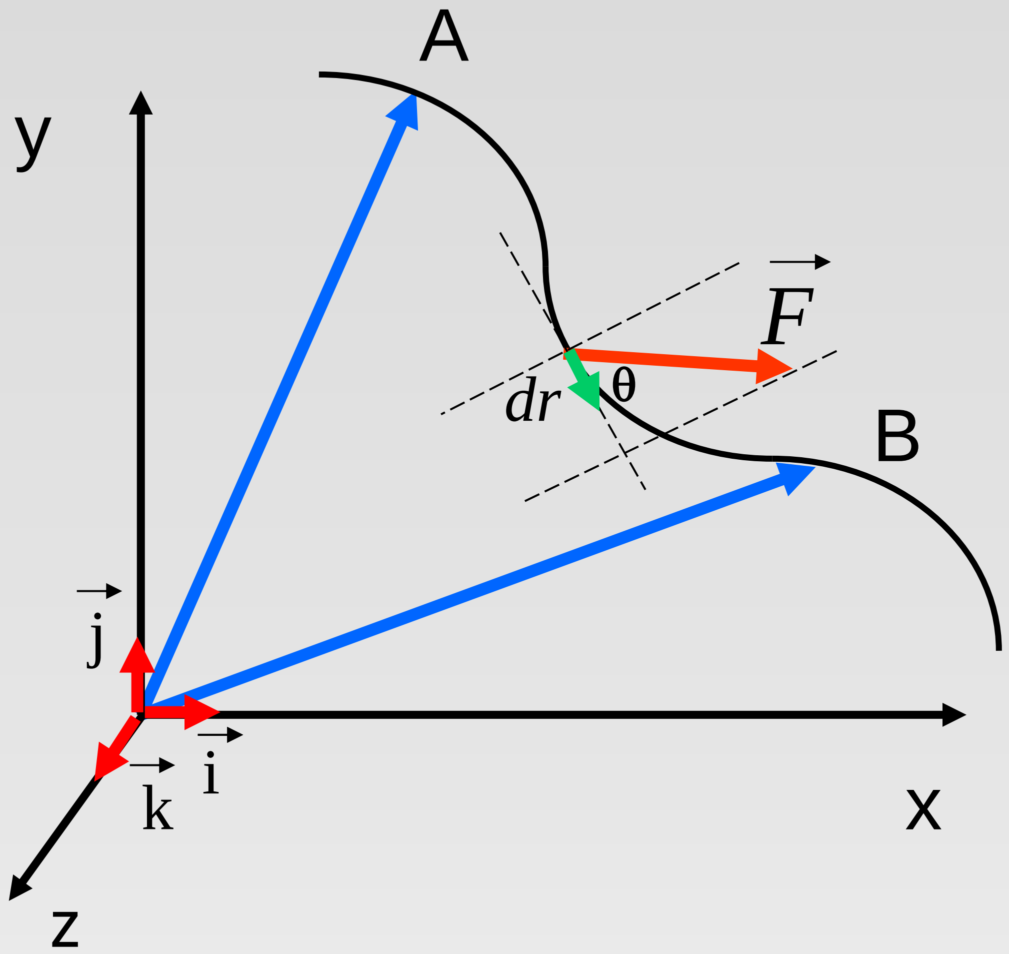
Física I

Turno H

Apuntes de Clase 7

Turno H
Prof. Pedro Mendoza Zélis

Trabajo y energía en el espacio tridimensional



$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

Es un escalar!!!

donde:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\, \vec{i} + dy\, \vec{j} + dz\, \vec{k}$$

Para varias fuerzas actuando sobre una partícula:

$$W = \int_{x_A}^{x_B} (\vec{F}_1 + F_2 + \ldots + \vec{F}_i) \bullet d\vec{r} = W_1 + W_2 + \ldots + W_i = \sum_i W_i$$

Teorema de Trabajo - Energía cinética

El trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un objeto entre dos puntos de una trayectoria es igual a la variación de la energía cinética del objeto entre esos dos mismos puntos.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet \, d\vec{s} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{cB} - E_{cA} = \Delta E_c$$

Características del trabajo W:

$$W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

1) $W = 0$ si no existe desplazamiento ($d\vec{r} = 0$).

2) $W = 0$ para fuerzas perpendiculares al desplazamiento ya que $\cos 90^o = 0$.

3) El signo de W depende del ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{r}$. Por ej. $Wfr < 0$, ya que $\cos 180^o = -1$

Trabajo y energía en el espacio tridimensional

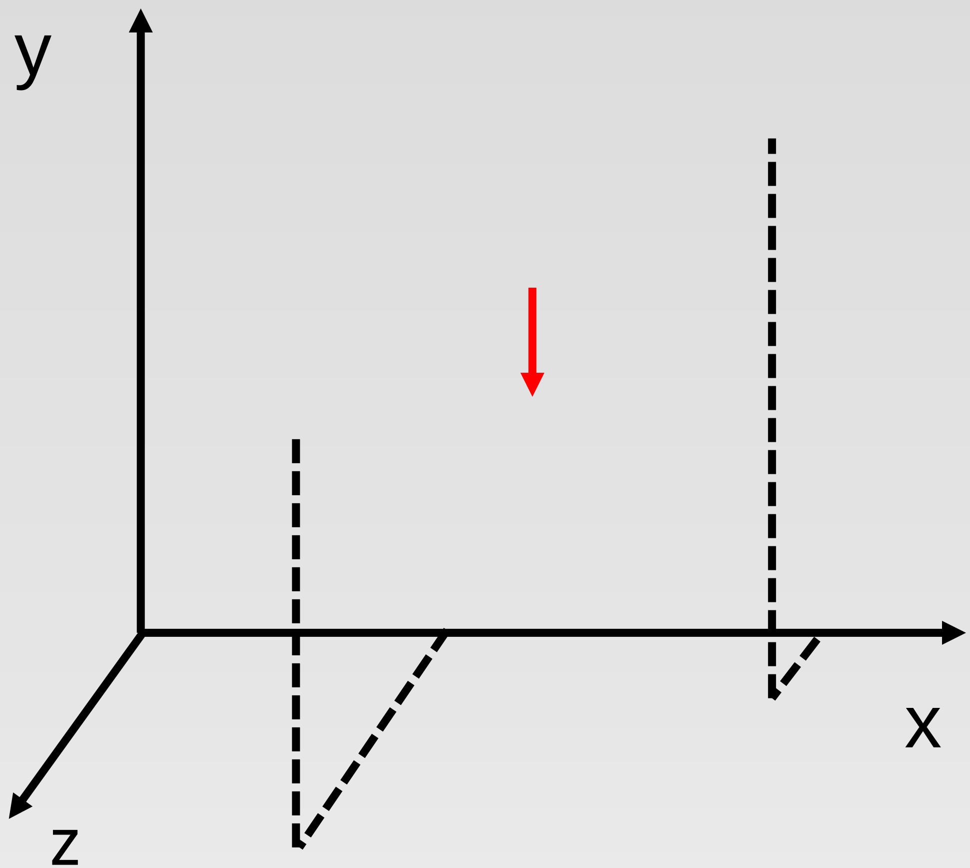
TRABAJO: $$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

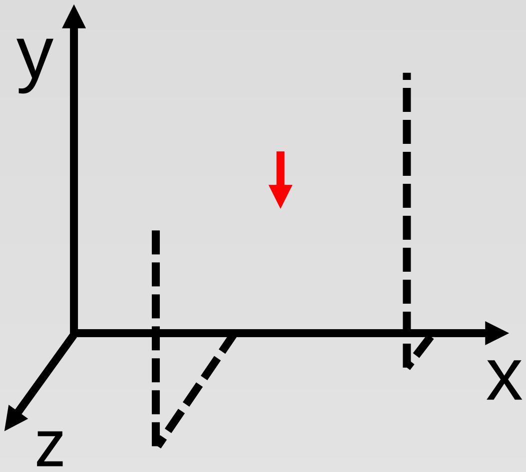
Como: $$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\ \vec{i} + dy\ \vec{j} + dz\ \vec{k}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{F} \bullet d\vec{r} = F_x\ dx + F_y\ dy + F_z\ dz$$


y
x
z

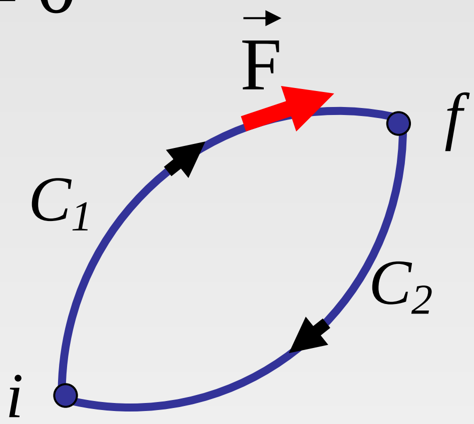

y
x
z

En general el trabajo W depende del camino elegido, sin embargo existen fuerzas tales que **el W entre dos puntos no depende del camino sino solamente de las posiciones inicial y final.**

Este tipo de fuerzas se denominan **"conservativas"** y tienen la propiedad de que el **trabajo realizado por las mismas para cualquier camino cerrado es 0.**

Si $W_{i \to f \to i} = \underset{C_1}{\int_i^f} \vec{F} \bullet d\vec{s} + \underset{C_2}{\int_f^i} \vec{F} \bullet d\vec{s} = 0$

$\Rightarrow$ $\vec{F}$ **es conservativa**

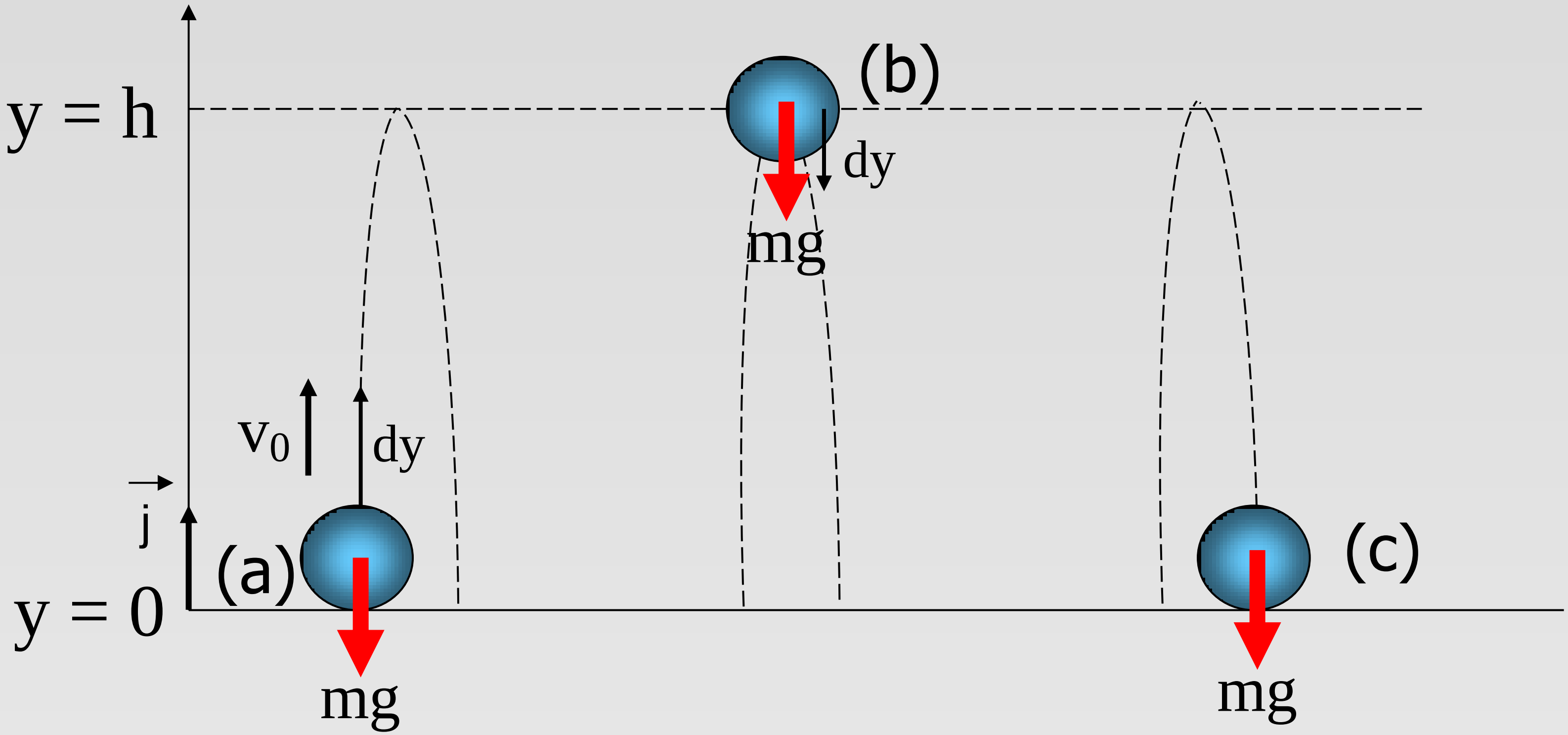


Analizaremos el comportamiento de 3 fuerzas:

1) La fuerza de recuperación elástica $F_{el} = -k\ x$ (Ley de Hooke)
2) La gravitatoria $F_g = m\ g$
3) La de fricción $f_r = \mu_c\ N$

Calcularemos los trabajos W de estas fuerzas en caminos cerrados para analizar su condición de fuerzas conservativas o no conservativas.

1) Fuerza gravitatoria

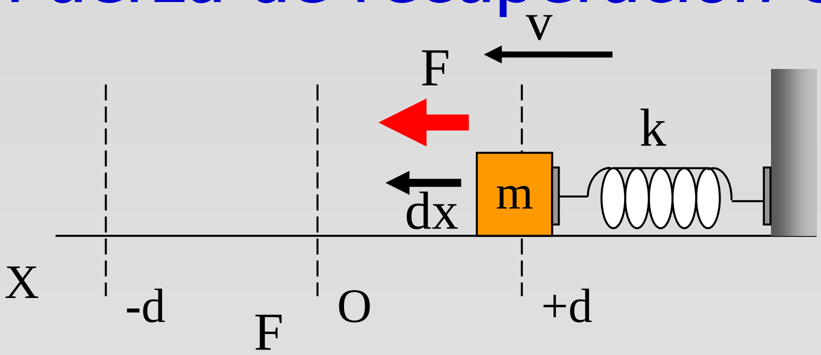


$$W_{a-b} = -m\,g\,h \qquad \text{y} \qquad W_{b-c} = +m\,g\,h$$

$$W_{total} = -m\,g\,h + m\,g\,h = 0$$

la fuerza gravitatoria es conservativa!!!!!

2) Fuerza de recuperación elástica



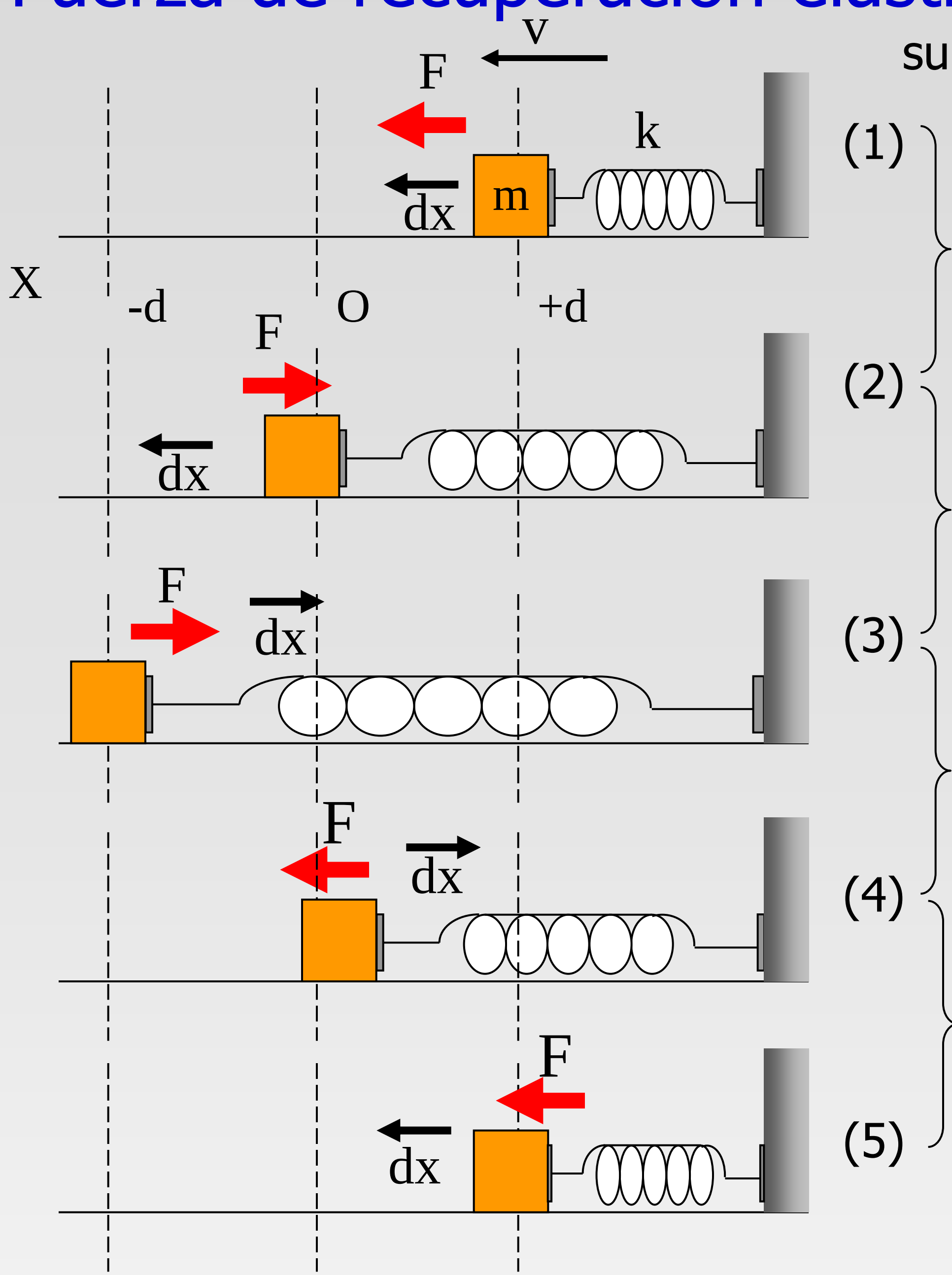
superficie horizontal sin fricción (μ=0).

(1)

$$W_{1-2} = \frac{1}{2} k \, d^{2}$$

2) Fuerza de recuperación elástica

superficie horizontal sin fricción (μ=0).



$$W_{1-2} = \frac{1}{2} k\ d^{2}$$

$$W_{2-3} = -\frac{1}{2} k\ d^{2}$$

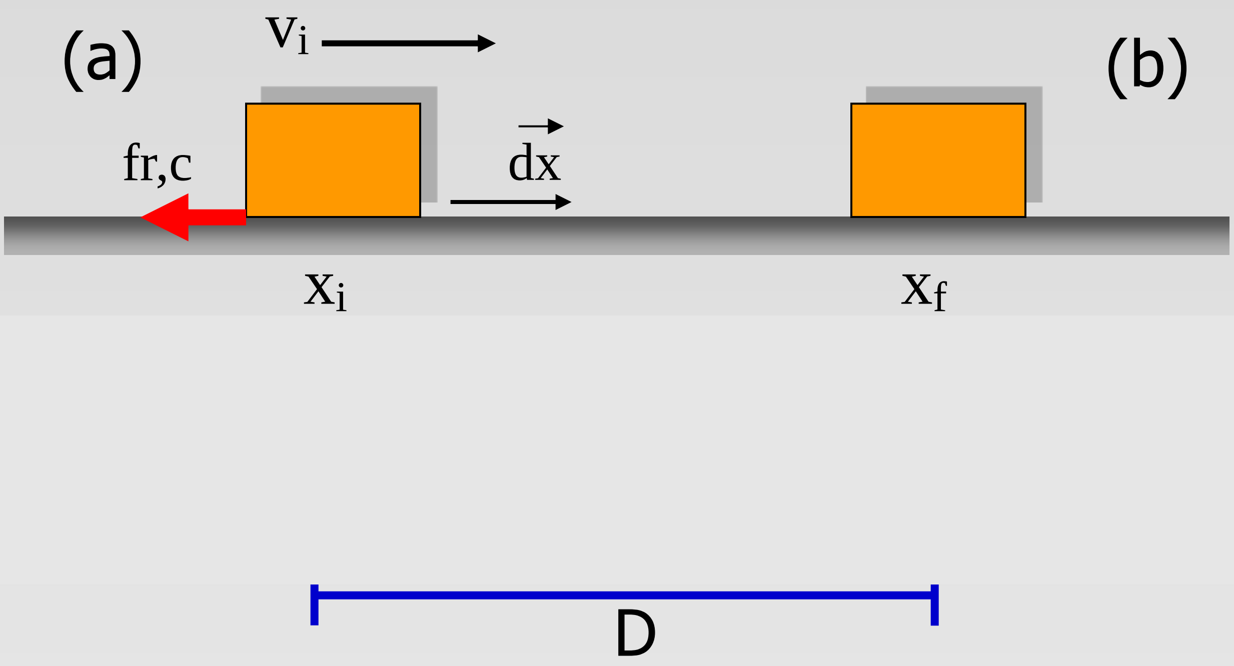
$$W_{3-4} = \frac{1}{2} k\ d^{2}$$

$$W_{4-5} = -\frac{1}{2} k\ d^{2}$$

$$W_{a-b} + W_{b-c} + W_{c-d} + W_{d-e} = 0$$

$\Rightarrow$ la fuerza de recuperación elástica es conservativa!!!!!

3) Fuerza de fricción



$$f_{r,c} = \mu N$$

$$W_{a-b} = -\mu_c N D \quad \text{y} \quad W_{c-d} = -\mu_c N D$$

$$W_{total} = -2 \mu_c N D \neq 0$$

la fr es no conservativa!!!

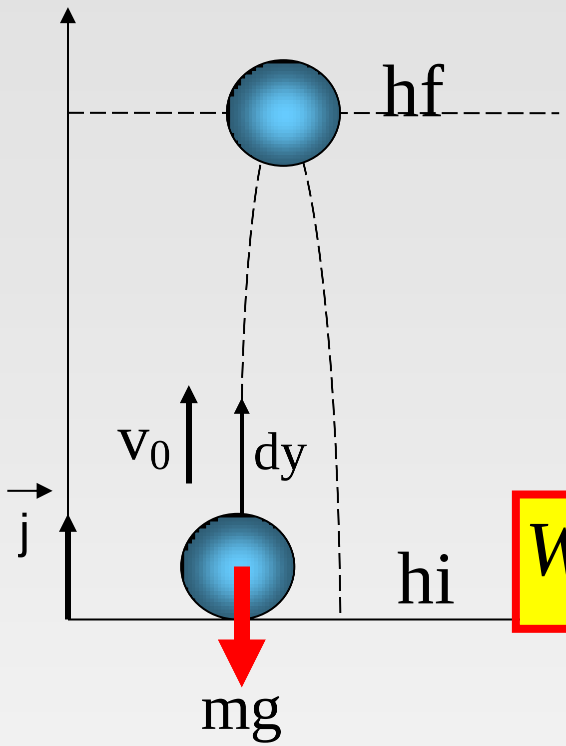
Si el W **total** realizado por una fuerza sobre una partícula en cualquier camino cerrado **es 0**, diremos que esa fuerza es **conservativa**. De lo contrario diremos que es **no conservativa**.

Otra forma: " Si el trabajo efectuado por una fuerza entre 2 puntos a y b es el mismo a lo largo de cualquier trayectoria arbitraria, entonces la fuerza **es conservativa**".

Energía potencial

Si la fuerza es conservativa se puede definir una función de la posición, que llamaremos "**energía potencial**". En este caso el trabajo W entre dos puntos se puede expresar como diferencia de dicha energía potencial evaluada entre los dos mismos puntos.

En el caso de la fuerza gravitatoria:



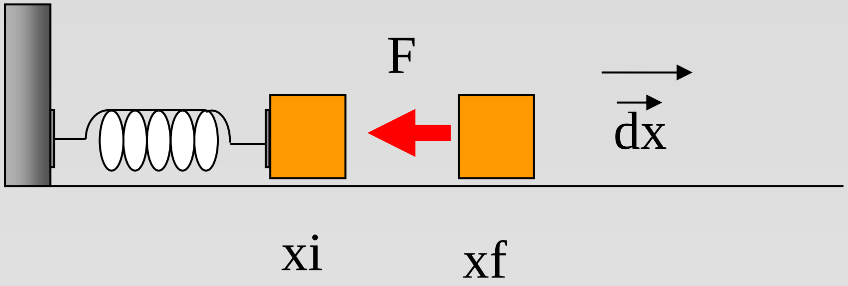
$$W_{hi \to hf} = \int_{hi}^{hf} m\, g \cos 180^{o}\, dy = -m\, g\,(hf - hi)$$

$$W_{hi \to hf} = -\left[m\, g\, hf - m\, g\, hi\right]$$

Si $E_{p,grav.} = m\, g\, h$ ⇒

$$\boxed{W_{hi \to hf} = -\left[E_{p,grav.f} - E_{p,grav.i}\right] = -\Delta E_{p,grav.}}$$

Para el caso de la fuerza de recuperación elástica:



$$W_{i\to f} = \int_{xi}^{xf} k\ x\cos 180^{o}\, dx = -\frac{1}{2}k\left(x_f^{\ 2} - x_i^{\ 2}\right)$$

Si definimos $E_{p,el} = \dfrac{1}{2}k\ x^2$ ⇒

$$\boxed{W_{i\to f} = -\left(E_{p,el,f} - E_{p,el,i}\right) = -\Delta E_{p,el}}$$

Teorema de trabajo-Energía mecánica

Ahora podemos considerar el $W\ total$ como la suma de trabajos producidos por fuerzas conservativas más el producido por fuerzas no conservativas:

$$W_{total,i-f} = W_{FC,i-f} + W_{FNC,i-f} =$$

$$= \left(-\Delta E_p\right)_{i-f} + W_{FNC,i-f} = \Delta E_{c,i-f}$$

Si definimos: $E_{mecánica} = E_c + E_p$

$$\boxed{W_{FNC,i-f} = \Delta E_{c,i-f} + \Delta E_{p,i-f} = \Delta E_{mec,i-f}}$$

Si $\boxed{W_{FNC\,,\,i-f} = 0}$

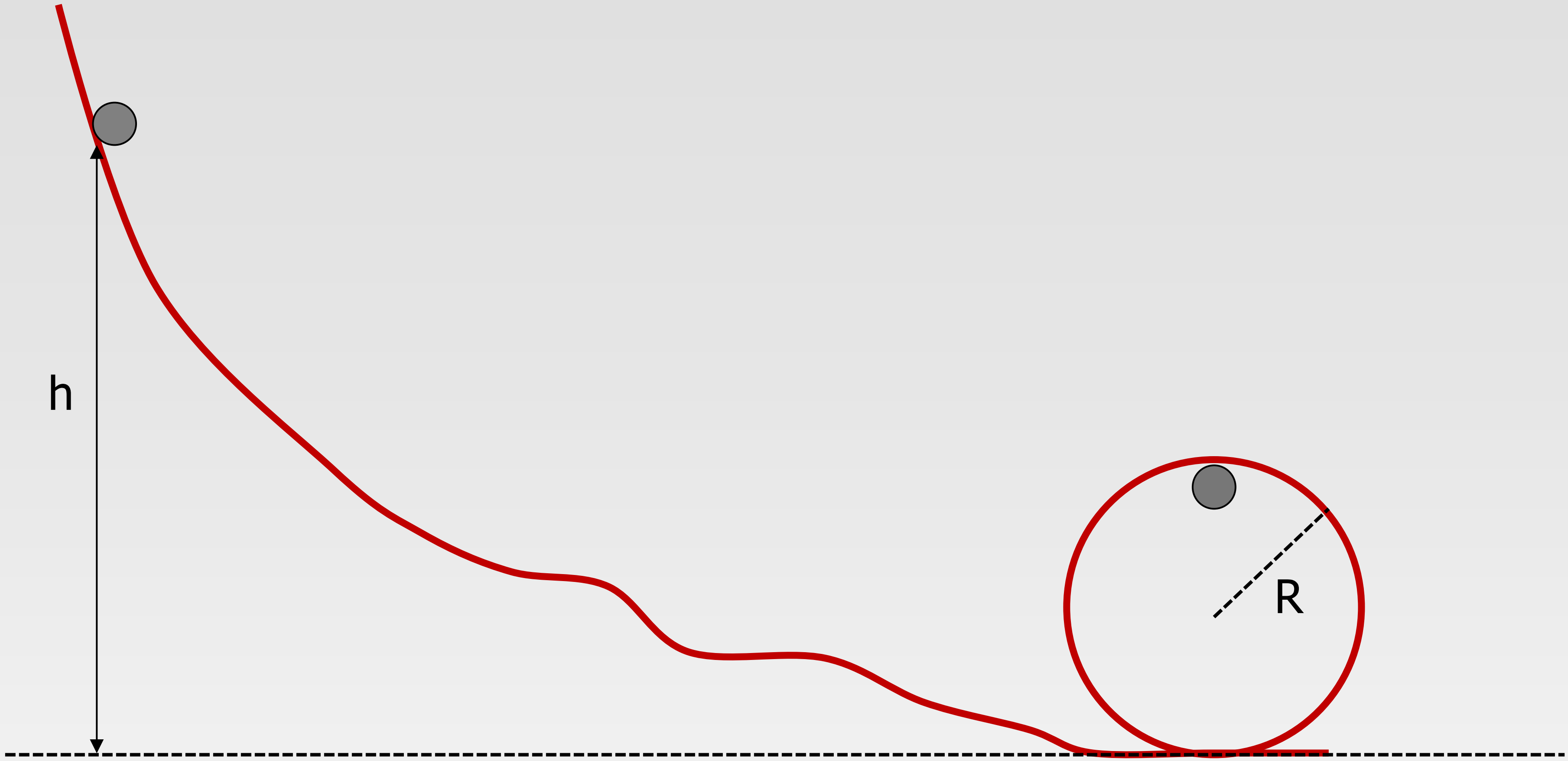
$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta E_{mec\,,i-f} = 0 \Rightarrow E_{mec\,,i} = E_{mec\,,f}}$$

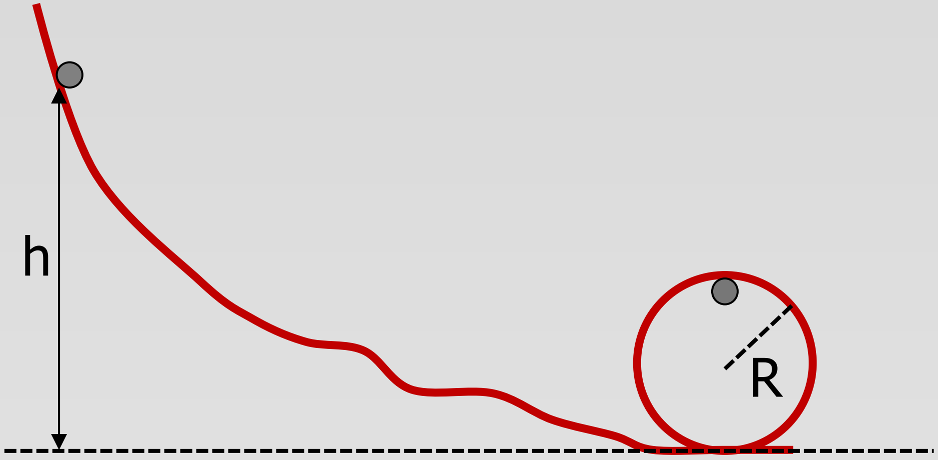
“Conservación de la energía”

Este principio de conservación es muy útil y aplicable en muchas situaciones prácticas de la vida cotidiana.

Ejercicio: El rizo analizado con conceptos energéticos

Una bolita desliza (sin fricción) por una pista con un rizo (como se muestra en la figura). Si la pelotita es liberada en un punto de la pista de altura h ¿Cuál debe ser el mínimo valor de h para que la bolita de una vuelta completa por el rizo de radio R?. ¿Su respuesta depende de la forma de la pista antes del rizo?




h
R