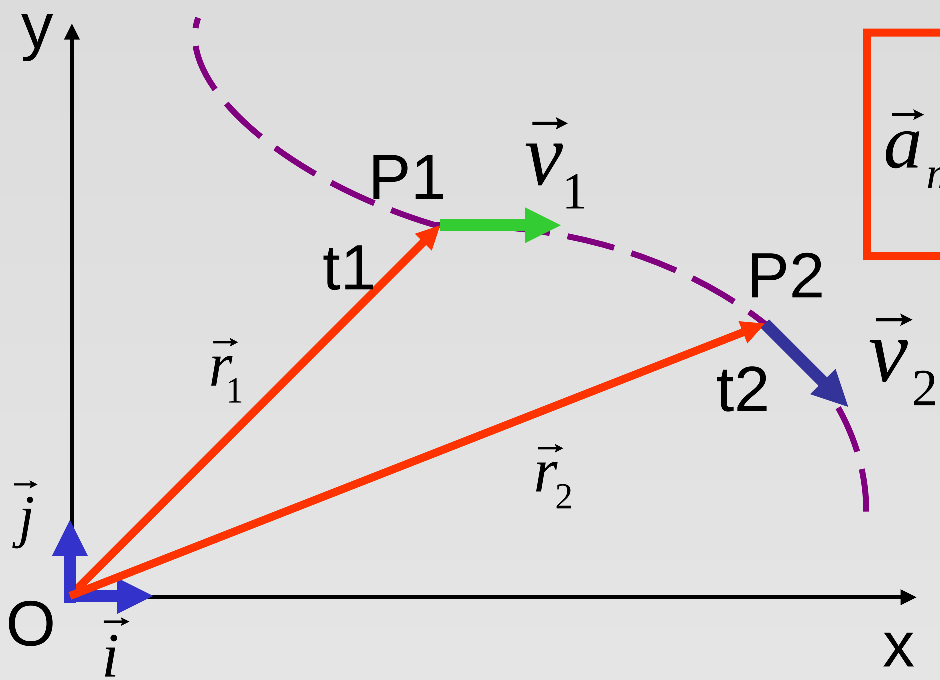
Física I

Turno H

Apuntes de Clase 4

Turno H
Prof. Pedro Mendoza Zélis

Repaso: aceleración media



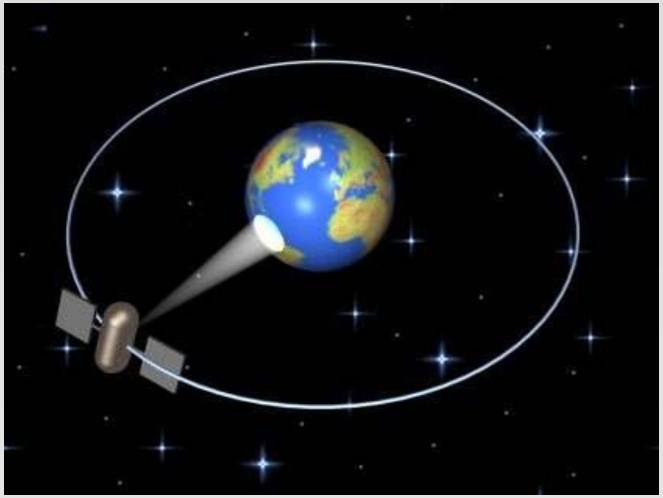
$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$ [m/s²]

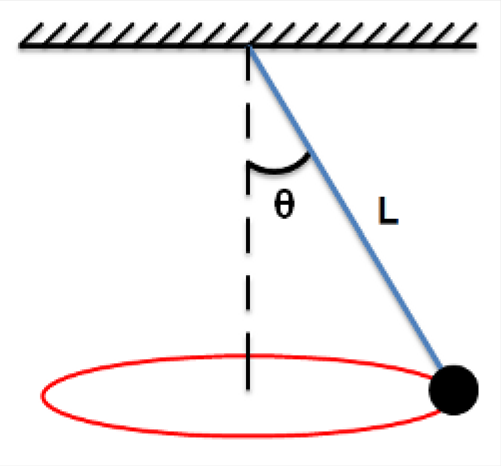
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Aceleración instantánea

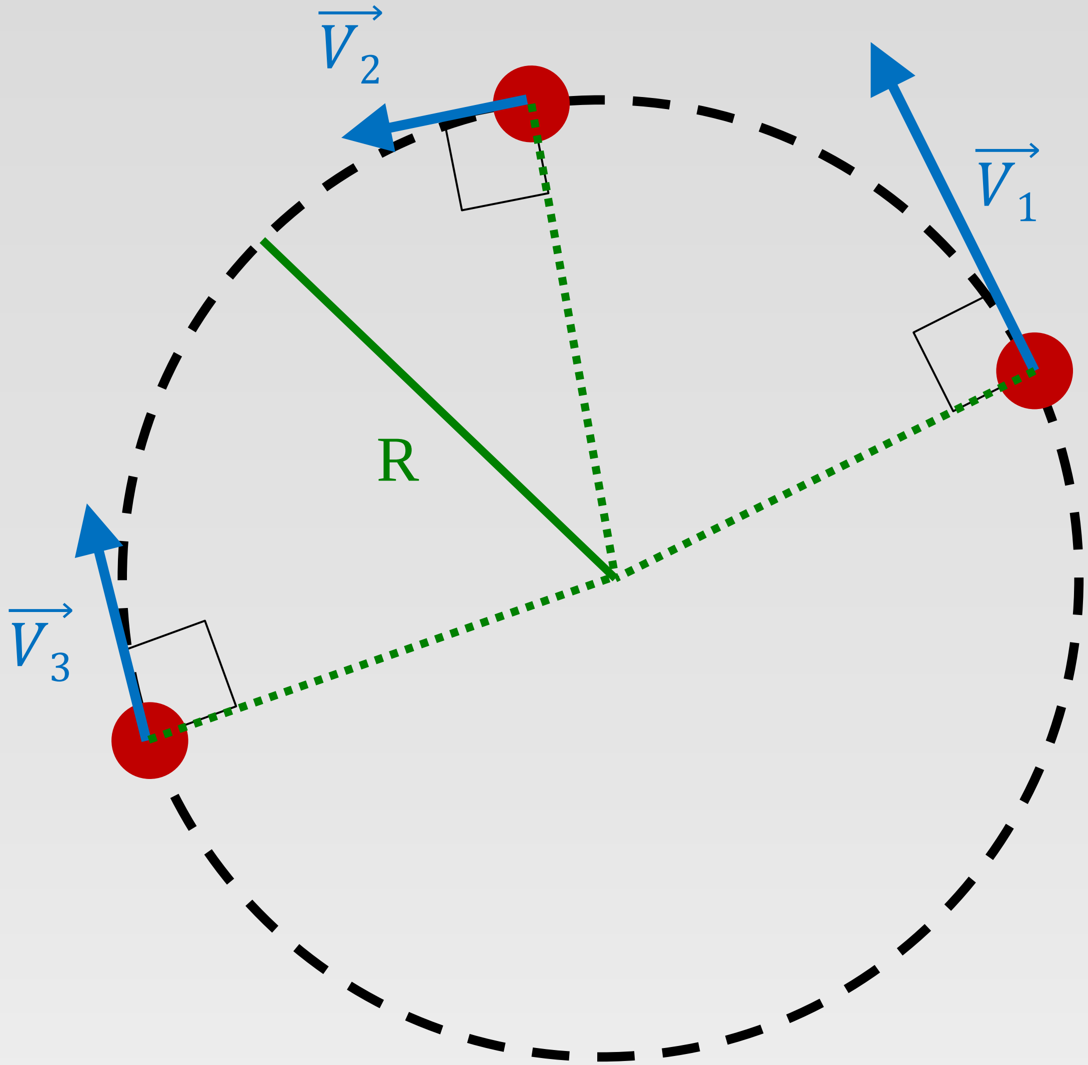
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Movimiento Circular





Movimiento circular



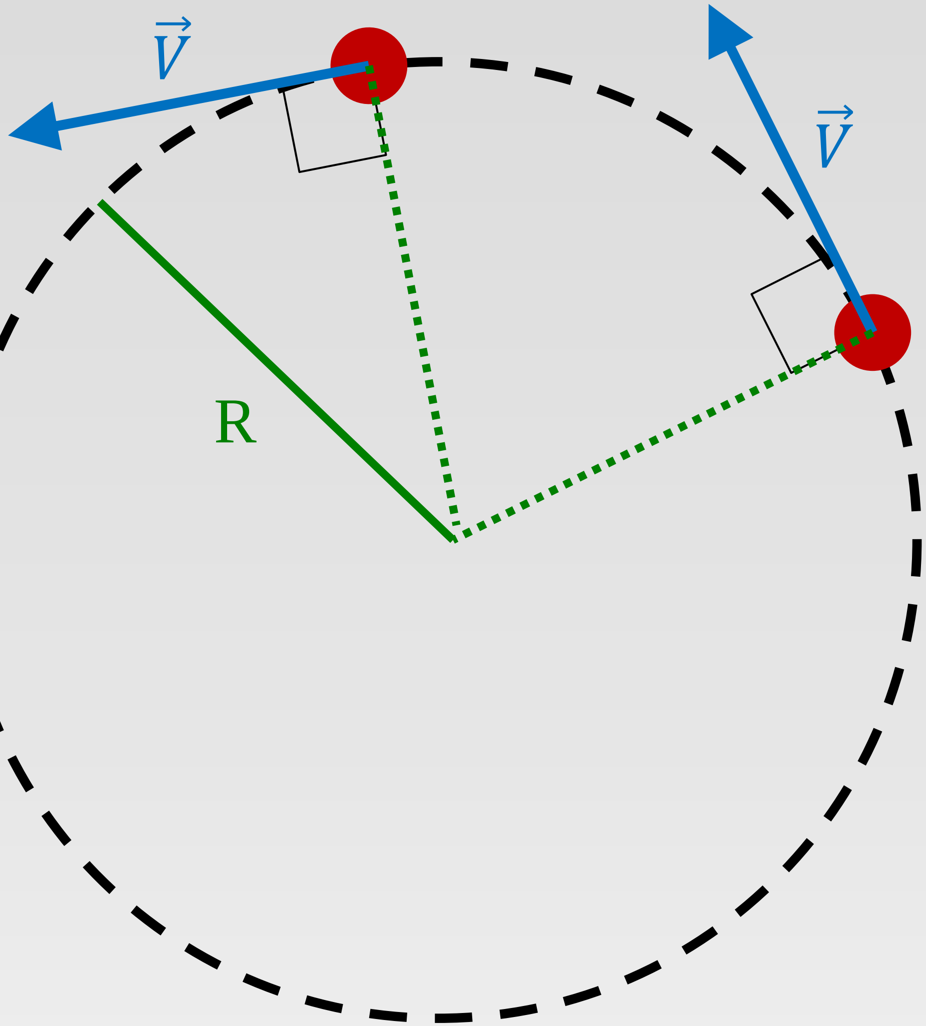
Movimiento circular uniforme

$|\vec{V}|$= cte

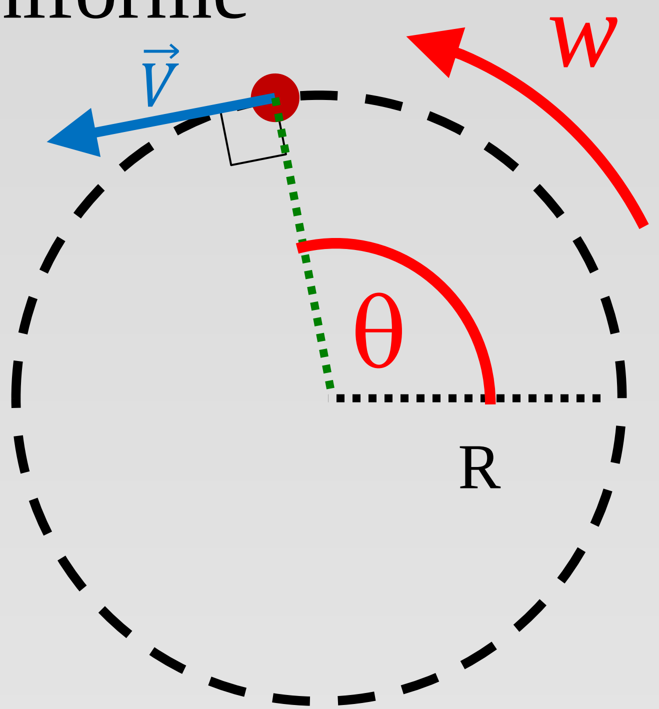
T: período [seg]
tiempo empleado en dar una vuelta completa

f: frecuencia [1/seg = Hz]
#vueltas/segundo

$$\frac{1}{f} = T$$



Movimiento circular uniforme



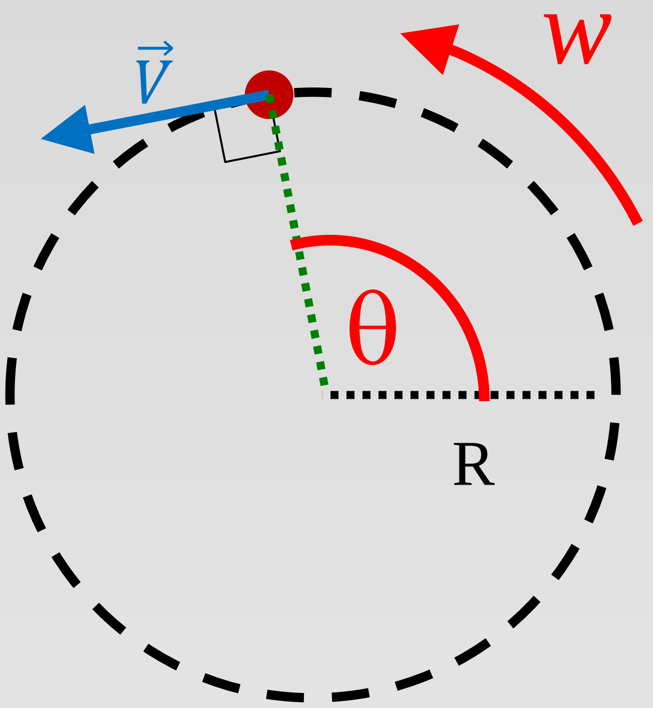
$|\vec{V}|$= cte

w: velocidad angular [rad/seg]
radianes recorridos por segundo

$$w = \frac{2\,\pi}{T}$$

$$w = \frac{d\theta}{dt}$$

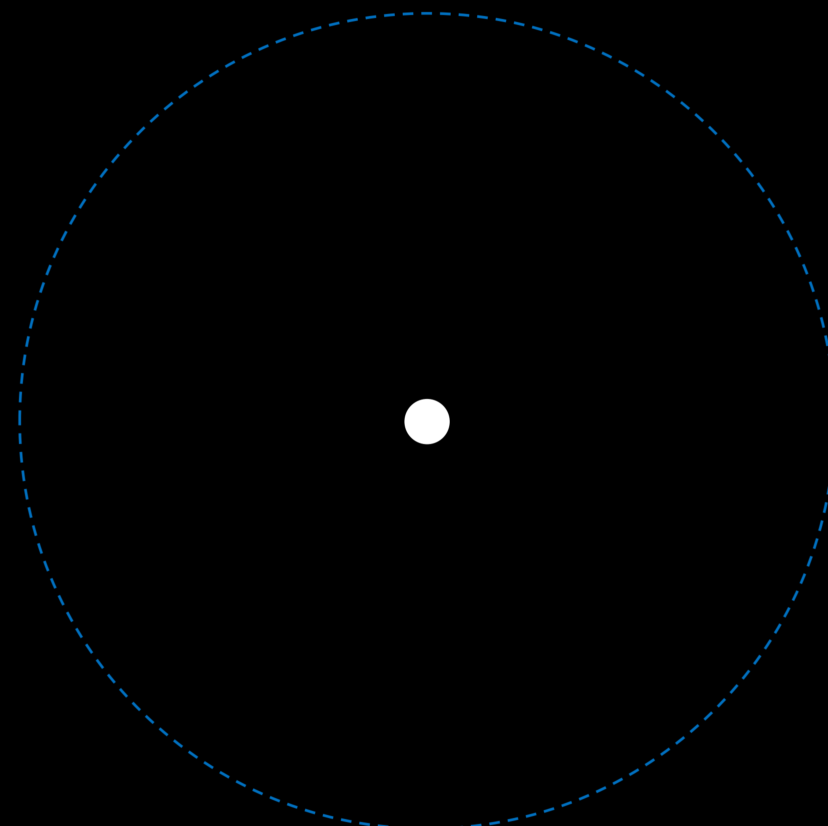
Movimiento circular



¿Cómo se relacionan $|\vec{V}|$ y w?

$$|\vec{V}| = \frac{2\,\pi R}{T} = wR$$

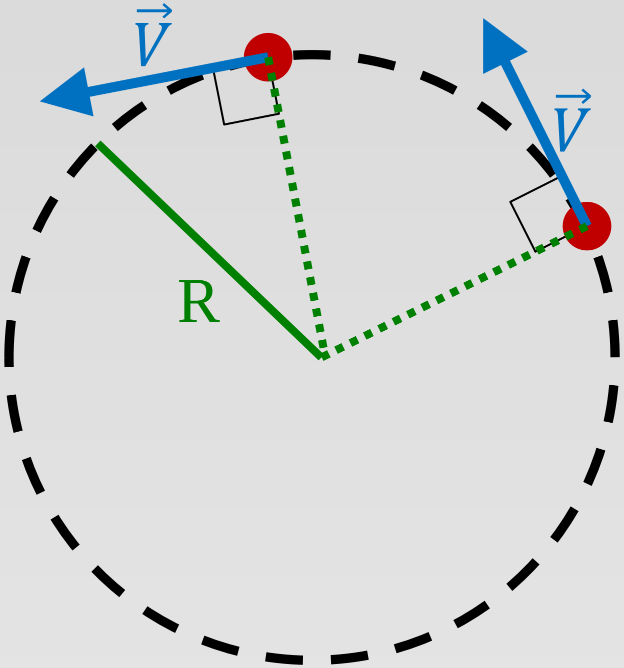
Esta relación es válida para cualquier movimiento circular.



Movimiento circular uniforme

$|\vec{V}|$= cte, pero $\vec{V} \neq$ cte

¡Existe una aceleración!

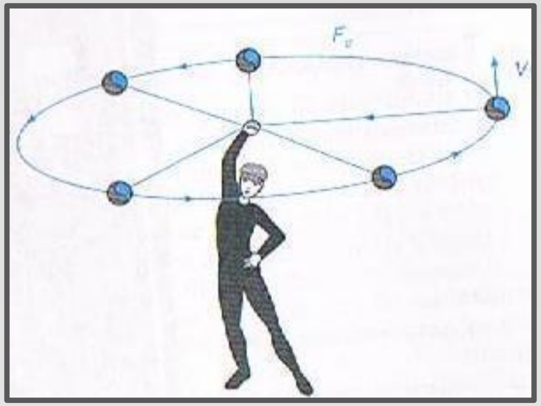


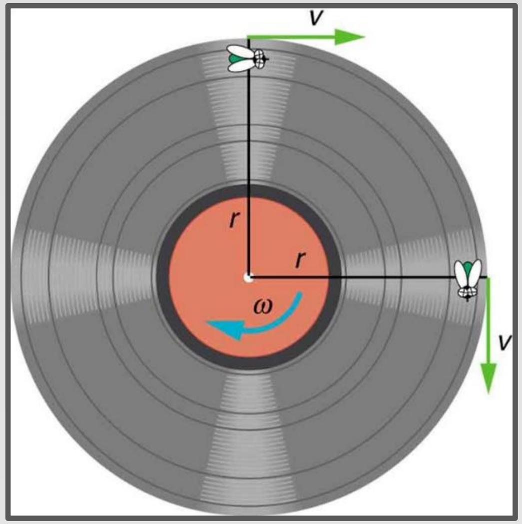
Apunta hacia el centro y se llama aceleración centrípeta:

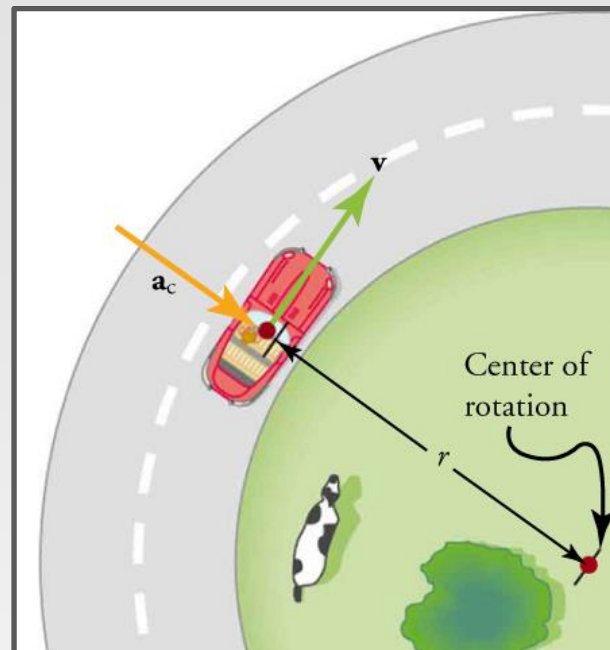
$$|\overrightarrow{a_c}| = \frac{V^2}{R} = w^2 R$$

Aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección radial:

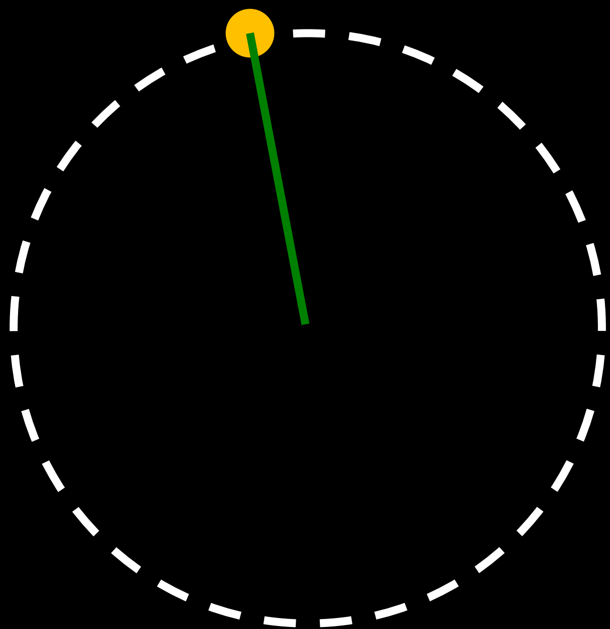
$$\sum F_R = m\, a_c = m\, \frac{V^2}{R}$$







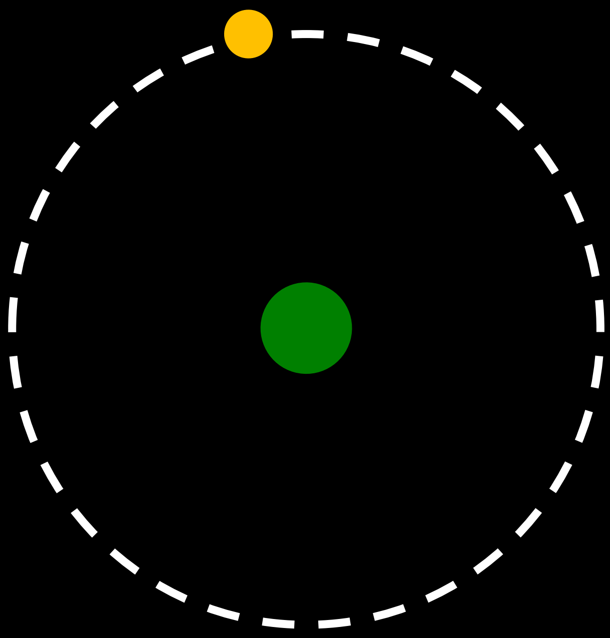
Pelotita atada a un hilo

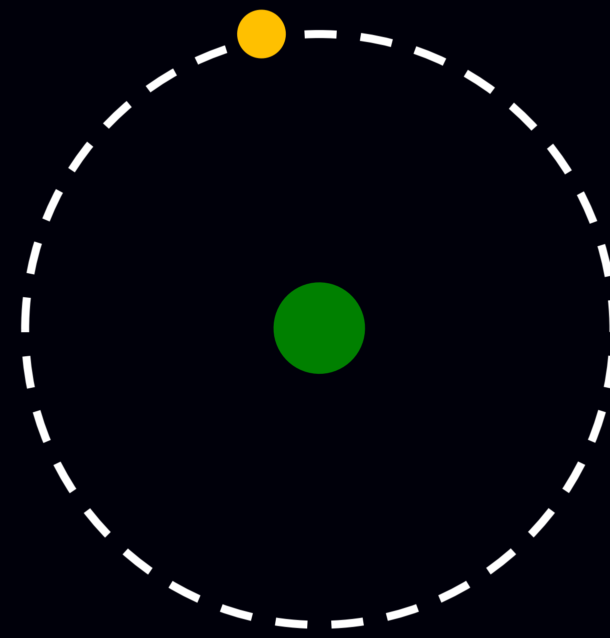


Lanzamiento de martillo:

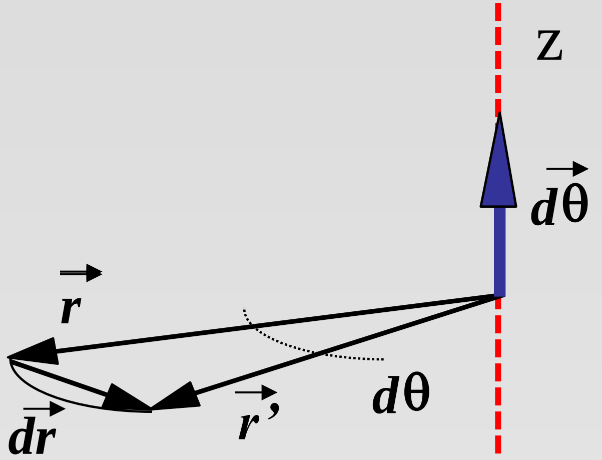
https://www.youtube.com/watch?time_continue=30&v=VTTl_dW714Q&feature=emb_logo

Orbita de un satélite geosíncrono





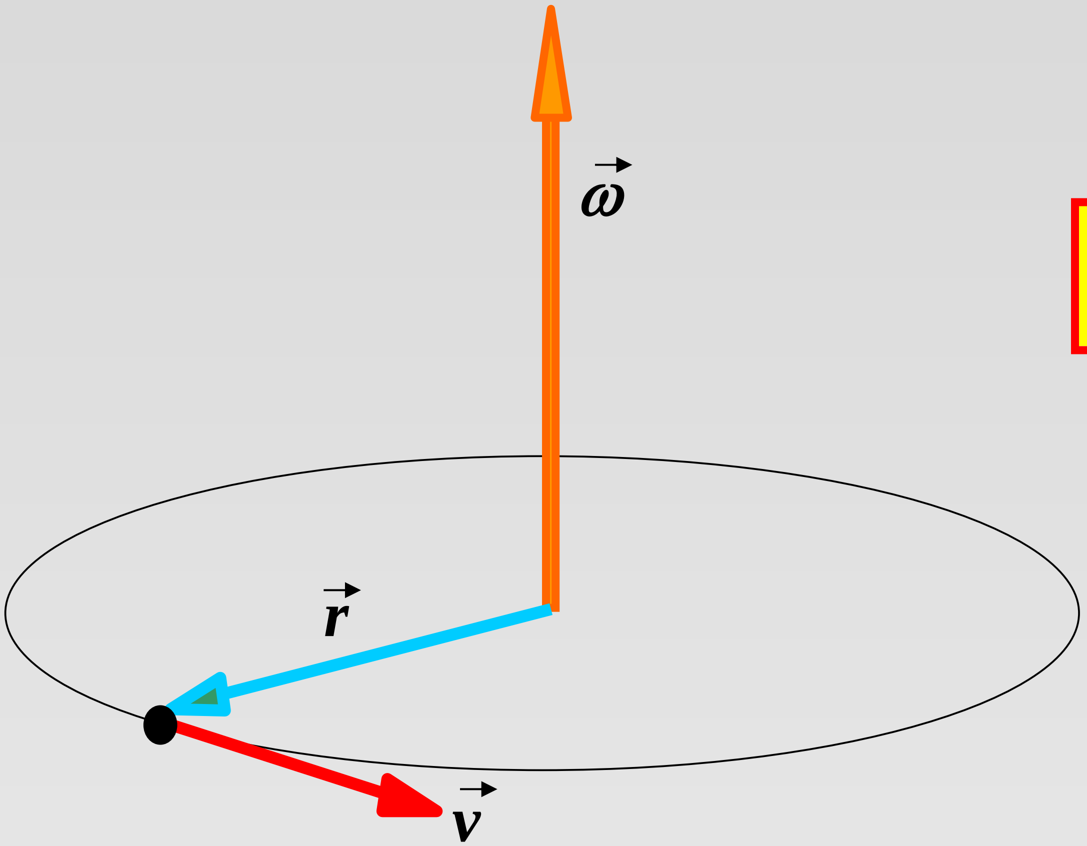
Supongamos que una partícula realiza un movimiento circular en un plano alrededor de un eje fijo “z”



$$\boxed{d\vec{\mathbf{r}} = d\vec{\theta} \times \vec{\mathbf{r}}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\vec{\theta} \times \vec{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{d\vec{\theta}}{dt} \times \vec{\mathbf{r}} = \vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{r}}}$$

donde definimos la velocidad angular como: $\vec{\boldsymbol{\omega}} = \dfrac{d\vec{\theta}}{dt}$



$$\boxed{\vec{v} = \vec{\boldsymbol{\omega}} \times \vec{\mathbf{r}}}$$

$$v = \left|\vec{\mathbf{v}}\right| = \left|\vec{\omega} \times \vec{\mathbf{r}}\right| = \left|\vec{\omega}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{r}}\right| \, sen 90^\circ = \left|\vec{\omega}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{r}}\right| = \omega \, r$$

¿Qué pasa cuando ω varía con el tiempo?

Definimos la aceleración angular como:

$$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}}$$

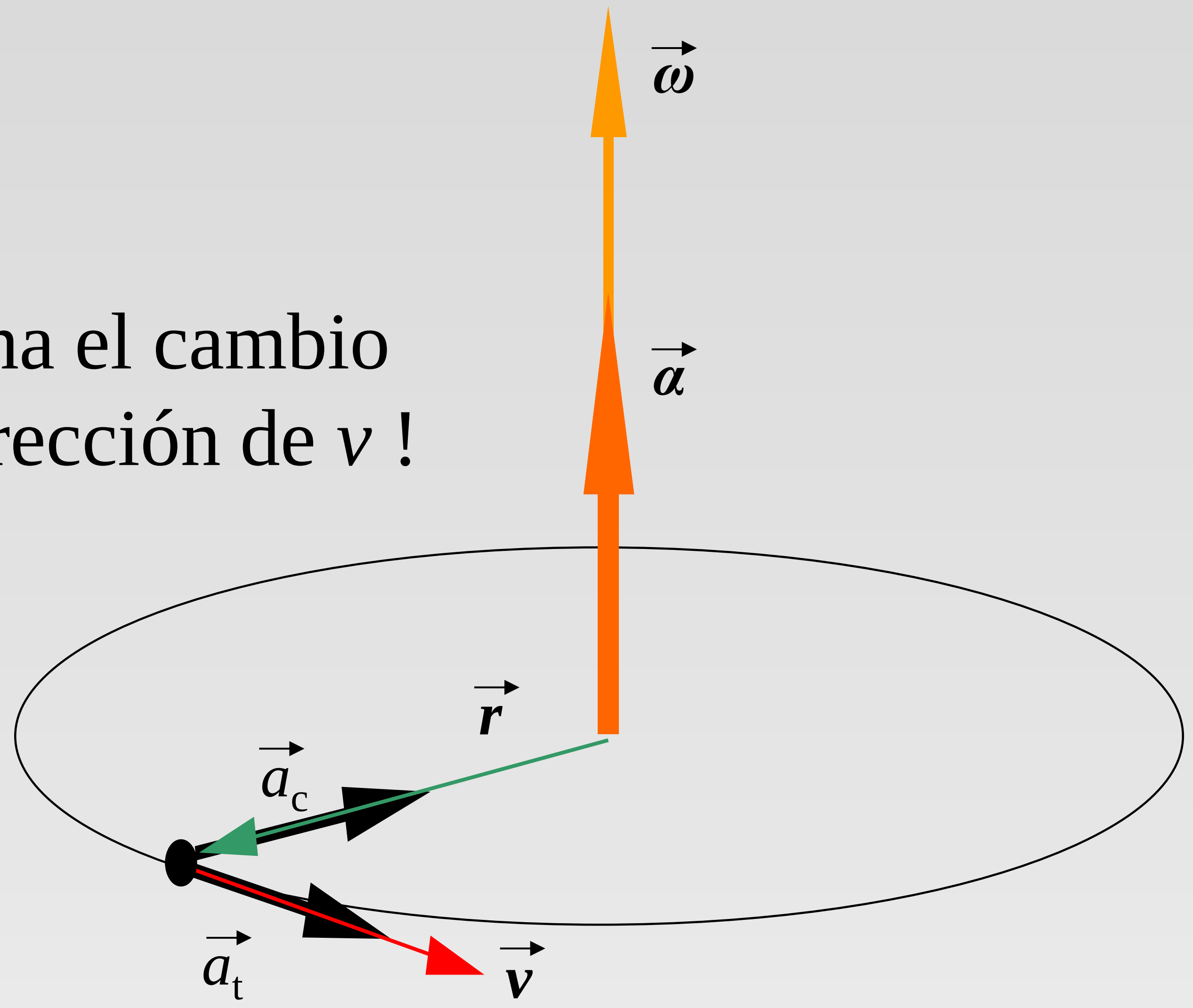
¿Qué pasa con la aceleración $\vec{a}$ cuando $\vec{\omega}$ varía con el tiempo?

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\omega}\times\vec{\mathbf{r}}\right) = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{\mathbf{r}} + \vec{\omega}\times\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \underbrace{\vec{\alpha}\times\vec{\mathbf{r}}}_{\text{aceleración tangencial!!}} + \underbrace{\vec{\omega}\times\vec{\mathbf{v}}}_{\text{aceleración centrípeta o normal!!}}$$

aceleración tangencial!!

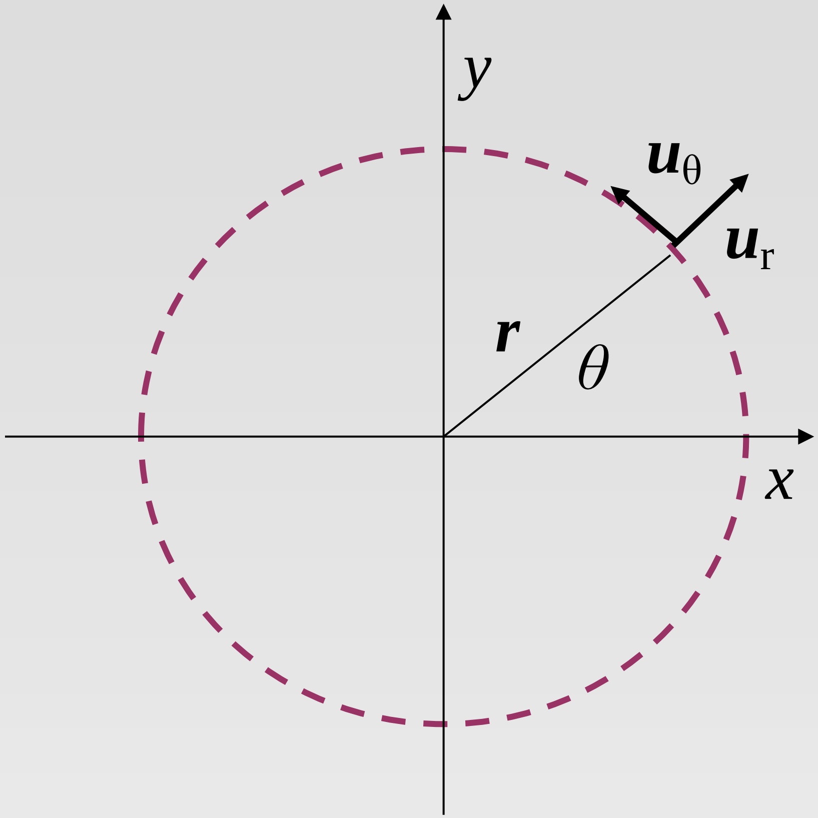
aceleración centrípeta o normal!!

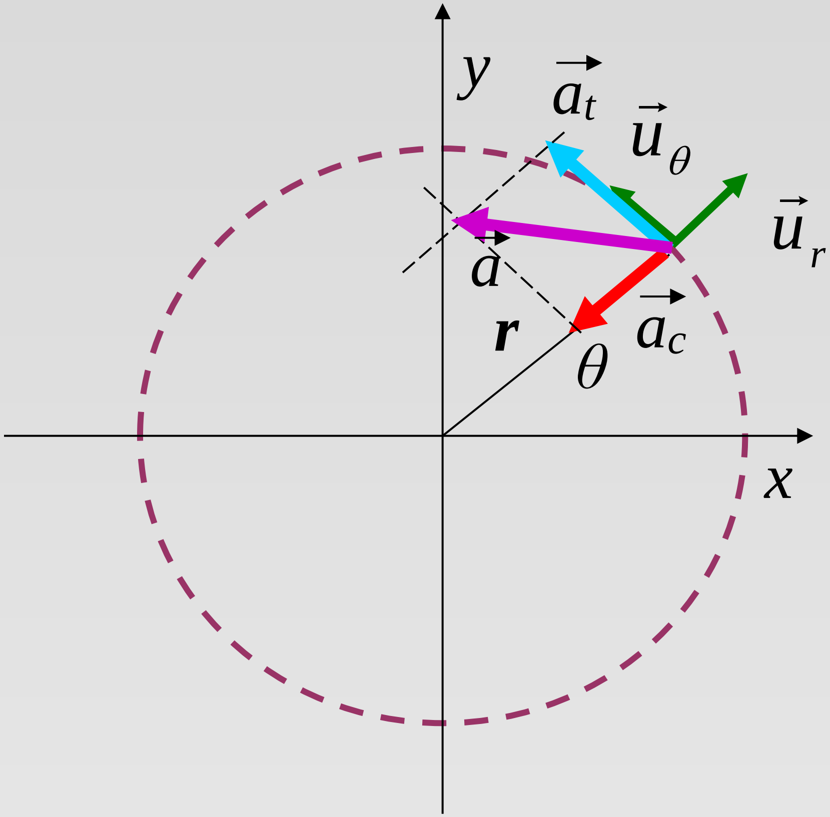
$\vec{a}_c$ origina el cambio de la dirección de v !



$\vec{a}_t$ origina el cambio del módulo de $\boldsymbol{v}$!!

Sistema de coordenadas instantáneo





$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{r}\vec{u}_r$$

$$|\vec{a}_c| = \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{a}_t = r\,\alpha\,\vec{u}_\theta$$

$$|\vec{a}_t| = r\,\alpha$$

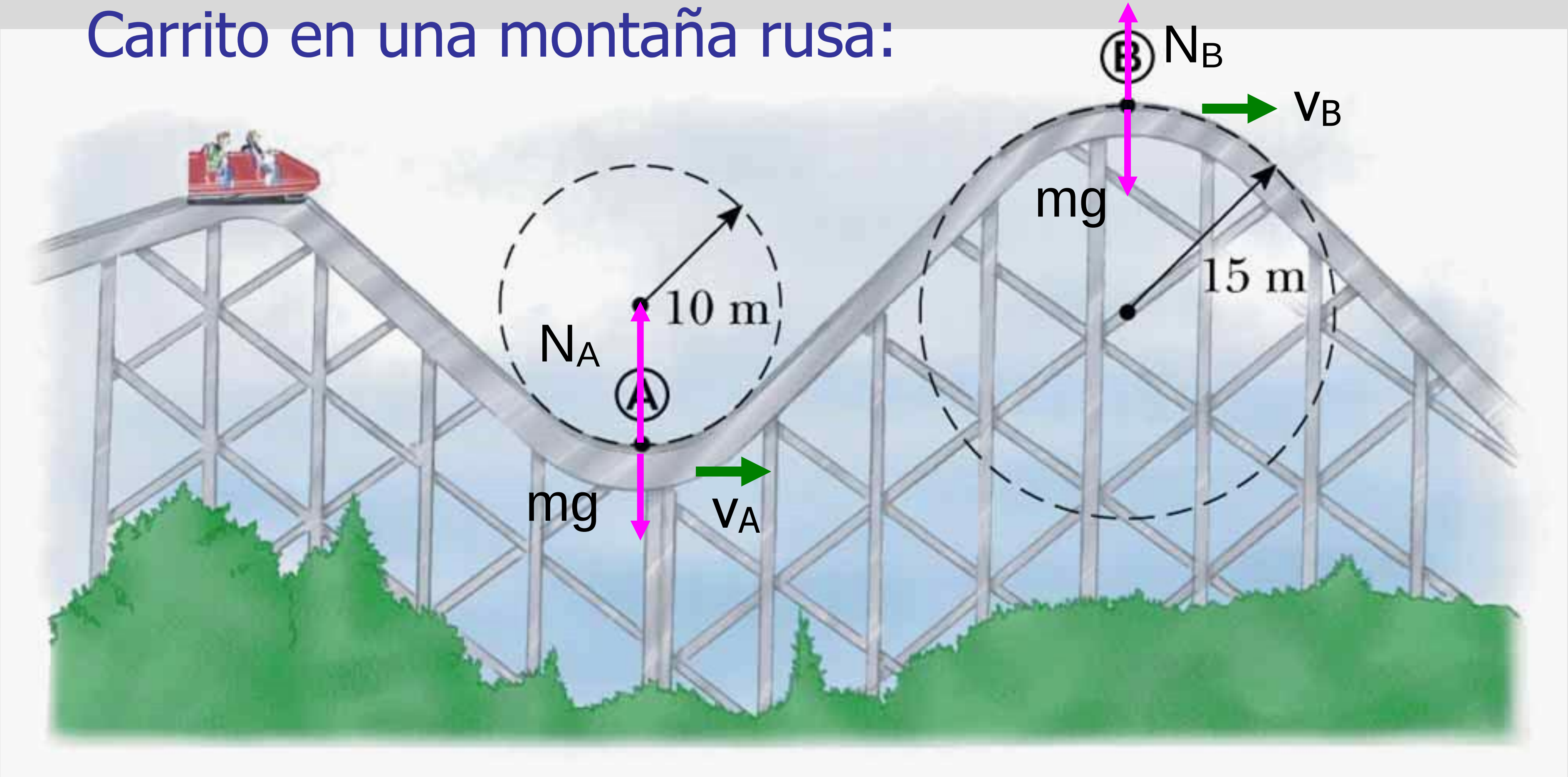
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$$

Recordar que la **aceleración total** ($\vec{a}$) es la suma **vectorial** de las aceleraciones **tangencial** ($\vec{a_t}$) y **centrípeta** ($\vec{a_c}$) !!!

La rueda de la muerte

https://www.youtube.com/watch?v=V52H1Xo7Joc&feature=youtu.be

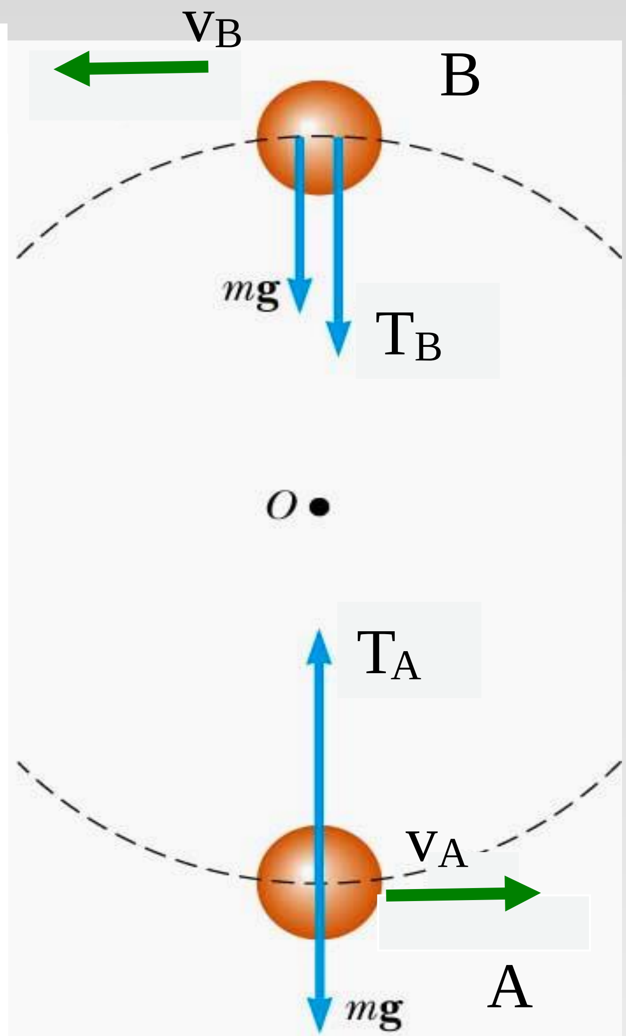
Carrito en una montaña rusa:



En A: $$\sum F_y = N_A - mg = m\, a_{c,A} = m\,\frac{v_A^2}{R_A}$$

En B: $$\sum F_y = mg - N_B = m\, a_{c,B} = m\,\frac{v_B^2}{R_B}$$

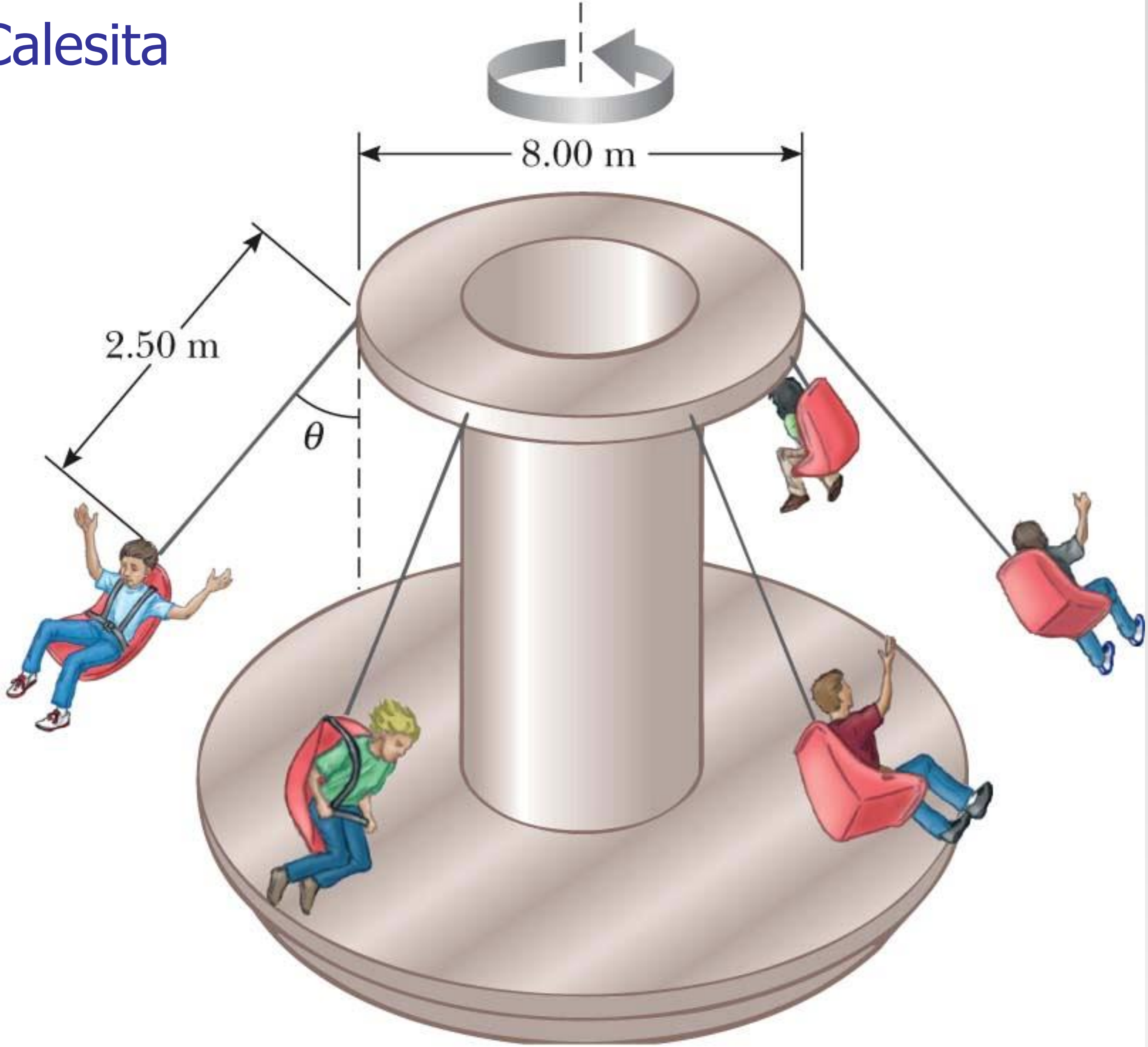
Pelota atada a un hilo, rotando en un círculo vertical:



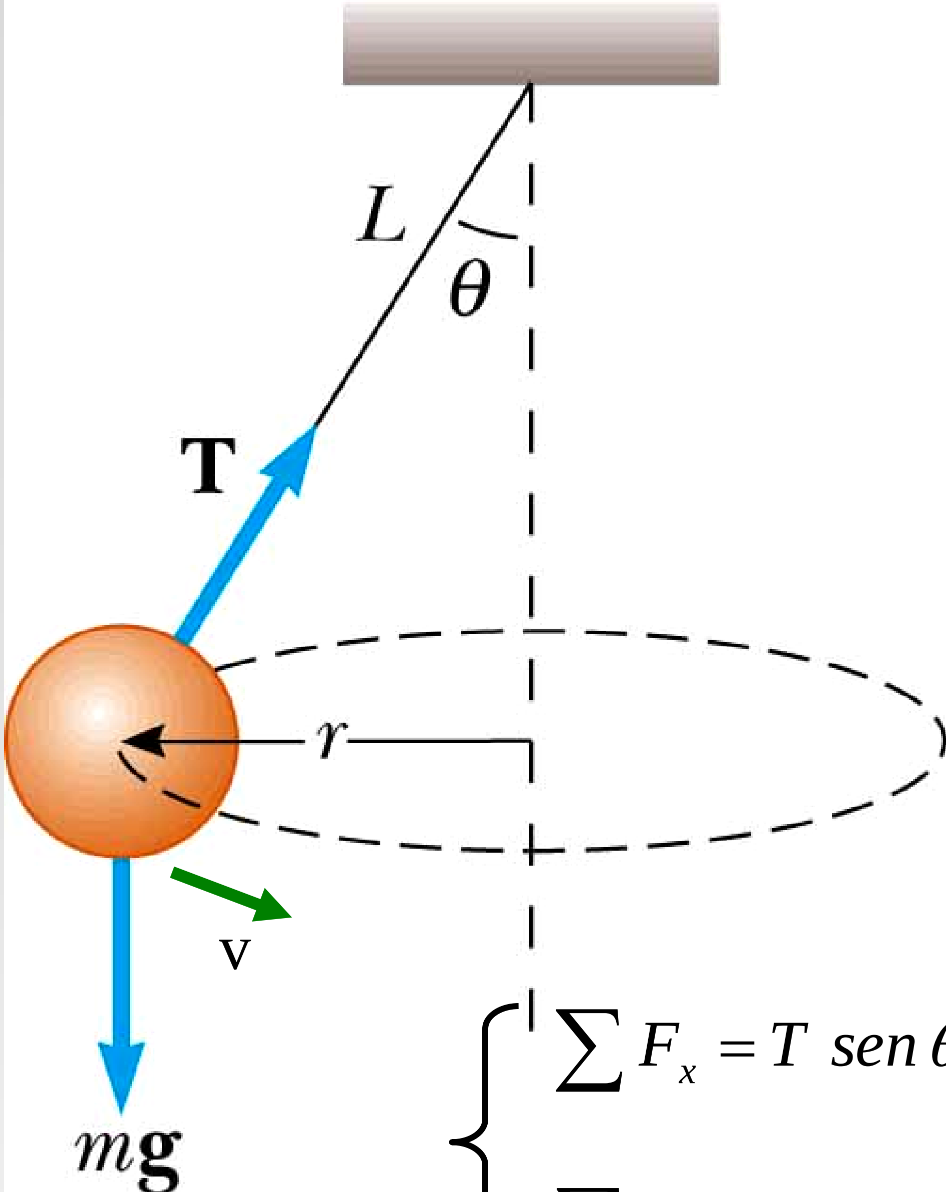
En B: $$\sum F_y = T_B + mg = m\,a_c = m\frac{v_B^2}{R}$$

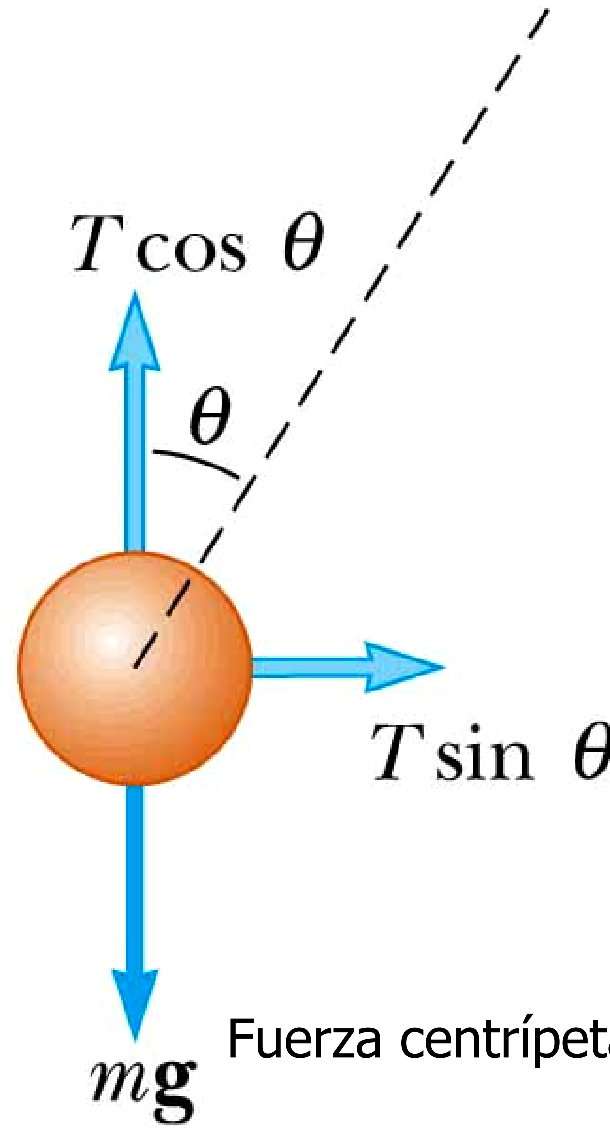
En A: $$\sum F_y = T_A - mg = m\,a_c = m\frac{v_A^2}{R}$$

Calesita



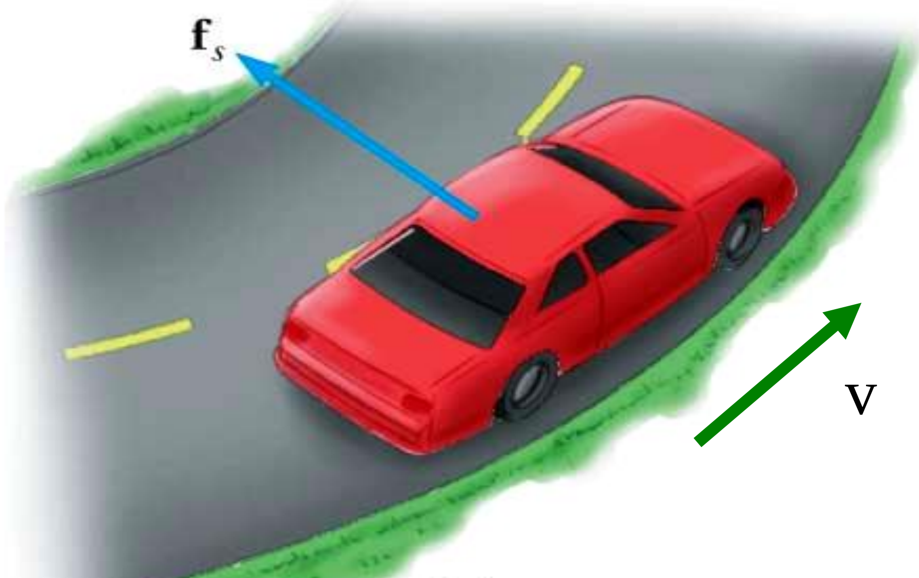
Péndulo cónico



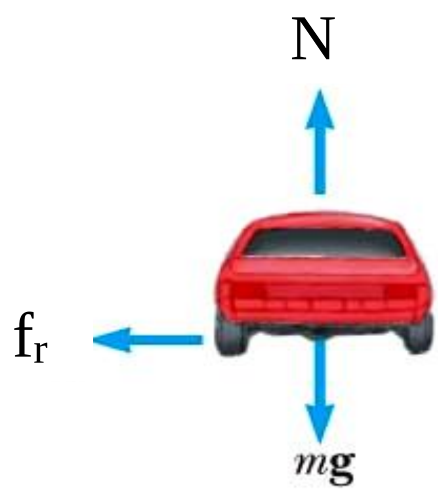


$$\begin{cases} \sum F_x = T\ sen\,\theta = m\dfrac{v^2}{R} \\ \sum F_y = T\ cos\,\theta - mg\ = 0 \end{cases}$$

Fuerza centrípeta



(a)



(b)

Automóvil tomando una curva sin peralte:

¿qué velocidad máxima puede tomar sin derrapar?

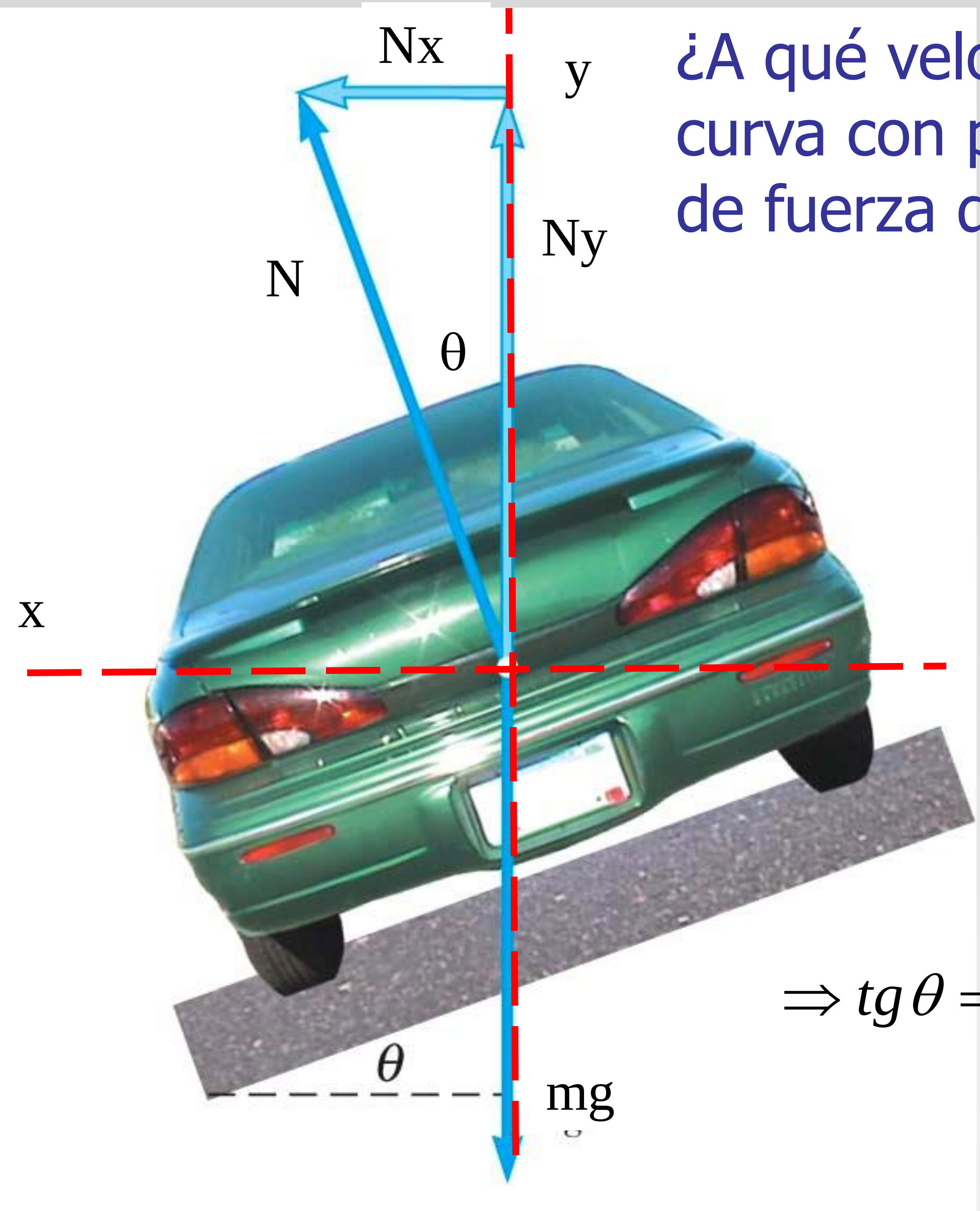
$$\sum F_y = N - mg = 0$$

$$\sum F_x = f_{r,max} = m\,a_c = m\,\frac{v_{max}^{\;2}}{R}$$

$$f_{r,max} = \mu_e\,N = \mu_e\,mg$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_e\,R\,g}$$

¿A qué velocidad se toma una curva con peralte en ausencia de fuerza de roce?



$$\sum F_y = N_y - mg = 0$$

$$\Rightarrow N \cos\theta = mg$$

$$\sum F_x = N_x = m\, a_c$$

$$\Rightarrow N\ sen\,\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow tg\,\theta = \frac{v^2}{g\ R} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{g\ R\ tg\,\theta}$$