Trabajo, energía cinética y potencia

Trabajo

- Es una magnitud escalar que se define como

$$W=\int_i^f \vec{F}\,.\,d\vec{r}=\int_i^f F\cos\theta\, ds=\int_i^f F_x dx+F_y dy+F_z dz$$

siendo θ el ángulo entre los vectores.

Una fuerza realiza trabajo cuando, debido a ella, se genera un desplazamiento de su punto de aplicación en la dirección de dicha fuerza cambiando el estado de movimiento del cuerpo donde está aplicada. Tiene unidades de fuerza por longitud.

En MKS $\longrightarrow$ Newton metro=Joule [Nm=J]

- Al ser un producto escalar

$$\vec{F} \perp d\vec{r} \Rightarrow W=0$$

$$\cos\theta = \cos\left(90^0\right) = 0$$

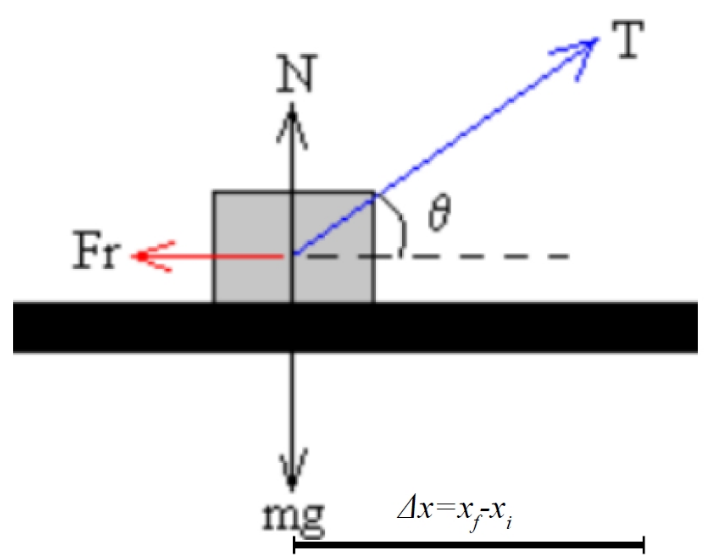
$$\vec{F}\,\tilde{h}\,\vec{r} \Rightarrow W>0$$

$$\cos\theta = \cos\left(0^0\right) = 1$$

$$\vec{F} \,|\, \vec{r} \Rightarrow W<0$$

$$\cos\theta = \cos\left(180^0\right) = -1$$

El cuerpo se desplaza hacia la derecha en el eje x un $\Delta x = x_f - x_i$



Las fuerzas Normal y Peso son $\perp$ a Δx ,
W=0

$$W_T = \int_i^f \vec{T}.d\vec{r} = \int_i^f T_x dx = T\cos\theta\Delta x > 0$$

$$W_{F_r} = \int_i^f \vec{F}_r.d\vec{r} = \int_i^f F_r \cos\left(180^0\right) dx = \int_i^f \left(-F_r\right) dx = -F_r \Delta x < 0$$

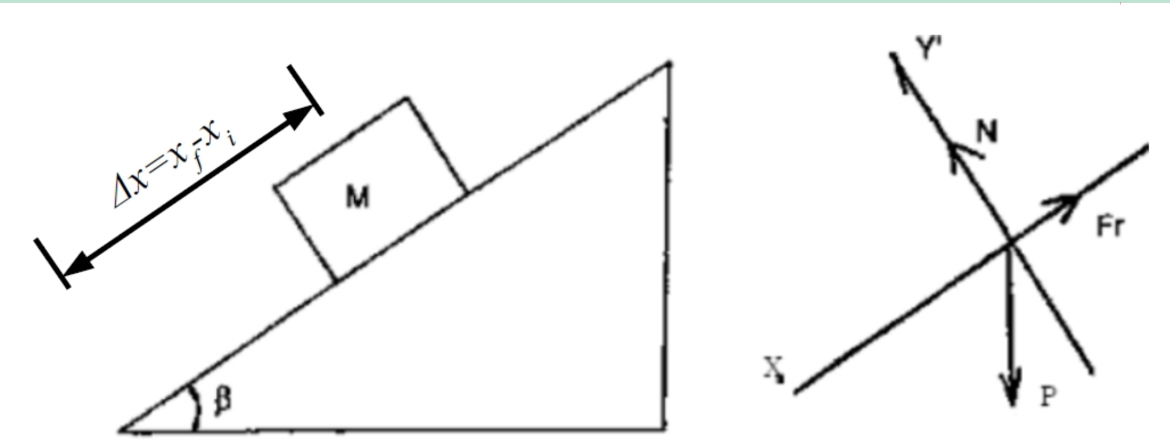
- Un bloque se desliza hacia abajo un $\Delta x = x_f - x_i$ por un planco inclinado rugoso. El sistema coordenado es positivo hacia abajo

$$\sum F_y = N - P\cos\beta = 0 \qquad \sum F_x = P\sin\beta - F_r = ma_x$$

El movimiento está dado en el eje x, entonces la Normal NO hace trabajo.

$$W_{F_r} = \int_i^f \vec{F}_r . d\vec{r} = \int_i^f F_r \cos\left(180^0\right) dx = -F_r \Delta x$$

$$W_P = \int_i^f \vec{P} . d\vec{r} = \int_i^f P \underbrace{\cos\left(270^0 + \beta\right)}_{\cos\left(270^0+\beta\right)=\cos\left(90^0-\beta\right)=\sin\beta} dx = P\sin\beta\Delta x$$



Teorema de trabajo y energía cinética

$$W_{neto}=\int_i^f \overrightarrow{F_{neta}}.d\vec{r}=\int_i^f F_{nx}dx+F_{ny}dy+F_{nz}dz=\int_i^f m\left(a_x dx+a_y dy+a_z dz\right)=\int_i^f m\left(\frac{dv_x}{dt}dx+\frac{dv_y}{dt}dy+\frac{dv_z}{dt}dz\right)$$

$$\frac{dx}{dt}=v_x \qquad \frac{dy}{dt}=v_y \qquad \frac{dz}{dt}=v_z$$

$$W_{neto}=m\int_i^f\left(v_x dv_x+v_y dv_y+v_z dv_z\right)=m\left(\int_i^f v_x dv_x+\int_i^f v_y dv_y+\int_i^f v_z dv_z\right)=\frac{m}{2}\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)\Big|_i^f$$

$$v_x^2+v_y^2+v_z^2=\vec{v}^{\,2}$$

$$W_{neto} = \int_i^f \overrightarrow{F_{neta}} . d\vec{r} = \frac{m}{2}\left(\vec{v}_f^2 - \vec{v}_i^2\right)$$

$$\vec{v}^2 = v^2$$

Se dice que una cierta **masa** tiene **energía** cuando tiene la capacidad de producir un **trabajo**

ENERGÍA CINÉTICA $E_c = \frac{mv^2}{2}$, es una magnitud escalar que representa a la energía asociada al movimiento

$$W_{neto} = \int_i^f \overrightarrow{F_{neta}} . d\vec{r} = E_{c_f} - E_{c_i} = \Delta E_c$$

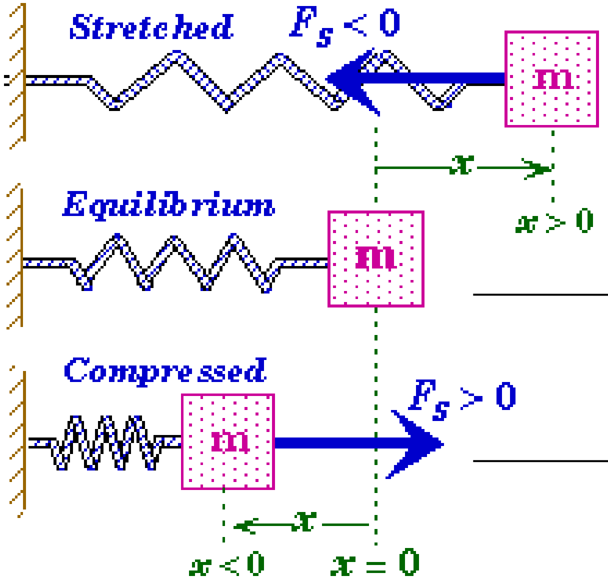
- La expresión anterior sintetiza matemáticamente al teorema que dice:
  - ***El trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un sistema es igual a la variación de la energía cinética del mismo.***

$$W_{neto} = \Delta E_c$$

Ley de Hooke (resortes)

La fuerza que genera un resorte $\vec{F}_s$ depende de la posición y de una cte. k propia de cada resorte que tiene unidades de N/m. La aceleración también dependerá entonces de la posición.

$$\vec{F}_s = -k\vec{x} = m\vec{a}$$



$$\sum F_x = F_s = -kx = ma_x$$

Aceleración negativa

$F_s = -k\,x$

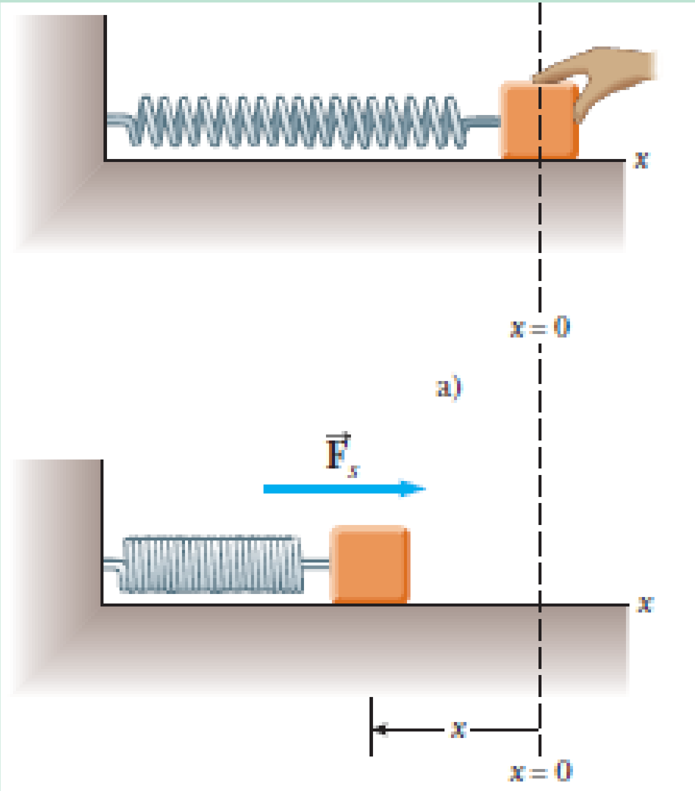
$$\sum F_x = F_s = 0$$

Aceleración nula

$$\sum F_x = F_s = -k\left(-x\right) = kx = ma_x$$

Aceleración positiva

- El trabajo realizado por la fuerza que ejerce un resorte comprimido sobre un cuerpo cuando se lo libera y recorre una distancia x está dado por:



$$W_{elástica} = \int_{-x}^{0} \vec{F}_{elástica} \cdot d\vec{r} = \int_{-x}^{0} (-kx)\cos(0^0)\,dx = \int_{0}^{-x} kx\,dx$$

$$W_{elástica} = \frac{k}{2}\left((-x)^2 - 0^2\right) = \frac{k}{2}\Delta\left(x^2\right) = \frac{k}{2}x^2$$

https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_es.html

- La potencia instantánea nos indica el cambio de la energía respecto al tiempo. Tomando al trabajo como una forma de transferencia de energía

$$P=\frac{dW}{dt}=\frac{\vec{F}.d\vec{r}}{dt}=\vec{F}.\vec{v}$$

- La potencia promedio $P_{prom}=\frac{W}{\Delta t}$

La potencia es un escalar cuya unidad de medida es energía sobre tiempo.

En MKS Watt= Joule/seg

Un niño arrastra su locomotora de madera de masa m sobre una superficie sin roce, tirando de un hilo, que forma un ángulo θ con la horizontal, con una fuerza **F** constante.

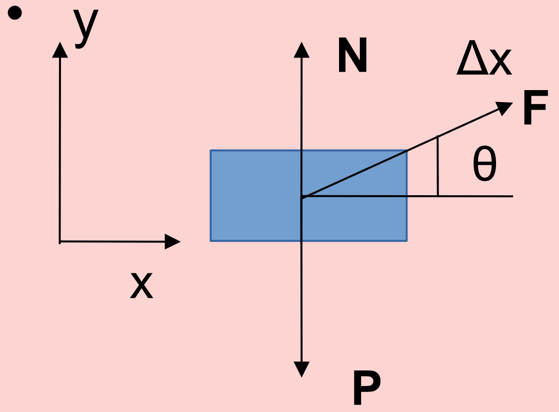
a) Utilizando la definición de trabajo de una fuerza, calcule qué trabajo realiza dicha fuerza al cambiar en Δx la posición de su punto de aplicación (que coincide con un punto de la locomotora).

b) Utilizando conceptos de trabajo y energía, hallar la expresión de la velocidad que tendrá la locomotora después de experimentar el desplazamiento Δx. En clase se resolvió utilizando conceptos de dinámica y cinemética llegando al mismo resultado.

Luego de recorrer un Δx el niño se da la vuelta y recorre el mismo trayectoria pero en sentido contrario volviendo a su posición inicial.

c) Calcule el trabajo total realizado por la fuerza **F**

•



a) $$W_F = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} . d\vec{r} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Sólo la componente x de **F** Realiza trabajo sobre la locomotora

$$W_F = \int_{x_i}^{x_f} F \cos\theta dx = F\cos\theta \left(x_f - x_i \right) = F\cos\theta\Delta x > 0$$

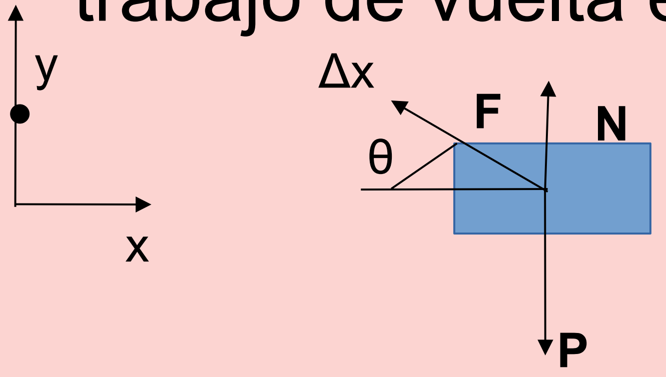
b) Utilizando el teorema de trabajo y energía cinética $W_{neto} = \Delta E_c$

La energía cinética inicial es 0 ya que parte del reposo.

$$W_{neto} = W_F = \Delta E_c$$

$$F\cos\theta\Delta x = \frac{m}{2} {v_f}^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 F cos\theta\Delta x}{m}}$$

- c) El trabajo de ida es $W_F = F\cos\theta\Delta x$ mientras que el trabajo de vuelta está dado por:



$$W_{F_v} = \int_{x_f}^{x_i} \vec{F}.d\vec{r} = \int_{x_f}^{x_i} F_x dx = \int_{x_f}^{x_i} \left(-F\cos\theta\right) dx$$

$$W_{F_v} = \int_{x_i}^{x_f} F\cos\theta\left(dx\right) = F\cos\theta\left(x_f - x_i\right) = F\cos\theta\Delta x > 0$$

Luego el trabajo total realizado por la fuerza **F**

$$W_{F_{total}} = W_F + W_{F_v} = F\cos\theta\Delta x + F\cos\theta\Delta x$$

$$W_{F_{total}} = W_F + W_{F_v} = 2F\cos\theta\Delta x > 0$$