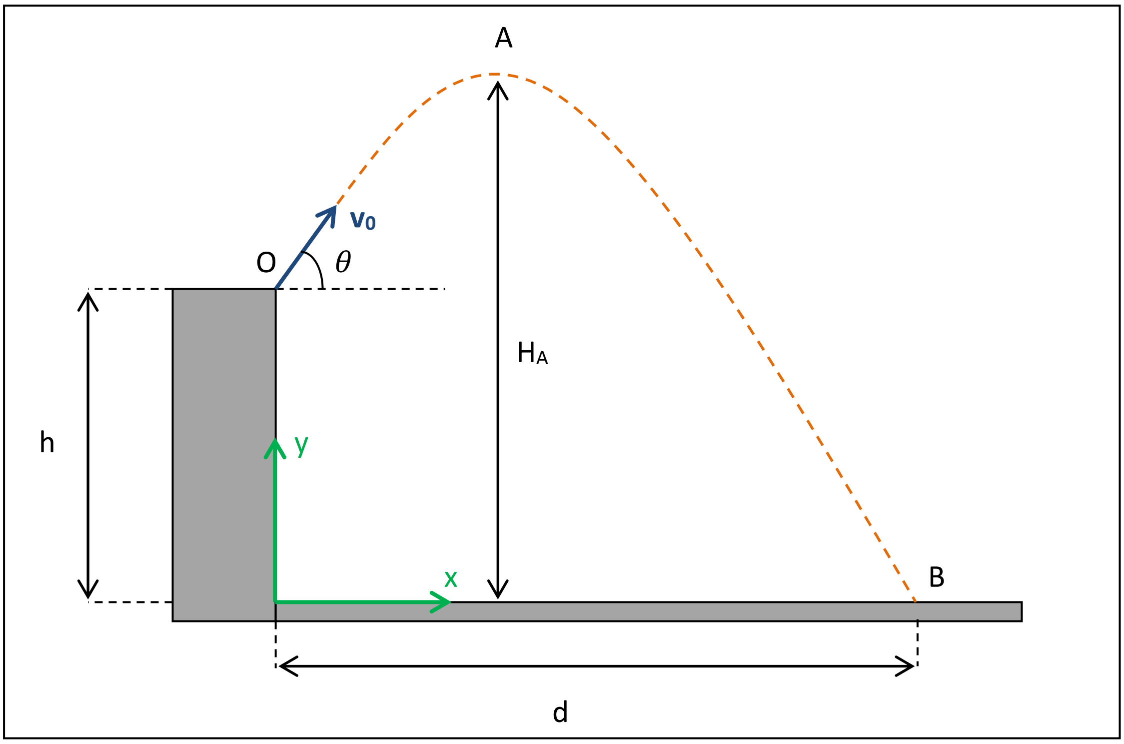
Facultad de Ingeniería – UNLP
Física I – Módulo I – Examen Parcial – Segunda Fecha.

Problema 1:
Desde el techo de un edificio de altura h = 40 m se tira una piedra. El módulo de su velocidad inicial es v_0 = 20 m/s y su ángulo θ = 50° respecto a la horizontal.
a) ¿A qué distancia *d* medida desde la base del edificio caerá la piedra?
b) ¿Cuál será la altura máxima respecto al suelo que alcance la piedra en su recorrido?
c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento de la piedra durante la trayectoria? Justificar apropiadamente.



Datos: h = 40 m ; v_0 = 20 m/s ; θ = 50°

a) ¿A qué distancia *d* medida desde la base del edificio caerá la piedra?

Ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y(t) = y + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases} \quad que\ según\ los\ ejes\ y\ condiciones\ iniciales:$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\theta)\, t \\ y(t) = h + v_0\text{sen}(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

En el punto B la ordenada *y* se anula y la abscisa *x* = *d*, esto es:

$$y(t_B) = 0 = h + v_0\text{sen}(\theta)t_B - \frac{1}{2}gt_B^2 \quad \Rightarrow \quad 40 + 20\,\text{sen}(50°)t_B - 4{,}9t_B^2 = 0$$

$$De\ donde: \begin{cases} t_{B1} \simeq 10{,}16\ s \\ t_{B2} \simeq -9{,}84\ s \quad (se\ descarta) \end{cases}$$

$$Luego: \ x(t_B) = d = v_0 \cos(\theta)\, t_B \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\text{d} \simeq 130{,}583 \text{ m}}$$

b) ¿Cuál será la altura máxima respecto al suelo que alcance la piedra en su recorrido?

En el punto A la componente y de la velocidad se anula:

$$v_y(t) = v_{0y} + a_y t = v_0 sen(\theta) - gt \quad \Rightarrow \quad v_y(t_A) = v_0 sen(\theta) - g t_A = 0 \quad \Rightarrow \quad t_A = \frac{v_0 sen(\theta)}{g}$$

Y reemplazando este valor en la ecuación de *y(t)* se obtiene H:

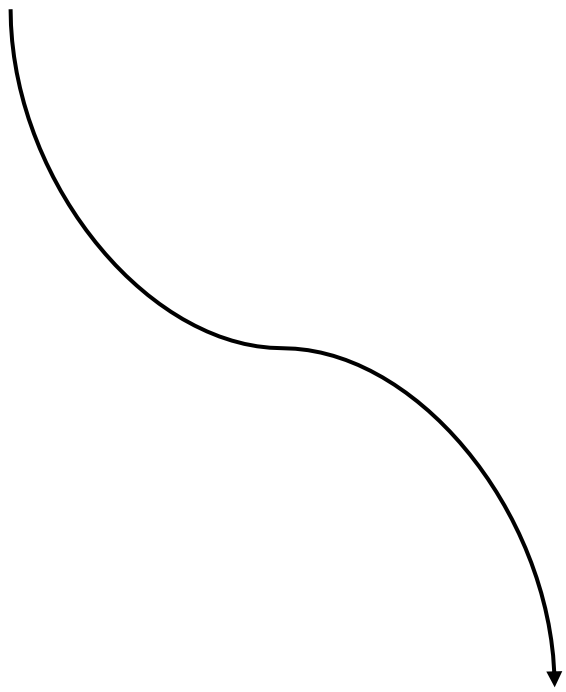
$$y(t_A) = H = h + v_0 \text{sen}(\theta) t_A - \frac{1}{2} g t_A^2 \quad \Rightarrow \quad H = h + v_0 \text{sen}(\theta) \frac{v_0 sen(\theta)}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 sen(\theta)}{g} \right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$H = h + \frac{v_0^2 sen^2(\theta)}{2g} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\text{H} \simeq 51{,}976 \text{ m}}$$

c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento de la piedra durante la trayectoria? Justificar apropiadamente.

$$\bar{p} = m\bar{v}$$

Y el vector velocidad cambia pues cambia su componente v_y. Esto es porque sobre la piedra actúa una fuerza externa neta que es el Peso. Por lo tanto <u>la Cantidad de Movimiento no se conserva a lo largo de la trayectoria</u>.

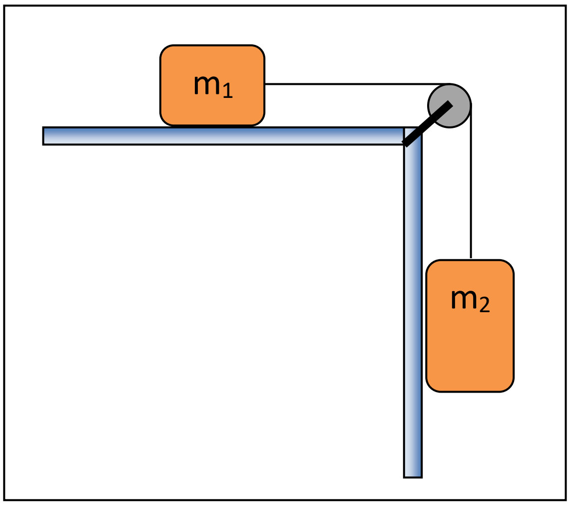


Problema 2:

Se estudia un sistema de dos cuerpos unidos por una soga ideal dispuestos como se observa en la figura. Las masas de los bloques son m_1 = 100 kg y m_2 = 50 kg.

a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático entre la mesa y el bloque m_1 necesario para que el sistema permanezca en equilibrio?

b) Suponga ahora que el sistema se encuentra en movimiento: el bloque 1 hacia la derecha y el bloque 2 descendiendo. Realizar el diagrama de cuerpo libre de los dos bloques y hallar la aceleración de los bloques m_1 y m_2 sabiendo que el coeficiente de roce cinético vale 0,1.



Datos: m_1 = 100 kg ; m_2 = 50 kg

a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático entre la mesa y el bloque m_1 necesario para que el sistema permanezca en equilibrio?

En el momento de movimiento inminente el peso del bloque 2 es igual a la fuerza de roce estática máxima entre el bloque 1 y la superficie.

$$f_{r1} = P_2 \quad \Rightarrow \quad \mu N = \mu m_1 g = m_2 g \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu = 0{,}5}$$

b) Suponga ahora que el sistema se encuentra en movimiento: el bloque 1 hacia la derecha y el bloque 2 descendiendo. Realizar el diagrama de cuerpo libre de los dos bloques y hallar la aceleración de los bloques m_1 y m_2 sabiendo que el coeficiente de roce cinético vale 0,1.

$$Bloque\ 1: \begin{cases} \sum F_x : T - f_r = m_1 a \\ \sum F_y : N - m_1 g = 0 \end{cases}$$

$$Bloque\ 2: \sum F_x : m_2 g - T = m_2 a$$

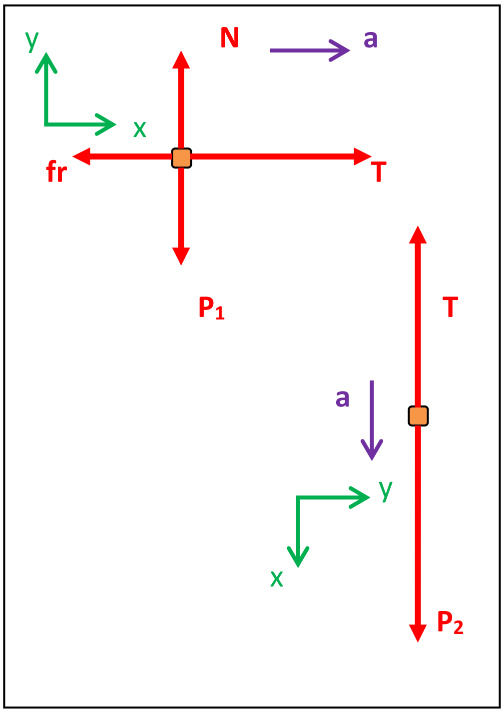
Con $f_r = \mu N = \mu m_1 g$, se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = m_1 a & (1) \\ m_2 g - T = m_2 a & (2) \end{cases}$$

Haciendo (1) + (2):

$$-\mu m_1 g + m_2 g = (m_1 + m_2) a \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a \simeq 2{,}6\ \text{m/s}^2}$$



Problema 3:

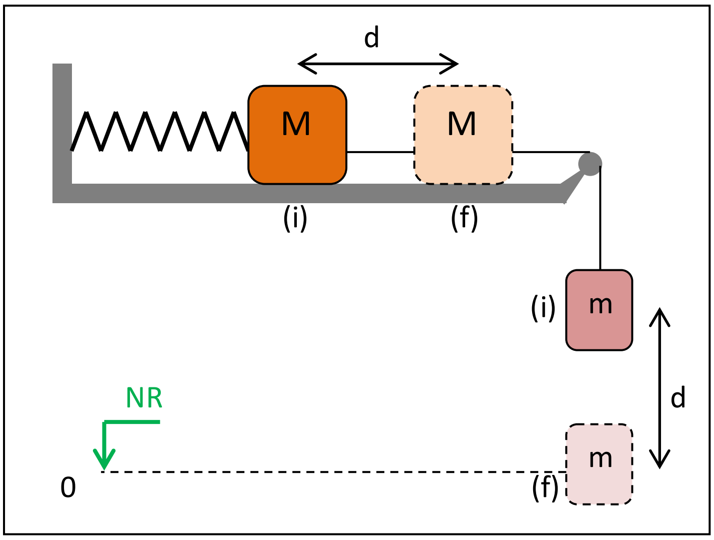
Una masa M = 60 kg está unida a un resorte de constante k y apoyada sobre una superficie rugosa (μc = 0,2). De esta masa se cuelga otra masa m = 30 kg utilizando una soga y una polea (ver figura). El sistema se libera estando el resorte en su elongación de equilibrio y se detiene cuando las masas se han desplazado 0,1 m.

a) Enunciar el teorema del trabajo y de la energía mecánica.

b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de roce?

c) A través de consideraciones energéticas, calcular el valor de k.

d) Si la superficie fuese perfectamente lisa, ¿Cuánto se habrían desplazado las masas hasta detenerse?



Datos: M = 60 kg ; μ_c = 0,2 ; m = 30 kg ; d = 0,1 m

a) Enunciar el teorema del trabajo y de la energía mecánica.

Para el/la estudiante.

b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de roce?

$$W_{fr} = f_r.d.\cos(\pi) = -\mu_c N d = -\mu_c M g d \quad \Rightarrow \qquad \boxed{W_{fr} = -11{,}76\ \text{J}}$$

c) A través de consideraciones energéticas, calcular el valor de k.

Se plantea el TTEm entre (i) y (f):

$$W_{Fnc} = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} \quad \Rightarrow$$

Sólo el cuerpo de masa *m* varía su Epg.

$$W_{fr} = \underbrace{(0-0)}_{\Delta E_c} + \underbrace{(0 - mgd)}_{\Delta E_{pg}} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}kd^2 - 0\right)}_{\Delta E_{pe}} \quad \Rightarrow \quad W_{fr} = -mgd + \frac{1}{2}kd^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{k = \frac{2(W_{fr} + mgd)}{d^2}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{k = 3528\ \text{N/m}}$$

d) Si la superficie fuese perfectamente lisa, ¿Cuánto se habrían desplazado las masas hasta detenerse?

Superficie lisa $\Rightarrow$ $W_{Fnc} = 0$ $\Rightarrow$ $0 = \Delta Em$ $\Rightarrow$ Emi = Emf

$$0 = (0-0) + (0 - mgd) + \left(\frac{1}{2}kd^2 - 0\right) \quad \Rightarrow \quad d\left(\frac{1}{2}kd - mg\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad d = 0 \;\; \vee \;\; d = 2mg/k$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{d = \frac{1}{6}\, m = 0{,}1\hat{6}\, m}$$

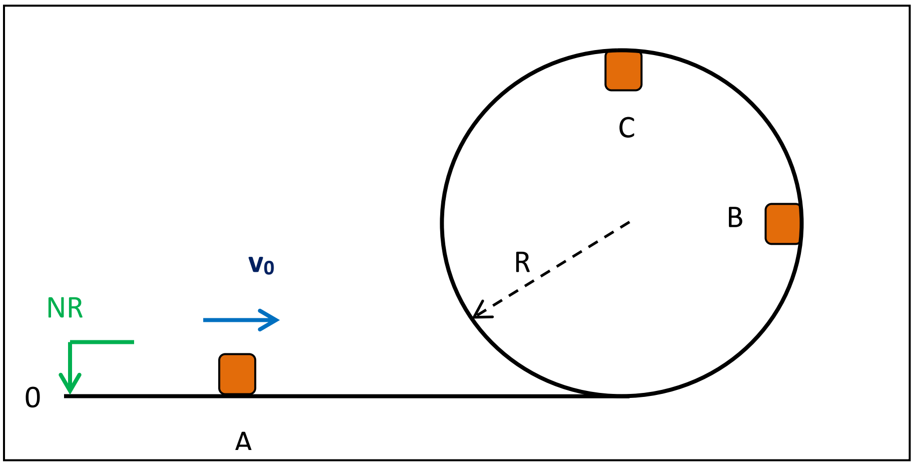
Problema 4:

Sobre una pista lisa (sin roce) se desplaza un bloque con velocidad v_o antes de llegar a un rulo de forma circular y con radio R = 1 m. El bloque pasa por el punto C con la mínima velocidad necesaria para describir el rulo completo.

a) Calcular el valor de la velocidad en el punto C.

b) Hacer un diagrama de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en los puntos B y C.

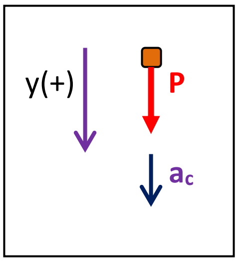
c) Calcular las aceleraciones centrípeta y tangencial en los puntos B y C.



Dato: R = 1 m (darle un valor a vo)

a) Calcular el valor de la velocidad en el punto C.

Si el bloque llega al punto C con la mínima velocidad, entonces la Normal es nula.
La única fuerza actuante es el Peso.

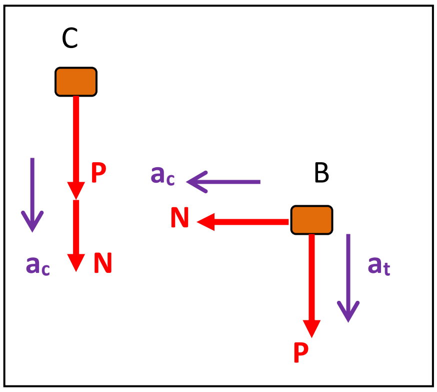


$$\sum F_y:\ P = m a_c = m\frac{v_c^2}{R} \quad \Rightarrow \quad mg = m\frac{v_c^2}{R} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{v_c^2}{R} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{v_c = \sqrt{g.R}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{v_c \simeq 3{,}13 \text{ m/s}}$$

b) Hacer un diagrama de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en los puntos B y C.

c) Calcular las aceleraciones centrípeta y tangencial en los puntos B y C.



TTEm entre A y B:

$$W_{Fnc} = \Delta E_m = E_{mB} - E_{mA} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{mA} = E_{mB} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = v_0^2 - 2gR$$

Para conocer el valor de vo, se plantea TTEm entre A y C:

$$W_{Fnc} = \Delta E_m = E_{mC} - E_{mA} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{mA} = E_{mC} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg2R + \frac{1}{2}mv_C^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}v_0^2 = g2R + \frac{1}{2}gR \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = 5gR$$

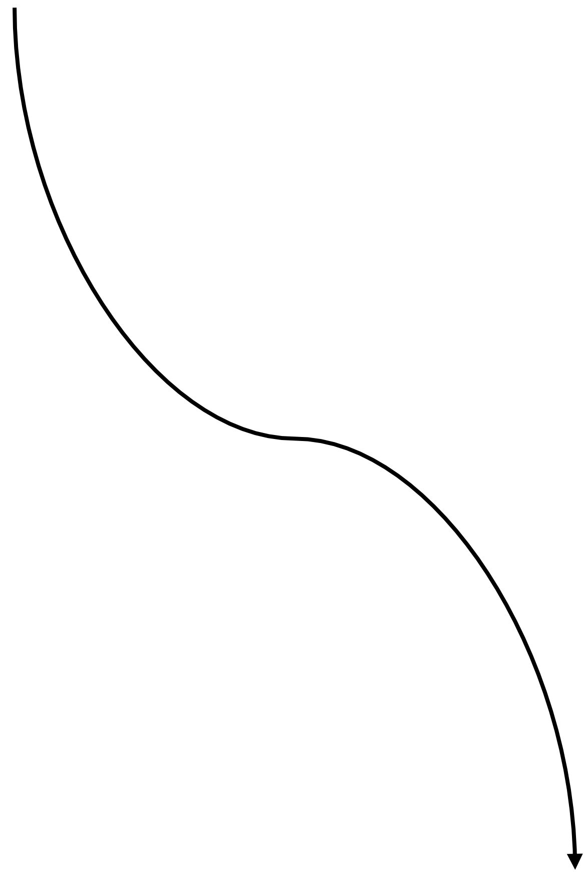
$$v_B^2 = 5gR - 2gR = 3gR$$

$$Luego: \ a_{cB} = \frac{v_B^2}{R} = \frac{3gR}{R} = 3g \quad \Rightarrow \qquad \boxed{a_{cB} = 29{,}4 \text{ m/s}^2}$$

$$a_{cC} = \frac{v_C^2}{R} = \frac{gR}{R} = g \quad \Rightarrow \qquad \boxed{a_{cC} = 9{,}8 \text{ m/s}^2}$$

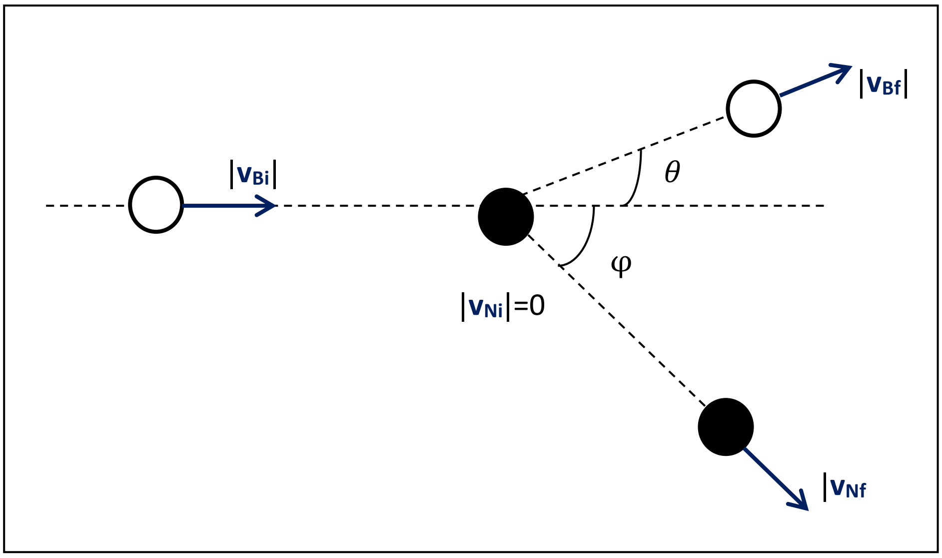
$$En\ B: \ \sum F_t: \ P = mg = ma_{tB} \quad \Rightarrow \quad g = a_{tB} \qquad \boxed{a_{tB} = 9{,}8 \text{ m/s}^2}$$

$$En\ C: \ \sum F_t: \ 0 = ma_{tC} \quad \Rightarrow \qquad \boxed{a_{tC} = 0}$$



Problema 5:

En la figura se representa una vista superior de una mesa de pool en donde una bola blanca de masa m_B = 0,3 kg que se desplaza con módulo de velocidad 2 m/s choca con una bola negra de masa m_N = 0,2 kg. Luego del impacto la bola blanca se desplaza formando un ángulo θ = 30° respecto a su dirección de movimiento previa al choque, y la bola negra con un ángulo φ = 45° respecto a la misma dirección (ver figura).



a) Determinar los módulos de la velocidad de la bola blanca y de la bola negra luego del choque. Justifique las ecuaciones utilizadas.
b) Determinar la velocidad del centro de masa antes del choque. ¿La velocidad del centro de masa será igual o diferente luego del choque? Justificar.
c) Calcular la variación de energía cinética durante el choque.

Datos: m_B = 0,3 kg ; $|v_{Bi}|$ = 2 m/s ; θ = 30° ; m_N = 0,2 kg ; φ = 45°

a) Determinar los módulos de la velocidad de la bola blanca y de la bola negra luego del choque. Justifique las ecuaciones utilizadas.

$$\sum \bar{F}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\bar{p} = 0 \quad \bar{p}_i = \bar{p}_f \quad \Rightarrow$$

$$Eje\ x: \quad p_{xi} = p_{xf} \quad \Rightarrow \quad m_B|v_{Bi}| = m_B|\boldsymbol{v_{Bf}}|cos\theta + m_N|\boldsymbol{v_{Nf}}|cos\varphi$$

$$Eje\ y: \quad p_{yi} = p_{yf} \quad \Rightarrow \quad 0 = m_B|\boldsymbol{v_{Bf}}|sen\theta - m_N|\boldsymbol{v_{Nf}}|sen\varphi$$

Operando:

$$\boxed{|\boldsymbol{v_{Bf}}| = \frac{|\boldsymbol{v_{Bi}}|}{cos\theta + sen\theta/tan\varphi}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\boldsymbol{v_{Bf}}| = 2(\sqrt{3}-1)\frac{m}{s} \simeq 1{,}46 m/s}$$

$$\boxed{|\boldsymbol{v_{Nf}}| = \frac{m_B}{m_N} \cdot \frac{|\boldsymbol{v_{Bi}}|}{sen\varphi\left(\frac{1}{tan\theta} + \frac{1}{tan\varphi}\right)}} \Rightarrow \quad \boxed{|\boldsymbol{v_{Nf}}| = \frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}\frac{m}{s} \simeq 1{,}55 m/s}$$

b) Determinar la velocidad del centro de masa antes del choque. ¿La velocidad del centro de masa será igual o diferente luego del choque? Justificar.

$$v_{CMx} = \frac{m_B|\boldsymbol{v_{Bi}}| + m_N|\boldsymbol{v_{Ni}}|}{m_B + m_N} = \frac{m_B|\boldsymbol{v_{Bi}}|}{m_B + m_N} = 1{,}2\frac{m}{s} \qquad y \qquad v_{CMy} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{\bar{v}_{CM}(m/s) = \langle 1{,}2; 0\rangle}$$

$$\sum \bar{F}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{v}_{CMi} = \bar{v}_{CMf}$$

c) Calcular la variación de energía cinética durante el choque.

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_B |\boldsymbol{v_{Bi}}|^2$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m_B |\boldsymbol{v_{Bf}}|^2 + \frac{1}{2} m_N |\boldsymbol{v_{Nf}}|^2$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}\left[m_B\left(|\boldsymbol{v_{Bf}}|^2 - |\boldsymbol{v_{Bi}}|^2\right) + m_N |\boldsymbol{v_{Nf}}|^2\right] \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta E_c = \frac{36 - 21\sqrt{3}}{10}\, J \simeq -0.037\, J}$$

Sergio R. R.