

Física I
Clase 8
Módulo 2

Turno H
Prof. Pedro Mendoza Zélis

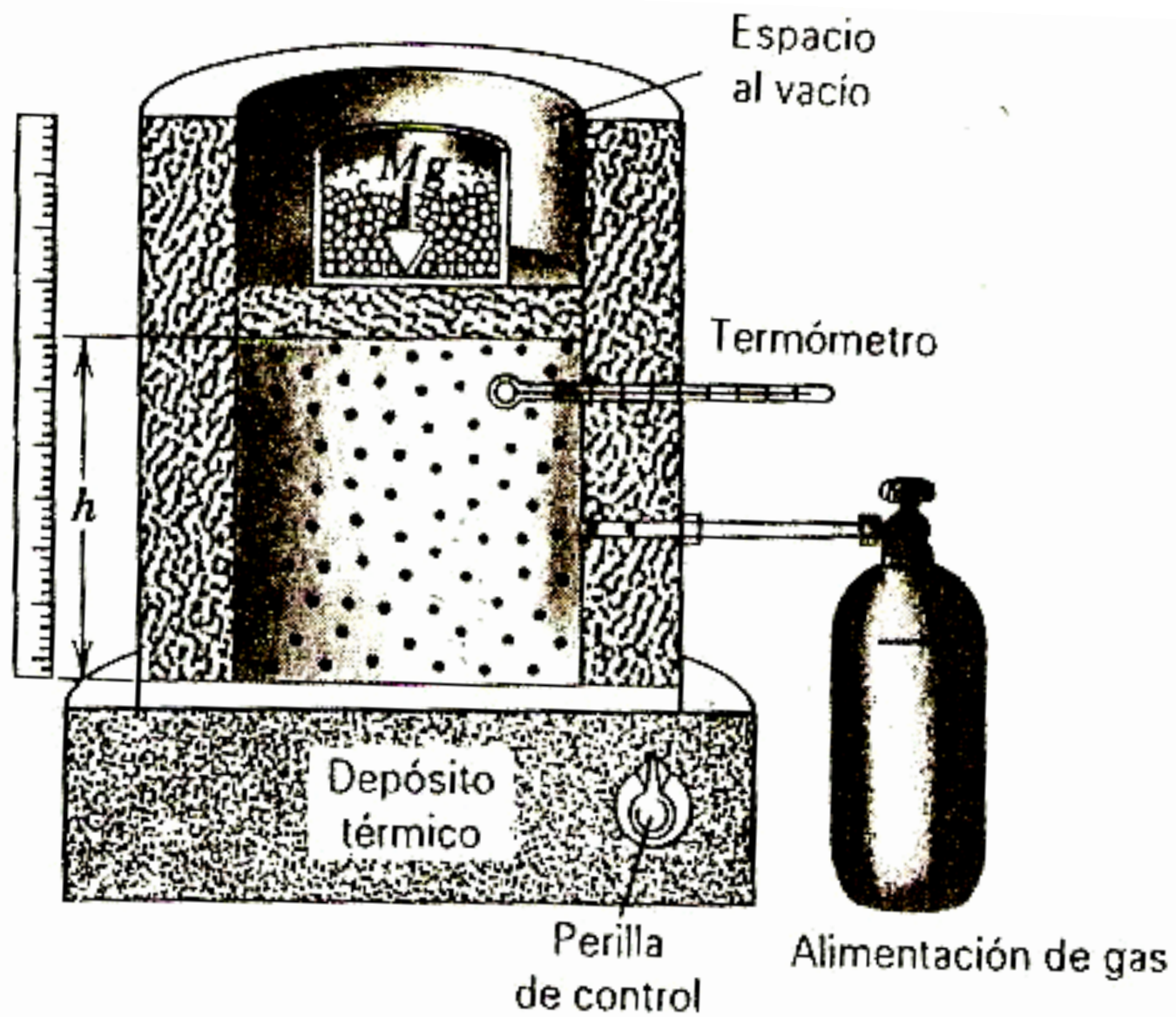
GAS IDEAL:

- 1) Es un gas real en el límite de muy baja densidad.
- 2) El número total de moléculas es muy grande \Rightarrow las colisiones contra las paredes del recipiente hacen que $p = \text{cte.}$
- 3) El volumen ocupado por las moléculas es muy pequeño comparado con el volumen del gas \Rightarrow se pueden tratar como partículas puntuales.
- 4) Por ser partículas puntuales siguen las Leyes de Newton.
- 5) No existen fuerzas internas (salvo las generadas en una colisión) $\Rightarrow E_{p_{\text{int}}} = 0$

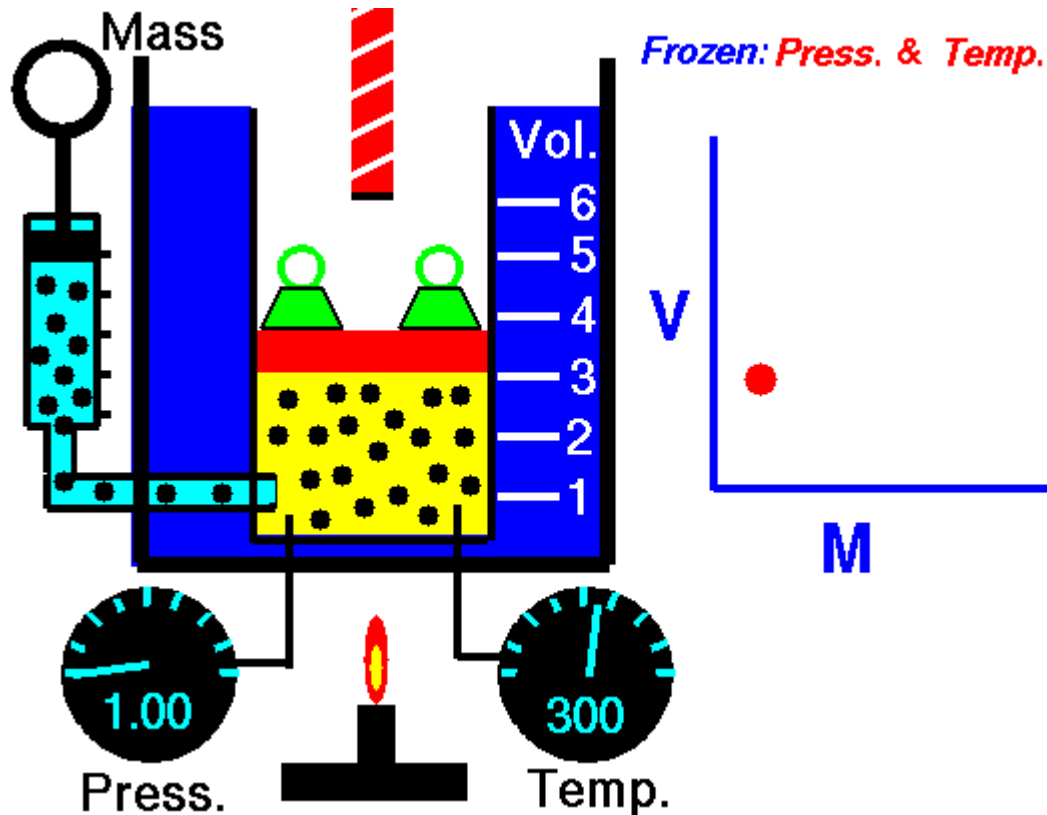
PROPIEDADES MACROSCÓPICAS DE UN GAS IDEAL

Realizaremos una serie de experiencias para analizar el comportamiento de las propiedades macroscópicas y las relaciones que las vinculan.

Utilizaremos un dispositivo como el que se esquematiza en la siguiente figura y que permite controlar las variables termodinámicas p , V y T además de N (el número de moléculas del gas).

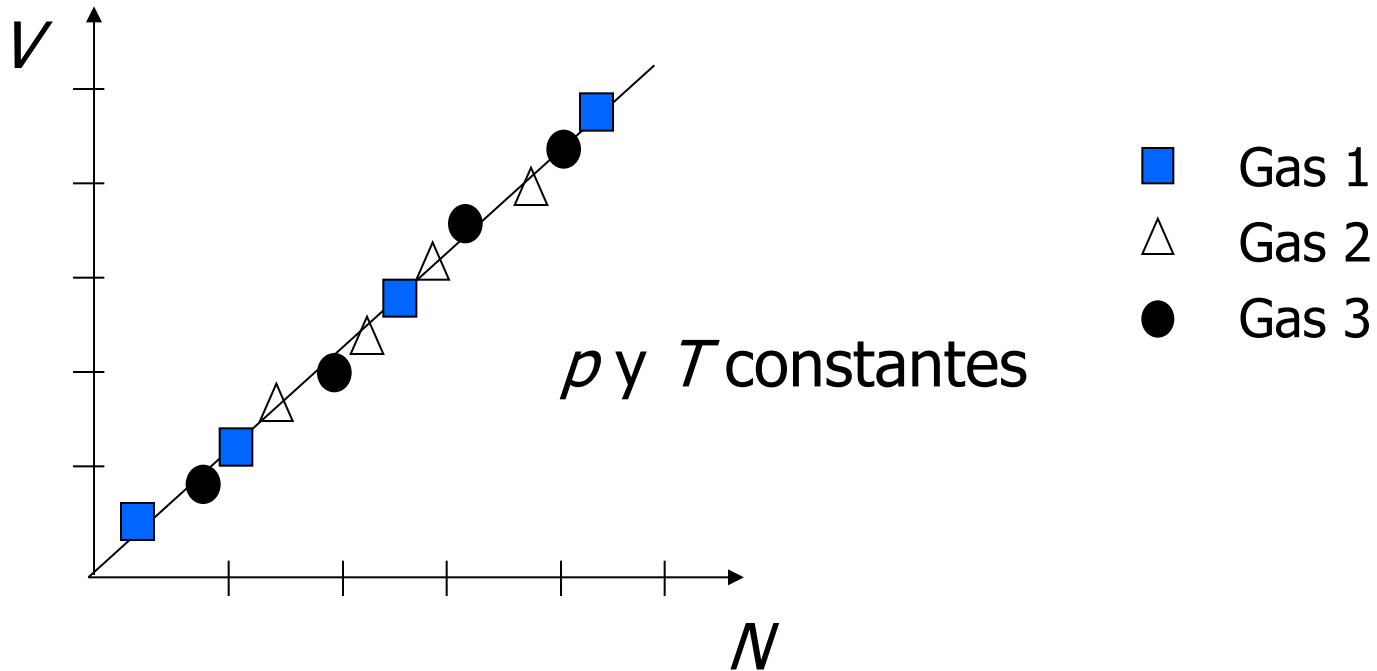


1. *¿Cómo depende V de N ?*



$$V = C N$$

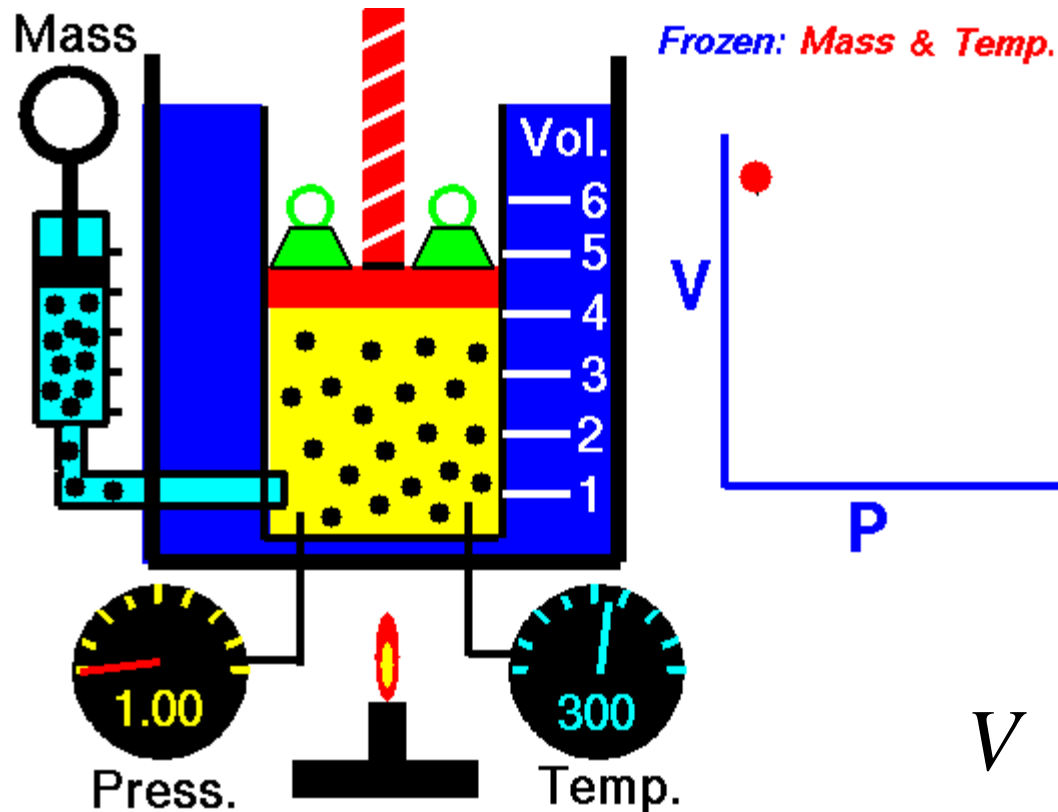
1. *¿Cómo depende V de N ?*



$$V = C N$$

Ley de Avogadro

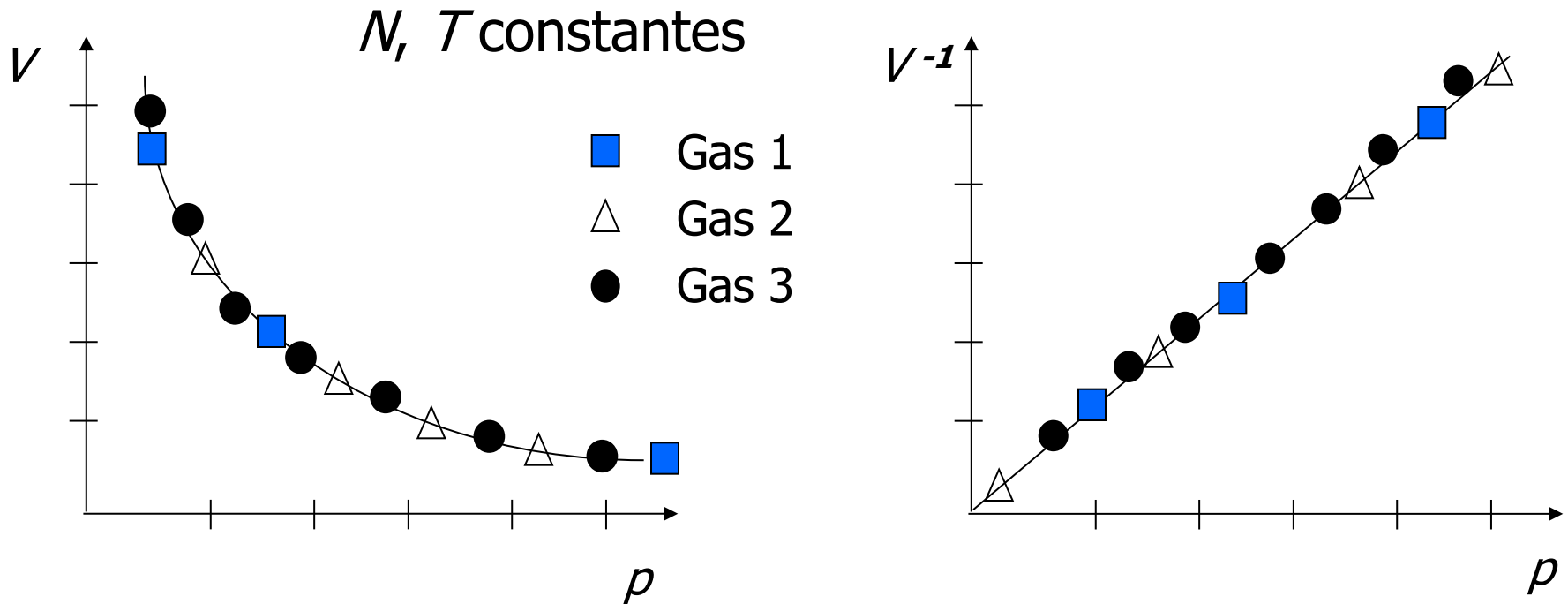
2. *¿Cómo depende V de P?*



$$V = \frac{C'}{p}$$

$$pV = C'$$

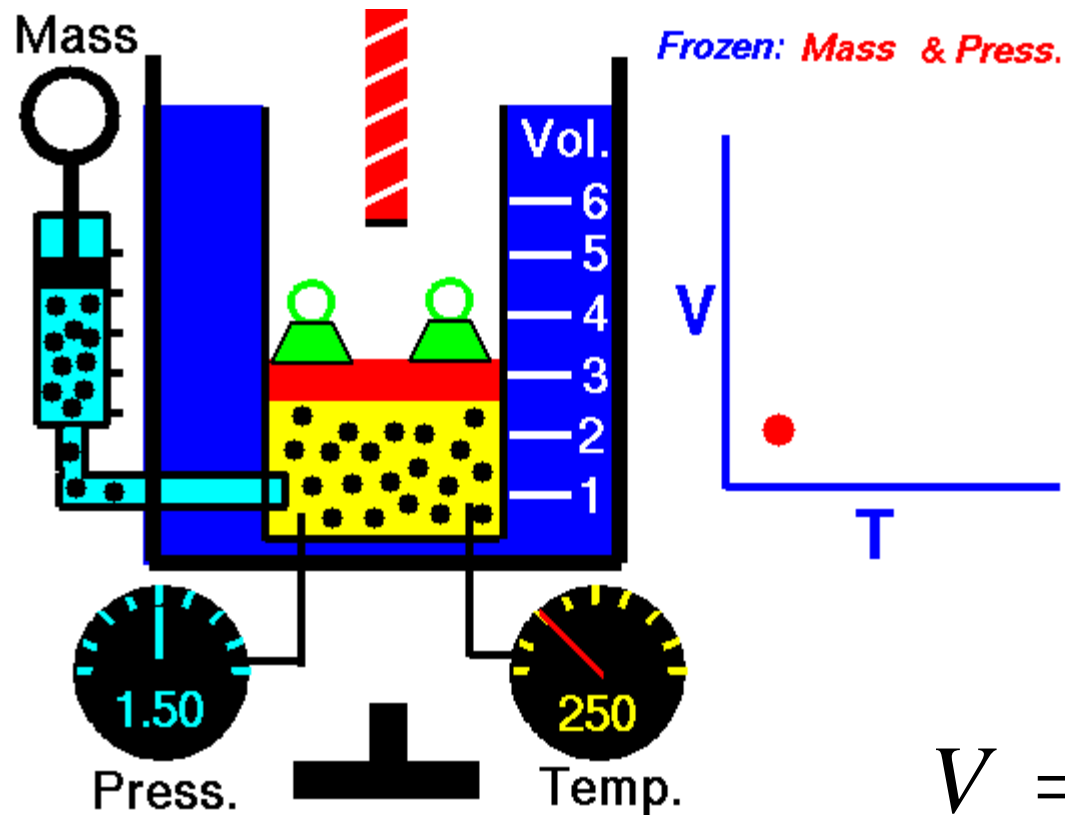
2. *¿Cómo depende V de P ?*



$$p = \frac{C'}{V}$$

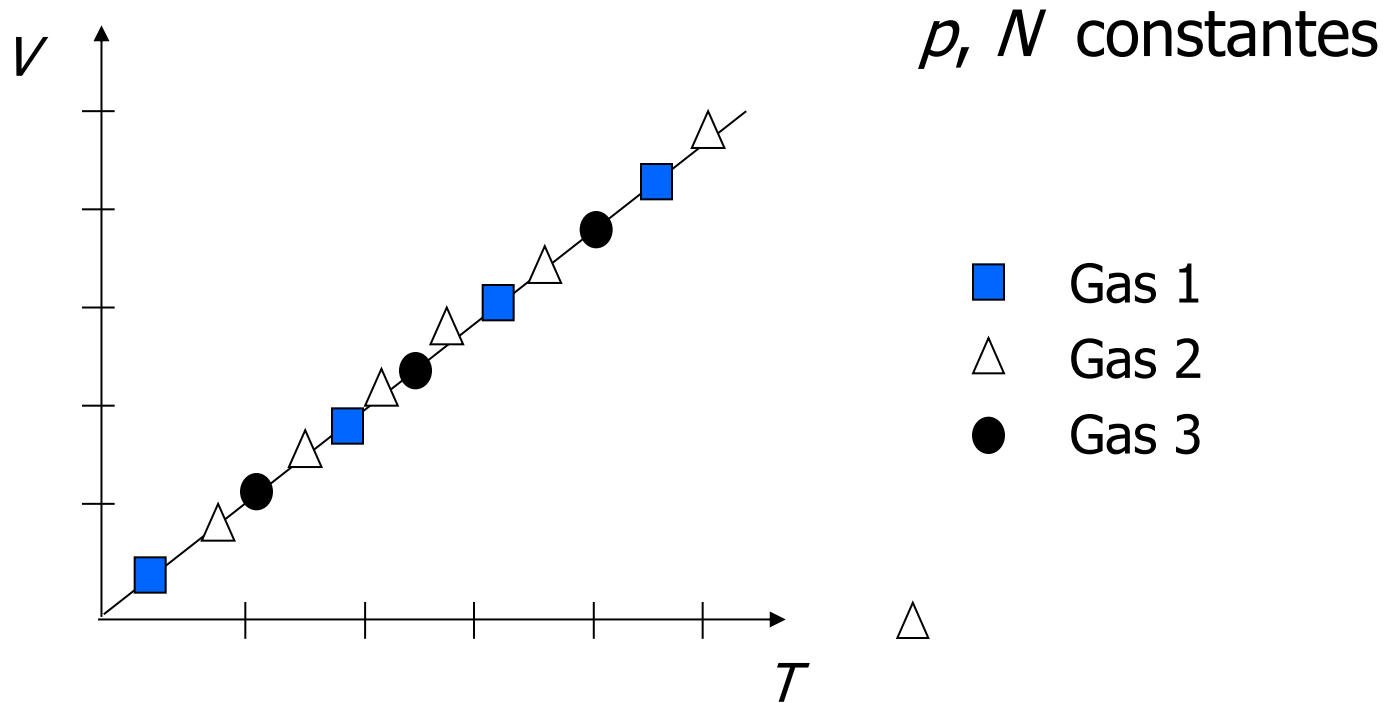
Ley de Boyle

3. *¿Cómo depende V de T ?*



$$V = C''T$$

3. *¿Cómo depende V de T ?*



$$V = C'' T$$

Ley de Gay-Lussac

ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES IDEALES

La siguiente ecuación resume los comportamientos experimentales observados en la tres experiencias anteriores:

$$pV = kNT$$

donde k = constante de Boltzmann.

Su valor se determina experimentalmente:

$$k = 1.380649(1) \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES IDEALES

Si definimos el número de moles n como: $n = N/N_A$, donde N_A es el número de Avogadro ($N_A = 6,023 \times 10^{23}$ moléculas), la ecuación (I) queda:

$$\frac{p V}{n T} = k N_A = R$$

O bien,

$$p V = n R T$$

con T en escala absoluta (K)

donde R = constante Universal de los gases y
 $R = N_A k = 8.3145 \text{ J/mol.K} = 0.082 \text{ litro.atm/mol.K}$

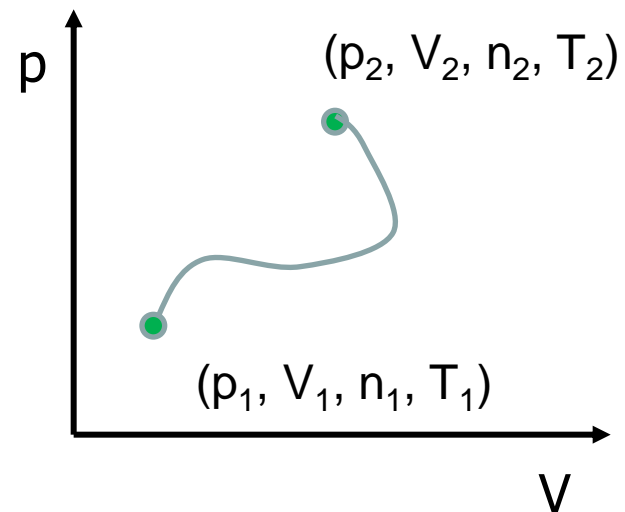
ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES IDEALES

La ecuación de estado de gas ideal la podemos escribir como:

$$p V = n R T \quad \longrightarrow \quad \frac{p V}{n T} = R = cte$$

Es decir que si un gas va de un estado caracterizado por p_1 , V_1 , n_1 y T_1 a otro caracterizado por p_2 , V_2 , n_2 y T_2 , se cumple que:

$$\frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2}$$



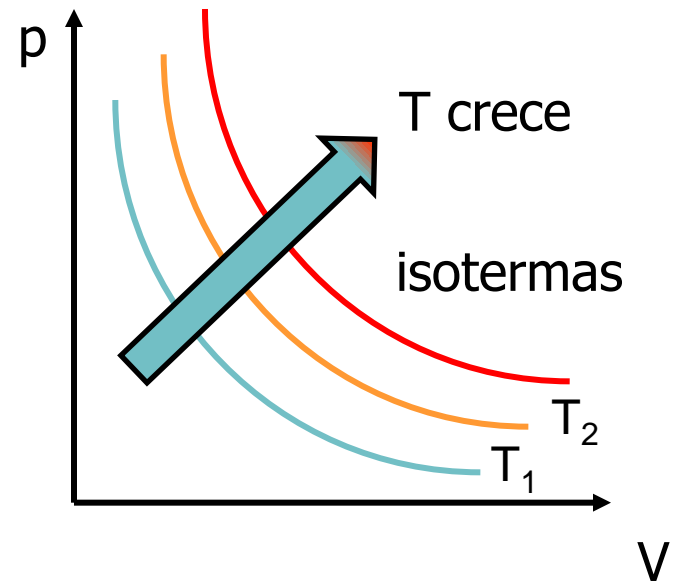
Isotermas de un gas ideal con número de moles constantes

Si un gas tiene una temperatura dada T_1 y un número de moles n , y ambas cantidades permanecen fijas, su presión y su volumen pueden tomar cualquier valor de manera tal que:

$$p V = R n T_1 = cte$$

La representación en un diagrama (p, V) de los valores de V y p que cumplen esta condición se llaman isotermas.

Si la temperatura del gas aumenta a un valor T_2 , los valores posibles de p y V estarán representados por otra isoterma.

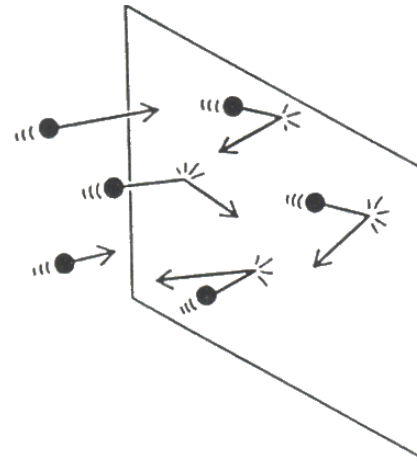
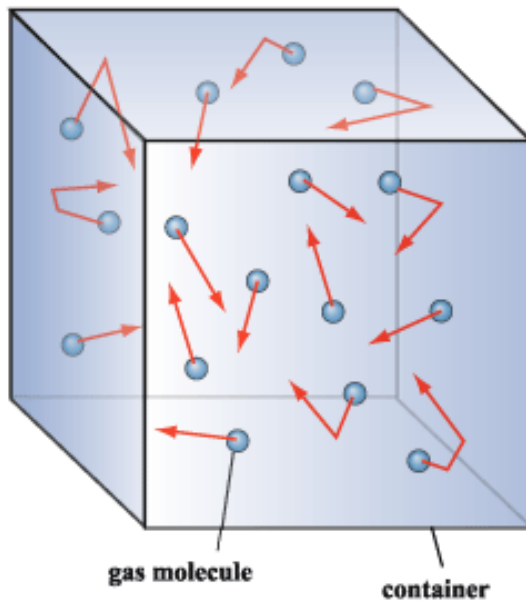


Interpretación molecular de la temperatura.

Teoría cinética de los gases.

Desde un punto de vista microscópico, la presión de un gas es el resultado de las colisiones de las moléculas del gas contra las paredes del recipiente.

Podemos calcular esta presión calculando la variación de la cantidad de movimiento de las moléculas del gas por unidad de tiempo debido a las colisiones contra una pared.



Interpretación molecular de la temperatura.

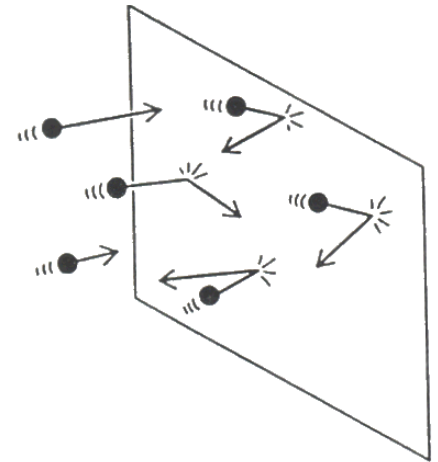
Teoría cinética de los gases.

Supongamos que tenemos un recipiente V que contiene un gas ideal de N moléculas de masa m y con velocidad v . Se puede calcular el cambio en la cantidad de movimiento:

$$\Delta p = \frac{N}{V} m v_x^2 A \Delta t$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$P = \frac{N}{V} m v_x^2$$



$$\left. \begin{aligned} PV &= Nm v_x^2 \\ PV &= NkT \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} kT$$

La energía cinética media asociada con el movimiento en el eje x es $\frac{1}{2} kT$

¿Cuánto vale ΔU en el caso de un gas ideal?

Por la teoría cinética de gases se puede hallar que existe una energía media de $\frac{1}{2}kT$ por molécula o $\frac{1}{2}RT$ por mol asociado a cada grado de libertad. Por ejemplo:

$$\langle E_{c, \text{trasl}, x} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k T$$

Como: $\Delta U = \Delta E'_{c, \text{rel.}} + \Delta E_{p, \text{int.}}$

y para un gas ideal: $E_{p, \text{int.}} = 0$

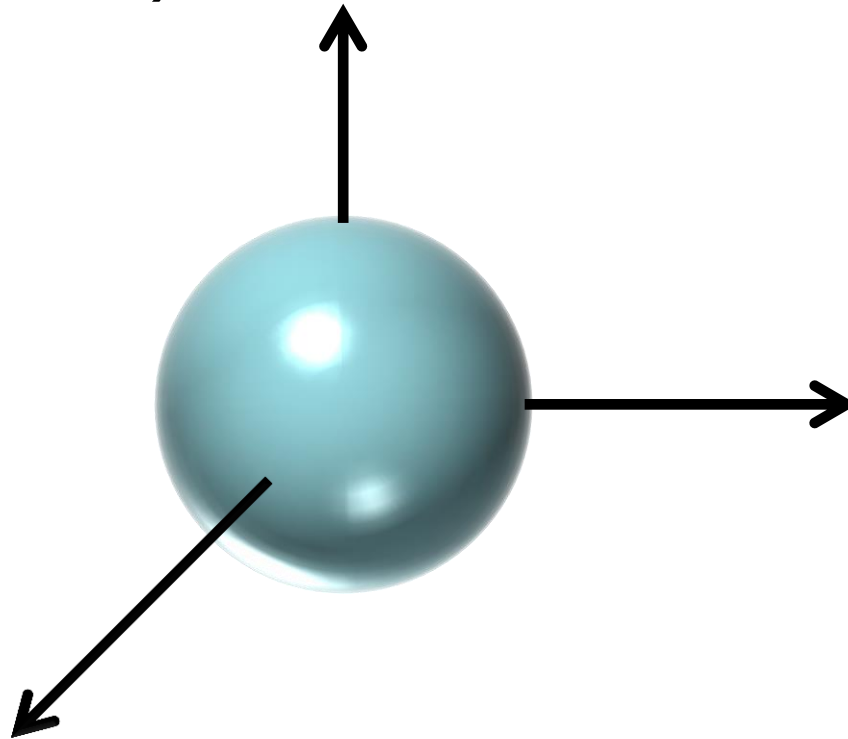
Entonces, para un gas ideal:

$$\Delta U = \Delta E'_{c, \text{rel.}} \propto \Delta T$$

ΔU es una función de estado que solo depende de T!!

¿Cuánto valen ΔU en el caso de un gas ideal monoatómico?

Para un gas monoatómico hay 3 grados de libertad (no existen rotaciones ni vibraciones):



¿Cuánto valen ΔU en el caso de un gas ideal monoatómico?

Para un gas monoatómico, como hay 3 grados de libertad (no existen rotaciones ni vibraciones) y considerando N moléculas:

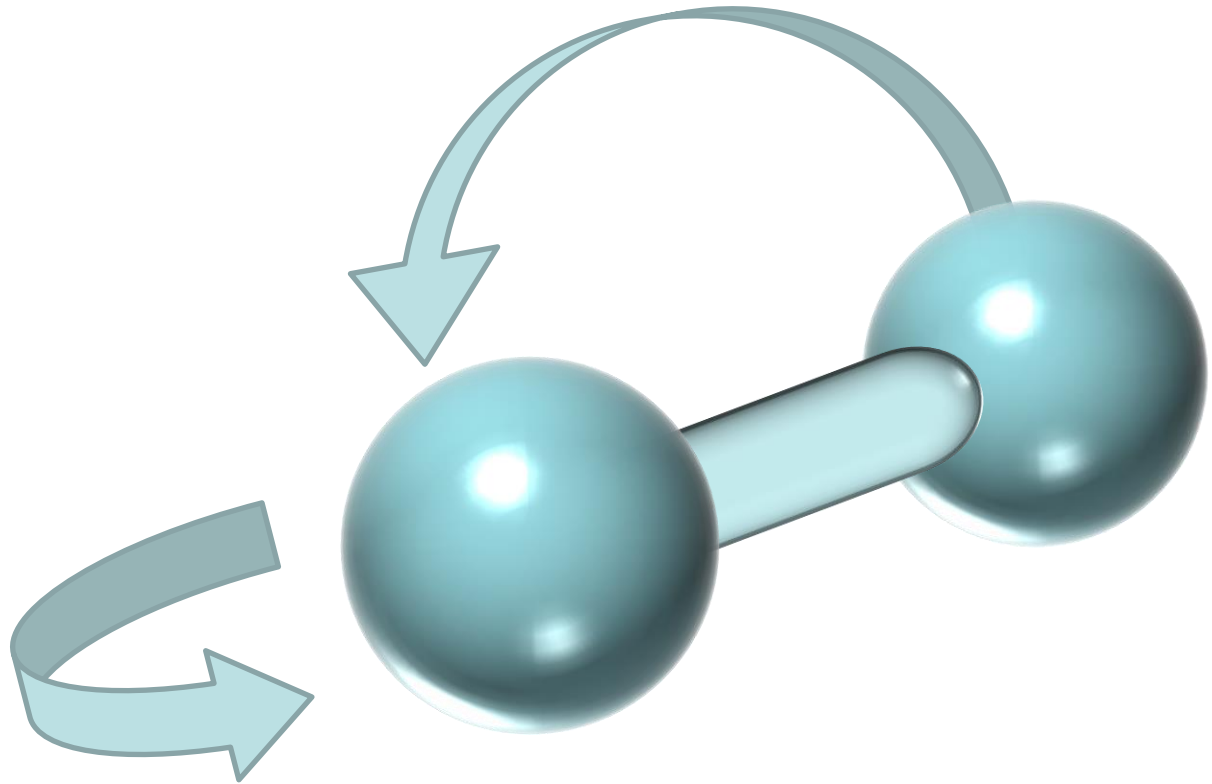
$$\left\langle E_{c, \text{trasl. total}} \right\rangle = \frac{3}{2} N k T = \frac{3}{2} n R T$$

Para un gas ideal monoatómico:

$$\Delta U = \Delta E'_{c, \text{rel.}} = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

¿Cuánto valen ΔU en el caso de un gas ideal diatómico?

Para un gas diatómico, como hay 5 grados de libertad (hay rotaciones) y considerando N moléculas:



¿Cuánto vale ΔU en el caso de un gas ideal diatómico?

Para un gas diatómico, como hay 5 grados de libertad (hay rotaciones) y considerando N moléculas:

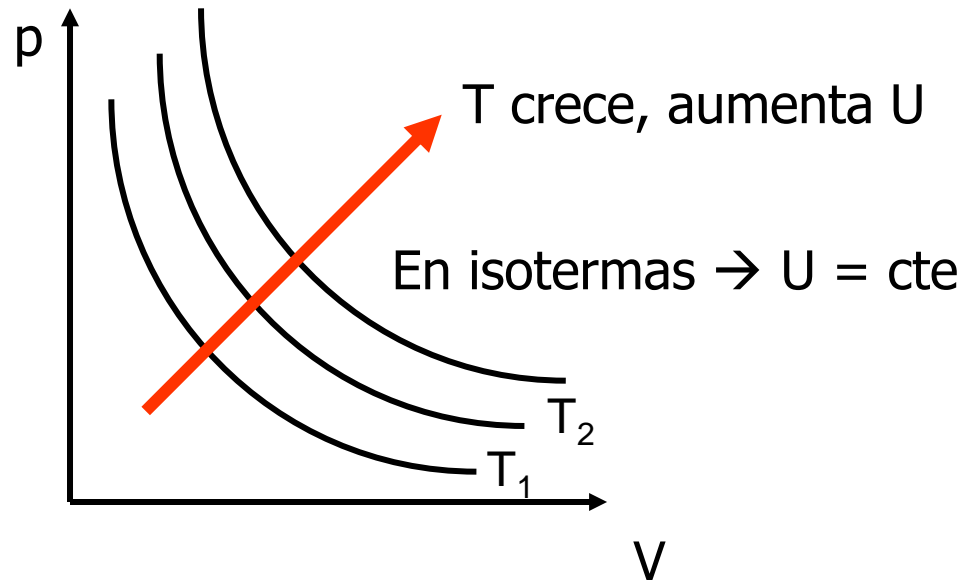
$$\langle E_{c, total} \rangle = \frac{5}{2} N k T = \frac{5}{2} n R T$$

Para un gas ideal diatómico:

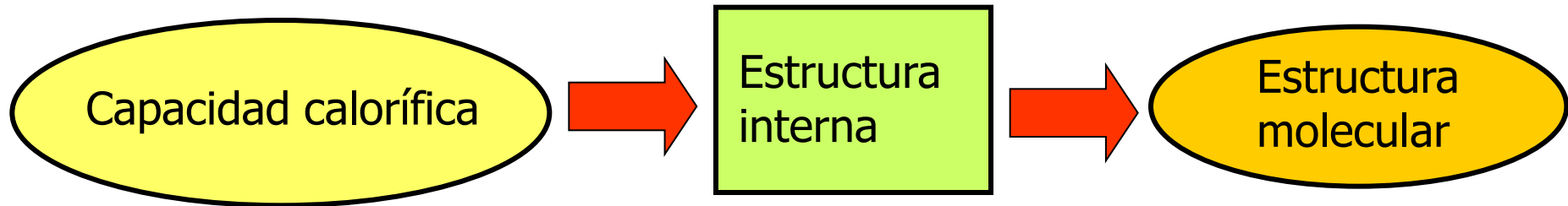
$$\Delta U = \Delta E'_{c, rel.} = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

¿Cuánto vale ΔU en el caso de un gas ideal?

Como ΔU es una función de estado que solo depende de T , las isothermas son curvas en donde $U = \text{cte}$, es decir que todos los estados que pertenecen a la misma isoterma tienen la misma energía interna U .



Capacidades caloríficas de un gas ideal



En el caso de los gases, se observa que la capacidad calorífica depende de la manera en la que se le agrega energía en forma de calor. Entonces, por ej. si el calor se agrega a $p = \text{cte}$, tendremos C_p (capacidad calorífica a $p = \text{cte}$). Si el calor se agrega a $V = \text{cte}$, tendremos C_v (capacidad calorífica a $V = \text{cte}$). Se encuentra que C_p es mayor que C_v , debido al trabajo realizado por la sustancia al expandirse a $p = \text{cte}$:

$$C_p > C_v$$

Comparemos los procesos:
AB ($V = \text{cte}$) y **AC ($p = \text{cte}$)**

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC}$$

$$Q_{AB} - \cancel{W_{sist,AB}} = Q_{AC} - W_{sist,AC}$$

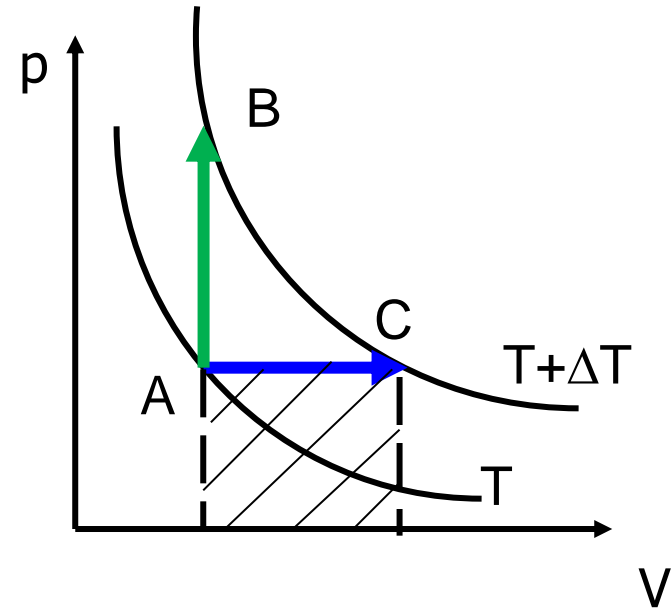
$$Q_{(V=\text{cte})} = Q_{(p=\text{cte})} - W_{sist,AC} ; \quad \text{Como } Q = C \Delta T$$

$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - W_{sist,AC} ,$$

>0



$$C_P > C_V$$



¿Qué relación hay entre C_p y C_v ?

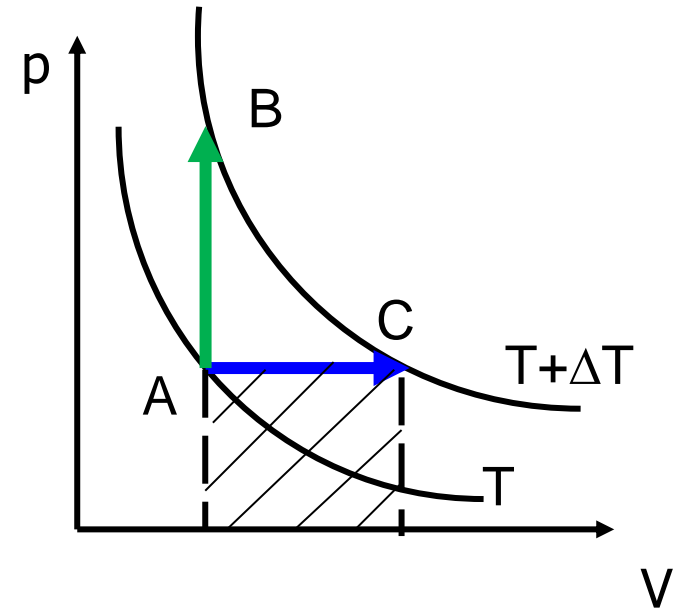
$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - W_{sist, AC}$$

$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - P_A (V_C - V_A)$$

$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - (P_C V_C - P_A V_A)$$

$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - (nRT_C - nRT_A)$$

$$C_V \Delta T = C_P \Delta T - nR\Delta T$$



$$\Rightarrow C_P = C_V + nR$$

Relación entre las capacidades
caloríficas

¿Qué relación hay entre los calores
específicos molares c_p y c_v ?

$$C_p = n c_p$$

$$C_v = n c_v$$

Dividiendo por n obtenemos la relación entre "calores específicos molares" a $p = \text{cte}$ y $V = \text{cte}$:

$$c_p = c_v + R, \quad \text{o} \quad c_p - c_v = R$$

c_p = calor específico molar a $p = \text{cte}$

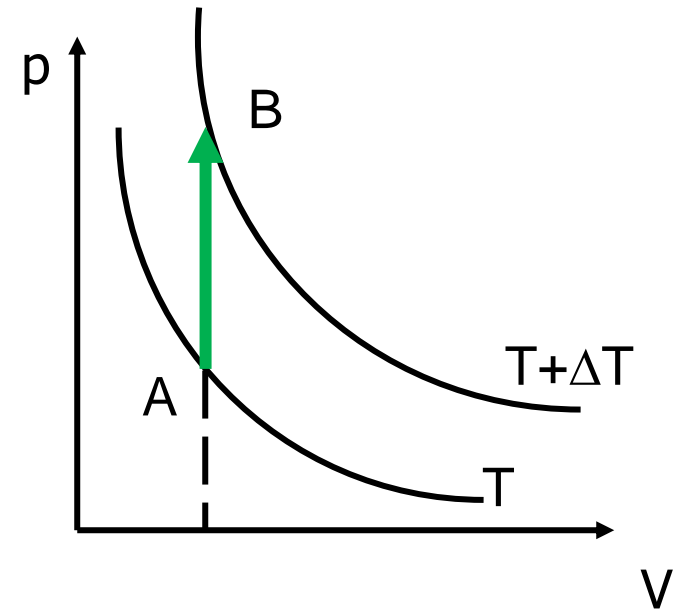
c_v = calor específico molar a $V = \text{cte}$

¿Cuánto valen C_p y C_v en el caso de un gas ideal?

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{sist,AB} = Q_{AB}$$

$$\frac{3}{2} n R \Delta T = C_v \Delta T$$

$$C_v = \frac{3}{2} n R ;$$



Como $Q = C \Delta T$

Para un gas ideal monoatómico

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

¿Cuánto valen C_p y C_v en el caso de un gas ideal?

Para un gas ideal monoatómico:

$$C_v = \frac{3}{2} n R ;$$

$$C_p = C_v + n R = \frac{5}{2} n R$$

$$c_v = \frac{3}{2} R ;$$

$$c_p = c_v + R = \frac{5}{2} R$$

¿Cuánto valen C_p y C_v en el caso de un gas ideal?

Para un gas ideal diatómico:

$$\Delta U = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

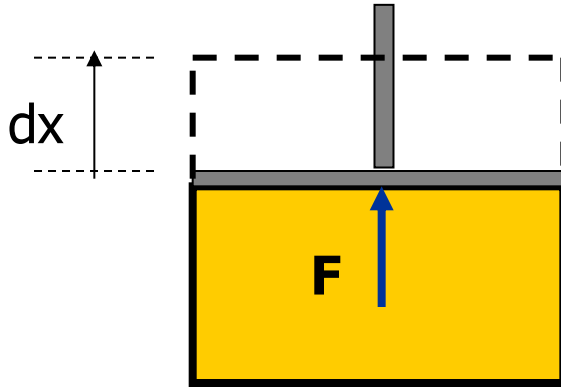
$$C_v = \frac{5}{2} n R ;$$

$$C_p = C_v + n R = \frac{7}{2} n R$$

$$c_v = \frac{5}{2} R ;$$

$$c_p = c_v + R = \frac{7}{2} R$$

Trabajo efectuado por un gas ideal



$$W_{sist} = \int \vec{F} \bullet d\vec{x} = \int (p A) dx$$

Supongamos que el proceso se lleva a cabo lentamente, de modo que pueda considerarse que el gas está en equilibrio en todas las etapas intermedias y que la presión es conocida en cada instante.

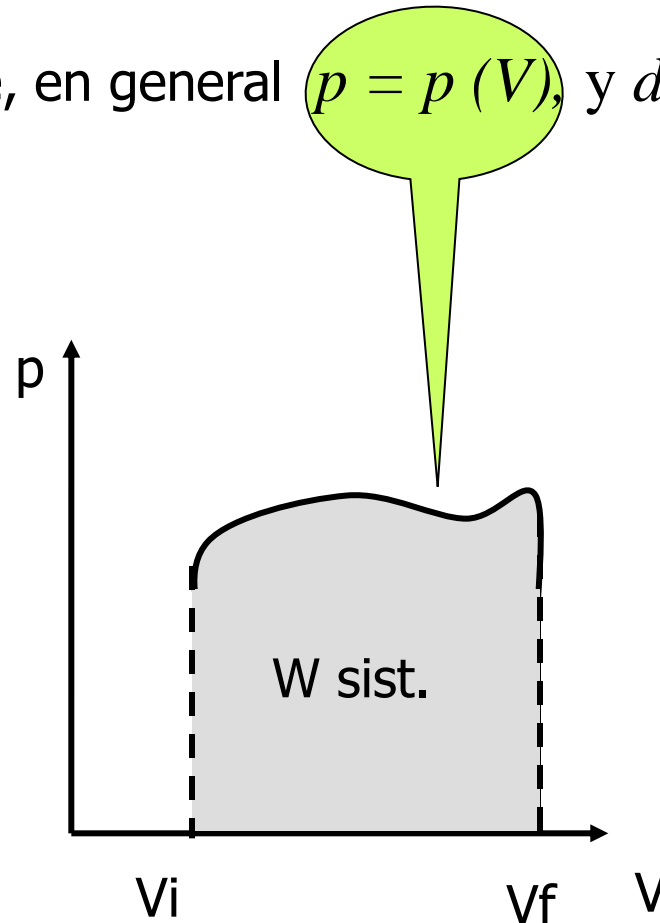
Entre los volúmenes V_i y V_f , la integral queda:

$$W_{sist} = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV \quad \text{donde, en general } p = p(V), \text{ y } dV = A \, dx$$

Gráficamente:

El trabajo $W_{sist.}$ está representado por el área bajo la curva.

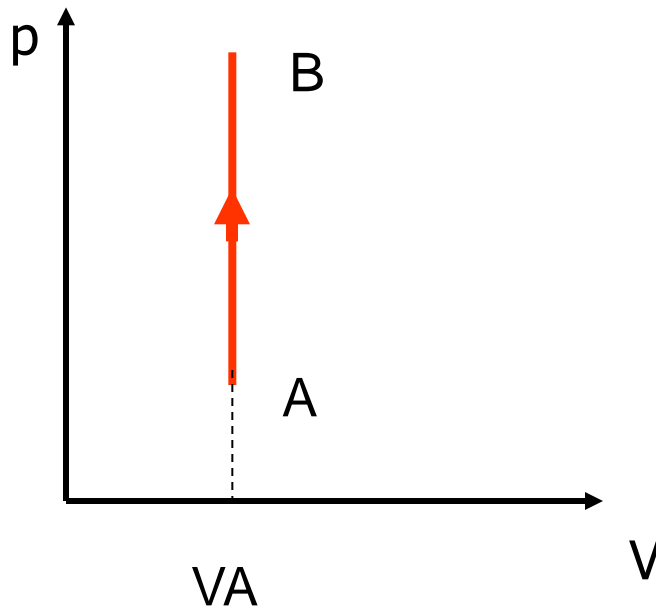
En los diferentes procesos la relación $p(V)$ toma distintas formas.



Es decir, el trabajo W depende del camino utilizado!!!

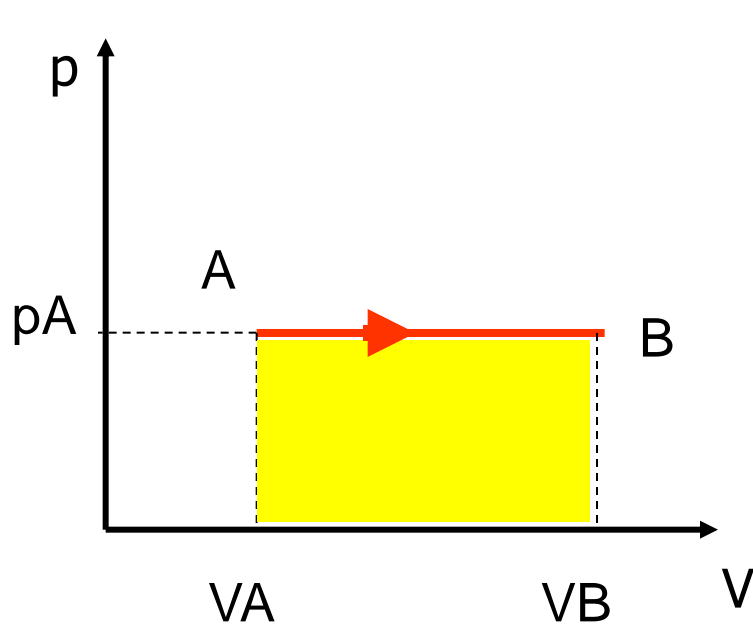
Trabajo realizado a volumen constante

El trabajo es 0 en cualquier proceso en el que el volumen permanece constante:



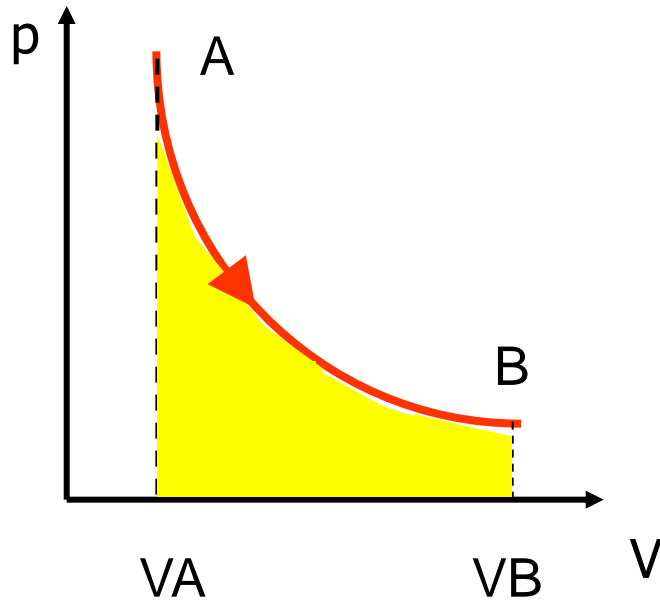
$$W_{sist, AB} = 0$$

Trabajo realizado a presión constante



$$W_{sist. A, B} = p_A \int_{V_A}^{V_B} dV = p_A (V_B - V_A)$$

Trabajo realizado a Temperatura constante



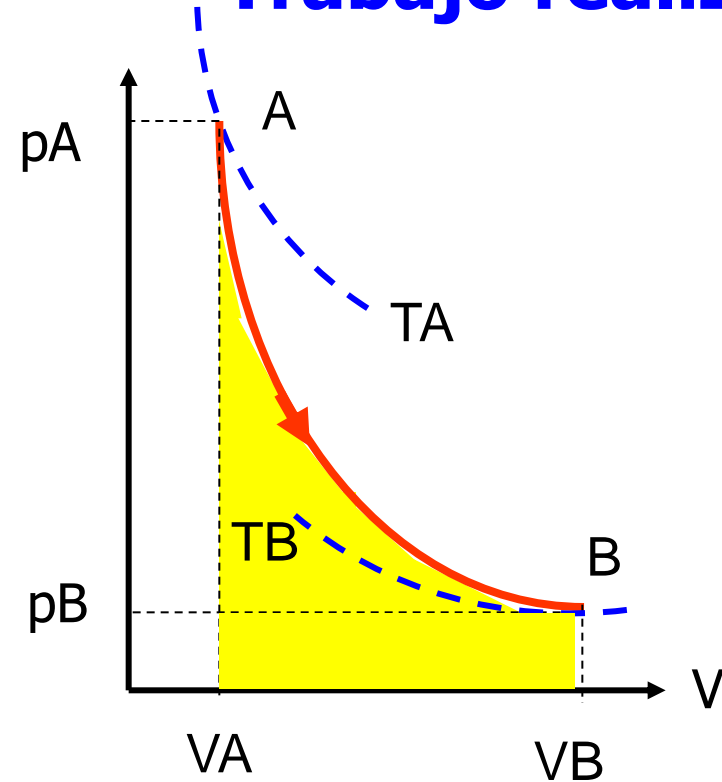
$$p V = n R T$$

Entonces, $p = n R T / V$

Esta expresión de p se reemplaza en la integral que define el trabajo, teniendo en cuenta que T es cte:

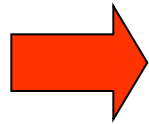
$$W_{sist, A, B} = \int_{V_A}^{V_B} p \, dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{n R T}{V} \, dV = n R T \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = n R T \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Trabajo realizado en un proceso adiabático



Es un proceso mediante el cual no existe intercambio de energía en forma de calor con el medio ambiente ($Q = 0$). Las curvas adiabáticas tienen mayor pendiente que las isotermas, por lo tanto cortan a estas últimas en 2 valores definidos de T_A y T_B , cumpliéndose que:

Ecuación de estado para una adiabática



$$p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma = p V^\gamma = cte ; \text{ con } \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$W_{adiab, A-B} = \frac{1}{1-\gamma} (p_B V_B - p_A V_A)$$

Estado f \rightarrow B

Estado i \rightarrow A

Otra forma: El trabajo en un proceso adiabático también se puede calcular haciendo uso del 1er Principio de la termodinámica:

$$\Delta U = Q - W_{sist.}$$

Como $Q = 0$ en un proceso adiabático, y

$$\Delta U_{A-B} = n c_V \Delta T = n c_V (T_B - T_A)$$

Entonces, reemplazando queda:

$$W_{sist.,adiab.,A-B} = - n c_V (T_B - T_A)$$

f → B

i → A

Resumen de ecuaciones en distintos procesos

1) Proceso a isobárico ($P = \text{cte}$)

$$W_{sist} = p \Delta V$$

$$Q = n c_p \Delta T$$

$$\Delta U = Q - W_{sist} = n c_v \Delta T$$

2) Proceso isotérmico ($T = \text{cte}$)

$$W_{sist} = n R T \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$\Delta U = Q - W_{sist} = 0$$

$$Q = W_{sist} = n R T \ln \frac{V_f}{V_i}$$

3) Proceso isocoro ($V = \text{cte}$)

$$W_{sist} = 0$$

$$Q = n c_V \Delta T$$

$$\Delta U = Q - W_{sist} = n c_V \Delta T$$

4) Proceso adiabático

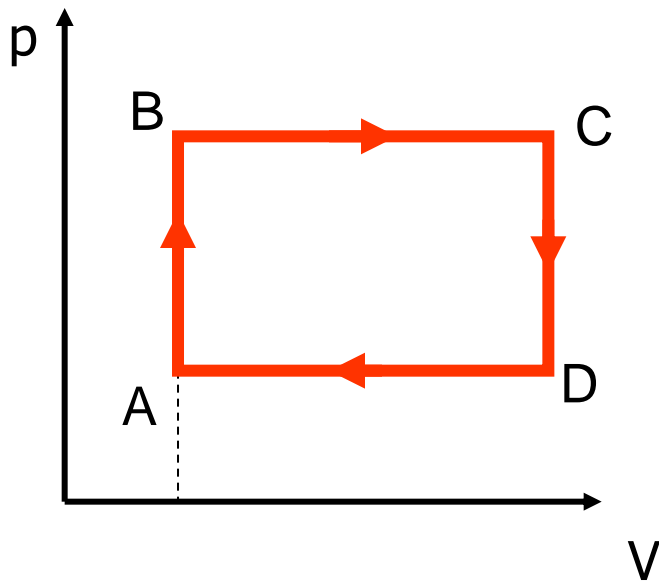
$$Q = 0$$

$$\Delta U = -W_{sist}$$

$$W_{sist} = -n c_V \Delta T$$

Ciclos

Se denomina "ciclo" a una serie de procesos llevados a cabo en un gas de manera tal de volver finalmente al punto de partida: A-B-C-D-A.



Como ΔU es función de estado,

en un ciclo cerrado

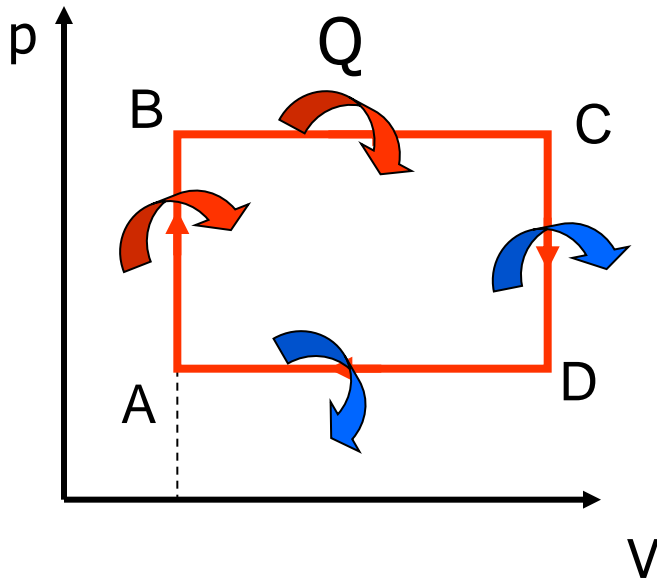
$$\Delta U = 0 = U_f - U_i$$

$$\Delta U = Q - W_{sist} \Rightarrow \Delta U_{ciclo} = Q_{ciclo} - W_{sist, ciclo} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ciclo} = W_{sist, ciclo}$$

Rendimiento de un ciclo, ε

Se denomina "rendimiento de un ciclo" al cociente entre el W_{neto} y el calor absorbido $Q_{absorbido}$.



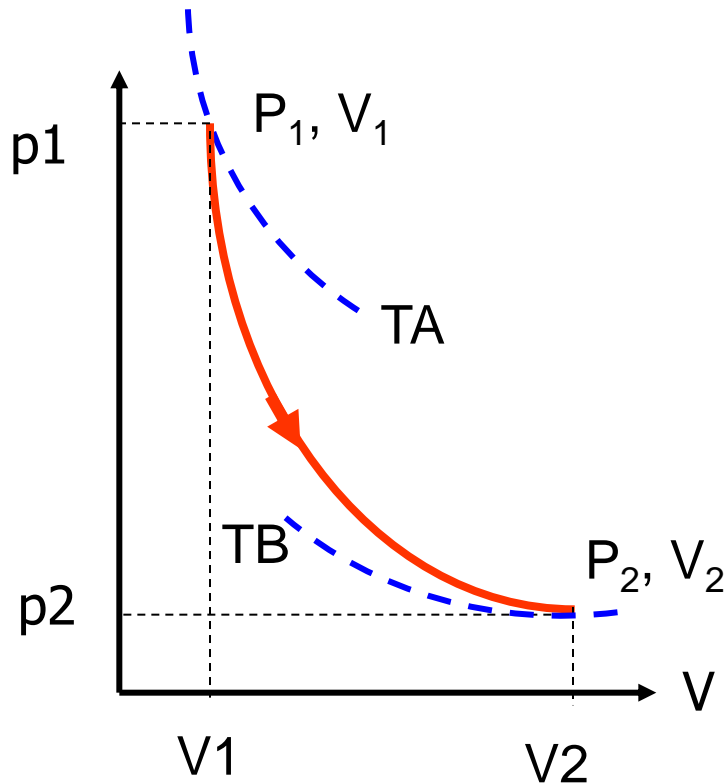
$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_{absorbido}}$$

El rendimiento siempre es < 1 . Sus valores típicos son del orden del 40% (0,4).

Anexo

clase 8, M II

Relaciones entre variables de estado en un proceso adiabático



Estado i \rightarrow 1

Estado f \rightarrow 2



adiabática



isoterma

Primer Principio de la Termodinámica: $\Delta U = Q - W_{sist}$

Como sabemos: $\Delta U = C_v \Delta T$ y $W_{sist} = \int p \, dV$

Si realizamos un proceso adiabático infinitesimal:

$$dU = Q - dW$$

$$C_v dT = Q - p dV \quad \longrightarrow \quad Q = C_v dT + p dV$$

Como en un proceso adiabático no existe intercambio de calor, $Q = 0$, entonces:

$$C_v dT + p dV = 0$$

Como en un gas ideal se cumple: $p = \frac{n R T}{V}$

$$\longrightarrow \quad C_v dT + \frac{n R T}{V} dV = 0$$

Si dividimos por $C_v T$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{C_v} dT}{\cancel{C_v} T} + \frac{n R \cancel{T}}{V C_v \cancel{T}} dV = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{n R}{V C_v} dV = 0$$

Como ya vimos: $C_p - C_v = n R$

$$\Rightarrow \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} - 1 = \gamma - 1$$

γ = constante adiabática

$$\rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{(C_p - C_v)}{V C_v} dV = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \frac{dV}{V} = 0$$

Integrando: $\ln T + (\gamma - 1) \ln V = cte$

$$\rightarrow \ln (T V^{\gamma-1}) = cte \quad \rightarrow \boxed{T V^{\gamma-1} = cte} \quad (I)$$

Como $T = \frac{p V}{n R}$, reemplazando queda:

$$p V^\gamma = cte \quad (\text{II})$$



Relación entre las variables p y V para expansiones y compresiones adiabáticas.

Se puede observar que la expresión (II) tiene mayor pendiente que la ec. $p V = cte$, válida para una isoterma!!!