

Física I

Turno H

Clase 5 Módulo 2

Turno H

Prof. Pedro Mendoza Zélis

Elasticidad

Estática de fluidos

En las últimas clases hemos analizado la dinámica de “cuerpos rígidos”, es decir, objetos conformados por un sistema de partículas en el que la distancia que separa las mismas permanece constante.

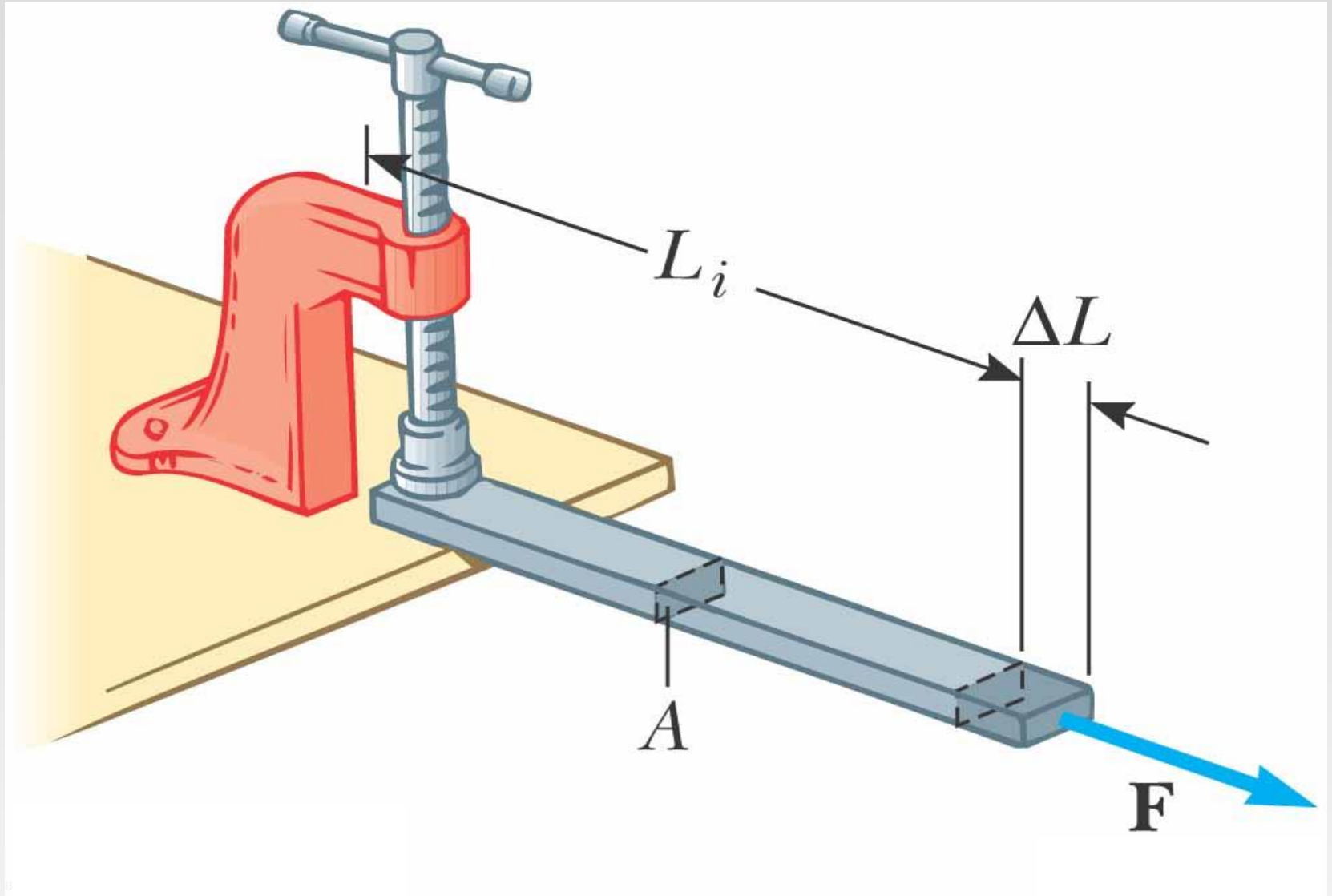
Así describimos sólidos rígidos como bloques, esferas, cilindros, poleas, etc.

Ahora nos enfocaremos hacia la descripción de sistemas más reales, considerando modelos donde los cuerpos sólidos no son perfectamente rígidos:

“sólidos deformables”



Consideremos un **sólido deformable** en forma de varilla de área A , en la que una de las dimensiones es mayor que las otras dos:



Esfuerzo de tracción

Al aplicar una fuerza F perpendicularmente sobre la cara A en un punto de la misma, debido a las fuerzas de interacción entre las partículas, la influencia se extiende a toda la cara A . Entonces, no sólo interesa el valor de F , sino que también importa sobre qué área está aplicada.



Esfuerzo de tracción

Definimos:

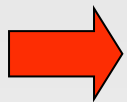
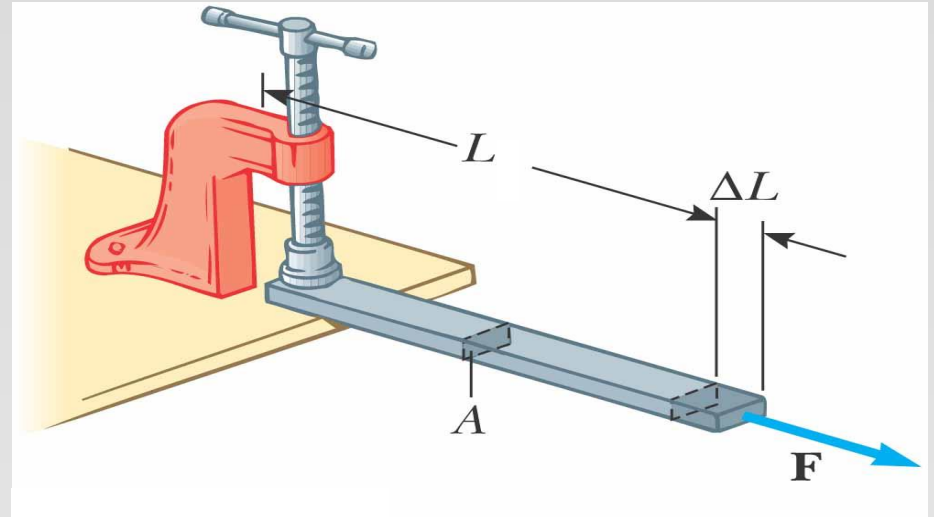
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Esfuerzo de tracción [N/m²]



Deformación

Cuando sobre un cuerpo sólido deformable se aplica una fuerza F en determinada dirección, se observa experimentalmente que el cuerpo muestra un alargamiento ΔL en dicha dirección. Si el cuerpo tiene originalmente una longitud L :



Definimos:

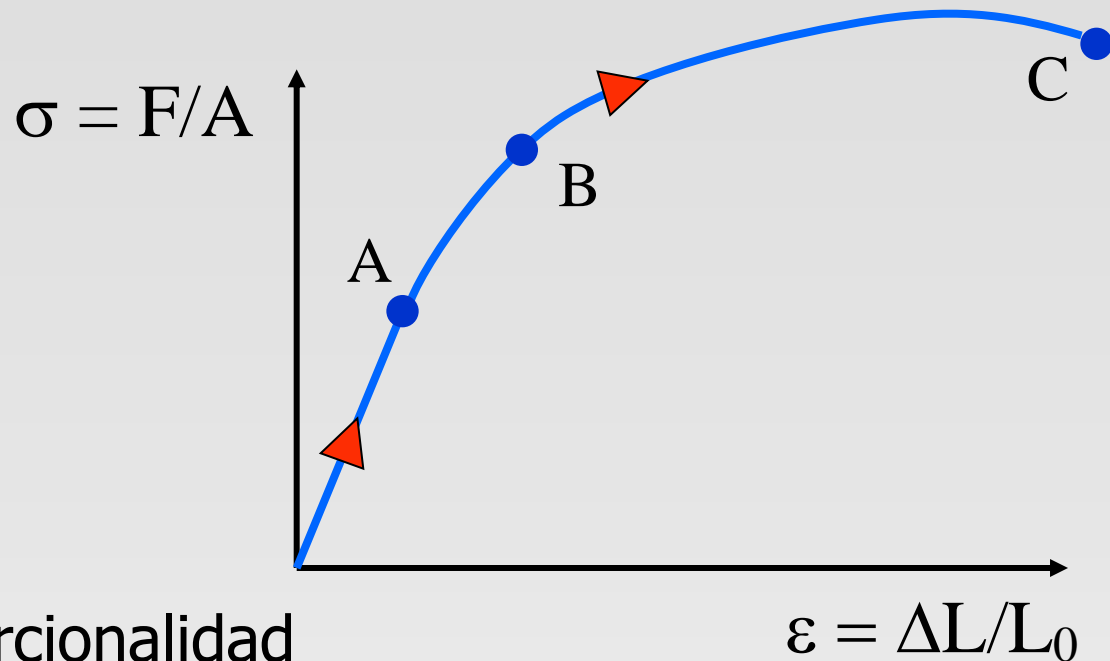
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Deformación
(adimensional)

¿Qué relación hay entre el esfuerzo de tracción y la deformación?

La figura representa la deformación en función del esfuerzo para una barra sólida típica

Experimentalmente:



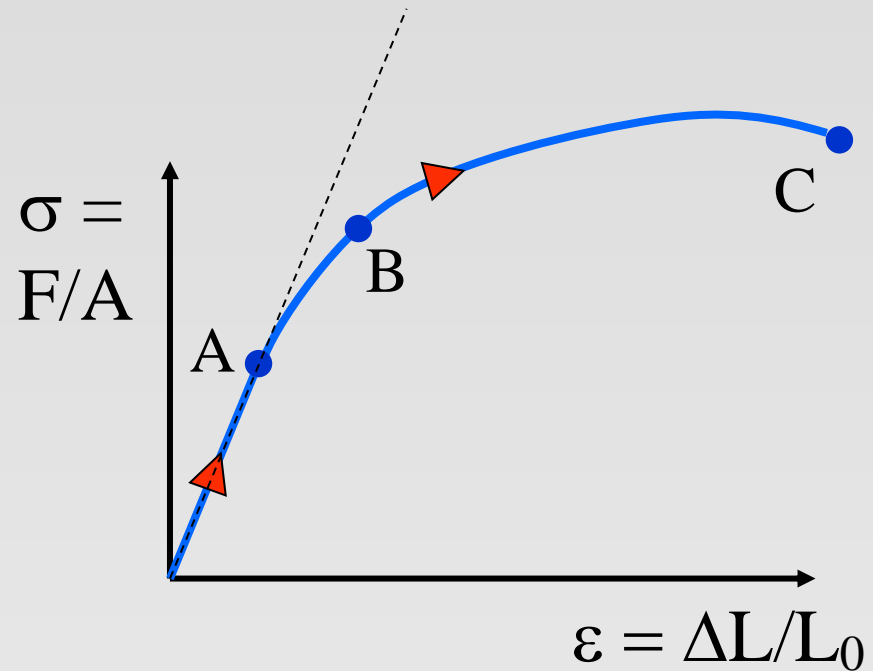
A: límite de proporcionalidad

B: límite elástico del material (a partir de aquí el material no recupera su longitud original al remover el esfuerzo)

C: punto de ruptura

¿Qué relación hay entre el esfuerzo de tracción y la deformación?

A mayor esfuerzo de tracción mayor será la deformación. La constante de proporcionalidad entre el esfuerzo de tracción y la deformación en la zona lineal es una constante llamada "Módulo de Young", que mide la "rigidez" del sólido.



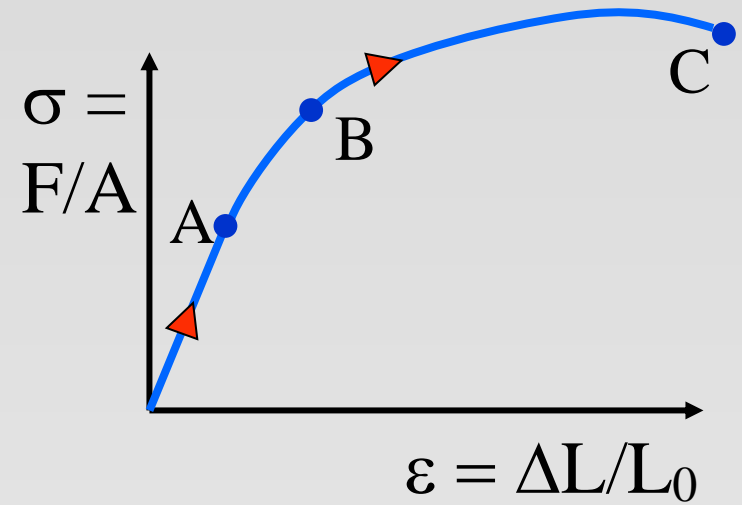
$$\sigma = Y\varepsilon;$$

$$[Y] = \frac{N}{m^2}$$

iii Depende del material !!!

La figura puede representar la deformación en función del esfuerzo para una barra sólida típica

Hasta el punto A, $\sigma = F/A$ es proporcional a la deformación ε :



$$\sigma = Y \varepsilon$$

Y = Módulo de Young

$$\sigma = Y \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

$$F = Y \frac{A}{L} \Delta L = k \Delta L$$

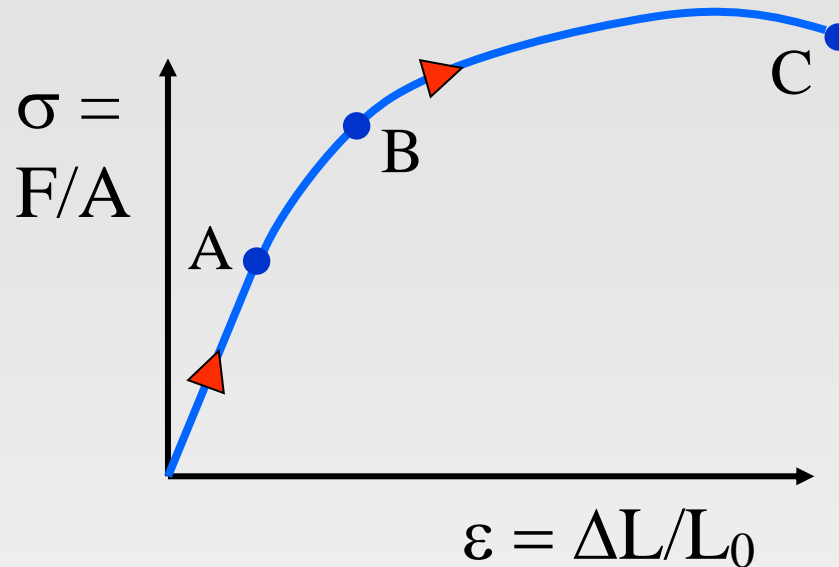
\Rightarrow ¡¡Ley de Hooke!!

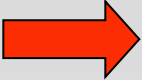
Table 12.1**Typical Values for Elastic Moduli**

Substance	Young's Modulus (N/m²)	Shear Modulus (N/m²)	Bulk Modulus (N/m²)
Tungsten	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}
Steel	20×10^{10}	8.4×10^{10}	6×10^{10}
Copper	11×10^{10}	4.2×10^{10}	14×10^{10}
Brass	9.1×10^{10}	3.5×10^{10}	6.1×10^{10}
Aluminum	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}
Glass	$6.5\text{--}7.8 \times 10^{10}$	$2.6\text{--}3.2 \times 10^{10}$	$5.0\text{--}5.5 \times 10^{10}$
Quartz	5.6×10^{10}	2.6×10^{10}	2.7×10^{10}
Water	—	—	0.21×10^{10}
Mercury	—	—	2.8×10^{10}

El punto B indica el límite elástico del material. Si se alarga la barra por encima de este punto, no se podrá recuperar la longitud original y la deformación será permanente.

El punto C indica la ruptura del material. El esfuerzo de tracción al cual se produce la ruptura se la llama "resistencia a la tracción".



Si la barra se somete a la acción de fuerzas que tienden a comprimirlo  esfuerzo de compresión

En algunos materiales los módulos de Young de compresión y de tracción coinciden, y en otros, no. Si los esfuerzos de tracción y de compresión son muy grandes la barra se rompe.

El punto en el que se produce la rotura (C) se denomina "resistencia a la tracción", o en el caso de compresión, "resistencia a la compresión"

Material	Y (M. Young) [10^9 N/m²]	Resis. a tracc. [10^6 N/m²]	Resis. a comp. [10^6 N/m²]
acero	200	520	520
hormigón	23	2	17
hueso	16 trac. – 9 comp.	200	270

Ejemplo: un cable de acero de 2 m de longitud tiene un área transversal de 0.3 cm^2 . El cable se cuelga por un extremo a una estructura y por el otro extremo se suspende un objeto de 550 kg. Determinar el esfuerzo, la deformación y el alargamiento del cable.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{550 \text{ kg } 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2} = 1.8 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

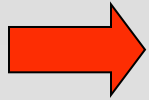
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\sigma}{Y} = \frac{1.8 \times 10^8 \text{ N/m}^2}{20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2} = 9.0 \times 10^{-4}$$

$$\Delta L = \varepsilon \times L_0 = (9 \times 10^{-4})(2.0 \text{ m}) = 0.0018 \text{ m} = 1.8 \text{ mm}$$

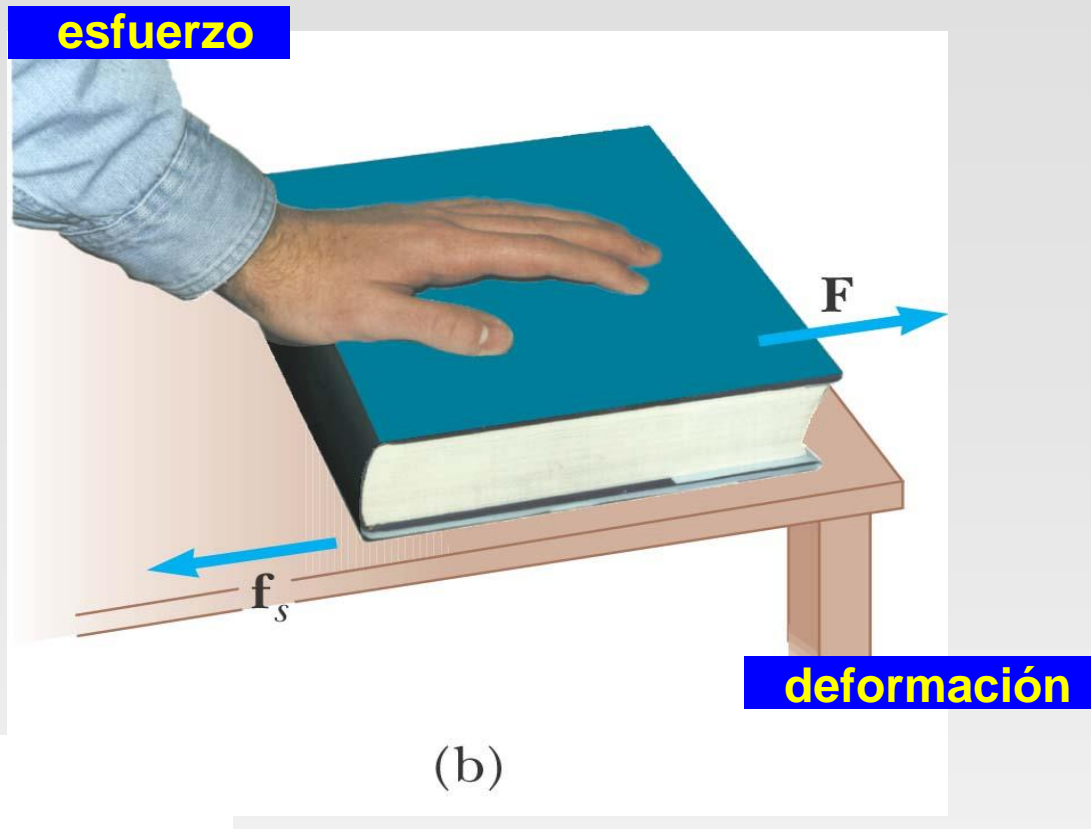
El alargamiento tan pequeño obtenido con una carga tan grande pone de manifiesto la rigidez del acero.

Existe otro tipo de esfuerzo:

es aquél que surge cuando aplicamos una fuerza paralela a una superficie:



“Esfuerzo de corte o cizalladura”



Esfuerzo de corte

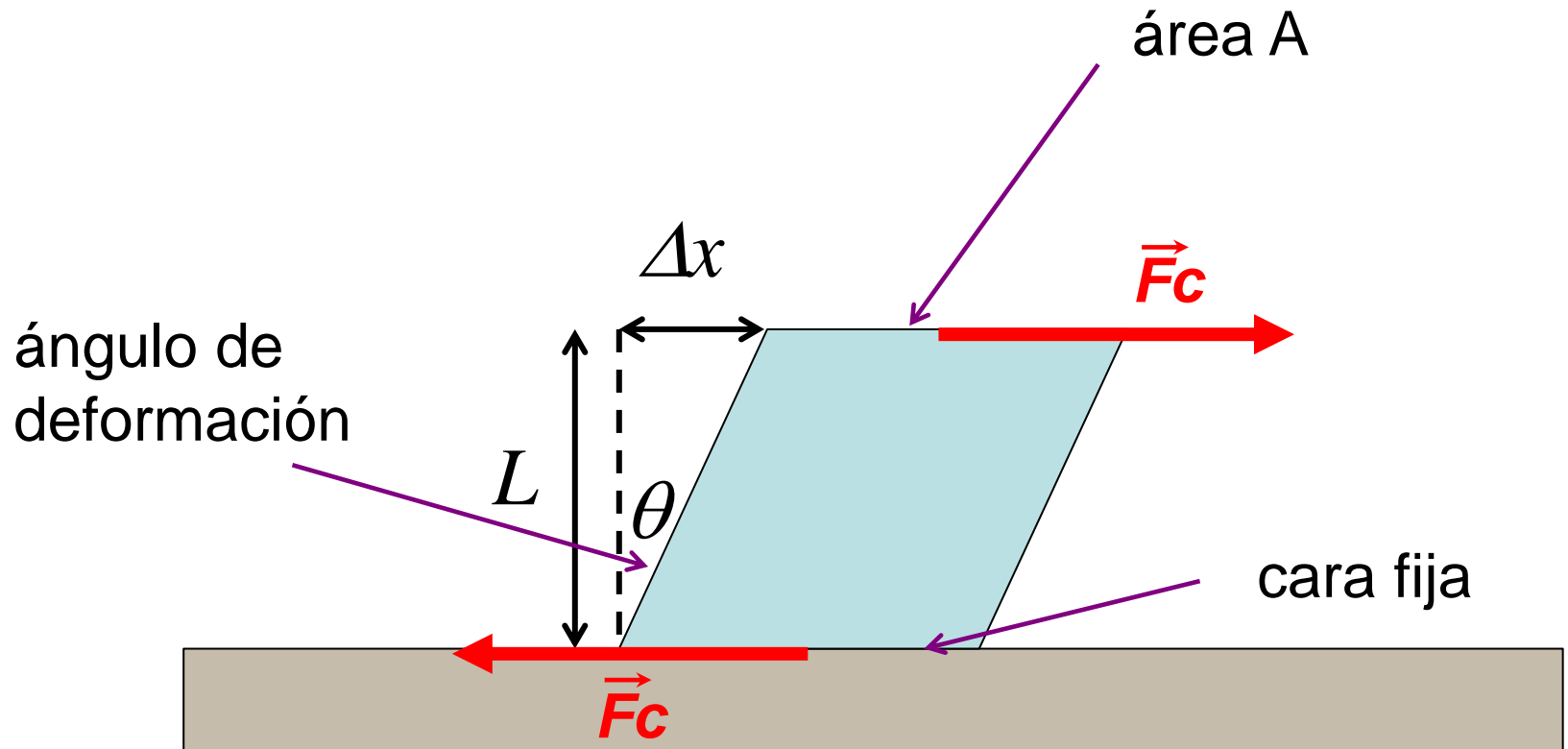


Fuerza paralela a la superficie

(b)

Esfuerzo de corte

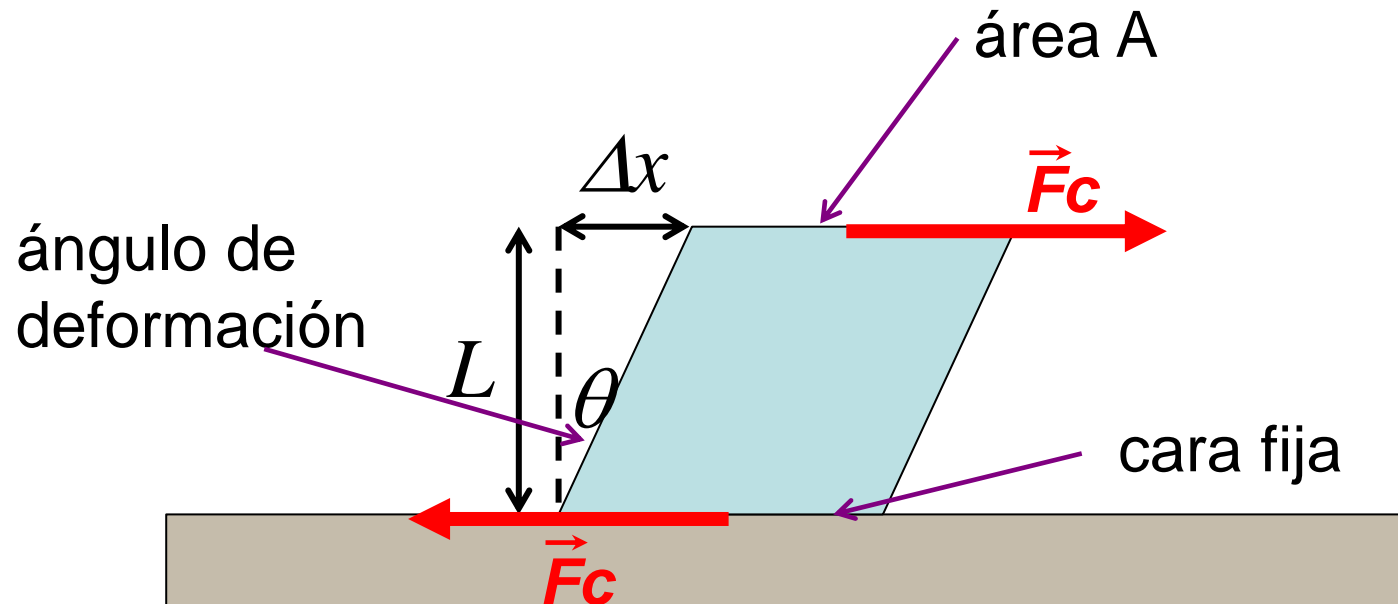
Esfuerzo de corte



Esfuerzo de corte

Definimos el “Esfuerzo de corte o cizalladura”: $\frac{F_c}{A}$

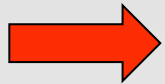
y la “deformación de corte o cizalladura” $\frac{\Delta x}{L} = \operatorname{tg} \theta$



Esfuerzo de corte

Definimos el “Esfuerzo de corte o cizalladura”: $\frac{F_c}{A}$

y la “deformación de corte o cizalladura” $\frac{\Delta x}{L} = \operatorname{tg} \theta$



$$M_c = \frac{F_c / A}{\Delta x / L} = \frac{F_c / A}{\operatorname{tg} \theta}$$

Módulo de cizalladura o corte

El módulo de corte mide la resistencia del material o cuerpo a una deformación de cizalladura al aplicar un esfuerzo de corte dado.

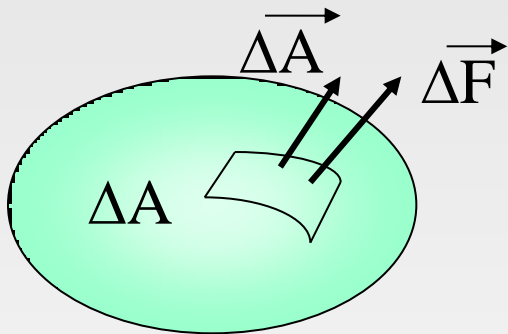
Existen algunos materiales que presentan una resistencia casi nula a un esfuerzo de corte, es decir, se deforman completamente ($\theta = 90^\circ$) ante un esfuerzo de corte $\rightarrow 0$. Esto significa que $M_c \cong 0$.

Tales materiales se llaman fluídos. Fluídos $\rightarrow M_c = 0$

ii Las únicas fuerzas que existen en un fluído son siempre perpendiculares a sus caras!!.

Sistema de gran número de partículas $\rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \text{densidad}$

Si un fluido bajo presión está contenido en un dado volumen ,



$$p = \frac{|\Delta \vec{F}|}{|\Delta \vec{A}|}$$

Si ΔA es pequeña,

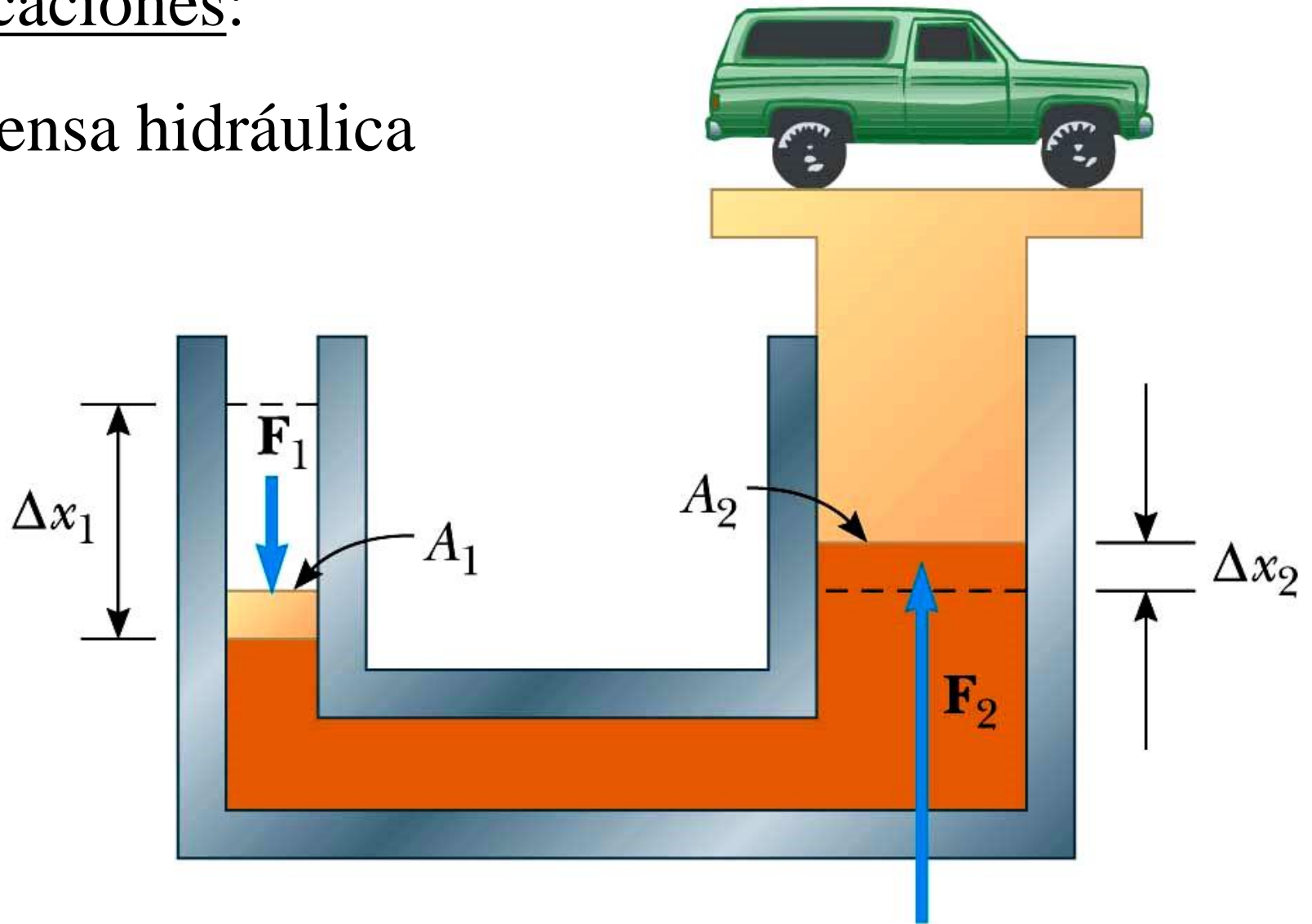
$$p = \frac{F}{A}; \quad [p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{N}{m^2}$$

Principio de Pascal:

- En ausencia de gravedad la presión es la misma en todo el recipiente.*
- La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite a todos los puntos del fluido y a las paredes del contenedor.*

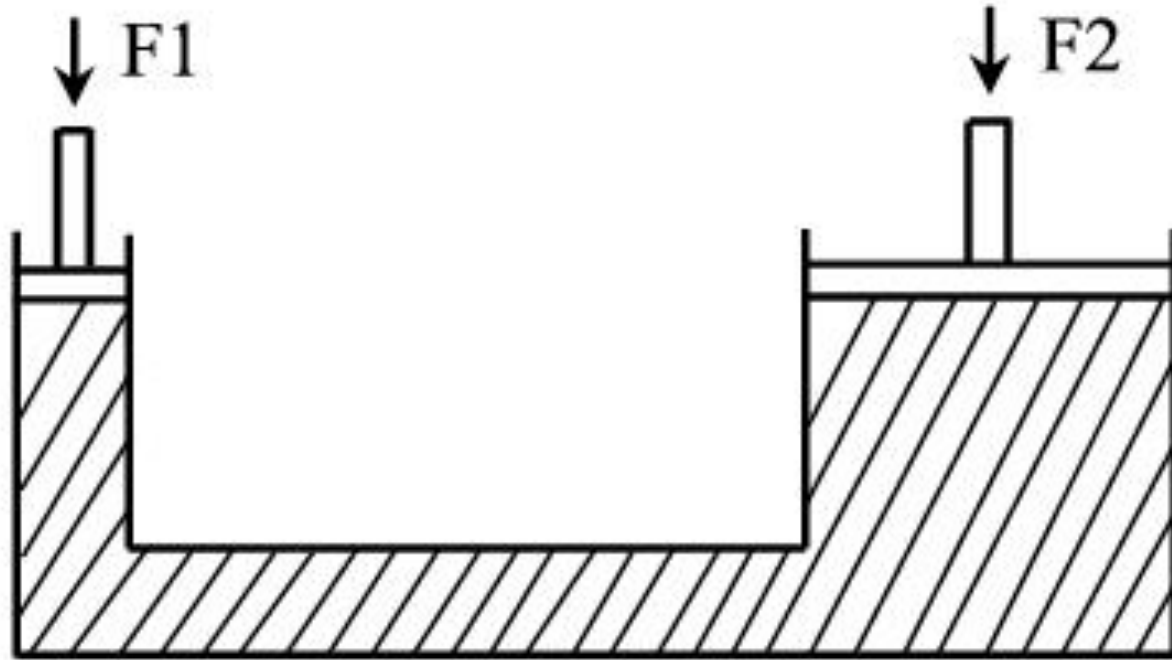
Aplicaciones:

1) prensa hidráulica



Aplicaciones:

1) prensa hidráulica



$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

$$A_2 > A_1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

$$\frac{A_2}{A_1} = 100 \Rightarrow F_2 = 100 F_1$$

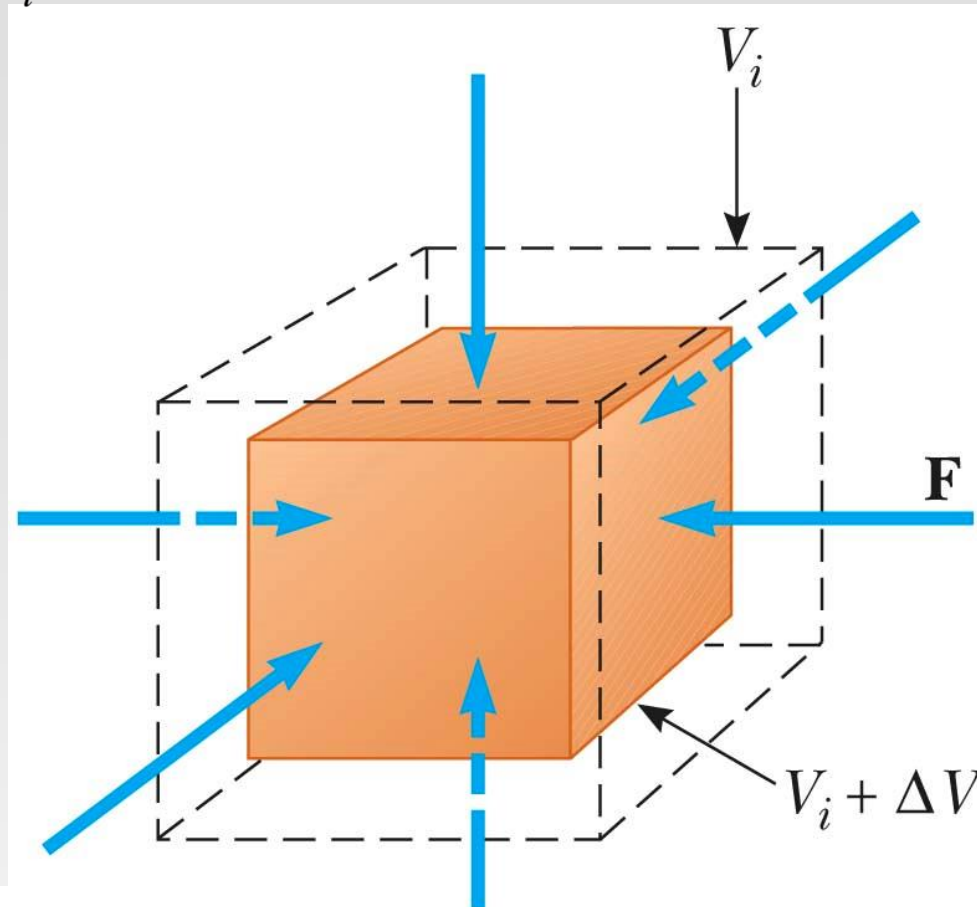
¡¡Para levantar un auto de 1000 Kg (F_2) sólo hay que hacer una fuerza $F_1 = 10$ kg!!

Compresibilidad

En general los sólidos y líquidos (a diferencia de los gases) son incompresibles (B grandes)

$$B = - \frac{\Delta P}{\Delta V / V_i}$$

*Módulo de
compresibilidad*



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow p_1 A - p_2 A - M g = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$p_1 A = p_2 A + M g$$

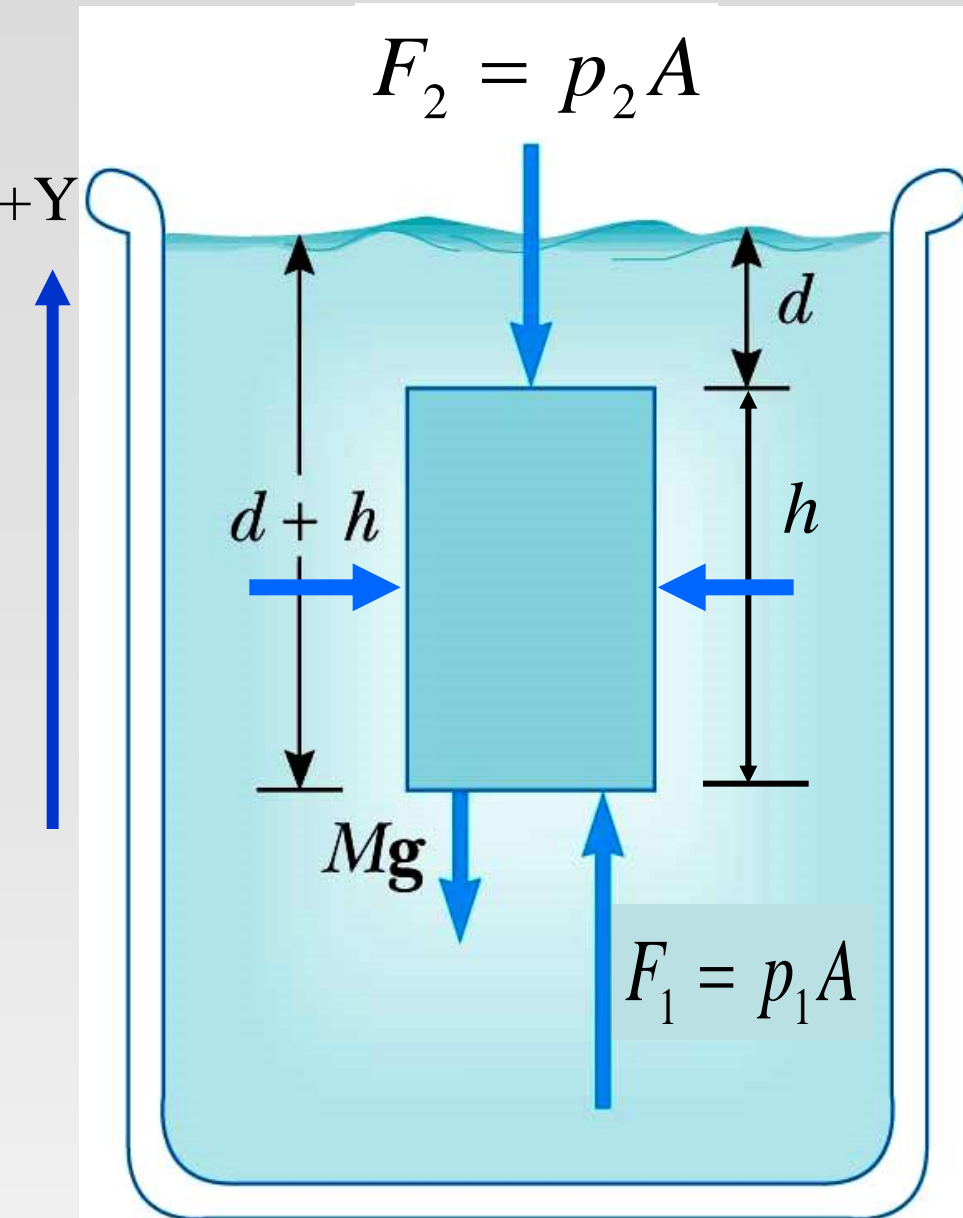
$$M = \rho V = \rho A h = \rho A (y_2 - y_1)$$

Reemplazando:

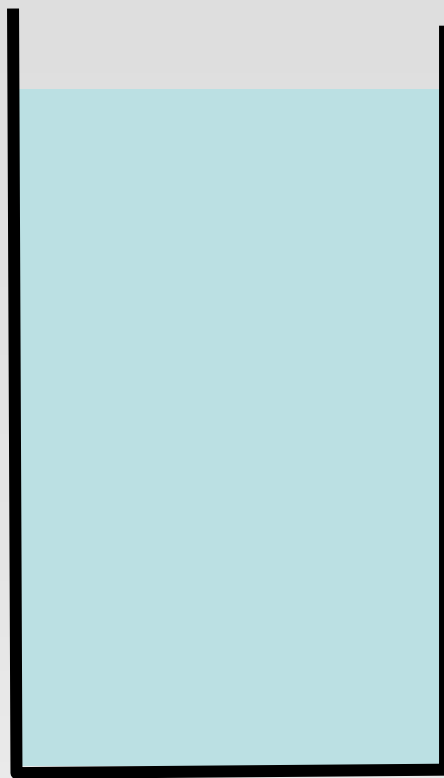
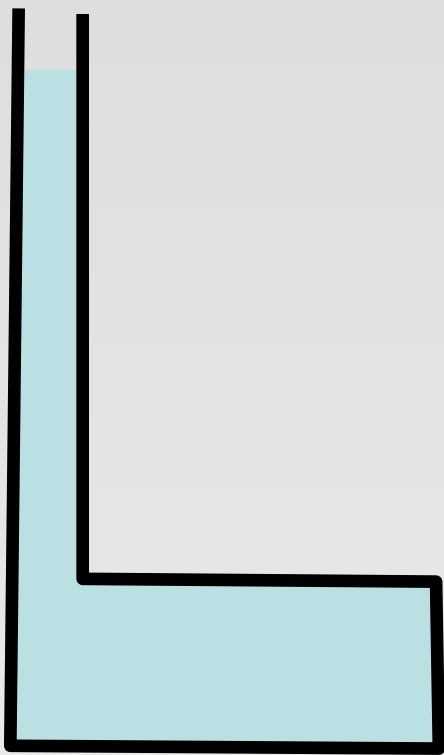
$$p_1 A = p_2 A + \rho A h g$$

$$p_1 = p_2 + \rho g h$$

Teorema general de la hidrostática



- *La presión aumenta con la profundidad desde la superficie*
- *Todos los puntos de un fluido a la misma profundidad tienen la misma presión, independientemente de la forma del recipiente.*
- *Un aumento en p_2 provoca un aumento de la presión en todo los puntos del fluido: Principio de Pascal*





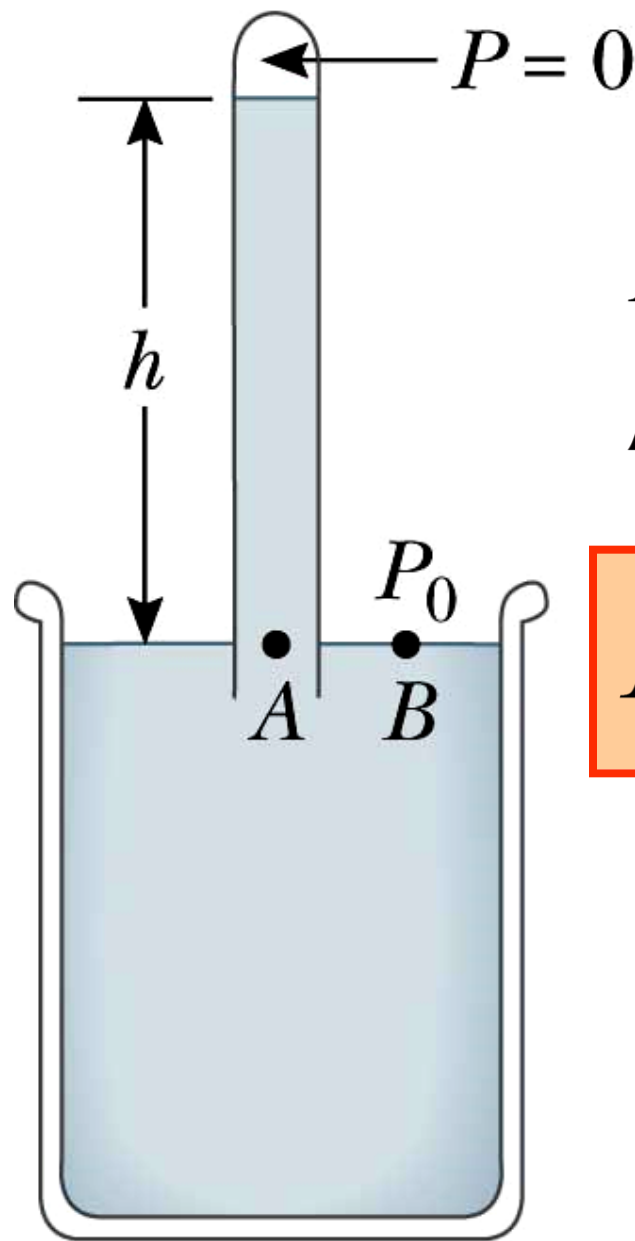
Presión atmosférica



2) Barómetro de mercurio

Sirve para medir
la presión
atmosférica:

Torricelli

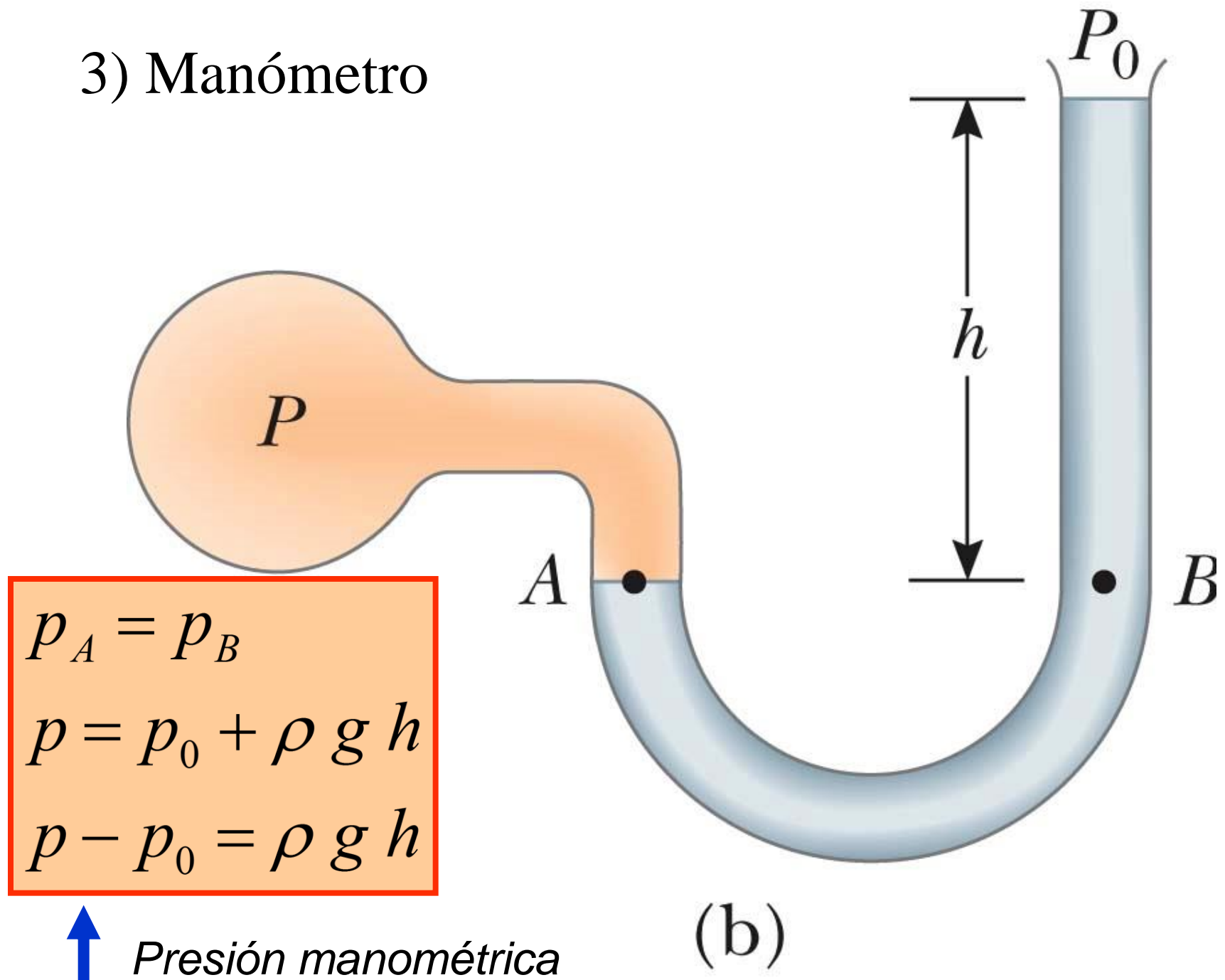


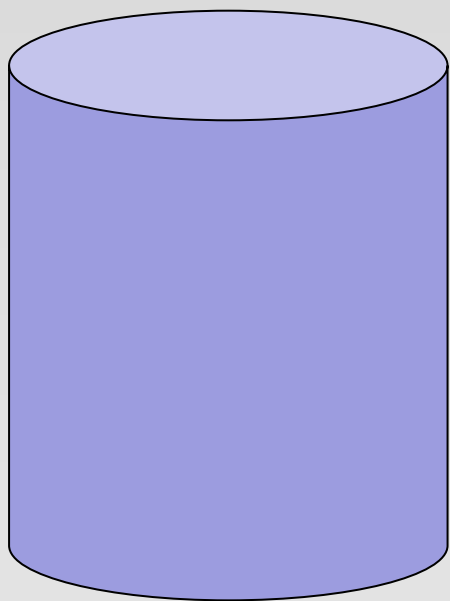
$$p_A = p_B$$

$$\rho g h = p_0 = p_{atm}$$

$$P_0 = \rho g h$$

3) Manómetro





Principio de Arquímedes

E = empuje

$$E = F_2 - F_1 = m g$$

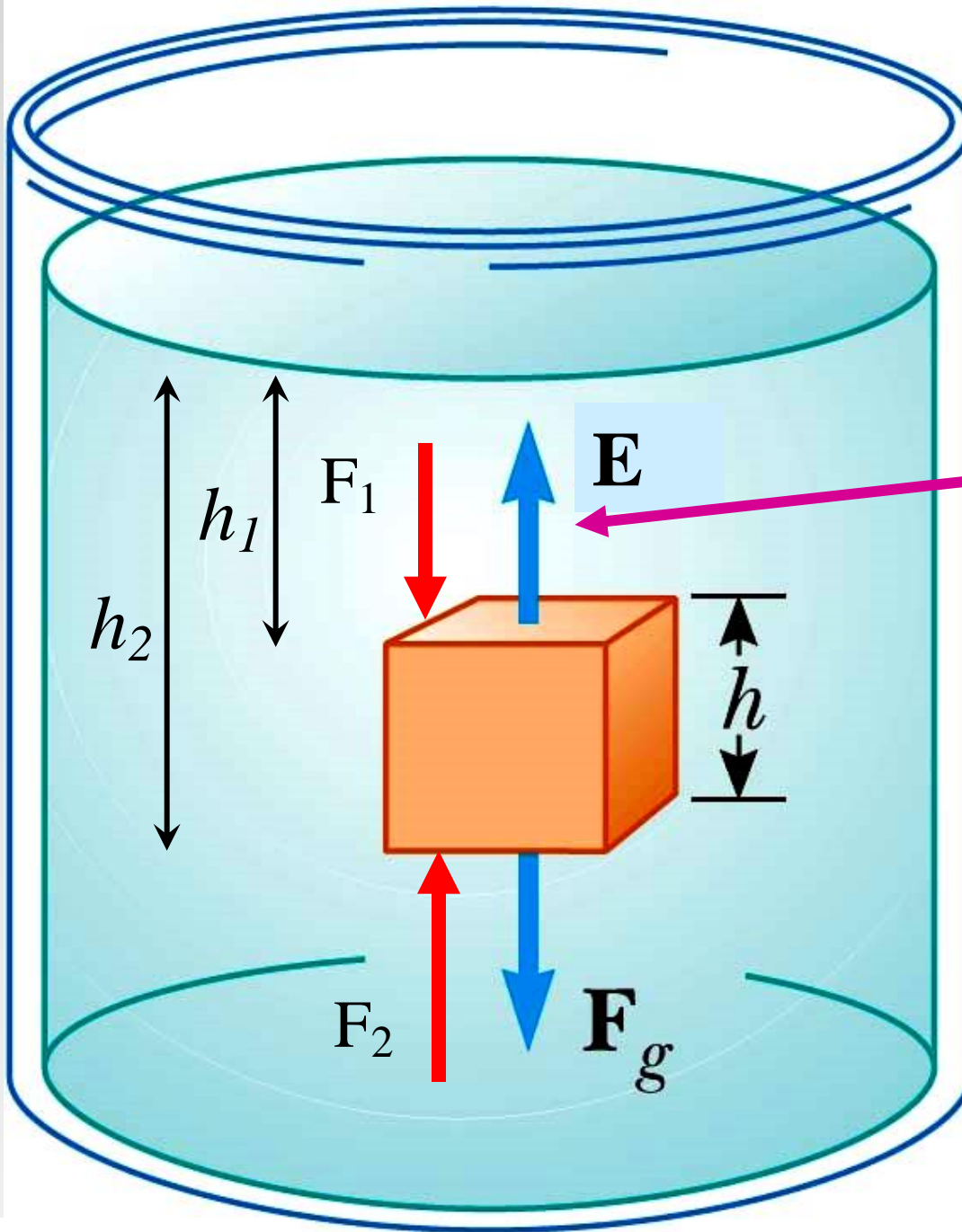
$$E = p_2 A - p_1 A = m g$$

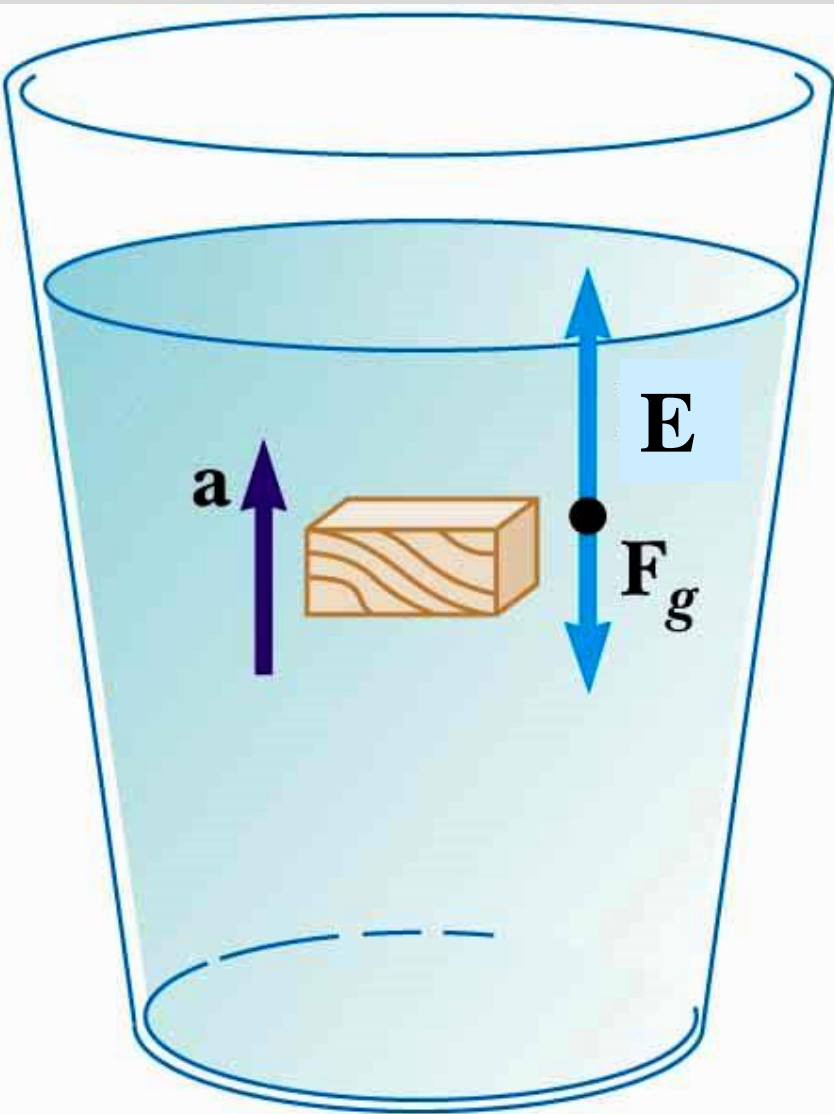
$$(p_2 - p_1) A = m g$$

$$E = \rho_{liq} g h A = m g$$

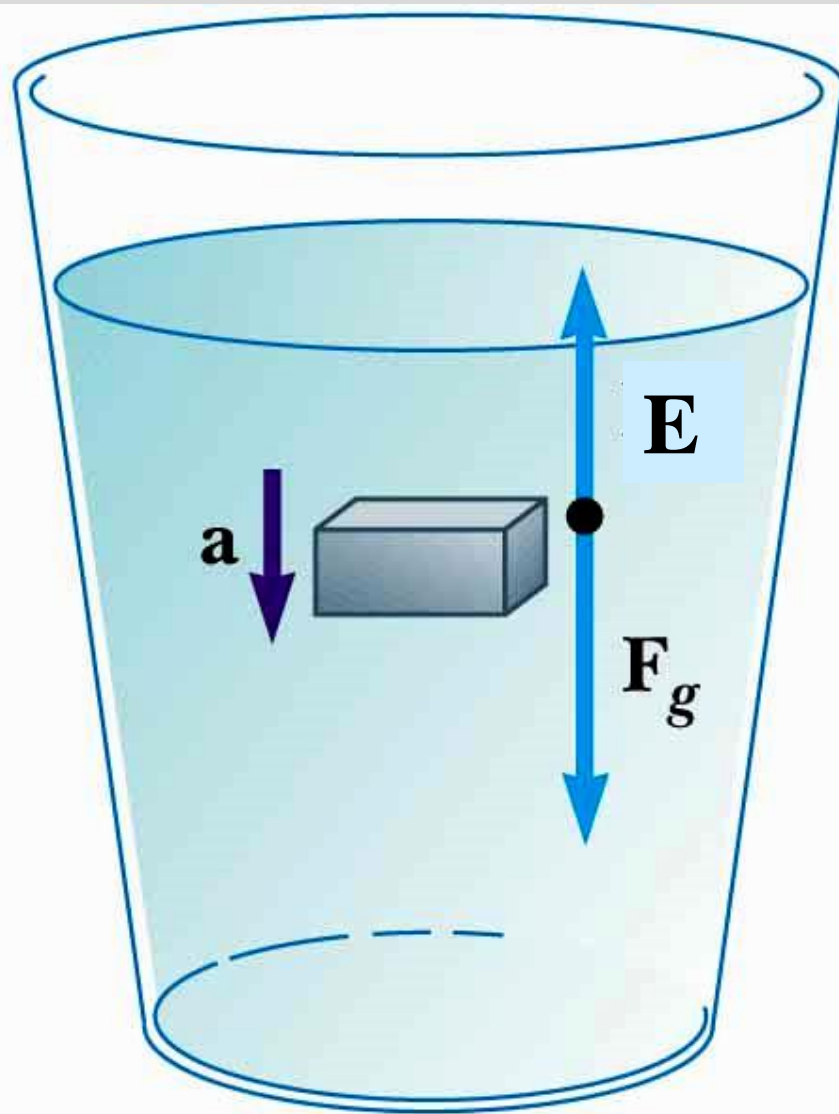
$$E = \rho_{liq} g V = m g$$

$$E = \rho_{liq} g V_{sum}$$

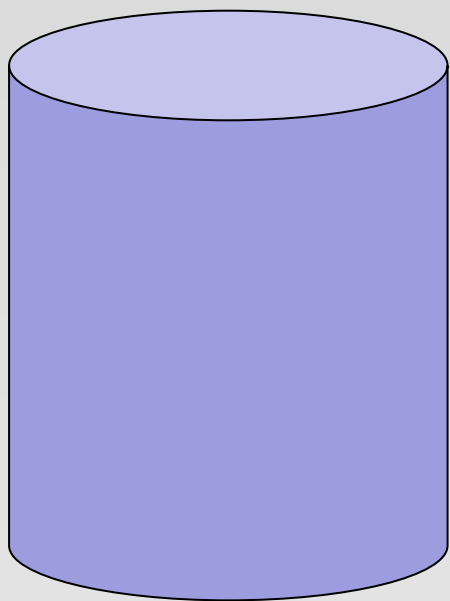




$$E > F_g$$



$$E < F_g$$

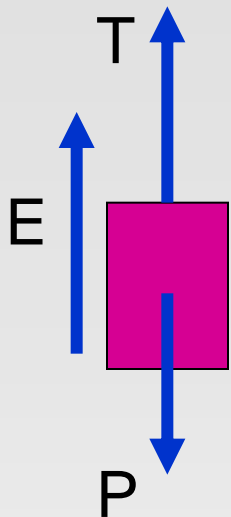




La historia dice que Hierón II, rey de Siracusa, pidió **Arquímedes** (287 a.C. - 212 a.C.), que comprobara si una **corona** que había encargado a un orfebre era de oro puro, pero sin dañarla.

Ejemplo: Una estatua de oro sólido de 15 kg de peso está siendo levantada de un barco hundido. ¿Qué tensión hay en el cable de la grúa cuando la estatua está en reposo, a) totalmente sumergida, b) fuera del agua? $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$; $\rho_{\text{aire}} = 1.2 \text{ kg} / \text{m}^3$

Diagrama de cuerpo libre de la estatua sumergida



$$\text{a) } \sum F_y = 0 = T + E - mg$$

$$E = \rho_{\text{liq}} g V_{\text{sum}} ; V_{\text{sum}} = \frac{m_{\text{oro}}}{\rho_{\text{oro}}} \Rightarrow T = mg - E = 139 \text{ N}$$

$$\text{b) } \sum F_y = 0 = T + E - mg$$

$$E = \rho_{\text{aire}} g V_{\text{sum}} = 9 \times 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow T = mg - E \cong 147 \text{ N}$$

La estatua parece pesar 5% menos que su peso real cuando está sumergida en agua (peso aparente).

