

# Laboratorio N°3: Momento de inercia

Valentina Rossi (75674/9), Daiana Carnevali (75195/8), Valentina Alonso (78123/4), Julián Obregón (75791/3), Juan Cruz Rodríguez (03494/7).

Física I. Grupo G. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

Experiencia realizada el 28/05/2024

Objetivo: Determinar el momento de inercia de un cuerpo rígido irregular.

## Introducción (marco teórico)

Un péndulo físico consiste en un sistema rígido con centro de eje en un punto "O" que está a una distancia  $d$  del centro de masa.

La fuerza gravitacional proporciona un momento de torsión en torno a un eje a través de "O", y la magnitud de dicho momento de torsión es  $mgdsen(\theta)$ . El ángulo de apartamiento respecto de la posición de equilibrio debería ser  $\theta \leq 14^\circ$  para que se realice un Movimiento Armónico Simple.

El cuerpo se modela como un objeto rígido bajo un momento de torsión neto y usa la forma rotacional de la segunda ley de Newton,  $\sum \tau = I\alpha$ , donde  $I$  es el momento de inercia del objeto en torno al eje a través de "O" y  $\alpha$  la aceleración angular. El resultado es:

$$-mgdsen(\theta) = I_o \left( \frac{d^2\theta}{dt^2} \right)$$

El signo negativo indica que el momento de torsión de "O" tiende a disminuir. Es decir, la fuerza gravitacional produce un momento de torsión restaurador. Si de nuevo se supone que  $\theta$  es pequeño, la aproximación  $sen(\theta) \approx \theta$  es válido y la ecuación de movimiento se reduce a:

$$-\left( \frac{mgd}{I_o} \right) = -\omega^2 \theta$$

La solución de esta ecuación es la osciladora armónica simple, es decir:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I_o}}$$

El período del péndulo simple es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgd}}$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $d$  es la distancia entre el eje y el centro de masas,  $m$  es la masa del cuerpo e  $I_o$ , es el momento de inercia respecto de "O", como se indica en la *Figura 1*. Este resultado se puede usar para medir el momento de inercia de un objeto rígido plano.

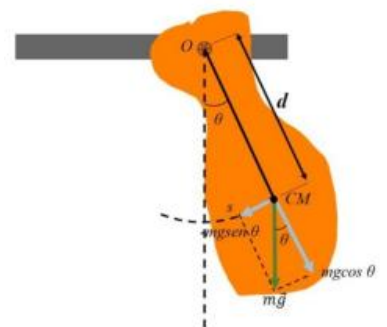


Figura 1

Si se conoce la posición del centro de masa y, por lo tanto, el valor de  $d$ , se obtiene el momento de inercia al medir el período.

## Parte experimental

### Materiales empleados

- Soporte.
- Cuerpo Irregular.
- Cuerpo regular.
- Sensor Photogate “Vernier” conectado a PC.
- Cinta métrica.
- Balanza.

### Procedimiento

## Resultados y discusión

### Cuerpo regular:

Teniendo en cuenta los siguientes datos:

$$d = d \pm \Delta d$$

$$d = 0,09 \text{ m} \pm 0,00 \text{ m}$$

$$m = m \pm \Delta m$$

$$m = 0,085 \text{ kg} \pm 0,005 \text{ kg}$$

$$a = a \pm \Delta a$$

$$b = b \pm \Delta b$$

- Valor promedio del período (T):

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{5}$$

$$\bar{T} = \frac{3,6911}{5}$$

$$\bar{T} = 0,7382$$

- Valor del período según  $T = \bar{T} \pm \Delta T$  :

Donde  $\Delta T$  se calcula de la siguiente manera:

$$\Delta T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2}$$

$$\Delta T = \frac{0,7395 - 0,7373}{2}$$

$$\Delta T = 0,0011$$

$$T = 0,7382 \pm 0,0011$$

- Momento de inercia de forma experimental:  $I_o = I_o \pm \Delta I_o$

$$I_o = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 * mgd$$

$$I_o = \left(\frac{0,738}{2\pi}\right)^2 * 0,085 * 9,8 * 0,09$$

$$I_o = 0,00103 \text{ m}^2\text{kg}$$

$$\Delta I_o = \left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mg\right] \Delta d + \left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 gd\right] \Delta m + \left[\frac{T}{2\pi^2} mgd\right] \Delta T$$

$$\Delta I_o = \left[\left(\frac{0,7382}{2\pi}\right)^2 * 0,833\right] * 0,001 + \left[\left(\frac{0,7382}{2\pi}\right)^2 * 0,882\right] * 0,005 + \left[\frac{0,7382}{2\pi^2} * 0,074\right] * 0,001$$

$$\Delta I_o = 0,00007$$

$$I_o = 0,00103 \pm 0,00007$$

- Momento de inercia de forma teórica:  $I_{oT} = I_{oT} \pm \Delta I_{oT}$

$$\Delta I_{oT} = (2md)\Delta d + \left(\frac{1}{6}ma\right)\Delta a + \left(\frac{1}{6}mb\right)\Delta b + \left[\frac{1}{12}(a^2 + b^2) + d^2\right]\Delta m$$

$$\Delta I_{oT} = (2 * 0,007) * 0,001 + \left(\frac{1}{6} * 0,0085\right) * 0,001 + \left(\frac{1}{6} * 0,017\right) * 0,001 + [0,004 + 0,008] * 0,005$$

$$\Delta I_{oT} = 0,00007$$

$$I_{oT} = \frac{1}{12}(a^2 + b^2)m + d^2m$$

$$I_{oT} = \frac{1}{12}((0,1)^2 + (0,2)^2) * 0,085 + (0,09)^2 * 0,085$$

$$I_{oT} = 0,00104 \text{ m}^2\text{kg}$$

$$I_{oT} = 0,00104 \pm 0,00007$$

Cuerpo irregular:

Teniendo en cuenta los siguientes datos:

$$d = d \pm \Delta d$$

$$d = 0,081 \pm 0,001$$

$$m = m \pm \Delta d$$

$$m = 0,063 \pm 0,005$$

- Valor promedio del período (T):

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{5}$$

$$\bar{T} = \frac{3,5363}{5}$$

$$\bar{T} = 0,70726$$

- Valor del período según:  $T = \bar{T} \pm \Delta T$

Donde  $\Delta T$  se calcula de la siguiente manera:

$$\Delta T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2}$$

$$\Delta T = \frac{0,7079 - 0,7062}{2}$$

$$\Delta T = 0,00085$$

$$T = 0,70726 \pm 0,00085$$

- Momento de inercia de forma experimental:  $I_o = I_o \pm \Delta I_o$

$$I_o = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 * mgd$$

$$I_o = \left(\frac{0,70726}{2\pi}\right)^2 * 0,063 * 9,8 * 0,08$$

$$I_o = 0,0006 \text{ m}^2\text{kg}$$

$$\Delta I_o = \left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mg\right] \Delta d + \left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 gd\right] \Delta m + \left[\frac{T}{2\pi^2} mgd\right] \Delta T$$

$$\Delta I_o = \left[\left(\frac{0,70726}{2\pi}\right)^2 * 0,6\right] * 0,001 + \left[\left(\frac{0,70726}{2\pi}\right)^2 * 0,8\right] * 0,005 + \left[\frac{0,70726}{2\pi^2} * 0,05\right] * 0,00085$$

$$\Delta I_o = 0,00006$$

$$I_o = 0,0006 \pm 0,00006$$

Tabla 1

	Cuerpo irregular	Cuerpo regular
Longitudes		$a = 0,1 \text{ m} \pm 0,0 \text{ m}$ y $b = 0,2 \text{ m} \pm 0,0 \text{ m}$
N° de medida	$T_i \pm \Delta T_i$	$T_i \pm \Delta T_i$
1	$0,7078 \pm 0,0013$	$0,7377 \pm 0,0013$
2	$0,7079 \pm 0,0010$	$0,7395 \pm 0,0012$
3	$0,7076 \pm 0,0022$	$0,7382 \pm 0,0039$
4	$0,7062 \pm 0,0009$	$0,7384 \pm 0,0019$
5	$0,7068 \pm 0,0012$	$0,7373 \pm 0,0014$
Promedio	$\bar{T} = 0,70726$	$\bar{T} = 0,7382$

Incertezas	$\Delta T = 0,00085$	$\Delta T = 0,001$
$\Delta I_o$ Teórico	-	$\Delta I_{oT} = 0,00007$
$\Delta I_o$	$\Delta I_o = 0,00006$	$\Delta I_o = 0,00007$
Resultado teórico	-	$I_{oT} = 0,00104 \pm 0,00007$
Resultado experimental	$I_o = 0,0006 \pm 0,00006$	$I_o = 0,00103 \pm 0,00007$

## Conclusiones

## Referencias

- Filminas. Física 1. Grupo G. Facultad de Ingeniería, Universidad de La Plata.
- Raymond A. Serway y John W. Jewett, Jr. FÍSICA para ciencias e ingenierías (Volumen 1. Séptima edición)