

# Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO)

## Repaso Módulo I

Comisión B3 - 2024

1. (a) Halle la solución  $y(x)$  al siguiente Problema de Valor Inicial: 
$$\begin{cases} y' - \frac{1}{x^2 - 4}y = 0 \\ y(3) = 5 \end{cases}$$
  
(b) Halle la familia de curvas ortogonales a  $y = C(x + 1)$ . Graficar algunas curvas de ambas familias.
2. (a) Resuelva el siguiente Problema de Valor Inicial. Grafique la solución hallada: 
$$\begin{cases} y' + 3y = 6 \\ y(0) = 4 \end{cases}$$
  
(b) Halle la familia de curvas ortogonales en todo punto  $(x, y)$  a la familia  $y = C(x - 2)^2$ .
3. Halle  $y = \varphi(x)$  tal que su gráfica pase por el punto de coordenadas  $(1, 0)$  y tenga en cada punto  $(x, y)$  pendiente igual a  $\frac{1 - y}{x - 2}$ .
4. Resuelva el siguiente Problema de Valor Inicial: 
$$\begin{cases} y' + y = e^x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
. Indique que tipo de ecuación diferencial es y si la solución hallada es única, justificando adecuadamente.
5. (a) Halle la solución general de  $(\sec^2 x - \cos y)dx + (\sec^2 y + x \sen y)dy = 0$ .  
(b) Halle  $y = \varphi(x)$  tal que su gráfica pase por el punto  $(1, -2)$  y tenga, en cada punto  $(x, y)$ , pendiente igual a  $y - 2x$ .
6. (a) ¿Puede asegurar si el siguiente PVI tiene solución? y si la tiene, ¿puede asegurar que sea única? Justifique adecuadamente. 
$$\begin{cases} y' = \frac{2x}{x^2 - 1} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$
  
(b) Si existe, halle la solución única del PVI anterior.  
(c) Halle la solución general de la ecuación diferencial  $(x + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ .
7. (a) Halle la solución particular de  $y' + \frac{3y}{1 + x} = 2$  que pasa por  $(1, 2)$ .  
(b) Halle la familia de curvas ortogonales a  $F_1 : \frac{x^2}{4} + y^2 = C^2$ .

8. (a) Resolver el PVI que modela un decaimiento exponencial:  $\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = -3N(t) \\ N(0) = 1 \end{cases}$
- (b) Halle para que valor de  $t$  se tiene que  $N(t) = \frac{1}{2}$ .
- (c) Halle la solución general de la siguiente ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} + 3y = xe^{-2x}$ .
9. (a) Halle la solución general de  $y' + \frac{1}{x}y = 4$ .
- (b) Halle la solución particular de la ecuación diferencial  $(\cos x + \ln y)dx + \left(e^y + \frac{x}{y}\right)dy = 0$  que pasa por el punto  $(0, 1)$ .
- (c) Halle la familia de curvas ortogonales a  $y^2 = x + C$ . Grafique algunas curvas de ambas familias.
10. (a) Dadas las familias de curvas  $F_1 : y^2 = \alpha x$  y  $F_2 : 2x^2 + y^2 = C^2$ , pruebe que son ortogonales en todo punto  $(x, y)$ .
- (b) Resuelva el siguiente PVI solo en el caso de que se garantice la existencia y unicidad de la solución, justificando adecuadamente.  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 3x + 2y \\ y(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$