Física I

Turno H

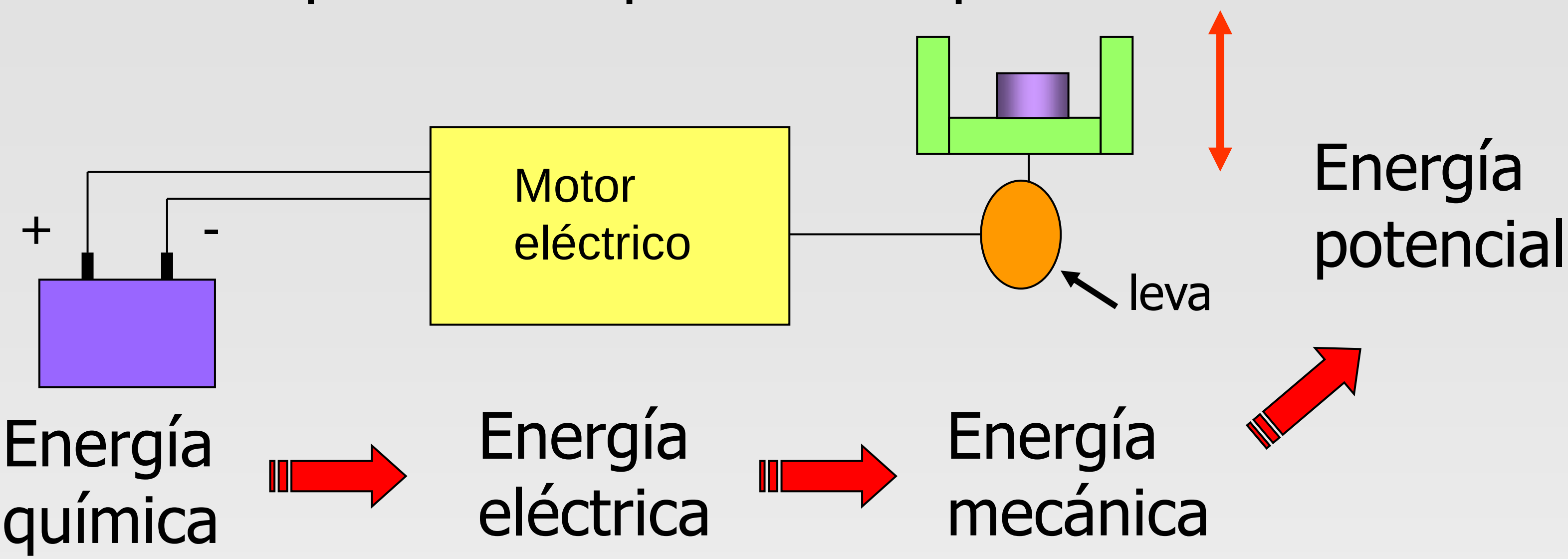
Apuntes de Clase 6

Turno H
Prof. Pedro Mendoza Zélis

El concepto de “energía” es muy importante tanto en ciencia básica como en la práctica de la Ingeniería.

La energía está presente en el Universo en diferentes formas: Mecánica (movimiento de los cuerpos), Electromagnética, Química, Térmica, Nuclear.

Los diferentes tipos de energía pueden transformarse unas en otras utilizando dispositivos o procesos específicos:



Los conceptos de trabajo y energía que desarrollaremos son especialmente útiles cuando la fuerza que actúa sobre una partícula depende de la posición, por ej. en 1D, $F = F(x)$.

En este caso la aceleración no es constante y no podemos aplicar las ecuaciones cinemáticas desarrolladas en la clase anterior.

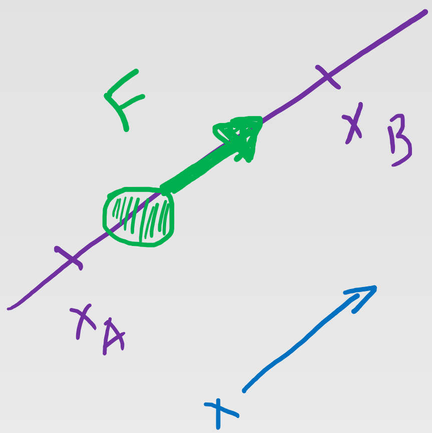
En estos casos, el análisis desde el punto de vista de la energía puede brindar una resolución más simple a determinadas situaciones que la que resultaría por la aplicación directa de la Segunda Ley de Newton.

Los conceptos de "trabajo y energía" que desarrollaremos se fundamentan en las leyes de Newton: no incluyen nuevos conceptos, sino que generan una estrategia de resolución más simple.

Trabajo y energía en una dimensión

Supongamos que una partícula de masa m se mueve entre dos posiciones x_A y x_B en línea recta bajo la acción de una fuerza variable F en la misma dirección:

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} F\,dx$$



$$[W] = N.m = J = \text{JOULE}$$

W ES UN ESCALAR
- < 0 SENTIDO OPUESTO
- $= 0$
- > 0 MISMO SENTIDO

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición x_A y x_B se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xA}^{xB} F \; dx}$$

Unidades

$$[W]=[F].[d]= Newton.m = Joule\,(MKS)$$

$$[W]=[F].[d]=dinas.cm=Ergios\,(cgs)$$

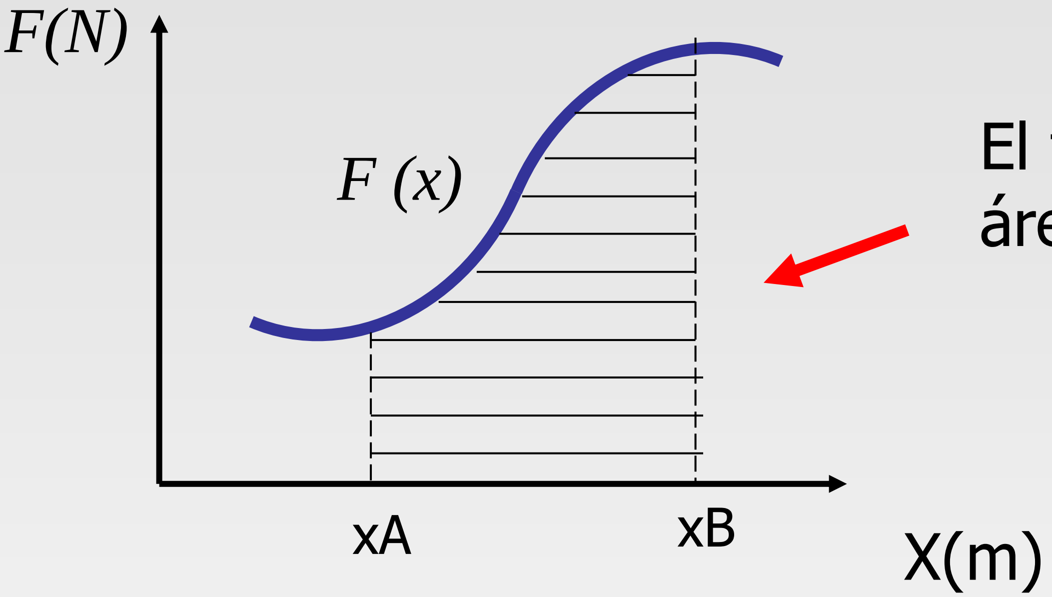
$$1\,Joule=1N.\,1m=10^5\,dinas.\,10^2\,cm=10^7\,ergios$$

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición xA a xB se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xA}^{xB} F \, dx}$$



El trabajo es el área bajo la curva

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición x_A y x_B se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xA}^{xB} F \, dx}$$

- La 2da ley de Newton expresa: $F = m\,a = m\underbrace{\frac{dv}{dt}}$

- $v = \dfrac{dx}{dt} \longrightarrow dx = \underbrace{v\,dt}$

$$F\,dx = \underbrace{m\frac{dv}{dt}}_{F}\underbrace{v\,dt}_{dx} = m\,v\,dv$$

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición xi a xf se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xA}^{xB} F \; dx}$$

$$F \; dx = m \frac{dv}{dt} v \; dt = m \; v \; dv$$

$$\boxed{W = \int_{xA}^{xB} F \; dx = m \int_{vA}^{vB} v \; dv = m \left.\frac{v^2}{2}\right|_{vA}^{vB} = \frac{1}{2} \; m \; v_B^2 - \frac{1}{2} \; m \; v_A^2}$$

Trabajo y energía en una dimensión

Definimos la energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v como:

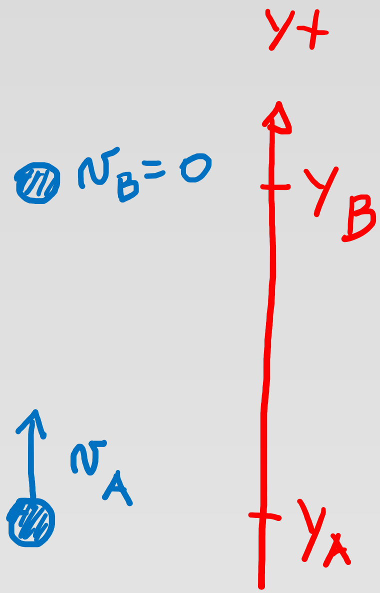
$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$$

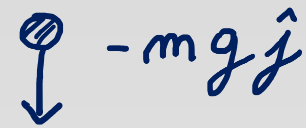
$$\boxed{W = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_A^2 = E_{cB} - E_{cA} = \Delta E_c}$$

EJEMPLO:

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$h = y_B - y_A = ?$$





$$W_{AB} = \int_A^B F\,dy = \int_A^B -mg\,dy = -mg\,y\Big|_{y_A}^{y_B} =$$

$$= -mg(y_B - y_A) = -mgh$$

$$W_{AB} = -mgh = E_{cB} - E_{cA} = \underbrace{\cancel{\tfrac{1}{2} m v_B^2}}_{=0} - \frac{1}{2} m_A v_A^2 = -\frac{1}{2} m_A v_A^2$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{v_A^2}{2g}}$$

EJEMPLO 2:

LEVANTAMOS UN OBJETO DESDE A HASTA B

$v_B = 0$

$v_A = 0$

$$W_{PESO} = -mgh$$

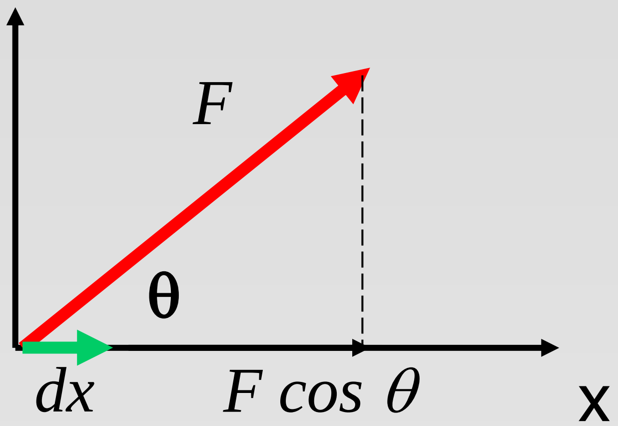
$$W_{TOTAL} = W_{PESO} + W_{PM} = E_{c_B} - E_{cA}$$

$$W_{TOTAL} = -mgh + W_{PM} = 0$$

$$W_{PM} = mgh$$

¡TRABAJO ≠ CANSANCIO!

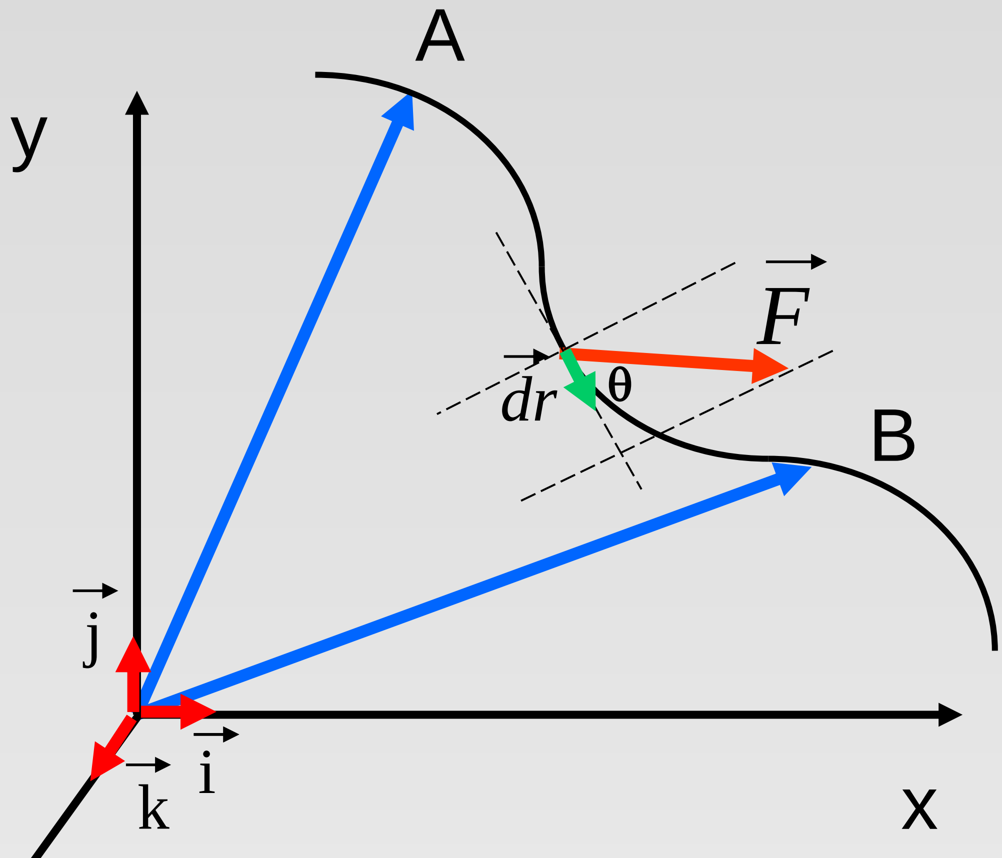
Si la fuerza ***F*** forma un ángulo θ con la dirección de movimiento de la partícula en 1D:



$$W = \int_{x_A}^{x_B} \underbrace{\left|\vec{F}\right| \cos\theta}_{Fx} \, dx = \int_{x_A}^{x_B} \vec{F} \bullet d\vec{x}$$

Producto escalar

Trabajo y energía en el espacio tridimensional



Para el caso <u>3D</u>, la componente de $\vec{F}$ en la dirección del desplazamiento viene dada por el PRODUCTO ESCALAR entre $\vec{F}$ y $d\vec{r}$:

$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

Es un escalar!!!

En general, definimos:

donde:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\, \vec{i} + dy\, \vec{j} + dz\, \vec{k}$$

Trabajo y energía en el espacio tridimensional

TRABAJO:

$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

Como:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\, \vec{i} + dy\, \vec{j} + dz\, \vec{k}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{F} \bullet d\vec{r} = F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz$$

Trabajo y energía en el espacio tridimensional

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r} = \int_A^B F_x\, dx + \int_A^B F_y\, dy + \int_A^B F_z\, dz$$

$$\int_A^B F_x\, dx = \frac{1}{2} m\, v_{xB}^2 - \frac{1}{2} m\, v_{xA}^2$$

$$\left.\begin{array}{c} \displaystyle\int_A^B F_x\, dx = \frac{1}{2}\, m\, v_{xB}^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_{xA}^2 \\ + \\ \displaystyle\int_A^B F_y\, dy = \frac{1}{2}\, m\, v_{yB}^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_{yA}^2 \\ + \\ \displaystyle\int_A^B F_z\, dz = \frac{1}{2}\, m\, v_{zB}^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_{zA}^2 \end{array}\right\}$$

$$\frac{1}{2}\, m\, \overbrace{(v_{xB}^2 + v_{yB}^2 + v_{zB}^2)}^{v_B^2} - \frac{1}{2}\, m\, \overbrace{(v_{xA}^2 + v_{xA}^2 + v_{xA}^2)}^{v_A^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2}\, m\, v_B^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_A^2$$

$$\Downarrow$$

$$E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}$$

$$\boxed{W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet \; d\vec{s} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_B - E_A = \Delta E_c}$$

Definimos como energía cinética a la cantidad:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Teorema de Trabajo - Energía cinética

El trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un objeto entre dos puntos de una trayectoria es igual a la variación de la energía cinética del objeto entre esos dos mismos puntos.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet \, d\vec{r} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{cB} - E_{cA} = \Delta E_c$$

Para varias fuerzas actuando sobre una partícula:

$$W = \int_A^B (\vec{F}_1 + F_2 + \ldots + \vec{F}_i) \bullet d\vec{r} = W_1 + W_2 + \ldots + W_i = \sum_i W_i$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Características del trabajo W:

1) $W = 0$ si no existe desplazamiento ($d\vec{r} = 0$).

2) $W = 0$ para fuerzas perpendiculares al desplazamiento ya que $cos\ 90^o = 0$.

3) El signo de W depende del ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{r}$. Por ej. $Wfr < 0$, ya que $cos\ 180^o = -1$

Potencia: es el trabajo realizado por unidad de tiempo

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{Joules}{s} = Watts$$