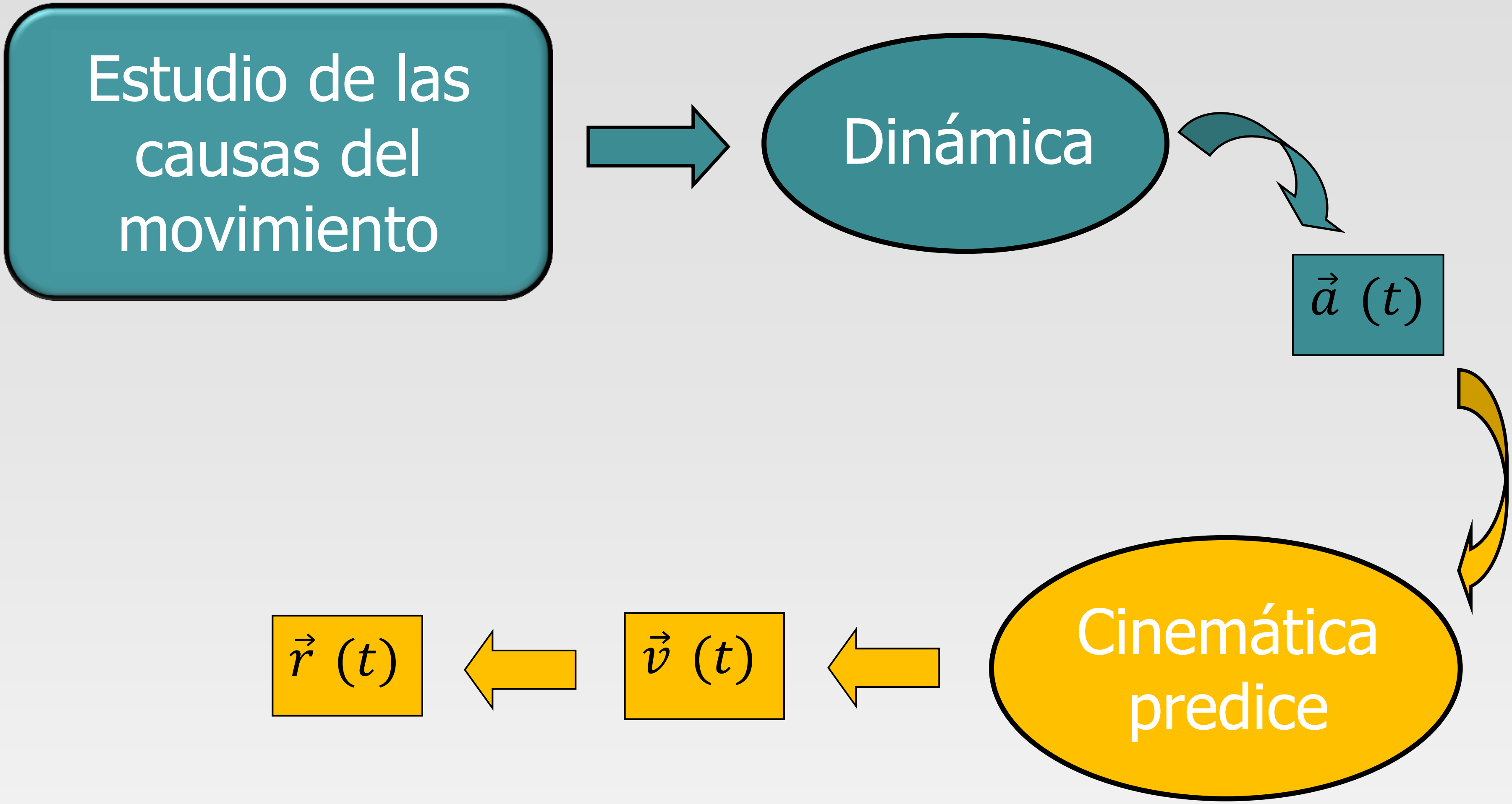
Física I

Turno H

Apuntes de Clase 5

Turno H
Prof. Pedro Mendoza Zélis

Conociendo las leyes de Newton pudimos hasta el momento determinar la aceleración de una partícula sometida a una fuerza haciendo uso de la "Dinámica". En esta clase abordaremos el estudio de la "Cinemática" que nos permitirá predecir el movimiento de dicha partícula:



Supongamos una partícula que se mueve en una dimensión
y que está sometida a una fuerza constante:

Objetivo: predecir su posición y su velocidad en cualquier instante:

Introducción a la Cinemática

Supongamos que sobre una partícula de masa m, que se mueve en una sola dimensión (arbitrariamente elegimos x), se aplica una fuerza F en dicha dirección. Sabiendo que en el instante $t_0=0$, su posición es x_0 y su velocidad v_0 podemos predecir su posición y velocidad en cualquier instante t:

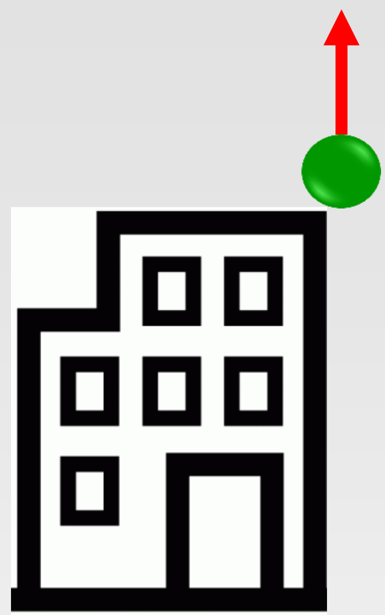
$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

$$v_x(t) = \ v_{0,x} + a_x\ t$$

$$x(t) = x_0 + v_{0,x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

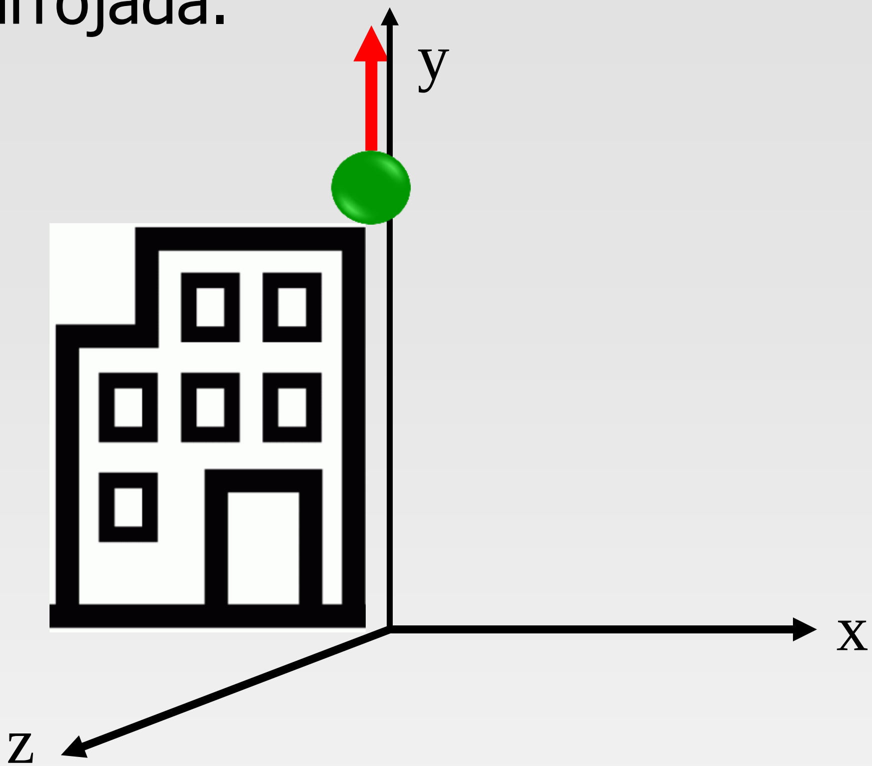
Movimiento en 1 dimensión

Se arroja una pelota hacia arriba en dirección vertical con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) tiempo total de vuelo; d) velocidad al llegar al piso e) posición y velocidad un segundo después de que la pelota fue arrojada.



Movimiento en 1 dimensión

Se arroja una pelota hacia arriba en dirección vertical con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) tiempo total de vuelo; d) velocidad al llegar al piso e) posición y velocidad un segundo después de que la pelota fue arrojada.



$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\ v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t + \dfrac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

$$a_y = -9{,}8\,\frac{m}{s^2}$$

$$v_y(t) = \; v_{0,y} + a_y \; t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

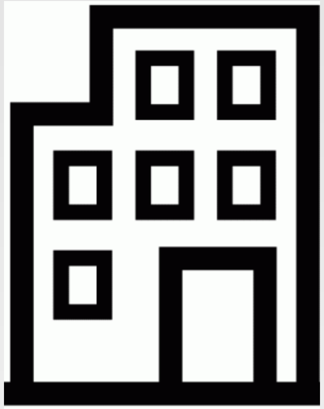
$$a_y = -9{,}8\,\frac{m}{s^2}$$

$$v_y(t) = \; v_{0,y} + a_y\; t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

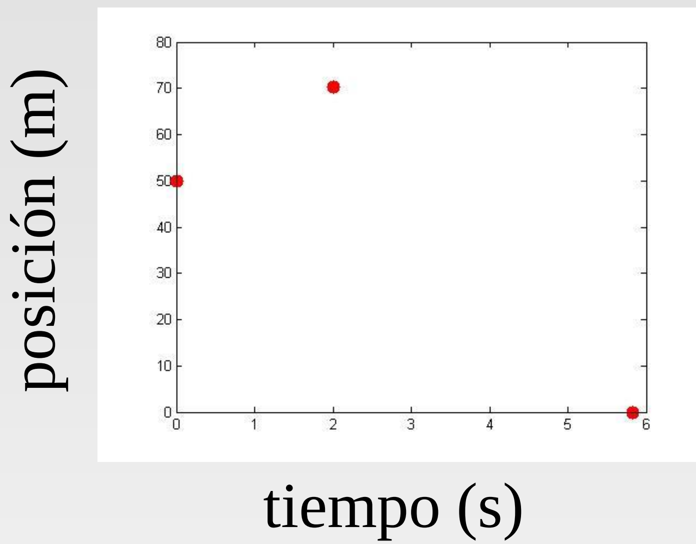
Movimiento en 1 dimensión

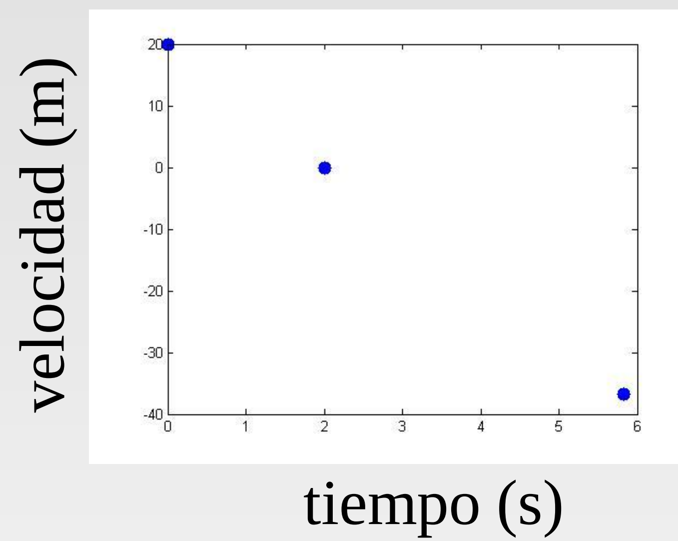
Tiempo	Posición	Velocidad	
0s	50m	20m/s	punto inicial
2s	70.4m	0m/s	máxima altura
5.8s	0m	-36.8m/s	instante previo a llegar al suelo



Movimiento en 1 dimensión

Tiempo	Posición	Velocidad	
0s	50m	20m/s	punto inicial
2s	70.4m	0m/s	máxima altura
5.8s	0m	-36.8m/s	instante previo a llegar al suelo

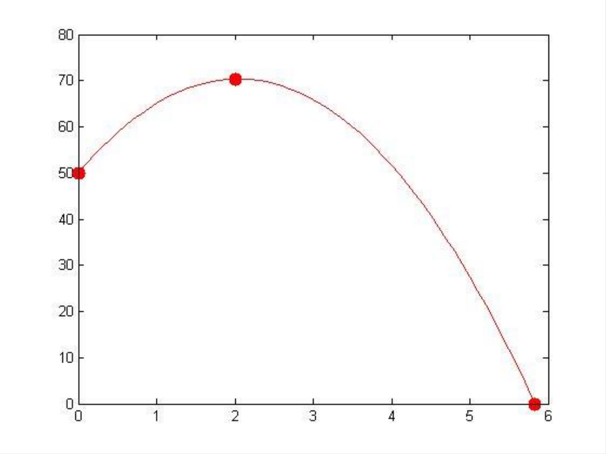




Movimiento en 1 dimensión

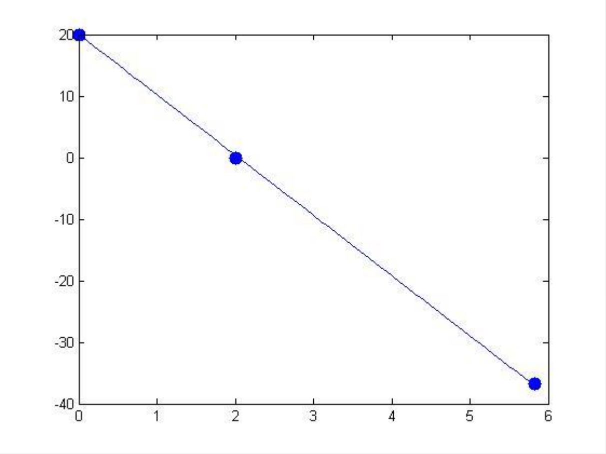
$$
\begin{cases}
a_y = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\[2ex]
v_y(t) = \ v_{0,y} + a_y\ t = 20\,\dfrac{m}{s} - 9.8\,\dfrac{m}{s^2}\,t \\[2ex]
y(t) = y_0 + v_{0y}t + \dfrac{1}{2}a_y t^2 = 50m + 20\,\dfrac{m}{s}\,t - \dfrac{1}{2}\,9.8\,\dfrac{m}{s^2}\,t^2
\end{cases}
$$

posición (m)



tiempo (s)

velocidad (m)



tiempo (s)

Cinemática

Recordando que $\vec{a} = \dfrac{d\ \vec{v}}{dt}$ ➔ $d\ \vec{v} = \vec{a}(t)\ dt$

Integrando queda: $\displaystyle\int_{v_0}^{v} d\ \vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\ dt$

➔ $$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\ dt}$$

Si $\vec{a}(t) = \vec{a} = cte$ ➔ $\displaystyle\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a} \int_{t_0}^{t} dt = \vec{a}\ (t - t_0)$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\ (t - t_0)}$$

Cinemática

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,(t - t_0)}$$

Expresión vectorial

3 ecuaciones escalares!!!!

comp. "x", comp. "y", comp. "z"

$$\left\{\begin{aligned} v_x(t) &= v_{0,x} + a_x\,(t - t_0) \\ v_y(t) &= v_{0,y} + a_y\,(t - t_0) \\ v_z(t) &= v_{0,z} + a_z\,(t - t_0) \end{aligned}\right.$$

Los valores de velocidad en cada eje dependen de los valores iniciales en ese eje, de la aceleración en ese mismo eje y del tiempo transcurrido.

Conociendo $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$ podremos determinar la coordenada de una partícula para un dado tiempo t :

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}(t) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\, dt = \int_{t_0}^{t} [\vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)]\, dt$$

Recordando que estudiamos el caso $\vec{a}(t) = \vec{a} = cte$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \vec{a}\frac{(t - t_0)^2}{2}}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \vec{a}\frac{(t - t_0)^2}{2}}$$

Expresión vectorial!!!

3 ecuaciones escalares!!!

$$\left\{\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_{0x}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_x(t - t_0)^2 \\ y(t) &= y_0 + v_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_y(t - t_0)^2 \\ z(t) &= z_0 + v_{0z}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_z(t - t_0)^2 \end{aligned}\right\}$$

Las coordenadas dependen de los valores iniciales <u>en cada eje</u>, de la velocidad inicial <u>en cada eje</u> y de la aceleración <u>en cada eje</u>.

Cinemática

Si estudiamos una partícula cuya aceleración es constante:

$$\vec{a}(t) = \vec{a} = cte$$

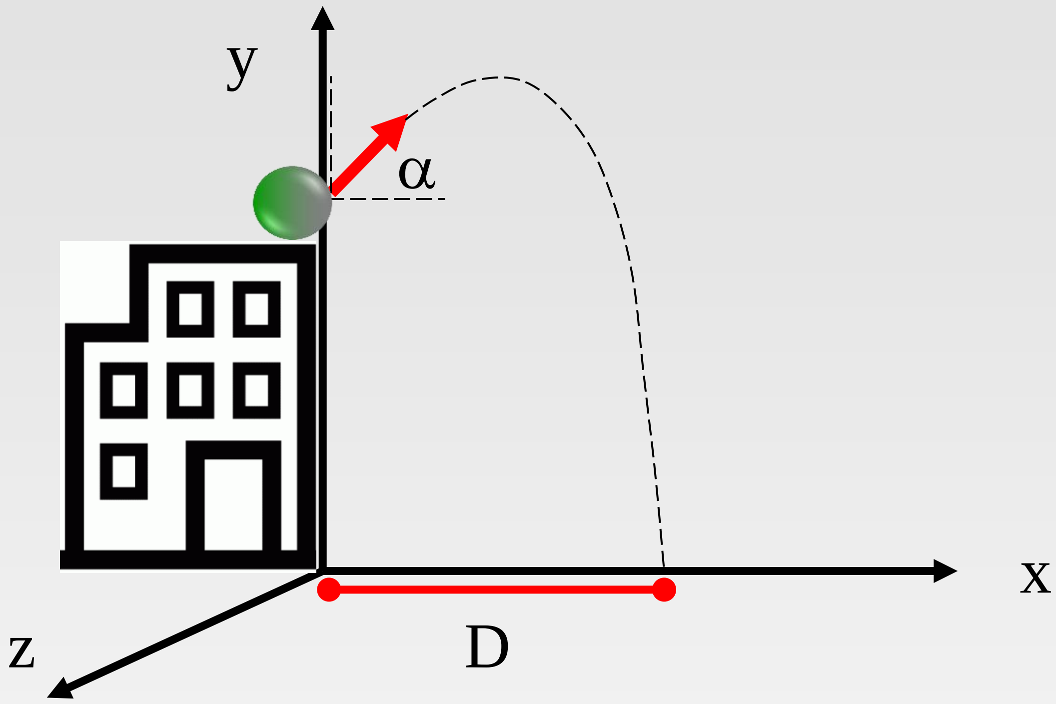
Y conocemos su posición $\vec{r}_0$ y su velocidad $\vec{v}_0$ en un instante inicial $t_0=0$, podemos determinar su posición y velocidad en cualquier instante t:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\ t}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

Movimiento en 2 dimensiones

Se arroja una pelota en la dirección indicada (α = 30º), con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) velocidad en el punto de máxima altura; d) tiempo total de vuelo; e) coordenada D al llegar al piso; f) velocidad al impactar contra él.

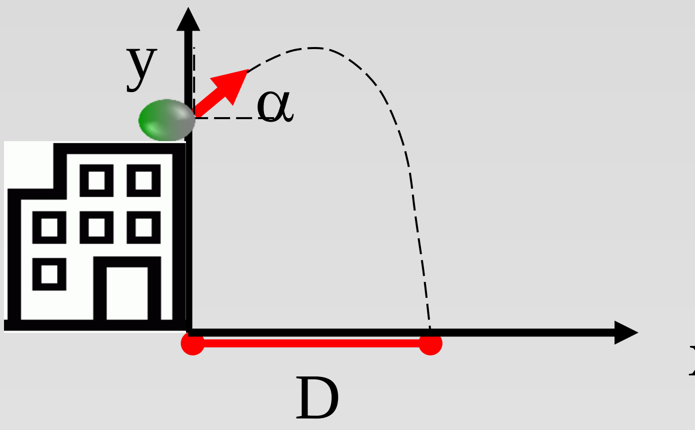


$$z(t) = 0$$

Movimiento en 2 dimensiones

$\alpha = 30^o$, $v_0 = 20$ m/s, $h = 50$ m

a) tiempo para llegar a la máxima altura
b) máxima altura desde el piso
c) velocidad en el punto de máxima altura
d) tiempo total de vuelo
e) coordenada D al llegar al piso
f) velocidad al impactar contra él



Movimiento en 2 dimensiones

Condiciones iniciales a t=0

Eje x:
$$\begin{cases} v_x(t=0) = \ v_{0x} = v_0 \cos a \\ x(t=0) = x_0 = 0m \end{cases}$$

Eje y:
$$\begin{cases} v_y(t=0) = \ v_{0,y} = v_0 sen\ a \\ y(t=0) = y_0 = 50m \end{cases}$$

Movimiento en 2 dimensiones

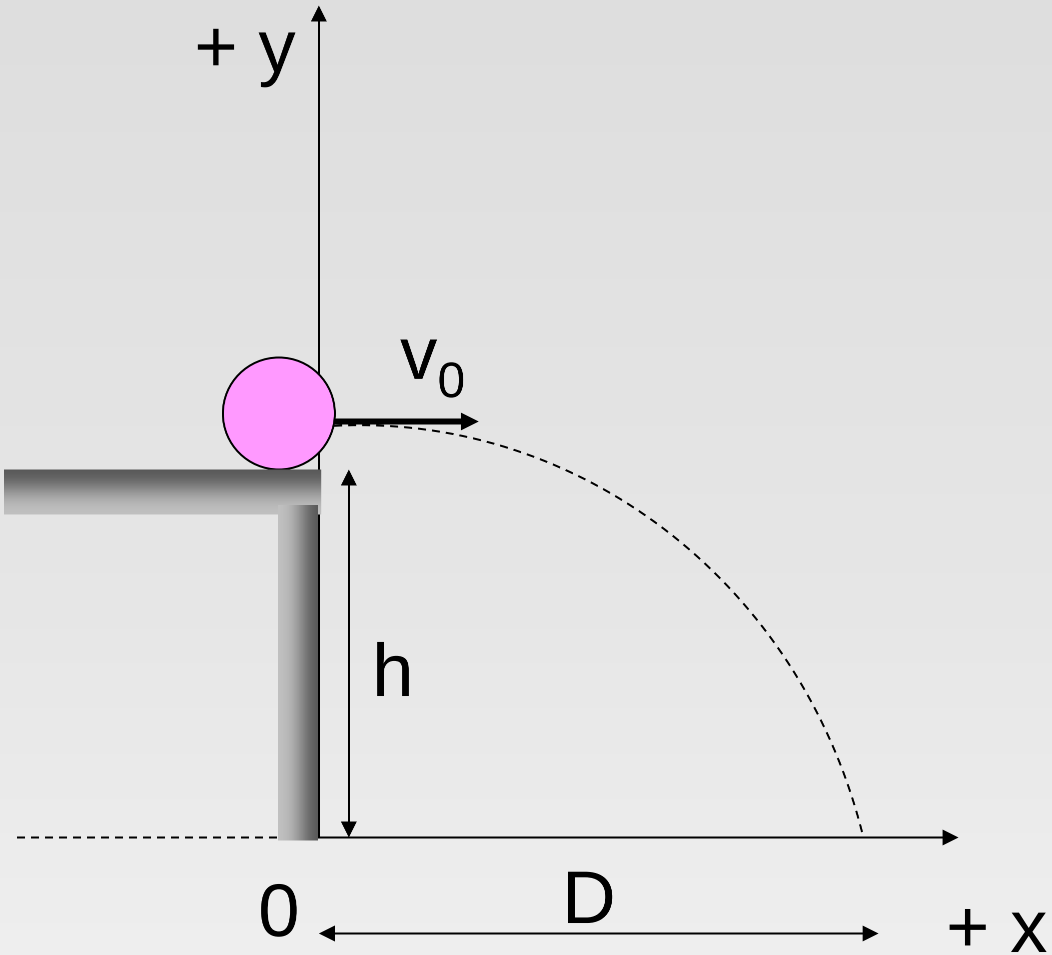
Eje x:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x(t) = \ v_{0x} = v_0 \cos a \\ x(t) = v_{0x}t = v_0 \cos a \ \ t \end{cases}$$

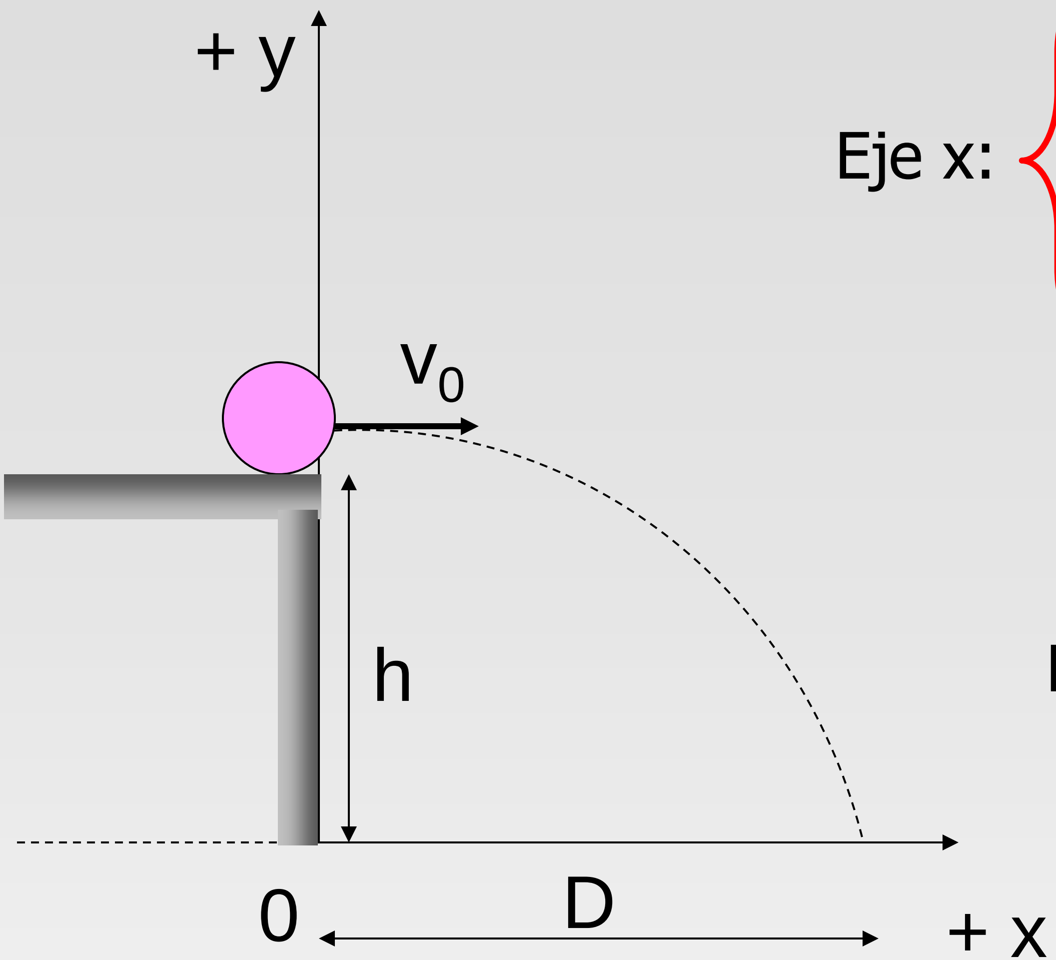
Eje y:

$$\begin{cases} a_y = -g = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\ v_y(t) = \ v_{0,y} + a_y \ t = v_0 sena - gt \\ y(t) = y_0 + v_0 sena \ t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Otro ejemplo: ¿D?



Otro ejemplo: ¿D?

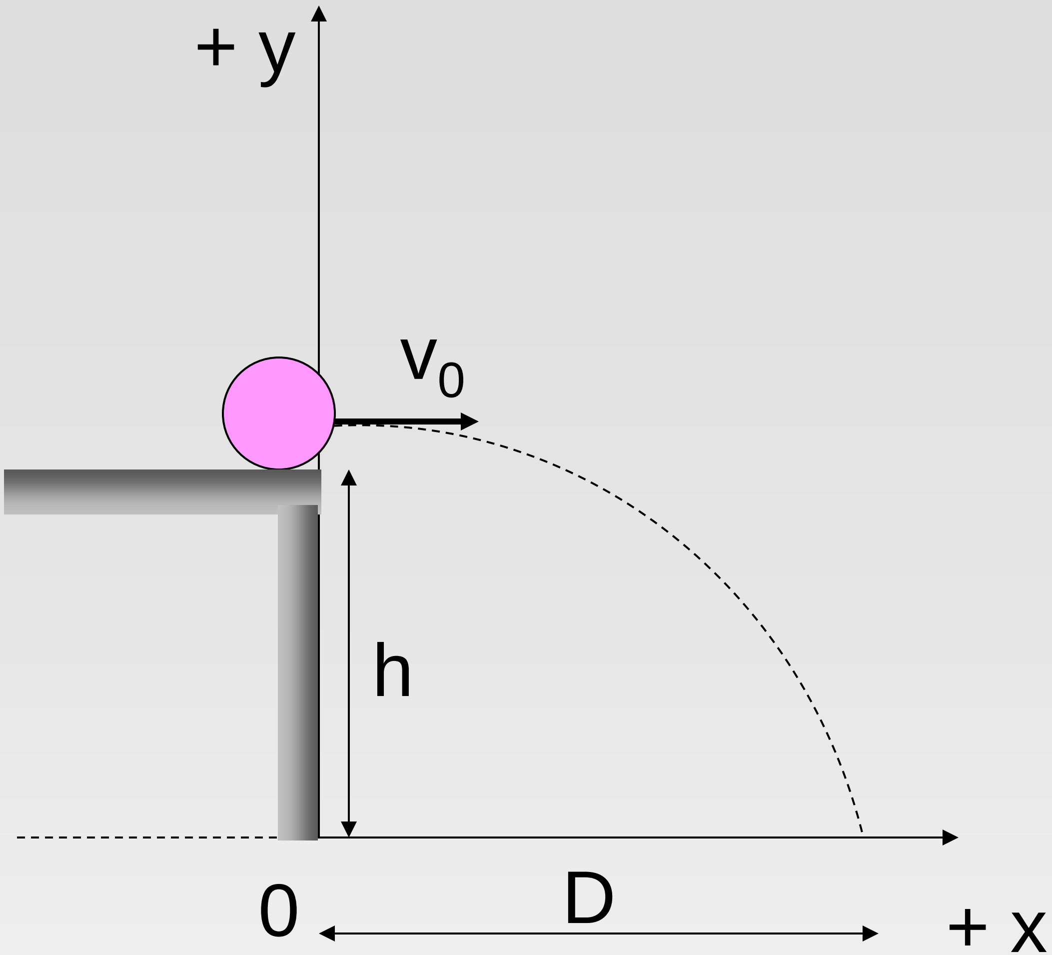


Condiciones iniciales a t=0

Eje x:
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_{0x} = v_0 \\ x(t=0) = x_0 = 0m \end{cases}$$

Eje y:
$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\,\frac{m}{s^2} \\ v_{0y} = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$$

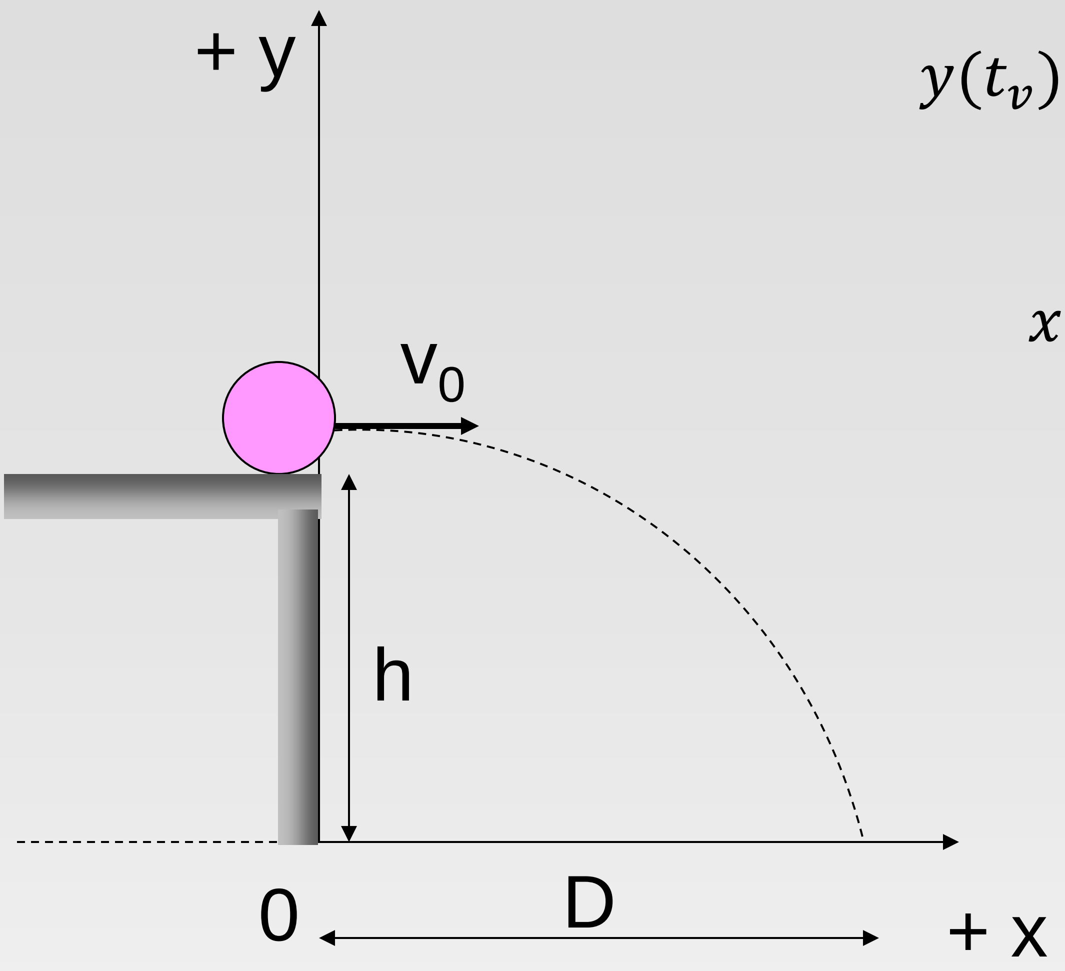
Otro ejemplo: ¿D?



$$
\begin{cases}
a_x = 0 \\
v_x(t) = v_{0x} = v_0 \\
x(t) = v_{0x}\ t
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
a_y = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\
y(t) = h - \dfrac{1}{2} g\ t^2 \\
v_y(t) = -g\ t
\end{cases}
$$

Otro ejemplo:



Si t_v es el tiempo total de vuelo:

$$y(t_v) = 0 = h - \frac{1}{2} g \ t_v{}^2$$

$$x(t_v) = D = v_0 \ t_v$$

$$v_y(\ t_v) = -g \ t_v$$

Analogías entre cinemática lineal y circular

Analogías entre cinemática lineal y circular

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \vec{\alpha} = \frac{d\vec{w}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$$

Cinemática lineal con **a** = cte	Cinemática de rotación con α = cte
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0\, t + \frac{1}{2} a\, t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0\, t + \frac{1}{2} \alpha\, t^2$