Criterios de convergencia

Comisión B3 - Matemática B

Criterio de la divergencia

$$\text{Si } \lim_{n\to\infty} a_n \neq 0 \text{ entonces } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverge.}$$

Criterio de la integral

Sea f una función continua, decreciente y positiva para $x \in [1, \infty)$ y sea $a_n = f(n)$, entonces

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ converge si y sólo si } \int_1^{\infty} f(x)\, dx \text{ converge.}$$

Criterio de comparación

Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ son tales que $0 \leq a_n \leq b_n$ para todo n:

- Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge.

Criterio del cociente

Sea $\{a_n\}$ tal que $a_n > 0$ para todo n y $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$, entonces:

- Si $L < 1$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- Si $L > 1$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.
- Si $L = 1$ el criterio no decide.

Criterio de comparación en el límite

Si $a_n > 0$ y $b_n > 0$ para todo n y $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L > 0$ entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge si y sólo si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge.

Convergencia absoluta

$$\text{Si la serie } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \text{ converge, entonces la serie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ también converge.}$$

Criterio de Leibniz

Sea $\{a_n\}$ tal que $a_n > 0$ para todo n, si $\{a_n\}$ es decreciente y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, entonces la *serie alternada* $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ converge.