

# Movimiento Armónico Simple y Oscilador Amortiguado

Juan Carlos Rojas Velásquez\* and Thomas Andrade Hernández\*\*

*Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.*

(Dated: 13 de septiembre de 2023)

El presente informe busca describir con detalle el procedimiento realizado en el laboratorio con el fin de estudiar las características principales del Movimiento Armónico Simple (MAS) y del Oscilador Amortiguado. En esta práctica se logró observar las consecuencias de hacer oscilar masas de distinto volumen y densidad en presencia de un fluido como lo es el aire, obteniendo de esta manera resultados variados y no muy precisos. Ejemplo de estos resultados los encontramos en la gravedad terrestre, cuyo valor experimental obtenido fue de  $g = 7.4 \pm 0.7 \text{ m/s}^2$ .

## I. INTRODUCCIÓN

El movimiento armónico simple es un fenómeno físico que se puede apreciar en diversas situaciones que impliquen la periodicidad en un desplazamiento. El ejemplo más común de este tipo de movimiento se encuentra en la oscilación descrita por un péndulo. La descripción del movimiento de un péndulo simple está dado por la ecuación diferencial

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\ell$  la longitud del péndulo. Cuya solución tiene la forma

$$\theta(t) = \theta_{\text{máx}} \cos(\omega_0 t)$$

donde  $\theta_{\text{máx}}$  es la amplitud del movimiento y  $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$ . Además, para un péndulo físico, la ecuación diferencial está dada por

$$\ddot{\theta} + \frac{b\ell^2}{I}\dot{\theta} + \frac{mg\ell}{I}\theta = 0$$

cuya solución está dada por

$$\theta(t) = \theta_{\text{máx}} e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(\omega t)$$

con

$$\omega^2 = \omega_*^2 - \frac{\gamma^2}{4}$$

donde  $\omega_* = \frac{mg\ell}{I}$  y  $\gamma = \frac{b\ell^2}{I}$ . Cabe destacar que  $I$  es el momento de inercia del péndulo que está dado por

$$I = \frac{2}{5}mr^2 + mL^2$$

## II. MONTAJE EXPERIMENTAL

Para la práctica se usó el montaje experimental mostrado en la Figura 1

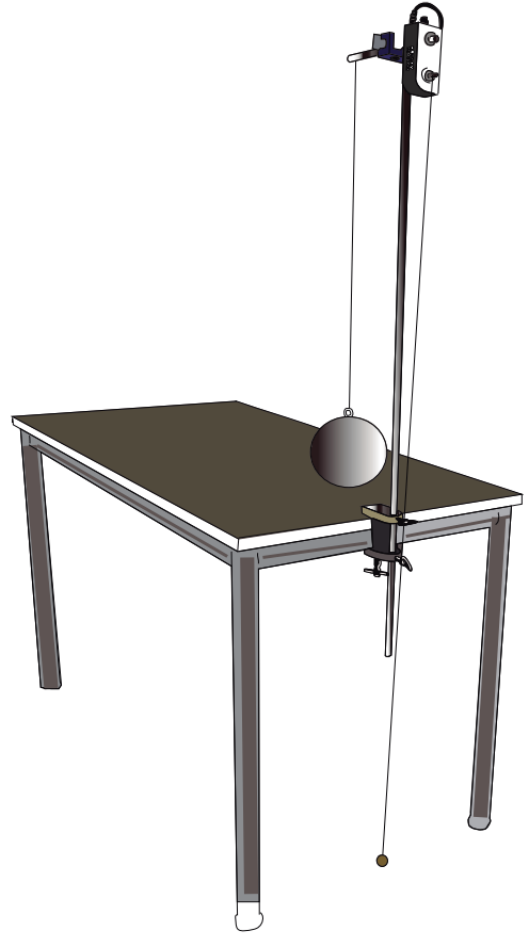


Figura 1. Configuración experimental de la práctica. Se observan dos péndulos: péndulo poliestireno y el péndulo de bronce. Además, en la parte de arriba, se encuentra el sensor de movimiento angular. Imagen obtenida de [1]

\* Correo institucional: jc.rojasv1@uniandes.edu.co

\*\* Correo institucional: t.andrade@uniandes.edu.co

### A. Péndulo simple

Para tomar los datos, en primera instancia se utilizó la esfera de bronce pequeña con una medida del hilo que la conectaba con el sensor de movimiento angular de 1.3 m. Se inició el software de LoggerPro para tomar los datos del sensor de movimiento angular. Antes de tomar los datos de las oscilaciones se estableció el cero para tomar las medidas. Se abrió hasta un ángulo de  $10^\circ$  para después soltarlo y tomar datos por 30 s. Para medir el período de la oscilación se tomó el cambio en el tiempo y el número de oscilaciones en ese cambio para tomar su división. Este procedimiento se repitió 6 veces cambiando la longitud del péndulo en 0.15 m.

### B. Péndulo físico

Para el péndulo físico, se hizo el mismo procedimiento que en el péndulo simple, solo que la longitud del hilo con que está atada la esfera de poliéster tiene una longitud de 1.5 m. Se tomaron datos cambiando la altura 0.1 m para cada medición.

## III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

### A. Análisis cualitativo

- ¿Qué diferencia apreciable se ven en las oscilaciones de la esfera de bronce y la de ICOPOR?

La diferencia más apreciable es el amortiguamiento del péndulo de la esfera de ICOPOR con respecto a la de bronce.

- Suponga que tanto la esfera de bronce como la de ICOPOR tienen la misma masa, pero como las densidades son diferentes, su tamaño también. ¿En ese caso se ven también diferencias en las oscilaciones? ¿Por qué?

Para el caso de la esfera de bronce, no se hallaría mayor diferencia. Sin embargo, para la esfera de ICOPOR, debido a que la solución que describe su movimiento depende de su momento de inercia, en principio la oscilación debería cambiar.

- ¿Qué pasaría con la frecuencia y el período del péndulo físico amortiguado si la cuerda se cambia por una varilla con masa significativa.

Dado que su masa es significativa, se debe tener en cuenta en el cálculo de momento de inercia, de forma que el período sería más bajo y, por ende la frecuencia sería mayor.

### B. Análisis cuantitativo

#### 1. Péndulo simple

Para cada altura se obtuvieron los siguientes valores de período. Además, se calculó la frecuencia natural teórica del péndulo y el período teórico mostrado en Cuadro I.

Altura [m]	$\omega_{0\text{exp}}$ [1/s]	$\omega_{0\text{teo}}$ [1/s]	$T_{\text{exp}}$ [s]	$T_{\text{teo}}$ [s]	$\Delta T$ [s]
1.3	2.84	2.74	2.21	2.29	0.08
1.15	2.94	2.91	2.13	2.15	0.02
1	3.03	3.12	2.07	2.01	0.06
0.85	3.19	3.39	1.97	1.85	0.12
0.7	3.43	3.74	1.83	1.68	0.15
0.55	4.00	4.21	1.57	1.49	0.08

Cuadro I. Datos experimentales obtenidos en el laboratorio. Donde  $\omega_{0\text{exp}}$ ,  $\omega_{0\text{teo}}$ ,  $T_{\text{exp}}$  y  $T_{\text{teo}}$  son las frecuencias naturales naturales experimental y teórica; y los períodos experimental y teórico, respectivamente.

Los datos experimentales de la altura y la frecuencia natural linealizados se muestran en la Figura 2.

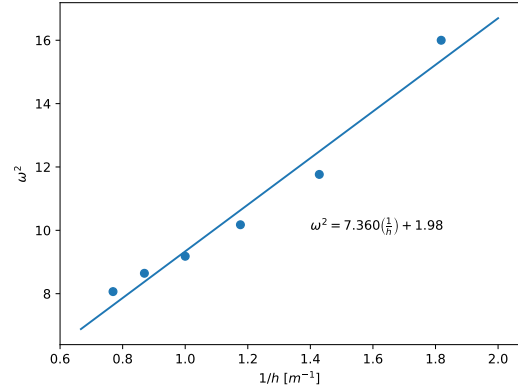


Figura 2. Gráfica de  $\omega^2$  vs  $1/h$

La regresión anteriormente dada tiene la forma

$$\omega^2 = (7.4 \pm 0.7) \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \frac{1}{h} + (2.0 \pm 0.8) \text{ s}^{-2}$$

por lo que el valor de la gravedad medido es de  $7.4 \pm 0.7 \text{ m/s}^2$ .

#### 2. Péndulo físico

Para el péndulo físico se obtuvieron los resultados experimentales mostrados en el Cuadro II.

Altura [m]	$\gamma$ [s <sup>-1</sup> ]	$\omega$ [rad·s <sup>-1</sup> ]
1.5	0.07828	2.393
1.40	0.06514	2.488
1.30	0.07762	2.581
1.20	0.064	2.663
1.10	0.0506	2.663
1.00	0.04022	2.86

Cuadro II. Tabla de datos experimentales recolectados en la práctica. Los valores de  $\gamma$  y  $\omega$  fueron tomados de la regresión hecha por *LoggerPro* que tiene la forma  $x(t) = Ae^{-\gamma/2t} \cos(\omega t)$ .

Tomando el promedio de los valores de  $\gamma$  y  $\omega$  se obtuvieron los valores de  $\omega = 3.2 \pm 0.4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  y  $\gamma = 0.06 \pm 0.01 \text{ s}^{-1}$ . Al hacer los cálculos de la frecuencia teórica para el péndulo físico se tienen los resultados del Cuadro III.

Altura [m]	$\omega_{\text{teo}}$ [rad·s <sup>-1</sup> ]
1.5	2.737
1.40	2.909
1.30	3.118
1.20	3.380
1.10	3.720
1.00	4.184

Cuadro III. Datos teóricos para la  $\omega$ .

Estos resultados son parecidos a los experimentales para los valores pequeños de la altura. Así que se puede decir que se tuvo cierto éxito en la práctica.

Tener la diferencia entre los dos péndulos no es

suficiente para ver la fuerza de fricción con el aire. Se puede ver únicamente mirando las frecuencias angulares, que cambian demasiado aún habiendo añadido el término de amortiguamiento en la ecuación diferencial de movimiento.

Los cálculos de incertidumbre y regresiones fueron hechas con los códigos del repositorio público en GitHub para tareas del laboratorio. [2]

#### IV. CONCLUSIONES

Los principales objetivos de esta práctica fueron satisfechos en su totalidad. Se pudo apreciar el comportamiento de dos péndulos diferentes, uno compuesto por una pequeña esfera de bronce y otro por una esfera más grande de ICOPOR. Los resultados obtenidos, por otro lado, dejan de qué hablar dada la lejanía considerable de la aceleración de la gravedad obtenida experimentalmente con respecto al valor real de esta. Este desliz en los valores se puede llegar a atribuir a la sobre simplificación del modelo, habiéndose observado un movimiento de precesión al estar trabajando con un péndulo en tres dimensiones.

Por último, al referirnos a los resultados del péndulo de ICOPOR podemos encontrar resultados mucho más consistentes con la teoría en un primer momento, aunque al ir reduciendo la altura estos comienzan a ser mucho más disímiles. Esta situación puede atribuirse a movimientos secundarios realizados por el péndulo, ya que al momento de medir los datos, la esfera no solo poseía una pequeña precesión, sino que también oscilaba con respecto al punto de anclaje, lo que en mayor o menor medida pudo generar la deformación en los datos.

[1] N. Berrío Herrera, *Guías de Laboratorio. Ondas y fluidos*. (Universidad de Los Andes, 2023).

[2] J. C. Rojas Velásquez and T. Andrade Hernández, «Lab\_utilities,» (2023).