

Constante de Estructura Fina: Acercamiento a su Valor con Diversos Elementos

Juan Carlos Rojas Velásquez* and Thomas Andrade Hernández**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 19 de septiembre de 2023)

El presente informe busca destacar los resultados obtenidos luego de la observación de los espectros de los elementos de hidrógeno, deuterio, neón, sodio y mercurio. A partir de la información recolectada por el espectrógrafo ESPARTACO de la Universidad de los Andes, se realizó una estimación de la razón de las masas del electrón y protón con las longitudes de onda asociadas a las líneas espectrales de H_α y D_α . Además, con base en los resultados de la distancia de separación del doblete del deuterio se obtuvo un estimado de la constante de estructura fina de Sommerfeld. El valor de m_e/m_p fue de $(5.77 \pm 0.09) \times 10^{-4}$, mientras que el de α fue de $(7.30 \pm 0.09) \times 10^{-3}$.

I. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de la estructura fina se encuentra representado por la distancia de separación que se encuentra en las líneas del espectro de emisión relativas a una enorme cantidad de elementos. Algunos de los elementos en los que se puede apreciar estructura fina son el hidrógeno, sodio y mercurio.

Esta separación de las líneas espectrales se presenta como consecuencia directa de interacciones electromagnéticas del electrón al orbitar alrededor del núcleo. Recordemos que el electrón es una partícula cargada en movimiento, lo que se traduce inmediatamente en la manifestación de un campo magnético a su alrededor, mismo que generará perturbaciones en las ondas emitidas al saltar de nivel de energía, siendo estas perturbaciones las dobles líneas. Una forma de verlo se aprecia en la Figura 1.

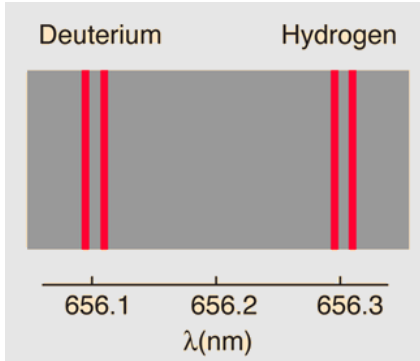


Figura 1. Representación gráfica del doblete generado en el deuterio e hidrógeno a causa de la estructura fina.

En esta práctica de laboratorio se tiene como propósito el observar la estructura fina de elementos como el

hidrógeno, deuterio, sodio y mercurio, y con esta información obtenida encontrar el valor de la constante de estructura fina de Sommerfeld, mismo que se calculó empleando la siguiente ecuación descrita por el mismo autor de la teoría [1]:

$$\alpha = \sqrt{\frac{72}{5} \cdot \frac{hc}{\lambda_{D-\alpha} m_e c^2}} \quad (1)$$

De manera complementaria se busca encontrar la razón de las masas del electrón y el protón partiendo de los valores obtenidos para las longitudes de onda $\lambda_{D-\alpha}$ y $\lambda_{H-\alpha}$ (las cuales representan los valores de la longitud de onda del fotón emitido al pasar del nivel energético 3 al 2). La ecuación empleada para este propósito tiene la forma:

$$\frac{m_e}{m_p} = 2 \cdot \frac{\lambda_{H-\alpha} - \lambda_{D-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \quad (2)$$

La deducción de esta ecuación se anexa en el apéndice de cálculos y error.

II. METODOLOGÍA

La práctica se realizó en el Observatorio de la Universidad de Los Andes, donde se encuentra el espectrógrafo de alta resolución ESPARTACO¹ cuyo diagrama esquemático de funcionamiento se muestra en la Figura 2. Se tomaron los espectros de los elementos de sodio (Na), mercurio (Hg), hidrógeno (H), deuterio (D) y neón (Ne).

* Correo institucional: jc.rojasv1@uniandes.edu.co

** Correo institucional: t.andrade@uniandes.edu.co

¹ Acrónimo para Espectrógrafo de Alta Resolución para Trabajos Astronómicos en Colombia.

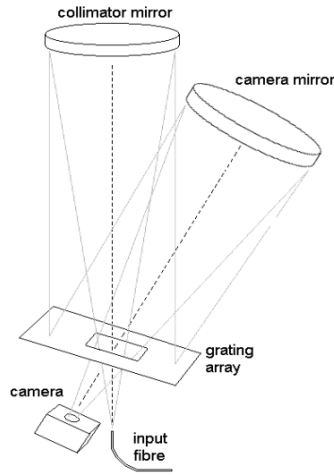


Figura 2. Diagrama de funcionamiento interno de ESPARTACO. La fibra óptica por donde entra la luz, el haz de luz no atraviesa la rendija de difracción y llega al colimador, redirige la luz en una sola dirección hasta la rendija de difracción, para después reflejarse en un espejo directamente hacia la cámara.

Una vez establecido el gas a estudiar, se usó la fibra óptica de ESPARTACO para hacer las mediciones de espectro. El tiempo de exposición para los gases de sodio, mercurio, hidrógeno, deuterio y neón fueron de 1, 30, 10, 10 y 10 segundos, respectivamente.

Luego de la toma de datos, se usó el programa Fiji ImageJ para hacer el análisis de datos y obtener los perfiles del espectro de cada uno de los elementos utilizados.

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En prácticas anteriores se había tratado de conseguir ver el espectro del átomo de mercurio sin mucho éxito. Sin embargo, ESPARTACO, al tener una resolución mayor, puedo captar la líneas amarillas del mercurio sin ningún problema, como se muestra en la Figura 3, además de poder obtener el espectro del sodio, mostrado en la Figura 4.

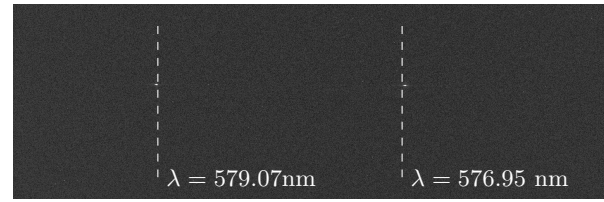


Figura 3. Espectro del mercurio. Se muestran dos líneas de espectro que caen dentro del rango amarillo. Estas dos líneas tienen como separación apenas 2.12 nm.

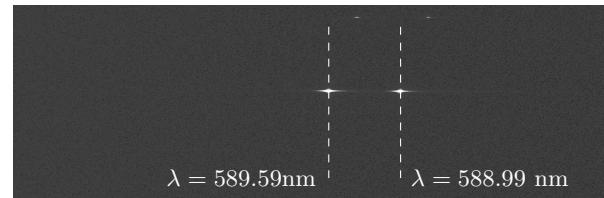
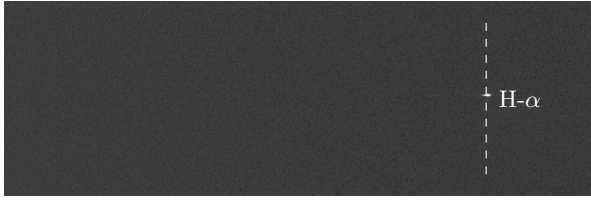


Figura 4. Espectro del sodio. Se muestran dos líneas de espectro que caen dentro del rango amarillo. Estas dos líneas tienen longitudes de onda de 589.59 nm y 588.99 nm.

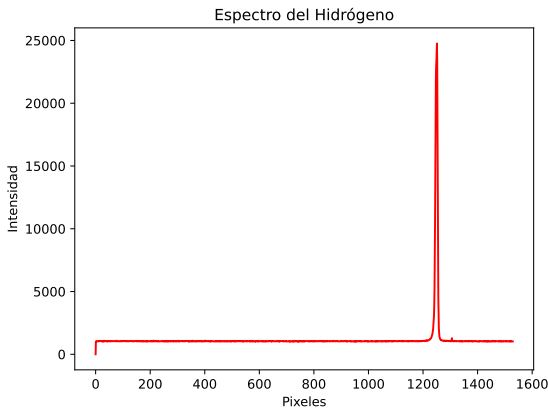
Se notó que las distancias entre los puntos de mayor intensidad es aparentemente grande en la imagen, pero en una medida real, son un pocos nanómetros. Esto dió cuenta de la alta resolución que tenía ESPARTACO.

Para el análisis de imagen se utilizó el programa Fiji ImageJ² de donde se extrajeron los datos de las Figuras 5(a), 6(a) y 7(a), lo cuales son mostrados en las Figuras 5(b), 6(b) y 7(b), respectivamente.

² Se utilizó este programa en vez de IRIS, recomendado en la guía de laboratorio, pues hay más versatilidad a la hora de establecer los ejes para la toma de datos.

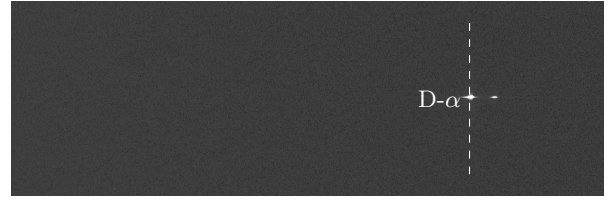


(a) Espectro tomado por ESPARTACO del hidrógeno. La imagen tiene una anchura de 1530 px y altura de 500 px. La “línea” H- α mostrada en la imagen, teniendo en cuenta las fuentes [2], debe tener una longitud de onda $\lambda_{H-\alpha} = 656.285$ nm.

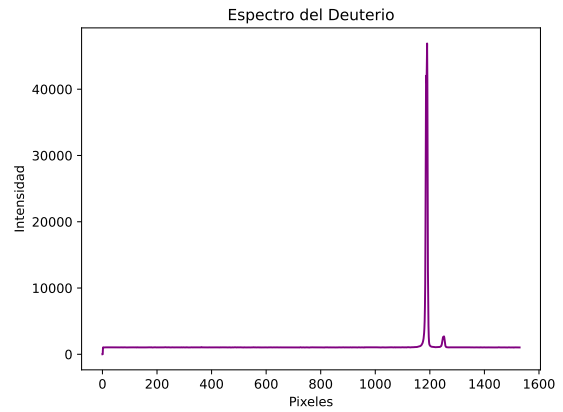


(b) Intensidad vs píxeles del hidrógeno.

Figura 5. Espectro y datos obtenidos para el hidrógeno.



(a) Espectro tomado por ESPARTACO del deuterio. La imagen tiene una anchura de 1530 px y altura de 500 px. La “línea” D- α mostrada en la imagen, teniendo en cuenta las fuentes [2], debe tener una longitud de onda $\lambda_{D-\alpha} = 656.291$ nm.



(b) Intensidad vs píxeles del deuterio.

Figura 6. Espectro y datos obtenidos para el deuterio.

Combinando los datos para los espectros del neón, el hidrógeno y el deuterio, se obtuvo la Figura 8. Esta imagen permitió encontrar la diferencia de pico a pico desde la franja del neón permitiendo establecer una relación longitud real/píxel.

Al tener en cuenta las longitudes de onda dadas por la NIST³ [2] se calculó que en la escala en el rango rojo del espectro se cumple una relación de

$$d_{\text{real}} = 0.00310548086 \text{ nm/píxel } d_{\text{píxeles}} \quad (3)$$

Una vez obtenida la relación, se toman las diferencias de longitud de onda entre H- α y D- α , que se consiguen mediante el análisis de la Figura 9.

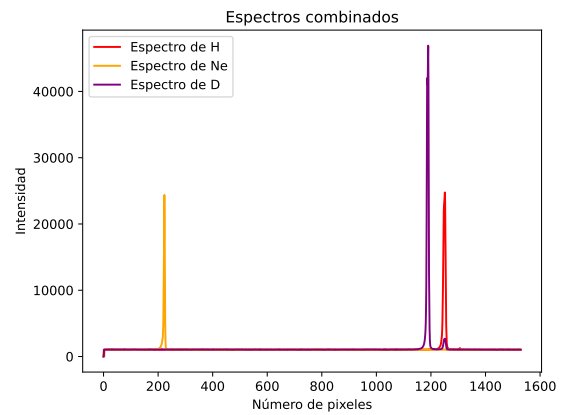


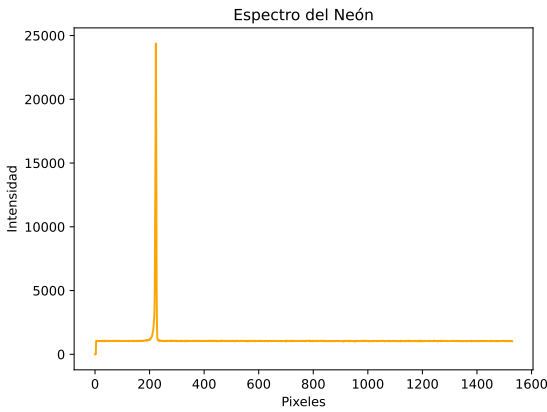
Figura 8. Gráfica de intensidad vs píxeles de datos combinados del hidrógeno (rojo), neón (naranja) y deuterio (púrpura). Los picos de cada uno de los espectros se encuentran en el píxel 1251, 223 y 1190, respectivamente.

De la Figura 9 se obtuvo la distancia entre pico y pico del espectro del hidrógeno y el deuterio, siendo esta de 61 px usando la ecuación (3), obteniendo que

³ National Institute of Standards and Technology.



(a) Espectro tomado por ESPARTACO del neón. La imagen tiene una anchura de 1530 px y altura de 500 px. La “línea” del Ne mostrada en la imagen, teniendo en cuenta las fuentes [2], debe tener una longitud de onda $\lambda_{Ne} = 653.288$ nm.



(b) Intensidad vs píxeles del neón.

Figura 7. Espectro y datos obtenidos para el neón.

entre $H-\alpha$ y $D-\alpha$ hay una distancia de 0.189 ± 0.003 nm, lo cual concuerda con los valores teóricos [3]. Además de esto hay que anotar que, en la Figura 9, se aprecia que en el espectro del deuterio un pequeño “bulto” que coincide con la longitud de onda de $H-\alpha$; se teoriza que esto es debido a rastros de hidrógeno dentro de la lámpara que se colaron al momento de encapsular el material. También se pensó en que el deuterio, mediante un proceso de desintegración, pasara a ser hidrógeno; se descartó esta posibilidad por la considerable estabilidad del isótopo y la imposibilidad de que algo así sucediera en consecuencia.

Por otro lado, al tomar únicamente el espectro del hidrógeno se obtienen los datos mostrados en la Figura 10 donde la estructura fina de la línea $H-\alpha$ no es tan apreciable como lo puede ser con la línea $D-\alpha$.

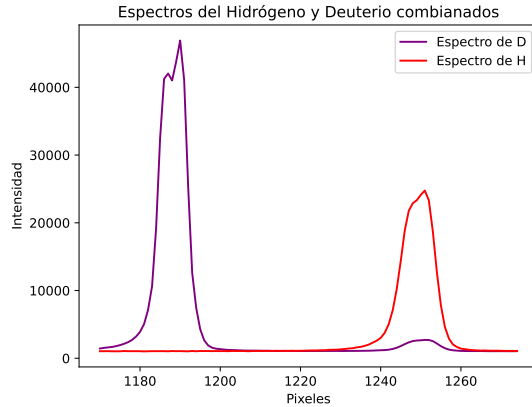


Figura 9. Superposición de los espectros del hidrógeno (rojo) y el deuterio (púrpura). Nótese que la escala va desde el pixel número 1170 al 1275.

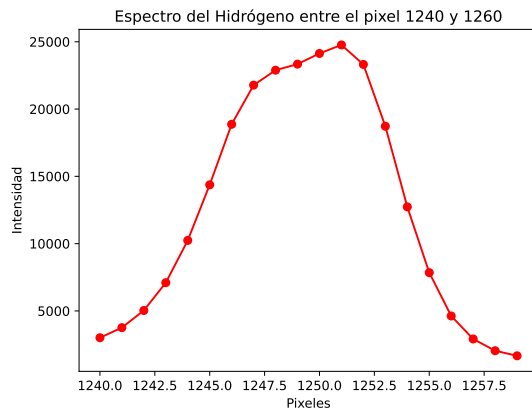


Figura 10. Espectro de emisión del hidrógeno reducido entre los pixeles 1240 y 1260 de la Figura 5(a). Los picos del espectro se encuentran en los pixeles 1248px y 1251px, respectivamente.

La distancia entre los “picos” del espectro, que están en los pixeles 1248 y 1251, es de 3px que corresponderían a (0.009 ± 0.003) nm, valor que no difiere tanto con la literatura [3]. Por parte del deuterio, se tiene que la estructura fina es más apreciable como se puede observar en los datos reducidos de la Figura 11.

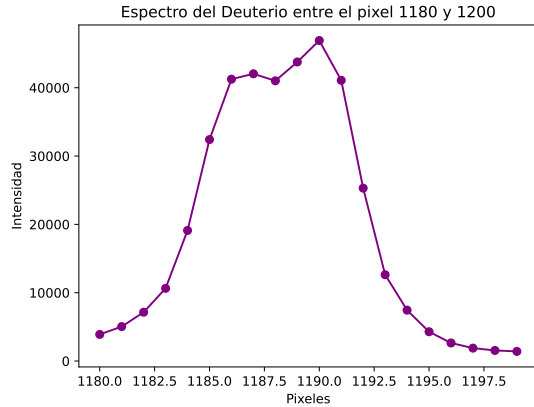


Figura 11. Espectro de emisión del deuterio reducido entre los pixeles 1180 y el 1200 de la figura de la Figura 6(a). Los picos del espectro se encuentran en los pixeles 1187 y 1190, respectivamente.

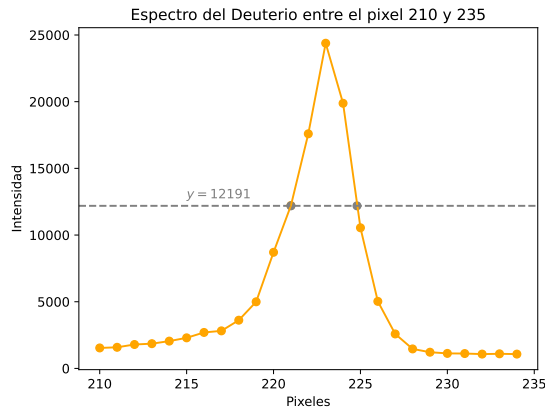


Figura 12. Espectro de emisión del neón reducido entre los pixeles 210 y 235 de la Figura 7(a). Se puede apreciar que la mitad se alcanza en la intensidad 12191 y que entre los puntos es de 3 px.

Teniendo en cuenta que los picos de emisión para D- α están en 1187px y 1190px, su separación es de 3px, valor equivalente a una distancia de (0.009 ± 0.003) nm. Al igual que para el hidrógeno, este valor no difiere mucho del esperado [3].

Para la razón entre la masa del electrón y la del protón se empleó la Ecuación 2, la cual nos proporcionó un valor de $m_e/m_p = (5.77 \pm 0.09) \times 10^{-4}$, cantidad muy cercana a la predicha por los datos teóricos.

Para hallar la resolución de ESPARTACO, al tomar únicamente el espectro del neón se obtienen los datos presentados en la Figura 12. De la cual se obtiene su FWHM⁴.

Teniendo en cuenta que el FWHM es de 3 px, usando la ecuación (3) se obtiene que la resolución está dada por $R = (7 \pm 2) \times 10^4$, este valor presenta una discrepancia con lo estipulado con la documentación [4] de un 7.84 % aproximadamente.

Teniendo en cuenta la fórmula (1) y los resultados para la longitud de onda del Hidrógeno, se obtiene que la constante de estructura fina tiene un valor de

$$\alpha = (7.30 \pm 0.09) \times 10^{-3}.$$

IV. CONCLUSIONES

El emplear el espectrógrafo ESPARTACO se tradujo en un incremento considerable en la precisión de las mediciones generales, obteniendo de esta manera valores más exactos para la longitud de onda de los espectros de los átomos de hidrógeno, deuterio, neón, sodio y mercurio. En consecuencia, el fenómeno de la estructura fina se hizo visible en forma del doblete observado para los espectros de emisión de los elementos previamente mencionados.

Podemos considerar que los resultados obtenidos para la razón de masas entre el electrón y el protón fue muy cercano al valor descrito en la literatura, siendo expresamente $m_e/m_p(\text{Teórico}) = 5.35 \times 10^{-4}$ contra un sólido $m_e/m_p(\text{Experimental}) = (5.77 \pm 0.09) \times 10^{-4}$. Por otro lado, el cálculo de la constante de estructura fina fue de $\alpha(\text{Experimental}) = (7.30 \pm 0.09) \times 10^3$, un valor extremadamente cercano al esperado de $\alpha(\text{Teórico}) = 7.29735 \times 10^3$. Estos valores tan parecidos a la teoría nos permiten concluir que esta práctica cumplió con sus objetivos principales de manera satisfactoria.

⁴ Full Width at Half Maximum.

-
- [1] A. Sommerfeld, *Naturwissenschaften* **28**, 417–423 (1940).
 - [2] «Atomic spectra database,» (2009).
 - [3] «Estructura fina del hidrógeno,» (2023).

- [4] B. Oostra and D. Ramirez, Revista Colombiana de Física **42** (2010).
 [5] J. C. Rojas Velásquez and T. Andrade Hernández, «Modern Phy Lab,» (2023).

V. APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

Para hacer los cálculos asociados a la práctica se usó el repositorio de código abierto hecho por Thomas Andrade Hernández y Juan Carlos Rojas en GitHub [5].

A. Cálculo de la proporción de masas

Para poder deducir la fórmula de la proporción de las masas del electrón y del protón se emplearon las energías asociadas al electrón orbitando en el átomo de hidrógeno y deuterio, las cuales son:

$$E_H = \frac{\mu k e^2}{2a_0 m_e n^2} \quad \text{y} \quad E_D = \frac{\mu' k e^2}{2a_0 m_e n^2}$$

con:

$$\mu = \frac{m_e m_p}{m_e + m_p} \quad \text{y} \quad \mu' = \frac{2m_e m_p}{m_e + 2m_p}$$

Partiendo del hecho de que $E_H = hc/\lambda_{H-\alpha}$ se desarrolla:

$$\frac{hc}{\lambda_{H-\alpha}} = \frac{\mu k e^2}{2a_0 m_e n^2} = \frac{\mu}{m_e} \cdot \frac{k e^2}{2a_0 n^2}$$

$$\frac{m_e}{\mu} = \frac{(m_e + m_p)m_e}{m_e m_p} = \frac{m_e}{m_p} + 1 = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{hc} \cdot \frac{k e^2}{2a_0 n^2}$$

de $E_D = hc/\lambda_{D-\alpha}$ podemos despejar uno de los factores para incluir $\lambda_{D-\alpha}$ en la ecuación:

$$\frac{k e^2}{2a_0 n^2} = \frac{hc}{\lambda_{D-\alpha}} \cdot \frac{m_e}{\mu'}$$

Esto nos deja con:

$$\frac{m_e}{m_p} + 1 = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{hc} \cdot \frac{hc}{\lambda_{D-\alpha}} \cdot \frac{m_e}{\mu'} = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \frac{m_e + 2m_p}{2m_p}$$

$$\frac{m_e}{m_p} + 1 = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \left(\frac{m_e}{2m_p} + 1 \right) = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \frac{m_e}{2m_p} + \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}}$$

$$\frac{m_e}{m_p} - \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \frac{m_e}{2m_p} = \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} - 1 = \frac{\lambda_{H-\alpha} - \lambda_{D-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}}$$

Como $\lambda_{H-\alpha}/\lambda_{D-\alpha} \approx 1$, se puede hacer la siguiente aproximación:

$$\frac{m_e}{m_p} - \frac{\lambda_{H-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}} \frac{m_e}{2m_p} \approx \frac{m_e}{2m_p} = \frac{\lambda_{H-\alpha} - \lambda_{D-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}}$$

Esto es:

$$\frac{m_e}{m_p} = 2 \cdot \frac{\lambda_{H-\alpha} - \lambda_{D-\alpha}}{\lambda_{D-\alpha}}$$

La fórmula que se estuvo utilizando en todo el informe.

B. Incertidumbre en la medición en nanómetros

Dado que el programa Fiji ImageJ toma la intensidad pixel por pixel, la unidad mínima medida es un pixel. Usando la fórmula (3), el valor de la incertidumbre para las medidas en nanómetros de

$$\sigma_\lambda = 0.003 \text{ nm.}$$