

Fenómeno de Resonancia en Circuito RLC

Juan Carlos Rojas Velásquez* and Thomas Andrade Hernández**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 27 de septiembre de 2023)

El presente documento busca exponer los resultados obtenidos luego de estudiar un montaje experimental sobre la resonancia de un circuito RLC con una fuente de voltaje externa. Los valores esperados para γ y ω_0 fueron de 2.7×10^4 y 4.86×10^4 , mientras que los obtenidos fueron $(4.730 \pm 0.009) \times 10^4$ y $(4.08 \pm 0.05) \times 10^4$, valores considerablemente próximos.

I. INTRODUCCIÓN

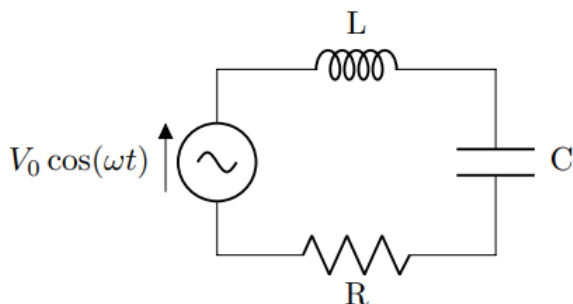


Figura 1. Esquema general del circuito a estudiar. El montaje es idéntico a uno asociado a un circuito RLC, con el añadido de una fuente de voltaje variable

La naturaleza tiene incontables fenómenos que son modelables a través de oscilaciones. Estas oscilaciones pueden ser armónicas, aquellas en las que se ignoran las fuerzas no conservativas, tales como la fricción, viscosidad o las resistencias de los conductores; y las amortiguadas, donde la presencia de fuerzas no conservativas conlleva a pérdidas de energía que se traducen en el desgaste progresivo de la oscilación hasta el reposo.

El propósito principal de esta práctica radica en lograr forzar que una oscilación amortiguada, como la presente en un sistema RLC, y transformarla en un fenómeno oscilatorio totalmente armónico por medio de una fuente de voltaje variable externa (ver Figura 1). Bajo esta lógica, es posible armar la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = V_0 \cos(\omega t) \quad (1)$$

donde q es la carga en función del tiempo, V_0 el voltaje inicial de la fuente externa, ω la frecuencia de oscilación

propia del voltaje de la fuente y R , L y C las constantes asignadas a la resistencia, inductancia y capacitancia. Además, reasignamos los siguientes términos:

$$\gamma = \frac{R}{L} \quad \omega_0 = \frac{1}{LC} \quad (2)$$

Si se resuelve la ecuación diferencial de la expresión (1), se obtiene como respuesta:

$$q(t) = \underbrace{Ae^{-\gamma t/2} \cos(\omega_0 t)}_{\text{Transición}} + \underbrace{\mathcal{A} \cos(\omega t + \delta)}_{\text{Armónica}} \quad (3)$$

donde el apartado de transición es el amortiguamiento observado, mientras que la fase armónica es el movimiento resultante al final de todo el proceso. Los parámetros importantes de esta fase armónica son:

$$\mathcal{A}(\omega) = \frac{V_0 \gamma \omega}{\sqrt{\omega^2 \gamma^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}} \quad (4)$$

$$\delta(\omega) = \arctan \left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega \gamma} \right) \quad (5)$$

En esta práctica se busca encontrar el valor de γ y la frecuencia de forzamiento ω para la cual el sistema entra en resonancia, es decir, cuando la amplitud de la fase armónica es máxima.

* Correo institucional: jc.rojasv1@uniandes.edu.co

** Correo institucional: t.andrade@uniandes.edu.co

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

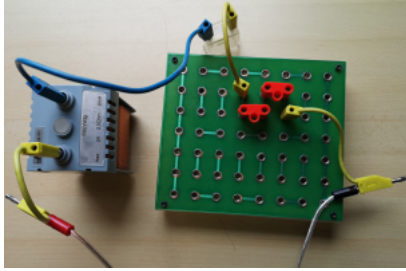


Figura 2. Montaje experimental empleado. De izquierda a derecha se tiene la inductancia, el potenciómetro, el condensador y la tarjeta de circuitos. Los cables que aparecen en la derecha e izquierda provienen del generador de ondas para poder generar la perturbación esperada y el voltaje de interés.

El montaje principal consistió en el uso de un circuito RCL (ver Figura 2) sometido a una variación continua del desfase entre ondas, provocando de esta manera cambios significativos en la frecuencia de oscilación de la onda, provocando cambios en la fase entre las dos ondas. Luego, partiendo de la información obtenida se realizaron las regresiones pertinentes.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Análisis cualitativo

- ¿Cómo se podría realizar mecánicamente un experimento de resonancia? ¿Cómo podría modificar la variable “frecuencia” en su experimento?

Al tocar una guitarra en ocasiones se puede apreciar que objetos circundantes, por lo general hechos de madera (e.g., una puerta) empieza a vibrar una cierta nota. Para variar la frecuencia se presionarían los diferentes trastes y las 6 seis cuerdas de la guitarra y verificando si el objeto presenta un vibración.

- Si la inductancia y la fuente tienen una resistencia interna, ¿cómo afecta el circuito y la gráfica?

Si la inductancia y la fuente cuentan con una resistencia interna (que en efecto tienen), el valor total de la resistencia del circuito incrementaría, lo que provocaría que el valor final de la corriente disminuya, a la par del tamaño de la amplitud resultante de las gráficas.

- ¿Qué pasaría si se desconectara la fuente de voltaje? ¿Por cuánto tiempo se varía la oscilación?

Si se remueve a la fuente de voltaje, el sistema RLC se comportaría como un movimiento armónico amortiguado, que se desvanecería casi inmediatamente debido a la escasa carga almacenada en el capacitor.

B. Análisis cuantitativo

Luego de la toma de valores obtenidos en la práctica se pudo realizar el siguiente análisis. Para los voltajes pico a pico de la fuente y la resistencia se obtuvieron los siguientes gráficos.

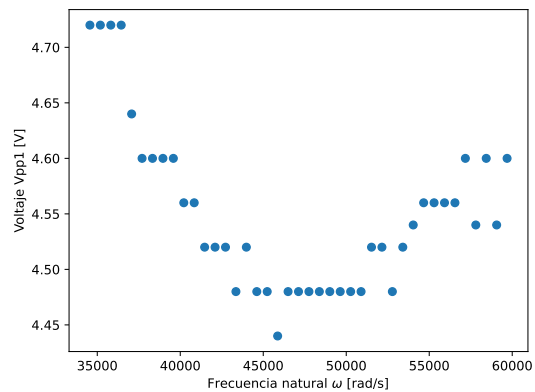


Figura 3. Gráfica de voltaje pico a pico de la fuente generadora de oscilaciones contra la frecuencia angular. Nótese que la presenta un comportamiento descendente en el voltaje mientras se acerca a la resonancia con el circuito. Sin embargo, esto no debería pasar.

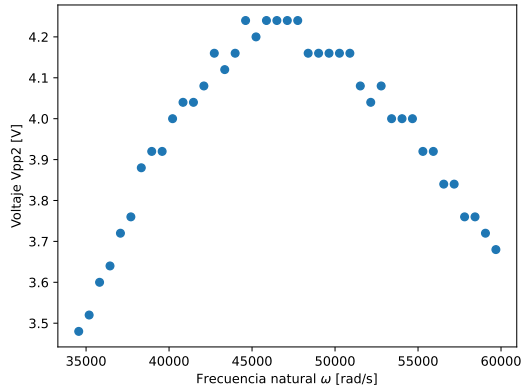


Figura 4. Gráfica de voltaje pico a pico medido en la resistencia del circuito RLC contra frecuencia angular. El voltaje presenta un voltaje ascendente mientras se acerca a la resonancia con la fuente.

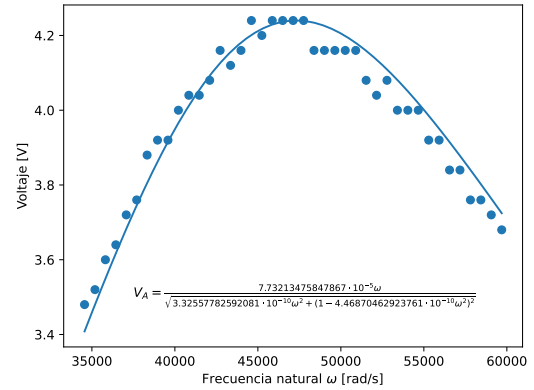


Figura 6. Gráfica voltaje pico a pico de la resistencia del circuito RLC contra la frecuencia angular junto la regresión calculada de un ajuste la ecuación (4). Los valores de $\omega_0 = (4.730 \pm 0.009) \times 10^4 \text{ rad/s}$ y $\gamma = (4.08 \pm 0.05) \times 10^4 \text{ rad/s}$.

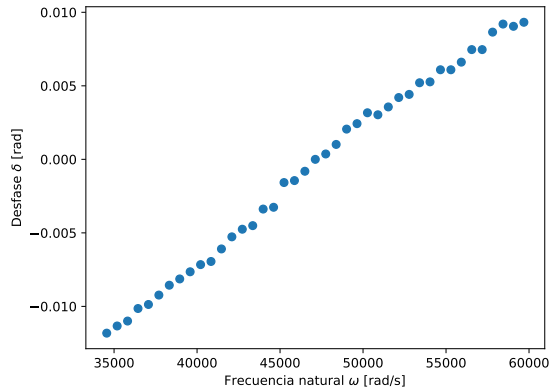


Figura 5. Gráfica de desfase contra frecuencia angular. Mientras se va aumentando la frecuencia angular, el desfase pasa de ser muy negativo a ser positivo, pasando por cero; indicando que las oscilaciones del voltaje del circuito y la fuente generadora de oscilaciones estuvo en fase.

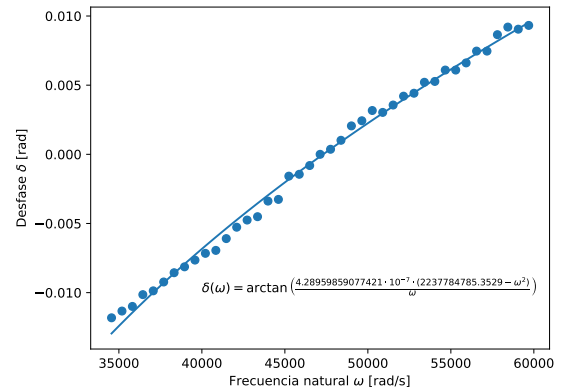


Figura 7. Gráfica de desfase contra frecuencia angular con su respectivo ajuste de curva dada por la ecuación (5). Los valores dados por el ajuste fueron $\omega = (4.730 \pm 0.009) \times 10^4$ y $\gamma = (2.33 \pm 0.03) \times 10^6$.

Los datos de la Figura 3 presenta un comportamiento inusual, esto es debido a que en la realización de la toma de datos, el instrumento marcaba valores que variaban con la misma configuración de frecuencia. A esto se le asocia un error estocástico en la toma de medidas que no podía ser predicha.

De los datos de la Figura 4 se obtuvo el ajuste de curva con la ecuación (4) mostrada en la Figura 6. Se halló que los valores de ω_0 y γ que ajustan los puntos son $(4.730 \pm 0.009) \times 10^4 \text{ rad/s}$ y $(4.08 \pm 0.05) \times 10^4 \text{ rad/s}$, respectivamente.

Por otro lado, para la gráfica de desfase, el ajuste de la curva dada por la ecuación (5) se obtuvo la Figura 7.

Los valores teóricos para ω_0 y γ están dado por

$$\gamma = \frac{R}{L} = \frac{250 \Omega}{9 \text{ mH}} = 27777.77 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{(47 \text{ nF})(9 \text{ mH})}} = 48621.66 \text{ s}^{-1}$$

Los valores de los ajustes hechos para ω_0 son realmente parecidos a los teóricos, mientras que los valores de γ son sustancialmente diferentes.

IV. CONCLUSIONES

Se puede observar que los resultados observados para la frecuencia de oscilación forzada ω y la frecuencia natural ω_0 son considerablemente cercanos, esto significa que la frecuencia de resonancia obtenida es considera-

blemente consistente con el valor esperado. También se encontró un valor de γ muy cercano al esperado en la teoría, por lo que podemos concluir en general que el experimento fue exitoso, cumpliendo los objetivos expuestos en la introducción.

-
- [1] N. Berrío Herrera. *Guías de Laboratorio. Ondas y fluidos*. Universidad de Los Andes, 2023.