

# Espectros Atómicos: Cálculo de la Constante Rydberg

Juan Carlos Rojas Velásquez\* and Thomas Andrade Hernández\*\*

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 10 de septiembre de 2023)

En el presente documento se hace una aproximación experimental del fenómeno de emisión de espectro atómico para la comprobación y estimación de la teoría que describe la situación física. Los resultados no fueron totalmente satisfactorios debido a errores sistemáticos que afectaron en la toma de datos que produjeron un desfase de  $\pm 40$  nm en las líneas espectrales. Sin embargo, se encontró una aproximación de la constante de Rydberg de  $R_\infty = (1.0971 \pm 0.0001) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ .

## I. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de emisión de fotones es debido a cambios de estado en los electrones que están en los orbitales del átomo. Al conjunto de todas las frecuencias asociadas a la emisión de un átomo específico se le llama espectro de emisión, estas frecuencias están asociadas a la energía del fotón emitido, que es la misma que la diferencia de energía entre dos estados de energía que los el electrón hizo la transición [1].

Para el átomo más sencillo, el átomo de Hidrógeno, su espectro de emisión está dado teóricamente por la Figura 1



Figura 1. Espectro de emisión del átomo de Hidrógeno. Se pueden apreciar 4 franjas de color (de izquierda a derecha) morado, azul, celeste y rojo. A estas franjas de color les correspondería las longitudes de onda de: 410.1 nm, 434.0 nm, 486.1 nm y 656.2 nm, respectivamente. Imagen tomada de [2].

Estas longitudes de onda, correspondientes a los saltos de electrones entre orbitales, fueron descritas por el físico Johannes Rydberg en 1888 con la Ecuación (1) [3]

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1)$$

donde  $R_\infty$  es la constante de Rydberg. Para el átomo de Hidrógeno, las líneas de longitud de onda específicas están dadas por la serie de Balmer (2)

$$\lambda = B \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) \quad (2)$$

donde  $B = 364.56 \text{ nm}$  y  $n \geq 3$ .

El fenómeno de emisión atómica es importante en los estudios de composición química de cuerpos que irradian luz. En la astronomía, la espectroscopia es una herramienta que se cimienta sobre este principio para poder identificar la composición, por ejemplo, atmosférica de un objeto celeste distante.

En esta práctica se aspira a conseguir una estimación de la constante de Rydberg y comprobar que las medidas experimentales se ajustan de manera aproximada a la serie de Balmer.

## II. METODOLOGÍA

Para el experimento de medición de espectros atómicos se usó el montaje mostrado en la Figura 2. Como se muestra en la Figura 2, la rendija de difracción (Figura 2.a) se dispuso a unos 55 cm de la lámpara de gas (Figura 2.b). Se instaló una de los tubos de gas en la lámpara de gas como se muestra en la Figura 3, se encendió la lámpara de gas y se empezó a tomar las fotografías para encontrar las franjas de emisión del elemento del tubo de gas.

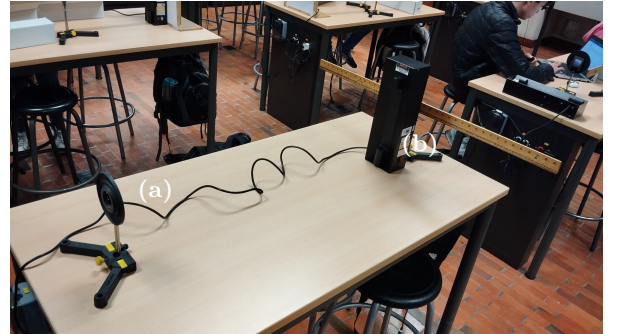


Figura 2. Montaje experimental de la práctica de espectros atómicos. En la figura se aprecian la rendija de difracción (a) y la lámpara de gas (b).

\* Correo institucional: jc.rojasv1@uniandes.edu.co

\*\* Correo institucional: t.andrade@uniandes.edu.co



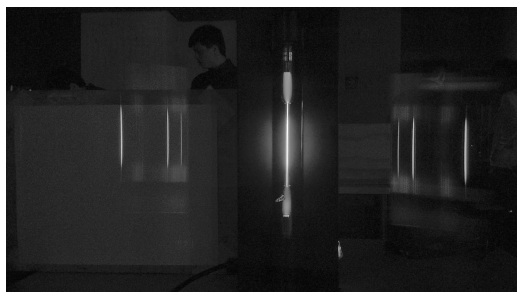
Figura 3. Lámpara de gas con un tubo de gas de Hidrógeno.

Para tomar las imágenes, utilizó la cámara de un celular de 50 MP f/1.8 detrás de la rendija de difracción.

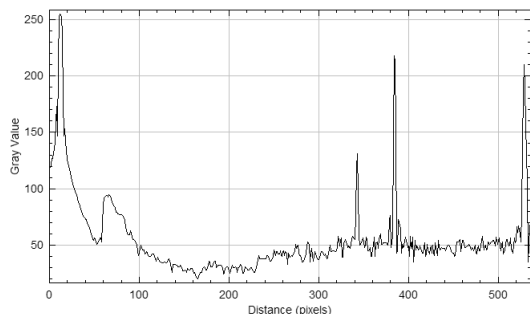
Se tomaron fotografías a color y blanco y negro para luego analizarlas con el programa Fiji ImageJ. Se usó este programa en vez del utilizado en la Guía del Laboratorio [4].

### III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El conjunto formado por las Figuras 4, 5 y 6 corresponde a las observaciones realizadas y los datos obtenidos a través del software Fiji ImageJ para la distancia en píxeles de cada línea espectral con base en el origen de la luz, la lámpara de gas.

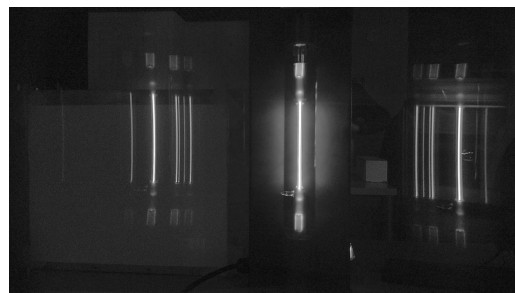


(a) Espectro observado desde la cámara de un celular.

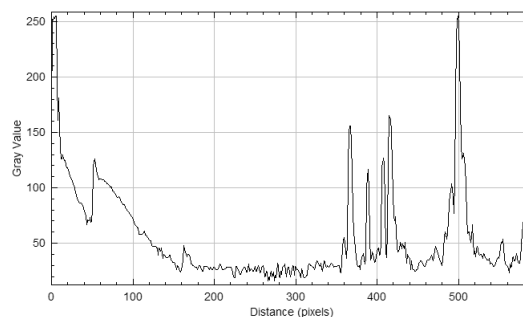


(b) Gráfica de escala de grises vs píxeles del Hidrógeno.

Figura 4. Espectro y datos obtenidos para el Hidrógeno.

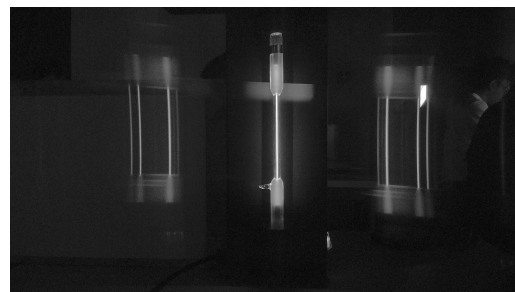


(a) Espectro observado desde la cámara de un celular.

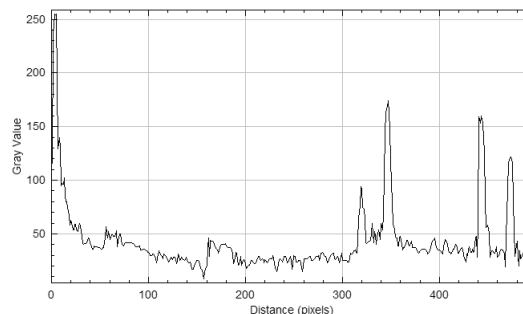


(b) Gráfica de escala de grises vs píxeles del Helio.

Figura 5. Espectro y datos obtenidos para el Helio.



(a) Espectro observado desde la cámara de un celular.



(b) Gráfica de escala de grises vs píxeles del Mercurio.

Figura 6. Espectro y datos obtenidos para el Mercurio.

Con esta información se realizó una regresión cuadrática con la cual se construirán las predicciones de cada una de las longitudes de onda de las líneas espectrales del Helio y Mercurio. Como resultado se obtuvo la regresión presente en la Figura 7. La forma funcional de esta regresión es:

$$\lambda(p) \approx (-4.83 \times 10^{-4}) p^2 + 1.611p - 46.17 \quad (3)$$

donde  $p$  representa el número de píxeles y  $\lambda(p)$  la longitud de onda asociada a dicho número de píxeles.

Partiendo de la Ecuación (3) se calcularon las longitudes de onda de las líneas espectrales del Helio y Mercurio. La comparativa entre valor encontrado y el valor teórico se puede encontrar en el Cuadro I.

Nótese que la diferencia entre los valores predichos por el modelo de la Ecuación (3) y los valores teóricos es considerablemente grande, teniendo variaciones considerables de entre 30 y 40 nm. Este error se puede atribuir inmediatamente al movimiento de la cámara de la posición inicial para el Hidrógeno, lo que generó variaciones considerables en las mediciones de las distancias de las líneas espectrales para los otros elementos, conllevando así a valores altamente imprecisos.

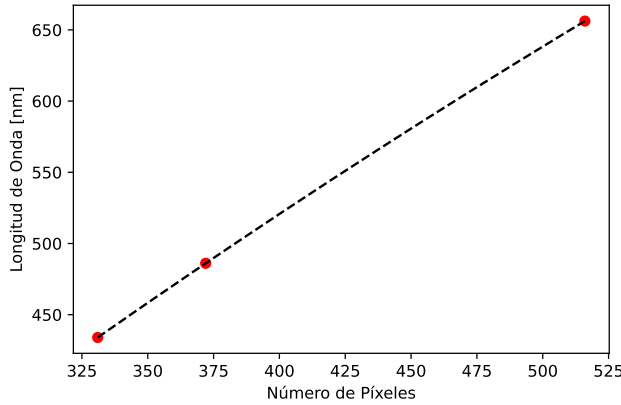


Figura 7. Regresión cuadrática de la longitud de onda teórica del Hidrógeno contra la distancia en píxeles de la línea con respecto al origen.

Por otro lado, para poder conseguir una estimación de la constante de Rydberg se realizó una regresión lineal con datos netamente teóricos dada la limitación del montaje realizado (este apartado se puede entender más como un ejercicio didáctico). La función de referencia para esta regresión fue la mostrada en la Ecuación (1), misma que converge a la expresión de Balmer para las líneas del Hidrógeno en el caso de que  $n_1 = 2$ . Los datos empleados para esta regresión fueron los de las

longitudes de ondas en el Cuadro I y los niveles 3, 4, 5, lo que dió como resultado la expresión:

$$\alpha = (1.0971 \pm 0.0001) \times 10^7 \beta + (2.743 \pm 0.001) \times 10^6 \quad (4)$$

donde  $\alpha$  representa el valor  $1/\lambda$  y  $\beta$  la variable  $1/n^2$ .

De esta relación se tiene que el coeficiente que acompaña a  $\beta$  es la constante de Rydberg  $R_\infty$ , cuyo valor será:

$$R_\infty = (1.0971 \pm 0.0001) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Una vez más, dado que la constante fue encontrada con base en valores teóricos, este resultado no tiene mucho mérito en sí mismo.

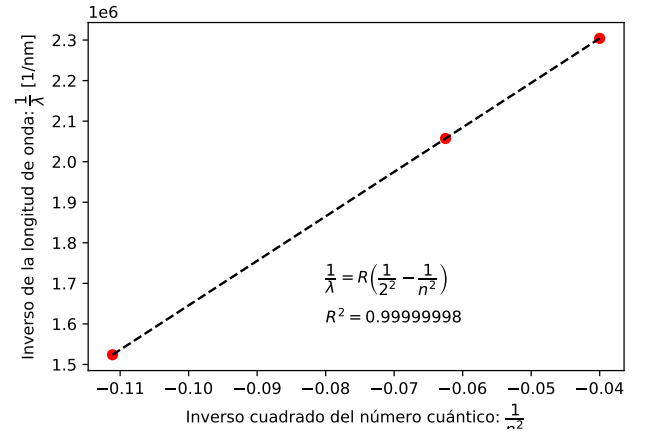


Figura 8. Regresión lineal del inverso de la longitud de onda teórica del Hidrógeno contra el inverso al cuadrado de cada número cuántico  $n = 3, 4, 5$ . Se puede apreciar una correlación muy cercana a 1, lo que implica que la regresión fue muy acertada.

#### IV. CONCLUSIONES

El montaje experimental utilizado para la medición de los espectros atómicos demostró ser considerablemente rudimentario como para obtener un resultado muy impreciso. Los valores que se predijeron para cada una de las líneas espectrales de Helio y Mercurio demostraron ser considerablemente imprecisos al tener un desfase de cerca de 40 nm con respecto al valor esperado. Además, la resolución espectral obtenida para ambos gases es considerablemente baja, proporcionando una fuente adicional relativa al error de las mediciones al no capturar con precisión la onda en cuestión.

No obstante, atribuir los fallos en las medidas únicamente al montaje es totalmente erróneo. Un error

Cuadro I. Tabla acumulativa de los resultados de laboratorio. La categoría de color describe el color asociado a la línea del espectro observada; los píxeles hacen referencia a la distancia medida por el programa Fiji ImageJ desde la fuente a la línea de absorción;  $\lambda_C$  se refiere a la longitud de onda calculada desde la regresión cuadrática del hidrógeno;  $\lambda_T$  se refiere a la longitud de onda teórica para cada línea del experimento, y  $R$  es el parámetro de resolución, calculado con base en  $\lambda_C$  y un  $\Delta\lambda_C$  que representa el grosor en píxeles de la línea del espectro.

Hidrógeno			Helio					Mercurio				
Color	Píxeles	$\lambda_T$ [nm]	Color	Píxeles	$\lambda_C$ [nm]	$\lambda_T$ [nm]	$R$	Color	Píxeles	$\lambda_C$ [nm]	$\lambda_T$ [nm]	$R$
Morado	331.0	434.0	Celeste	362	473.5	447.15	43	Morado	318	417.2	435.85	48
Azul	372.0	486.1	Azul	385	502.3	471.31	100	Cian	348	455.8	491.6	47
Rojos	516.0	656.2	Turquesa	405	526.9	492.193	105	Verde	441	570.1	546.1	41
			Cian	411	534.1	501.57	41	Amarillo	474	608	576.9	75
			Amarillo	496	633.8	587.56	30					
			Rojos	579	724.3	667.82	60					

sistemático de mucho peso en la práctica se encuentra en la posición de la cámara al momento de realizar la captura de las imágenes de referencia, este movimiento sutil es lo suficientemente grande como para hacer que las medidas de la distancia en píxeles varíen exageradamente, provocando que el modelo descrito en la Ecuación (3) no sea útil para calcular las longitudes de onda asociadas.

Por último, en cuestión de objetivos se puede decir que no fue una práctica muy satisfactoria. Solo uno de los objetivos propuestos fue capaz de realizarse de manera satisfactoria, siendo este el conseguir un valor para la constante de Rydberg partiendo de valores teóricos, hecho que de por sí no guarda mucho mérito. Otro apartado importante se obtiene del cálculo de la constante de estructura fina, mismo que no pudo llevarse a cabo porque el montaje no permitió la observación de la doble línea amarilla en el espectro del Mercurio.

- [1] Wikipedia, «Espectro de emisión — wikipedia, la enciclopedia libre,» (2023), [Internet; descargado 28-mayo-2023].
- [2] Wikipedia, «Líneas de balmer — wikipedia, la enciclopedia libre,» (2023), [Internet; descargado 09-septiembre-2023].
- [3] «La fórmula Rydberg y el espectro atómico del hidrógeno,» (2022), [Internet; descargado 09-septiembre-2023].
- [4] J. Mejía and N. Berrío, *Guías de laboratorio. Física Moderna* (2021).
- [5] J. C. Rojas Velásquez and T. Andrade Hernández, «Modern Phy Lab,» (2023).

## V. APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

### A. REGRESIONES Y CÁLCULO DE ERROR

El apartado estadístico principal fue realizado con base en un código público elaborado en conjunto por Juan Carlos Rojas y Thomas Andrade [5]. En él aparecen los cálculos de las regresiones por el método de mínimos cuadrados y los errores empleando la ecuación diferencial asociada.

Cabe destacar que en el caso de la regresión cuadrá-

tica, el cálculo del error de sus parámetros es más complejo. Dado que no es del todo relevante esté cálculo para el análisis general, se decidió por omitirse dicho procedimiento.

### B. ERROR DE LA REGRESIÓN LINEAL

El error asociado a los parámetros  $m$  y  $b$  de las regresiones lineales empleadas fue calculado con las ecuaciones:

$$\sigma_m = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}} \quad (5)$$

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}} \quad (6)$$

donde  $\sigma_m$  y  $\sigma_b$  corresponden a los errores de  $m$  y  $b$  respectivamente.

### C. FIDELIDAD DE LA REGRESIÓN LINEAL

El cálculo de la fidelidad de las regresiones realizadas (en este caso lo definimos como el índice de correlación de los datos con la regresión) se obtiene partiendo de la ecuación:

$$R^2 = 1 - \frac{S_R}{S_T} \quad (7)$$

donde:

$$S_R = \sum_{i=1}^N (y_i - mx_i - b)^2 \quad \text{y} \quad S_T = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2$$

Este valor posee la cualidad de que si es muy próximo a 1, la regresión y los valores están muy cercanos el uno del otro, dando a entender que tenemos una distribución de datos que ciertamente puede modelarse con un comportamiento lineal.