

Las redes complejas son conjuntos de muchos nodos conectados que interactúan de alguna forma. A los nodos de una red también se les llama vértices o elementos y los representaremos por los símbolos  $v_1, v_2, \dots, v_N$ ,

donde  $N$  es el número total de nodos en la red. Si un nodo  $v_i$  está conectado con otro nodo  $v_j$ , esta conexión se representa por una pareja ordenada  $(v_i, v_j)$ . La definición matemática de una red (también llamada grafo por los matemáticos) es la siguiente:

Definición 1: Una red  $R$  consiste de un conjunto de nodos  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ , y un conjunto de parejas ordenadas  $E = \{(v_i, v_j)\} \subset V \times V$ . Cada pareja ordenada  $(v_i, v_j)$  se llama conexión dirigida del nodo  $v_i$  al nodo  $v_j$ . La red  $R$  se llama no dirigida si para cada pareja  $(v_i, v_j) \in E$  también existe la pareja  $(v_j, v_i) \in E$ . De lo contrario, la red se denomina dirigida. Llamaremos a todos los nodos que estén conectados directamente a un nodo  $v_i$ , los vecinos de  $v_i$ . Finalmente, el número  $k_i$  de vecinos del nodo  $v_i$  (es decir, el número de conexiones de  $v_i$ ) se llama la conectividad de  $v_i$ , y el promedio de estas conectividades,  $\langle k \rangle = N^{-1} \sum_{i=1}^N k_i$ , es la conectividad de la red.

Aunque la definición formal de una red es útil en el desarrollo matemático de la teoría, para nuestros propósitos basta con considerar que una red es un montón de nodos entre los que existen conexiones. En la naturaleza se pueden encontrar muchos tipos de redes, es decir, muchos tipos de nodos y conexiones. Por ejemplo, en una red social los nodos son las personas y las conexiones pueden ser los lazos de amistad que existan entre ellas: dos personas están conectadas si son amigas. En la misma sociedad podemos definir las conexiones de forma distinta, por ejemplo, dos personas están conectadas si han tenido relaciones sexuales. Claramente, la red definida a través de amistades es diferente a la red definida a través de contactos sexuales, ya que el hecho de que dos personas sean amigas no significa que hayan tenido relaciones sexuales, y viceversa.

Notemos entonces que incluso en un mismo conjunto de nodos podemos definir redes diferentes dependiendo de cómo hayamos definido las conexiones, lo cual, por supuesto, depende del fenómeno que nos interese estudiar. Por ejemplo, si estuviésemos interesados en analizar cómo se propaga una enfermedad como el SIDA en una sociedad, claramente nos convendría estudiar la red de interacciones sexuales, mientras que si estamos interesados en encontrar a un asesino, lo que nos conviene es estudiar la red de amistades, ya que son sus amigos los que pueden darnos información sobre su paradero. El Cuadro I muestran diferentes tipos de redes que se encuentran en la naturaleza.

En los ejemplos anteriores hay redes dirigidas y redes no dirigidas. Por ejemplo, la red de contactos sexuales es no dirigida, ya que si A tuvo relaciones con B, entonces evidentemente B tuvo relaciones con A. Pero la red de transmisión de la gripe es dirigida, ya que si A contagio de gripe a B, no necesariamente B contagio también a A. Otra red dirigida es la World Wide Web (WWW). En mi página web yo tengo una liga a la página del periódico la jornada, pero en la página de la jornada no hay ninguna liga a mi página web. En este sentido, hay una conexión de mi página hacia la de la jornada, pero no hay una conexión de regreso.

Intuitivamente, una red no dirigida puede pensarse como aquella en la que las conexiones entre los nodos siempre son simétricas (si A está conectado con B, entonces B está conectado con A), mientras que en una red dirigida no todas las conexiones son simétricas, es decir, siempre existen conexiones asimétricas (A está conectado con B pero B no está conectado con A).

<b>Redes sociales</b>	
Sexuales	Dos personas están conectadas si han tenido por lo menos una relación sexual
Actores	Dos actores están conectados si han aparecido en la misma película
Amistades	Dos personas están conectadas si son amigas
Científicos	Dos científicos están conectados si han sido coautores en algún artículo
Familiares	Dos personas están conectadas si son familiares cercanos
Enfermedades	Dos personas están conectadas si una contagió de una enfermedad a la otra
<b>Redes informáticas</b>	
Internet	Dos computadoras están conectadas si hay un cable que las conecta
WWW	Dos páginas web están conectadas si hay un hipervínculo de una a la otra
Palabras	Dos palabras están conectadas si en el diccionario una aparece en la definición de la otra
Palabras	Dos palabras están conectadas si son sinónimos
<b>Redes biológicas</b>	
Protéicas	Dos proteínas están conectadas si participan en la misma reacción química
Genéticas	Dos genes están conectados si uno regula la expresión del otro
Ecológicas	Dos especies están conectadas si una se come a la otra
Neuronales	Dos neuronas están conectadas si existe una conexión sináptica entre ellas

Cuadro I. Diferentes tipos de redes.

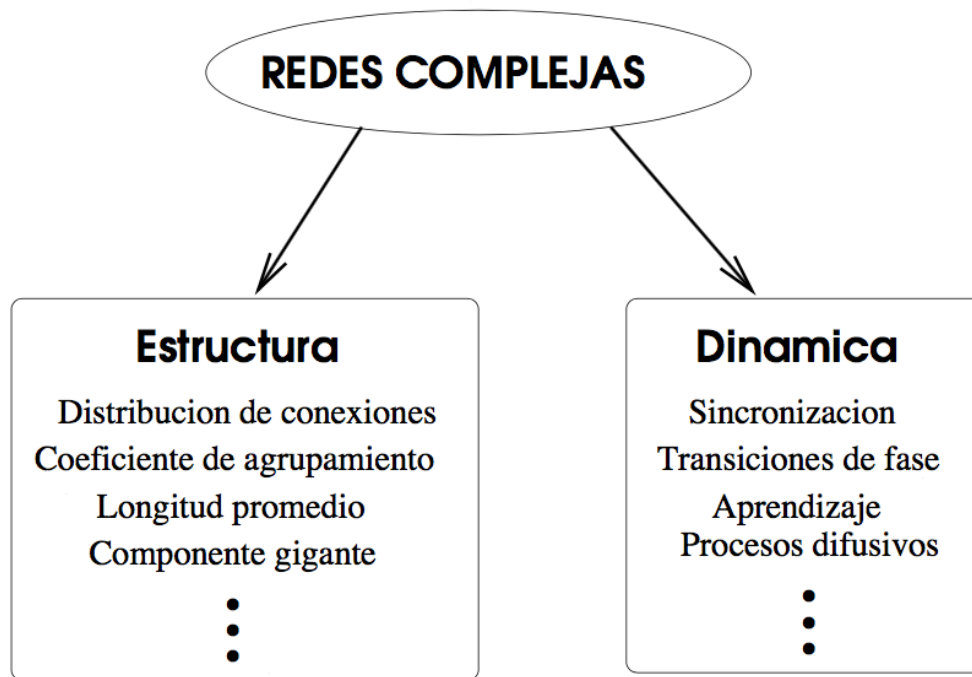


Figura 2. El estudio de las redes complejas puede dividirse en dos partes: (a) el estudio de sus propiedades estructurales y (b) el estudio de sus propiedades dinámicas.

## V. REDES DE TIPO ERDŐS-RENYI

Imaginemos un conjunto de  $N$  botones de pantalón distribuidos aleatoriamente sobre una mesa e inicialmente desconectados. Al tiempo  $t = 0$  escogemos aleatoriamente una pareja de botones y los hilvanamos con un hilo. Después de haber enlazado a esta pareja, la dejamos sobre la mesa y escogemos aleatoriamente otra pareja para hilvanar. Podemos escoger botones que están conectados con otros botones, pero si la pareja que escogemos ya está conectada entre sí, la descartamos y escogemos otra pareja. Lo que no se vale es hilvanar más de una vez a la misma pareja de botones. Repetimos este proceso sucesivamente  $M$  veces, escogiendo aleatoriamente una pareja de botones cada vez. Al final del proceso habremos establecido  $M$  enlaces entre  $M$  parejas diferentes de botones, generando así una red de botones. Intuitivamente es claro que si  $M$  (el número total de enlaces) es pequeño comparado con  $N$  (el número total de botones), entonces la red

resultante estará desmembrada en varias islas pequeñas. Dentro de cada isla los botones estarán hilvanados entre sí, pero estarán desconectados de las otras islas. Sin embargo, si  $M$  es muy grande comparado con  $N$ , terminaremos con casi todos los botones hilvanados unos con otros. Probablemente haya islas muy pequeñas desconectadas de la red principal, pero seguramente la gran mayoría de botones formaran parte de una isla principal: la isla gigante.

## VIII. TOPOLOGÍA LIBRE DE ESCALA

En la vida real las conexiones entre diferentes nodos no se dan de manera igualitaria. Por ejemplo, si tenemos una computadora nueva y queremos conectarla a internet, no vamos a contratar el servicio de internet de alguna compañía elegida al azar, sino que buscaremos la compañía que ofrezca el mejor servicio y al mejor precio, y probablemente será esta compañía la que tenga más clientes. En una escuela los varones no buscan a su pareja al azar, sino que buscan salir con la chica más bonita, o tal vez con la más inteligente, y será esta muchacha la que tenga más pretendientes. Por esta razón, Barabasi invento el concepto de enlace preferencial en el cual los nuevos nodos que se añaden a la red se conectarán preferentemente con los nodos ya existentes que tengan el mayor número de conexiones. Intuitivamente podemos pensar que el enlace preferencial consiste en que uno siempre trata de estar conectado con los nodos más “populares”, es decir, con los nodos de mayor conectividad.