

# Estadística II (Taller de distribuciones muestrales)

Juan Carlos Trejos Iglesias

2025-1

## Índice

1. Ejercicio 1	2
----------------	---

## 1. Ejercicio 1

Dada una población de media  $\mu = 100$  y varianza  $\sigma^2 = 81$  y obteniendo una muestra aleatoria de  $n = 25$  responda:

- a. ¿Cuáles son la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales en el muestreo?

Aplicando las definiciones teóricas de la distribución de las medias muestrales:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu, \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}, \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{81}{25} = 3,24,$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{9}{5} = 1,8$$

Por lo tanto:

- Media de la distribución de las medias muestrales:  $\mu_{\bar{x}} = \mu = 100$
- Varianza de la distribución de las medias muestrales: 3,24
- Desviación estándar (error estándar): 1,8

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 102?

Suponiendo que la media poblacional es  $\mu = 100$ , la probabilidad buscada es:

$$P(\bar{x} > 102)$$

Se estandariza usando la fórmula del puntaje Z:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{102 - 100}{1,8} \approx 1,11$$

Consultando la tabla de la normal estándar:

$$P(Z > 1,11) = 1 - P(Z < 1,11) = 1 - 0,8665 = 0,1335$$

**Respuesta:** La probabilidad de que la media muestral sea mayor a 102 es aproximadamente 13,35 %.

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 98 y menor a 101

Estandarizamos con  $\bar{x} = 98$ :

$$Z_1 = \frac{98 - 100}{1,8} = -1,11$$

Consultando la tabla de distribución normal:

$$P(\bar{x} < 98) = P(Z < -1,11) = 0,1335$$

Estandarizamos con  $\bar{x} = 101$ :

$$Z_2 = \frac{101 - 100}{1,8} = 0,55$$

Consultando la tabla de distribución normal:

$$P(\bar{x} < 101) = P(Z < 0,55) = 0,7088$$

Hayamos la diferencia de las probabilidades para dar la respuesta

$$P(\bar{x} < 101) - P(\bar{x} < 98) = 0,7088 - 0,1335 = 0,5753$$

**Respuesta:** La probabilidad de que la media muestral sea mayor a 98 y menor a 101 es de 57,53 %

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor que 101.5?

$$P(\bar{x} < 101,5)$$

Estandarizamos usando la fórmula del puntaje Z:

$$Z = \frac{101,5 - 100}{1,8} = \frac{1,5}{1,8} \approx 0,83$$

Consultando la tabla de la normal estándar:

$$P(Z < 0,83) \approx 0,7967$$

**Respuesta:** La probabilidad de que la media muestral sea menor que 101.5 es aproximadamente 79,67 %.