Estadística II (Taller de intérvalos de confianza 2)

Juan Carlos Trejos Iglesias

2025-1

${\bf \acute{I}ndice}$

1.	Pregunta 1: Nivel de confianza	2
2.	Pregunta 2: Valor crítico para 97.8%	2
3.	Pregunta 3: Intervalo entre medias (poblaciones normales)	3
4.	Pregunta 4: Valor crítico para 92.5%	3
5.	Pregunta 5: Distribución para proporciones	4
6.	Pregunta 6: Intervalo con varianzas desiguales	4

1. Pregunta 1: Nivel de confianza

Enunciado: To construct a 95% confidence interval estimate for the difference between two population proportions, the confidence level would be

- A) 1.96
- B) 0.95
- C) 0.475
- D) 0.05

Solución paso a paso:

- 1. Identificamos que el nivel de confianza se expresa como proporción del área bajo la curva, no como valor crítico.
- 2. El nivel deseado es el 95 %, equivalente a 0.95.
- 3. Los valores críticos (por ejemplo, 1.96) se usan para calcular los límites del intervalo, pero no representan directamente el nivel de confianza.

Respuesta: B(0.95)

2. Pregunta 2: Valor crítico para 97.8 %

Enunciado: The z-value needed to construct 97.8% confidence interval estimate for the difference between two population proportions is

- A) 2.29
- B) 2.02
- C) 1.96
- D) 1.65

Solución paso a paso:

- 1. Calculamos el nivel de significancia: $\alpha = 1 0.978 = 0.022$.
- 2. Como es bilateral, dividimos: $\alpha/2 = 0.011$ en cada cola.
- 3. Buscamos en la tabla Z el valor que deja un área de 0.011 a la derecha: $z \approx 2.29$.

Respuesta: A (2.29)

3. Pregunta 3: Intervalo entre medias (poblaciones normales)

Enunciado: Independent samples of math scores from students in the U.S. and Europe were collected from normal populations. A sample of 50 students from the U.S. had an average score of 570 while a sample of 50 European students had an average score of 540. Assume the population standard deviations for the US and Europe are 102 and 115, respectively. What is the 95% confidence interval for the difference between population means?

- A) $30 \pm 35,65$
- B) 30 ± 21.73
- C) $30 \pm 42,61$
- D) $30 \pm 64,23$

Solución paso a paso:

- 1. Calculamos la diferencia de medias: $\bar{x}_1 \bar{x}_2 = 570 540 = 30$.
- 2. Error estándar:

$$SE = \sqrt{\frac{102^2}{50} + \frac{115^2}{50}} = \sqrt{\frac{10404}{50} + \frac{13225}{50}} = \sqrt{208,08 + 264,5} \approx 21,765.$$

- 3. Valor crítico Z para 95 %: 1.96.
- 4. Margen de error: $ME = 1,96 \times 21,765 \approx 42,61$.
- 5. Intervalo: $30 \pm 42{,}61$.

Respuesta: C $(30 \pm 42,61)$

4. Pregunta 4: Valor crítico para $92.5\,\%$

Enunciado: The z value needed to construct 92.5% confidence interval estimate for the difference between two population proportions is

- A) 2.58
- B) 2.33
- C) 1.96
- D) 1.78

Solución paso a paso:

1. Calculamos $\alpha = 1 - 0.925 = 0.075$.

2. Dividimos bilateralmente: $\alpha/2 = 0.0375$.

3. Buscamos valor Z que deja 0.0375 en cola derecha: $z \approx 1,78$.

Respuesta: D(1.78)

5. Pregunta 5: Distribución para proporciones

Enunciado: Which distribution is used in developing a confidence interval for the difference between the proportions of two populations using information from two large-samples?

A) The normal distribution

B) The Student's t-distribution

C) The exponential distribution

D) All of the above distributions can be used.

Solución paso a paso:

1. Para muestras grandes (n ¿30), el Teorema Central del Límite garantiza aproximación normal.

2. Se usa la distribución normal estándar para intervalos entre proporciones.

Respuesta: A (The normal distribution)

6. Pregunta 6: Intervalo con varianzas desiguales

Enunciado: In constructing a 95 % confidence interval estimate for the difference between the means of two normally distributed populations, where the unknown population variances are assumed not to be equal, summary statistics computed from two independent samples are as follows:

$$n_1 = 50$$
, $\bar{x}_1 = 175$, $s_1 = 18.5$, $n_2 = 42$, $\bar{x}_2 = 158$, $s_2 = 32.4$

¿El límite superior del intervalo de confianza es:

A) 19.123

- B) 28.212
- C) 24.911
- D) 5.788

Solución paso a paso:

- 1. Diferencia de medias: $\Delta = 175 158 = 17$.
- 2. Error estándar:

$$SE = \sqrt{\frac{18,5^2}{50} + \frac{32,4^2}{42}} = \sqrt{6,845 + 25,0} \approx 5,64.$$

3. Grados de libertad aproximados (Welch):

$$df \approx \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}} \approx 70.$$

- 4. Valor crítico t
 para df 70 y 95 %: $t_{0,025,70}\approx 2{,}0.$
- 5. Margen de error: $ME = 2.0 \times 5.64 \approx 11.28$.
- 6. Límite superior: $17 + 11,28 = 28,28 \approx 28,212$.

Respuesta: B (28.212)