

MODELOS DE RUIDO NEURONAL

La expresión $I(t)$ resume el efecto de corrientes sinápticas (llegan de otras neuronas) + corrientes injectadas por un experimento + efecto de un estímulo

Una forma de modelar entradas ruidosas es separar

$$I(t) = \underbrace{I_{\text{det}}(t)}_{\substack{\text{Corrientes conocidas} \\ \text{predicibles}}} + \underbrace{I_{\text{noise}}(t)}_{\substack{\text{Impredicibles.} \\ \text{predicibles}}} \quad (1)$$

al introducirlo en un modelo

$$\tau_m \dot{V}_m = - (V_m - V_{\text{rest}}) + R I_{\text{det}}(t) + R I_{\text{noise}}(t)$$

Sin pérdida de generalidad podemos hacer

$$V_{\text{rest}} = 0 \text{ mV}$$

$$\tau_m \dot{V}_m = - V_m + R I_{\text{det}}(t) + R I_{\text{noise}}(t)$$

El modelo más simple de ruido es **ruido blanco** *white Noise*

$$R\mathbb{I}_{\text{noise}}(t) = \xi(t)$$

$\xi(t)$: Proceso estocástico caracterizado por

$$(2) \langle \xi(t) \rangle = 0 \quad (\text{Primer momento})$$

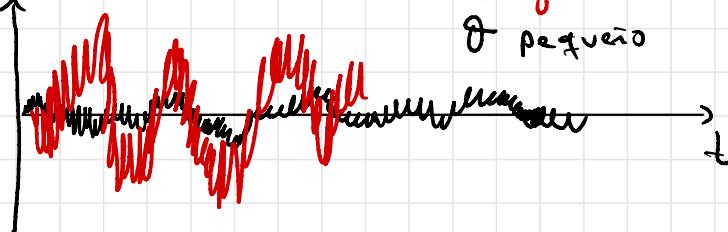
$$(3) \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = \sigma^2 \tau_m \delta(t-t') \quad (\text{Función de autocorrelación o Segundo momento})$$

$$\xi(t)$$

ξ grande

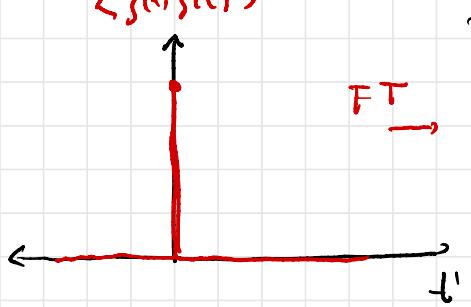
ξ pequeño

ξ : Amplitud del ruido



El espectro de potencia es PLANO

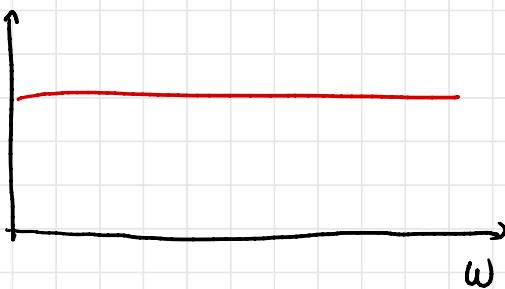
$$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle$$



PSD

FT

ω_0



$$T_m \dot{V}_m = -V_m + R\mathbb{I}_{\text{det}}(t) + \xi(t) \quad (4)$$

Eq. de Langevin

En proc. estocásticos se prefiere la notación

$$dV_m = [-V_m + R\mathbb{I}_{\text{det}}(t)] dt / \tau_m + \sigma dW_t \quad (5)$$

dW_t : Incremento del proceso de Weiner en un paso de tiempo t

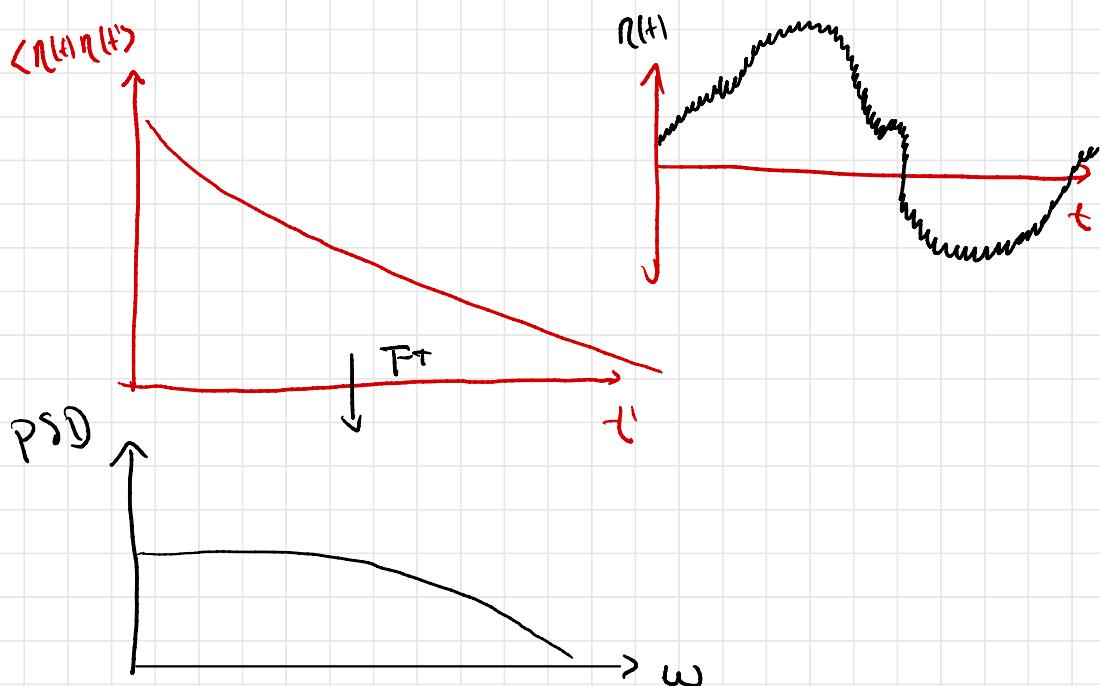
$$dV_m = V_m(t+dt) - V_m(t)$$

Euler-Maruyama

$$V_m(t+dt) = V_m(t) + [-V_m(t) + R\text{Rct}(t)] dt + \theta N(0,1) \sqrt{dt}$$

Para generar dW_t se muestrea una variable Gaussiana con media $\underline{0}$ y varianza unitaria y la multiplico por \sqrt{dt}

Ruido de Color: Término cuyo espectro no es plano (ACF no es $\delta(t-t')$)

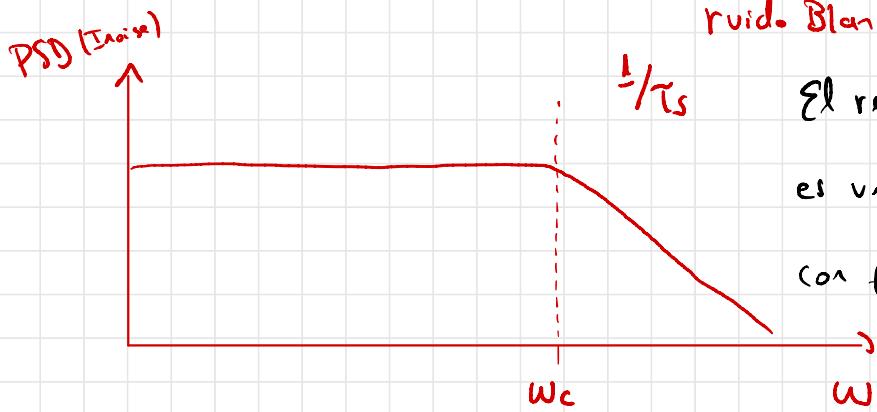


Una forma de generar ruido de color es aplicando un filtro a la variable $I_{noise}(t)$

$$T_m \frac{dV_m}{dt} = [-V_m + R I_{det}(t)] + R I_{noise}(t) \quad (6)$$

$$T_s \frac{dI_{noise}(t)}{dt} = -I_{noise}(t) + g(t) \quad (7)$$

\hookrightarrow Proceso de Ornstein-Uhlenbeck
ruido Blanco



El resultado es

es una señal ruidosa con frecuencias reducidas

por encima de $\frac{1}{T_s}$

El espectro se puede obtener resolviendo (7)

$$\dot{x} = ax + b(t) \rightarrow x(t) = e^{at} x(0) + \int_0^t e^{a(t-\tau)} b(\tau) d\tau$$

Resolviendo (7):

$$I_{noise}(t) = e^{-t/\tau_s} I_{noise}(0) + \int_0^t e^{-(t-s)/\tau_s} g(s) ds \quad (8)$$

Supongamos $I_{noise}(0)=0$

1. A partir de (8) puedo calcular la media

$$\langle I_{noise}(t) \rangle = \left\langle \int_0^t e^{-(t-s)/\tau_s} g(s) ds \right\rangle$$

Recordando que $\langle g(s) \rangle = 0$

$$\langle I_{noise}(t) \rangle = 0$$

2. Calcular la ACF

$$\begin{aligned} \langle I_{noise}(t) I_{noise}(t') \rangle &= \left\langle \int_0^t e^{-(t-s)/\tau_s} g(s) ds \int_0^{t'} e^{-|t'-s'|/\tau_s} g(s') ds' \right\rangle \\ &= \int_0^t \int_0^{t'} K(s) K(s') \underbrace{\langle g(s) g(s') \rangle}_{e^{-|t-s|/\tau_s}} ds ds' \\ &= \int_0^t \int_0^{t'} K(s) K(s') \sigma^2 \tau_m \delta(s-s') ds ds' \\ &\vdots \quad \text{TAREA} \\ &\vdots \quad -|t-t'|/\tau_s \\ \langle I_{noise}(t) I_{noise}(t') \rangle &= a e^{-|t-t'|/\tau_s} \end{aligned}$$

La FT de la ACF da como resultado un espectro plano $\omega \ll 1/\tau_s$ y decrece para $\omega > 1/\tau_s$ (cut-off Frequency)

LLEGADA ESTOCÁSTICA DE SPIKES

Es razonable enfocar los esfuerzos de modelado en un subconjunto pequeño de neuronas y describir la llegada de spikes de otras partes del cerebro o de la red como actividad estocástica

208

Noisy input models: barrage of spike arrivals

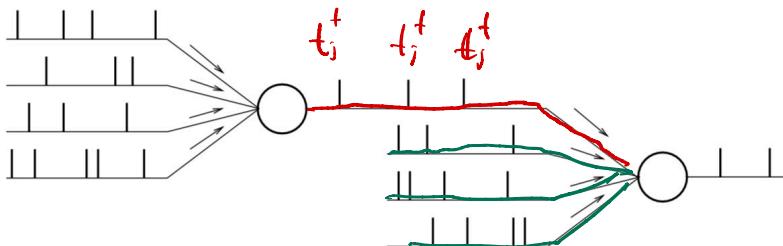


Fig. 8.4 Each neuron receives input spikes from a large number of presynaptic neurons. Only a small portion of the input comes from neurons within the model network; other input is described as stochastic spike arrival.

El siguiente modelo describe una red neuronal LIF con llegada estocástica de spikes

Contribución de otras neuronas en la red

$$\dot{V}_i = -V_i + R I_{\text{ext}}(t) + \sum_j \sum_{t_j^+} w_{ij} \delta(t - t_j^+)$$

$$+ T_m \sum_k \sum_{t_k^f} w_{ik} \delta(t - t_k^f)$$

Llegada de spikes que no son de la red sino que hacen parte de la act. de fondo

Los tiempos de llegada de los spikes de actividad de fondo t_k^f pueden ser generados con estadística Poisson.

w_{ij} : Fuerza de la sinapsis producida por la neurona presináptica j sobre i

w_{ik} : Fuerza de la sinapsis prod. por la actividad de fondo sobre i .

Modelo de Stein

En el límite en el que me centro en 1 sola neurona

$$T_m \dot{V} = -V + RI_{ext}(t) + \sum_k \sum_{t_k^f} w_k \delta(t - t_k^f)$$

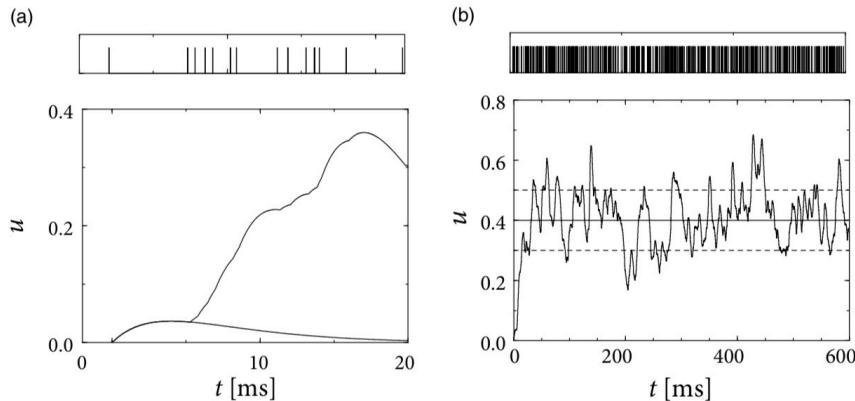


Fig. 8.5 Input spikes arrive stochastically (upper panel) at a mean rate of 1 kHz. (a). Each input spike evokes an excitatory postsynaptic potential (EPSP) $\varepsilon(s) \propto s \exp(-s/\tau)$ with $\tau = 4$ ms. The first EPSP (the one generated by the spike at $t = 0$) is plotted. The EPSPs of all spikes sum up and result in a fluctuating membrane potential $u(t)$. (b). Continuation of the simulation shown in (a). The horizontal lines indicate the mean (solid line) and the standard deviation (dashed lines) of the membrane potential.