
Introduction

The use of feedback control in mechanisms developed by humans is marked by the 1769 James Watt's invention, known as the Watt regulator and developed to regulate steam-machines spin velocities. From this time until the beginning of the 20th century, control designs were based on trial and error methods. With the emergence of theoretical publications on the subject, such as that of (Tolle, 1921), mathematical models were increasingly used in the design of controllers, mainly in the form of differential equations (Takahashi et al., 1972).

In the 30s and 50s the so-called Classical Control Theory originates, expressing itself basically in the frequency domain and in the s -plane, with models given by transfer functions, based on methods developed mainly by Nyquist, Bode, Nichols and Evans.

In the 1960s, a new control theory approach arises, using parametric models and state space representation. this approaches gives rise to the so-called Modern Control Theory and its main branches, such as systems identification, adaptive control, robust control, optimal control and stochastic control, which have been widely studied and developed until today, but still with many challenging topics, both in theoretical and practical aspects (Hou and Wang, 2013).

In both approaches, the classical control theory, mainly based on the use of transfer functions and linear systems, as in the modern control theory, mainly based on state space representations of linear and non-linear systems, a mathematical model of the process to be controlled is required*. Such model can be obtained via phenomenological modeling, or via systems identification methods. In the former case, the model is obtained using known laws from specific fields of science resulting in equations that represent it. In the latter case, using input-output data collected from the process and using systems identification techniques, models that represent the process are obtained, with a certain degree of reliability.

colocar referencia
para trabalhos rele-
vantes do tipo, para
a footnote.

Several methodologies for identifying linear and non-linear models are available in the literature (Aguirre, 2015; Ljung, 1999).

Models obtained using first principles or even by systems identification can result in high order models, with a high degree of non-linearity, which makes difficult or even impractical their use for control purposes.

Furthermore, modelling processes can be an arduous task and sometimes even

*with some exceptions like the cases where the controller is designed directly from the frequency response obtained experimentally.

colocar referencias de trabalhos aqui?

impracticable, requiring steps to validate and determine the structure of the model.

For this reason, traditional model-based control methods (MBC) are unpractical in some cases. Besides, several processes generate and store large amounts of data and the use of this data for controller design would be very convenient (Hou and Wang, 2013).

Since the input and output data of a plant contains information about its dynamics, as long as it is properly excited, it may seem unnecessary to apply the identification theory to obtain a mathematical model of the plant for controller design (Ikeda et al., 2001). Furthermore, in an attempt to obtain a model that is faithful to the behaviour of the process, a very complex model can be arrived at, and a process of order reduction may be necessary during the controller design. In this case, additional effort in identifying the model may be unnecessary when designing the controller.

In this sense, in several practical control cases in which a mathematical model describing the plant is not available, or is too complex or the uncertainty in the model is too great for the use of MBC strategies, it is very convenient to obtain the controller from measurements obtained directly from the plant.

According to Campi et al. (2002), this problem has attracted the attention of control engineers since the work published by Ziegler and Nichols (1942), and several extensions have been proposed since then. Such procedures, despite being similar to trial and error procedures, were widely used in the industry, perhaps due to their simplicity of design, even if at the expense of final performance losses.

Around the 1990s, new approaches to controller design without the use of models for plants began to appear in the literature, which later came to be called control based on data (DDC). Hou and Wang (2013) claim that the term *data-driven* was first proposed in computer science and only recently entered the vocabulary of the control community and, to date, there are some DDC methods known by different names, such as “*data-driven control*”, “*data-based control*”, “*modelless control*”, among others. Hou and Wang (2013) propose the following definition for DDC, based on 3 other definitions:

Definition 1.1 (Data-Driven Control). (Hou and Wang, 2013) Data-driven control includes all control theories and methods in which the controller is designed by directly using on-line or off-line I/O data of the controlled system or knowledge from the data processing but not any explicit information from mathematical model of the controlled process, and whose stability, convergence, and robustness can be guaranteed by rigorous mathematical analysis under certain reasonable assumptions.

Therefore, the DDC is different from the MBC in essence, since the controller design does not make direct or indirect use of the process model. Although at first, they look like adaptive control methods, DDC methods differ from these in that, at first, they do not need any model information, and parameter settings depend on large batches of data, instead of only a few samples of the input-output signals.

Some conceptually distinct approaches using DDC appear in the literature in the

Uma perspectiva do desenvolvimento do assunto na comunidade acadêmica pode ser obtida por uma busca pelo número de publicações na base de dados do Web of

last years, among them[†]: *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT), *Iterative Feedback Tuning* (IFT), *Frequency Domain Tuning* (FDT), *Correlation Based Tuning* (CbT), originally presented by Campi et al. (2002), Hjalmarsson et al. (1994), Kammer et al. (2000) and Karimi et al. (2002), respectively.

Since the input and output data of a plant contains information about its dynamics, as long as it is properly excited, it may seem unnecessary to apply the identification theory to obtain a mathematical model of the plant for controller design (Ikeda et al., 2001). In addition, having obtained a model faithful to the plant, it may be necessary to reduce its order in the design of the controller. In this sense, in several practical control cases in which a mathematical model describing the plant is not available, or is too complex or the uncertainty in the model is too great for the use of MBC strategies, it is very convenient to obtain the controller from measurements obtained directly from the plant.

According to Campi et al. (2002), this problem has attracted the attention of control engineers since the work published by Ziegler and Nichols (1942) and several extensions have been proposed since then. However, around the 1990s, new approaches to controller design without the use of models for plants began to appear in the literature, which later came to be called control based on data (*DDC - from English, data-driven control*). Hou and Wang (2013) claim that the term *data-driven* was first proposed in computer science and only recently entered the vocabulary of the control community and, to date, there are some DDC methods, however they are characterized by different names, such as “*data-driven control*”, “*data-based control*”, “*modelless control*”, among others. Hou and Wang (2013) propose the following definition for DDC, based on 3 other definitions found on the Internet:

Definition 1.2 (Data-Driven Control). (Hou and Wang, 2013) Data-driven control includes all control theories and methods in which the controller is designed by directly using on-line or off-line I/O data of the controlled system or knowledge from the data processing but not any explicit information from mathematical model of the controlled process, and whose stability, convergence, and robustness can be guaranteed by rigorous mathematical analysis under certain reasonable assumptions.

Therefore, the DDC is different from the MBC in essence, since the controller design does not make direct or indirect use of the process model. Although at first, they look like adaptive control methods, DDC methods differ from these in that, at first, they do not need any model information, and parameter settings depend, in general, on large batches of data, instead of only a few samples of the input-output signals.

Some conceptually distinct approaches using DDC appear in the literature in the last years, among them[‡]: *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT), *Iterative Feedback*

[†]it was chosen here to mention some techniques that the author found most relevant to this proposal, however others can be found in the literature (Spall, 1992; Safonov and Tsao, 1995; Karimi et al., 2007; Huang and Kadali, 2008; Schaal and Atkeson, 1994; Shi and Skelton, 2000)

[‡]it was chosen here to mention some techniques that the author found most relevant to this proposal,

Uma perspectiva do desenvolvimento do assunto na comunidade acadêmica pode ser obtida por uma busca pelo número de publicações na base de dados do ?, utilizando o termo “*data-driven control*” e pela combinação de termos “*data-driven* or *data-based control* or *modelless control* or *model-less control*” e seu

Tuning (IFT), *Frequency Domain Tuning* (FDT), *Correlation Based Tuning* (CbT), originally presented by [Campi et al. \(2002\)](#), [Hjalmarsson et al. \(1994\)](#), [Kammer et al. \(2000\)](#) and [Karimi et al. \(2002\)](#), respectively. Most of these methodologies use the concept of optimization from the minimization of a cost function, in general, measured in terms of the H_2 norm of a signal. Several DDC methods available in the literature do this optimization in an iterative way, among them, the IFT, CbT, ILC, ADP. Others do so in batches, such as the VRFT and *Noniterative data-driven model reference control* methods.

In iterative cases, the minimization of the cost function is done, typically, by gradient descent methodologies, from input-output data collected in a batch way ([Bazanella et al., 2008](#)). One drawback of these methodologies is the lack of conditions that guarantee convergence to a global minimum for the cost function in many cases. Extensions to improve the convergence properties and even reduce the number of required in-process experiments have been the subject of studies in last years ([Huusom et al., 2009](#)).

In non-iterative cases, convergence to a global minimum is generally not an issue. The VRFT method, presented by [Guardabassi and Savaresi \(2000\)](#); [Campi et al. \(2002\)](#) to deal with the design of SISO systems and results in a linear controller is an example. In order to solve the problem of convergence to a global minimum of a H_2 performance criterion, the VRFT focus on making the cost function be optimized sufficiently “well behaved” making optimization converge properly.

At first, given ideal conditions, convergence to the global minimum is not a problem when using the VRFT method, as it is a batch method. In addition, VRFT has no initialization problems and does not access the plant several times for experimentation, in contrast to iterative methods, allowing to maintaining the normal process operation. Extensions for non-linear controllers designs have been proposed since then ([Jeng and Lin, 2014, 2018](#)).

Vou terminar aqui ainda. Levar para o lado da seleção de estrutura. Se for preciso, resumo um pouco o texto anterior.

however others can be found in the literature ([Safonov and Tsao, 1995](#); [Karimi et al., 2007](#); [Huang and Kadali, 2008](#); [Schaal and Atkeson, 1994](#); [Shi and Skelton, 2000](#))

Falar um pouco, ou pelo menos citar o *Noniterative data-driven model reference control*

Basic concepts in system identification

Deixar claro na seção que a identificação não é feita somente por mínimos quadrados (é o que está parecendo). Apresentar outras abordagens. Apresentar outros tipos de modelos que não polinomiais (acho que isso é feito na seção de escolha do modelo, de maneira breve, mas não cito nada sobre estruturas, NARX, etc.) Deixar isso claro. Talvez criar uma seção para modelos NARX.

Com o objetivo de descrever fenômenos da natureza ou mesmo mecanismos e processos criados pelo próprio ser humano, foram desenvolvidos, ao longo de séculos, diversas formas de representar tais fenômenos por meio de expressões matemáticas, conhecidas como modelos matemáticos, ou simplesmente, modelos.

Para obtenção de tais modelos, de maneira geral, duas abordagens podem ser utilizadas: modelagem pelos primeiros princípios, ou modelagem por identificação de sistemas. No primeiro caso, os modelos são obtidos a partir de aplicações de leis, em geral da física, desenvolvidas e documentadas ao longo dos anos de observações de fenômenos, naturais ou não, por cientistas das mais diversas áreas. No segundo caso, modelos matemáticos são obtidos a partir de análises feitas em dados de sinais colhidos do sistema a modelar valendo-se de técnicas de identificação desenvolvidas para tal. Em ambos os casos os modelos obtidos são expressões matemáticas que descrevem o comportamento aproximado do processo modelado.

No presente trabalho, não é de interesse a obtenção de um modelo para o processo e sim de um modelo para o controlador. No entanto, as metodologias utilizadas para identificação de sistemas podem ser usadas diretamente, ou em alguns casos, com adaptações específicas para fins de identificação de controladores. Neste sentido, técnicas de identificação utilizadas no âmbito de identificação de modelos têm sido usadas no projeto de controladores orientados a dados, visando tanto modelos de controladores lineares ([Campi et al., 2002](#)) quanto não lineares ([Campi and Savaresi, 2006](#)).

Com o passar dos anos, com o aumento do poder de processamento dos computadores assim como facilidade na aquisição e armazenamento de dados, o uso de técnicas de identificação de modelos não lineares vêm cada vez mais se mostrando interessantes para previsões ou até mesmo para melhor entendimento de fenômenos. Da mesma forma, espera-se que controladores não lineares projetados por técnicas de controle orientado a dados resulte muitas vezes em controladores com melhor desempenho ou até mesmo maior robustez.

Há algumas décadas já se estuda o problema de modelagem de sistemas não lineares

onde se destacam alguns trabalhos (Billings, 1980; Leontaritis and Billings, 1985a,b; Korenberg et al., 1988; Billings et al., 1989; Chen et al., 1990; Chen and Billings, 1992; Aguirre and Billings, 1995; Aguirre et al., 2000; Zhu, 2005). O processo de identificação de sistemas consiste basicamente nos seguintes passos: (1) Coleta de dados; (2) Escolha do tipo de modelo; (3) Seleção de estrutura; (4) Estimação de parâmetros; (5) validação do modelo. As próximas seções tratam de maneira breve cada um desses passos.

2.1 Coleta e pré-processamento de dados

O primeiro passo na identificação (de modelos) de sistemas é a coleta de dados. Neste processo alguns cuidados devem ser tomados quanto ao intervalo de amostragem considerado ao se colher sinais, geralmente de saída, do sistema a se identificar. Para sistemas não autônomos, caso dos sistemas controlados, deve-se ainda tomar certos cuidados na escolha do sinal utilizado para excitação do processo, quando possível.

Os sinais de entrada devem ser projetados de maneira a excitar a dinâmica do sistema na faixa de frequências de interesse, por meio da escolha de sinais com potências espectrais adequadas. Neste caso é dito que o sinal deve ser *persistentemente excitante*. Sinais como ruído branco filtrado ou sinais binários pseudo-aleatórios (PRBS) são comumente utilizados na prática.

A escolha adequada da amplitude do sinal de entrada também é um fator que merece cautela. Por exemplo, o sinal não deve ser tal que leve a resposta do processo a ultrapassar certos limiares, próximos a um ponto de operação, que garantem um comportamento próximo ao linear para o caso da identificação de modelos lineares. Da mesma forma, quando a identificação é de um modelo não linear, a amplitude deve ser tal que explore as características não lineares do processo. Problemas como superamostragem, outliers, ou casos em que os sinais de excitação não podem ser previamente escolhidos, podem ser resolvidos ou amenizados por tratamento prévio dos dados, processo conhecido como pré-processamento.

2.2 Escolha da classe do modelo

Existem diversas classes modelos que podem ser utilizados para descrever a relação entrada-saída de um processo. Estas classes apresentam diferentes estruturas que se mostram mais ou menos adequadas a determinada aplicação. Por exemplo, para sistemas não lineares, a estrutura do modelo deve se mostrar complexa o suficiente para representar as não linearidades de interesse. Dentre as diversas classes usuais na representação de modelos destacam-se: funções radiais de base (Broomhead and Lowe, 1988), redes neurais (Haykin, 1994), wavelets (Strang, 1989), séries de Volterra (Billings, 1980), funções polinomiais e racionais (Billings et al., 1989).

2.3 Seleção de estrutura

Uma vez definida a classe de um modelo, a escolha de sua estrutura (i.e., número e/ou ordem de termos em um modelo polinomial NARX) passa a ser a próxima tarefa, antes da identificação de seus parâmetros. Esta pode ser uma tarefa difícil, uma vez que deseja-se encontrar um modelo com variância e polarização (viés) menores possíveis, e estas duas grandezas se mostram contraditórias. Em suma, o modelo deve ser suficientemente rico para capturar a dinâmica e repetir o comportamento do sistema modelado, mas não tanto ao ponto de modelar os ruídos presentes nos sinais amostrados. Se o modelo é muito simples, pode não se ajustar bem aos dados de treinamento, e se complexo demais (com muitos termos), pode afetar a predição do comportamento para dados diferentes daqueles usados no treinamento.

Encontrar palavra melhor que *contraditórias*.

Na tentativa de achar uma solução para esse problema, abordagens tem sido apresentadas nas últimas décadas. Dentre elas destaca o Akaike's Information Criterion (AIC), assim como sua versão corrigida, (AICc). O AIC, introduzido por [Akaike \(1974\)](#), é definido como:

$$AIC(n_\theta) = N \ln[\sigma_{\text{erro}}^2(n_\theta)] + 2n_\theta, \quad (2.1)$$

sendo N o número de dados, $\sigma_{\text{erro}}^2(n_\theta)$ a variância dos resíduos e $n_\theta = \dim[\hat{\theta}]$ o número de parâmetros do modelo. Segundo [Aguirre \(2015\)](#), (2.1) pode ser analisada pelo seguinte: “À medida que termos são incluídos no modelo, o número de grau de liberdade aumenta, permitindo um ajuste aos dados mais exato. Assim, $\sigma_{\text{erro}}^2(n_\theta)$ diminui a medida em que aumenta”. Mas “... a partir de determinado momento, a diminuição na variância dos resíduos resultante da inclusão de um novo termo é insignificante e não justificaria a inclusão do respectivo termo”. Em suma, a primeira parcela de (2.1) quantifica a diminuição na variância dos resíduos devido à inclusão de um termo, ao passo que a segunda parcela penaliza a inclusão de cada termo.

Visando corrigir um problema apresentados pelo AIC que eleva a probabilidade do AIC a selecionar modelos com alto número de parâmetros quando o tamanho da amostra é pequeno, o que leva a um sobre-ajuste, surge o AICc ([Cavanaugh, 1997](#)), dado pela equação

$$AICc = AIC + \frac{2k^2 + 2k}{n - k - 1}. \quad (2.2)$$

falar um pouquinho mais sobre este caso.

Outros critérios parecidos com de Akaike também podem ser encontrados na literatura, dentre eles, o Bayesian Information Criterion (BIC), ([Schwarz, 1978](#)); e o Final Prediction Error (FPE) ([Kashyap, 1977](#)).

Outras abordagens, já consideradas clássicas, que diferem dos critérios anteriormente citados podem ser encontradas na literatura, com destaque para a Error Reduction Ratio (ERR) (Billings et al., 1989). Nesta abordagem, a redução da variância dos ruídos que ocorre quando um novo termo é incluído no modelo é quantificada e normalizada com respeito à variância de saída. A ERR resultante da inclusão do i -ésimo

regressor é dada por

$$[\text{ERR}]_i = \frac{\text{MS1PE}(v_{i-1}) - \text{MS1PE}(v_i)}{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle}, \quad (2.3)$$

sendo $i = 1, 2, \dots, m$; m o número de termos candidatos testados; $\text{MS1PE}v_i$ o erro de um passo a frente do modelo com i termos, ou regressores; e v representa uma família de modelos com estruturas aninhadas tal que $v_{i-1} \subset v_i$.

Extensões do critério ERR são possíveis, como o ERR_2 (Alves et al., 2012), que usa predição 2 passos a frente ao invés de 1. Outro critério parecido com a ERR é a Simulation Error Reduction Ratio (SRR), introduzida por (Piroddi and Spinelli, 2003), e que se mostra vantajosa em condições não ideais, resultando muitas vezes em modelos mais compactos, mas com custos computacionais mais elevados. Ela é dada por

$$[\text{SRR}]_i = \frac{\text{MSSE}(v_{i-1}) - \text{MSSE}(v_i)}{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle}, \quad (2.4)$$

onde agora $\text{MSSE}v_i$ representa o erro médio quadrático de simulação para o modelo com i regressores, o que implica no uso de simulação livre.

Técnicas mais recentes, muitas das quais se baseiam em abordagens do tipo Monte Carlo, têm sido apresentadas à comunidade acadêmica nos últimos anos. Para fins desta pesquisa, destaca-se o método Randomized Model Structure Selection, ou simplesmente, RaMSS (Falsone et al., 2014, 2015).

Falar um pouco mais aqui sobre RaMSS e indicar que será abordado em capítulo a parte. Estou decidindo ainda como ficará (se capítulo a parte ou se falo neste mesmo capítulo, mas talvez como uma seção a parte depois desta introdução sobre identificação).

2.4 Parameter Estimation

No processo de identificação de sistemas dinâmicos, uma vez que os dados são colhidos, pré-processados e a classe do modelo e sua estrutura são escolhidos, o problema passa ser o de se determinar os melhores parâmetros para este modelo. A este processo dá-se o nome de estimação de parâmetros. O objetivo é encontrar uma função paramétrica $\hat{f}(\varphi_{k-1}, \hat{\theta}) : \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R}$ que se aproxime da função ideal e em geral, desconhecida, $f(\varphi_{k-1}) : \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R}$ por meios de dados de treinamento amostrados. Desta forma

$$y_k = f(\varphi_{k-1}) \approx \hat{f}(\varphi_{k-1}, \hat{\theta}), \quad (2.5)$$

em que $\varphi_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de regressores, formados por combinações lineares ou não lineares da saída $y_{k-1}, \dots, y_{k-n_y}$ e/ou entrada $u_{k-1}, \dots, u_{k-n_u}$ representa um vetor de regressores; $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^n$, um vetor de parâmetros estimados; $y_k \in \mathbb{R}$, o sinal amostrado no instante k ; e n_θ, n_y, n_u representam respectivamente: o número de parâmetros e os máximos atrasos na saída e na entrada.

parece que faltou falar de y .

Aqui está parecendo que a estimação é feita exclusivamente por mínimos quadrados. Deixar claro que não. Citar outras. Criar uma seção para mínimos quadrados.

Considerando que a função ideal $f(\varphi_{k-1})$ possa ser escrita na forma paramétrica

$$y_k = f(\varphi_{k-1}, \theta), \quad (2.6)$$

em que $\theta \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de parâmetros ideal, esta função define um conjunto de equações, ou restrições, que pode ser reescrita, para várias observações do escalar y , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y_k &= f(\varphi_{k-1}, \theta) \\ y_{k-1} &= f(\varphi_{k-2}, \theta) \\ &\vdots \\ y_{k+1-N} &= f(\varphi_{k-N}, \theta), \end{aligned} \quad (2.7)$$

sendo y_k a k -ésima observação de y , e $\varphi_{k-1} = [\varphi_{k-1,k} \ \varphi_{k-2,k} \ \dots \ \varphi_{k-n_\theta,k}]^T$ a k -ésima observação dos n_θ regressores no instante, ou amostra, k .

LAA: Corrigir isso aqui conforme comentários do aguirre. Olhar a definição de Ψ também.

Assumindo que f é linear nos parâmetros θ e que tanto f quanto θ não mudam de uma restrição para a outra em (2.7), pode-se escrever (2.6) na seguinte forma matricial

$$\mathbf{y} = \Psi\theta, \quad (2.8)$$

em que $\Psi = [\varphi_{k-1}^T \ \varphi_{k-2}^T \ \dots \ \varphi_{k-N}^T]$ e $\mathbf{y} = [y_k \ y_{k-1} \ \dots \ y_{k+1-N}]^T$.

Se $N = n_\theta$ restrições, o vetor de parâmetros θ pode ser determinado por

$$\theta = \Psi^{-1}\mathbf{y}. \quad (2.9)$$

Porém se $N > n_\theta$ restrições são tomadas, o sistema é dito sobre-determinado e a matrix X passa a ser não quadrada e não invertível. Uma solução é reescrever (2.8) de forma que a solução não seja exata, a partir da introdução de um termo de erro $\xi \in \mathbb{R}^N$, conhecido como vetor de *resíduos*, resultando em

$$\mathbf{y} = \Psi\hat{\theta} + \xi. \quad (2.10)$$

Para que o modelo capture o comportamento do processo modelado, é intuitivo que o vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}$ seja escolhido de forma que ξ seja reduzido em algum sentido. Na estratégia conhecida como Mínimos Quadrados Ordinário ou, simplesmente, mínimos quadrados ou LS (do inglês Least Squares), uma função de custo relacionada ao vetor de resíduos é definida como

$$J_{LS} = \sum_{k=1}^N \xi(k)^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2. \quad (2.11)$$

Prova-se que o vetor $\hat{\theta}_{LS}$, definido como o conjunto de parâmetros que minimiza J_{LS}

pode ser calculado por meio da pseudo-inversa de Ψ , de forma que (Aguirre, 2015):

$$\hat{\theta}_{LS} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \mathbf{y}. \quad (2.12)$$

A equação (2.12) representa o estimador dos mínimos quadrados, onde os parâmetros são determinados pela minimização da função de custo referente ao somatório do quadrado dos erros de modelagem. Alternativas numéricas mais interessantes que o algoritmo clássico de (2.12) podem ser encontradas (Aguirre, 2015; Ljung, 1999), porém o fundamento básico permanece o mesmo.

2.5 Model Validation

Tendo sido estimados os parâmetros que minimizam o resíduo em algum sentido, como por exemplo em função do somatório do quadrado dos erros de modelagem, caso dos mínimos quadrados apresentado em (2.12), deve-se avaliar o desempenho do modelo quando este estiver sujeito a excitações diferentes daquelas submetidas durante o processo de identificação (treinamento).

Para isso, é comum utilizar-se de um conjunto de dados amostrados diferente daquele usado no processo de identificação. A este conjunto de dados dá-se o nome de conjunto de validação. É usual colher-se uma certa quantidade de dados do processo, sujeito a um sinal de excitação adequado, e posteriormente dividir o conjunto de dados resultante em um conjunto de treinamento e outro de validação.

O passo seguinte consiste em utilizar-se de algum índice de desempenho de forma a quantificar a qualidade da previsão em um teste conhecido como *free-run simulation*. Nessa simulação, o modelo obtido no processo de identificação é submetido ao mesmo sinal de excitação sob o qual fora submetido o conjunto de validação. Os resultados simulados e colhidos armazenados previamente são então comparados a partir de alguma métrica. Dentre as métricas mais usuais, destacam-se o *Mean Square Error* (MSE) e a *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

O MSE é dado por

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2, \quad (2.13)$$


sendo M o número de amostras, y_k o dado amostrado no intervalo k e \hat{y}_k a predição do modelo. O MSE pode ser calculado tanto sobre os dados de treinamento quanto sobre dados de validação. Porém, para fins de validação, os dados de validação devem ser utilizados, uma vez que assim pode-se obter uma medida do desempenho para o modelo se comportando fora do ambiente de treinamento. Um bom modelo, em geral, deve apresentar o MSE sobre os dados de validação próximo ao MSE sobre os dados de treinamento.

O MAPE, por sua vez, calcula o desvio absoluto da predição em relação aos dados

observados e é, em geral, calculado em porcentagem, na forma

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|y_k - \hat{y}_k|}{|\max(y_k) - \min(y_k)|}. \quad (2.14)$$

Diferentes formas de escolha dos dados de treinamento e validação diferente da usual apresentada em (2.14) podem ser usados. Uma destas formas é a “leave-one-out cross-validation”, em que apenas um dado, de todo o conjunto de dados é usado de cada vez (Allen, 1974).

Além da validação quantitativa em geral recorre-se ainda a uma avaliação qualitativa, na qual é realizada uma comparação gráfica, quanto ao comportamento dinâmico, entre a curva do sinal amostrado e a curva do sinal estimado pelo modelo resultante. 

Melhorar este final

2.6 Randomized Model Structure Selection

Coloquei o RaMSS por enquanto nesta seção, mas estou querendo colocar em um capítulo a parte. Só mencioná-lo na seção anterior como método de seleção de estrutura. No capítulo a parte colocarei uma introdução sobre métodos estatísticos e teria ainda espaço para exemplos de aplicação do RaMSS para identificação de sistemas (processos). Mai a frente abordaria o uso para identificação de controladores.

O método RaMSS, apresenta uma abordagem aleatorizada para escolha de uma estrutura de modelo adequada por meio da amostragem de modelos de um conjunto de modelos \mathcal{M} . Introduzido por Falsone et al. (2014) e aperfeiçoado em (Falsone et al., 2015), o método realiza a tarefa de seleção de estrutura de maneira probabilística que, apesar do caráter aleatório, evita a busca exaustiva necessária para analisar todos os regressores do conjunto de regressores candidatos, definido por \mathcal{R} , que seria necessário ao se utilizar força bruta em uma estratégia puramente Monte Carlo.

tentar colocar isso (a definição do conjunto) de uma maneira mais formal (fórmula).

O método procura iterativamente pelo melhor subconjunto de regressores no conjunto \mathcal{R} visando maximizar a acurácia da predição do modelo segundo um índice definido. Isto é feito através de modelos candidatos, subconjuntos de \mathcal{M} , construídos a partir de regressores amostrados do conjunto \mathcal{R} com a probabilidade de escolha dada por uma função de probabilidade estimada chamada de RIP (*Regressor Inclusion Probability*). Uma vez escolhido um modelo candidato, este é avaliado de acordo com algum critério de desempenho e os RIP são atualizados. A cada iteração, N_p modelos são tomados de \mathcal{M} e índices de desempenho são calculados para a atualização dos RIP. Estes índices são, em geral, baseados no MSPE, MSSE ou uma combinação dos dois, e são usados para calcular um índice médio de desempenho do regressor avaliado. Assumindo um conjunto \mathcal{M} de $N_p = \dim(\mathcal{M})$ modelos em que alguns contêm o j -ésimo regressor, um índice que mensura o *desempenho médio do regressor*, que pode ser usado

passar para PT/EN

no cálculo do RIP é definido como

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_j &= \mathcal{I}_j^+ - \mathcal{I}_j^- \\ &= \mathbb{E}[\mathcal{J}(\Phi)|\phi_j \in \Phi] - \mathbb{E}[\mathcal{J}(\Phi)|\phi_j \notin \Phi], \end{aligned} \quad (2.15)$$

decidir aqui: usar Φ ou \mathcal{R} – eq. (2.15).

sendo $j = 1, \dots, m$, em que $m = \dim(\mathcal{R})$ é o número de regressores considerados, $\mathcal{J}(\Phi)$ representa o vetor contendo os índices de desempenho para os modelos escolhidos, Φ é o conjunto de regressores candidatos, ϕ_j o j -ésimo regressor e $\mathbb{E}[\cdot]$ é o operador de esperança matemática*. Desta forma, o índice de desempenho \mathcal{I}_j compara o desempenho médio dos modelos contendo o j -ésimo regressor (\mathcal{I}_j^+) com o desempenho dos modelos que não contêm este mesmo regressor (\mathcal{I}_j^-). Como em geral a esperança matemática da equação (2.15) não pode ser calculada de forma analítica, esta é, na prática, feita por estimação, tomando modelos do modelo universo \mathcal{M} e calculando a média amostral, resultando em

$$\mathcal{I}_j^+ = \frac{1}{n_j^+} \sum_{i \in \mathcal{M}_j^+} \mathcal{J}_i^+ \quad \text{e} \quad \mathcal{I}_j^- = \frac{1}{n_j^-} \sum_{i \in \mathcal{M}_j^-} \mathcal{J}_i^-, \quad (2.16)$$

onde $\mathcal{M}_j^+ \subset \mathcal{M}$ e $\mathcal{M}_j^- \subset \mathcal{M}$, representam os conjuntos de todos os modelos que, respectivamente, contêm e não contêm o j -ésimo regressor ϕ_j , com $n_j^+ = \dim \mathcal{M}_j^+$ e $n_j^- = \dim \mathcal{M}_j^-$. Os termos \mathcal{J}_i^+ e \mathcal{J}_i^- representam os respectivos índices de desempenho para os casos que contêm e que não contêm ϕ_j .

Assumindo que o modelo real definido por f^* , o qual se deseja encontrar, pertence ao conjunto de todas as possíveis estruturas (conjunto universo) \mathcal{M} , deve ser possível achar este modelo explorando o conjunto de modelos \mathcal{M} e tomando os modelos com melhor desempenho. O problema de se achar o modelo real em função de um índice pode ser representado por

$$f^* = \underset{\tilde{f} \in \tilde{\mathcal{M}}}{\operatorname{argmax}} \mathcal{J}(\tilde{f}), \quad (2.17)$$

onde \mathcal{J} é algum índice de desempenho calculado para os modelos candidatos \tilde{f} tomados do conjunto universo não redundante $\tilde{\mathcal{M}} \subset \mathcal{M}^+$, ou mesmo por \mathcal{M} .

No sentido de achar a estrutura correta do modelo, ou seja f^* , o algoritmo RaMSS amostra N_p modelos de \mathcal{M} , calcula o desempenho $\mathcal{J}(\tilde{f})$ para cada modelo candidato \tilde{f}_i , com $i = 1, \dots, N_p$ e estima a média sobre todos os modelos que envolvem o regressor ϕ_j . Isto é feito para cada um dos $m = \dim(\mathcal{R})$ regressores do conjunto \mathcal{R} de regressores candidatos.

Considerando que o índice de desempenho \mathcal{J} em (2.17) tenha valores no intervalo $[0, 1]$, i.e. $\mathcal{J}(\tilde{f}) \in \mathbb{R} : \mathcal{J}(\tilde{f}) \in [0, 1]$, seu valor esperado, considerando \mathcal{P}_j a distribuição

Confirmar isso aqui

*Caso o evento condicional tenha probabilidade nula de ocorrer, a esperanças são assumidas nulas.

†Note que no conjunto universo é comum o aparecimento de modelos redundantes, ou seja, modelos similares que não incluem termos estatisticamente relevantes. Na prática é comum que estes sejam removidos e a amostragem seja realizada em um conjunto reduzido do modelo universo, definido por $\tilde{\mathcal{M}} \subset \mathcal{M}$.

de probabilidade ao se escolher o regressor ϕ_j como variável aleatória Φ na realização de uma amostra de modelo em $\tilde{\mathcal{M}}$, será dado por

$$\mathbb{E}[\mathcal{J}] = \sum_{\tilde{f} \in \tilde{\mathcal{M}}} \mathcal{J}(\tilde{f}) \mathcal{P}_j(\Phi = \tilde{f}) \quad (2.18)$$

Se \mathcal{P} é variado sobre todas as possíveis distribuições em $\tilde{\mathcal{M}}$, o máximo de (2.18) é obtido ao se concentrar toda a massa de probabilidade no modelo mais adequado. Com isso, a solução do problema de otimização pode é obtida por

$$\mathcal{P}_j^* = \operatorname{argmax}_{\tilde{f} \in \tilde{\mathcal{M}}} \mathbb{E}[\mathcal{J}(\Phi)] \quad (2.19)$$

e é tal que $\mathcal{P}_j = 1$. Assim, resolvendo (2.19) seleciona-se o modelo mais adequado, ou modelo real f^* , com a mesma solução de (2.17).

O método RaMSS estima \mathcal{P}_j e, conseqüentemente, o melhor modelo como se segue. A cada iteração, N_p modelos candidatos são montados a partir de m regressores candidatos. A escolha de cada regressor ϕ_j componente de um modelo candidato é feita a partir de um processo de Bernoulli, por uma variável aleatória associada a cada regressor ϕ_j tal que

$$\rho \approx \text{Be}(\mu_j), \quad (2.20)$$

onde possíveis resultados são: 1, com probabilidade (de sucesso) μ_j de ocorrer; e 0, com probabilidade $(1 - \mu_j)$; sendo $\mu_j \in [0, 1]$, com $j = 1, \dots, m$ e m o número de regressores candidatos. Caso $\rho = 1$, o regressor ϕ_j estará presente no modelo candidato construído, caso contrário, não.

Assume-se que variáveis aleatórias ρ_j são independentes[‡] e define-se um vetor $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m]^T$ como o vetor de *Probabilidade de Inclusão de Regressor* (RIP). Note que o RIP, ou $\boldsymbol{\mu}$ é quem dita a distribuição de probabilidade \mathcal{P}_j sobre os modelos em $\tilde{\mathcal{M}}$ (ou \mathcal{M}), ou seja, dado um $\boldsymbol{\mu}$ conhecido, a probabilidade de se obter um modelo de estrutura \tilde{f} em qualquer subconjunto de n_θ regressores será

$$\mathcal{P}_j(\tilde{f}) = \prod_{j: \phi_j \in \tilde{f}}^{n_\theta} \mu_j \prod_{j: \phi_j \notin \tilde{f}}^{m-n_\theta} (1 - \mu_j), \quad (2.21)$$

para qualquer $\tilde{f} \in \tilde{\mathcal{M}}$.

O procedimento é executado de modo que a cada iteração os regressores são escolhidos de acordo com o processo de Bernoulli, onde a probabilidade de escolha μ_j de cada regressor ϕ_j é representada pelo vetor de RIP. O vetor de RIP, $\boldsymbol{\mu}$ é refinado por

[‡]Apesar de existirem resultados na literatura (Bianchi et al., 2016) sugerindo que uma abordagem utilizando distribuição Bernoulli condicionada e multivariada pode resultar em melhorias na acurácia do processo de seleção de modelos, um procedimento inicial adotado neste trabalho considera independência.

sucessivas iterações de uma regra de atualização definida como

$$\mu_j(i+1) = \mu_j(i) + \gamma \mathcal{I}_j, \quad (2.22)$$

onde γ é um parâmetro de projeto, \mathcal{I}_j o índice de desempenho definido em (2.15) e i o índice da iteração do algoritmo.

Depois de algumas iterações é esperado que os desempenhos médios dos modelos que contém os regressores certos fiquem significativamente maiores que os que não contém, fazendo com que os regressores “corretos” sejam mais prováveis de serem incluídos no modelo final. O método não garante que μ será limitado. Para evitar que os valores do RIP cresçam, ou decresçam indefinidamente, uma saturação dos elementos em uma faixa com valor mínimo maior ou igual a 0, e máxima, menor ou igual a 1, é aplicada pelo algoritmo.

O parâmetro de projeto γ , de (2.22) é escolhido de forma a controlar a velocidade de convergência. Valores maiores tendem a levar a uma convergência mais rápida mas pode também levar a não convergência do método. Para lidar com este problema de convergência, Falsone et al. (2015) propõem um parâmetro adaptativo, dado por

$$\gamma = \frac{1}{10(\mathcal{J}_{\max} - \bar{\mathcal{J}}) + 0.1}, \quad (2.23)$$

onde \mathcal{J}_{\max} representa o índice de desempenho do melhor modelo e $\bar{\mathcal{J}}$ representa o índice de desempenho médio na iteração corrente. A ideia deste passo adaptativo é de que, se $\bar{\mathcal{J}}$ está longe do melhor índice de desempenho, γ é feito pequeno de modo a compensar a grande variância provável daquela população de modelos. Porém, se $\bar{\mathcal{J}}$ é próximo de \mathcal{J}_{\max} , os modelos amostrados têm baixa variância de desempenho, o que indica que o RIP deve ser atualizado em maior valor.

Colocar aqui sobre \mathcal{J} , como é definido, etc.

Passadas algumas iterações o espera-se que vetor de RIP, μ , convirja para uma distribuição de equilíbrio. O modelo final será o modelo correto esperado do sistema e será composto pelos regressores associados aos RIP com valores maiores que certo limiar definido pelo projetista. Assumindo-se que o modelo real $f^* \in \mathcal{M}$, este limiar em geral é ajustado para um valor próximo a 1.

O pseudo-código para o método RaMSS descrito é apresentado no [algorithm 1](#). Na sequência é apresentado um exemplo para identificação de sistema utilizando o

método.

Algorithm 1: RaMSS algorithm

```

 $\mathbf{y}, N_p, m, \mu_{\min}, \mu_{\max}, K, \Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_m\}$ 
while  $iter < iter_{\max}$  do
   $\mu \leftarrow \mu_0$  for  $i = 1 : N_p$  do                                     // Model Sampling
     $\tau \leftarrow 0$ 
     $\psi(k) \leftarrow []$                                              // Initialize model
    for  $i = 1 : m$  do
       $r_j \leftarrow \text{Be}(\mu_j)$                                      // Sample from a Bernoulli distribution
      if  $r_j = 1$  then
         $\psi(k) \leftarrow [\psi^T(k) \ \phi_j]^T$ 
         $\tau \leftarrow \tau + 1$ 
    for  $h = 1 : \tau$  do
       $\tilde{\psi}(k) \leftarrow \text{non-redundant}(\psi(k))$                  // Remove redundant terms
       $\hat{\mathbf{y}} \leftarrow \text{Predict}(\tilde{\psi}(k))$ 
       $\mathcal{J}_i \leftarrow e^{-K \cdot \text{MSPE}(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}})}$ 
  for  $j = 1 : m$  do                                             // RIP Update
     $\mathcal{J}^+ \leftarrow 0; \mathcal{J}^-; n^+ \leftarrow 0; n^- \leftarrow 0;$ 
    for  $i = 1 : N_p$  do
      if  $\phi_j(k) \in \tilde{\psi}(k)$  then
         $\mathcal{J}^+ \leftarrow \mathcal{J}^+ + \mathcal{J}_i$ 
         $n^+ \leftarrow n^+ + 1$ 
      else
         $\mathcal{J}^- \leftarrow \mathcal{J}^- + \mathcal{J}_i$ 
         $n^- \leftarrow n^- + 1$ 
       $\mathcal{I}_j \leftarrow \left( \frac{\mathcal{J}^+}{\max(n^+, 1)} \frac{\mathcal{J}^-}{\max(n^-, 1)} \right)$ 
       $\mu_j \leftarrow \mu_j + \gamma \mathcal{I}_j$ 
       $\mu_j \leftarrow \max(\min(\mu_j, \mu_{\max}), \mu_{\min})$ 

```

Example 2.6.1 (Identificação de um modelo não-linear utilizando o RaMSS). Como exemplo ilustrativo da utilização do algoritmo RaMSS na escolha de estrutura e identificação de sistemas é usado um modelo de um pequeno aquecedor elétrico, com dissipação variável. A variação da dissipação é resultado do acionamento de um ventilador. O sinal de entrada é a tensão elétrica aplicada ao aquecedor e o sinal de saída é o sinal amplificado de um termopar. Mais detalhes sobre este modelo pode ser encontrada em (Aguirre, 2015), seção 16.6.

Figure 2.1: Evolução dos RIPs durante as iterações do algoritmo RaMSS.

Colocar linha de *threshold* na reffig:RIPs1? Mudar cores. Tentar mudar nome dos regressores (índices). Mas com certeza, mudar nomes de y para u.

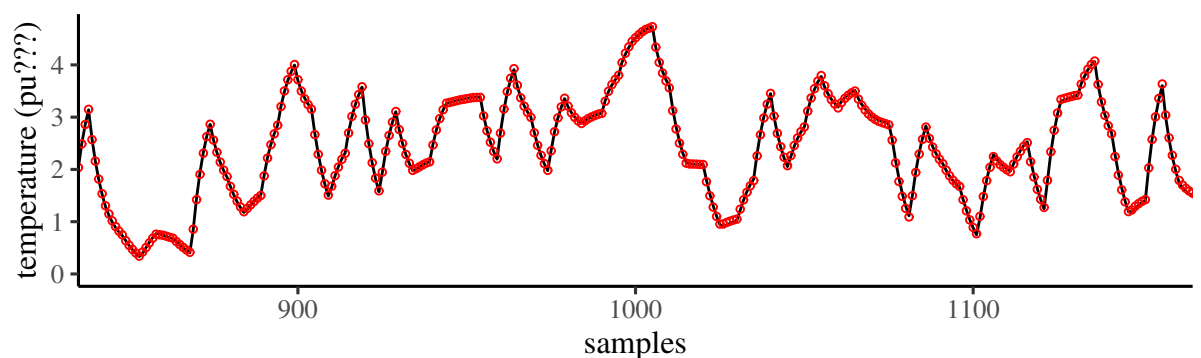


Figure 2.2: Resposta temporal para os dados de amostrados (preto tracejado - -), treinamento (círculos vermelhos \circ), até a iteração 1000, e de validação (vermelho contínuo) a partir da milésima iteração. Para melhor visualização apenas as iterações de 850 a 1150 são mostradas.

Corrigir axis labels

LAA: Não colocar dados de treinamento, somente validação. Deixar claro que foi utilizado free-run simulation.

2.7 Control System Setup and Notations

Nesta seção apresenta-se o sistema em malha fechada considerado, definindo as equações para seus componentes e introduzindo a notação utilizada ao longo do texto. Como pretende-se lidar com sistemas não lineares, adota-se a notação apresentada em [Campi and Savaresi \(2006\)](#). Quando lidando com sistemas lineares, porém, esta notação pode parecer mais pesada que o necessário e uma notação mais usual pode ser adotada. Essas notações, são apresentadas no escopo do sistema de controle considerado e são detalhadas nas próximas subseções.

2.7.1 O sistema de controle

Considera-se um sistema de controle clássico do tipo SISO de um grau de liberdade, que pode ou não se encontrar sobre efeito de ruídos no sinal de saída. A figura 2.3 apresenta o diagrama de blocos deste sistema, onde $C(q, \theta, e(k))$ representa o Controlador, função do vetor de parâmetros θ e $P(q, u(k))$, o modelo do processo, ou planta, que pode ser ou não conhecido. Os sinais $r(k)$, $u(k)$, $v(k)$, $e(k)$, $y(k)$, e $y_v(k)$ são, respectivamente, os sinais de referência, controle, ruído, erro rastreamento, saída do processo e, por último, saída com ruído (ou sinal medido).

Corrigir aqui. Usar somente P e C no diagrama e corrigir neste parágrafo

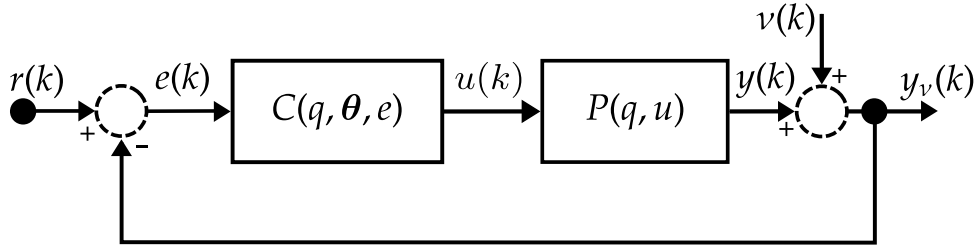


Figure 2.3: Sistema de controle.

2.7.2 O Processo

O processo, ou planta, P é um processo não-linear discreto no tempo do tipo SISO, com dinâmica não linear descrita como

$$y(k) = p(y(k-1), \dots, y(k-n_{py}), u(k-1), \dots, u(k-n_{pu})), \quad (2.24)$$

onde p é uma função representando o processo, n_{py} é o máximo atraso na saída, n_{pu} é o máximo atraso na entrada e k o índice temporal.

Por simplificação, é considerado que o atraso de tempo puro de u para y em P é 1, mas o procedimento pode ser estendido sem problemas para atrasos maiores.

Considera-se P como um mapa não-linear que opera de \mathbb{R}^N para \mathbb{R}^N . Quando sujeito às condições iniciais $i.c. = (y(0), \dots, y(1-n_{py}), u(-1), \dots, u(1-n_{pu}))$ e a um sinal

de entrada no intervalo $[0, N - 1]$ definido como $u(0:N - 1) \triangleq [u(0) \cdots u(N - 1)]^T$, P gera uma saída dada por

$$y(1:N) = P[u(0:N - 1), \text{i.c.}]. \quad (2.25)$$

Adota-se as seguintes hipóteses:

Assumption 2.1. A função p que representa o processo é suave.

Assumption 2.2. Para quaisquer condições iniciais dadas, se $u_1(0:N - 1) \neq u_2(0:N - 1)$, então $P[u_1(0:N - 1), \text{i.c.}] \neq P[u_2(0:N - 1), \text{i.c.}]$.

A hipótese 2.1 garante a invertibilidade do mapa P . A invertibilidade de P para um sinal de entrada definido no intervalo $[0:N - 1]$ implica na invertibilidade do mapa em um intervalo $[0:T]$, com $T \leq N - 1$ (Campi and Savaresi, 2004).

Ref. aqui –olhar
(Campi and Savaresi,
2006).

Acabar aqui.

2.7.3 O controlador

O controlador considerado, assim como o processo, é representado por um modelo não-linear (que pode também ser linear). Para fins de identificação dos parâmetros pelo método VRFT, assunto abordado no capítulo 3, assume-se que uma estrutura (ou classe) é previamente escolhida. Este controlador pode ser descrito como

$$u(k) = c(u(k - 1), \dots, u(k - n_{Cu}), e(k), \dots, e(k - n_{Ce})), \quad (2.26)$$

em que n_{Cu} e n_{Ce} são os máximos atrasos no sinal de controle (saída do controlador e no sinal de erro de rastreamento (entrada do controlador).

Assim como para o processo, o controlador é sujeito às condições iniciais $\text{i.c.} = u(-1), \dots, u(-n_{Cu}), e(-1), \dots, e(-n_{Ce})$ e quando alimentado com o sinal de erro $e(0:N - 1)$, gera o sinal de controle $u(0:N - 1)$, que é representado por

$$u(0:N - 1) = C[e(0:N - 1), \text{i.c.}]. \quad (2.27)$$

Neste trabalho, um dos objetivos é selecionar um controlador adequado dada uma classe fixa de controladores pelo método VRFT, conforme abordado no capítulo 3. Essa classe é formada por todos controladores parametrizados por

$$u(k) = c(u(k - 1), \dots, u(k - n_{Cu}), e(k), \dots, e(k - n_{Ce}); \theta), \quad (2.28)$$

sendo $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ um vetor de n_θ parâmetros. O controlador parametrizado por θ será aqui indicado por C_θ , e o sinal de controle (2.26) fica na forma

$$u_\theta(0:N - 1) = C_\theta[e(0:N - 1), \text{i.c.}], \quad (2.29)$$

com

$$e(0:N-1) \triangleq r(0:N-1) - y(0:N-1) \quad (2.30)$$

representando o erro de rastreamento.

A seguinte hipótese é assumida para o controlador:

Assumption 2.3. O controlador c é representado por uma função escalar parametrizada como em (2.28), e assumido suave, ou de forma simplificada

$$c : \mathbb{R}^{n_{Cu}+n_{Ce}+1+n_\theta} \mapsto \mathbb{R} \text{ é suave.} \quad (2.31)$$

2.7.4 O Sistema Realimentado

As interconexões do sistema em malha fechada apresentado na figura 2.3, juntamente com as equações do processo (2.25) e do controlador (2.27) resultam na relação

$$\begin{aligned} y(1:N) &= P[u(0:N-1), i.c.] \\ &= P[C[e(0:N-1), i.c.], i.c.] \end{aligned} \quad (2.32)$$

2.7.5 Simplificações nas notações

Por simplificações nas notações, considera-se as condições iniciais da planta e do controlador nulas. Tal requerimento não é necessário, porém só leva a complicações desnecessárias, principalmente na notação. Além do mais, se N é grande o suficiente, as condições iniciais influenciam pouco para casos estáveis. Além disso, os argumentos temporais são omitidos, resultando no uso dos símbolos: u para representar $u(0:N-1)$, r para $r(0:N-1)$, e para $e(0:N-1)$ e y para $y(1:N)$. Note o avanço temporal de y em relação às outras variáveis. Desta forma, representa-se $y(0:N)$ é representado por Dy , sendo D uma matriz nilpotente de deslocamento em atraso definida como

$$D \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Com isso, (2.32) pode ser rescrita como

$$y = P[C[r - Dy]] \quad (2.34)$$

Ou, utilizando o controlador parametrizado de (2.29),

$$y_\theta = P[C_\theta[r - Dy_\theta]] \quad (2.35)$$

2.7.6 The Control Objective

Um elemento fundamental para projeto e análise de controladores na teoria de controle baseada em otimização, como é o caso do VRFT, é o conceito de *desempenho de controle*. Na forma geral, este conceito pode ser expresso como a solução de um problema definido como

$$\min_{\theta} J(\theta), \quad (2.36)$$

onde $\theta \in \mathbb{R}$ é um vetor de n_{θ} parâmetros adotado como variável decisão e $J(\theta)$ é uma *função de custo*[§]. Quanto menor o valor de $J(\theta)$, melhor o desempenho segundo algum critério adotado. Dependendo do objetivo de controle, ou até mesmo por questões de garantias analíticas de estabilidade, diferentes funções de custo podem ser adotadas. Uma abordagem muito comum é escolher uma função de custo baseada na norma-2 quadrática média[¶] na forma

$$\|x(k)\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x(k)]^2 \triangleq \bar{\mathbb{E}}[x(k)]^2 \quad (2.37)$$

em que $x(k)$ representa uma função genérica, N , o número de amostras e $\bar{\mathbb{E}}[\cdot]$, um operador definido como

$$\bar{\mathbb{E}}[x(k)] \triangleq \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x(k)], \quad (2.38)$$

que representa o cálculo da média amostral, e será usado no decorrer do texto em substituição ao somatório, por conveniência.

O critério apresentado em (2.37) é conhecido como *critério de desempenho H_2* e é o que se adota neste trabalho e, para fins de objetividade, será o único abordado neste texto.

O critério H_2 , para fins de controle, é definido de acordo com o objetivo de controle. Estes objetivos, em geral, são adotados como: (1) rastreamento de referência, (2) rejeição de ruídos e (3) economia de esforço de controle. Critérios mistos adotando mais de um destes objetivos, podem também ser definidos, como é o caso do (4) composite performance criteria. As próximas seções tratam destes critérios com um pouco mais de detalhes.

[§]Outros termos também são conhecidos na literatura, como *índice (ou função) de desempenho*, ou ainda, *função objetivo*.

[¶]A norma-2 de um sinal discreto, ou vetor, $x(t)$ é definida como $\|x(t)\| \triangleq \sqrt{\sum_{t=1}^N [x(t)]^2}$. Elevando esse valor ao quadrado temos a norma-2 quadrática, que representa a energia do sinal que, dividida pelo número de amostras, como em (2.37), resulta em sua energia média.

The Reference Tracking Objective

Um dos principais objetivos do controle em malha fechada é fazer com que o sinal controlado siga um sinal de referência desejado, de modo que sejam o mais próximo possível. Desprezando-se o efeito do ruído na saída, e considerando um controlador parametrizado, a resposta do sistema em malha fechada é dada por (2.35).

Esse objetivo pode ser traduzido como a minimização de uma função custo dada pela norma-2 do erro de rastreamento, na forma

$$J_r(\theta) \triangleq \|r - y_\theta\|^2. \quad (2.39)$$

The Reference Model Objective

Um fato bem conhecido na comunidade de controle é que na prática é impossível fazer com que a saída siga perfeitamente o sinal de referência durante todo o tempo, ou seja (2.39) nunca será zero. Para contornar esse fato uma saída é relaxar o objetivo de rastreamento por outro que satisfaça pré-requisitos desejados (como tempo de acomodação, instante de pico, sobressalto máximo, dentre outros), mas que seja menos exigente que a referência original.

Esse novo objetivo é traduzido para um modelo conhecido como *modelo de referência* representado aqui por um mapa de \mathbb{R}^N para \mathbb{R}^N , que mapeia um sinal de referência, digamos, \tilde{r} para um sinal de saída \tilde{y} com um comportamento desejado^{||}.

$$M : \tilde{r} \in \mathbb{R}^N \mapsto \tilde{y} \in \mathbb{R}^N \quad (2.40)$$

Este mapa, a princípio pode ser um modelo não linear, desde que seja suave e invertível. Porém, em geral, por conveniência, é escolhido como um modelo linear, mas ainda sim deve ser invertível. Defini-se a seguinte hipótese:

Assumption 2.4. M é triangular inferior e invertível.

O fato de M ser adotado como triangular inferior garante que será causal, com atraso puro maior ou igual a 1. Um exemplo de escolha típica para M , para o caso linear, é o filtro

$$M(q) = \frac{b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_{Mr}} q^{-n_{Mr}}}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_{My}} q^{-n_{My}}} \quad (2.41)$$

sendo n_{Mr} e n_{My} os máximos atrasos pra a referência e para a saída, respectivamente, e q um operador de atraso. No domínio do tempo, (2.41) corresponde a

$$\tilde{y}(k) = -a_1 \tilde{y}(k-1) - \dots - a_{n_{My}} \tilde{y}(k-n_{My}) + b_1 \tilde{r}(k-1) + \dots + b_{n_{Mr}} \tilde{r}(k-n_{Mr}) \quad (2.42)$$

Uma vez definido o modelo de referência que traduz o comportamento desejado em malha fechada, o novo objetivo de controle é traduzido como

^{||}o símbolo \sim enfatiza que estes sinais são para o modelo de referência.

$$J_y(\theta) \triangleq \|y_\theta - \tilde{y}\|^2 = \|P[C_\theta[\tilde{r} - Dy_\theta]] - M[\tilde{r}]\|^2 \quad (2.43)$$

sendo $\tilde{y} = M[\tilde{r}]$ o sinal de saída do modelo de referência desejado, quando sobre efeito de um sinal de referência r . Tal critério é conhecido como *critério do modelo de referência*.

The Noise Rejection Objective

Outro objetivo comum em sistemas de controle é minimizar o efeito do ruído no sinal de saída. O sinal de saída devido somente a atuação do sinal de ruído no processo pode ser escrito como

$$y_{\theta v}(\theta) \triangleq S_\theta[v] = v - P[C_\theta[Dy_{\theta v}]], \quad (2.44)$$

em que $v \triangleq v(0:N)$ representa o sinal de ruído e S_θ um mapa de ruído para a saída do processo, ou seja $M : v \mapsto y_{\theta v}$, que, para o caso linear, é também conhecido como função sensibilidade. Quando analisada a magnitude deste sinal em função de alguma norma, tem-se o critério de desempenho de rejeição de ruído $J_v(\theta)$ que, utilizando a norma-2, é dado por

$$J_v(\theta) \triangleq \|y_{\theta v}\|^2 = \|S_\theta[v]\|^2. \quad (2.45)$$

Assim como no caso do rastreamento, não é possível a eliminação completa do efeito do ruído e um relaxamento neste critério é desejável, pelos mesmos motivos. Neste caso é definida uma função sensibilidade desejada S_M^{**} e adota-se o critério

$$J_v^M(\theta) \triangleq \|S_\theta[v] - S_M[v]\|^2. \quad (2.46)$$

The Economy of Control Effort Objective

Um objetivo comum no projeto de controladores, principalmente na área de controle ótimo, é a minimização do esforço de controle. Para minimizar o sinal de controle o seguinte índice pode ser definido:

$$J_u(\theta) \triangleq \|u(k)\|^2, \quad (2.47)$$

sendo $u(k)$ o sinal de controle. Porém este índice não deve ser usado sozinho, uma vez que $J_u(\theta) = 0$ implicaria em $u \equiv 0$. Portanto o que se faz é utilizar-se de uma combinação deste índice, com outros, por exemplo, com o objetivo de rastreamento de referência, resultando em

$$J_\lambda = J_y(\theta) + \lambda J_u(\theta) \quad (2.48)$$

**O índice M é utilizado para manter a analogia com o índice utilizado pelo modelo de referência para o caso de rastreamento.

em que $\lambda \in \mathbb{R}$ representa um parâmetro de ajuste. Ao se utilizar de controladores baseados em modelo de referência, como o caso do VRFT a ser visto no 3, um efeito de economia de esforço de controle pode ser obtido ao se escolher um modelo de referência adequado. Portanto, neste trabalho a inclusão do índice (2.47) na função de custo é desconsiderado.

The Composite Performance Objective

Outro objetivo, mais realista que o de rastreamento de referência, é o *composite performance*, que objetiva tanto reduzir o erro de rastreamento quanto rejeitar efeitos do ruído na saída. Este critério é dado por

$$J_T(\theta) \triangleq \|y_{\theta v} - \tilde{y}\|^2, \quad (2.49)$$

em que, diferentemente de \tilde{y} em (3.1), o sinal $y_{\theta v} = P[C_\theta[r - y_\theta]] + S[v]$ depende do ruído. O critério final será a soma dos dois critérios anteriores, uma vez que a referência e o ruído são sinais independentes estatisticamente e pode ser escrito como

$$J_T(\theta) = \|P[C_\theta[r - Dy_\theta]] - M[r]\|^2 + \|S[v]\|^2. \quad (2.50)$$

2.8 The Ideal Controller and the Matched Control

Considerando o sistema realimentado apresentado em (2.34), e assumindo a invertibilidade de P e que M é triangular inferior, resolvendo (2.34) para C , é possível calcular o controlador ideal, que resulta nos parâmetros ótimos para C_θ , desde que C_θ tenha mesma estrutura (ou pertença à mesma classe) do controlador ideal. Este controlador ideal é definido como:

$$C_0 \triangleq P^{-1}(I - MD)^{-1}M, \quad (2.51)$$

onde I é a matriz identidade e C^i é o controlador ideal.

Quando o C_0 é usado na malha fechada, o mapa de r para y é dado por M , ou seja, $y = M[r]$

Para o caso linear SISO (Single Input Single Output), se o modelo do processo é conhecido e considerando que este é de fase mínima, o controlador ideal C_0 pode ser escrito na forma de função de transferência como

$$C_0(z) = \frac{M(z)}{P(z)(1 - M(z))}, \quad (2.52)$$

em que $P(z)$ e $M(z)$ representam respectivamente as funções de transferência do processo e do modelo de referência.

Note que, se o processo é de fase não mínima, devido a zeros fora do círculo unitário no plano- z , a inversa de $P(z)$ em (2.52) resulta em instabilidade do sistema. Soluções

Tirar o "Matched Control??".

para este problema têm sido apresentadas há décadas para projetos MBC, como por exemplo regras para sintonia de PID, como a desenvolvida por [Skogestad \(2003\)](#). Uma abordagem no mais recente, no âmbito do DDC, é apresentada por [Campestrini et al. \(2011\)](#).

Colocar um pouco mais sobre este artigo aqui.

Colocar aqui a respeito do caso não linear, como em ([Campi and Savaresi, 2006](#), p. 19), mas antes introduzir notação.

Virtual Reference Feedback Tuning

The *Virtual Reference Feedback Tunning* method, or simply VRFT, proposed by [Campi et al. \(2002\)](#), is a procedure that aims to design closed loop controllers based only on data sampled from the process, without the need for a model that describes that process itself. Thus, it is classified as a data-based control method, or DDC.

The main objective of this method is to adjust the parameters of a controller, defined by a parametric function like (2.28), using the process sampled data only, so that the output signal of the controlled process, $y_\theta(k)$ behaves as close as possible to the output signal \tilde{y} of a previously defined reference model as defined in (2.40). To reach this objective, VRFT aims to optimize the tracking error by minimizing a performance index $J_y(\theta)$ as stated in (3.1), rewritten here for convenience:

$$J_y^N(\theta) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k, \theta) - \hat{y}(k)]^2 = \|y_\theta - \tilde{y}\|^2, \quad (3.1)$$

where N represents the number of data samples, $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_N]^T \in \mathbb{R}^N$ a vector of parameters and k a temporal index. The signal $y_\theta(k) \in \mathbb{R}$ represents the output of the system controlled with the parametrized controller C_θ , and $\tilde{y}(k) \in \mathbb{R}$ are the output of a reference model M , both subject to the same reference signal.

To achieve the objective of minimizing (3.1), [Campi et al. \(2002\)](#), for the linear case, and [Campi and Savaresi \(2006\)](#), for the non-linear case, show that, under certain conditions, presented in sequence, when minimizing a cost index defined as

$$J_{VR}(\theta) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [u(k) - C_\theta(q, \theta)\bar{e}(k)]^2, \quad (3.2)$$

the index $J_y(\theta)$ defined in (3.1) is also minimized. In (3.2), $u(k)$ represents the input signal applied to the process during data collection, $C(q, \theta)$ the controller model to be adjusted and $\bar{e}(k)$ is the so-called *virtual error*, defined as

$$\bar{e}(k) = \bar{r}(k) - y(k), \quad (3.3)$$

where \bar{r} is a signal called *virtual reference*, obtained by filtering the output $y(k)$ by the

inverse reference model $M^{-1}(q)$, in the form

$$\bar{r}(k) = M^{-1}(q)y(k). \quad (3.4)$$

The term “virtual” is adopted in reference tracking error signals to emphasize that none of these signals are physically available, but only calculated for controller design purposes, as will be better explained latter.

The condition for $J_y(\theta)$ and $J_{VR}(\theta)$ reach their minimum values for the same parameter solution θ are presented in sequence, right after some definitions that are important for the rest of the chapter.

3.1 Basic definitions

Definition 3.1 (Ideal Controller).

Put definition here.

Assumption 3.1 (Noise free). The system is not affected by noise.

Assumption 3.2 (Matched control). The ideal controller belongs to control model class considered, i.e. $C_0(q) \in \mathcal{C}$, or, equivalently

$$\exists \theta_0 : C(q, \theta_0) = C_0(q). \quad (3.5)$$

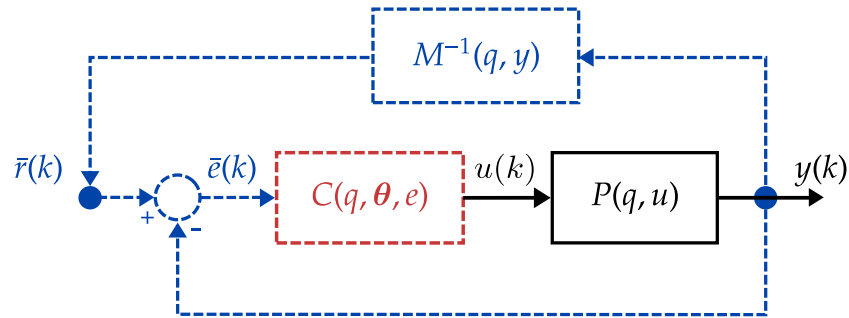


Figure 3.1: Experiment to obtain the data used to identify the controller parameters by the VRFT method: real data (*black solid lines*), virtual data (*blue dashed lines*) and the cotroller to tune in (*red dashed block*).

3.2 Filtro Caso não Linear

Objetivo do filtro

$$J_{\text{VRFT}}(\theta^+) := \|F[C_\theta + [\tilde{e}]] - F[\tilde{u}]\|^2 \quad (3.6)$$

Deseja-se selecionar um filtro tal que

$$\left. \frac{\partial^2 J_{\text{VRFT}}(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial^2 J(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} \right|_{\theta_0^+} \quad (3.7)$$

Theorem 3.2.1. Se

$$F = (I - MD) \left(\left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\bar{u}} \right) \quad (3.8)$$

então (3.7) é satisfeita.

3.3 Prova da escolha do filtro VRFT

Note que

$$\tilde{u} = C_{\theta_0^+}[\tilde{e}] \quad (3.9)$$

uma vez que

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= P^{-1}[\hat{y}] = P^{-1}[(I - MD)^{-1}(I - MD)\hat{y}] \\ &= P^{-1}[(I - MD)^{-1}(M\tilde{r} - MD\tilde{y})] = P^{-1}[(I - MD)^{-1}M\tilde{e}] = C^0[\tilde{e}] \\ &= C_{\theta_0^+}[\tilde{e}]. \end{aligned} \quad (3.10)$$

De forma semelhante

$$\tilde{y} = y_{\theta_0^+} \quad (3.11)$$

uma vez que, $\tilde{y} = P[\tilde{u}]$ a partir de (3.9), assumindo $\tilde{e} = \tilde{r} - D\tilde{y}$, tem-se que $\tilde{y} = P[C_{\theta_0^+}[\tilde{e}]] = P[C_{\theta_0^+}[\tilde{r} - D\tilde{y}]]$. Como $y_{\theta_0^+} = P[C_{\theta_0^+}[\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+}]]$, \tilde{y} e $y_{\theta_0^+}$ corresponde ao mesmo \tilde{r} no mapa $r \mapsto y$ dado por $y = P[C_{\theta_0^+}[r - Dy]]$. Uma vez que tal mapa, dado um r há somente um y correspondente, conclui-se (3.11). De (3.11) é possível concluir que

$$\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+} = \tilde{e}, \quad (3.12)$$

que, em (3.9), resulta em

$$\tilde{u} = C_{\theta_0^+}[\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+}]. \quad (3.13)$$

Por simplicidade e maior clareza no desenvolvimento, adota-se a seguinte notação:

$$x_{\theta^+} \triangleq F[C_{\theta^+}[\tilde{e}]] - F[\tilde{u}] \quad (3.14)$$

$$w_{\theta^+} \triangleq y_{\theta^+} - \tilde{y} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta^+} \triangleq \begin{bmatrix} \partial g_1 / \partial \theta_1^+ & \dots & \partial g_1 / \partial \theta_j^+ & \dots & \partial g_1 / \partial \theta_{n_{\theta^+}}^+ \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \partial g_i / \partial \theta_1^+ & \dots & \partial g_i / \partial \theta_j^+ & \dots & \partial g_i / \partial \theta_{n_{\theta^+}}^+ \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \partial g_N / \partial \theta_1^+ & \dots & \partial g_N / \partial \theta_j^+ & \dots & \partial g_N / \partial \theta_{n_{\theta^+}}^+ \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Olhar (3.16). Não é bem isso, na verdade é uma matriz.

Sendo (3.16) (em que g é uma função genérica) definida tal que o (i, j) -ésimo elemento é $\partial g(i) / \partial \theta_j^+$, de modo que as colunas (j) correspondem às derivadas de g em relação a diferentes parâmetros e as linhas (i) correspondem à evolução temporal.

Usando (3.14) e (3.15), as função de custo (3.6) e (3.1) são rescritas como

$$J_{VR}(\theta^+) = \|x_{\theta^+}\|^2 \quad J(\theta^+) = \|w_{\theta^+}\|^2$$

Calculando a primeira e segunda derivadas de $J_{VR}(\theta^+)$ com respeito ao vetor de parâmetros θ^+ , para aproximação por séries de Taylor:

$$\frac{\partial J_{VR}(\theta^+)}{\partial \theta^+} = \frac{\partial x_{\theta^+}^T x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} = 2x_{\theta^+}^T \left(\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right), \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial^2 J_{VR}(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} = 2x_{\theta^+}^T \left(\frac{\partial^2 x_{\theta^+}}{\partial \theta^{+2}} \right) + 2 \left(\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right)^T \left(\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right). \quad (3.18)$$

Utilizando (3.14) e (3.9) e calculando as derivadas para o ponto de equilíbrio θ_0^+ , resulta em

$$J_{VR}(\theta^+) \Big|_{\theta_0^+} = \frac{\partial J_{VR}(\theta^+)}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 J_{VRFT}(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} \Big|_{\theta_0^+} = 2 \left(\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \right)^T \left(\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \right) \quad (3.20)$$

Fazendo o mesmo procedimento para $J(\theta^+) = \|w_{\theta^+}\|^2$:

$$\frac{\partial J(\theta^+)}{\partial \theta^+} = \frac{\partial w_{\theta^+}^T w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} = 2w_{\theta^+}^T \left(\frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right), \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^2 J(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} = 2w_{\theta^+}^T \left(\frac{\partial^2 w_{\theta^+}}{\partial \theta^{+2}} \right) + 2 \left(\frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right)^T \left(\frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right). \quad (3.22)$$

Usando (3.15) e (3.11):

$$J(\theta^+) \Big|_{\theta_0^+} = \frac{\partial J(\theta^+)}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial^2 J(\theta^+)}{\partial \theta^{+2}} \Big|_{\theta_0^+} = 2 \left(\frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \right)^T \left(\frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \right). \quad (3.24)$$

Somando os termos de (3.19) a (3.20), e os (3.23) e (3.24), tem-se, respectivamente uma aproximação de segunda ordem por séries de Taylor. E para que o objetivo do filtro (3.8) seja alcançado, ou seja $J_{VR}(\theta^+) \approx J(\theta^+)$, comparando (3.20) com (3.24), deve-se ter

$$\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} = \frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \quad (3.25)$$

Usando a notação

$$\frac{\partial P[u]}{\partial u} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial P[u]_1}{\partial u_0} & \dots & \frac{\partial P[u]_1}{\partial u_{(j-1)}} & \dots & \frac{\partial P[u]_1}{\partial u_{(N-1)}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P[u]_i}{\partial u_0} & \dots & \frac{\partial P[u]_i}{\partial u_{(j-1)}} & \dots & \frac{\partial P[u]_i}{\partial u_{(N-1)}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P[u]_N}{\partial u_0} & \dots & \frac{\partial P[u]_N}{\partial u_{(j-1)}} & \dots & \frac{\partial P[u]_N}{\partial u_{(N-1)}} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

e resolvendo o lado esquerdo de (3.25), considerando que o filtro F é linear, chega-se a

$$\frac{\partial x_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} = \frac{\partial F[C_{\theta^+}[\tilde{e}]]}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} = F \left(\frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \Big|_{\theta_0^+} \right) \quad (3.27)$$

Como $C_{\theta_0^+} = \tilde{u}$, ver (3.9), o lado direito de (3.25) é calculado como

$$\begin{aligned} \frac{\partial P[u]}{\partial u} \Big|_{\tilde{u}} \frac{\partial C_{\theta_0^+}[e]}{\partial e} \Big|_{\tilde{e}} &= \frac{\partial P[C_{\theta_0^+}[e]]}{\partial e} \Big|_{\tilde{e}} \\ &= \frac{\partial (I - MD)^{-1} M[e]}{\partial e} \Big|_{\tilde{e}} \\ &= (I - MD)^{-1} M. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Aplicando a regra da cadeia, em $(\partial y_{\theta^+}/\partial \theta^+)$:

$$\left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial P[C_{\theta^+}[\tilde{r} - Dy_{\theta^+}]]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} \quad (3.29)$$

$$= \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{C_{\theta_0^+}[\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+}]} \left\{ \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} - \left. \frac{\partial C_{\theta_0^+}[e]}{\partial e} \right|_{\tilde{r} - Dy_{\theta_0^+}} \left. \frac{\partial Dy_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} \right\} \quad (3.30)$$

Usando (3.12) e (3.13),

$$\left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left\{ \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} - \left. \frac{\partial C_{\theta_0^+}[e]}{\partial e} \right|_{\tilde{e}} \left. \frac{\partial Dy_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} \right\} \quad (3.31)$$

e então

$$\left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} + \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left. \frac{\partial C_{\theta_0^+}[e]}{\partial e} \right|_{\tilde{e}} \left. \frac{\partial Dy_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+}. \quad (3.32)$$

Substituindo em (3.28) resulta em

$$\left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} + (I - MD)^{-1} M \left. \frac{\partial Dy_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+}, \quad (3.33)$$

que, multiplicando por $(I - MD)$, nos dá

$$\left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} - MD \left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} + M \left. \frac{\partial Dy_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = (I - MD) \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} \quad (3.34)$$

Por fim, o termo do lado direito de (3.25), pode ser escrito como

$$\left. \frac{\partial w_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = \left. \frac{\partial y_{\theta^+}}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} = (I - MD) \left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \left. \frac{\partial C_{\theta^+}[\tilde{e}]}{\partial \theta^+} \right|_{\theta_0^+} \quad (3.35)$$

que, comparando com (3.27), conclui-se que

$$F = (I - MD) \left(\left. \frac{\partial P[u]}{\partial u} \right|_{\tilde{u}} \right). \quad (3.36)$$

Reinforcement Learning

O Capítulo de RL vai aqui.

Controller Structure Selection

Neste capítulo, são apresentadas propostas para projeto de controladores DDC no que diz respeito à escolha de estrutura do controlador. A metodologia utilizada, assim como os resultados Preliminares obtidos em uma primeira etapa de testes são apresentados.

Nesta pesquisa, o foco tem sido dado ao estudo e desenvolvimento de técnicas de seleção de estruturas para o modelo de controladores realimentados em procedimento de projeto DDC. A intenção é, no âmbito de controle de sistemas não lineares, adaptar técnicas de seleção de estruturas conhecidas na área de identificação de sistemas para lidar com o caso de controle, onde neste caso, o sistema a ser identificado, passa a ser o controlador. Para atingir estes objetivos optou-se pelo uso de modelos polinomiais para representação dos controladores, inicialmente com estruturas NARX. Esta escolha é conveniente devido à característica de flexibilidade estrutural e a capacidade desses modelos em descrever sistemas não lineares ([Pearson, 1999](#); [Martins et al., 2013](#)).

Como mencionado no Capítulo 2, uma das principais etapas no procedimento de identificação de sistemas a partir de dados é a etapa de escolha do modelo. Trabalhos que visam dar uma luz a esta tarefa têm sido propostos, como o caso dos trabalhos desenvolvidos por [Falsone et al. \(2014, 2015\)](#) em que uma abordagem aleatória é utilizada a fim de selecionar os melhores candidatos entre os possíveis regressores na formação do modelo a ser identificado.

Mais recentemente, [Retes and Aguirre \(2019\)](#) estenderam a estratégia RaMSS para escolha de estruturas de modelos NARMAX, que levam em conta o efeito de ruídos nos sinais no intuito de reduzir a polarização nas estimativas paramétricas.

No âmbito de projeto de controladores baseado em dados, mais especificamente pelo método VRFT, em que os parâmetros do controlador são ajustados por técnicas de identificação convencionais como OLS, ILS, IV, dentre outras, o mesmo problema de escolha de estrutura do modelo ocorre, com a diferença que agora o modelo representa o controlador, e não mais o processo. Portanto, analogias devem poder serem feitas em relação ao uso do método RaMSS no intuito de estendê-lo para fins de identificação da estrutura mais adequada para o controlador.

Neste sentido, o presente trabalho tem se voltado ao estudo das possibilidades e consequências do uso dessas tecnologias para escolha da estrutura do controlador que se mostre mais adequada para fins de controle. Como metodologia para atingir este objetivo, listam-se as etapas a seguir, que por sua vez são detalhadas nas seções

Colocar aqui mais referências neste sentido. Seleção de estruturas.

subsequentes:

- O método RaMSS, como concebido originalmente, é implementado em ambiente computacional e a partir de simulações de processos deseja-se certificar de que a metodologia apresenta bons resultados para identificação de processos, além de garantir que algoritmo esteja funcionando de acordo com o esperado. Alguns resultados são brevemente analisados.
- O algoritmo utilizado na etapa anterior é usado, na sequência, para primeiros testes de projeto de controladores a partir da estratégia VRFT sem modificações significativas em seu mecanismo. Neste cenário se espera alguns primeiros resultados, mas sem maiores compromissos com resultados satisfatórios, mas de grande valia para análise e comparação das modificações propostas. Respostas para sistemas previamente definidos são analisados.
- Como passo seguinte, modifica-se o cálculo do índice de custo responsável pelo cálculo dos RIP do algoritmo RaMMS, visando adaptar estes índices para fins de controle.
- Na sequência apresenta-se um estudo a respeito do uso de informações auxiliares durante o projeto do controlador, como introdução de restrições durante a etapa de identificação que garantam características desejáveis e previamente definidas na malha fechada.

Por fim, discussões a respeito de estabilidade, convergência, polarização e robustez são apresentadas, ainda não em um contexto de garantias, mas como conjecturas de passos que pretende-se aprofundar na sequência da presente pesquisa.

5.1 Methodology

5.2 Preliminary Results

Example 5.2.1 (Sistema linear de 2a ordem). Considere o seguinte sistema linear de segunda ordem no tempo discreto:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2}, \quad (5.1)$$

onde, para $i = 1, 2$, os termos $a_i, b_i \in \mathbb{R}$, representam parâmetros constantes; $u_{k-i} \in \mathbb{R}$ e $y_{k-i} \in \mathbb{R}$, os sinais de entrada e saída, respectivamente; e k o índice temporal. De acordo com a estratégia VRFT (Capítulo 3), deve-se primeiramente definir uma classe de controladores admissíveis \mathcal{C} , contendo a estrutura do controlador desejado, e definir um modelo de referência que expresse o comportamento do sistema em malha fechada desejado.

A fim de se examinar o comportamento do Algoritmo RaMSS em achar o melhor conjunto de parâmetros, procede-se da seguinte maneira:

Define-se um modelo de referência factível, ou seja com grau relativo igual ou superior ao do processo. Por simplicidade, escolhe-se um modelo de 1ª ordem com mesmo grau relativo, dado pela função de transferência

não estou certo se posso usar esta palavra "factível".

$$T_d(z) = \frac{1 - A}{z - A}, \quad (5.2)$$

sendo A um parâmetro de projeto relacionado a constante de tempo do sistema por $A = \frac{T_s}{\tau_d}$, sendo T_s o período de amostragem e τ_d a constante de tempo desejada.

Como nesse exemplo teórico o modelo do processo é completamente conhecido, o controlador compatível (ideal), pode ser calculado facilmente por ??, o que resulta, no domínio do tempo, na seguinte equação de diferenças

$$m_k = \theta_0 e_k + \theta_1 e_{k-1} + \theta_2 e_{k-2} + \theta_3 m_{k-1} + \theta_4 m_{k-2}, \quad (5.3)$$

em que $m_k \in \mathbb{R}$ e $e_k \in \mathbb{R}$ representam respectivamente os sinais de controle e erro de rastreamento no instante k , e θ_i , com $i = 1, 2, 3, 4$, os parâmetros do controlador. Adotando, $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = A = \tau_d = T_s = 1$, como parâmetros para os modelos de processo e de referência, e através de (??) e (5.3) chega-se ao vetor de parâmetros θ para o controlador ideal, definido como

Corrigir aqui estes parâmetros, não é isso no discreto (acho que os índices adotados foram no contínuo.). Na verdade melhorar toda a frase.

$$\theta^T = [\theta_0 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T = [10.38 \ -16.66 \ 6.957 \ 0.125 \ 0.875]^T \quad (5.4)$$

Utilizando o algoritmo RAMSS, como abordado na seção 2.6. O procedimento é executado para 2 casos:

caso 1 o conjunto universo \mathcal{M} é tomado como todos os possíveis modelos lineares formados pelos regressores com até 4 e 6 atrasos temporais para o sinal de entrada (erro virtual, \bar{e}_k) e saída (sinal de excitação do processo, u_k), respectivamente. Os parâmetros de simulação apresentados na tabela 5.1.

caso 2 o conjunto universo \mathcal{M} é tomado como todos os possíveis modelos *não lineares* formados pelos mesmos regressores do caso anterior.

Os parâmetros de simulação para os 2 casos são apresentados na tabela 5.1.

Table 5.1: Parâmetros para simulação do algoritmo RaMSS do exemplo 5.2.1

Caso	o	n_e	n_m	N_p	N_i	K_J	γ
1	1	7	4	100	100	1	0.1
2	2	7	4	100	100	1	0.1

Os seguintes controladores são encontrados para o casos 1 e 2,

Estou pensando em colocar a tabela em apêndice, com significado dos símbolos apresentados por lá.

$$\begin{aligned}
m_1(k) &= 10.0707145e_1(k) - 16.2413162e_1(k-1) + 6.8274122e_1(k-3) \\
&\quad + 0.1941415m_1(k-1) + 0.8059737m_1(k-2), \\
m_2(k) &= 3.4128550e_2(k) - 3.2267597e_2(k-1) + 0.5117530m_2(k-1) + 0.4807692m_2(k-2),
\end{aligned}$$

onde o índice subscrito nas variáveis representam os respectivos casos.

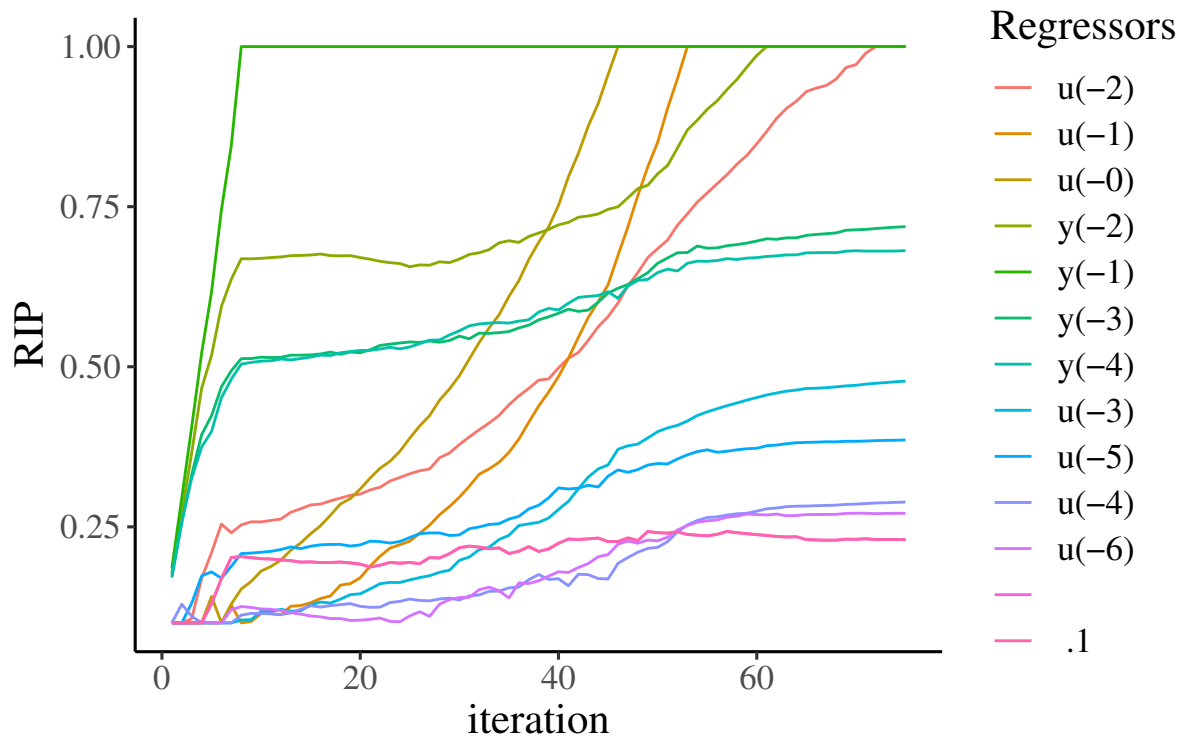


Figure 5.1: Evolução dos RIPs para escolha dos regressores para o caso 1.

Figure 5.2: Evolução dos RIPs para escolha dos regressores para o caso 2.

A figura 5.3 mostra a resposta temporal para os 2 casos.

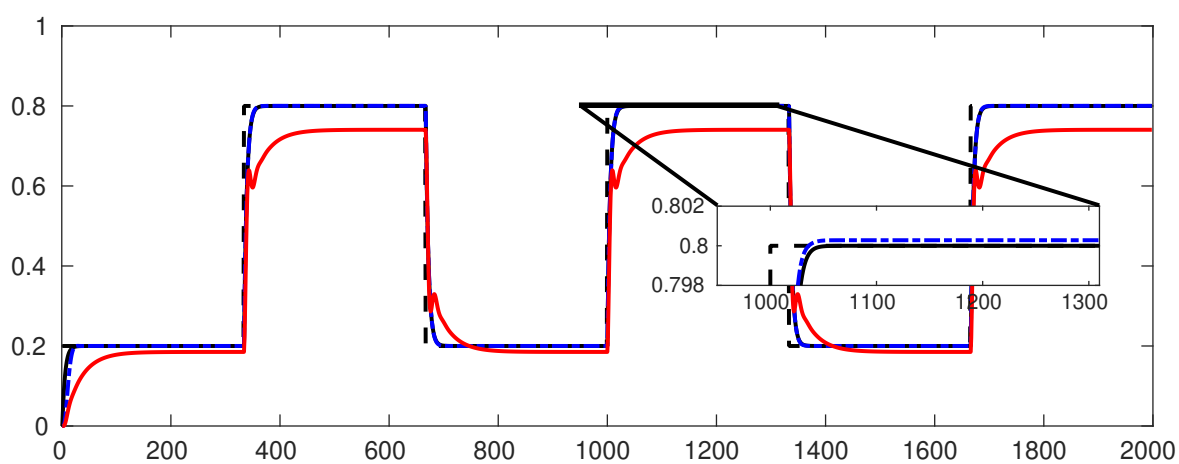


Figure 5.3: Resposta temporal a um sinal de referência a um sinal de referência (preto tracejado) na forma de degraus para o modelo de referência em (5.2) (preto contínuo) e para um possível modelo escolhido pelo algoritmo RaMSS (azul contínuo).

To LAA: Aguirre, peço desculpas pelas figuras ainda com legendas e com qualidades não vetoriais. Ainda não pesquisei um método efetivo para produzir figuras melhores. Uma alternativa fácil para mim é plotar pelo Matlab. Mas creio que pelo R será tranquilo também. Mas só devo ajustar as figuras lá para o final de semana.

Nota-se que, ao se considerar somente termos lineares como candidatos, o algoritmo converge para o conjunto de regressores do caso ideal, porém o mesmo não ocorre quando se considera o caso com termos não-lineares. Mesmo ao repetir o procedimento de forma aleatória e exaustiva, o resultado permanece parecido, convergência para a estrutura ideal para o caso 1 e praticamente todos os casos e convergência para diferentes estruturas, que muitas vezes não condiz com o caso ideal.

Este exemplo serve como base para mostrar o comportamento do RaMSS quando utilizado diretamente ao projeto VRFT. Porém nenhuma adaptação é feita a fim de lidar com seleção de estruturas de controlador especificamente.

To LAA: O exemplo anterior está mal terminado. Estava trabalhando nele agora por último. Mas estou cansado e estou vendo que piorando mais do que melhorando. Então estou enviando o arquivo do jeito que está.

Estou querendo colocar ainda uma análise “mais estatística” da seleção dos modelos. Como neste exemplo, nem sempre os regressores escolhidos são os mesmos, principalmente para o “caso 2”. A ideia é fazer uma espécie de histograma, considerando várias realizações. Cheguei a fazer o hitograma, mas depois percebi que não era exatamente um histograma, mas algo parecido que quero.

Colocar aqui sobre as modificações introduzidas no RaMSS a fim de lidar com a identificação do controlador. Aprveitar e batizar o método de RaCSS.

Example 5.2.2 (RaCSS aplicado a um sistema linear de 2^a ordem). Neste exemplo aplico o “RaCSS” ao mesmo sistema de 2a ordem do exemplo anterior, mas agora usando informação do erro de rastreamento no cálculo dos RIPs.

Por enquanto coloquei basicamente os gráficos dos resultados. O texto será colocado na sequência.

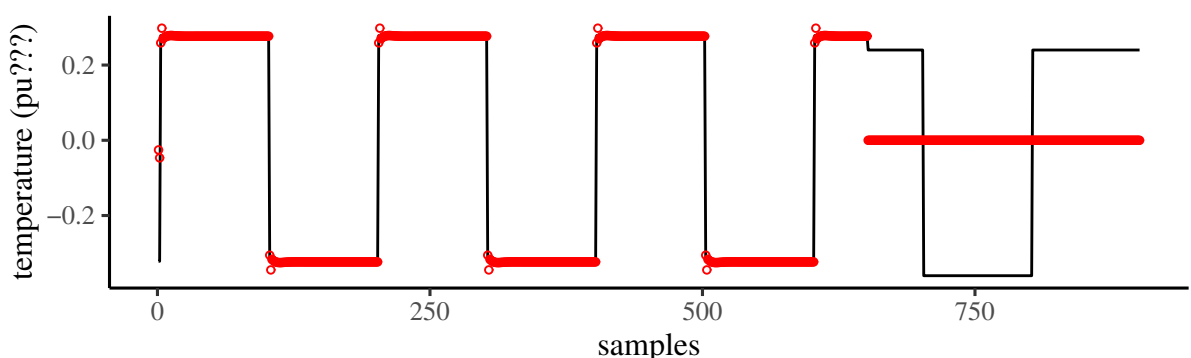


Figure 5.4: Dados de treinamento (até a amostra 700) e validação (a partir da amostra 700).

Os dados de validação estão com problemas, mas foi alguma coisa errada na hora de plotar. Obviamente irei consertar isso. Também não estou muito certo se coloco ou não estes dados.

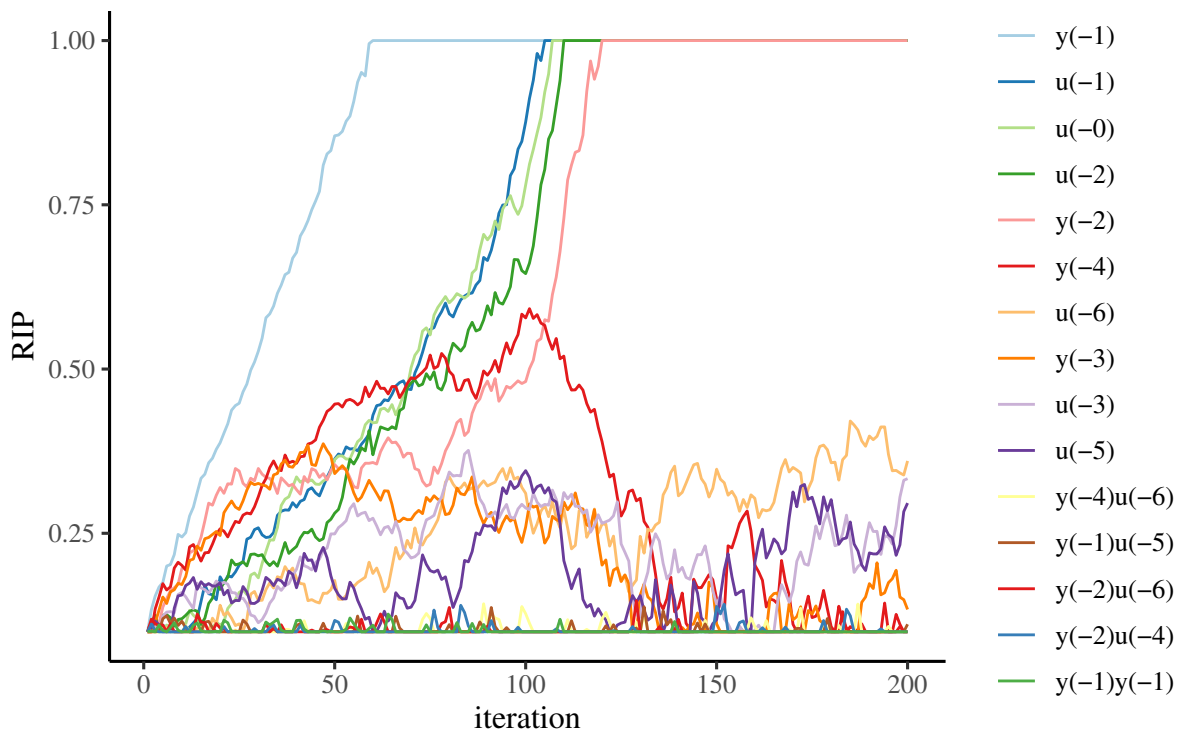


Figure 5.5: Evolução dos RIPs para a estratégia RaCSS aplicada ao modelo linear de 2a ordem.

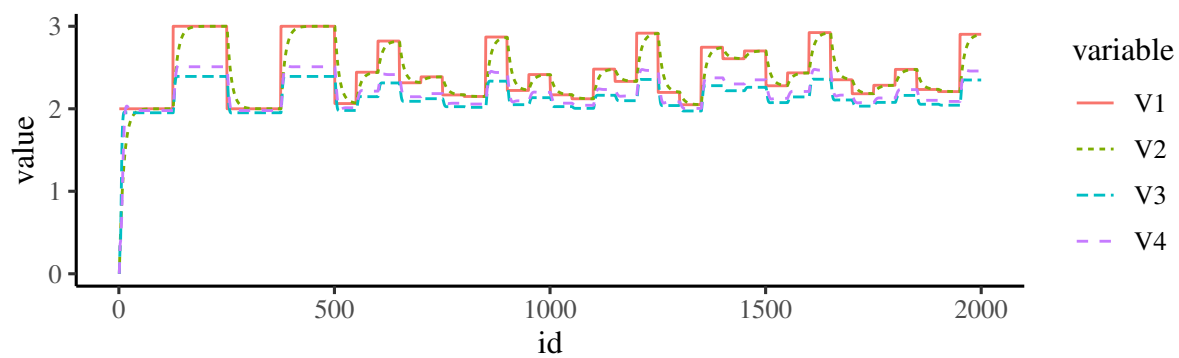


Figure 5.6: Figura de teste.

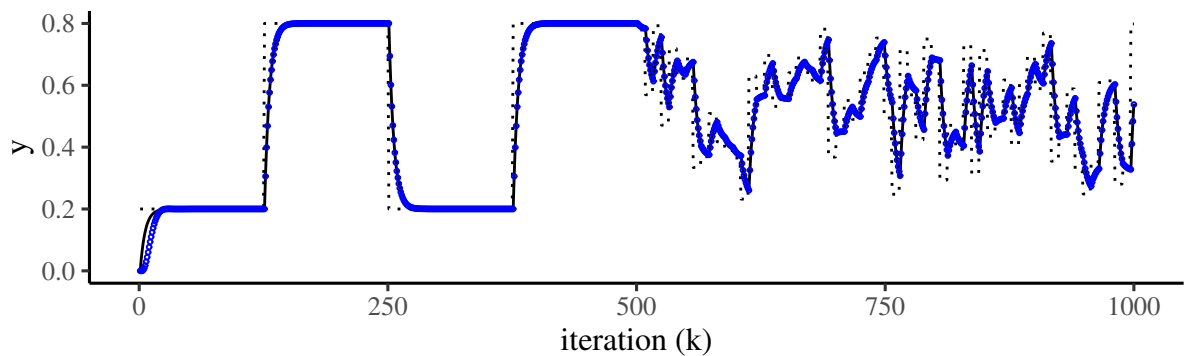


Figure 5.7: Resposta em malha fechada ao sinal de referência (pontilhado preto), para o modelo de referência (preto contínuo) e para o controlador obtido usando a estratégia RaCSS (círculo azul).

Interessante notar que agora, mesmo usando regressores não-lineares, o que aumenta a possibilidade de modelos, a estrutura do modelo converge para a estrutura ideal, que é linear neste caso

Example 5.2.3 (RaCSS aplicado a um sistema não-linear). Neste exemplo a ideia é avaliar o comportamento do “RaCSS” a um sistema não-linear. Quero tomar o mesmo modelo de um aquecedor com dissipação variável adotado no exemplo 2.6.1 da seção 2.6

Estava tentando colocar estes resultados aqui agora, mas está dando algum erro no algoritmo. Como está em cima da hora da nossa reunião, vai ficar assim.

Conclusões

6.1 Considerações finais

6.2 Propostas de continuidade

A principal foco desta pesquisa tem sido o estudo e desenvolvimento de metodologias de projeto de controladores DDC, com foco especial na seleção de estruturas do controlador com o uso da técnica VRFT.

Em particular, o método RaMSS, tem se mostrado promissor para a aplicação desejada. Esse método faz apelo às técnicas exploratórias que recorrem a buscas aleatórias ao estilo Monte Carlo, mas com mecanismos de seleção que reduzem drasticamente o custo computacional, evitando uma busca exaustiva, ao mesmo tempo em que tenta garantir uma seleção adequada de modelos. Apoiado nesta técnica, algumas adaptações têm sido estudadas no sentido de lidar com a identificação do controlador e não mais do processo.

Neste sentido, lida-se atualmente com questões que, apesar de estarem sendo abordadas no decorrer da pesquisa, resultados mais concretos ainda não foram alcançados. Porém, as experiências e estudos têm-se mostrado promissoras, no sentido que, do ponto de vista do autor, bons resultados podem ser alcançados. Na sequência apresentam-se itens específicos a serem abordados, que podem ser tomados como propostas de continuidade:

Uma primeira proposta diz respeito ao estudo do uso de índices de desempenho que melhor representem a realidade do controlador ao se atualizar os termos de RIPs. Como já abordado, originalmente o RaMSS utiliza medidas como o MSPE e MSSE para esta atualização. Para fins de modelagem de processos físicos, onde muitas vezes a predição do comportamento entrada-saída é o alvo, tais índices se mostram adequados [Falsone et al. \(2015\)](#). Porém, ao se abordar o problema da identificação do controlador, a redução do erro de predição, seja ele de passo a frente, como no caso do MSPE ou de simulação livre, como no caso do MSSE, nem sempre é o indicativo de que haverá erro de redução de rastreamento do modelo de referência. E, para sistemas de controle, é este erro de rastreamento se torna o principal alvo em sistemas de controle. Um estudo sobre o uso deste índice está em andamento. O que se tem observado é que minimizar o MSPE diretamente pela estratégia RaMSS apesar de muitas vezes apresentar bons resultados, não dá garantias que o rastreamento ótimo é alcançado, i.e. aquele em

conforme resultados apresentados na seção ???

não esquecer de explicar o porque destes resultados mesmo quando minimizando o MSPE, que no caso de con-

que o erro de rastreamento médio quadrático é mínimo.

Como alternativa, propõe-se o uso de algum índice que leve em conta o resultado em malha fechada ao se aplicar os controladores intermediários identificados e selecionados pelo procedimento. Algo parecido tem sido usado no que diz respeito a identificação de processos em que o erro quadrático médio de simulação (MSSE) é utilizado em substituição ao MSPE (Aguirre et al., 2010). Neste caso, segundo (Pirotti and Spinelli, 2003), o uso de informações da simulação-livre pode melhorar a robustez na seleção de estrutura do processo quando sob condições de identificabilidade parciais.

O MSSE depende da simulação livre, que em suma é a resposta em malha aberta a um sinal de excitação conhecido. Algo parecido poderia ser utilizado ao se avaliar a estrutura no procedimento VRFT, porém, neste caso, seria desejável a resposta do sistema em malha fechada com o controlador obtido a partir da estrutura avaliada. O grande problema neste caso é que esta simulação passa a ser dependente de um modelo, ainda que aproximado, do processo, ou do próprio processo. Porém, como estratégias DDC visam exatamente não identificar um modelo para o processo, tal situação pode ser um empecilho prático. Uma proposta de solução para este problema é apresentada mais a frente neste texto.

Uma segunda proposta, a qual também vem sendo analisada, consiste no uso de informações auxiliares durante o processo de identificação dos parâmetros do controlador. Apesar de já terem sido desenvolvidas técnicas para incorporar informação auxiliar no processo de identificação, por exemplo via restrições e otimização multi-objetivo (Barroso, 2006), todas estas restrições dizem respeito à planta. Neste sentido surgem questões como: de que forma estas técnicas podem ser usadas na abordagem DDC? Seria possível encontrar um análogo da informação auxiliar, usada em métodos tradicionais, para estratégias DDC, em que não há informação da planta? Poderia esta ser definida, por exemplo, a partir restrições que garantam aspectos relevantes ao controle, como limitações de ganho devido a saturação de atuadores, inserção de integradores no controlador, além de aspectos relativos a robustez? Neste sentido, um procedimento para garantir a presença de integradores no modelo do controlador já vem sendo estudado, mas ainda sem resultados conclusivos.

Outra proposta a ser estudada diz respeito ao estudo do uso de filtros no processo de identificação do controlador, como é comum na estratégia VRFT. Na estratégia, quando o controlador ideal, ou compatível, não pertence à classe de controladores considerada, ou seja, a hipótese 3.2 não é satisfeita, um filtro a ser aplicado ao sinal usado no processo de identificação deve ser projetado a fim de se aproximar de uma solução ótima, conforme apresentado por Campi et al. (2002); Campi and Savaresi (2006) e discutido no Capítulo 3.

Uma quarta proposta diz respeito ao problema levantado anteriormente, onde o sinal de saída, e conseqüentemente o erro de rastreamento são requeridos para o cálculo do índice de atualização dos RIPs no procedimento RaMSS. Como a simulação da resposta em malha fechada (ou mesmo malha aberta) é inviável em estratégia DDC,

terminar este pensamento

devido a uma falta de modelo para o processo, pretende-se fazer do uso de técnicas de Aprendizado por Reforço (RL), abordadas no Capítulo 4, para que dados colhidos do processo real, enquanto em funcionamento, possam ser usados para o cálculo em tempo real dos RIP e consequentemente para escolha de melhor estrutura.

Algumas técnicas de RL se mostram promissoras neste caso, uma vez que muitas vezes levam à otimização de índices de desempenho a partir de dados amostrados, sem a necessidade do modelo do processo, ao mesmo tempo em que evitam o alto número de realizações amostrais como em metodologias Monte Carlo. Dentre elas a estratégia TD Learning, tem sido considerada, com uma atenção ao método conhecido como Q-learning [Watkins and Dayan \(1992\)](#), que permite que um controlador possa ser ajustado em uma abordagem conhecida como *off-policy* que permite o aprendizado de uma política de controle enquanto o sistema em malha fechada se encontra sob o efeito de outra. No âmbito deste trabalho, o sentimento é que deva ser possível o uso de uma estratégia parecida juntamente com o concito do RAmSS, possa se atualizar os RIPs e consequentemente a estrutura, e talvez até parâmetros, do controlador com um menor esforço e, se possível, com provas de convergência.

Colocar referência

Por fim, análises a respeito de robustez, na presença de ruídos de medição ou de processos devem ser também levadas em conta, principalmente em uma etapa final. Inclusão de termos de média móvel ao procedimento RaMSS tem sido cogitado como alternativa a reduzir a polarização durante a etapa de identificação, em alternativa ao uso de estratégias baseadas em variáveis instrumentais, comuns no procedimento VRFT.

Bibliography

- Aguirre, L. A. (2015). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares: Teoria e Aplicação*. Belo Horizonte, fourth edition.
- Aguirre, L. A., Barbosa, B. H. G., and Braga, A. P. (2010). Prediction and simulation errors in parameter estimation for nonlinear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(8):2855–2867.
- Aguirre, L. A. and Billings, S. (1995). Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 80(1-2):26–40.
- Aguirre, L. A., Donoso-Garcia, P. F., and Santos-Filho, R. (2000). Use of a priori information in the identification of global nonlinear models-a case study using a buck converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(7):1081–1085.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716–723.
- Allen, D. M. (1974). The Relationship between Variable Selection and Data Agumentation and a Method for Prediction. *Technometrics*, 16(1):125–127.
- Alves, M. A., Corrêa, M. V., and Aguirre, L. A. (2012). Use of self-consistency in the structure selection of NARX polynomial models. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 15(1):1.
- Barroso, M. F. S. (2006). *Otimização Bi-Objetivo Apliada à Estimação de Parâmetros de Modelos Não-Lineares: Caraterização e Tomada de Decisão*. PhD thesis, UFMG.
- Bazanella, A. S., Gevers, M., Mišković, L., and Anderson, B. D. (2008). Iterative minimization of H_2 control performance criteria. *Automatica*, 44(10):2549–2559.
- Bianchi, F., Falsone, A., Prandini, M., and Piroddi, L. (2016). A randomised approach for NARX model identification based on a multivariate Bernoulli distribution. *International Journal of Systems Science*, 48(6):1203–1216.

- Billings, S. (1980). Identification of nonlinear systems—a survey. *IEE Proceedings D Control Theory and Applications*, 127(6):272.
- Billings, S. A., Chen, S., and Korenberg, M. J. (1989). Identification of MIMO nonlinear systems using a forward-regression orthogonal estimator. *International Journal of Control*, 49(6):2157–2189.
- Broomhead, D. S. and Lowe, D. (1988). Radial basis functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks. Technical report, Royal Signals and Radar Establishment Malvern (United Kingdom).
- Campestrini, L., Eckhard, D., Gevers, M., and Bazanella, A. (2011). Virtual Reference Feedback Tuning for non-minimum phase plants. *Automatica*, 47(8):1778–1784.
- Campi, M. C., Lecchini, A., and Savaresi, S. (2002). Virtual reference feedback tuning: A direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, 38(8):1337–1346.
- Campi, M. C. and Savaresi, S. M. (2004). Invertibility of nonlinear maps. Int. rep., Univ. Brescia, Brescia, Italy.
- Campi, M. C. and Savaresi, S. M. (2006). Direct nonlinear control design: The virtual reference feedback tuning (VRFT) approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1):14–27.
- Cavanaugh, J. E. (1997). Unifying the derivations for the Akaike and corrected Akaike information criteria. *Statistics & Probability Letters*, 33(2):201–208.
- Chen, S. and Billings, S. A. (1992). Neural networks for nonlinear dynamic system modelling and identification. *International Journal of Control*, 56(2):319–346.
- Chen, S., Billings, S. A., Cowan, C. F. N., and Grant, P. M. (1990). Practical identification of NARMAX models using radial basis functions. *International Journal of Control*, 52(6):1327–1350.
- Falsone, A., Piroddi, L., and Prandini, M. (2014). A novel randomized approach to nonlinear system identification. In *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6516–6521.
- Falsone, A., Piroddi, L., and Prandini, M. (2015). A randomized algorithm for nonlinear model structure selection. *Automatica*, 60:227–238.
- Guardabassi, G. O. and Savaresi, S. M. (2000). Virtual reference direct design method: An off-line approach to data-based control system design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(5):954–959.

- Haykin, S. S. (1994). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Macmillan ; Maxwell Macmillan Canada ; Maxwell Macmillan International, New York : Toronto : New York.
- Hjalmarsson, H., Gunnarsson, S., and Gevers, M. (1994). A convergent iterative restricted complexity control design scheme. *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 2(December):1735–1740.
- Hou, Z. S. and Wang, Z. (2013). From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective. *Information Sciences*, 235:3–35.
- Huang, B. and Kadali, R. (2008). Dynamic modeling, predictive control and performance monitoring. In *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, page 249.
- Huusom, J. K., Poulsen, N. K., and Jørgensen, S. B. (2009). Improving convergence of iterative feedback tuning. *Journal of Process Control*, 19(4):570–578.
- Ikedo, M., Fujisaki, Y., and Hayashi, N. (2001). A model-less algorithm for tracking control based on input-output data. In *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, volume 47, pages 1953–1960.
- Jeng, J.-C. and Lin, Y.-W. (2014). Controller design for nonlinear hammerstein and wiener systems based on VRFT method. In *Computer Aided Chemical Engineering*, volume 33, pages 547–552.
- Jeng, J.-C. and Lin, Y.-W. (2018). Data-driven nonlinear control design using virtual-reference feedback tuning based on the block-oriented modeling of nonlinear systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 57(22):7583–7599.
- Kammer, L., Bitmead, R., and Bartlett, P. (2000). Direct iterative tuning via spectral analysis. In *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.98CH36171)*, volume 3, pages 2874–2879. IEEE.
- Karimi, A., Mišković, L., and Bonvin, D. (2002). Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 35(1):413–418.
- Karimi, A., van Heusden, K., and Bonvin, D. (2007). Non-iterative data-driven controller tuning using the correlation approach. In *2007 European Control Conference (ECC)*, volume 3536, pages 5189–5195. IEEE.
- Kashyap, R. (1977). A Bayesian comparison of different classes of dynamic models using empirical data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(5):715–727.
- Korenberg, M., Billings, S. A., Liu, Y. P., and McILROY, P. J. (1988). Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *International Journal of Control*, 48(1):193–210.

- Leontaritis, I. J. and Billings, S. A. (1985a). Input-output parametric models for non-linear systems Part I: Deterministic non-linear systems. *International Journal of Control*, 41(2):303–328.
- Leontaritis, I. J. and Billings, S. A. (1985b). Input-output parametric models for non-linear systems Part II: Stochastic non-linear systems. *International Journal of Control*, 41(2):329–344.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, New Jersey, US.
- Martins, S. A. M., Nepomuceno, E. G., and Barroso, M. F. S. (2013). Improved Structure Detection For Polynomial NARX Models Using a Multiobjective Error Reduction Ratio. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24(6):764–772.
- Pearson, R. K. (1999). *Discrete-Time Dynamic Models*. Topics in Chemical Engineering. Oxford University Press, New York.
- Piroddi, L. and Spinelli, W. (2003). An identification algorithm for polynomial NARX models based on simulation error minimization. *International Journal of Control*, 76(17):1767–1781.
- Retes, P. F. L. and Aguirre, L. A. (2019). NARMAX model identification using a randomised approach. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 31(3):205.
- Safonov, M. G. and Tsao, T.-C. (1995). The unfalsified control concept: A direct path from experiment to controller. *Feedback Control, Nonlinear Systems, and Complexity*, pages 196–214.
- Schaal, S. and Atkeson, C. G. (1994). Robot juggling: Implementation of memory-based learning. *IEEE Control Systems*, 14(1):57–71.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2):461–464.
- Shi, G. and Skelton, R. E. (2000). Markov data-based LQG control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 122(3):551.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, page 19.
- Spall, J. (1992). Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(3):332–341.
- Strang, G. (1989). Wavelets and Dilation Equations: A Brief Introduction. *SIAM Review*, 31(4):614–627.

- Takahashi, Y., Rabins, M. J., and Auslander, D. M. (1972). *Control and Dynamic Systems*. Addison-Wesley, California.
- Tolle, M. (1921). *Regelung Der Kraftmaschinen*. Springer, Berlin.
- Watkins, C. J. C. H. and Dayan, P. (1992). Q-learning. *Machine Learning*, 8(3-4):279–292.
- Web of Science (2018). Web of science.
- Zhu, Q. (2005). An implicit least squares algorithm for nonlinear rational model parameter estimation. *Applied Mathematical Modelling*, 29(7):673–689.
- Ziegler, J. G. and Nichols, N. B. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of ASME*, 64:759–768.