

加速器束流动力学期刊论文导读 (2022 年 1 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2022 年 1 月) 导读成员¹负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[5]、[6]	jcytsai@hust.edu.cn
秦伟伦	[??]	qinweilun1991@gmail.com
宋怡方	[4]	yifangsong@hust.edu.cn

¹宋怡方为电磁所樊宽军教授研究生。

目录

1	基于等离子体加速器驱动的太瓦、阿秒 X 射线源 [APL Photonics 6] Terawatt attosecond x-ray source driven by a plasma accelerator	3
2	二维、三维相干同步辐射的计算方法 [JINST 16] Computational approaches to Coherent Synchrotron Radiation in two and three dimensions	6
3	自由电子激光与磁压缩器中相干辐射引致的微束团不稳定性比较 [PRST-AB 6-04] Comparison of the coherent radiation-induced microbunching instability in a free-electron laser and a magnetic chicane	8
4	相对论性电子束中的非线性纵向空间电荷震荡 [PRL 106] Nonlinear Longitudinal Space Charge Oscillations in Relativistic Electron Beams	11
5	电子在环形轨道的相干同步辐射 [PRAB 20-06] Coherent synchrotron radiation by electrons moving on circular orbits	13
6	论同步加速器中微束团不稳定性对纵向同步运动的影响 On the Perturbation of Synchrotron Motion in the Micro-Bunching Instability	15

1 基于等离子体加速器驱动的太瓦、阿秒 X 射线源 [APL Photonics 6]

Terawatt attosecond x-ray source driven by a plasma accelerator

1.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：C. Emma, X. Xu, A. Fisher, R. Robles, J.P. MacArthur, J. Cryan, M. J. Hogan, P. Musumeci, G. White, and A. Marinelli (主要机构：SLAC)
- 类型：数值模拟
- 链接：<https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0050693>

1.2 摘要

等离子体加速器能够产生超高亮度电子束，开启了过去传统加速器技术无法企及的对更小物质特性探索的大门。这篇论文通过数值模拟证明由等离子体尾场加速器 (Plasma WakeField Accelerator, PWFA) 产生的电子束原则上能够产生几乎单周期 (few cycle)、相干、可调、太瓦峰值功率、数十阿秒的 X 射线脉冲，比目前基于传统直线加速器驱动的 X 射线自由电子激光 (x-ray free-electron laser, XFEL) 的激光脉冲特性在一些指标高了一个数量级。不同于过去 XFEL 源于束团本身的噪声，这篇论文利用预聚束 (pre-bunched)、阿秒量级束长的电子束，缓解了利用等离子体加速器作为产生相干 X 射线的限制。

1.3 贡献或创新点

- 贡献：阿秒科学正在开启人们在量子力学层面对物质特性的理解与操控。这些科学“革命”基本上由两种目前常见的阿秒光源支持²：
 - 气体的高次谐波产生 (HHG)：43 as, pJ (10^{-12} Joule) energy, soft x ray
 - X 射线自由电子激光 (XFEL)：280 as, 脉冲能量约 μJ 、波长可调

²金属价电子激发的动力学过程时间尺度大约为 100 as。因此，如果 XFEL 能够产生更短的 X 射线激光脉冲，将有助于此类重要科学探索。

基于 FEL 机制，能够达到的最短辐射脉冲限于电子与辐射场之间无法避免的滑移，有 $\Delta t_{\min} \propto L_G \propto \epsilon^{5/6}$ 。因此，尽量利用更高峰值电流与更短波荡器长度可以产生更短的辐射光脉冲。目前 FEL 中几种产生更短光脉冲的方式，有 eSASE 使电子束团局部发光，或利用带有特殊设计的能量啁啾电子束团发光以产生宽带辐射谱分布，再压缩辐射光脉冲。与 eSASE 不同，这里的电子束直接压缩至辐射波长范围（故称“预聚束”），但 eSASE 没有将电子束压缩到辐射波长。

这篇论文通过数值模拟，声称通过 PWFA 产生的具有兆安培 (10^6 A, MA) 峰值电流电子束能够产生 0.1 ~ 1 mJ, sub-100 as 的 X 射线光脉冲，结合了上述 HHG 与 XFEL 的优点。

- 创新点：对于这篇论文提出的方案，电子束发光过程不再通过高增益自由电子激光过程，更像是通过电子束的预聚束、超高峰值电流在较短的波荡器（约 1 m）中利用“相干辐射”发光。这个方式的好处是回避了等离子体加速器产生的电子束品质不足以好到完全满足驱动高增益自由电子激光过程需要的条件³。另外，产生的太瓦、阿秒 X 射线辐射脉冲的抖动也控制在阿秒等级。

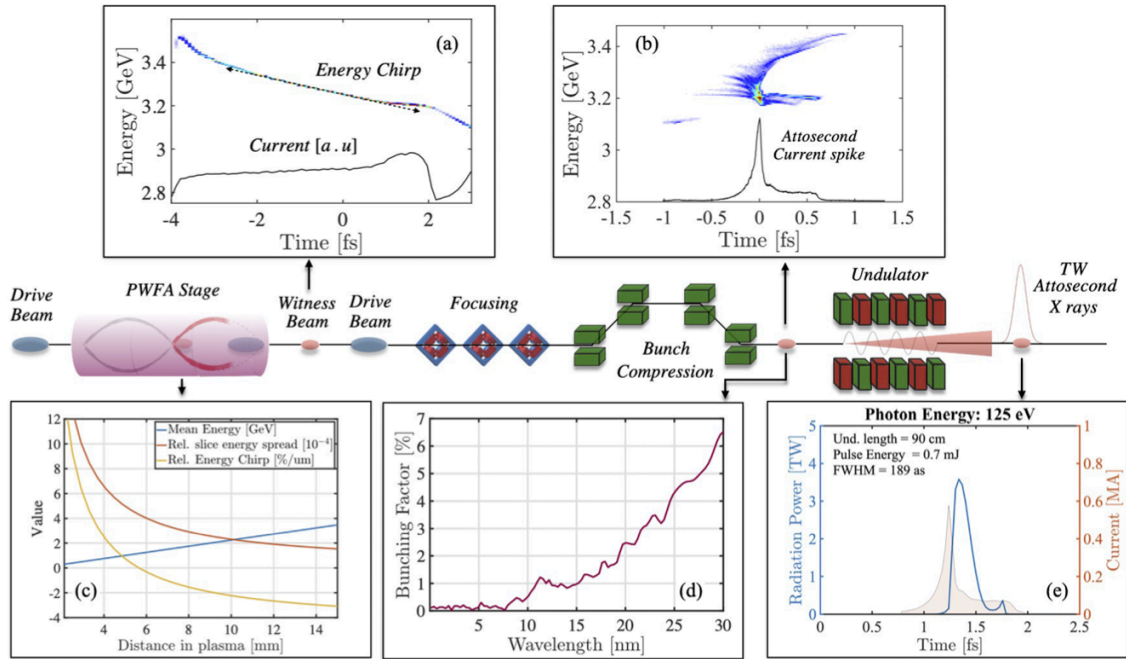


FIG. 1. Schematic of a PWFA-driven attosecond x-ray source based on coherent radiation from an attosecond long electron beam. [(a)–(c)] The PWFA stage imparts a large energy chirp in the few fs core of the bunch, which is used to fully compress the beam in a weak chicane achieving near MA current with %-level energy spread. [(d) and (e)] The beam’s %-level bunching factor at x-ray wavelengths enables high power coherent emission in an m-length undulator. This approach relaxes the requirement on beam emittance, energy spread, and pointing stability, which have thus far hindered the realization of a high-gain FEL driven by a plasma accelerator.

³Pierce 参数 $\rho \sim Q(10^{-3})$, Pellegrini 条件 $\epsilon_G \leq \lambda/4\pi$. Angular misalignment $\leq \theta_c = \sqrt{\lambda/L_G} \sim 10 \mu\text{rad}$ for XFEL. 目前 PWFA 能够做到的 misalignment control 约为 $18 \times \theta_c$ 。另外，一般理想的电子束是没有 energy chirp，但是 PWFA 产生的电子束一般带有明显的 energy chirp。

1.4 其它

PWFA 中的电子束 (包含 drive beam 与 witness beam) 动力学模拟利用 OSIRIS (3-D PIC 程序)。

电子束在离开 PWFA 至 undulator 入口过程的动力学由 Lucretia 模拟, 包含 CSR (coherent synchrotron radiation) 与 LSC (longitudinal space charge) 效应。

电子束在下游 1-m 波荡器内的动力学过程则由 GENESIS (利用傍轴近似、波荡器周期平均)、GPTFEL (利用傍轴近似, 但无波荡器周期平均) 与 1-D FEL code PERAVE⁴ (利用傍轴近似、波荡器周期平均) 模拟, 其结果差异的比较可以参考该论文 Appendix A。

这篇论文 Appendix A 中讨论了基于傍轴近似 (SVEA) 与 PIC 无波荡器周期平均的计算; 在电子束团长度极短的情况下, 当两种方法计算结果不一致时, 一般认为基于 SVEA 方法给出的结果较为保守 (或低估); 即, 实际的辐射光场功率可能更高, 辐射脉冲长度可能更短。

⁴最近更新包含加入 LSC 效应与等效的电子束横向发射度效应。

2 二维、三维相干同步辐射的计算方法 [JINST 16]

Computational approaches to Coherent Synchrotron Radiation in two and three dimensions

2.1 基本信息

- 分类：尾场与阻抗
- 作者：C.E. Mayes (SLAC)
- 类型：综述、数值模拟
- 链接：<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/16/10/P10010>

2.2 摘要

在电子加速器中，相干同步辐射 (Coherent Synchrotron Radiation, CSR) 尾场是个重要且很多时候不利的效应。尽管一维相干同步辐射模型已经成功地被应用在加速器磁聚焦结构设计与解释加速器束流动力学行为，它的适用范围仍然是一个开放问题。最近几年，二维或三维相干同步辐射的有效计算模型陆续开展。这篇论文综述关于相干同步辐射尾场计算方法。

2.3 贡献或创新点

- 贡献：一般计算 CSR 场可以利用 Lienard-Wiechert 场

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\underbrace{\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma^2(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R^2}}_{\text{velocity}} + \underbrace{\frac{\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{c(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R}}_{\text{acceleration}} \right]_{\tau=t-R/c}$$

再通过对源电子与测试电子的几何轨迹，化简得到 CSR 尾场 (不限于一维)。另外，作为一个替代 (但非完全等价) 的方式，可以利用 Jefimenko 场

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \left[\frac{\mathbf{R}}{R^3} \rho(\mathbf{x}', \tau) + \frac{\mathbf{R}}{cR^2} \dot{\rho}(\mathbf{x}', \tau) - \frac{1}{c^2 R} \mathbf{J}(\mathbf{x}', \tau) \right]_{\tau=t-R/c}$$

同样通过对源电子与测试电子的几何轨迹，化简得到 CSR 尾场 (不限于一维)。

上面第一个方法需要“追溯”源电子的历史轨迹，即，求解推迟条件⁵；第二个方法则适用于知道所有源电子历史信息情况。以上两种方法适用于真空情况。对于存在 beam pipe 时，如果屏蔽效应不是非常明显，则可以通过引入镜像电荷求解；如果属于强屏蔽效应，则需要直接求解 Maxwell 方程组。

一维 CSR 分析虽然相对简单，但研究其适用范围则需要考虑二维或三维情况。这篇论文 Section 3.2 后半段有些关于 CSR 横向尾场非常简短的回顾。为了使一维 CSR 模型与辐射能量结果对应，需要巧妙舍去空间电荷项，称重整化 (renormalization, regularization) 过程。

近年，蔡云海 (SLAC) 给出二维 CSR 场在没有近似推迟条件下的解析形式的表示式，包含 2017 年二维稳态情况、2020 年三维稳态、与 2021 年二维暂态情况。实际求解时，再利用数值方法计算推迟条件。

此外，在 2021 年 G. Stupakov 与唐静怡 (SLAC) 给出对于任意电子轨迹、包含束团压缩过程的二维 CSR 场，形式类似 Jefimenko 公式。

这篇论文 Section 4 介绍目前各种计算 CSR 场的方法，包含 field-based 与 particle-based，其中，作者等人开发的 PyCSR2D、PyCSR3D、OpenCSR 等。

2.4 其它

这篇论文的 Section 2 对同步辐射场的早期探索有简明的描述。值得注意的是，1947 年在通用电气公司的 70 MeV 同步加速器中首次观察到同步辐射，随后 1953 年至 1956 年间更准确的实验曾在 Cornell 大学的 300 MeV 同步加速器进行。

⁵—般情况为超越方程。因此，如果不解超越方程，则需要针对特定情况做近似化简。

3 自由电子激光与磁压缩器中相干辐射引致的微束团不稳定性比较 [PRST-AB 6-04]

Comparison of the coherent radiation-induced microbunching instability in a free-electron laser and a magnetic chicane

3.1 基本信息

- 分类：束流不稳定性
- 作者：S. Reiche and J. B. Rosenzweig (UCLA)
- 类型：理论、数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.6.040702>

3.2 摘要

自放大自发辐射自由电子激光 (self-amplified spontaneous emission free-electron laser, SASE FEL) 是一种基于高亮度电子束产生的辐射元件。电子束经历周期性重复的磁场，称波荡器，发出的辐射导致电子束自身产生微束团不稳定性。这种不稳定性能够在一定的共振波长放大原本的辐射振幅数个数量级。为了得到需要的高亮度电子束，必须压缩电子束使其峰值电流远高于目前电子枪能够产生的电流强度。一般来说，通常使电子束通过磁压缩器 (magnetic chicane) 得到，类似于较长的、单周期的波荡器。这么看来，这个磁压缩器可能发生相干辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 引致的 (微束团) 不稳定性也就不太令人惊讶。这篇论文试着比较并对比 FEL 与 CSR 的异同，证明高增益 CSR 过程形式上类似于 FEL 不稳定性。

3.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文针对两个类似但不完全一样的机制，FEL 与 CSR MBI (microbunching instability)，尽可能在一个框架下讨论。作者选择以 FEL 框架为基础，更多地着墨于 chicane 中的 CSR MBI 动力学与 FEL 的异同。论文颇具启发性，值得琢磨。
- 贡献：这篇论文的 Introduction 给出两种机制目前普遍的分析方式与框架，提及两种分析在不同坐标系下进行。对 FEL 的讨论相对简短，参考 Section II。Section III、IV 试图构建 chicane 中的电子动力学方程，有 Eqs. (14) 与 (18)。接着，分别

讨论在低增益与高增益情况下 chicane 中的 CSR MBI。注意到，低增益与高增益的分析方法不太一样；前者看束团内相邻两个电子间的距离决定 bunching factor [Eq. (19,20)]，bunching factor 本身没有动力学⁶；后者则是引入 bunching factor B 与 energy modulation Δ ，并且构建它们的动力学方程 [Eqs. (33,34)]。

比较中，几个重要区别有：

1. FEL 的分析在 Cartesian 坐标系，纵向方向固定沿着波荡器轴，电子束扭摆运动与场的作用发生在“横向”；CSR MBI 的分析在 Frenet-Serret 坐标系，纵向方向沿着束团曲线前进方向，一维分析情况下，电子束原则上与 CSR 场的作用发生在“纵向”。
2. 在 FEL 中，Pierce 参数 $\rho \ll 1$ ；在 chicane MBI，按类似方式⁷定义的 Pierce 参数 $\rho_{\text{CSR}} \gg 1$ 。
3. FEL 色散函数为三次方程，而 CSR MBI 则为四次方程，其中后者两个根表征差不多数量级的增长率。
4. 在 undulator 中，CSR 场在电子束内不断与电子交互作用，但是每个波荡器周期的影响很小 [$\rho \ll 1$]。显著的结果源于多次波荡器周期后积累的结果。在 chicane 中，CSR 场在不同 dipole 中离开再进入与电子交互作用，电子束团特性在少数几个 dipole 中就可能显著差异 [$\rho_{\text{CSR}} \gg 1$]。
5. 承上，由于在 chicane 中 CSR 与电子束团的交互作用距离短，因此适合利用尾场、阻抗方式描述。对于 FEL，也许构建一个场方程相对更方便⁸。
6. CSR MBI 更像是 klystron instability，其中，电子先受能量调制，再产生密度调制。FEL 过程不同于此，两者不断交互发生。前者更像低增益 FEL。

3.4 其它

这篇论文中，作者将 chicane 中的 CSR MBI 分析分为低增益与高增益情况。在 2002 年经典论文 [1, 2, 3] 与后来的讨论中，也许基于 Volterr 积分方程形式的分析界于其间，能够同时包含低增益与高增益情况极短情况。

按作者看法，试图在 FEL 与 CSR MBI 分析之间找到一个统一的标准方法目前还没有令人满意的理论，因为在 FEL 分析中总是使用的傍轴假设在 CSR MBI 分析未必成立。但是，有些求解 CSR 场的方式是在傍轴假设的前提下进行，因此这个部分也许

⁶场也没有动力学。

⁷先推出色散方程，然后与 FEL 色散方程对比，从而写出对应的 Pierce 参数。

⁸用尾场、阻抗方法描述 FEL 也曾经尝试过，参考 [4]。

仍值得琢磨。

论文 Section VIII 结论的最后，作者提出四个不同的作用长度尺度，提及目前的分析仅涵盖 (1) 与 (3)。(2) 与 (4) 效应的产生仍有待未来可得的更高亮度的电子束。

参考文献

- [1] S. Heifets, G. Stupakov, and S. Krinsky, Coherent synchrotron radiation instability in a bunch compressor, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 064401 (2002). <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.5.064401>
- [2] Zhirong Huang and Kwang-Je Kim, Formulas for coherent synchrotron radiation microbunching in a bunch compressor chicane, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 074401 (2002). <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.5.074401>
- [3] C.-Y. Tsai, An alternative view of coherent synchrotron radiation induced microbunching development in multibend recirculation arcs, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A 943 (2019) 162499. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900219310423>
- [4] G. Stupakov and S. Krinsky, Derivation of FEL gain using Wakefield approach. <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1289869>

4 相对论性电子束中的非线性纵向空间电荷震荡 [PRL 106]

Nonlinear Longitudinal Space Charge Oscillations in Relativistic Electron Beams

4.1 基本信息

- 分类: 等离子体和束流物理
- 作者: P. Musumeci, R. K. Li, and A. Marinelli (UCLA)
- 类型: 实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.106.184801>

4.2 摘要

这篇论文研究了纵向空间电荷 (Longitudinal Space Charge, LSC) 力作用下相对论电子束时域剖面 (temporal profile) 中初始周期调制的演化。线性理论预测了束流在等离子体频率 (plasma frequency) 下密度和能量分布之间会发生周期性调制交换。对于足够大的初始调制, 在 $1/2$ 个等离子体振荡周期后会发生波破碎 (wave break), 从而形成很高的流强尖峰。本文通过直接测量来自射频光注入器的皮秒调制电子束来证实了这种效应。这些结果可应用在高级加速器中产生强电子束脉冲串。

4.3 贡献或创新点

- 创新点: 通常在电子束脉冲串中纵向空间电荷效应会抑制电子束脉冲串的周期调制, 降低脉冲串的峰值流强。这篇论文提出通过提高电子束的电荷密度 (通过提高电荷量或横向聚焦), 使电子束脉冲串增加纵向产生等离子体振荡, 随着脉冲串在空间电荷效应下漂移 $1/2$ 个等离子体周期后, 脉冲束会重新回到最大的密度调制状态, 获得非常高的峰值流强。
- 贡献: 这篇论文通过理论、仿真和实验, 在 ULCA 的 Pegasus 束线上验证了利用纵向空间电荷震荡产生高峰值流强电子束脉冲串的可行性。本文的实验中, 能量为 15 MeV 和电荷量 10 pC 以上的皮秒调制的电子束脉冲串出现了明显的密度重调制的现象。

4.4 部分结果

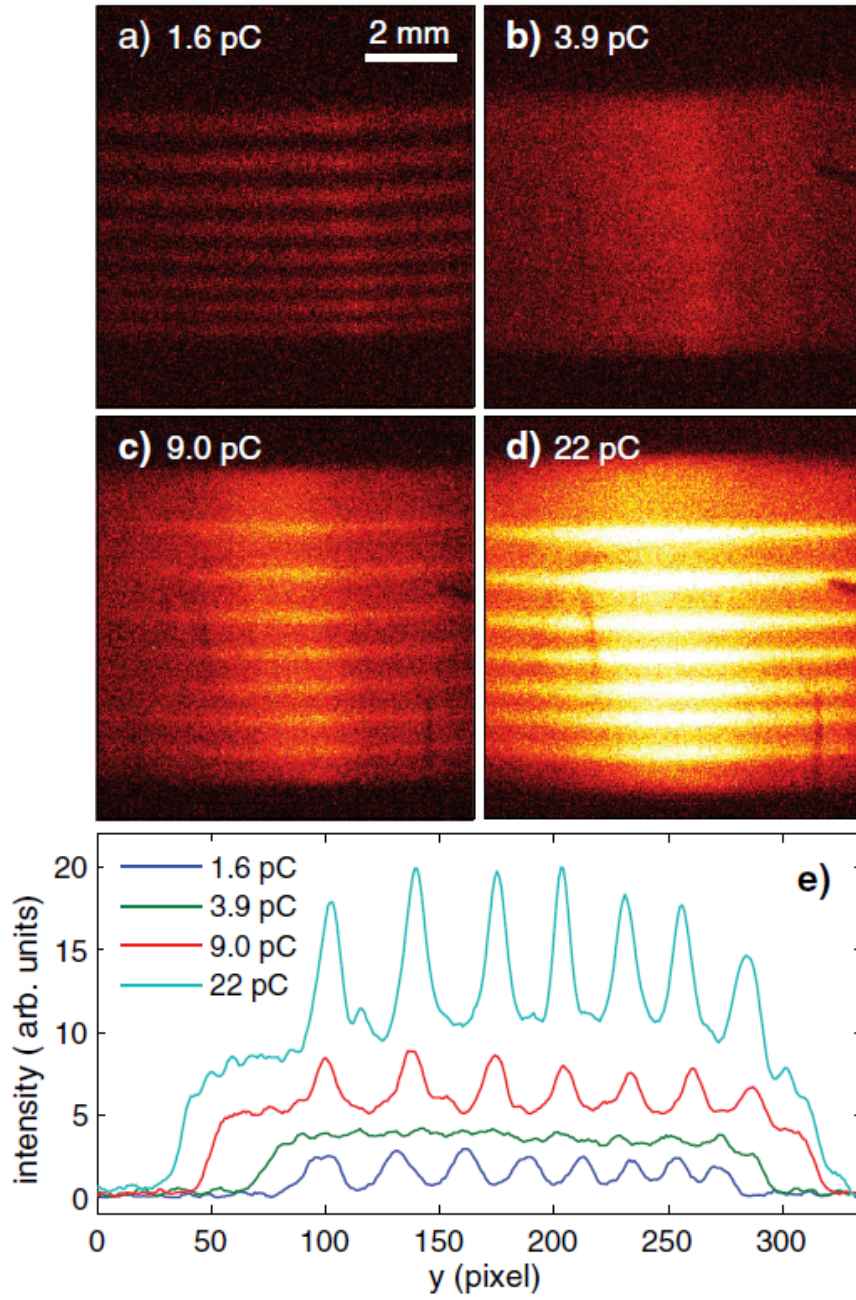


图 1: 通过条纹相机测得的四个不同电荷量下的电子束脉冲串图像 (a)-(d) 和时间剖面曲线 (e)。在 1.6 pC 电荷量下脉冲串保持了密度调制, 随着电荷量升高到 3.9 pC, 密度调制被抹平, 而电荷量继续提升到 9 pC 及以上时, 密度调制重新出现。

5 电子在环形轨道的相干同步辐射 [PRAB 20-06]

Coherent synchrotron radiation by electrons moving on circular orbits

5.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：Yunhai Cai (SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.064402>

5.2 摘要

这篇论文研究在 Frenet-Serret 坐标系下，固定曲率 $1/\rho$ 情况下，电子在环形轨道运动产生的相干同步辐射场 (coherent synchrotron radiation, CSR)。基于 Courant-Snyder 理论构建的加速器哈密顿量，电子在环形轨道运动时，指定总磁场为 $B_{x,y} \rightarrow (1 + x/\rho)B_{x,y}$ 时，电子接受的横向力仍保持洛伦兹力的形式，其中， x 为相对于设计粒子的横向偏移量。曲率 $1/\rho$ 项扮演求解二维自由空间中 CSR 场的重要角色，其尾场将以不完全 (incomplete) 椭圆函数 E, F 表示。

5.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文从标量与矢量位函数开始，写出基于 Courant-Snyder 理论构建的加速器哈密顿量 \mathcal{H}_s ，接着利用哈密顿运动方程写出单电子的完整运动方程 [Eqs. (6,7)]。经过平面型加速器假设，化简后有 Eqs. (13,14)。在考虑环形轨道、稳态情况下 [Fig. 2]，利用 Lienard-Weichert 场公式，可以化简写出 Eqs. (18-20)

$$\begin{aligned}
 E_s &= \frac{e\beta^2[\cos 2\alpha - (1 + \chi)][(1 + \chi) \sin 2\alpha - \beta\kappa]}{\rho^2[\kappa - \beta(1 + \chi) \sin 2\alpha]^3} \\
 E_x &= \frac{e\beta^2 \sin 2\alpha[(1 + \chi) \sin 2\alpha - \beta\kappa]}{\rho^2[\kappa - \beta(1 + \chi) \sin 2\alpha]^3} \\
 B_y &= \frac{e\beta^2 \kappa[(1 + \chi) \sin 2\alpha - \beta\kappa]}{\rho^2[\kappa - \beta(1 + \chi) \sin 2\alpha]^3}
 \end{aligned}$$

其中, $\alpha = \theta/2, \kappa = R/\rho, \kappa = \sqrt{\chi^2 + 4(1+\chi)\sin^2\alpha}$ 。注意, 以上还不是尾场的最终形式, 因为这里的式子没有指明源粒子与测试粒子的位置与时间条件。源粒子与测试粒子的位置与时间条件由推迟条件 (retardation condition) 给出。

这篇论文紧接着在 Section IV 讨论推迟条件, 给出源粒子在推迟时间的解 α 需要满足的四次代数方程, 有

$$\alpha^4 + \frac{3(1-\beta^2-\beta^2\chi)}{\beta^2(1+\chi)}\alpha^2 - \frac{6\xi}{\beta^2(1+\chi)}\alpha + \frac{3(4\xi^2-\beta^2\chi^2)}{4\beta^2(1+\chi)} = 0$$

其解的解析形式在该论文附录 A 给出。

为了得到二维 CSR 尾场, 这篇论文先求尾场势函数, 通过 Eq. (26) 技巧, 分别得到 $\psi_{s,x}$ 为

$$\begin{aligned}\psi_s(\xi, \chi) &= \frac{e\beta^2 \left(\cos 2\alpha - \frac{1}{1+\chi} \right)}{2\rho^2 [\kappa - \beta(1+\chi) \sin 2\alpha]} \\ \psi_x(\xi, \chi) &= \frac{e\beta^2}{2\rho^2} \left\{ \frac{1}{|\chi|(1+\chi)} \left[(2+2\chi+\chi^2) F\left(\alpha, \frac{-4(1+\chi)}{\chi^2}\right) - \chi^2 E\left(\alpha, \frac{-4(1+\chi)}{\chi^2}\right) \right] \right. \\ &\quad + \frac{\kappa^2 - 2\beta^2(1+\chi)^2 + \beta^2(1+\chi)(2+2\chi+\chi^2)\cos 2\alpha}{\beta(1+\chi) [\kappa^2 - \beta^2(1+\chi)^2 \sin^2 2\alpha]} \\ &\quad \left. - \frac{\kappa [1 - \beta^2(1+\chi) \cos 2\alpha] \sin 2\alpha}{[\kappa^2 - \beta^2(1+\chi)^2 \sin^2 2\alpha]} \right\}\end{aligned}$$

其中, E, F 为不完全椭圆函数 (incomplete elliptic function)。

得到尾场势函数之后, 根据定义, 尾场可以表示成

$$\begin{aligned}W_s(z, \chi) &= \iint \mathcal{Y}_s \left(\frac{z-z'}{2\rho}, \chi - \chi' \right) \frac{\partial \lambda_b(z', \chi')}{\partial z'} dz' d\chi' \\ W_x(z, \chi) &= \iint \mathcal{Y}_x \left(\frac{z-z'}{2\rho}, \chi - \chi' \right) \frac{\partial \lambda_b(z', \chi')}{\partial z'} dz' d\chi'\end{aligned}$$

其中, $\mathcal{Y}_s = 2\rho\psi_s/(e\beta^2), \mathcal{Y}_x = 2\rho\psi_x/(e\beta)^2$ 。

5.4 其它

这篇论文使用 CGS/Gauss 单位制。该论文 Eq. (29) 中, e^2 应为 e , 为笔误。

6 论同步加速器中微束团不稳定性对纵向同步运动的影响

On the Perturbation of Synchrotron Motion in the Micro-Bunching Instability

6.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：Tobias Boltz, Miriam Brosi, Bastian Haerer, Patrik Schonfeldt, Patrick Schreiber, Minjie Yan and Anke-Susanne Muller (主要机构：Karlsruhe Institute of Technology, KIT, 德国)
- 类型：理论、数值计算

6.2 摘要

在电子储存环的纵向动力学中，电子束团内部电子与束团自身产生的辐射场交互作用可能对电子束团产生显著影响。当电子束电流越高时，能够增加（相干）同步辐射（coherent synchrotron radiation, CSR）功率，但也同时增强了自场对电子束自身的影响。最终导致束团内部微结构的动态改变，相干同步辐射功率涨落等，这些现象又称为微束团不稳定性（microbunching instability）或微波不稳定性（microwave instability）。

通过数值求解一维⁹Vlasov-Fokker-Planck (VFP)，其中 CSR 效应被视为哈密顿量的微扰项，这篇论文讨论 CSR“尾场”对束团纵向同步运动的影响，建立单粒子同步运动模型，并将扰动的纵向同步运动与微束团不稳定性关联，解释了为什么微束团不稳定性导致

1. 束团头尾不对称 (head tail asymmetry)
2. 束团纵向相空间分布出现“分裂”现象¹⁰
3. 发生不稳定性的（相空间局部微结构的）频率跳变
4. 微束团不稳定性阈值与导体平行板间距的依存关系

⁹指的是纵向相空间 $\left(q = \frac{z-z_s}{\sigma_{z0}}, p = \frac{E-E_s}{\sigma_{E0}}\right)$ 动力学。

¹⁰按该论文描述，为...breaks homogeneity in the longitudinal phase space and ...quadrupole-like mode...

这篇论文进一步利用单粒子同步运动模型对低于微束团不稳定性阈值与高于微束团不稳定性阈值两种情况讨论其相空间运动特性，给出利用动态 RF 调制 (dynamic RF modulation) 控制¹¹微束团不稳定性可能方案。

这篇论文求解 VFP 方程按过去开发的 **Inovesa** 程序¹²，加速器与束团参数则是参照 KIT 的 KARA (Karlsruhe Research Accelerator) 电子同步储存环。

6.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文建立单粒子同步运动模型，类似研究单束团不稳定性时的 potential well distortion (PWD)，给出同步振荡频率修正 $k' = k - \varepsilon$ ，其中， $\varepsilon > 0$ 。同步振荡频率改变导致束团在 (归一化) 相空间分布不再是单纯圆形，而像是椭圆，如下图所示

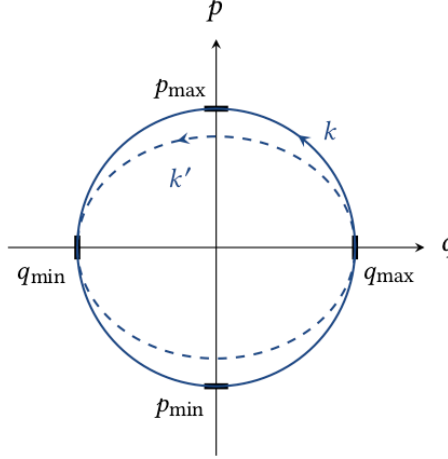


FIG. 3. A small perturbation of the RF slope, i.e. the strength of the restoring force k leads to an elliptical particle trajectory in the phase space spanned by the generalized coordinates q and p .

利用这个单粒子模型，这篇给出束团头尾不对称的解释 (如下图)，并将扰动的纵向同步运动与微束团不稳定性关联。注意，这里的解释利用了 smooth approximation，对于纵向强聚焦情况未必适用。另外，与熟悉的 PWD 导致的频移不一样，这里的同步振荡频率修正与束团内部距离相空间中心不同纵向位置有关。

这篇论文进一步将建立的单粒子模型推进，除了解释微束团不稳定性动力学之外，利用得到的物理图像，结合动态 RF 调制方案，给出控制微束团不稳定性的方法。

¹¹包含抑制或放大

¹²<https://github.com/Inovesa/Inovesa>

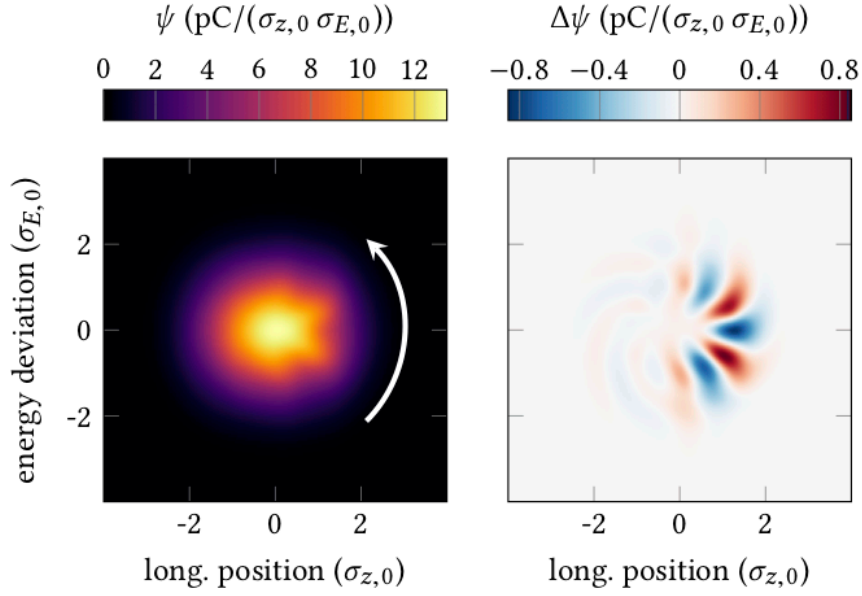


FIG. 2. Shown is a snapshot of the charge distribution $\psi(q, p, t_i)$ at time step t_i for a simulation of the longitudinal beam dynamics under CSR self-interaction using the VFP solver Inovesa (left). By subtracting the temporal average $\Delta\psi(q, p, t_i) = \psi(q, p, t_i) - \bar{\psi}(q, p)$ only the non-stationary part of the charge distribution remains, revealing distinct micro-structures (right). Due to synchrotron motion the charge distribution is rotating in phase space and evolving over time.

- 贡献：对于 CSR 导致的微束团不稳定性，同步振荡频率修正与束团内部距离相空间中心不同纵向位置有关，如下图所示

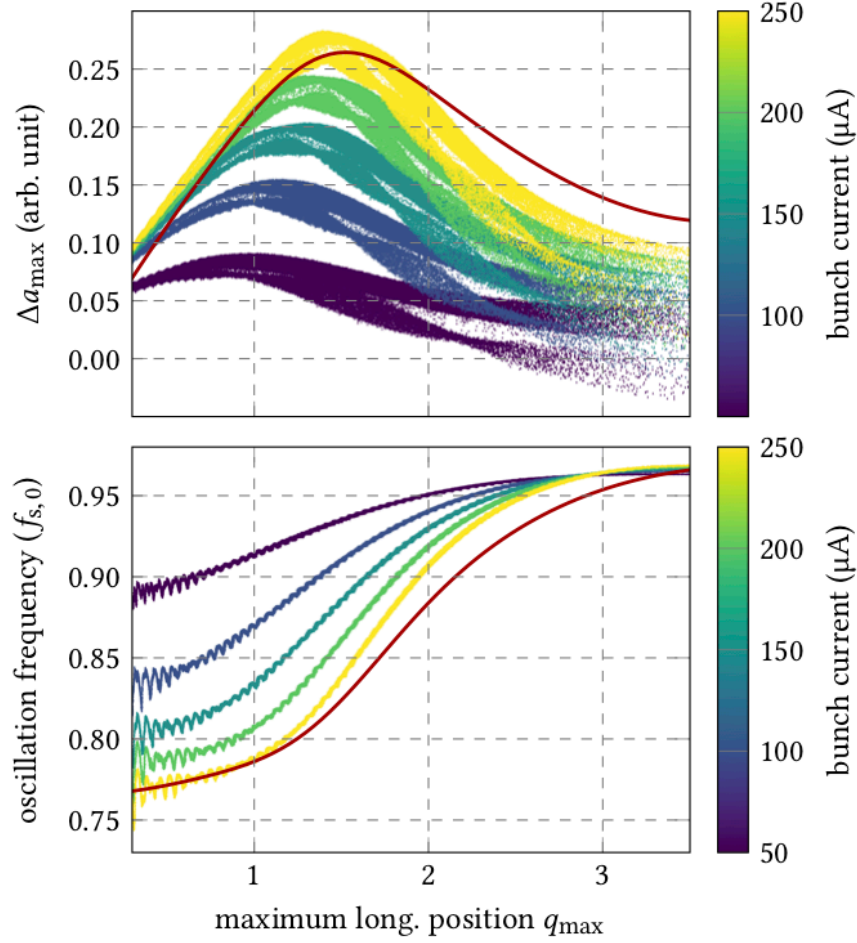


FIG. 7. Amplitude differences (top) and oscillation frequencies (bottom) of $n = 10^5$ particle trajectories simulated with Inovesa for several bunch currents below the instability threshold. Note that the oscillation frequencies scatter significantly less than the amplitude differences. The small oscillations of the frequencies in the range of $0 < q_{\max} < 1$ are presumed numerical artifacts of the simulation and data analysis. The solid red lines depict predictions based on the linear approximation of $V_{\text{eff}}(q)$ for the bunch current $I = 250 \mu\text{A}$.

注意，这里越往相空间外侧，同步振荡频率增加。但是，这里的 q_{\max} 仍然在相空间中心附近，还不到相空间边缘 (separatrix)。这篇论文还有些关于微束团不稳定性导致的 (相空间局部微结构的) 频率跳变，参考论文 Fig. 13。但是讨论仅止于定性或半定量讨论。

这篇论文进一步利用单粒子同步运动模型对低于微束团不稳定性阈值与高于微束

团不稳定性阈值两种情况讨论其相空间运动特性，给出利用动态 RF 调制 (dynamic RF modulation) 控制微束团不稳定性的可能方案。下图给出特定 RF 波形形态下，束团发出的相干同步辐射功率随时间变化与电子束团相空间分布结果。

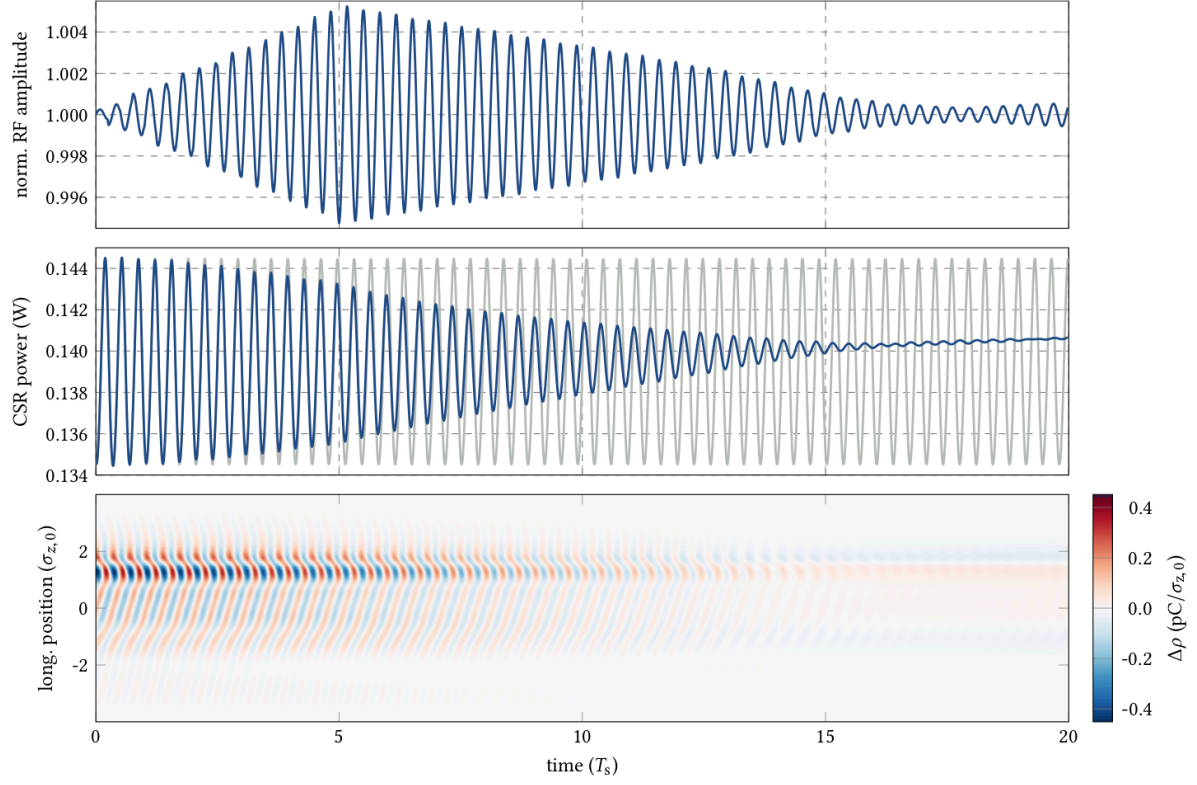


FIG. 16. Dynamic modulation of the RF amplitude in order to counteract the perturbation by the CSR wake potential. Careful adjustment of the amplitude and frequency of the RF modulation (top) mitigates the micro-bunching in the longitudinal charge distribution (bottom). This reduces the fluctuation of the emitted CSR power (blue, middle) compared to the natural behavior of the beam (gray, middle). Note that this looks slightly different from FIG. 11 as the simulations were done with a lower accelerating voltage.