

加速器束流动力学期刊论文导读 (2023 年 12 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2023 年 12 月) 结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[??]	jcytsai@hust.edu.cn
李嘉鹏	[??]	

目录

1	基于相干纳米光子晶体的电子加速器 [Nature 622] Coherent nanophotonic electron accelerator	3
2	亚皮秒电子束的尾场 [SLAC-PUB-11829] Wakefields of Sub-Picosecond Electron Bunches	7
3	谐振腔的受迫振动 [JAP 12] Forced Oscillations in Cavity Resonators	10
4	相对论电子经过矩形谐振腔激发的电磁场分析 Excitation of a Rectangular Electromagnetic Cavity by a Passing, Relativistic Electron	13

1 基于相干纳米光子晶体的电子加速器 [Nature 622]

Coherent nanophotonic electron accelerator

1.1 基本信息

- 分类：微型加速器
- 作者：Tomas Chlouba, Roy Shiloh, Stefanie Kraus, Leon Bruckner, Julian Litzel, and Peter Hommelhoff (主要机构：Friedrich-Alexander-Universitat Erlangen-Nurnberg, 弗里德里希-亚历山大埃尔朗根-纽伦堡大学, 德国)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://www.nature.com/articles/s41586-023-06602-7>

本篇部分内容取自<https://mp.weixin.qq.com/s/XgyQbpCgyc6RJifJH6d-zg>、https://mp.weixin.qq.com/s/_1KrSMGQwqL0FN1x4kD93A。

1.2 摘要

粒子加速器是工业、科学和医学各个领域的重要研究工具。通常这些机器的占地面积从医疗应用的几平方米开始，到大型研究中心的大小。在光子纳米结构内部借助激光加速电子代表了一种微观替代方案，其成本和尺寸可能会降低几个数量级。尽管在介电激光加速的研究方面做出了大量努力，包括利用光力进行复杂的电子相空间控制，但迄今为止尚未显示出显着的能量增益。

这篇论文展示了一种可扩展的纳米光子电子加速器，它相干地结合了粒子加速和横向束约束，并在仅 225 nm 宽的通道中加速和引导电子超过 500 μm 的相当长的距离。论文作者观察到最大相干能量增益为 12.3 keV，相当于从最初的 28.4 keV 增加到 40.7 keV，能量增加了 43%。预计这项工作将直接导致纳米光子加速器的出现，利用高损伤阈值介电材料，以最小的尺寸要求，提供高达 GeV/m 范围的高加速梯度。这些芯片上的粒子加速器将实现医学、工业、材料研究和科学领域的变革性应用。

1.3 贡献或创新点

第一个类似微芯片的加速器出现在十年前，当时的加速梯度为 300 MeV/m，由石英玻璃制成，由商用激光束供电，这种装置现在被称为介电激光驱动加速器 (dielectric laser accelerator, DLA)。DLA 利用激光产生的大电场来加速电子，其梯度比传统射频/微波加速器可实现的梯度高出 100 倍，为小型、经济高效的加速器开辟了道路。随后的 DLA 设计对于相对论电子实现了高达 850 MeV/m 的梯度，对于亚相对论电子 (其传播速度低于光速的 90%) 达到 370 MeV/m (其传播速度低于光速的 90%)。

但加速器不仅需要加速电子，还需要将它们限制在非常窄的光束中。通常，外部磁铁用于通过称为交替相位聚焦 (alternating phase focusing, APF) 的技术将电子限制在与其运动垂直的方向上。然而，DLA 的亚微米尺寸使其难以使用外部磁铁。在没有这种类型的限制的情况下，电子能量可以增加的量受到它们与激光脉冲的相互作用的限制，并且这种限制减少了 DLA 的应用数量。

另一种方法通过使用激光本身限制电子来解决这个问题——激光产生一种与电子一起移动的“光学模式”，这种模式最初的作用是加速电子。参考下图 Fig. 1。但是这个装置是用一组微米级的硅柱来设计的，这些硅柱被排列成称为宏细胞的块 (cell)，类似 FODO cell。这些宏细胞之间的间隙是专门设计的，可以引起光相的突然周期性变化 (光波彼此同步的程度)。这些相位跳跃的作用是首先将电子束聚焦在与其运动平行的方向上，从而使光束变窄，然后切换到将它们聚焦在与其运动垂直的方向上以将它们聚集起来。

通过测量电子的能量，发现粒子的行为方式与电子与激光脉冲相互作用的模拟一致。电子的起始能量为 28.4 keV，测量到增加了 12.3 keV，对应于 22.7 MeV/m 的加速梯度。该梯度可与现代电子加速器 7 的能力相媲美。另一个小组 8 最近展示了一种类似的 DLA，长度为 708 微米，并使用 APF 实现高达 23.7 keV 的能量增益，比 96 keV 的起始能量增加了 25%。

实验显示了亚相对论电子的巨大能量增益，展示了紧凑型 DLA 的巨大潜力，并为未来构建微型加速器铺平了道路。然而，在实现这些设备之前，必须克服一些障碍。最紧迫的问题之一是电子电流在通过数百微米的设备后非常低。增加电流的一种方法可能涉及引入第二个激光器以在两个激光器之间产生干涉图案。这种模式被称为 optical beat 光学拍频，原则上可以压缩电子脉冲。

1.4 其它

这篇论文选择使用一种不同的电磁波 – “光”而不是射频场 – 来加速粒子，将加速器的尺寸从几公里宽缩小到不足 1 毫米。制造出一个长度仅为 0.2 毫米的粒子加速器，这

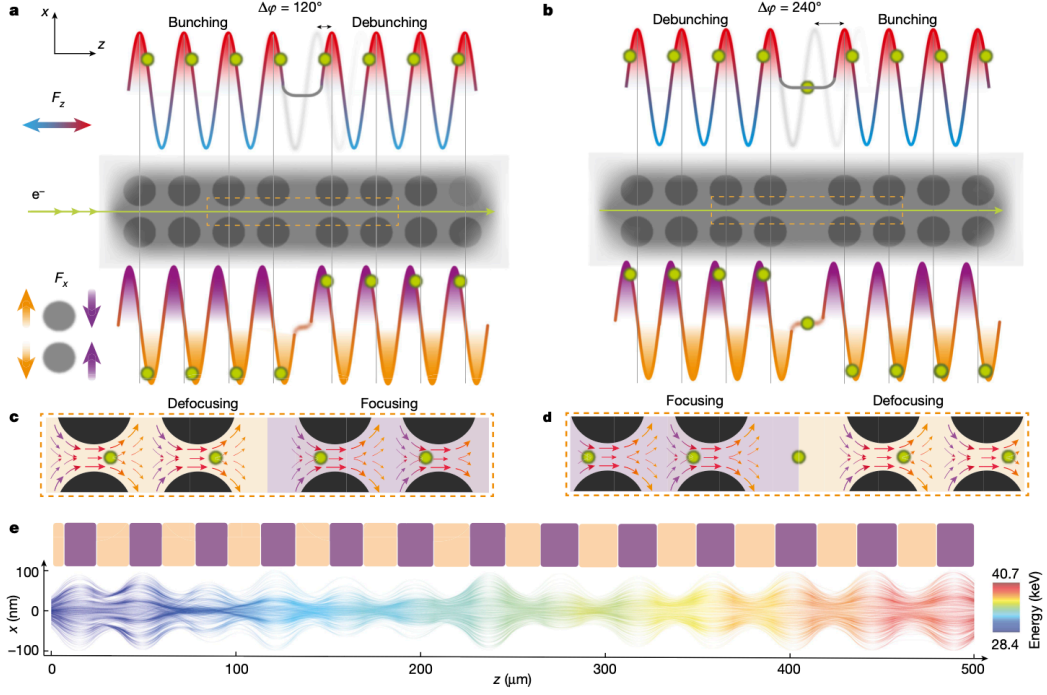


Fig. 1 | Principle of simultaneous acceleration and beam confinement in a nanophotonic structure. **a**, A short, roughly 5- μm -long section of the dual pillar accelerator structure (grey). Laser light incident along the viewing direction generates an optical mode inside of the structure comoving with the electrons (green). Top and bottom: sketches of the synchronous Lorentz force components F_z and F_x acting on a design electron, that is, an electron synchronous with the propagating nearfield mode and initially positioned at a phase of $\phi_s = 60^\circ$, depicted as a green disk. Before the phase jump, the electron experiences an acceleration force (F_z positive). At the same time, the transverse forces act in a transversally defocusing way on the electrons (F_x negative for electrons at negative x coordinates, for example, see bottom left). After an abrupt phase jump of $\Delta\phi = 120^\circ$, the electron enters the same nanophotonic mode in the next macrocell, but is now phase-shifted to $\phi_s = -60^\circ$ (top right).

Also here the electron experiences an acceleration force (positive F_z), but now the transverse forces act in a focusing manner (bottom right; see also **c**). This repeats with every period of the laser field, that is, every 6.45 fs, which is depicted for multiple laser periods as the electron (green disk) propagates through the structure. The simultaneously arising longitudinal bunching and de-bunching is discussed in the main text. **b**, A depiction of a phase jump from a focusing to a defocusing macrocell with $\Delta\phi = 240^\circ$ (effectively -120°), shifting the design electron from $\phi_s = -60^\circ$ to $\phi_s = 60^\circ$. **c, d**, Zoom-in of the relevant regions in **a** and **b**, respectively, with the arrows showing the force field at one instant in time. **e**, Simulated trajectories of electrons as they travel through the accelerator structure while gaining energy (colour shows instantaneous energy). The orange and purple blocks above depict the corresponding macrocells that act transversally focusing (purple) and defocusing (orange).

是迄今为止同类设备中最小的，甚至可以装在笔尖里。它是第一个能够产生快速且聚焦良好的电子束的微型加速器，可以将电子加速到每秒 10 万公里，有望应用于医学领域。

2 亚皮秒电子束的尾场 [SLAC-PUB-11829]

Wakefields of Sub-Picosecond Electron Bunches

2.1 基本信息

- 分类：尾场阻抗计算
- 作者：K.L.F. Bane (SLAC)
- 类型：理论、模拟
- 链接：https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc885578/m2/1/high_res_d/881533.pdf

2.2 摘要

此 SLAC 技术报告总结了亚皮秒电子束的几种尾场，主要包含直线加速器驱动的高亮度电子束，以 X 射线自由电子激光后端应用，特别针对“直线相干光源”(Linac Coherent Light Source, LCLS) 项目，讨论电子束可能遇到的几类尾场，包含：

- 直线加速结构尾场，属衍射尾场 (diffracted wake)
- 磁压缩器的相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 场
- 过渡段尾场 (transition wake)、表面粗糙度尾场 (surface roughness)
- 波荡器内的电阻壁尾场 (resistive wall wake)

对 LCLS 来说，电阻壁尾场为主要尾场。为了缓解此效应导致的集体不稳定性，采取了铝金属管壁 (而不是铜)，且采平板结构 (而不是圆柱)。

2.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文先从简单介绍 LCLS 直线加速段的束团参数开始，如下图。值得注意的是，进入 Linac-3 之后，束团纵向分布已经偏离高斯分布，形成 double-horn 样貌。

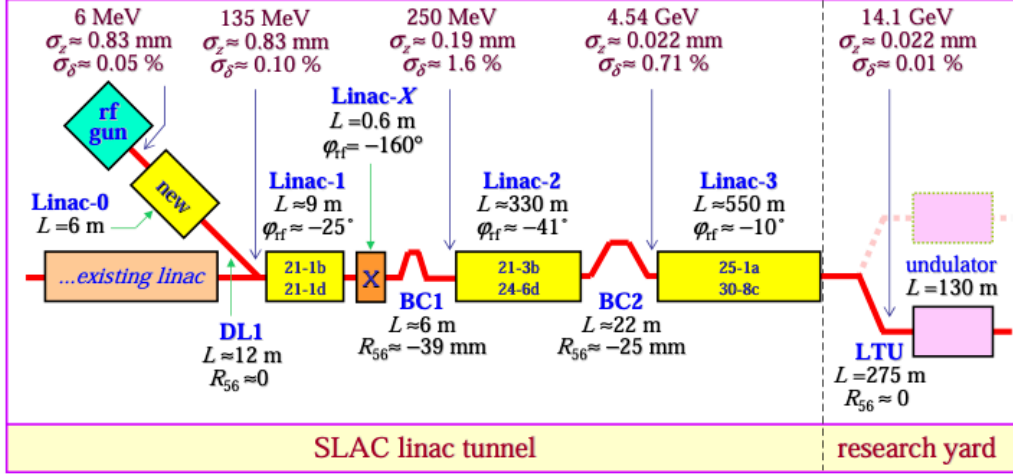


Figure 1. Schematic of the LCLS.

论文 §2 先介绍尾场与阻抗的定义。留意，作者使用的惯例 $s < 0$ 表征头部粒子的纵向局域坐标。这篇论文主要考虑极短束团情况下的集体效应，因此介绍了几个相关物理量，包含：

- 追赶长度、暂态 vs. 稳态
- 尾场极限值
- 束长 σ_z 与管壁库仑场有效长度 a/γ 的概念¹

接着，这篇论文给出不同尾场效应对束团能量损失的一阶矩与二阶矩（能散），总结如下图。

这篇论文最后部分给出了相对详尽的关于波荡器中电阻壁阻抗的讨论，包含 DC Drude model 适用范围，推广到 AC Drude model。也讨论了反常趋肤效应，值得琢磨。

- 创新点：这篇论文 §2.0.1 讨论了渐进形式尾场函数与分部积分的应用，值得琢磨。

2.4 其它

留意，这篇论文里的 s 为 local bunch coordinate，且 $s > 0$ 表示尾部粒子， $s < 0$ 为头部粒子。 z 则为 global path-length coordinate。

¹对 SSMB，此项近似不成立，宜留意。

Table 1. First and second moments of (Gaussian) bunch wakes, $\langle \mathcal{W}_g \rangle$ and $(\mathcal{W}_g)_{rms}$, corresponding to common short-bunch wake forms $W(s)$. Here the s dependence alone is considered. $H(s)$ is the unit step function ($= 0$ for $s < 0$; 1 for $s > 0$).

Wake form, $W(s)$	Wake example	$\langle \mathcal{W}_g \rangle$	$(\mathcal{W}_g)_{rms}$
Circuit Models:			
Resistive: $\delta(s)$	Shallow transition pair, W	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_z}$	$\frac{0.111}{\sigma_z}$
Capacitive: $H(s)$	Shallow transition pair, W_x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
Inductive: $\delta'(s)$	Roughness, inductive model, W	0	$\frac{1}{\sqrt{6\pi} 3^{1/4} \sigma_z^2}$
Power Law, s^α:			
$\alpha = -\frac{1}{2}$	Deep cavity, W	$\frac{0.723}{\sqrt{\sigma_z}}$	$\frac{0.292}{\sqrt{\sigma_z}}$
$\alpha = \frac{1}{2}$	Deep cavity, W_x	$0.489\sqrt{\sigma_z}$	$0.374\sqrt{\sigma_z}$
$\alpha = -\frac{3}{2}$	Resistive wall, low freq., W	$\frac{-0.489}{\sigma_z^{3/2}}$	$\frac{0.516}{\sigma_z^{3/2}}$
$\alpha = -\frac{4}{3}$	CSR, W	$\frac{-0.758}{\sigma_z^{4/3}}$	$\frac{0.532}{\sigma_z^{4/3}}$

3 谐振腔的受迫振动 [JAP 12]

Forced Oscillations in Cavity Resonators

3.1 基本信息

- 分类：尾场阻抗计算
- 作者：E.U. Condon (Washington Research Laboratory)
- 类型：理论
- 链接：<https://doi.org/10.1063/1.1712882>

3.2 摘要

这篇论文讨论当感性耦合电流环路或容性耦合作为插入部件时，在谐振腔激发产生的阻抗计算。这是一篇早期分析谐振腔阻抗的经典论文。作者的另一篇分析论文可参考 [1]。

3.3 贡献或创新点

- 创新点：当感性耦合电流环路或容性耦合作为插入部件时，在谐振腔激发电磁场，其动力学过程或许非常复杂。这篇论文作为这类问题分析的早期工作，基于模式分解思路，给出了详尽的求解过程。作为激励源，这篇论文的电流分布考虑的是载流导线，但思路同样适用于粒子束，或甚至单个粒子。因此，对尾场阻抗计算提供思路。
- 贡献：这篇论文分析从位函数 \mathbf{A} 开始，先定义正交关系开始

$$\int \mathbf{A}_a(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{A}_b(\mathbf{r}) dV = \begin{cases} 0 & a \neq b \\ V & a = b \end{cases}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_a p_a(t) \mathbf{A}_a(\mathbf{r})$$

谐振腔中的耦合电流回路可以按正交基底展开，有

$$\mathbf{i}(\mathbf{r}, t) = \sum_a I_a(t) \mathbf{A}_a(\mathbf{r})$$

其中，对应模式 a 的电流系数可写成

$$I_a(t) = \frac{1}{V} \int \mathbf{i}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{A}_a(\mathbf{r}) dV.$$

时变电流产生磁场遵循安培全电流定律 $\nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{E}} = 4\pi \mathbf{i}$ ，因此有

$$p_a + (2\pi\nu_a)^2 p_a = 4\pi c^2 I_a(t)$$

从这里可以看出为什么目前关于谐振腔的场可以 RLC 等效电路描述，因其类似于谐振子方程。此方程忽略损耗，如果加入品质因数以考虑损耗，则有

$$p_a + \frac{2\pi\nu_a}{Q_a} \dot{p}_a + (2\pi\nu_a)^2 p_a = 4\pi c^2 I_a(t)$$

对耦合电流为封闭电流环路，则模式 a 的电流系数可进一步化简写成以下封闭线积分

$$I_a(t) = \frac{1}{V} I(t) \oint \mathbf{A}_a \cdot d\mathbf{s}.$$

其中， $\oint \mathbf{A}_a \cdot d\mathbf{s} = \iint \nabla \times \mathbf{A}_a \cdot d\mathbf{S} = M_a$ 。

接着，计算耦合阻抗可以按法拉第定律，有

$$\mathcal{E} = RI + \sum_a M_a \dot{p}_a$$

结合安培全电流定律与法拉第定律，假设相关物理量皆为时谐场形式，则有

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= RI + \sum_a 2\pi i \nu M_a p_a \\ \frac{\pi V}{c^2} \left(\nu_a^2 - \nu^2 + i \frac{\nu \nu_a}{Q_a} \right) p_a &= M_a I \end{aligned}$$

阻抗有

$$Z = \frac{\mathcal{E}}{I} = R + \sum_a \frac{2\pi i \nu M_a^2}{\frac{\pi V}{c^2} \left(\nu_a^2 - \nu^2 + i \frac{\nu \nu_a}{Q_a} \right)}$$

于是给出了电流回路在谐振腔中的耦合阻抗。这篇论文接着讨论了几个简化情况，细节此处不论。

以上仅考虑电流，但忽略电荷。更一般的情况为两者存在。从 Maxwell 方程组，有

$$\begin{aligned} -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \varphi &= 4\pi \rho \\ \nabla^2 \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} &= 4\pi \left(\mathbf{i} - \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \varphi \right) \end{aligned}$$

采库仑规范，经过论证、化简后，有

$$\mathcal{E} = c \frac{q}{C} + \sum_a M_a \dot{p}_a$$

阻抗有

$$Z = \frac{c^2}{2\pi i \nu C} + \sum_a \frac{2\pi i \nu M_a^2}{\frac{\pi V}{c^2} \left(\nu_a^2 - \nu^2 + i \frac{\nu \nu_a}{Q_a} \right)}$$

此为包含了容性阻抗成分的阻抗表示式。

3.4 其它

留意这篇论文采用的电磁单位制，与目前普遍使用的 SI 单位制有所区别。

参考文献

- [1] E.U. Condon, Electronic Generation of Electromagnetic Oscillations, J. Appl. Phys. 11, 502–506 (1940). <https://pubs.aip.org/aip/jap/article/11/7/502/138343/Electronic-Generation-of-Electromagnetic>

4 相对论电子经过矩形谐振腔激发的电磁场分析

Excitation of a Rectangular Electromagnetic Cavity by a Passing, Relativistic Electron

4.1 基本信息

- 分类：尾场阻抗计算
- 作者：Kirk T. McDonald (Princeton University)
- 类型：理论
- 链接：<http://kirkmcd.princeton.edu/examples/excitation.pdf>

4.2 摘要

这份笔记讨论了相对论电子经过矩形谐振腔后，在腔中激发的最低阶电磁场模式强度的估算。讨论中假设谐振腔金属壁为理想导体。关于圆柱形谐振腔，后来作者在这份笔记的附录中给出。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：这份笔记讨论了相对论电子经过矩形谐振腔后，在腔中激发的最低阶电磁场模式强度的估算。这份笔记尝试给出一种类似于“互易”关系的思路：电子经过谐振腔激发的该模式能量（称交互作用能量 U_{int} ）对应到该模式能够转移给电子的（最大）能量 ΔU 。
- 贡献：笔记 §2.1 从总结矩形谐振腔内的模式（TM 模式）开始，细节此处略去。给出在 TM_{010} 模式下电磁场能量，有

$$U = \int \frac{|E|^2 + |B|^2}{16\pi} dV = \int \frac{|E|^2}{8\pi} dV = \frac{E_0^2 d_x d_y d_z}{32\pi}$$

对电子来说，经过 TM_{010} 谐振腔后，能够得到的最大能量可写为

$$\begin{aligned} \Delta U &= -eE(x, y) \int_{-d_z/2c}^{d_z/2c} \cos \omega t c dt = \frac{2ceE_0}{\omega} \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{\omega d_z}{2c} \\ &= \frac{2eE_0}{k} \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{kd_z}{2} \end{aligned}$$

假设谐振腔中已经存在 TM_{010} 模 (但不是由电子激发的, 比如: 外部馈入)。此假设等一下可以丢掉无妨。当电子经过谐振腔时, 其能激发的最低阶模式如果写为

$$\delta E_x = E_{\text{ex}} \sin k_x x \sin k_y y e^{-i\omega t}$$

其中, $E_{\text{ex}} \in \mathbb{C}$ 。此处假设 $E_0 \gg \delta E_x$, 则上面 $|E|^2 = |E_0 + \delta E_x|^2 \approx E_0^2 + 2E_0 \delta E_x$, 则定义交互作用能量为

$$U_{\text{int}} = \int \frac{E_0 \text{Re}(E_{\text{ex}}) \sin^2 k_x x \sin^2 k_y y}{4\pi} dV = \frac{E_0 \text{Re}(E_{\text{ex}}) d_x d_y d_z}{16\pi}$$

于是, 激发的电场有

$$\text{Re}(E_{\text{ex}}) = -\frac{32\pi e}{kd_x d_y d_z} \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{kd_z}{2} = -\frac{32e}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2} d_z} \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{kd_z}{2}$$

可以看到, 此结果与 E_0 无关, 即谐振腔在电子进入之前与是否填充电磁场无关, 符合预期。

如果忽略虚部贡献, 则有

$$E_{\text{ex}} = \frac{32\pi e}{kd_x d_y d_z} \left| \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{kd_z}{2} \right| = \frac{32e}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2} d_z} \left| \sin k_x x \sin k_y y \sin \frac{kd_z}{2} \right|$$

到此为止, 给出了相对论电子经过矩形谐振腔时, 激发的电场幅值的估算。

作者在这份笔记的一个段落给出一段具有物理图像的说明, 值得仔细琢磨。摘录如下: *...the excitation of other low modes of the cavity by the electron results in fields of similar order to that of eq. (22) [即上面 E_{ex} 式]. If we are interested in the excitation of a particular mode, we can first suppose that the cavity has an initial field in this mode only, calculate the energy gain by the passing electron, and deduce the excitation of this mode by equating the final interference energy to the negative of the energy gain. We see that if a mode does not result in an energy gain by a passing electron, there will be no excitation of this mode by the passing electron.*

4.4 其它

这份笔记采 CGS 单位制。

这份笔记的思路值得琢磨。此外, 这份笔记给出的结果也可与其它分析模型的结果或数值模拟结果比较, 验证其正确性或可适用范围。