

加速器束流动力学期刊论文导读 (2021 年 5 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2021 年 5 月) 导读成员¹负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[5]、[6]、[8]、[11]	jcytsai@hust.edu.cn
秦伟伦	[[?]]	qinweilun1991@gmail.com
宋怡方	[4]、[7]、[10]	yifangsong@hust.edu.cn
张成艺	[9]	zhangchengyi@ihep.ac.cn

¹宋怡方为电磁所樊宽军教授研究生，张成艺为高能所焦毅老师研究生。

目录

1	基于电子束流相干增益的高功率太赫兹辐射源 [PRST-AB 11-08] High-power beam-based coherently enhanced THz radiation source	3
2	基于稳态微束团机制的高功率辐射源 [IPAC2016 TUXB01] High Power Radiation Sources Using the Steady-State Microbunching Mechanism	5
3	存在非相干电子能量调制时软 X 射线回声型谐波放大自由电子激光的特性 [arXiv] Characterization of soft X-ray echo-enabled harmonic generation free-electron laser pulses in the presence of incoherent electron beam energy modulations	8
4	使用多环光阴极在光注入器中产生高频聚束电子 [PRAB 24-05] Generation of high-frequency bunched electrons from photoinjector with a multiring photocathode	11
5	直线加速器中横向偏转场造成的束团发射度增长 [NIMA 178] Beam emittance growth caused by transverse deflecting fields in a linear accelerator	14
6	直角坐标中空间电荷的尾场与阻抗 [arXiv] Wake fields and impedance of space charge in Cartesian coordinate system	16
7	由少周期飞秒激光脉冲驱动的 GVm^{-1} 量级芯片上粒子加速器 [NJP 23] GVm^{-1} on-chip particle accelerator driven by few-cycle femtosecond laser pulse	18
8	利用扭曲激光的纵向电场与磁场的协同相互作用产生极端相对论单能电子束团 [PRL 126] Generation of Ultrarelativistic Monoenergetic Electron Bunches via a Synergistic Interaction of Longitudinal Electric and Magnetic Fields of a Twisted Laser	21
9	具有周期性稳定光学函数且相干同步辐射效应可忽略的近等时性 TBA 磁聚焦结构设计 [PRAB 24-06] Quasi-isochronous triple-bend achromat with periodic stable optics and negligible coherent-synchrotron-radiation effects	24
10	对束流非相关能散的精确测量 [PRAB 24-06] Accurate measurement of uncorrelated energy spread in electron beam	28

- 11 利用循环矩阵描述同步加速器中同时存在宽频尾场与空间电荷效应的集体不稳定性 [PRAB 24-06]
Description of beam instabilities in synchrotrons with wakefields and space charge forces using the circulant matrix model 31

1 基于电子束流相干增益的高功率太赫兹辐射源 [PRST-AB 11-08]

High-power beam-based coherently enhanced THz radiation source

1.1 基本信息

- 分类：太赫兹电磁辐射
- 作者：Yuelin Li (李跃林), Yin-E Sun (孙银娥), Kwang-Je Kim (金光齐) (主要机构：ANL)
- 类型：数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.11.080701>

1.2 摘要

这篇论文提出一种紧凑型 Smith-Purcell 辐射装置，能够产生高平均功率、高转换效率的太赫兹辐射源。驱动源是由射频光阴极电子枪产生，加速至 8 MeV 的短束团脉冲串。粒子跟踪模拟与分析显示，单个束团峰值电流约为 1 mA 的电子束团串能够产生数百瓦 (watt)、窄频太赫兹辐射源，重复频率约为 1 MHz。

1.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文虽然不是首次提出基于粒子加速器产生的高频电磁辐射源，但基于这个概念产生高功率电磁辐射及其辐射特性与电子束流动力学仍是当时（也是目前当前）的重要课题。以往基于激光技术产生太赫兹辐射的方案，其受限于转换效率 (conversion efficiency)，一般输出功率低于 1 W。基于加速器技术产生的太赫兹辐射，输出功率则不难高于 1 kW，转换效率也提高不少。按这篇论文提出的方案分析，转换效率约为 1% 至 8%，输出功率在 100 至 600 W 间。

平台设计整体约为 1.5 m 长，示意图如下

- 贡献：这篇论文使用 GPT 与 ASTRA 模拟工具作为分析电子束团串进入光栅前的动力学分析，主要集中在 8 MeV 电子不同电荷量情况下，空间电荷效应对束团相干性的影响。整体束团串的相干因子 (coherence factor) Σ_{coh} 由该论文 Eq. (2) 决定，当个别束团远小于辐射波段时， $\sigma_{\text{coh}} \approx 1$ ，因此，总体相干因子由束团串决定。

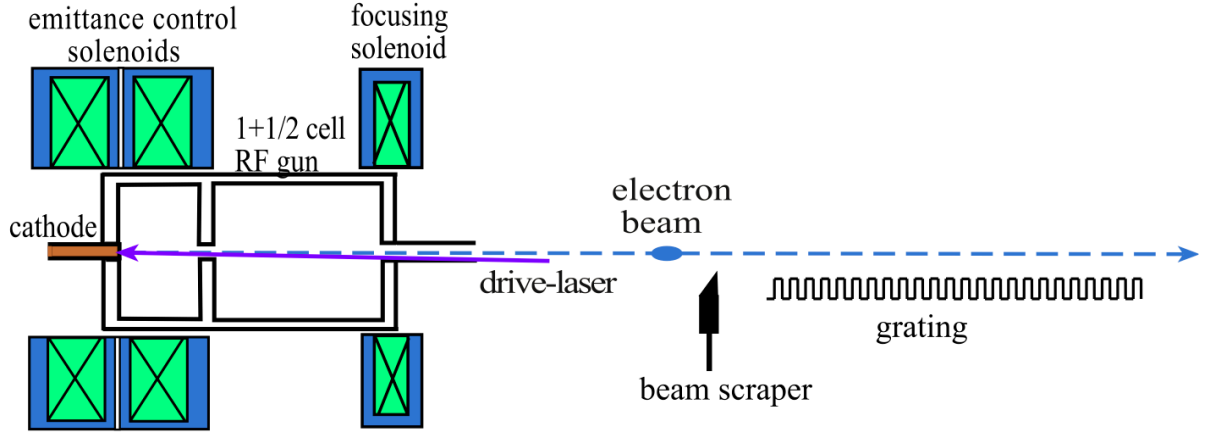


FIG. 2. (Color) Schematic of the proposed Smith-Purcell radiation scheme for high-power THz radiation source.

当考虑空间电荷效应时，相干因子随束团电荷量 Q 衰减，但是，决定 Smith-Purcell 辐射输出效率不仅受 Q 影响，而是由 $Q\sigma_{\text{coh}}$ 决定。因此，在增加 Q 造成空间电荷效应增加从而衰减 σ_{coh} ，与调整（减小）束团长度增加 σ_{coh} 间需要取得平衡，如下左图所示。此外，当电子束团串掠过光栅表面时，电子束与金属表面的间距 h 也

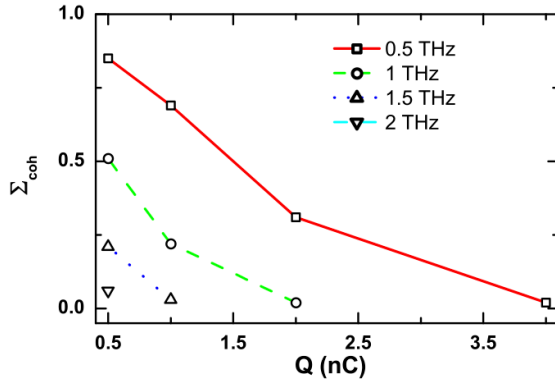


FIG. 5. (Color) Coherence factor at different radiation frequency as a function of the total beam charge.

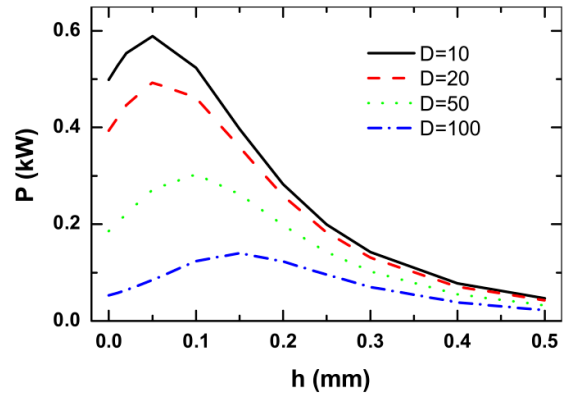


FIG. 6. (Color) Total radiation power as a function of the beam center-grating distance with a beam scraper height D in μm measured from the grating surface.

影响输出效率，与光栅效率 Γ 有关，参考该论文 Eq. (6) 与 (8)。对于几个不同 h 的输出功率，可以参考如上右图。

1.4 其它

这篇论文后半部还讨论了一些实现此紧凑型 Smith-Purcell 辐射方案的技术细节，如，产生电子束团串的激光驱动源。

2 基于稳态微束团机制的高功率辐射源 [IPAC2016 TUXB01]

High Power Radiation Sources Using the Steady-State Microbunching Mechanism

2.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Alex Chao, Eduardo Granados, Xiaobiao Huang, Daniel Ratner, Hao-Wen Luo (主要机构：SLAC)
- 类型：其它
- 链接：<https://accelconf.web.cern.ch/ipac2016/papers/tuxb01.pdf>

2.2 摘要

这篇会议论文介绍了稳态微束团 (steady-state microbunching, SSMB) 机制、方案提出的动机、与现今同步辐射储存环 (storage ring) 光源及基于直线加速器自由电子激光 (free electron laser, FEL) 装置性能的差异与优劣比较、关键部件组成、实现 SSMB 的几个候选方案与初步集体效应评估。稳态微束团群聚机制与传统储存环利用射频 (RF) 加速腔使电子束群聚的机制类似，区别在于“尺度”，传统 RF 微波波长如今以波荡器种子激光波长取代。稳态微束团机制不涉及 FEL 过程²，因此，没有束团不经历 FEL 能量加热 (energy heating) 过程。稳态微束团机制的两个基本思想为

1. 使 (长) 电子束团形成微束团串，从而能发生相干辐射；
2. 使微束团串在发出相干辐射的同时，仍能保持稳定。

在基于储存环的高重频 (high repetition rate) 特性下，结合相干辐射增益源于相干长度 (波长) 的事实，稳态微束团机制开启产生高 (平均) 功率源的可能性。这篇论文考虑了三种潜在应用的情况，即红外 (infrared, IR)、深紫外 (deep ultraviolet, DUV)、极紫外 (extreme ultraviolet, EUV)，并给出初步关键部件设计参数与评估的输出效能。另外，还提出了稳态微束团机制原理测试的建议。

²因此，波荡器长度不能长于 FEL 的增益长度 (gain length)。

2.3 贡献或创新点

- 贡献: 这篇论文在 IPAC2016 会议上发表, 介绍了 SSMB 机制。关于 SSMB 方案提出的动机, 可以从 Table 1 中看出。注意, 此方案重点针对产生高平均功率的辐射源, 其平均输出功率 P_r 正比于 $fN_{\text{bunch}}N_{\text{coh}}$, 其中, f 为电子脉冲重复频率、 N_{bunch} 为单个微束团粒子数 (贡献相干辐射的其中一个 N)、 N_{coh} 为在一相干长度内的总粒子数 (贡献相干辐射的另一个 N)。如果不考虑谐波辐射, 则 $N_{\text{bunch}} = N_{\text{coh}}$, 而有 $P_r \propto fN_{\text{bunch}}^2$ 。论文介绍了三种实现 SSMB 的方案, 均包含调制段 (modulator)

	$f[\text{GHz}]$	bunch length	microbunch length	N_{bunch}	N_{coh}
Conv.stor.ring	0.3	1 mm		10^{11}	1
Supcond.FEL	1	1 mm	$< 1 \mu\text{m}$	10^9	10^7
SSMB	3×10^5		$< 1 \mu\text{m}$	10^5	10^5

Table 1: Comparison of SSMB with conventional storage ring and FEL.

与辐射段 (radiator), 但经过部件的束团特性各异, 细节见论文里的讨论。这篇论文着重介绍基于纵向强聚焦 (longitudinal strong focusing, LSF) 的方案。描述该方案一般会引入纵向 Courant-Snyder 参数, 与传统储存环或直线加速器中的纵向动力学弱聚焦情况的分析不同。关于 LSF 方案, 初步评估在弯转磁铁中的相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 效应、阻抗壁 (resistive wall) 效应、束内散射 (intrabeam scattering, IBS)、种子激光要求等, 在要求调制器中的谐振腔镜承受功率 1 MW 限制下, 对于三个不同波段, 分别给出部件设计参数与预期的输出参数估计。

2.4 其它

比起追求横向低发射度的四代同步辐射储存环光源, 实现 SSMB 的储存环对低纵向动量压缩因子 α_c (low α_c or quasi-isochronisity) 的精准控制更为重要。

		IR	DUV	EUV	
E_0	beam energy	400	400	400	MeV
C	ring circumference	50	50	50	m
α_C	mom. comp. factor	18.4	8.8	0.27	10^{-6}
\hat{V}_m	modulator voltage	-0.42	-0.75	-0.51	MV
N_μ	electrons/microbunch	14.6	2.2	0.04	10^5
I_0	ave. beam current	2.05	0.41	1.02	A
$\Delta\delta_{\text{CSR}}$	CSR pot. well distort.	2.5	2.3	2.4	10^{-3}
τ_{RW}	resist.wall growth time	0.28	1.4	0.67	ms
$\tau_{\delta,\text{IBS}}$	IBS diffusion time	48	51	80	ms
L_m	modulator length	2.1	2.0	2.0	m
K_m	modulator strength	18	12	4.2	
λ_{um}	mod.undulator period	9.6	6.5	2.2	cm
λ_m	seed laser wavelength	12.9	4.0	0.176	μm
P_{stored}	laser stored power	1	1	1	MW
P_{seed}	ave. seed laser power	1	1	1	kW
h	harmonic number	11	17	13	
L_r	radiator length	0.86	2.0	2.5	m
K_r	radiator strength	8	4.6	1.2	
λ_{ur}	rad. undulator period	4.3	2.5	1.0	cm
λ_r	SSMB rad.wavelength	1.18	0.24	0.0137	μm
F	filling factor	38%	16%	93%	
P_r	SSMB rad.power/tool	4.2	1.4	1.12	kW

Table 2: Three strong focusing SSMBs for IR, DUV, EUV.

3 存在非相干电子能量调制时软 X 射线回声型谐波放大自由电子激光的特性 [arXiv]

Characterization of soft X-ray echo-enabled harmonic generation free-electron laser pulses in the presence of incoherent electron beam energy modulations

3.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：N. S. Mirian, G. Perosa, E. Hemsing, E. Allaria, L. Badano, P. Cinquegrana, M. B. Danailov, G. De Ninno, L. Giannessi, G. Penco, S. Spampinati, C. Spezzani, E. Roussel, P. R. Ribic, M. Trovo, M. Veronese, and S. Di Mitri (主要机构：DESY, 德国)
- 类型：理论、实验
- 链接：<https://arxiv.org/pdf/2106.04161>

3.2 摘要

回声型谐波放大自由电子激光 (echo-enabled harmonic generation free-electron laser, EEHG FEL) 是一种用来产生全相干软 X 射线激光脉冲的方案之一，利用其有效的紫外 (UV) 激光经过高次谐波转换 (frequency up conversion) 效率。然而，基于 EEHG FEL 方案的输出谱的效能极限仍然没有明确定论，目前知道的是输出谱的展宽 (broadening) 与变形 (distortion) 是由于束团的 (非相干或相干) 能量调制引致。这篇论文给出一个能够描述束团非相干能散对束团频谱 (bunching spectrum) 影响的数学模型，其中涉及电子束团经历加速段与 EEHG 传输段段微束团不稳定性 (microbunching instability, MBI) 动力学。模型与在 FERMI EEHG FEL 的实验结果一致，光子能量范围在 130 至 210 eV 之间³。发现在 EEHG 传输段中色散区域引起的电子束能量调制或畸变的放大是 FEL 输出谱亮度 (spectral brightness) 降低的主要原因。FEL 输出谱的局部极大值可以通过调整色散段强度与第一个 chicane 中的调制激光脉冲能量间的平衡找到。这篇论文提出用来表征 EEHG FEL 特性的方法能够提供使用者进行实验 (user experiments) 与未来实现更短波长 EEHG FEL 时的一种校正方案。

³目标是在水窗 (water window) 波段范围内的相干辐射，约在软 X 射线，光子能量 282 至 533 eV，或中心波长 4.4 至 2.34 nm 间。

3.3 贡献或创新点

基于 EEHG 方案 FEL 束线典型示意图如下

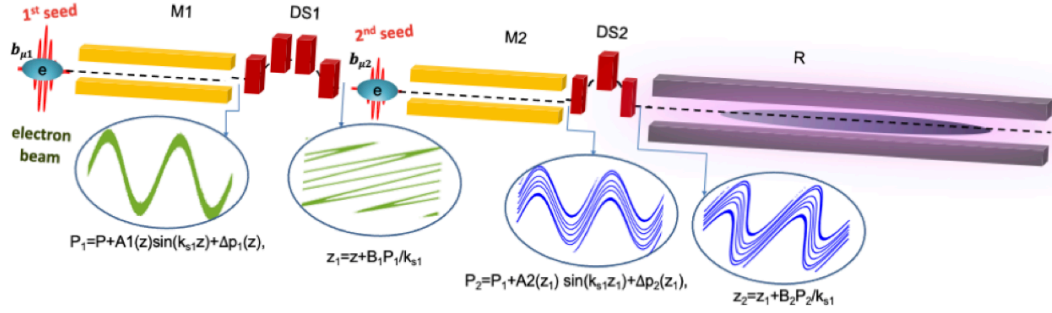


FIG. 1. Main components of the EEHG scheme: first modulator (M1), strong first dispersive section (DS1), second modulator (M2), weaker second dispersive section (DS2). Equations refer to quantities of the electron beam longitudinal phase space introduced in eq. (1). In particular, $\Delta p_{1,2}$ is the incoherent energy modulation (see eq. (2)) and $b_{\mu 1, \mu 2}$ is the incoherent bunching factor (see eq. (13)). After DS2, the nano-bunched electron beam travels into the radiator (R) and emits coherent and powerful light pulse.

- 贡献：这篇论文的理论模型尝试分析电子束团从上游 EEHG 第一个 modulator 至第二个 modulator 出口处传输段期间的密度与能量调制的演化过程，属于偏解析的工作。另外，计算结果与在 FERMI FEL 的实验结果进行系统比较。涉及密度与能量调制演化过程微束团不稳定性的集体效应有相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 与纵向空间电荷 (longitudinal space charge, LSC) 效应。
- 创新点：这篇论文的理论模型针对在 EEHG 方案中的两道调制激光 (上图中 1st seed 与 2nd seed) 的调制振幅与调制相位，引入其对电子束在纵向相空间分布造成的瞬态群聚 (instantaneous bunching frequency k_z)，分析其对高次谐波 $|b_{n,m}(k)|^2$ 谱宽的影响。Section II.A 至 II.C 考虑在没有 MBI 情况下，调制激光对束团群聚因子的影响。

得到在没有考虑 MBI 情况下的密度调制因子之后，代入简化的能量调制公式 [论文 Eq. (13)]，得到经过传输段的能量调制⁴。

3.4 其它

这篇论文回避使用切片能散 (slice energy spread)，而使用非相干能量调制 (incoherent energy modulation)，颇耐人寻味。在论文 Section II.D 处，简短带过其计算密度

⁴某种意义上为迭代解。

调制所包含的效应，如 CSR、LSC 与 IBS (intrabeam scattering)，与在 Section II.A 至 C 中不包含集体效应的数学模型相比，逻辑上不连贯。

4 使用多环光阴极在光注入器中产生高频聚束电子 [PRAB 24-05]

Generation of high-frequency bunched electrons from photoinjector with a multiring photocathode

4.1 基本信息

- 分类：电子源、直线加速器
- 作者：Fu-Han Chao, Chia-Hsiang Chen, Ping-Jung Chou, and Yen-Chieh Huang (主要机构：NTHU)
- 类型：设计、数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.052801>

4.2 摘要

在这篇论文中，作者提出在电子束的非相对论状态下操纵它的发射和加速过程中来产生纳米量级的聚束电子。作者模拟了在光注入器中从多环光阴极 (multiring photocathode) 发射的带有横向结构的电子束的加速，并表明加速后这种横向结构的电子束可以转化为在皮赫兹 (petahertz, PHz, 10^{15} Hz) 频率范围内⁵具有纵向密度调制的空心 (hollow) 电子束。同时，这篇论文的理论研究表明，在远场范围聚束空心电子束的相干辐射在近轴极限下接近于聚束实心电子束产生的相干辐射。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文的工作致力于产生聚束频率在数十甚至数百皮赫兹 (PHz) 的电子束，以产生 EUV 和软 X 射线频谱的超辐射⁶，这在目前的加速器领域仍存在极大的技术挑战。这篇论文提出的利用电子在阴极横向偏移会在注入器段转换为纵向偏移这一特性，通过定制多环间距，在加速段之后最终产生重复频率在皮赫兹量级的空心电子束串，为产生 EUV 和软 X 射线频谱的超辐射提供了一种思路。
- 贡献：本文从理论和仿真两方面分析了多环产生皮赫兹超辐射的可行性。理论方面包含电子束在光阴极横向偏移在注入器出口处转换为纵向偏移的分析，以及对

⁵相当于短于 1 fs 的时间间隔，或介于 sub- μm 至 50 nm 空间间隔。

⁶即，相干辐射。

于密度调制电子束的聚束因子 (bunching factor) 的理论推导，并以此分析了空心电子束产生的超辐射在远场范围与实心电子束接近，佐证本方案的可行性。仿真方面，这篇论文分析了多环的环间距、环宽等参数对于电子束最终的密度调制的影响，并给出了完整的注入段和加速段的束流仿真结果。工程方面，指出使用例如镍制的具有多环间隙的挡板置于光阴极表面，以此组成多环光阴极。

4.4 其它

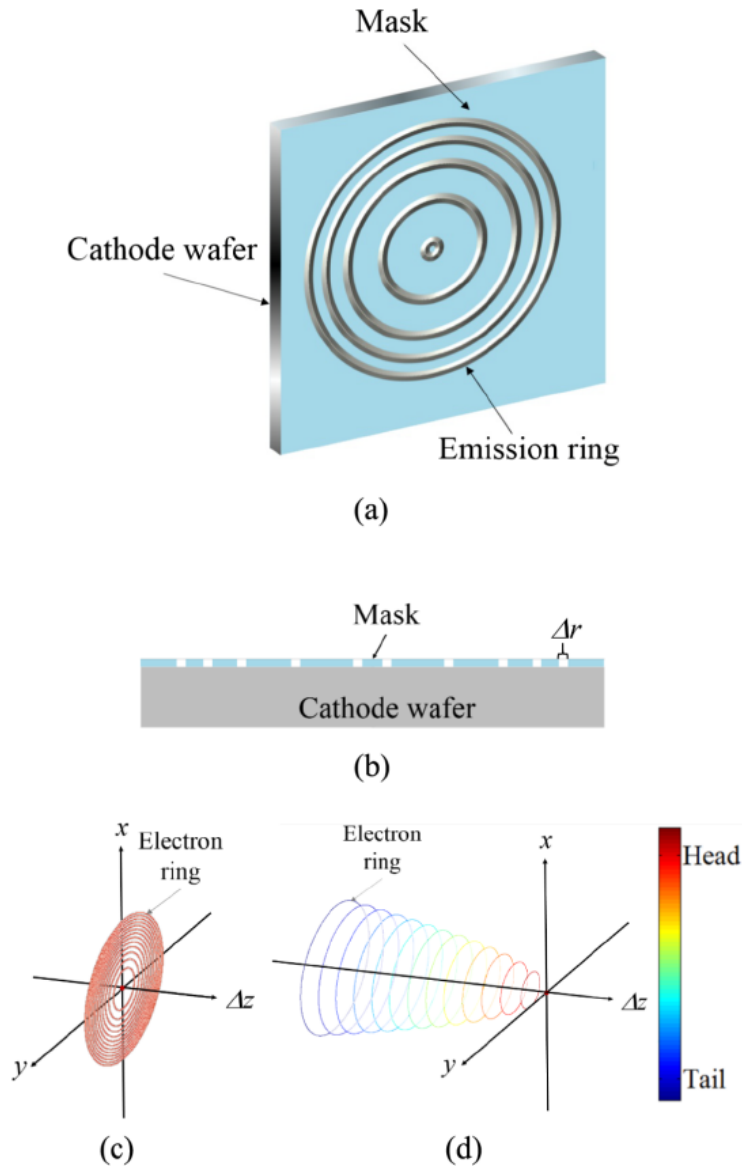


图 1: 方案示意图:(a) 多环示意图; (b) 多环 mask; (c) 阴极处电子分布; (d) 加速段出口处电子分布。

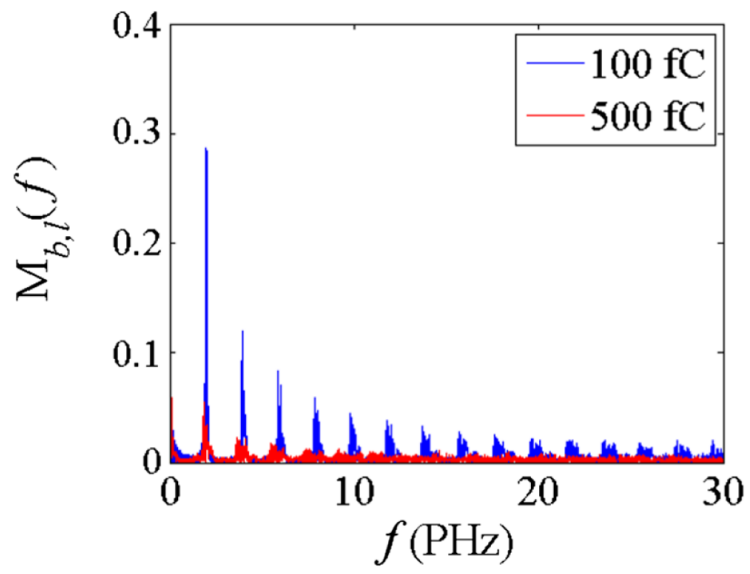


图 2: 仿真获得的 100 fC 和 500 fC 电子束串列的纵向聚束因子的频谱。注意由于空间电荷效应的影响, 500 fC 电荷量会损害电子束串列的聚束因子。

5 直线加速器中横向偏转场造成的束团发射度增长 [NIMA 178]

Beam emittance growth caused by transverse deflecting fields in a linear accelerator

5.1 基本信息

- 分类：多粒子动力学
- 作者：Alexander W.Chao, Burton Richter, Chi-Yuan Yao (主要机构：SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029554X80908514>

5.2 摘要

这是一篇早期关于束团崩溃 (beam breakup, BBU) 的经典论文。分析了在高能电子直线加速器中，束团经过金属管壁产生的横向尾场对束团发射度⁷的影响。论文中考虑了两种情况，coasting beam 与 uniformly accelerated beam，基于宏粒子模型的运动方程通过微扰法 (perturbation method) 能够解析求解。得到的结果应用于当时的 SLAC Single Pass Collider。

5.3 贡献或创新点

- 贡献：这是早期关于单束团横向 BBU 的理论工作，分析在高能电子直线加速器中，束团经过金属管壁产生的横向尾场对对撞亮度的影响。分析的过程给出明确的物理图像。另外，在 Section 4 的 Table 1 给出了处理 coasting beam 与 uniformly accelerated beam 时几个相关物理量的对比，唯注意 Eq. (25) 中的相位项 e^{ik_0L} 不能按照 Table 1 的代换。

这是单束团 BBU 的分析，由于束团中不同位置 (z) 的粒子感受到的尾场大小各异，因此，在 $L \gg 1$ 的渐进情况下，并不是所有粒子都按指数增长。由论文中 Section 3 的分析得到的结论，在渐进情况下，束团内粒子的横向偏移 $x(z, L)$ 在直线加速器末端的 s 依存关系为 $e^{\alpha s^{1/3}}$ ，参考 Eq. (16)。

⁷论文中没有明显给出发射度增长的式子，取而代之的是束团对撞亮度或光度 (luminosity) 的衰减因子 (reduction factor)。

- 创新点：求解单束团横向 BBU 的运动方程，即 Eq. (2)，这篇论文给出了一种可以获得解析解的方法，即格林函数法 (Green's function method)，参考 Eqs. (6,7) [针对 constant energy] 或 Eqs. (19,20) [linear acceleration]。这个方法后来在许多分析 BBU 的问题中被采纳，同样适用于多束团 BBU。

5.4 其它

关于 Eq. (16) 的推导，实际上应用了最速下降法 (method of steepest descents)。

关于束团崩溃 (BBU) 理论的更进一步讨论，可以参考 [1] 的 §3.2，包含该节的许多练习题。

参考文献

- [1] A.W. Chao, Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators, 电子版下载 <https://www.slac.stanford.edu/~achao/wileybook.html>

6 直角坐标中空间电荷的尾场与阻抗 [arXiv]

Wake fields and impedance of space charge in Cartesian coordinate system

6.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗计算
- 作者：Demin Zhou (周德民, KEK) and Yuancun Nie (聂元存, WHU)
- 类型：理论
- 链接：<https://arxiv.org/pdf/2101.04369.pdf>

6.2 摘要

这篇论文给出了在直角坐标中，点电荷沿加速器纵轴经过横向矩形真空盒产生的自场，即空间电荷场，以矩形波导的本征基底函数模式展开 (mode expansion method)。与传统阻抗理论结合，利用格林函数形式得到空间电荷场，其同时包含了源粒子 (source particle) 与测试粒子 (test particle) 的位置坐标。基于点电荷计算的格林函数，可以用来计算具有横向、纵向分布的尾场与阻抗⁸。这些模型提供了对于需要计算三维空间电荷场的粒子跟踪模拟程序一个方便的方法。

6.3 贡献或创新点

- 贡献：给出了以基本函数表示的点电荷空间电荷纵向尾场与纵向阻抗形式 [Eq. (23)]。利用 Euler-Maclaurin 公式，推导出在自由空间的电荷纵向尾场 [Eq. (30)] 与纵向阻抗形式 [Eq. (29)]。接着给出具有束团特定形式分布的纵向空间电荷尾场与阻抗，包含高斯分布、 δ -环、横向圆束斑。最后，在 Section VI 利用纵向阻抗与横向阻抗的关系 Eq. (24)，推导了横向阻抗，得到与 Bassetti-Erskine 束-束作用 (beam-beam interaction) 公式类似形式的结果。然后利用类似的分析得到了横向空间电荷尾场公式。
- 创新点：以往推导空间电荷尾场或阻抗多半在圆柱对称的坐标系中进行，这篇论文采取在直角坐标中分析这个问题。因此，主要针对横截面为矩形的真空盒，但是

⁸虽然都称为“尾场”，中文用词不容易区分以下两种情况。对于点电荷束团，一般用 wake function，在论文中以 w 表示；对于具有电荷分布的束团，称为 wakefield，在论文中以 W 表示。对于阻抗也有类似的情况，在这篇论文中，用 Z 表示点电荷束团的阻抗，也是一般所谓的阻抗；对于具有电荷分布的束团，则用 \mathcal{Z} 表示。

电子束团的一般横向分布则没有限制⁹。利用直角坐标的一个好处是基底函数 ϕ_{mn} 形式相对简单，为 sine、cosine 函数的线性组合，有 C_x, C_y, S_x, S_y ，见 Eq. (13) 下方定义。通过求解在 Lorentz gauge 条件下的非齐次 Helmholtz \vec{A}, Φ 方程组，可以得到 \vec{A} ，因此 \vec{E}, \vec{B} 也就能得到。注意到，这里的量都是在频域空间的量，这是这篇分析论文的另一个创新点。一些评论可以见 Sec. III 的结束语。这篇论文利用几个关键的定标函数 $[F_x, F_y, F_z]$ ，讨论了在低频极限、高频极限、圆束团 (round beam)、平束团 (flat beam) 等情况下的渐进情况，与既有理论的比较等，将过去已有的空间电荷模型有系统地推广。

6.4 其它

按论文推导、论证过程，没有假设粒子参考能量，因此原则上适用于低能量束团。

⁹但不同横向分布会得到不同形式的解析公式。

7 由少周期飞秒激光脉冲驱动的 GVm^{-1} 量级芯片上粒子加速器 [NJP 23]

GVm^{-1} on-chip particle accelerator driven by few-cycle femtosecond laser pulse

7.1 基本信息

- 分类: 新型加速方法
- 作者: Li Sun *et al.* (主要机构: 国家同步辐射实验室, 中国科技大学)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/ac03cf>

7.2 摘要

具有高加速梯度的芯片式粒子加速器一直是研究人员不懈追求的目标。介质激光加速器 (dielectric laser accelerator, DLA) 是实现这一目标的一种可能的选择。然而, 由于介质击穿的限制, 现有的 DLA 很难达到高达 1 GV/m 的加速度梯度。基于逆切列科夫辐射 (inverse Cherenkov radiation) 效应, 本文提出了用几个周期的激光脉冲驱动 DLA 的方案, 该方案显著减少了所需的激光脉冲宽度和激光通量, 由此增加了可实现的加速梯度。此外, 本文用仿真验证了级联加速方案, 并在微尺度器件中实现了低能电子的高能量增益加速, 为研制芯片上 (on-chip) 粒子加速器提供指导。

7.3 贡献或创新点

- 创新点: 过往的介质激光加速器 (DLA) 一般基于逆 Smith-Purcell 效应 (inverse Smith-Purcell dielectric laser accelerator, ISP-DLA), 该方案中电子束和横向传播的驱动激光作用, 为了得到高能量增益, 必须使用多周期的长激光脉冲, 而长脉冲激光难以得到高的加速梯度。本文提出的 DLA 基于逆 Cherenkov radiation(ICR-DLA) 方案 (见下图), 使用的激光脉冲长度低数个量级, 因此可用的激光能量和加速梯度可以显著提高而不会造成击穿, 此外该方案在制造和同步性方面也更容易实现。
- 贡献: 本文通过仿真验证了 ICR-DLA 加速低能电子的可行性, 并设计了级联加速方案, 获得高平均加速梯度。此外, 针对单棱镜 ICR-DLA 会对非相对论电子产生

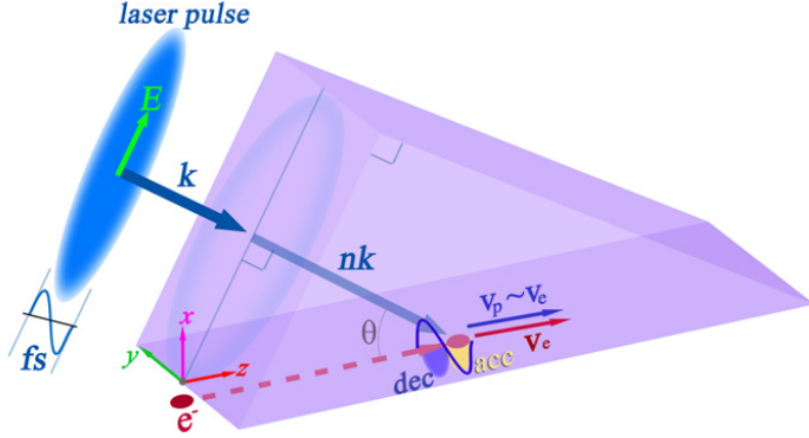


图 3: ICR-DLA 示意图，其中加速区域 (acc) 和减速区域 (dec) 分别用黄色和蓝色标出。

偏转的现象，本文设计了双棱镜对称 ICR-DLA(见下图)，仿真表明该设计可以抑制电子束的轨迹偏转。

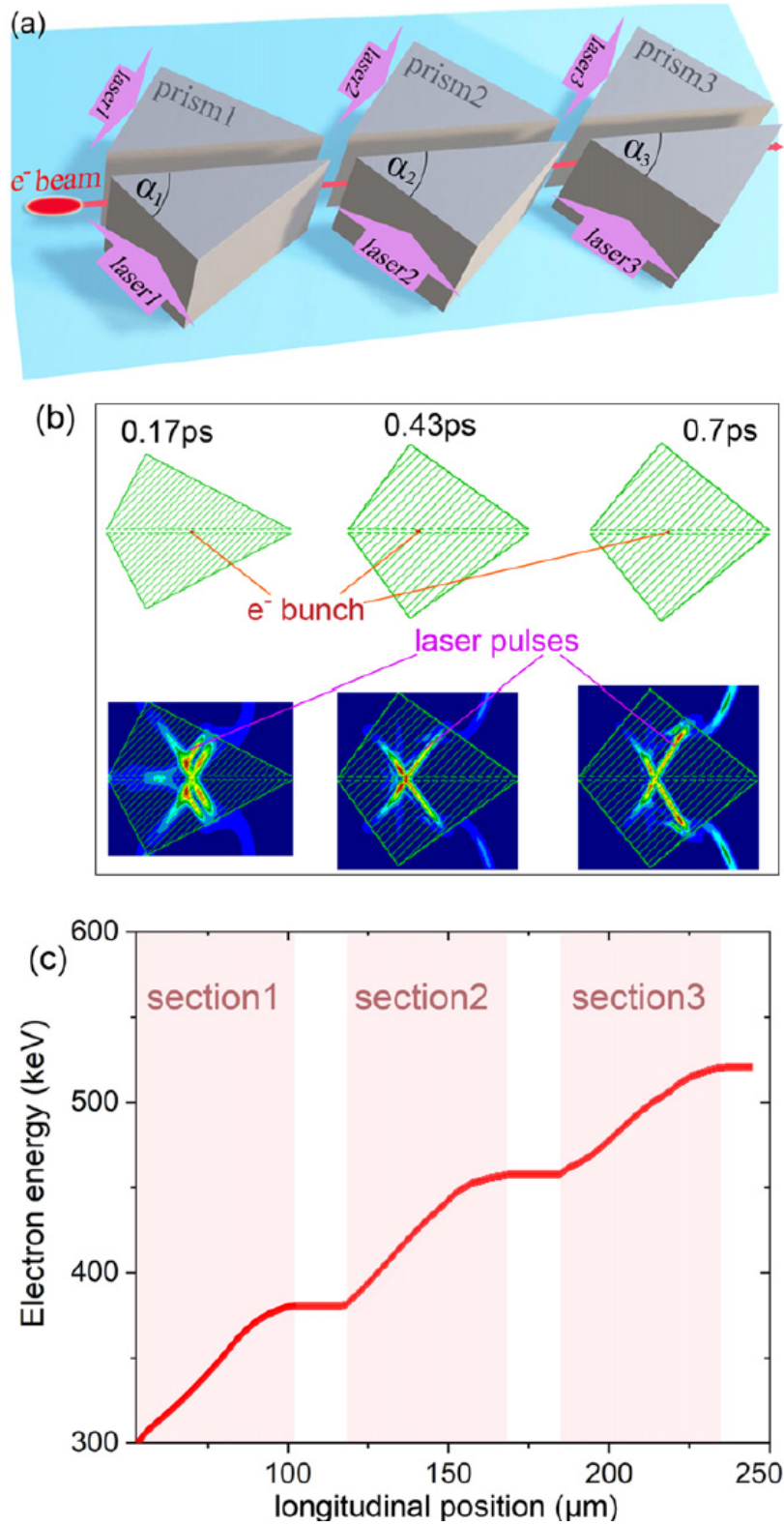


图 4: (a) ICR-DLA 级联加速方案; (b) 由仿真得到的激光场和电子束在三个瞬间的分布; (c) 仿真得到的电子能量与纵向位置的关系。这里三个加速段的长度都是 $50 \mu\text{m}$ ，束团通道宽度为 $1 \mu\text{m}$ 。

8 利用扭曲激光的纵向电场与磁场的协同相互作用产生极端相对论单能电子束团 [PRL 126]

Generation of Ultrarelativistic Monoenergetic Electron Bunches via a Synergistic Interaction of Longitudinal Electric and Magnetic Fields of a Twisted Laser

8.1 基本信息

- 分类：激光驱动电子加速
- 作者：Yin Shi, David Blackman, Dan Stutman, and Alexey Arefiev (主要单位：UCSD)
- 类型：数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.126.234801>

8.2 摘要

这篇论文通过三维模拟¹⁰演示了高品质极端相对论电子束能够通过将一道扭曲激光 (twisted laser) 反射于一等离子体镜 (plasma mirror) 产生的可能方案。具有 $|\ell| = 1$ 的扭曲激光能够产生在近轴区域具有纵向电场与磁场的加速结构。这篇论文研究表明，除了电场加速之外，这里的磁场扮演着能够产生单能束团串的重要角色。对于 6.8 PW (PW = 10^{15} W) 的激光，加速后的电子能量达到 1.6 GeV，相对能散 5.5%，束团长度约 320 as (as = 10^{-18} s)，束团电荷约 60 pC (pC = 10^{-12} C)，束团密度约 10^{27} m⁻³，横向散角约 20 mrad。这类性质的束团可以被用来作为下游自由电子激光的驱动电子束¹¹。模拟结果与解析模型的电子能量增益互相验证。这些结果给新型拍瓦级激光驱动加速器提供指导。

8.3 贡献或创新点

- 贡献：

¹⁰利用模拟程序 EPOCH 与 Smilei。

¹¹利用横向梯度波荡器 (transverse-gradient undulator, TGU)。

注意，这篇论文中的纵向坐标为 x ，横向为 z 与 y 。

激光强度在 10^{22} W/cm^2 量级即表征着进入相对论激光范畴，即激光与电子（在一个激光波长范围左右）交互作用造成的电子能量改变将超过电子静止能量，即

$$a_0 = \frac{eE\lambda_L}{2\pi m_e c^2} \geq 1$$

这篇论文假定的激光功率 6.8 PW，纵向电场强度对应于 $a_{\parallel} \approx 12.8$ ，或 $E_{\parallel}^{\max} \approx 5.1 \times 10^{13} \text{ V/m}$ ， $B_{\parallel}^{\max} \approx 170 \text{ kT}$ 。注入激光约为 20 fs 场，打到预先已游离的，具有 $n_e = 1.8 \times 10^{27} \text{ m}^{-3}$ 的等离子体，对应波长 $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ 。

过去，经过 CPA (chirped pulse amplification, 啁啾脉冲放大) 技术，激光强度获得大幅提升。再经过精确调整焦点位置、速率 (focal-spot velocity) 与扭曲波前 (twisting wave front) 进而改变激光场分布 (拓扑) 等技术进展，使激光功率获得跟进一步增加。激光束与电子束的交互作用主要发生在横向，即能量交换 $\propto v_{\perp} E_{\perp} \approx c \sin \theta E_{\perp}$ (其中， θ 可视为电子束横向散角)，这种情况一般加速效率存在限制。一些方案企图使能量交换发生于纵向，即能量交换 $\propto v_{\parallel} E_{\parallel} \approx c \cos \theta E_{\parallel}$ 。

这篇论文构建了关于扭曲激光场的场形式，见该论文 Eqs. (1-3)，其中， $|\ell|$ 为扭曲指标 (twist index)。

论文后半部利用单电子模型分析了在加速过程中，电子与等离子体场相位、波前改变等最终达到的能量增益。

- 创新点：通过适当扭曲激光加速场的波前，能够同时满足两个情况，既达到加速效率，也提供电子束横向聚焦 (transverse confinement)。扭曲激光能够产生在近轴区域具有纵向电场与磁场的加速结构。电子束在当扭曲激光反射于等离子体镜时注入，此时激光场的纵向电场强度对应于 $a_{\parallel} \approx 12.8$ ， $E_{\parallel}^{\max} \approx 5.1 \times 10^{13} \text{ V/m}$ ， $B_{\parallel}^{\max} \approx 170 \text{ kT}$ 。下面左图比较了考虑 B_{\parallel} 与忽略 B_{\parallel} 对被加速电子束团的影响。可以看到，如果没有 B_{\parallel} ，则束团呈现 (横向) 中空的分布。电子束团从预先已游离的等离子体拉出，原则上，电子束团密度与等离子体密度有 $n_e > 2n_c$ 关系。下面右图则演示了加速之后束团串的电场与能量分布。

8.4 其它

关于强激光带来的强场物理的讨论，可以参考一篇经典论文 [1]。Exawatt (EW) 为 10^{18} W ，Zettawatt (ZW) 为 10^{21} W 。

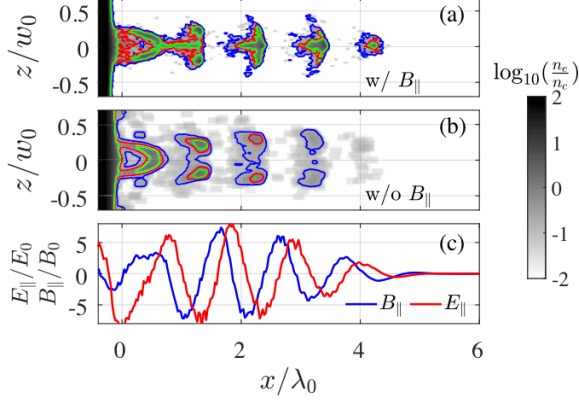


FIG. 1. Electron injection into a reflected laser beam with twisted wave fronts in 3D PIC simulations with (a) and without (b) B_x in the electron equations of motion. The density is shown on a log scale at $t = 9$ fs. The blue, red, and green contours denote $n_e = 0.1n_c$, $0.5n_c$, and n_c , where n_c is the critical density. The profiles of longitudinal electric E_{\parallel}/E_0 and magnetic B_{\parallel}/B_0 fields on the axis are shown in (c), where $E_0 = B_0 \equiv m_e c \omega / |e|$.

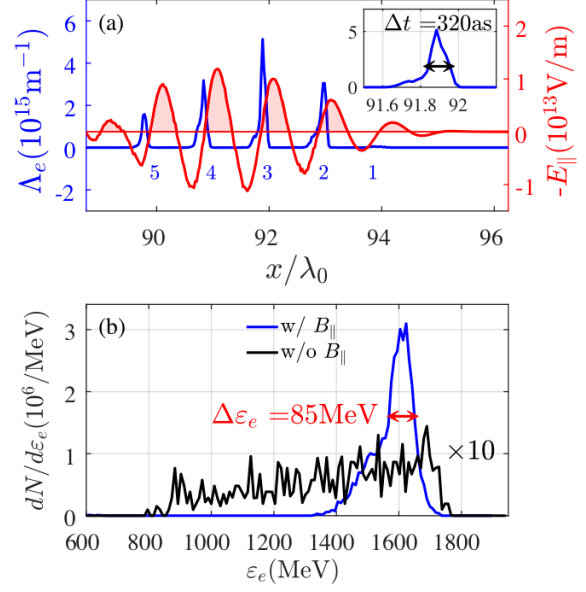


FIG. 2. Accelerated electron bunches at $t = 249$ fs. (a) Linear density Λ_e , obtained by integrating n_e over $r < 1.5 \mu\text{m}$ (blue line, left axis), and the longitudinal electric field $-E_{\parallel}$ (red line, right axis) at $r = 0$. The shading marks the accelerating phase for the electrons. The inset shows the third bunch. (b) The energy spectrum $dN/d\epsilon_e$ in the third bunch for electrons with $r < 1.5 \mu\text{m}$. The black curve is from the simulation with $B_x = 0$ in the electron equations of motion. It was multiplied by 10 to aid the comparison.

关于应用于激光-等离子体建模的基于 particle in cell (PIC) 的方法回顾, 可以参考这篇论文的 Refs. [38,40]。

参考文献

- [1] T. Tajima and G. Mourou, Zettawatt-exawatt lasers and their applications in ultrastrong-field physics, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 031301 (2002), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.5.031301>

9 具有周期性稳定光学函数且相干同步辐射效应可忽略的近等时性 TBA 磁聚焦结构设计 [PRAB 24-06]

Quasi-isochronous triple-bend achromat with periodic stable optics and negligible coherent-synchrotron-radiation effects

9.1 基本信息

- 分类: 束流传输段设计、多粒子束流动力学
- 作者: 张成艺、焦毅 (高能物理所, IHEP)、蔡承颖 (华中科技大学, HUST)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.060701>

9.2 摘要

在高亮度电子加速器中, 需要在束流传输过程中尽可能地保持束流的高品质。但在由多块弯铁构成的束流传输段中, 电子束团的品质易被相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 效应以及残余纵向色散 (longitudinal dispersion, R_{56}) 破坏。对于需要多次通过 (multi-pass) 的传输段, 满足光学稳定条件的消色散节 (achromat) 设计将为实际应用带来极大便利。这篇论文对由三块相同二极铁构成的, 且具有周期性光学函数的 TBA (triple-bend achromat) 消色散传输段进行了研究, 并指出, 当第一、第二块二极铁之间的传输矩阵满足 $[m_{11}, m_{21}(\text{m}^{-1})] \approx (-2, 0)$ 时, CSR 引起的发射度增长以及低阶至高阶的纵向色散项可被同时压低, 此外还可抑制微束团不稳定性 (microbunching instability, MBI)。数值优化结果表明, 满足这种条件的 TBA 设计, 其横向归一化发射度、束长以及纵向分布都可实现较好地保持。

9.3 贡献或创新点

- 贡献: 这篇论文首先利用线性传输矩阵分析方法分析了 TBA 结构中一阶等时性条件 $R_{56} = 0$ (线性传输矩阵分析方法) 以及 CSR 引起的发射度增长的抑制条件 (CSR kick model 分析)。并在光学稳定条件 ($|\text{Tr}(M)| \leq 2$) 所确定的区域内探究这两种限制条件, 并找到了同时满足光学函数稳定性条件的交点 B。

经理论公式分析, 发现该交点 B 是一个奇点 (singularity), 严格取该交点时, β 函数的起始位置周期解将发散, 但是在该交点 B 附近 R_{56} 以及 CSR 引起的发射度

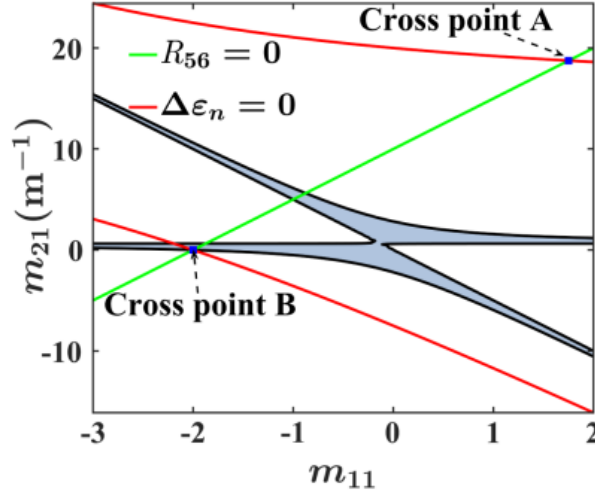


FIG. 2. The stable area (shaded) and the requirements of m_{21} as a function of m_{11} derived from the imposed constraint of $R_{56} = 0$ (green line) and $\Delta\epsilon_n = 0$ (red line). The cross points are marked (blue square).

增长都较小。同时，第一、二块二极铁之间的相移 (phase advance) 接近 π (这满足 CSR 引起的 MBI 的抑制条件之一，见 [1])。

- 创新点：这篇论文在线性理论分析的基础上，使用多目标粒子群优化算法 (Multi-Objective Particle Swarm Optimization, MOPSO) 对于所设计的尽可能简单的 TBA 结构进行了优化，从而在压低一阶纵向色散项 R_{56} 的同时，尽可能整体压低高阶纵向色散项 (如 T_{566} 、 U_{5666} 等)。其模拟结果表明，对高阶纵向色散项进行优化后，即使对于基于等离子体的束流参数 (主要特点是束流能散较大 $\sim 1\%$) 而言，束流纵向相空间也可得到较好保持。

此外，由于设计满足周期性稳定条件，对于多个 TBA 单元串联的情况，其束长、横向归一化发射度也能得到较好保持，且模拟发现 MBI 增益不大。

9.4 其它

关于本篇论文线性理论分析以及周期性 Twiss 参数的具体形式，可以参见这篇论文的附录 A-C。

参考文献

- [1] C.-Y. Tsai, S. Di Mitri, D. Douglas, R. Li, and C. Tennant, Conditions for coherent-synchrotron-radiation-induced microbunching suppression in multibend beam transport or recirculation arcs, Phys. Rev. Accel. Beams 20, 024401 (2017), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.024401>

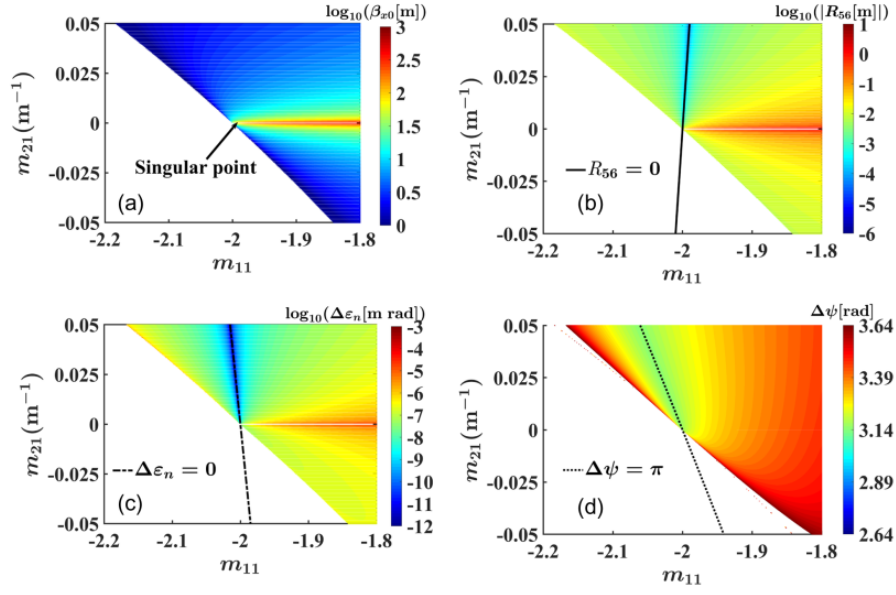


FIG. 3. (a) The horizontal beta function at the start point of the TBA, β_{x0} . (b) The value of R_{56} (the solid line shows $R_{56} = 0$). (c) The value of CSR-induced emittance growth (the chain-dotted line shows $\Delta\epsilon_n = 0$). (d) The value of the phase advance between the adjacent dipoles (the dotted line shows $\Delta\psi = \pi$).

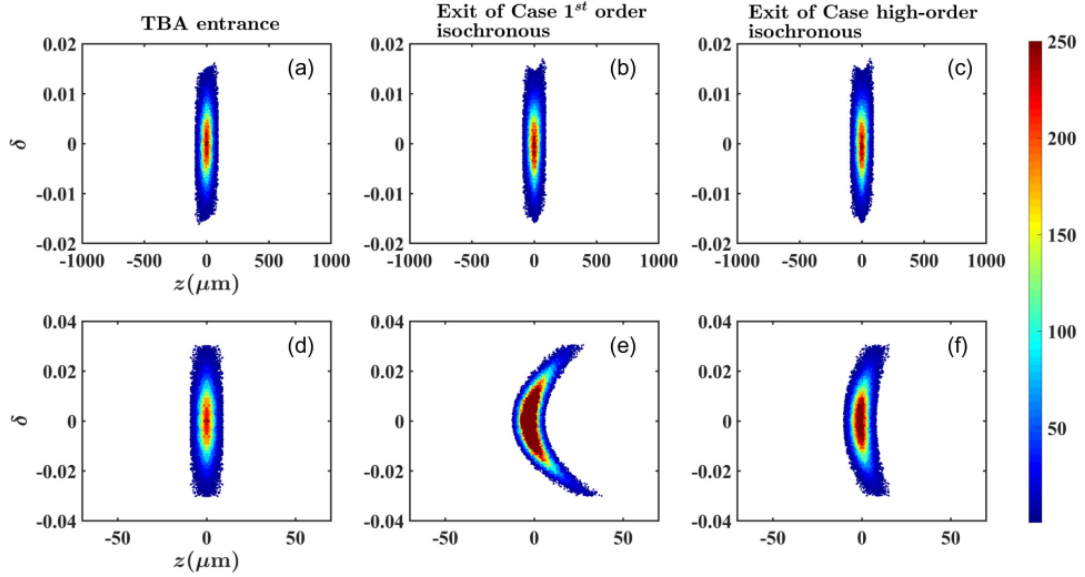


FIG. 8. Longitudinal phase space distribution of the bunch at the entrance of the TBA (left), the exit of Case 1st order isochronous (middle), and Case high-order isochronous (right), using conventional rf beam parameters [top row, (a), (b) and (c)] and LPA beam parameters [bottom row, (d), (e) and (f)]. The colorbar shows the particle density.

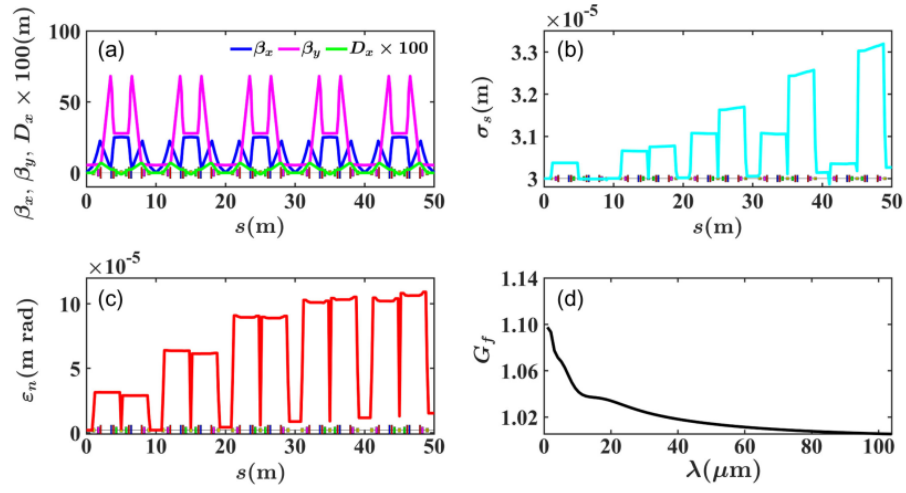


FIG. 11. Simulation results of five TBA cells: (a) optics functions; (b) the bunch length; (c) normalized transverse emittance; (d) the MBI gain.

10 对束流非相关能散的精确测量 [PRAB 24-06]

Accurate measurement of uncorrelated energy spread in electron beam

10.1 基本信息

- 分类: 多粒子动力学、束测
- 作者: Sergey Tomin, Igor Zagorodnov, Winfried Decking, Nina Golubeva, and Matthias Scholz (主要机构: DESY)
- 类型: 数值仿真、实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.064201>

10.2 摘要

这篇论文测量了在“欧洲 XFEL”(European XFEL)¹² 注入段装置中 250 pC 电荷量束流的切片能散 (slice energy spread), 本文使用的两种方法基于横向偏转结构 (transverse deflecting structure, TDS) 后接色散段的设计

1. 扫描不同束流能量下进行测量, 通过固定的 TDS 电压和束流能量的比例, 在 6 keV 能散时测量的 rms 误差小于 0.3 keV。
2. 保持束流能量不变而只改变束流光学, 可以简化测量复杂程度, 并能将 rms 误差降低到 0.1 keV 以下。

测量方法的准确性通过包含束流传输效应和集体束流动力学的仿真建模验证。在这篇论文中测量到的切片能散比最近报道的使用相同阴极材料、电荷量为 200 pC 的 SwissFEL 中的切片能散低接近三倍。

10.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇论文的工作致力于测量欧洲 XFEL 装置的切片能散。不同于类似装置 SwissFEL 中使用的扫描束流能量测切片能散的方案, 欧洲 FEL 装置的 TDS 位于加速段之后, 因此束流能量的改变需要此后的 TDS 和其它元件的束流匹配

¹²应视为一个专有名词。

(例如本文提出的 TDS 电压和束流能量的等比调节), 这会使整个测量过程非常复杂和繁琐。针对这一问题, 本文提出了固定束流能量, 转而扫描 TDS 电压与色散段 D (或 R_{16}) 的方法, 该方法简化了实际测量的复杂性, 同时提高了测量精度。

- 贡献: 这篇论文针对在 FEL 装置上测量切片能散的方法进行了理论推导和仿真验证, 并针对欧洲 FEL 装置提出了新的测量方案。这篇论文提出的新方案对于误差容忍度进行了仿真分析, 同时在文末通过实验测量验证了新方案的可行性, 测量结果与仿真一致。

10.4 能散测量原理及测量结果

本文假定对于 TDS 电压 V 和色散 D 的扫描和探测屏上的束团尺寸关系 σ_M 均为二次拟合, 即

$$\sigma_M^2 = A_V + B_V V^2$$

$$\sigma_M^2 = A_D + B_D D^2$$

在第一次扫描中保持恒定色散 D_0 并扫描 TDS 电压 V 。第二次扫描中保持 TDS 电压恒定在 V_0 并扫描色散 D , 通过拟合上面两个式子, 得到系数 A_V 和 A_D , 则束流切片能散 σ_E 为:

$$\sigma_E = \frac{E_0}{D_0} \sqrt{A_D - A_V}$$

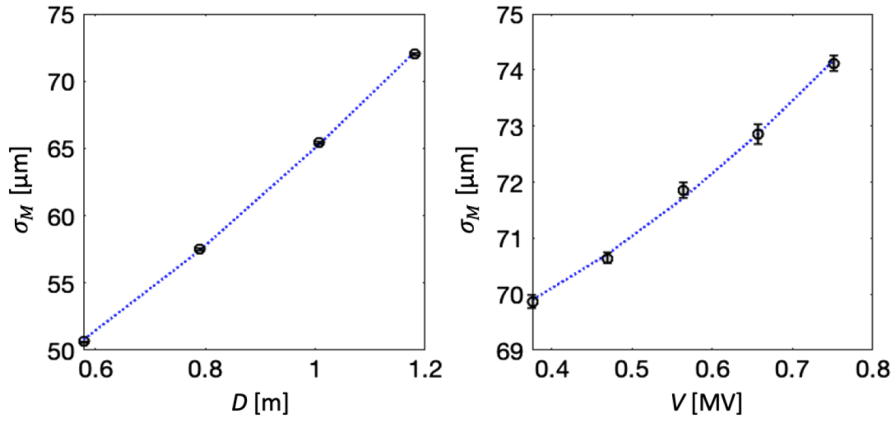


图 5: 左图中带误差线的黑色圆圈表示不同的色散值 D 下测量得到的切片宽度 σ_M 。右图中带误差线的黑色圆圈表示不同 TDS 电压 V 值下测量得到的切片宽度 σ_M 。蓝色虚线通过数值拟合上面公式获得。

10.5 延伸讨论

- space charge 在这篇论文中是影响分辨率的关键吗?

- ▶ 作者在仿真中考虑了空间电荷效应 (即使是在后续的加速段), 所以认为不考虑空间电荷效应应该是和实际实验有差别的。作者在误差分析中 [该论文 Eq. (3)] 写了误差的三个来源, 分别是屏幕分辨率、发射度贡献的束斑尺寸、以及 TDS 引入的能散对束斑尺寸的贡献。所以猜测忽略空间电荷效应对测量方法本身可能没有太大影响 (在文中的能量量级), 但忽略空间电荷效应应该会导致仿真的束流参数与实验有明显偏差。
- 同样的方法是否能够适用于测量 UED 束团的切片能散? 此时电荷从 250 pC 降到几个 fC, 能量从 150 MeV 降到 3 MeV。
- ▶ 论文作者明确提到, correlated energy spread 导致探测屏上 slice widening, 因此用该方法测量的 slice 需要是 zero energy chirp。因此, 如果在 UED 中能实现 (或者近似实现) zero energy chirp, 用类似的方法测量切片能散可能实现。

11 利用循环矩阵描述同步加速器中同时存在宽频尾场与空间电荷效应的集体不稳定性 [PRAB 24-06]

Description of beam instabilities in synchrotrons with wake-fields and space charge forces using the circulant matrix model

11.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：X. Buffat, E. Métral, E. Gottlob, C. Høgh, A. Oeftiger, and T. Pieloni (主要机构：CERN)
- 类型：理论、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.060101>

11.2 摘要

这篇论文提出一种新的描述束团集体不稳定性的模型，利用循环矩阵 (circulant matrix) 方法，考虑在同步加速器中同时存在空间电荷 (space charge) 效应与短距、宽频尾场的情况下。理论模型的预测与过去基于不同方法比较，也与在 CERN SPS (Super Proton Synchrotron) 同步加速器上的实验结果定性讨论。基于伪谱法 (pseudoospectrum) 的分析，在水袋分布 (waterbag distribution)¹³模型的理想条件下，这篇论文给出存在一种所谓的暂态放大 (transient amplification) 的过程，即，动力学矩阵在没有不稳定特征值 (unstable eigenvalue) 的情况下，仍可能存在暂态放大 (细节可参考这篇论文的 Appendix B)。考虑更接近实际情况的高斯分布模型时，径向模 (radial mode) 将导致模式横向耦合不稳定性 (transverse mode coupling instability, TMCI)。

11.3 贡献或创新点

考虑两个 (或多个) 集体效应间的相互影响 (interplay) 近年逐渐成为粒子加速器集体作用的热点研究。目前普遍接受的一个结果是，横向耦合不稳定性的阈值会因为空间电荷效应增加而提升。在一些理论工作中得到这样的结论，即在强空间电荷近似下，

¹³这种分布在相空间中形成一个环 (ring)，具体数学定义见论文 Eq. (15)。

可能导致 TMCi 消失，此时虽然没有绝对不稳定 (absolute instability)，但对流不稳定 (convective instability) 仍可能存在。但是，根据双粒子 (two particles approach, 2PA) 模型，在强空间电荷近似下，TMCi 只是被抑制但仍然存在，并且以稳定与不稳定区间交替出现 (见论文 Fig. 1)。

- 创新点：这篇论文提出一种新的理论模型，利用循环矩阵方法，描述同时存在空间电荷与短距尾场的集体动力学。这个方法大致思路如下图，将束团的纵向相空间分布按极坐标方式切片 (slicing)，分别在径向与角向切片，分别切成 N_r (number of rings) 与 N_s (number of slices) 等分。论文作者发展出一个基于这种切片方式的计算程序-BIMBIM，细节可以参考论文的 Ref. [17]。对这些切片的横向相空间而

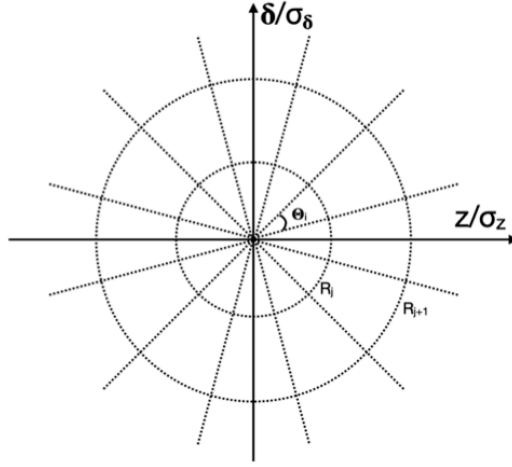


FIG. 2. Illustration of the discretization of the longitudinal phase space in slices and rings within the CMM.

言，可以是共同的一个相空间分布，也可以是不同的相空间分布。然后，分别对这些切片建立相应的矩阵，主要是 (线性化) 空间电荷效应对应的矩阵，即

$$x_k \rightarrow x_k, x'_k \rightarrow x'_k + \sum_s \langle \Delta x'_{k,s} \rangle$$

其中， $\langle \Delta x'_{k,s} \rangle$ 见 Eq. (11,12)。

根据纵向与横向运动，整个束团形成以下的循环矩阵

$$M(Q_\beta, Q_s) = \mathbb{I}_{N_r} \otimes P_{N_s}^{N_s Q_s} \otimes \mathcal{R}(Q_\beta)$$

其中， \otimes 表 Kronecker product， \mathbb{I} 为单位矩阵 (identity matrix)， P_{N_s} 为循环矩阵 (permutation matrix)。

尾场效应¹⁴直接体现在归一化电流项 $I_{\text{norm}} = \frac{q^2 N_b \beta_{\text{avg}}}{2\gamma_r mc^2 Q_s} \frac{f_r R_r}{Q_r}$ 。包含空间电荷与尾场效应的动力学结果将基于对这个矩阵的分析。

- 贡献：考虑水袋分布模型，下图 Fig. 3(a) 表示没有尾场情况下，仅有空间电荷效应时的频移；Fig. 3(b) 表示同时有空间电荷与尾场情况（其中，尾场强度固定），局部上下图分别表示频移的实部与不稳定性增长率的虚部（最大值）。可以看到，增长率随空间电荷效应增加，在 $\Delta Q_{SC}/Q_s \approx 5$ 时，TMCI 增长率得到很好抑制。

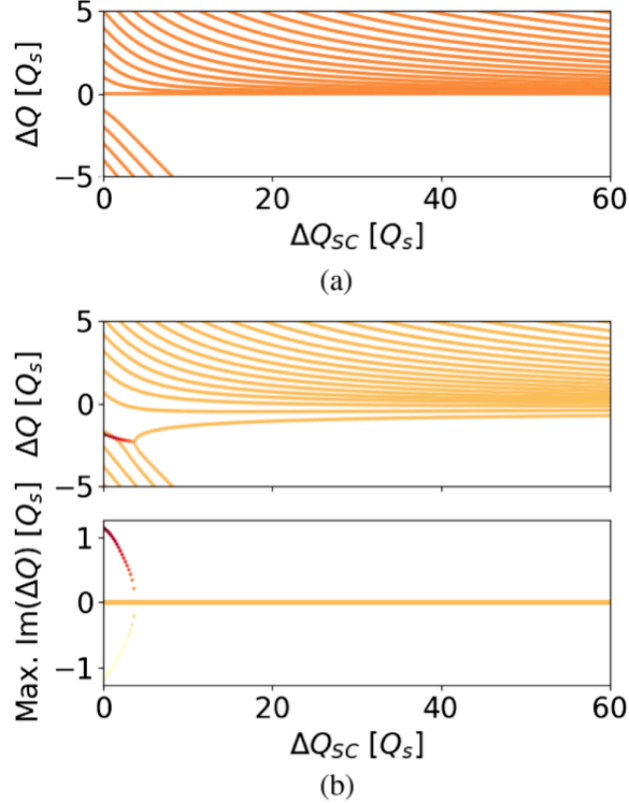


FIG. 3. Evolution of the complex tune shifts of the coherent modes as a function of the normalized space charge tune shift for an airbag distribution, without wakefields (above) and with wakefields featuring fixed wakefield strength corresponding to a normalized intensity of 20 (below). In the absence of wakefields, all tunes are purely real. Otherwise, to ease the identification of the modes in the plots of the real and imaginary tune shifts, the dots are color coded identically according to the imaginary part. (a) Without wake elds (b) With wakefields.

同时改变空间电荷与尾场强度则有下列 Fig. 4 的结果。比较双粒子模型的结果 [这篇论文 Fig. 1]，可以看到，这里基于循环矩阵方法的分析没有体现强空间电荷效应情况下与尾场形成的集体不稳定性复杂情况。这是因为这里假设的是水袋

¹⁴这里利用宽频谐振腔模型，以 f_r, R_r, Q_r 分别表征谐振频率、阻抗 (shunt impedance)、品质因子。 $Q_r \approx 1, f_r \tau_b = 1$ ，其中 τ_b 为束长。

模型，这种分布无法形成径向模式耦合。基于这个特殊情况，这篇论文接着分析

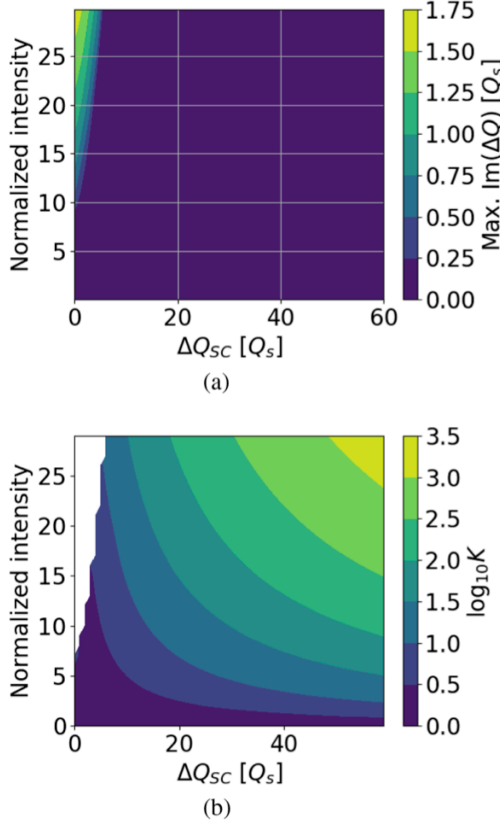


FIG. 4. Maximum tune shift (above) and the Kreiss constant (below) obtained for an airbag distribution for various strength of space charge forces and wakefields. The Kreiss constant becomes infinite for configurations featuring unstable eigenvalues which is marked by a white area. (a) Maximum tune shift (b) Kreiss constant.

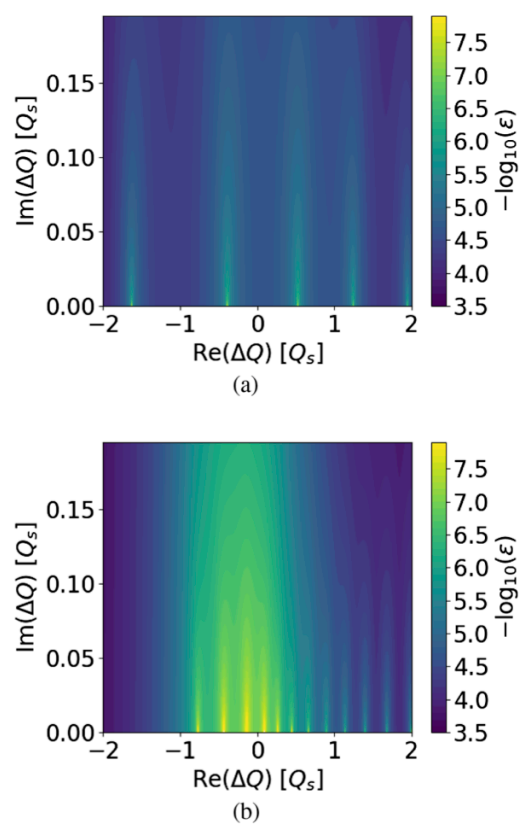


FIG. 5. Pseudospectrum of the one turn matrix with weak (above) and strong (below) space charge forces, both being above the decoupling of the original TMCI by space charge. The normalized intensity is 20. (a) $\Delta Q_{sc} = 6Q_s$ (b) $\Delta Q_{sc} = 50Q_s$.

在给定循环矩阵时，利用伪谱法分析，当矩阵在一定程度的微扰下，其特征值分布，有上图 Fig. 5 的情况。伪谱法分析能够给出潜在的不稳定特征值，或称敏感度 (sensitivity)。量化这些对外界微扰可能造成的暂态不稳定放大，可以利用 *Kreiss* 矩阵定理 (Kreiss matrix theorem)。通过引入一 *Kreiss* 常数 \mathcal{K} ，当系统稳定时， $\mathcal{K} = 1$ ，此时没有指数增长，也没有暂态放大；当系统不稳定时， $\mathcal{K} = \infty$ ，存在不稳定的特征值。当 $\mathcal{K} > 1$ 但为有限值时，系统存在暂态放大。上面 Fig. 4(b) 表示在不同参数情况下的 \mathcal{K} 。Figure 5 则进一步分析循环矩阵对外界微扰 ϵ 的响应。

这篇论文最后对 CERN SPS 先前的相关实验，结合这里的理论模型讨论 TMCI 不稳定性增长率对束流强度的依存关系的讨论，计算结果参考下图 Fig. 10。考虑了两种不同 lattice optics，Fig. 10(a) 为 Q26，其工作点约为 $\frac{\Delta Q_{sc}}{Q_s} \approx 28 \pm 2$ ，Fig. 10(b) 为 Q20，其工作点约为 $\frac{\Delta Q_{sc}}{Q_s} \approx 8 \pm 2$ 。尾场分为驱动型 (driving) 与调频型 (detuning)，可以看到，空间电荷效应一定程度上对 TMCI 不稳定性的抑制。文末

有对 CERN SPS 实验结果的一些定性讨论 (不在 Fig. 10 中), 包含这个理论模型无法考虑朗道阻尼效应等。

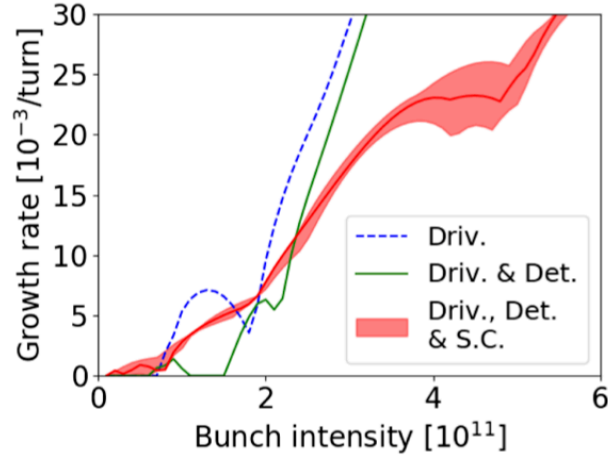
11.4 其它

这篇论文的 Appendix A 给出基于循环矩阵法计算的收敛测试。

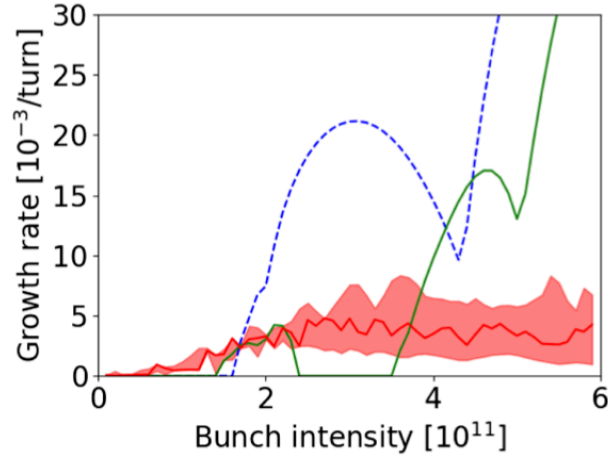
关于包含短程尾场与空间电荷效应造成的头尾不稳定性的基于双粒子模型的分析, 可以参考 [1]。关于利用循环矩阵分析束流集体不稳定性的介绍, 可以参考 [2]。

参考文献

- [1] Yong Ho Chin, Alexander Wu Chao, and Michael M. Blaskiewicz, Two particle model for studying the effects of space-charge force on strong head-tail instabilities, Phys. Rev. Accel. Beams 19, 014201 (2016), <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.014201>
- [2] V. VDanilov and E. APerevedentsev, Feedback system for elimination of the transverse mode coupling instability, NIM A 391, 77-92 (1997), <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S016890029700363X?via%3Dihub>



(a)



(b)

FIG. 10. Maximum growth rate obtained for a Gaussian distribution in configurations corresponding to an experiment conducted at the SPS with two different optics labeled Q26 (above) and Q20 (below) [8]. The result of the CMM without space charge forces but with either only the detuning wakefields or both the detuning and driving wakefields are shown with blue and green curves respectively. They were obtained with 80 slices and 40 rings. The red lines and shaded areas represent the configuration featuring both driving and detuning wakefields as well as space charge forces, with a range given by the uncertainty on the transverse and longitudinal emittances. They were obtained with 140 slices and 60 rings. (a) Q26 (b) Q20.