

加速器束流动力学期刊论文导读 (2021 年 9 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题¹。

本期 (2021 年 9 月) 导读成员²负责结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[2]、[3]、[4]、[5]、[6]、[7]、[8]	jcytsai@hust.edu.cn
宋怡方	[1]	yifangsong@hust.edu.cn

¹自 2021 年 9 月起，论文导读以当月月份为标题，不再以上月月份为标题。

²宋怡方为电磁所樊宽军教授研究生。

目录

1	超快电子衍射高亮度电子束线中的点对点库伦效应 [PRAB 24-08] Point-to-point Coulomb effects in high brightness photoelectron beam lines for ultrafast electron diffraction	3
2	纵向动力学的 Courant-Snyder 理论 [PRAB 24-09] Courant-Snyder Formalism of Longitudinal Dynamics	5
3	在波荡器磁场中的电子束相位自调制 [PRL 123] Phase-Stable Self-Modulation of an Electron Beam in a Magnetic Wiggler	8
4	强射频聚焦的电子储存环纵向束流动力学模拟 [PRSTAB 9-09] Longitudinal beam dynamics simulation in electron rings in strong rf focusing regime	12
5	基于能量回收型直线加速器的 X 射线自由电子激光振荡器 [PRL 100] A Proposal for an X-Ray Free-Electron Laser Oscillator with an Energy- Recovery Linac	15
6	中国 X 射线自由电子激光 (CXFEL) 长距尾场引致的多束团不稳定性仿真研究 [NIMA 999] Simulation study of the long range wakefield induced multi-bunch instability in the China X-ray free electron laser	18
7	具有外部注入信号的共振腔场方程 [JOSA 11-11] Cavity equations for a laser with an externally injected signal	24
8	在单一自旋去极化共振点附近自旋动力学的矩阵形式理论 [PRST-AB 8-10] Matrix formalism for spin dynamics near a single depolarization resonance	28

1 超快电子衍射高亮度电子束线中的点对点库伦效应 [PRAB 24-08] Point-to-point Coulomb effects in high brightness photoelectron beam lines for ultrafast electron diffraction

1.1 基本信息

- 分类: 低能、多粒子动力学
- 作者: M. Gordon *et al.* (主要机构: University of Chicago)
- 类型: 仿真、理论
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.084202>

1.2 摘要

束流动力学数值程序通常用平均场 (mean field) 空间电荷近似库伦相互作用, 这在传统粒子束流中是一个很好的近似。然而, 点对点库伦效应, 如: 无序诱导加热 (disorder-induced heating, DIH) 和 Boersch 效应, 在高密度的冷束流中不能被忽略。这篇论文介绍了两种新的数值方法来计算光阴极镜像电荷在使用点对点相互作用模型时的重要影响。借助于镜像电荷的精确模型, 这篇论文计算了点对点相互作用对两条高亮度超快电子衍射束线的影响。

第一条光束线使用 200 keV 的电子枪 (keV UED), 而第二条光束线使用 5 MeV 的电子枪 (MeV UED), 每一条光束线都以 10^5 个电子/脉冲的单发衍射模式工作。这篇论文模拟的光束线都假设光电发射温度为零。结果表明, 与平均场模拟相比, 包括了随机库伦效应后最终发射度增加了两倍以上, 峰值横向相空间密度减少了三倍以上。另外, 这篇论文介绍了一种使用 pair correlation 函数计算 DIH 释放能量的方法, 并近似计算了 DIH 对发射度的贡献, 可以用来估计除 UED 之外其它应用中的 DIH 影响。

1.3 贡献或创新点

- 创新点: 传统的光阴极的平均横向能量 (mean transverse energy, MTE) 一般在数百 meV 量级 (热束流) 左右, 在这种情况下用平均场 (mean field) 空间电荷可以很好近似库伦相互作用 (细节见该论文的 Appendix A)。相比之下, 在室温下接近阴极阈值发射的电子束的 MTE 约为 25 meV, 而低温冷却的光阴极在接近阈值发射

时的 MTE 可以达到 5 meV。在这些低温情况下 (冷束流), 点对点库伦效应对束流动力学的影响显著增加。本文使用基于 GPT 数值粒子跟踪程序中的不同空间电荷效应计算模型, 讨论了 MTE= 0 meV 时冷束流中的 DIH 对固有发射度的贡献, 并给出了理论估算公式。

- 贡献: 这篇论文指出在冷束流的空间电荷效应计算中, DIH 无法忽略, 并给出了 DIH 的数值计算方法和理论估算公式, 以及 DIH 对束流核心发射度。针对直接成对计算束流中的点对点库伦效应的时耗与 N^2 成正比 (N 为宏粒子数), 这篇论文提出了一种称为 PMP (plus-minus-plus) 的算法, 将平均场和 Barnes-Hut 法结合, 得到了包含镜像电荷效应下点对点库伦效应, 时耗与 $N \log N$ 成正比。

1.4 部分公式与计算结果

包含 DIH 的固有发射度表达式:

$$\epsilon_i = \sigma_x \sqrt{\frac{\text{MTE} + \frac{2}{3} E_{\text{DIH}}}{mc^2}}$$

DIH 释放的能量可由如下公式估算, 其中 $a = (3/4\pi n_0)^{1/3}$ 是束团的 Wigner-Seitz 半径, k 为 Boltzmann 常数, n_0 是粒子的体密度, $C \approx 0.45$ 。

$$E_{\text{DIH}} = kT_{\text{DIH}} = \frac{Ce^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

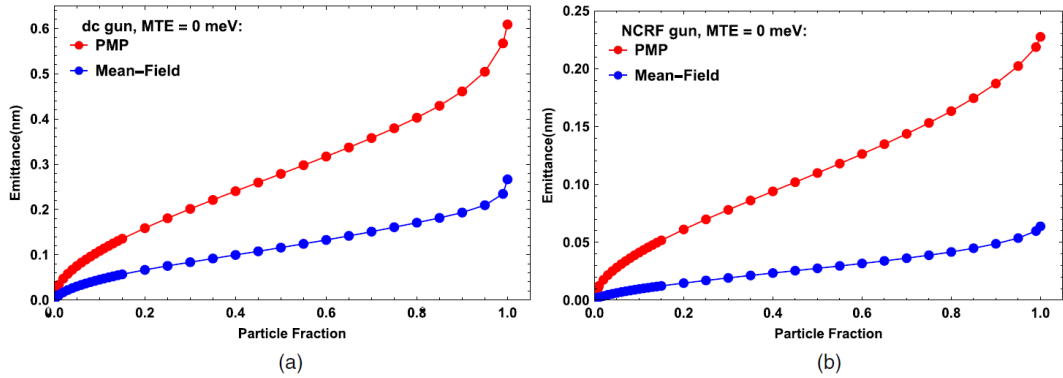


图 1: 两条 UED 束线在靠近光束线末端最小的横向归一化均方根发射度与粒子占比的关系。(a) 200 keV DC gun; (b) 5 MeV NCRF gun。

2 纵向动力学的 Courant-Snyder 理论 [PRAB 24-09]

Courant-Snyder Formalism of Longitudinal Dynamics

2.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：X.J. Deng, A.W. Chao, W.H. Huang, and C.X. Tang (主要机构：清华大学)
- 类型：理论、数值跟踪模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.094001>

2.2 摘要

起因于发射光子过程的随机本质³，单粒子电子纵向坐标存在扩散 (diffusion) 效应，因为即使储存环的整体滑相因子 (global phase slippage factor) 为零，局部滑相因子 (local phase slippage factor)⁴无法同时为零。从单粒子动力学角度来看，量子扩散效应⁵被视为在电子储存环中可实现的最短束长的根本物理限制。这篇论文先构建纵向 Courant-Snyder 理论，并用来分析电子辐射光子的随机过程导致的单粒子束流动力学，先推导在传统纵向弱聚焦 (longitudinal weak focusing)、单个射频 (RF) 腔⁶情况下，当束团达平衡时的纵向发射度、能散、束长的解析公式。同样的纵向 Courant-Snyder 理论再应用到纵向强聚焦 (longitudinal strong focusing) 时多个射频腔的情况。这篇论文给出的理论框架提供下一步发展稳态微聚束 (steady state microbunching, SSMB) 等先进光源方案一个有力工具。这类进阶方案通常要求极短束长与极低纵向发射度束团。

2.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文在过去 SLIM (Solution by Linear Matrices) 基础上进一步发展，构建纵向 Courant-Snyder 理论。与熟悉的横向 Courant-Snyder 理论，纵向几乎有一对一对应，如 $\beta_z, \alpha_z, \gamma_z, \epsilon_z, \Phi_z$ 等。由于电子储存环动力学与同步辐射过程紧密连接，利用作者先前提出的 partial alpha 或称局部滑相因子 (partial phase slippage)

³这里指的随机是指发射光子过程的时间随机性，不是能量随机性。

⁴这里指的局部是指是在发射光子的当下至观测位置间的滑相因子。

⁵又称量子激发效应。

⁶这里的射频腔用来聚焦，或者说，改变 chirp。这里先不考虑射频腔加速或减速粒子的情况。

概念，结合纵向 Courant-Snyder 理论，进一步完善电子储存环的纵向动力学框架。特别是，基于纵向 Courant-Snyder 理论得到的纵向动力学结果适用于纵向强聚焦操作模式。

- 贡献：过去基于 M. Sands 给出的关于电子储存环理论等经典结果，如：束长的定标定律 $\sigma_z \propto \sqrt{|\eta|}$ ，其中， η 为储存环 (整体的) 滑相因子；而后经过 Shoji 等人进一步讨论这个定标定律在极小 η 情况下，又称准等时性储存环 (quasi-isochronous storage ring)，的结果修正。这篇论文针对等时性储存环的纵向单粒子动力学进一步研究，发现 Shoji 与作者等人之前的量化方式仅考虑局部滑相因子在全环的方差 $\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2$ ，仍不够令人满意地描述纵向动力学。

2.4 一些讨论的节录

1-A) 开始分析时，横向坐标不是用寻常的 x ，而是用了 x_β 。然后 Eq. (7) 用 similarity transformation 再从 x_β 转回 x 。这么做是不是背后有什么比较简明的图像？除了简化分析之外。好像有时候看有些论文也这么处理，但是一直没能领悟这么做的好处或背后图像意义。

★ 这么做主要是相当于把运动分成对应的 eigen mode，在 planar uncoupled 的情况对三个 mode 都可以用 Courant Snyder 分析。

1-B) 如果不按 Eq. (3) 在 X_β 上列写 \mathbf{B} 矩阵，而是在 \mathbf{X} 上，那么 eigen vector 还是 Eq. (7) 是吧？我以为 similarity transformation 应该不影响 eigen vector。之前一直以为用 \mathbf{X}_β 或 \mathbf{X} 列写传输矩阵，尽管形式不太一样，但是只差一个 transformation。

★ 对，还是 Eq. (7)，我这里相当于先从 eigen mode 的传输矩阵 \mathbf{M}_β 写对应的 eigen vector，这样的 eigen vector 和 Courant-Snyder 参数的关系更直接。再乘上 \mathbf{B}^{-1} 就是原来的 \mathbf{M} 的 eigen vector。或者说，就是 decouple，传输矩阵方块对角化。

2) 关于 β_z 的物理图像，这个应该怎么理解更好？我对 $\beta_{x,y}$ 的理解是

2-A) betatron oscillation amplitude/envelope

2-B) $\beta_{x,y}$ 也表征 phase ellipse 在 x, y 轴上的投影长度，与 beam size 有关。

如果根据 2-B) 推广到纵向的图像，现在 β_z 也是表征 phase ellipse 在 z 轴上的投影，与 bunch length 有关。但是，如果根据 2-A) 推广到纵向图像，那是“以 phase space 中心”的束长？这个束长与“以束团中心”的束长不太一样。不知道这跟 Campbell 定理是不是有关，这部分我还没有消化。纵向发射度中定义中的 δ 和 z ，都应该是相对于 6D closed orbit 的定义。

★ 对, β_z 的理解与横向是一样的, 束长都是以“phase space 中心”。2-A) 和 2-B) 里有一个 closed orbit 的区别, 发射度的定义应该也是相对 close orbit, 这个确实是和 Campbell's theorem 有关。

3) 继续关于 β_z 的物理图像。以往纵向弱聚焦情况指的是, 由于环上的 slippage factor 导致的 slippage distance $\eta C \ll \beta_z$, 即是说, phase ellipse 其实不太“转”(也许 shear 更合适)。现在纵向强聚焦则可能在运行一圈内 phase ellipse 就变化很大 (shear 得很厉害), 所以 β_z 在一圈内变化很大。这是我对为什么在纵向用 β_z 图像考虑动力学的动机的理解。再换一方式说, 就是现在纵向强聚焦的动力学跟横向开始相像。如果上面这个理解没有错的话, 那么, 可不可以认为在 single-pass linac FEL 中, 特别是在 bunch compressor chicane 位置附近的纵向动力学其实可以一定程度上看成纵向强聚焦动力学?

★ single-pass compression 就是纵向强聚焦, 只不过是 single-pass, 在环里面要保证 turn-by-turn 的压缩, 相当于是特征状态, 就用 Courant-Snyder 分析。

关于 Campbell 定理的一些讨论, 可以参考 Ref. [1] 与 Ref. [2]。

参考文献

- [1] Matthew Sands, Synchrotron Oscillations Induced by Radiation Fluctuations, Phys. Rev. 97, 470 (1955). <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.97.470>
- [2] John M. Jowett, Introductory Statistical Mechanics for Electron Storage Rings, AIP Conf.Proc. 153 (1987) 864-970. <https://lib-extopc.kek.jp/preprints/PDF/1987/8703/8703130.pdf>

3 在波荡器磁场中的电子束相位自调制 [PRL 123]

Phase-Stable Self-Modulation of an Electron Beam in a Magnetic Wiggler

3.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗
- 作者：James P. MacArthur, Joseph Duris, Zhen Zhang, Alberto Lutman, Alexander Zholents, Xinlu Xu, Zhirong Huang, and Agostino Marinelli (主要机构：SLAC)
- 类型：理论、模拟、实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.123.214801>

3.2 摘要

自由电子激光中，正弦能量调制的电子束能够辐射亚飞秒量级的 X 射线脉冲。这种能量调制能够通过将一束红外激光与在扭摆器⁷中行进的电子束交叠达到。这篇论文提出在当电子束行经扭摆器时，在不需要外加红外激光的情况下，也能够产生足够有用的、新的相干红外光源。这个光源是由于电子束后段 (tail) 部分的峰值电流 (current spike) 产生，形成六个周期、GW (10^9 W)、载波包络相位稳定 (carrier-envelope-phase stable, CEP stable) 的红外光辐射场。这个辐射场在往前滑移的效应中，同时形成了电子束中心或前段 (beam core) 的 (相位稳定的) 能量调制，并且调制幅度能够达到几个 MeV。这种高亮度电子束通过扭摆器后获得的能量调制在产生亚飞秒 X 射线脉冲非常重要；束团尾部产生的红外相干光源也能够同时用来进行 pump-probe 实验或是定时诊断 (timing diagnostic)。

3.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文针对电子在扭摆器中的运动过程与其 (源粒子产生的) 辐射对测试粒子的影响有更进一步的讨论。更重要的是，基于 LCLS (Linac Coherent Light Source) 装置，在实验上一定程度佐证理论模型的正确性。这篇论文基于的几个实验参数可以参考论文 Table I，六周期的扭摆器示意图如下。

⁷这里的词我们用扭摆器 (wiggler)，而不是波荡器 (undulator)。

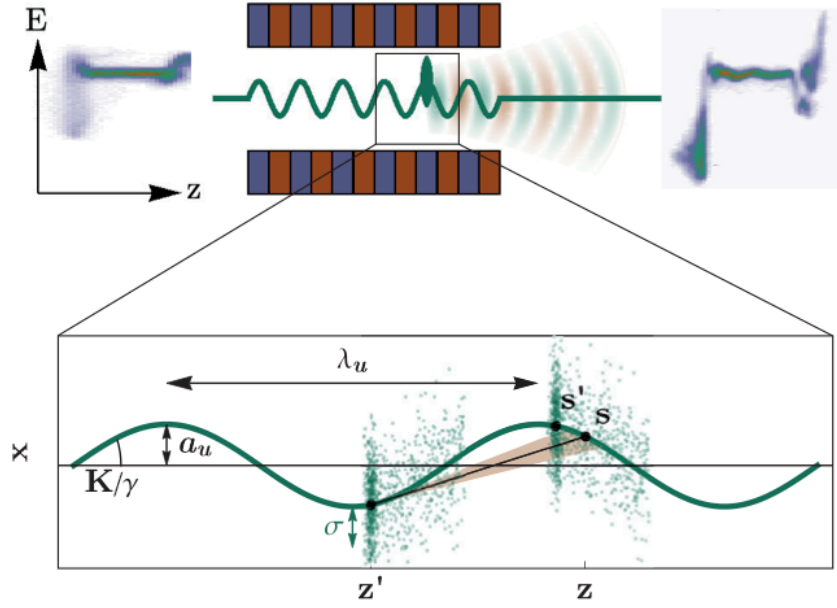


FIG. 1. (Top panel) An electron beam enters a six-period wiggler. Radiation generated in the wiggler interacts with the beam, producing a sinusoidally modulated phase space. (Bottom panel) Inside the wiggler, a single electron beam (green dots) of rms width σ traverses a sinusoidal path of amplitude a_u from left to right. The high current tail slice of the beam, s' , emits radiation at the longitudinal position z' that reaches a core slice s at the longitudinal position z .

- 贡献：这篇论文进一步凝练过去 Refs. [25,26] 的工作，将其应用到有限长度扭摆器的情况。注意，这篇要求是扭摆器，即论文 Eq. (2) 的条件必须成立。对于波荡器情况，可以参考这篇论文的附录材料，有针对 $\hat{\sigma} \geq 1$ 的情况的辐射尾场解。下图为从 δ 函数尾场 (又称 wake function 或是这篇论文所说的 line charge density $\lambda(s) = N_e\delta(s)$ 的场) 经过卷积得到的具有 Fig.3 中排电流分布的扭摆器相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 尾场。与基于 PIC 的数值仿真及实验比较有一致性。由下图末排可以看到，束团尾端能量调制振幅达 20 MeV，切片能散约 5 MeV。

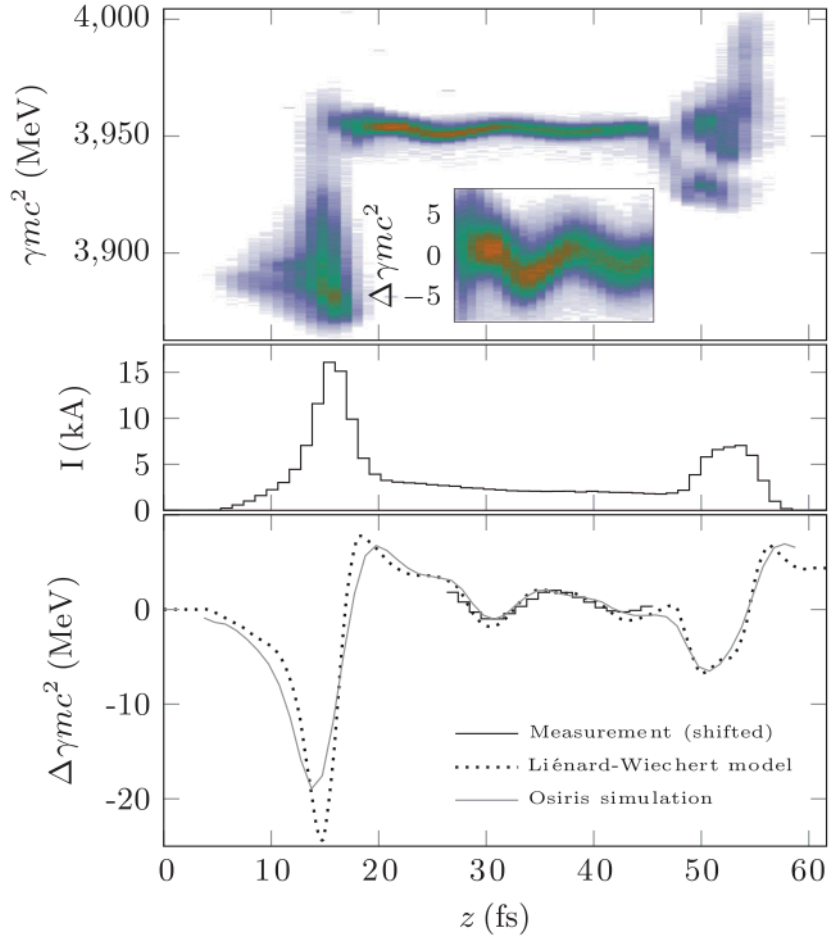


FIG. 3. (Top panel) The measured transverse phase space of a modulated electron beam with the tail to the left. (Inset) The beam core. (Middle panel) A projection onto the time axis yields the current profile. (Bottom panel) The energy modulation predicted from the Liénard-Wiechert line-charge model (dotted) and the OSIRIS simulation (gray) match the shifted measurement data (black).

这篇论文还提供附录材料，先重复基于 Refs. [25,26] 的线电荷模型 (line-charge model) 的扭摆器 CSR 场，再利用更准确、允许包含横向电子束有限分布范围的傍轴场方程的格林函数解 Eq. (16)，并借此给出线电荷模型与傍轴场方程基于近轴近似解的分别适用范围。参考下图或论文 Fig. 8 对 $\hat{\sigma}$ 与 $\hat{\phi}_x$ 适用范围的描述。

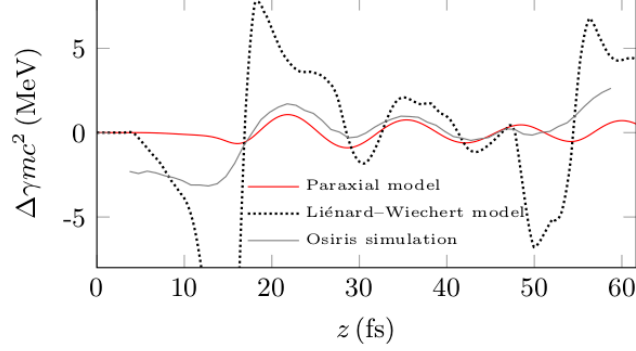


FIG. 7. A reproduction of Fig. 3 with $\hat{\sigma} = 3$. All other parameters are identical. The paraxial model is included by convolving Equation 18 with the measured current distribution.

3.4 其它

这篇论文里用的 s 或 z 符号，原则上 s 应为束团内局部 (local) 坐标， z 应为参考/设计轨迹的纵向全域 (global) 坐标。有几处也许存在 s 与 z 混用的情况，宜留意。另外，Fig. 3 上排或许应为纵向相空间的量测，而非横向相空间；Fig. 5(b) 应该对应 $R_{56} = -0.15$ mm，而非 -0.215 mm。

4 强射频聚焦的电子储存环纵向束流动力学模拟 [PRSTAB 9-09]

Longitudinal beam dynamics simulation in electron rings in strong rf focusing regime

4.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：Luciano Falbo, David Alesini, and Mauro Migliorati (主要机构：INFN)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.9.094402>

4.2 摘要

作为同步辐射光源或是轻子对撞机，为了提高亮度 (brightness) 与光度 (luminosity)，设法在电子储存环中获得更短的电子束团一直是加速器领域的一个前沿课题。纵向射频强聚焦 (strong RF focusing, SRFF) 是一个能够在储存环中获得短电子束团的一种方法。基于这种方法，电子束团长度沿着环形成“调制”(bunch length modulation, BLM)。目前为止，这种纵向射频强聚焦方案尽在“零电流”近似下被研究，这篇论文将通过数值粒子跟踪模拟程序研究相干同步辐射与真空腔尾场等单束团集体效应。研究基于三种不同的、可能在 DAΦNE 正负电子对撞机上实现的磁聚焦结构 (lattice) 设计。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文研究的机制类似近年提出的稳态微聚束 (steady state microbunching, SSMB) 概念。为了实现在储存环中极短电子束长的操作模式，一般借助两种方法，一为降低动量压缩因子，一为提高纵向聚焦梯度 (可能为 RF 或 laser)。当储存环操作在纵向强聚焦模式时，描述纵向动力学就会类似横向的 Courant-Snyder 或 Twiss 形式 (formalism)。下图为纵向强聚焦模式的示意图，可以看到电子束团长度在一个周期运行内有显著改变。

这篇论文可以算是早期少数研究在这类纵向强聚焦模式的电子束集体动力学。

- 贡献：这篇论文在 Section II 简单描述纵向 Twiss 形式，有 $\mu, \beta_L, \gamma_L, \epsilon_L$ ，其中，下标 L 表纵向。Section III 给出单束团内粒子的运动方程，以映射关系形式给出，包含

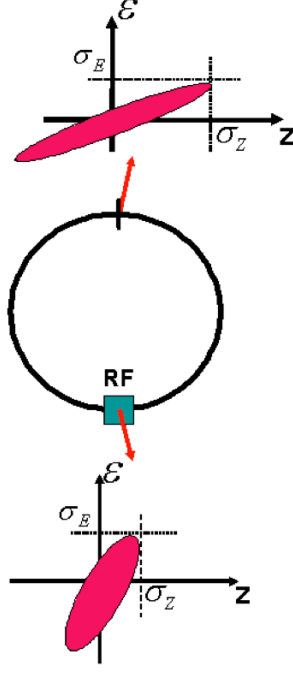


FIG. 1. (Color) Longitudinal phase space in different points of the machine.

相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR)、非相干同步辐射 (incoherent synchrotron radiation, ISR)、真空管尾场 (vacuum chamber wakefield)、加速腔尾场 (TESLA-type superconducting cavity wakefield) 等⁸。Section IV 给出基于三种不同 lattices 参数的粒子跟踪模拟结果。Case A 是 monotonic R_{56} ，不需要 α_c 特别小；Case B 与 Case C 是 non-monotonic R_{56} ；要求 α_c 特别小，其中 Case C 又比 Case B 更小些。三种 lattices 的基本参数见 Table I。模拟结果如下：

1. 外加 RF 电压越大，则越能聚焦/局限电子束，因此束长越短。另外，在环中的电子束长度最大与最小比值 (BLM) F_m 越大；
2. 比起 Case A，Case B 与 Case C 相对来说能使束团较稳定，特别是 Case C 的 9 MV 情况；
3. 下图 Fig. 9 上排中，浅蓝色情况 (Case B, 3 MV) 在 3 mA 时有个明显不稳定性。这是由于其纵向相空间投影的束流分布出现两个边带，见 Fig. 11。在 3 mA 之后，边带似乎就消失了，束团暂时稳定，在更高流强时将再变得不稳定，如 15 mA 或 25 mA，见 Fig. 12；
4. 相较于其它尾场，CSR 的影响最明显。束团越长，金属管壁的屏蔽效应就要考虑，这里的三个情况中，只有 3 MV 的 Case A，其 CSR 效应较不明显，其它情况下，CSR 效应都非常显著。

⁸模拟程序被称为 SPIDER (Simulation Program for Impedance Distributed in Electron Rings)。

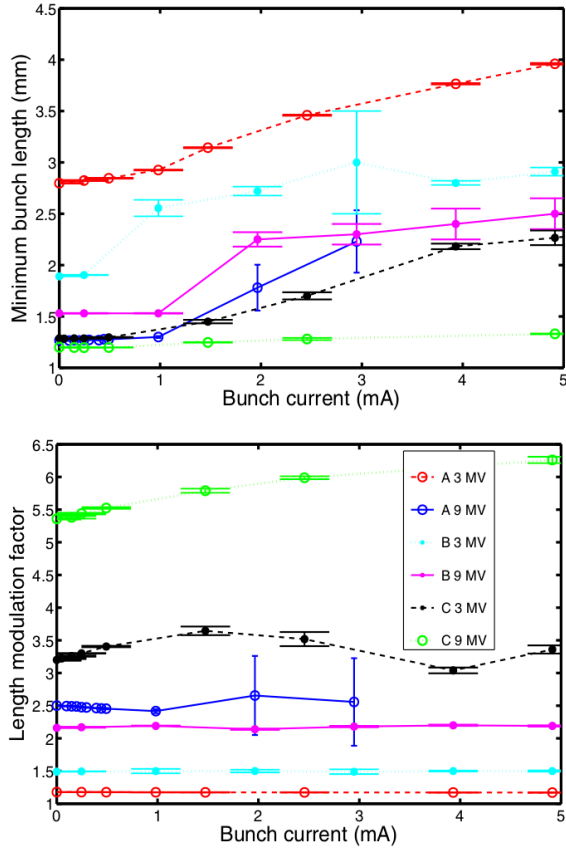


FIG. 9. (Color) Minimum bunch length and length modulation factor as a function of current (up to 5 mA) by considering all the wakefield contributions.

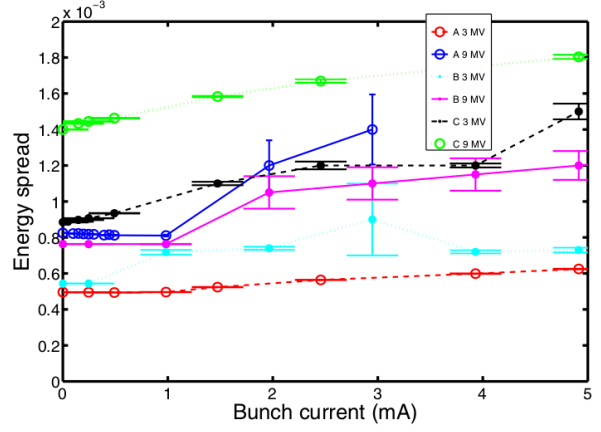


FIG. 10. (Color) Energy spread as a function of current (up to 5 mA) by considering all the wakefield contributions.

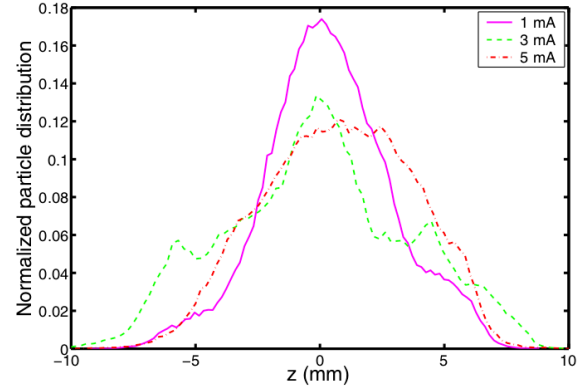


FIG. 11. (Color) Normalized particle distribution for the case B with 3 MV, under the effect of all the wakefields.

图 2: 图中 error bars 表征不稳定性强度, 束团越不稳定, 则在环中纵向振荡越明显, 束团长度最长与最短比值 F_m 的浮动越大。

5 基于能量回收型直线加速器的 X 射线自由电子激光振荡器 [PRL 100]

A Proposal for an X-Ray Free-Electron Laser Oscillator with an Energy-Recovery Linac

5.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Kwang-Je Kim, Yuri Shvyd'ko, and Sven Reiche (主要机构：Argonne National Laboratory)
- 类型：新概念
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.100.244802>

5.2 摘要

这篇论文提出一种称为 X 射线自由电子激光振荡器 (X-Ray Free-Electron Laser Oscillator, XFEL O)，能够产生硬 X 射线波长 1 \AA 的激光。产生这种激光需要极低 (几何) 发射度、GeV 量级的电子束团，可以通过能量回收型直线加速器 (energy recovery linac, ERL) 得到。基于这个概念产生的 X 射线除了波长约为 1 \AA 、中心波长谱宽约为 2 meV 、脉冲长度约为 1 ps 、每个脉冲光子数约为 10^9 个、重复频率 $1 \sim 100 \text{ MHz}$ 、横向与纵向辐射场皆为全相干⁹。

5.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文给出基于能量回收型直线加速器的 X 射线自由电子激光振荡器的概念设计，并初步考虑其实现的可行性。目前基于这个想法的实践正在进行中。
- 创新点：过去基于自发辐射自放大机制 (self-amplified spontaneous emission, SASE) 的 X 射线自由电子激光 (x-ray free electron laser, XFEL) 已经取得巨大成功，尽管其纵向相干性较差。另外，限于直线加速器形态，这类 SASE FEL 一般为脉冲式的，因此，平均亮度较低。这篇论文提出的 XFEL O，基于能量回收型直线加速器，理想情况为连续注入电子束，可以弥补这个平均亮度较低的瓶颈，平均亮度提高了数个数量级，脉冲强度低了二至三个数量级，谱宽比 SASE 窄了三个数量

⁹真正意义上的“激光”(laser)。

级，重复频率高了至少两个数量级。

虽然重复频率为能量回收型直线加速器一优势，但是逐个束团电荷量不比直线加速器高，因此将不会操作在高增益 FEL 模式，而是振荡器 FEL 模式。除了关键的波荡器外，XFEL 还需要接近完美的“镜子”形成 X 射线共振腔。

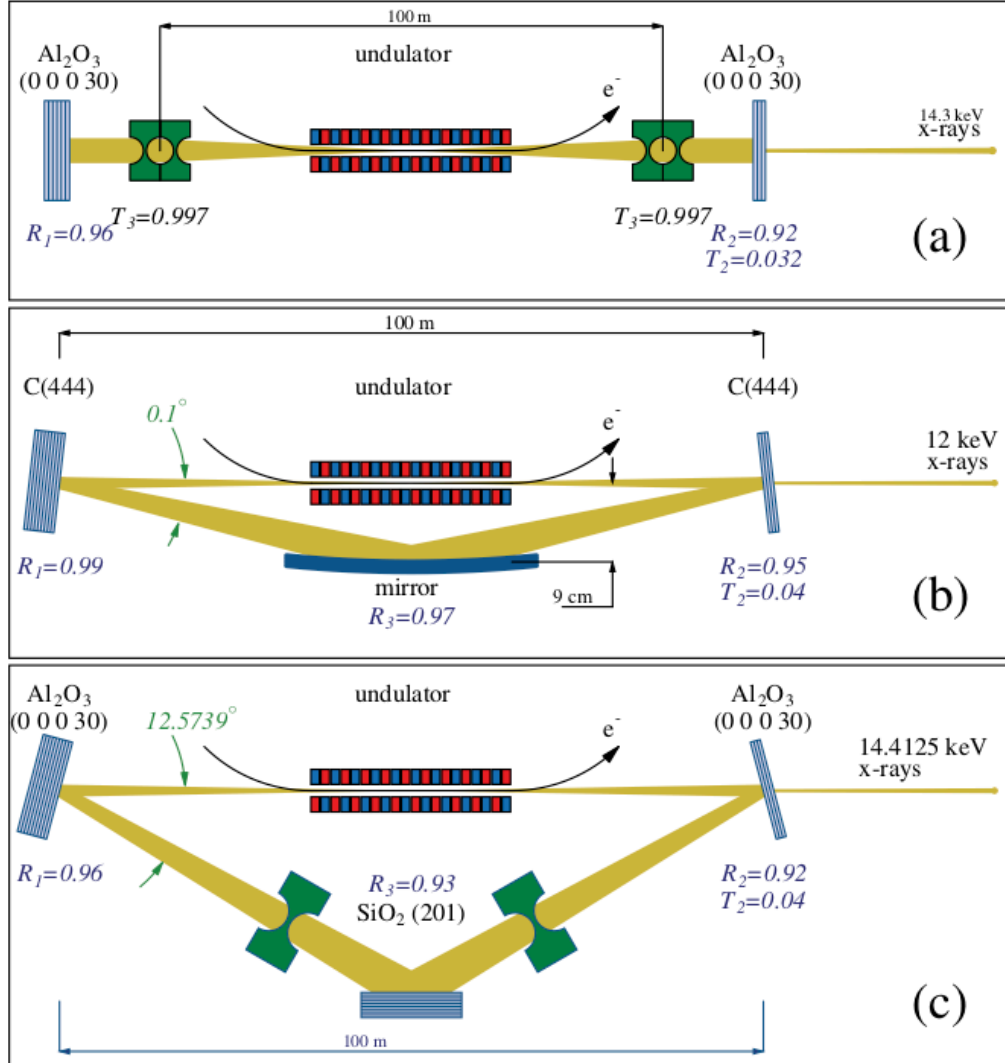


FIG. 2 (color). Schemes of x-ray cavities.

图 3: (a) 可能造成背向散射，于是有 (b) 与 (c) 方案，针对不同光子中心能量。三个方案的单圈反射率分别为 87 %、91 %、81 %。

当满足条件 $(1+g)r > 1$ 时，在共振腔内的光场将逐圈呈指数增加，其中， g 为单圈增益 (relative increase in the optical intensity per pass)， r 为单圈激光在镜子的反射率 (round-trip intensity reflectivity per pass)。当达到饱和时，有 $(1+g)r = 1$ 。X

射线共振腔的镜子要求垂直入射的高反射率，可以由 low-Z atom with high Debye temperature 材料形成，如钻石、BeO、SiC、 α -Al₂O₃ 等。一般镜子可能需要处在低温环境，以保证高反射率以及对环境温度的低敏感度，还需要较高的导热率。对镜子的其它细节要求可以参考该论文。光场在共振腔内经历频率过滤、反射与聚/散焦。

初步设计的电子束参考指标为：7 GeV、 $Q = 19$ pC (峰值电流比当前单次通过 XFEL 的电子束的峰值电流三个数量级)、 $\epsilon_{\text{nx}} = 0.082 \mu\text{m}$ (比当前单次通过 XFEL 的电子束的发射度小一个数量级)、 $\sigma_{\Delta E} = 1.4$ MeV、 $\sigma_t = 2$ ps。至于波荡器与共振腔参数，可以参考如下 Table I。

TABLE I. Performance of X-FELO. See text for explanation of symbols.

λ_1 (Å)	E (GeV)	Q (pC)	K	λ_U (cm)	N_U	Z_R (m)	g_{th} (%)	g_{sim} (%)	r (%)	P_{sat} (MW)
1	7	19	1.414	1.88	3000	10	26	28	90	19
1	7	40	1.414	1.88	3000	12	55	66	83	21
0.84	7.55	19	1.414	1.88	3000	12	26	28	90	20
0.84	10	19	2	2.2	2800	10	42	45	83	18

图 4: 目前假设辐射光场为线极化。其它极化形态可以通过特殊设计的波荡器结构达到。

关于 XFELO 实际运行的几个可能限制：

1. 重复频率 $1 \sim 100$ MHz 原则上由共振腔反射镜的晶体热负载决定。初步估算，此热负载与三代光源的镜子的热负载差不多，因此原则上在 100 MHz 重复频率下可行。
2. 逐圈经过波荡器时，束团能散会增加，将对 ERL 的运行造成挑战。

5.4 其它

关于 XFELO 的数值模拟一般需要耗费巨大计算资源，根据这篇论文描述，利用三维 GENESIS 代码，单次经过的物理过程需要约两个小时 (25-node computer cluster)，从初始至达到饱和需要约一个月计算时间。

6 中国 X 射线自由电子激光 (CXFEL) 长距尾场引致的多束团不稳定性仿真研究 [NIMA 999]

Simulation study of the long range wakefield induced multi-bunch instability in the China X-ray free electron laser

6.1 基本信息

- 分类：多粒子束流动力学
- 作者：Ke Wang, Pei Liang Fan, Zhi Yong Yang, Tao Wei, Xiao Zhong He (主要机构：中国工程物理研究院流体物理研究所)
- 类型：数值模拟
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900221001431?via%3Dihub>

6.2 摘要

这篇论文是基于中国 X 射线自由电子激光 (CXFEL)¹⁰ 装置参数 (如下图), 针对长距尾场引致的多束团不稳定性行为的多粒子束流动力学仿真研究。直线加速腔为 TESLA 类型的 1.3 GHz 超导共振腔、随后有 3.03 GHz 常温共振腔¹¹、束团串包含 32 个束团、每个束团电荷约为 0.2 nC、间距约 2.3 ns。模拟结果表明, 每个加速腔的尾场对束团中每个束团约产生 844 eV 能量损耗, 并改变逐个束团的啁啾, 从而影响束团压缩。另外, 还研究了横向尾场对束团的影响, 通过引入束团注入误差、加速腔与四极铁的随机误差、横向 (水平与垂直方向) 矫正子元件等。模拟结果表明, 束团间的变异性可以忽略, 但是随机误差可能对所有束团导致横向发射度增加。

6.3 贡献或创新点

超导共振腔比起常温共振腔在于其品质因数 (quality factor, Q) 大得多, 因此, (电子束团不希望感受到的) 场在超导共振腔需要更长时间才能得到衰减。于是长距尾场引致的多束团不稳定性成为一个潜在问题。此处的尾场有纵向与横向, 纵向尾场可能导致束团间能量损耗的差异, 或是逐个束团内的啁啾改变, 导致束团压缩改变。横向尾场可

¹⁰设计目的与常见的作为凝聚态物理、化学、生物医学的 XFEL 不大一样, 电子能量 15 GeV, 产生的光子能量约 70 keV (硬 X 射线), 每个脉冲光子数约 2×10^{10} , 主要针对 high-Z 材料的动力学研究。

¹¹作为对纵向尾场效应的补偿。

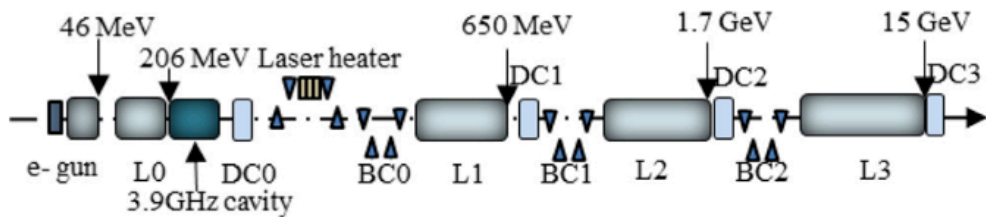


Fig. 1. The layout of the accelerator used for accelerating and manipulating the electron bunches.

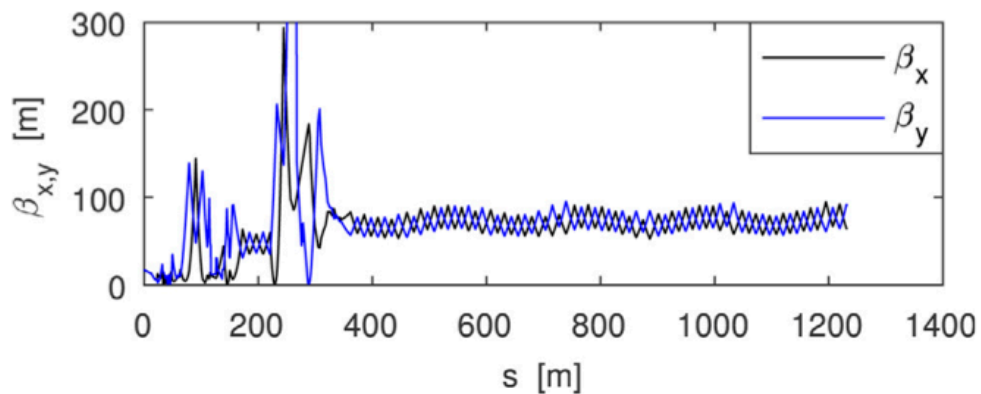


Fig. 2. The betatron function of the electron bunch from L0 to the end of the accelerator.

图 5: 上图 Fig.1 中的 L0, L1, L2, L3 为超导腔; DC0, DC1, DC2, DC3 为常温腔。电子枪为常温。数值粒子跟踪模拟程序使用 ASTRA 与 ELEGANT。

能导致束团串投影发射度增加,或是横向束流崩溃不稳定性 (beam breakup instability)。

由于在超导共振腔中存在多个模,其中以最低阶模或基模 (fundamental mode) 对束团影响最大。基模同时也是加速模,因此根据叠加原理,后方经过该加速腔的电子束感受到的不再是纯粹的加速模,对振幅与相位而言皆然,称束流负载效应 (beam loading effect)。如下图所示,有 $\vec{V}_{rf} + \vec{V}_{load,m} = \vec{V}_{ac}$ 。

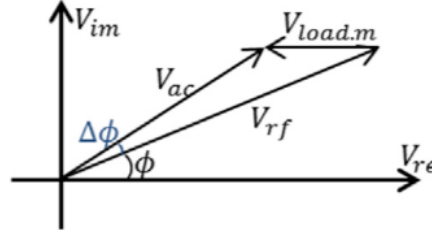


Fig. 3. Acceleration field of a RF cavity under the effect of the fundamental mode.

- 贡献:

- 纵向部分 \Rightarrow 不考虑常温共振腔作为补偿的情况,数值模拟结果表明,对于 32 个束团形成的束团串,最后一个束团受到尾场引致的能量损失约为 17.63 MeV 或 0.18 %,相比于要求辐射场谱宽 0.1 % 来说太大,因此需要补偿。此外,尾场还引致逐个束团啁啾差异,对最后一个束团而言,啁啾差异与参考值相比约为 0.14 %,对于后方三个压缩段而言,这个差异将导致显著区别,同样需要补偿。部分模拟结果如 Figs. 4, 5, 6。

下图 Fig. 7 为尚未加常温共振腔补偿纵向尾场效应的相空间分布。可以看到最后一个束团的啁啾受前方积累的尾场与设计值有所偏离。Figs. 8 与 9 则是比较安装常温共振腔补偿前后情况下,束团串中几个束团的电流分布比较。

- 横向部分 \Rightarrow 共振腔中的不同模式中,个别模式横向尾场对于 (不可避免的) 偏轴的束团将造成一个横向 angular kick,造成横向投影发射度增加,最终可能形成横向束流崩溃不稳定性 (BBU)。Figs. 12-14 考虑当束团注入偏差为 200 μm 时的情况。通过进一步分析,模拟结果表明,在没有轨道修正情况下,相空间错位造成的发射度增加约为 3 %,修正后则可控制在约 1 %。

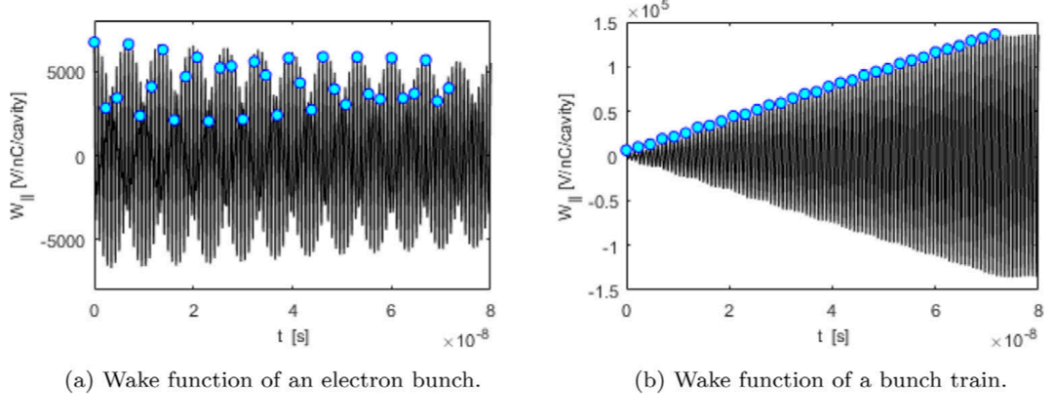


Fig. 4. The wake function of an electron bunch and a bunch train, with the position of the 32 electron bunches being indicated by circles ('o').

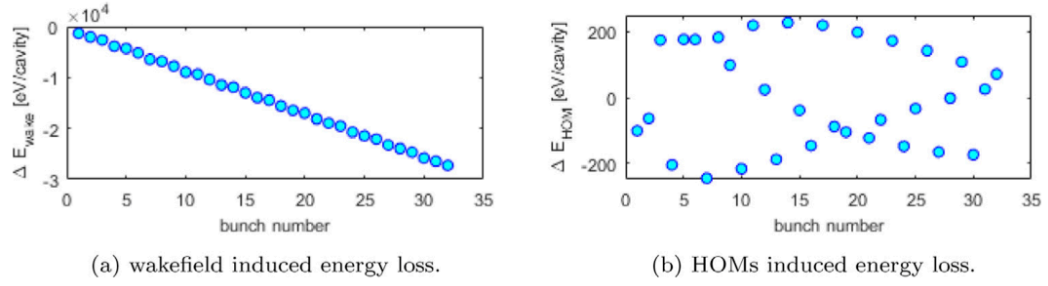


Fig. 5. The energy loss of 32 bunches due to the wakefield and only the HOMs of the wakefield.

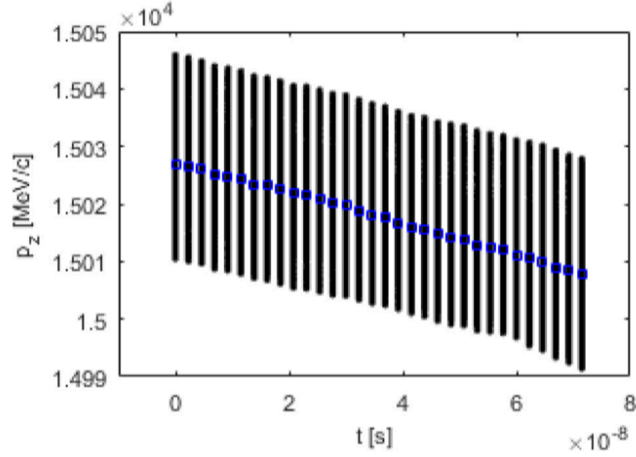


Fig. 6. The longitudinal phase space of 32 bunches of a bunch train at the end of L3, with the average momentum of each bunch being indicated by a blue square.

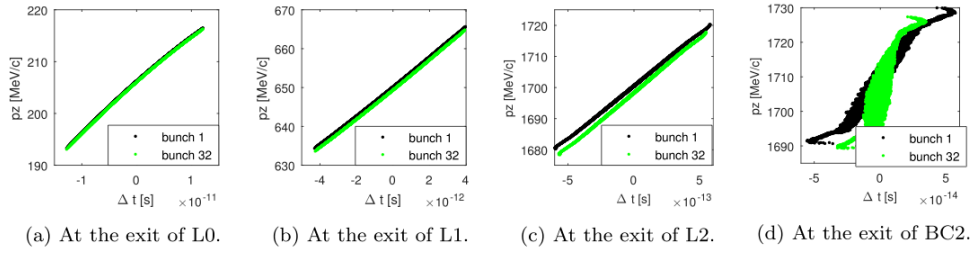


Fig. 7. The longitudinal phase space of the first bunch and the last bunch after L0, L1, L2, and BC2.

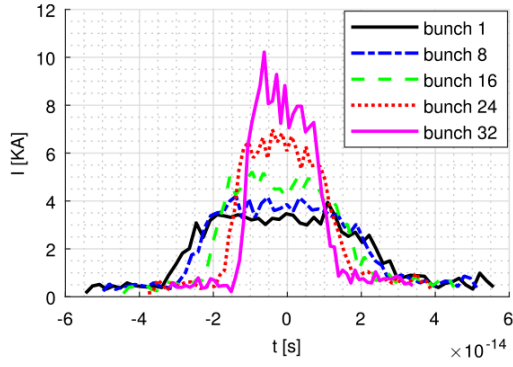


Fig. 8. The current profiles of several bunches after 3 stages of compression, the bin number is 100.

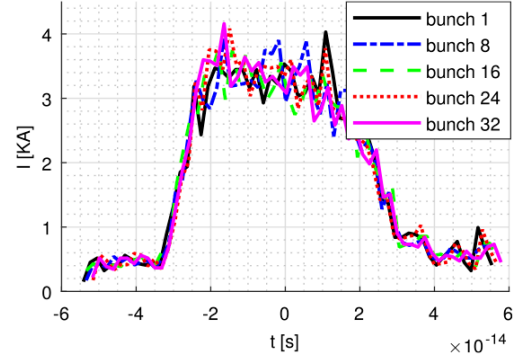


Fig. 10. The current profiles of several bunches after 3 stages of compression, the droop correctors in each section has been implemented, the bin number is 100.

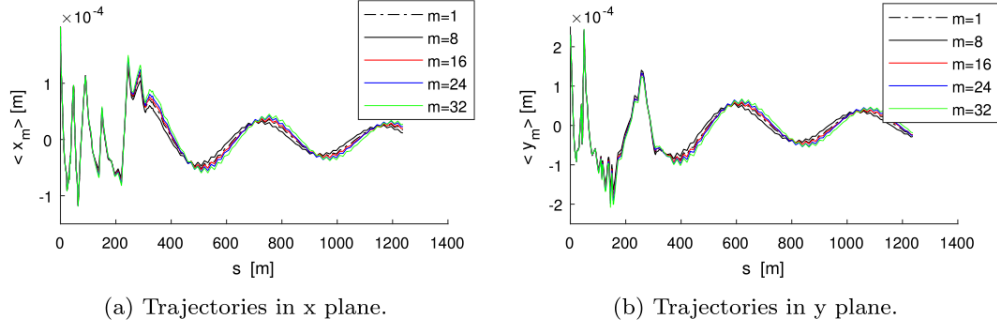


Fig. 12. The trajectories of several bunches during the propagation, with all the bunches being injected with an offset of $\langle x \rangle = \langle y \rangle = 200 \mu\text{m}$.

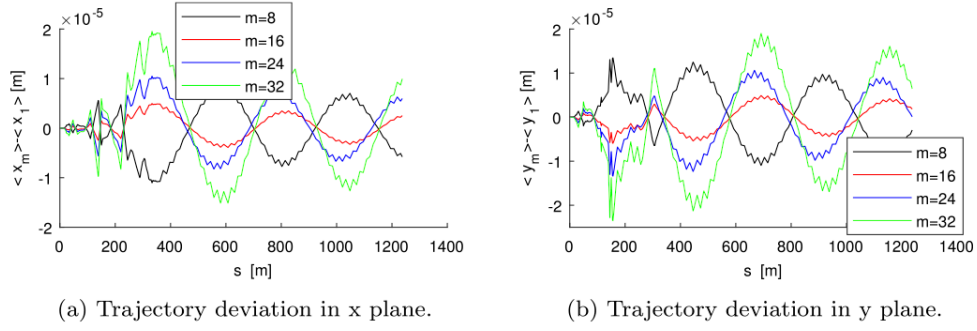


Fig. 13. The trajectory deviations induced by long range wakefield, with all the bunches being injected with an offset of $\langle x \rangle = \langle y \rangle = 200 \mu\text{m}$.

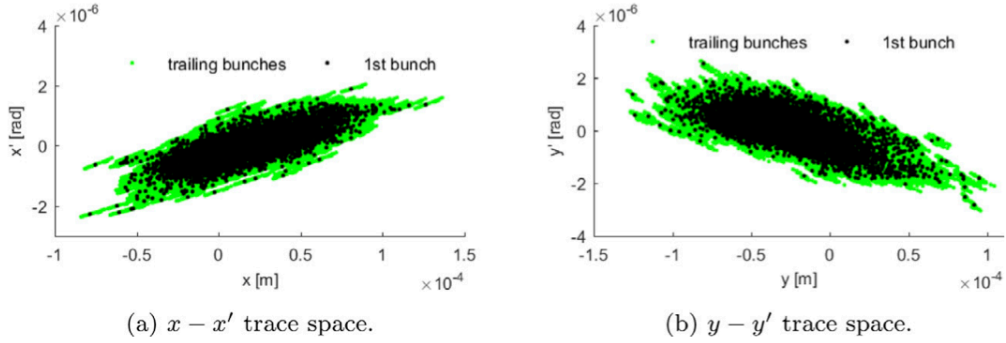


Fig. 14. The projected trace space of the first bunch and the trailing bunches.

7 具有外部注入信号的共振腔场方程 [JOSA 11-11]

Cavity equations for a laser with an externally injected signal

7.1 基本信息

- 分类：激光物理
- 作者：Mark S. Bowers (Aculight Corporation) and Stephen E. Moody (Orca Photonic Systems)
- 类型：理论、数值计算
- 链接：<https://www.osapublishing.org/josab/abstract.cfm?uri=josab-11-11-2266>

7.2 摘要

这篇论文将之前在共振腔里任意大小输出耦合 (output coupling) 情况下的共振腔场运动方程推广，允许外部注入信号的情况。外部注入信号通过输出耦合端 (out-coupler) 引入，作为共振腔场方程中的边界条件。这篇论文利用一种特殊变换，使边界条件中的外部注入信号成为共振腔场方程右边的驱动源，称驱动极化 (driving-polarization) 项。一般来说，驱动极化项源于激光增益 (laser gain)。这篇论文将得到的考虑外部注入信号的共振腔场方程应用到一外部注入种子 (injection seeded)、增益开关驻波脉冲振荡器 (gain switched standing wave pulse oscillator)；对于单频与多频操作模式下，计算了腔内场强沿纵轴方向的演化。

7.3 贡献或创新点

- 创新点：既有的关于激光场在共振腔中动力学一般假设纵向场为驻波形式，即纵向场 $\propto \sin \frac{q\pi z}{L}$ 。当输出耦合不再小时，这个假设将不再合理，因为在共振腔中的场不再像是驻波。此外，这篇论文还考虑了纵向模式间的可能耦合，出于输出耦合与增益介质仅占据整个共振腔局部的事实。总的来说，这篇论文考虑 (单圈) 高增益、低品质因数 (high-gain, low- Q) 的共振腔场动力学。

这篇论文在 Section 1 介绍了 injection seeding 与 injection locking 的区别；前者注入共振腔后，场的起振行为由共振腔特性决定，常被用来减小脉冲激光的线宽；后者情况下的场起振行为由共振腔与外部注入信号控制。

- 贡献：Section II 建立了共振腔场方程。模型忽略激光场的横向分布差异，仅考虑最简单的均匀分布情况。从电场方程 Eq. (1) 开始，在单频载波 ω_0 附近展开，得到 Eq. (5) 与边界条件 Eq. (6)。令 \tilde{E}_L 为共振腔内的总场， \tilde{E}_{inj} 为源于外部注入场，将共振腔中的场写成如下形式时

$$\tilde{E}(z, t) = \tilde{E}_L(z, t) + \tilde{E}_{\text{inj}}(z, t)$$

可以将 Eq. (5) 的场方程化简为 Eqs. (8) 与 (10) 分别为 \tilde{E}_{inj} 与 \tilde{E}_L 的演化方程。进一步将 \tilde{E}_L 写成如下形式

$$\tilde{E}_L = \hat{r} \exp\left(-\frac{z}{2L} \ln \hat{r}\right) \tilde{A}(z, t)$$

则可以写成 \tilde{A} 的演化方程，有 Eq. (14) 与边界条件 Eq. (15)。此时，外部注入信号不出现在边界条件，而在演化方程的右边驱动项里的 $\tilde{p}(z, t)$ 。

进一步将 $\tilde{A}(z, t)$ 按傅立叶级数展开，写成

$$\tilde{A}(z, t) = \sum_q \tilde{A}_q(t) \exp(-i\pi q z / L)$$

则可以得到每个频率成分 $\tilde{A}_q(t)$ 的演化方程。

简化起见，极化 (polarization) 项可以近似看成与外加电场成正比，有

$$\tilde{p}(z, t) = i \frac{\epsilon}{k_0} g(z, t) \tilde{E}(z, t)$$

其中， $g(z, t)$ 为寻常的增益系数，为实数。给定以上特定形式的极化项之后，场方程可以再进一步简化，写成 \tilde{E}_L 形式的 Eq. (20) 或是写成 \tilde{A}_q 的 Eq. (21)。

论文的 Section 3 给出了数值计算结果，其中， $g(z, t)$ 由 rate equation 决定，为 Eqs. (24, 25)。数值求解主要解 Eqs. (21-23) 与 $g(z, t)$ 。分别考虑了单频与多频模式，部分计算结果总结如下

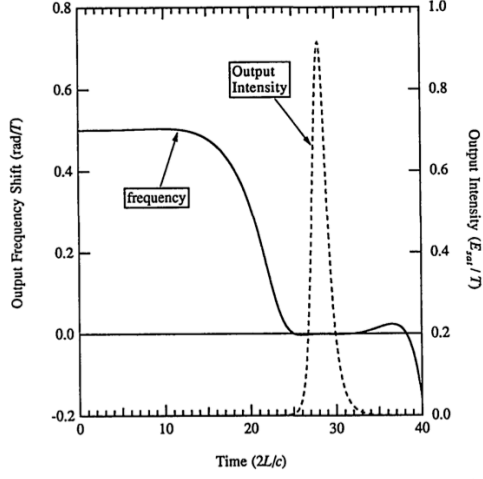


Fig. 4. Predicted output pulse shape and frequency shift for an injection-seeded, gain-switched oscillator. The gain medium is located at the center of the cavity, $g_0 l = 2.7$, and the pump FWHM is 15 round-trip times. The injected signal is detuned 0.5 rad/T from the power oscillator resonance frequency.

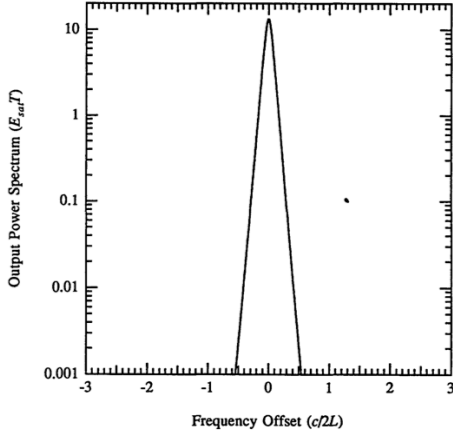


Fig. 5. Predicted output power spectrum for single-frequency operation. The parameters used are the same as in Fig. 4 and Table 1.

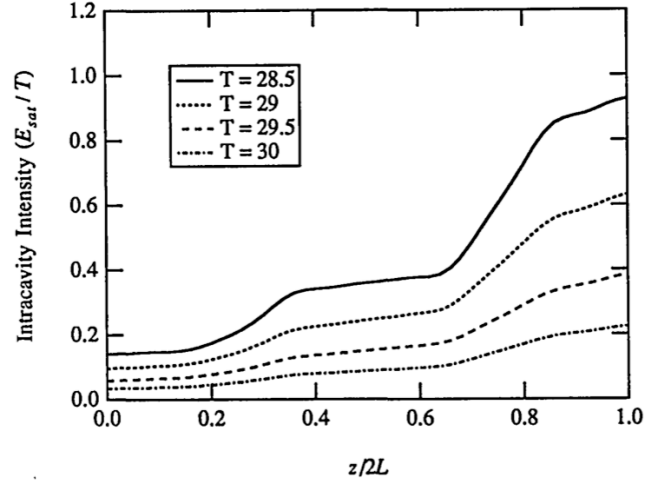
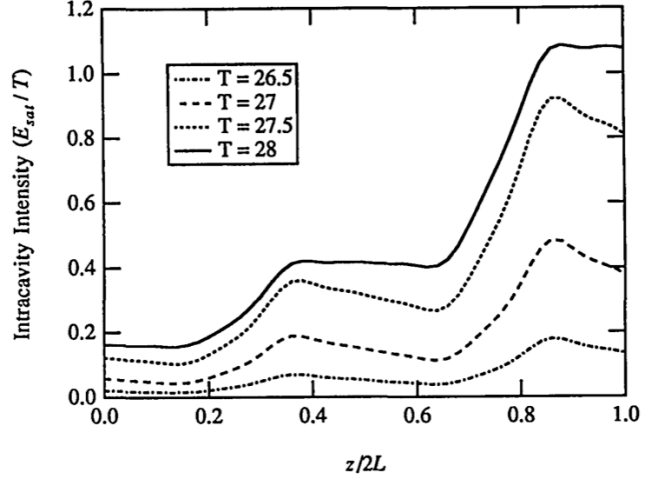


Fig. 7. Intracavity intensity at different times during the laser pulse shown in Fig. 4. The time between the different snapshots of intensity is half of a round-trip time.

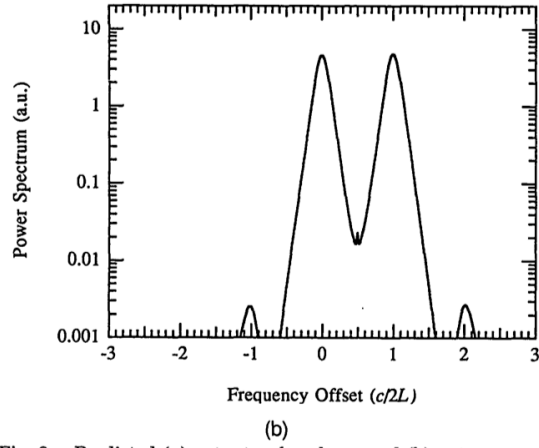
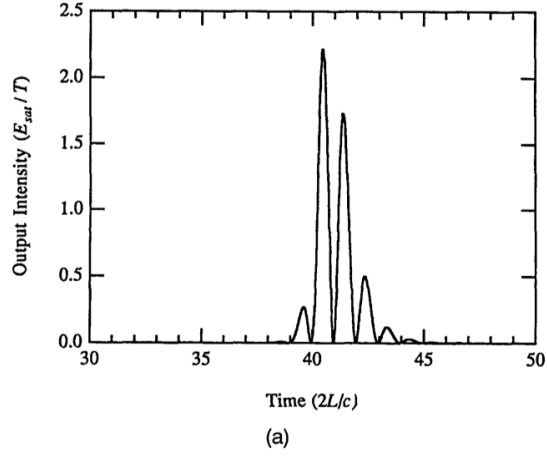


Fig. 8. Predicted (a) output pulse shape and (b) output power spectrum for the oscillator, with parameters the same as in Fig. 4 but with the injected signal detuned to midway between two cavity resonances of the oscillator.

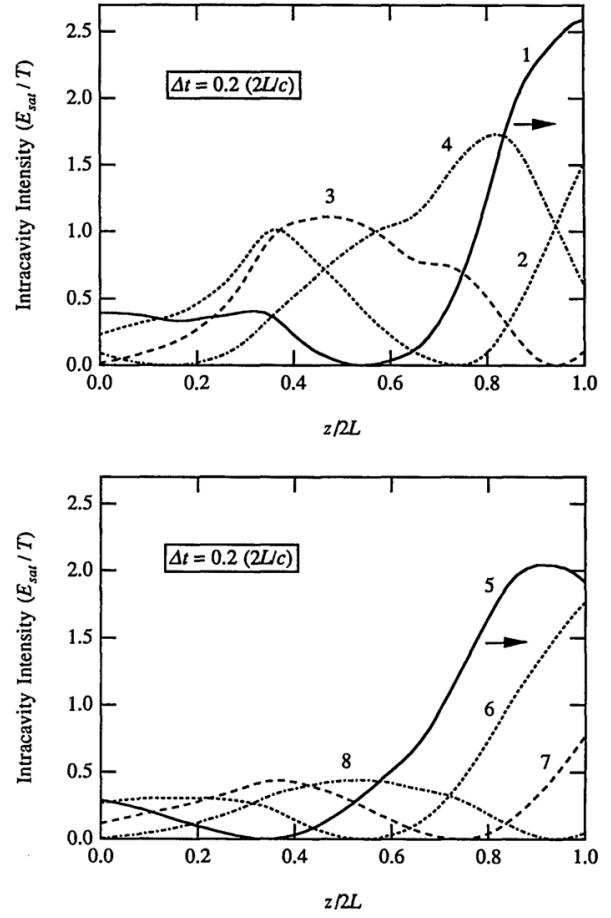


Fig. 9. Snapshots of the intracavity intensity as a function of unfolded axial distance for the multimode operation. The time interval between snapshots is 0.2 cavity round-trip time. The arrows indicate the direction of propagation.

8 在单一自旋去极化共振点附近自旋动力学的矩阵形式理论 [PRST-AB 8-10]

Matrix formalism for spin dynamics near a single depolarization resonance

8.1 基本信息

- 分类：粒子自旋动力学
- 作者：Alexander W. Chao (SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.8.104001>

8.2 摘要

这篇论文发展一套基于矩阵描述的粒子自旋动力学，用来在描述同步加速器中粒子能量改变过程（比如，加速过程）中，在单一自旋共振点附近的粒子自旋随时间演变情况。接着，利用构建的理论首先分析以固定“速度”、有限时间内穿过单一共振点的情况。然后，再分析更复杂的如穿过共振点时“速度”线性增加或是瞬间增加情况。最后，再考虑当加速器操作在重复穿过/往返某一共振点附近时产生自旋干涉的情况。

对于更接近真实情况时，即自旋极化束团本身包含能散，这篇论文给出一个可能进行的自旋回声 (spin echo) 实验用来探索这个干涉效应。

8.3 贡献或创新点

- 贡献：这篇论文发展一套基于矩阵描述的粒子自旋动力学。其动机源于 Froissart-Stora 分析仅限于线性加速过程的，已经出现复杂特殊函数。对于其它更一般性的暂态过程，或是多个自旋共振的物理现象，如 spin interference/echo 等，需要一套更有系统的分析方式。这个基于矩阵描述的系统分析将一般暂态改变过程切割为分段线性过程，即 Froissart-Stora 的推广，涉及超几何 (hypergeometric) 函数，如 ${}_1F_1$ 。

- 创新点：列写出进动坐标中的运动方程 Eq. (2) 后，类似 Froissart-Stora 分析，将 spinor function 写成 Eq. (7)

$$\psi_1(\theta) = \begin{bmatrix} f(\theta) \\ g(\theta)e^{i\beta(\theta)} \end{bmatrix}$$

其中， f, g 满足 Eq. (8)，为待解。或消掉 g ，得到 f 的二阶微分方程 Eq. (12)。

对于 α, ϵ 皆为常数的情况 Sec. III, Eqs. (8, 12) 可以容易解出，为三角函数 \sin, \cos ，参考 Eq. (18)。

Froissart-Stora 分析为求解自 $\theta = -\infty$ 至 $+\infty$ 的解析解。不同的是，这里 Eq. (17) 的分析以着重探讨 f, g 随着“时间” θ 演变的传输矩阵 T

$$\begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}_\theta = T_{\alpha_0, \epsilon_0}(\theta, \theta_1) \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}_{\theta_1}$$

从这里开始，思路将不再局限于 Froissart-Stora 分析，而是改为片段的线性矩阵传输。后面的一系列效应，如 resonance interference、spin echo 等都可以在这个框架下分析。

在 Sec. IV，对于 ϵ 为常数、 $\alpha(\theta)$ 为 θ 的线性函数的情况，Eq. (39) 可以按类似于 Froissart-Stora 方法求解，得到超几何函数。可以得到类似相对应的传输矩阵形式 Eq. (51)

$$\begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}_\theta = U_{\Gamma, \theta_c, \epsilon}(\theta, \theta_1) \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}_{\theta_1}$$

其中， θ_c 为穿过 resonance 的“时间”， Γ 为 rate of change of spin tune.

8.4 其它

与这篇论文相关、接续的工作还有关于 spin echo 的进一步讨论，参考 [1]。此外，关于利用 1.85 GeV/ c 极化氘核 (deuteron) 束进行的自旋干涉效应的实验介绍可以参考 [2]。这个实验在德国 Juich 的 COSY (COoler SYnchrotron) 进行，给出与矩阵描述的理论模型非常契合的结果。

参考文献

- [1] Alexander W. Chao and Ernest D. Courant, Spin echo in synchrotrons, Phys. Rev. ST Accel. Beams 10, 014001 (2007). <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.10.014001>
- [2] V. S. Morozov, A. W. Chao, A. D. Krisch, M. A. Leonova, R. S. Raymond, D. W. Sivers, V. K. Wong, R. Gebel, A. Lehrach, B. Lorentz, R. Maier, D. Prasuhn, H. Stockhorst, F. Hinterberger, K. Ulbrich, and A. Schnase, Experimental test of the new analytic matrix formalism for spin dynamics, Phys. Rev. ST Accel. Beams 10, 041001 (2007). <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.10.041001>