

加速器束流动力学期刊论文导读 (2023 年 7 月)

受“京师物理”公众号启发，我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊，与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布，在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平，导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流，我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2023 年 7 月) 结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]	jcytsai@hust.edu.cn
周剑晖	[7]、[9]、[??]、[??]	
李嘉鹏	[8]、[??]、[??]、[??]	
秦伟伦	[6]	

目录

1	论朗道阻尼的物理 [AJP 62] On the physics of Landau damping	3
2	有限惯性耦合振子系统的一阶相变 [PRL 78] First Order Phase Transition Resulting from Finite Inertia in Coupled Oscillator Systems	7
3	Kuramoto model: 一个同步现象的简单范例 [RMP 77] The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena	11
4	MING@SHINE: 对未来 XFEL 的提议 [NST 34] The MING proposal at SHINE: megahertz cavity enhanced X-ray generation	13
5	面向 X 射线自由电子激光应用的连续波模式注入器的一种改善纵向相空间分布方案 [NIMA 1018] Longitudinal phase space improvement of a continuous-wave photoinjector toward X-ray free-electron laser application	15
6	L 型褶皱结构的短程尾场 [PRAB 26 07] Short-range wakefields in an L-shaped corrugated structure	21
7	磁化束团微聚束不稳定性的 Vlasov 分析 [PRAB 20-05] Vlasov analysis of microbunching instability for magnetized beams arcs	24
8	反射式体布拉格光栅中的有限光束: 理论与实验 Finite Beams in Reflective Volume Bragg Gratings: Theory and Experiments	30
9	L 形 corrugated 结构中的短程尾场 [PRAB 26-06] Short-range wakefields in an L-shaped corrugated structure	33

1 论朗道阻尼的物理 [AJP 62]

On the physics of Landau damping

1.1 基本信息

- 分类：其它
- 作者：D. Sagan (Cornell 大学)
- 类型：理论
- 链接：<https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article/62/5/450/1054528/On-the-physics-of-Landau-damping>

1.2 摘要

朗道阻尼是一种存在内部反馈时的相干振子系统的阻尼现象，在自然界许多领域中已经被观察并证实。一般来说，有两种方式理解此机制：一种是通过振子的 dephasing，另一种则分析共振振子的能量转移。这篇论文讨论这两种方式，并说明两种方式虽然看起来不一样，但是都可以作为朗道阻尼现象的合理解释。

1.3 贡献或创新点

- 创新点：朗道阻尼效应有许多分析/解释的文献，着重点各异。对加速器束流动力学而言，常见的讨论方式为上述第二种，通过分析共振振子的能量转移的讨论。束团内部分（少数、不幸的）粒子与相干振荡产生共振后，失去或获得能量，从而偏离设计值而可能造成束团整体品质下降（如，能散或发射度增加）。从好的角度想，束团整体由于此效应影响，相干振荡减小了，从而抑制集体效应。

这篇论文综合讨论上述两种方式，并说明两种方式虽然看起来不一样，但是都可以作为朗道阻尼现象的合理解释。

- 贡献：这篇论文首先引入振子系统，其中，每个振子的运动方程为

$$m_k^{\text{eff}} (\ddot{x}_k + \omega_k^2 x_k) = F_{\text{fb}}, \quad k = 1, \dots, N$$

等式右边有

$$F_{\text{fb}}(\bar{x}, \bar{x}) = -2\omega_0 U \bar{x} + 2V \bar{x}$$

进一步化简，方程可以写为带有 U, V 项的形式

$$\ddot{x}_1 - 2V\dot{x}_1 + (\omega_1 + U)^2 x_1 = 0.$$

其中， U 表示系统反馈可能造成的频移 (frequency shift)， V 的符号则主宰系统稳定性。此处，系统总体振荡的质心位置 \bar{x} 又称相干信号 (coherent signal)，为

$$\bar{x} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

通过将以上离散振子推广为连续振子，引入“正交模”(normal mode) 概念 $x(t, \omega) = X(\omega)e^{izt}$ ，其中， $z_j = \Omega_j - i\alpha_j$ 。则以上运动方程可以改写为如下一般形式 (推导过程略)

$$1 = (-U + iV) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\rho(\omega)}{\omega - z} = (-U + iV)\hat{S}(z)$$

其中，

$$\hat{S}(z) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\rho(\omega)}{\omega - z}$$

这篇论文剩下篇幅即探讨以上色散方程的解在不同 U, V 区间的特性。Section III 采 phase mixing 观点。Section IV 采能量转移观点。

在 Section III，首先考虑两种特殊的振子频散函数，一种为 $\rho(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$ ，另一种为三角分布

$$\rho(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta\omega} \left(1 - \frac{|\omega - \omega_0|}{\Delta\omega}\right) & \text{for } 0 \leq |\omega - \omega_0| \leq \Delta\omega \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

在两种分布形态下，系统随 U, V 改变时，增长率 α 如下图 Fig. 2 与 4 所示。

可以看到，在 Fig. 4 中，相对于 Fig.2 无频散情况，有限频散将为系统“争取”到更多稳定区域。接下来，这篇论文讨论 phase mixing 的物理内涵，参考 §III.B。在 phase mixing 有效区间外，phase mixing 不再抑制系统不稳定性，此时存在“同步”(synchronization) 现象，讨论可参考 §III.D。

由于以上讨论的两种频散分布都在有限范围内截断，因此仅考虑了离散的正交模。对一般无限范围内的振子系统，还存在连续的正交模，又称 Case-van Kampen 模。完整的相干信号应写成

$$\bar{x}(t) = \sum_{j=1}^n C_j e^{iz_j t} + \int_{\rho(\Omega) \neq 0} d\Omega C(\Omega) e^{i\Omega t}$$

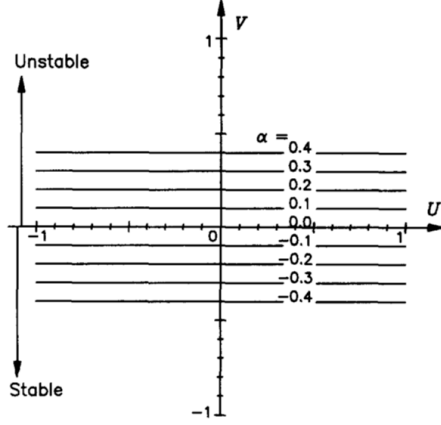


Fig. 2. Curves of constant α in the U - V plane when all oscillators have the same oscillation frequency. $\alpha=V$ independent of U . In the graph, the units for U and V are arbitrary.

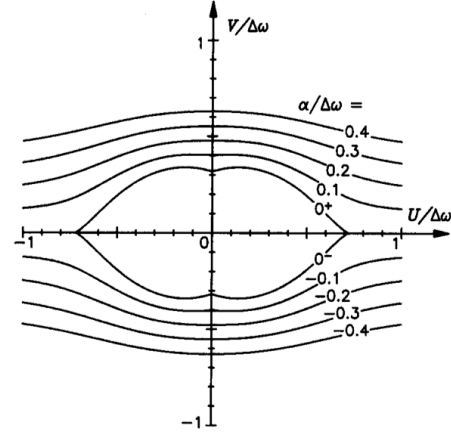


Fig. 4. Curves of constant α in the U - V plane for a triangular distribution. The curve $\alpha=0^+$ separates the stable and unstable regions.

其中, C_j 或 $C(\Omega)$ 由初始条件决定。可以证明, 等式右边第二项 Case-van Kampen 模的增长率恒为 0, 即 $\alpha = -\text{Im}[\Omega] = 0$ 。

这篇论文的 Section IV 采能量转移观点, 细节此处不论。此过程在这篇论文中又称共振阻尼 (resonance damping)。更多讨论可参考 Ref. [1] 的 §5.1。

1.4 其它

关于朗道阻尼的物理内涵的讨论在网上非常丰富, 与此论文同一标题发表在 Phys. Plasmas 的有与接续讨论, 值得琢磨。

- P. Stubbe and A. I. Sukhorukov, On the physics of Landau damping, Phys. Plasmas 6, 2976-2988 (1999). <https://doi.org/10.1063/1.873584>
- Satish Puri, Comment “On the physics of Landau damping”[Phys. Plasmas 6, 2976 (1999)], Phys. Plasmas 7, 773-774 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.873864>
- P. Stubbe and A. I. Sukhorukov, Response to “Comment on ‘On the physics of Landau damping’”, Phys. Plasmas 7, 775 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.873865>
- W.E. Drummond, Landau damping, Physics of Plasmas 11, 552-560 (2004). <https://pubs.aip.org/aip/pop/article/11/2/552/260864/Landau-damping>

参考文献

- [1] A.W. Chao, Physics of collective instabilities in high energy accelerators, John Wiley (1993). <https://www.slac.stanford.edu/~achao/wileybook.html>

2 有限惯性耦合振子系统的一阶相变 [PRL 78]

First Order Phase Transition Resulting from Finite Inertia in Coupled Oscillator Systems

2.1 基本信息

- 分类：其它
- 作者：Hisa-Aki Tanaka, Allan J. Lichtenberg, and Shin'ichi Oishi (主要机构：UC Berkeley)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.78.2104>

2.2 摘要

这篇论文探究耦合的、具有有限惯性、存在阻尼的驱动单摆的集体行为，证明其同步现象展现了一阶相变过程，与先前关于无惯性的驱动单摆的集体行为展现二阶相变有根本上的区别。在一阶相变过程中，在弱相干同步态与强相干同步态两种宏观态间存在“迟滞”(hysteresis)，与其耦合强度和振子的初始条件有关¹。这篇论文给出的自治理论可以用来决定此集体现象，并且针对几个特例给出预测。

2.3 贡献或创新点

- 创新点：关于耦合振子系统的集体行为的研究，可解 (solvable) 模型一般能追溯到 1975 年的藏本模型 (Kuramoto model)。该模型为相位耦合，振子无惯性，集体效应体现为二阶相变²。Kuramoto 模型的基本方程为

$$\dot{\theta}_i = \Omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N$$

这篇论文进一步推广，研究有限惯性振子的耦合系统，集体效应体现为一阶相变，存在迟滞现象。

¹留意，这里并不是说惯性是导致迟滞或一阶相变的唯一原因；其它效应如时滞 (time delay) 也可能导致迟滞或一阶相变。

²The difference between first order and second order phase transitions is that there are large fluctuations before a second order phase change, which act as a “warning” that unusual behaviour is about to occur. However, first order phase changes occur abruptly, and do not have any prior fluctuations.

- 贡献：有限惯性振子的耦合系统可以通过以下方程描述

$$m\ddot{\theta}_i + \dot{\theta}_i = \Omega_i + \frac{K}{N} \sum_j \sin(\theta_j - \theta_i)$$

为了描述振子的集体效应，定义“序参量”(order parameter) 为

$$r(t)e^{i\phi(t)} = \frac{1}{N} \sum_j e^{i\theta_j}$$

通过数值模拟计算以上方程，作者发现在改变 K 大小时，存在阈值 K_c 。并且，在阈值附近，存在 K_c^{lower} 与 K_c^{upper} (与惯性 m 有关)，在此区域存在“迟滞”现象。如下图 Fig. 1 所示。

在低于 K_c 情况下，振子系统为非相干态 (incoherent state, IS), $r = 0$ 。当耦合强度 K 增加时，先进入弱同步态 (weakly synchronized state, WSS), 此时 r 逐渐增加。当高于阈值的 K 在一定阶段回头、减小时，系统将进入强同步态 (strongly synchronized state, SSS), 此时，在一定范围内， r 大致维持固定值。当 K 继续减小时， r 将跳降为 0，系统回到非相干态。

这篇论文除了上述数值计算与定性描述外，也给出了集体动力学过程的解析解。大致思路为：

1. 先将振子分为两类：一类为群聚、锁相的振子 [lock, 标记为 S]；另一类为剩下为非相干、回转的振子 [drift, 标记为 D]。
2. 分别计算两类振子的序参量，并给出系统总序参量为

$$r = r_{\text{lock}}^{\text{I,II}} + r_{\text{drift}}^{\text{I,II}}$$

上式中，上标 I 表示当 K 由小增大时涉及的动力学过程；II 表示当 K 由大减小时涉及的动力学过程。

略去推导分析细节，这篇论文给出的最终结果为对 Lorentzian 频散分布 $g(\Omega) = d/\pi(\Omega^2 + d^2)$ ，对上述 Case I，系统总序参量有

$$\begin{aligned} r &= r_{\text{lock}}^{\text{I}} + r_{\text{drift}}^{\text{I}} \\ &= \frac{Kr}{m^2} \left(\frac{1}{\pi d^3} \ln \frac{\sqrt{d^2 + \Omega_P^2}}{\Omega_P} - \frac{1}{2\pi d \Omega_P^2} \right) + \frac{2}{\pi Kr} \left[\sqrt{d^2 + K^2 r^2} \tan^{-1} \left(\sqrt{d^2 + K^2 r^2} \tan \theta_P \right) - d \theta_P \right] \end{aligned}$$

对上述 Case II，则系统总序参量有

$$\begin{aligned} r &= r_{\text{lock}}^{\text{II}} + r_{\text{drift}}^{\text{II}} \\ &= \frac{Kr}{m^2} \left(\frac{1}{\pi d^3} \ln \frac{\sqrt{d^2 + K^2 r^2}}{Kr} - \frac{1}{2\pi d K^2 r^2} \right) + \frac{\sqrt{d^2 + K^2 r^2} - d}{Kr} \end{aligned}$$

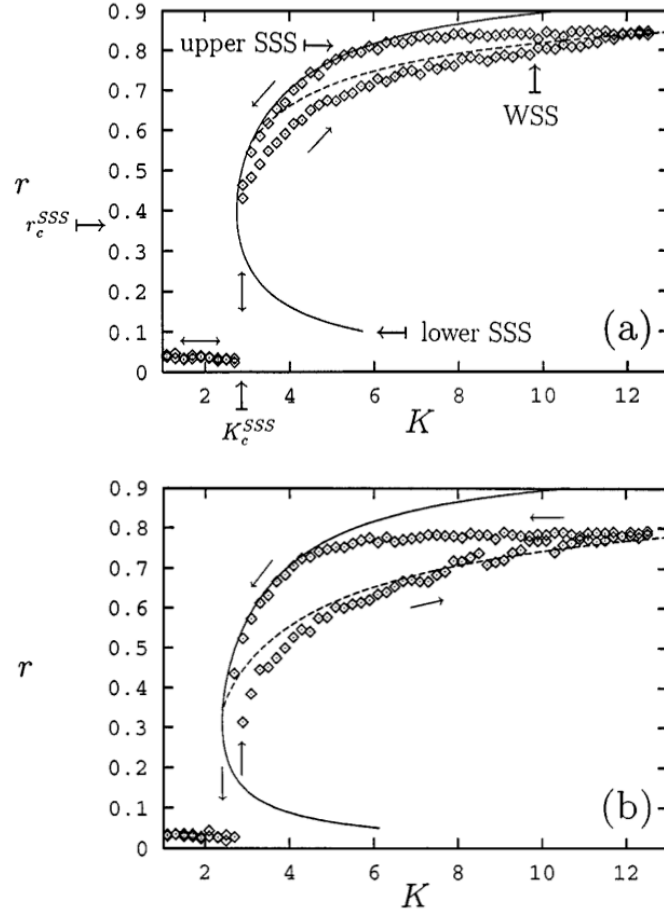


FIG. 1. Hysteretic synchrony observed in Eq. (3) with large inertia. The vertical axis gives the order parameter r (the degree of the synchrony) of the oscillators; the horizontal axis is the coupling strength K between the oscillators. Data from numerical simulations of Eq. (3) (\diamond) with system size $N = 500$ and Lorentzian with $d = 1.0$; (a) $m = 0.95$, (b) $m = 2.0$. Small perturbations to the previous (incoherent) state were introduced; $\theta_i = 0$ and $\omega_i = \Omega_i$ for oscillators with $|\Omega_i| \leq 0.3$. Curves (solid and dashed) are obtained by the theoretical prediction Eqs. (11) and (12) (see text).

上面两个方程需要通过数值求出 r 的自洽解。上图 Fig. 1 中的实线与虚线即为以上理论模型给出的结果，与直接数值模拟振子演化方程的结果一致。

注意到，这里的理论模型给出的解还存在 SSS 下分支解，但是在数值模拟振子演化方程中没有看到。此外，WSS 下分支是否存在，这个问题在这篇论文的理论模型中尚无法回答。

2.4 其它

这篇论文的详细推导过程可以在作者的另一篇论文里找到，参考 Hisa-Aki Tanaka, Allan J. Lichtenberg, and Shinichi Oishi, Self-synchronization of coupled oscillators with hysteretic responses, *Physica D* 100, 279-300 (1997).<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167278996001935>

3 Kuramoto model: 一个同步现象的简单范例 [RMP 77]

The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena

3.1 基本信息

- 分类：综述
- 作者：Juan A. Acebron, L. L. Bonilla, Conrad J. Perez Vicente, Felix Ritort, and Renato Spigler (主要机构：Universidad de Alcala, 阿尔卡拉大学，西班牙)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.77.137>

3.2 简述

以下节录自知乎https://zhuanlan.zhihu.com/p/538742983?utm_source=wechat_session&utm_medium=social&utm_oi=1013730611164459008，经部分修改。

同步现象的研究集中在确定给定群体元素之间集体同步行为的主要机制，每个元素的节律性活动可能是由于其内部过程或外部的刺激或强迫。即使负责节律性的内部过程有不同的物理或生化起源，并可能非常复杂，人们也可能希望根据一些基本原则来理解同步的本质。

假设每个粒子的节律是用一个有规律变化的物理变量来描述的。当变量达到某个阈值的时候，单元释放一个脉冲（例如，神经元的动作电位），传递给相邻的粒子，接着该粒子重置并恢复初始状态。然后下一个循环开始。本质上这个粒子的行为可以视作一个振子。假设这个节律有一个固定周期，我们可以引入相位的概念来很好的对经过的时间周期进行度量。发射脉冲的作用是通过改变邻居的周期，延长或缩短它们来改变他们的当前状态。这种扰动取决于接收脉冲的振子当前所处的状态，同时这种扰动也可以用相移来研究。

系统的集体行为分析可以在以下两种情况发生：

- 脉冲间隔内的脉冲数量对脉冲引起的相位位移无关。

- 脉冲影响其周期，但关于该脉冲的记忆很快丢失，未来时间间隔内的行为不受影响。

该文章考虑一个在一恒定振幅的全局吸引极限环中运动的非线性振子的集合，这些都是相位环或极限环的振荡。将它们弱耦合，以确保没有干扰会使它们中的任何一个远离整体的极限环。因此整个系统只包含一个自由度。

该振子基于以上第一种情况，建模可能更直观、更直接、更容易建模。然而，脉冲耦合的离散性和非线性性质导致了重要的数学复杂性。虽然只处理少数脉冲耦合单元可以在动力系统的框架内完成，但对于大量这样的单元会很难描述。

这就使得我们被迫考虑上述第二种情况，是否具有在数学上可处理的模型，即描述具有连续时间和振子之间特定的非线性相互作用。

Winfree 意识到，同步可以被理解为一个阈值过程。当耦合足够强是，一部分同步到一个共同的频率。尽管在 2001 年 Ariaratnam 和 Strogatz 发现了一个可解的描述，这个模型还是很难解决普适性的问题，因此，对同步化的研究则沿着其他方向进行。

1975 年，Kuramoto 模型出世，它分析了一个在任意固有频率运行的振子模型，并通过相位差的正弦相耦合。该模型足够简单，在数学上易于处理。但它并不平凡，该模型足够丰富，可以显示各种各样的同步模式，并且足够灵活，可以适应许多不同的内容。这篇论文回顾了过去 28 年来在分析该模型及其扩展方面所取得的进展，并试图覆盖该模型已经被应用的最重要的领域。

4 MING@SHINE: 对未来 XFEL 的提议 [NST 34]

The MING proposal at SHINE: megahertz cavity enhanced X-ray generation

4.1 基本信息

- 分类：自由电子激光
- 作者：Nan-Shun Huang, Zi-Peng Liu, Bang-Jie Deng, Zi-Han Zhu, Shao-Hua Li, Tao Liu, Zheng Qi, Jia-Wei Yan, Wei Zhang, Sheng-Wang Xiang, Yang-Yang Lei, Ya Zhu, Yong-Zhou He, Qi-Bing Yuan, Fei Gao, Rong-Bing Deng, Sen Sun, Zhi-Di Lei, Zhi-Qiang Jiang, Meng-Qi Duan, Yuan Zhuan, Xue-Fang Huang, Peng-Cheng Dong, Zhong-Liang Li, Shang-Yu Si, Lian Xue, Si Chen, Yong-Fang Liu, Ya-Jun Tong, Hai-Xiao Deng, and Zhen-Tang Zhao (主要机构：中国科学院上海高等研究院、张江实验室)
- 类型：设计、数值模拟
- 链接：<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s41365-022-01151-6.pdf>

以下节录自知乎<https://mp.weixin.qq.com/s/TuzsVTWXjGFzMv7VaeksKA>, 经部分修改。

4.2 简述

本研究基于国内首台硬 X 射线自由电子激光用户装置 SHINE，设计了谐振腔运行模式，提出兆赫兹谐振腔增强 X 射线产生 (megahertz cavity enhanced X-ray generation, MING) 的提案。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：本研究针对中国正在建造的第一台硬 X 射线自由电子激光 (XFEL) 装置 SHINE，提出了兆赫兹谐振腔增强 X 射线产生 (MING) 的设计，并进行了深入的研究。该提案涵盖了诸如 MING 的原理和性能、MING 的关键部件以及 X 射线传输和诊断等关键主题。MING 将配备周期为 26 mm 的波荡器和晶体谐振腔，涵盖

6-15 keV 的光子能量范围。

此外, MING 将能够产生光谱带宽仅几十 meV 的 X 射线, 同时脉冲能量可以达到 300 μ J, 对应光谱亮度将提高 2-3 个数量级。除了产生高强度的全相干 X 射线, MING 还允许操控 X 射线偏振、产生轨道角动量 (OAM) 光等, 具有极高的可扩展性。到目前为止, 国际上没有一个基于谐振腔的 XFEL 装置建成。因此, MING 的建立有望为科学家们探索谐振腔型 XFEL 的潜力和应用提供新的视野, 产生开创性的发现。

- 贡献: X 射线自由电子激光 (XFEL) 是新一代 X 射线光源, 它为多个领域的前沿研究提供了全新的手段。SHINE 是国内首台硬 X 射线 FEL 装置, 将装备 8 GeV 的连续波 (CW) 超导射频直线加速器, 可以提供重复频率高达 MHz 的 X 射线 FEL 脉冲。SHINE 于 2017 年在上海开始建设, 预计 2025 年建成。SHINE 基于自放大自发辐射 (SASE) 模式, 能提供高亮度、几乎完全横向相干的短 X 射线脉冲, 但也意识到它的纵向相干性和稳定性较差。尽管硬 X 射线自种子技术可以克服纵向相干性差的问题, 但由于自种子方案是基于 SASE 模式, 因此其脉冲能量的抖动非常大。由于 SHINE 将在大约 1 MHz 的频率下提供 8 GeV 的电子束, 它非常有希望运行谐振腔型 XFEL(例如, X 射线 FEL 振荡器和再生放大型 FEL), 以产生完全相干的类似激光的 X 射线脉冲。为了在 SHINE 的背景下实现这一目标, 这篇论文计划并提出了兆赫兹谐振腔增强 X 射线产生 (MING) 的设计, 用于产生 6~15 keV 能量范围内的全相干 X 射线。通过优化设计和参数, MING 有望将 SHINE 性能提升到全新的水平。

XFEL 的终极目标之一就是产生完全相干的脉冲, 而谐振腔型 FEL 是实现这一目标的非常有希望的候选方案之一。凭借其优异的性能, 谐振腔型自由电子激光有望为原子分子科学、光子科学和先进材料等领域带来巨大的发展。也可以预见, 实现 MING@SHINE 这将是 XFEL 发展过程中的一个显著里程碑。

5 面向 X 射线自由电子激光应用的连续波模式注入器的一种改善纵向相空间分布方案 [NIMA 1018]

Longitudinal phase space improvement of a continuous-wave photoinjector toward X-ray free-electron laser application

5.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：Sheng Zhao, Senlin Huang, Lin Lin, Yunqi Liu, Haoyan Jia, Weilun Qin, Shengwen Quan, Kexin Liu (主要机构：北京大学)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900221007816>

5.2 摘要

当前对于设计优化面向 X 射线自由电子激光应用的连续波模式电子注入器而言仍是一大挑战。这篇论文探讨利用结合 DC 高压-超导射频光阴极电子枪作为连续波电子注入器的可行性，特别针对电子束的纵向相空间分布演化进行探讨。这篇论文还分析了衡量束团高阶能散与电流畸变 (current skewness) 可能衍生的问题。基于这篇论文的分析，作者提出了在注入器传输段采用谐波谐振腔作为聚束器 (buncher) 的想法。粒子跟踪模拟表明，此方案能够产生归一化 rms 发射度 $0.37 \mu\text{m}$ 、rms 束长 1.0 mm、高阶能散 2.75 keV、无电流畸变、100 pC 电荷量的电子束团。这项研究对常温、非常高频 (very-high-frequency, VHF) 枪或 DC 枪，面向 X 射线自由电子激光应用的连续波模式电子注入器也有重要意义。

目前正在建设的 LCLS-II、SHINE 选择采常温 VHF 枪。根据 APEX 测试结果，此枪能够产生小于 $0.25 \mu\text{m}$ 的 95% 归一化发射度、高阶能散 5 keV、初始能量 15-16.5 MeV、电荷量 20-25 pC 的电子束。European XFEL 考虑采 SRF 枪，预计产生约 $0.45 \mu\text{m}$ 归一化发射度、电荷量 100 pC 的电子束。Cornell 大学则测试了 DC 枪，能够产生满足 LCLS-II 需要的电子束参数。

5.3 贡献或创新点

- 创新点：2017 年时，北大对于 DC-SRF 枪的设计更多专注在优化束团横向发射度。近年由于 CW XFEL 社群开始关心束团纵向分布，设计重心将更多地关注纵向相空间优化，如：优化束团高阶能散与电流畸变。为了降低这些非线性/非理想束团分布特性，有些采取改变加速相位使远离 crest，这篇论文考虑引入谐波谐振腔作为聚束器。
- 贡献：这篇论文在引入 1.3 GHz 谐波谐振腔作为聚束器的方案上，通过粒子跟踪模拟研究，给出定量结果。结果表明，此方案能够产生归一化 rms 发射度 $0.37 \mu\text{m}$ 、rms 束长 1.0 mm、高阶能散 2.75 keV、无电流畸变、100 pC 电荷量的电子束团。此方案也可适用于常温、非常高频 (very-high-frequency, VHF) 枪或 DC 枪，面向 X 射线自由电子激光应用的连续波模式电子注入器也有重要意义。

低重频 RF 光阴极腔的加速梯度一般较高，在光阴极附近的场强约在 100 MV/m 量级。高重频则较低，对于 VHF 腔，在光阴极附近的场强约在 20 MV/m 量级；对于 DC 腔，约在 10 MV/m 量级。积分后电位差一般在 100 kV 至 1 MV。为了缓解空间电荷效应，一般初始束长拉得较长，约在 20 ps 量级，容易导致 time-energy correlation。这些 time-energy correlation 可通过高阶能散与电流畸变量化，其中，高阶能散对 FEL 效能的影响包含两个层面：

1. 对束长压缩造成限制；
2. 束团电流不对称导致对束团或纵向相空间分布的操控不易。

这篇论文 §2 的分析假设束团为 cold beam，考虑能量与束团内位置有二次函数依存关系 $\gamma = \gamma_c (1 + h_1 s_0 + h_2 s_0^2)$ ，考虑速度聚束效应 $s = s_0 + \Delta v \cdot \frac{z}{v_c}$ ，则在 s 处的能量偏差可以写成

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_c} = \frac{h_1 \gamma_c^2 \beta_c^2}{\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z} s + \frac{h_2 \gamma_c^6 \beta_c^6}{(\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z)^3} s^2 - \frac{2h_2^2 z \gamma_c^8 \beta_c^8}{(\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z)^5} s^3 + \dots$$

这里刻意保留到三阶项，对应到能量分布的畸变。为了方便讨论，再将 s 写为初始坐标 s_0 形式 $s = A s_0 + B s_0^2$ ，其中， A, B 与一阶、二阶 chirp 有关。由上式可以看到， h_1 仅影响一阶能散 (或能量偏移)，但是 h_2 除了影响二阶能散，也影响三阶能散。这个结论是基于 $\Delta\gamma/\gamma_c \ll 1$ 假设。上面该式还可用来量化 chirp，写成

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_c} = \bar{h}_1 s + \bar{h}_2 s^2 + \bar{h}_3 s^3 + \dots$$

其中， $\bar{h}_1(z) = \frac{h_1 \gamma_c^2 \beta_c^2}{\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z}$ 、 $\bar{h}_2(z) = \frac{h_2 \gamma_c^6 \beta_c^6}{(\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z)^3}$ 、 $\bar{h}_3(z) = -\frac{2h_2^2 z \gamma_c^8 \beta_c^8}{(\gamma_c^2 \beta_c^2 + h_1 z)^5}$ 。

为了量化电流畸变，这篇论文引入以下定义

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{\langle (s - \langle s \rangle)^3 \rangle}{\langle (s - \langle s \rangle)^2 \rangle^{3/2}} \\ &= \frac{3A^2B(\mu_4 - \mu_2^2) + B^3(2\mu_2^3 - 3\mu_2\mu_4 + \mu_6)}{[A^2\mu_2 + B^2(\mu_4 - \mu_2^2)]^{3/2}} \\ &\approx \frac{3B}{A} \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{\mu_2^{3/2}} = \frac{3h_2z}{\beta_c^2\gamma_c^2 + h_1z} \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{\mu_2^{3/2}}\end{aligned}$$

上式表明，存在非零的 h_2 时，将导致电流畸变，符合预期。

以上分别量化了高阶能散与电流畸变，这篇论文的分析部分还考虑存在空间电荷效应的情况。这里的空间电荷效应模型假设了横向均匀、束团呈半径 a 的理想圆柱分布、束长 ℓ ，电荷量 Q 的情况。束团内各处的纵向空间电荷场有

$$E_{\parallel}(s) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2\ell} \left[2s + \sqrt{(s - \ell/2)^2 + a^2/\gamma_c^2} - \sqrt{(s + \ell/2)^2 + a^2/\gamma_c^2} \right]$$

上式表明，在束团仍保持均匀圆柱分布而没有“变形”情况下，此纵向空间电荷场仅会造成高阶奇次阶 chirp。

主动改变束团 chirp 的方式可以通过 RF 谐振腔，这篇论文 §2.4 给出操作在不同相位时，正弦函数导致的几个低阶 chirp 的近似形式，此处不论。

这篇论文 §3 讨论了一个按多目标优化算法得到的基于下图 Fig. 1 所示 lattice 的粒子跟踪模拟结果。模拟结果表明，存在过大的高阶能散 $\sigma_{Eh} = 12.3$ keV 与电流畸变 $\kappa = -1.28$ 。

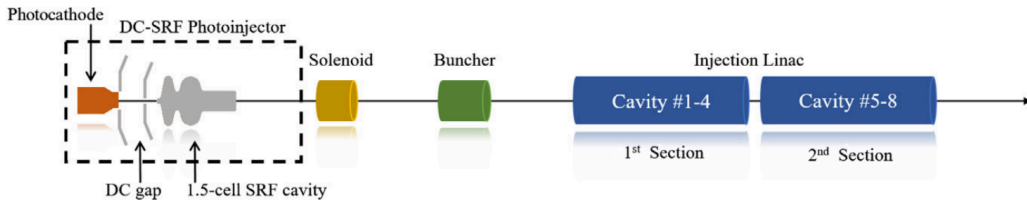


Fig. 1. A possible layout of the DC-SRF based CW XFEL injection line.

仔细审视束线上不同位置的纵向相空间分布，有如图 Fig. 4 结果，可以看到，束团头部与尾部异号的 chirp 对最后束团压缩产生限制。

这篇论文针对两个物理量进行量化，并画出其沿着束线 z 的演化，如图 Fig. 3 所示。注意，这里的 s 是 local bunch coordinate，而 z 则为 global path-length coordinate。

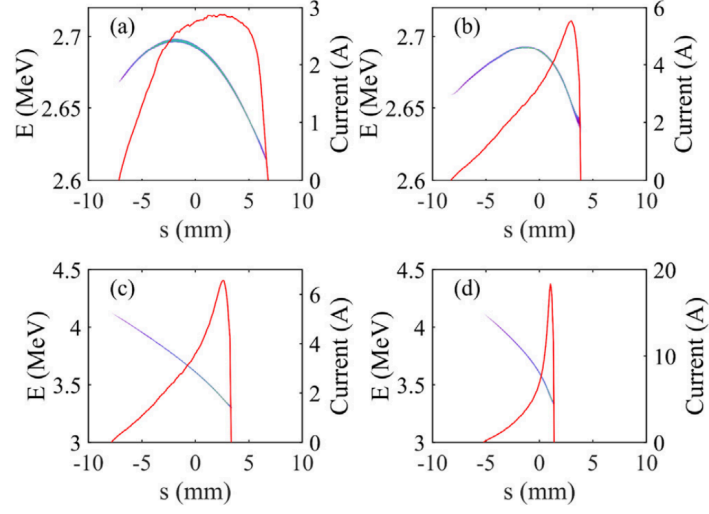


Fig. 4. Longitudinal phase space distribution and electron current profile for the electron beam at four locations (fundamental buncher case). (a) At the exit of DC-SRF-II; (b) before the buncher; (c) after the buncher; (d) before the injection linac. The bunch head is on the right.

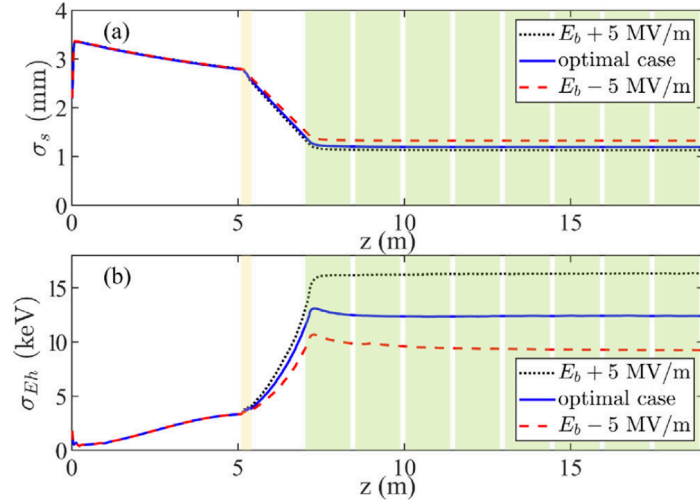


Fig. 3. The evolutions of electron bunch length (a) and high-order energy spread (b) along the beamline with a two-cell bunching cavity. The blue solid curve represent the optimized case (bunching field amplitude $E_b = 23.48$ MV/m), while the red dash/black dotted curve represents the case with lower/higher bunching field amplitude.

接着，这篇论文 §4 探讨如何消除过大的高阶能散 σ_{Eh} 与电流畸变 κ 。研究表明，导致最终高阶能散的来源主要有二：纵向空间电荷效应、二阶 chirp。后者也间接导致电流畸变。因此，要降低二阶 chirp 与抑制空间电荷效应，并且在 injection line 中尽可能减短真空漂移段长度。

既然电子束头部与尾部有不同的 chirp，一个自然的想法是分别对头部与尾部引入反向/异号的调制，可以通过高次谐波谐振腔达到，或称聚束腔 (buncher)。考虑到束团“投影”横向发射度通过利用上游的螺线管进行补偿，螺线管与下游的聚束腔既不能靠太近 (否则螺线管补偿效果差)，也不能太远 (否则漂移段太长会有空间电荷效应)，需要优化、妥协。这一节同样通过多目标优化算法，给出优化后的结果，如下图 Fig. 7 所示。优化后的电子束参数如摘要给出。

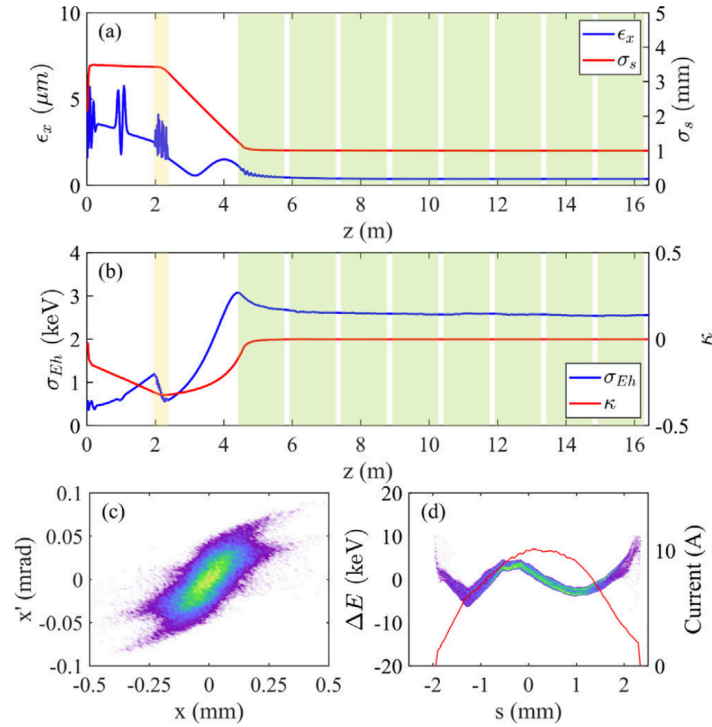


Fig. 7. Simulation results for the injection line with a harmonic (3.9 GHz) bunching cavity. (a) The evolution of normalized RMS emittance and bunch length. (b) The evolution of high-order RMS energy spread and current profile skewness. (c) The transverse phase space at the exit of beamline. (d) The longitudinal phase space at the exit of beamline.

优化后的具体参数参考该论文 Table 3，此处不论。

5.4 其它

关于 DC-SRF-I 的简介：DC-SRF 的概念最初是作为超导射频光发射器的一种变体而构思出来的。它结合了一个直流间隙和一个 SRF 腔，二者通过短漂移管相连。引入直流间隙可将光阴极移出 SRF 腔，避免半导体光阴极对 SRF 腔的污染。在北京大

学，DC-SRF 概念的可行性首次在 2004 年得到测试。接下来的十年中，开发了第一代 DC-SRF 光发射器，称为“DC-SRF-I”，采用了 1.3 GHz，3.5 个腔体的 SRF 腔体。该发射器在 2014 年实现了稳定运行。在操作中，DC 电压为 45-50 kV，SRF 腔的梯度为 7-9 MV/m。暗电流评估值低于 1 nA。输出电子束的能量为 2.4-3.4 MeV。出于安全考虑，发射器采用脉冲模式操作，宏脉冲持续时间为 1-7 ms，重复频率为 5-10 Hz。在宏脉冲中，电子束的束团电荷为 10-80 pC，重复频率为 1-81.25 MHz，最大平均电流约为 1 mA。测量得到的归一化 RMS 发射度 (95% 的电子) 为 $1.5 \mu\text{m}$ ，束团电荷为 25 pC。DC-SRF-I 的电子束被用于产生高重复频率的超辐射 THz 辐射，并进行了第一次 MHz MeV 超快电子衍射 UED 实验。

2019 年开展 DC-SRF-II 设计。DC-SRF-II 采用了 1.3 GHz，1.5 个腔体超导射频腔，以获得更低的射频发射度。直流电压增加到 100 kV，直流结构进行了重新设计，以允许更高的阴极表面场强度达到 6 MV/m。DC-SRF-II 的制造和组装于 2021 年初完成，实验正在进行中。

6 L 型褶皱结构的短程尾场 [PRAB 26 07]

Short-range wakefields in an L-shaped corrugated structure

6.1 基本信息

- 分类: 尾场、阻抗计算
- 作者: Weilun Qin (秦伟伦), Martin Dohlus, and Igor Zagorodnov (主要机构: DESY)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.26.064402>

6.2 摘要

作者对 L 形褶皱结构的短程尾场进行了解析和数值研究。L 型褶皱结构可以通过调节电子距离两块褶皱平板的距离实现可变的单极场踢力方向和四极尾场分量的消除, 这些特点为多维束流相空间诊断和自由电子激光中新鲜切片 (fresh slice) 技术应用提供了新的可能性。作者首先使用共形映射 (conformal mapping) 方法给出了纵向和横向尾场函数的零阶解析表达式。然后, 作者将这些结果与单片结构的一阶近似公式相结合, 得到 L 形结构尾场函数的更准确的经验解析近似。为了验证分析模型的准确性, 作者开发了一种基于频域积分方程的数值方法, 用于具有表面阻抗边界条件的任意形状波导的阻抗计算。

6.3 贡献或创新点

- 贡献:
 1. 该论文利用共形映射的方法 [1], 给出了单片, 平行板, L 型, 矩形这四种截面形状 (见图 1) 的褶皱结构的零阶纵向和横向尾场解析表达式。原则上这种方法可以用于任意横截面的纵向均匀结构。在零阶近似下, 纵向点电荷尾场为常数, 横向尾场具有常数斜率, 零阶表达式给出的是尾场的上限。值得注意的是, 零阶表达式不依赖于结构的材料, 无论是褶皱结构还是阻抗壁, 零阶结果是一致的。
 2. 该论文给出了 L 型褶皱结构尾场的一阶解析表达式。这一表达式是一个经验表达式。首先, 利用零阶近似下的结果可以得到的 L 型结构与单片结构的尾

场之间的关系。然后，将这一关系应用于已有的单片结构的一阶近似解析表达式 [2]，就得到一个简单的适用于 L 型结构的一阶近似经验表达式。

3. 该论文发展了一种频域的数值计算方法，用于计算任意横截面的纵向均匀结构的尾场。这一方法依赖于给定表面阻抗的表达式，比如，给定阻抗壁的表面阻抗表达式，就能模拟阻抗壁尾场，给定褶皱结构的表面阻抗表达式，就能模拟褶皱结构的尾场，因此这一方法具有相当大的通用性。作者将这一方法应用于单片结构并与已有的单片结构解析表达式相比较，证明了这一方法的适用性。随后，作者将这一数值方法应用于 L 型结构，与作者提出的一阶经验公式相对比，从而证明了一阶解析公式的有效性。

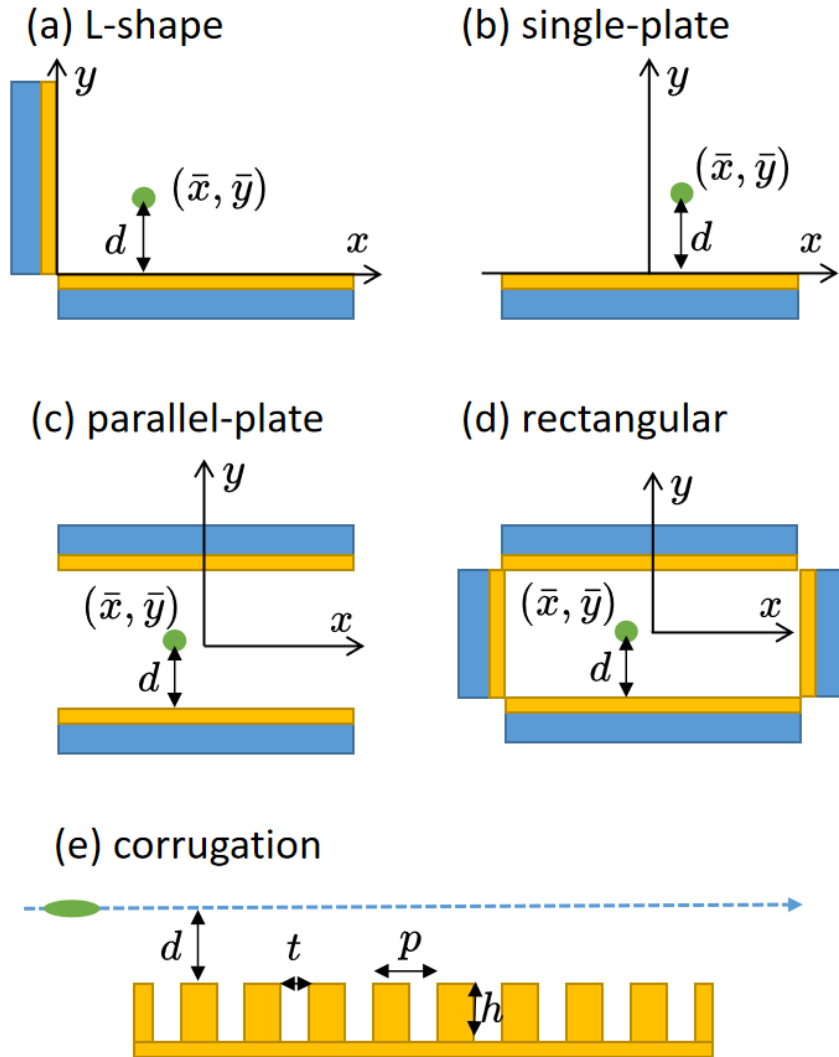


图 1: 四种褶皱结构

- 创新点：论文提出的 L 型褶皱结构具有独特的性质，首先其 streaking 的方向是可

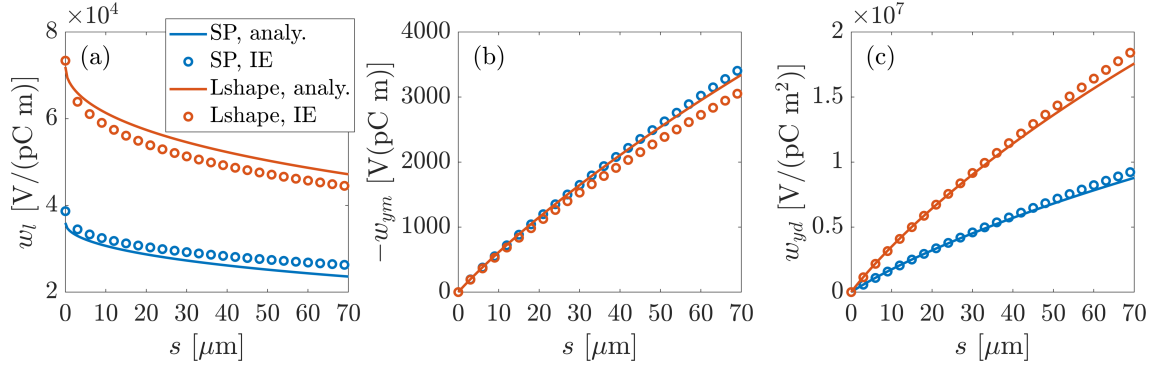


图 2: L 型褶皱结构的点电荷尾场以及与单片结构的对比。子图分别为纵向, 单极场, 二极场。

变的, 这可以用于电子束的多维相空间诊断, 类似于极化可变的偏转腔; 其次在特定的条件下, 四极场分量可以被消掉, 这对于提升现有的褶皱结构的性能有着很大的帮助。

6.4 其它

- 当电子距离褶皱平板很近的时候 ($< 200\mu\text{m}$), 解析结果与数值结果差异较大。其原因有几点: 首先解析模型只是简单的将两块平板的尾场叠加, 而数值模拟可以模拟两块板之间的相互影响, 电子离平板越近, 这一相互影响越强; 其次, 解析模型对褶皱结构的阻抗进行了展开并只取了前两项, 而数值模拟考虑的是完整的阻抗表达式。
- 四极场的消除条件比较严格, 它要求电子到两块平板的距离差在几十微米的范围内。在超导加速器中, 束流的稳定性较好, 这仍然是可以实现的。

参考文献

- [1] S. S. Baturin and A. D. Kanareykin, Cherenkov radiation from short relativistic bunches: General approach, Phys. Rev. Lett. 113, 214801 (2014). <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.113.214801>
- [2] K. Bane, G. Stupakov, and I. Zagorodnov, Analytical formulas for short bunch wakes in a flat dechirper, Phys. Rev. Accel. Beams 19, 084401 (2016). <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.084401>

7 磁化束团微聚束不稳定性的 Vlasov 分析 [PRAB 20-05]

Vlasov analysis of microbunching instability for magnetized beams arcs

7.1 基本信息

- 分类: 微聚束不稳定性 (microbunching instability)
- 作者: C.-Y. Tsai (Virginia Polytechnic Institute and State University), Ya.S. Derbenev (Jefferson Laboratory), D. Douglas (Jefferson Laboratory), R. Li (Jefferson Laboratory), and C. Tennant (Jefferson Laboratory)
- 类型: 理论
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.054401>

7.2 摘要

这篇文章主要考虑通过使用磁化束团 (magnetized beam) 来抑制微聚束不稳定性 (MBI), 并且试着给出一个定量的模型来确认其对 MBI 的有效性。这篇文章将现有的用于非磁化 (非横向耦合) 束团的 Vlasov 分析推广到了包括集体效应的磁化 (横向耦合) 束团传输的情况。随后, 这篇文章采用推广后的公式来证实最近基于 JLEIC 能量回收直线加速器 (ERL) 的电子冷却器设计的循环弧 (recirculation arc) 中磁化束团传输的微聚束的预测。这篇文章的研究发现, 纵向束团相空间中的 smearing effect (朗道阻尼) 源于磁化束团的大横向束团尺寸, 并且当 correlated distance 大于微聚束尺度时, 该效应将通过 x - z correlation 变得有效。

7.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇文章工作的动机源于 Jefferson Laboratory 电子离子对撞机 (JLEIC) 的循环冷却器环 (CCR) 的早期设计 [1], 其中 JLEIC 冷却器设计考虑使用磁化束团进行冷却。这篇文章将传统的 Vlasov 分析 (适用于非横向耦合或非磁化束团)[2] 推广到了适用于研究磁化束团集体效应的情况, 并利用推广后的公式预测磁化束团传输的微聚束情况。

为什么使用磁化束团进行冷却? \Rightarrow 这源于对具有有效电子冷却的电子束的一般要求, (1) 高的束团电荷, (2) 低束团温度 (或小的电子束发射度和能散), 以及 (3) 足够大的横向束团尺寸以冷却穿过的离子束。对于非磁化束团来说, 上述要求中的后两点 (小束团发射度和足够大的束团尺寸) 是自相矛盾的, 但由于磁化束团的发射度的描述相对于非磁化束团有所不同, 使得上述要求成为可能。

简单地讲, 通过将笛卡尔坐标系变换到束团旋转坐标系 (beam rotating frame), 横向固有 beam spread 可以分别用 Larmor 发射度 ϵ_L 和 drift 发射度 ϵ_d 来表征 [3]。横向 4D 发射度被评估为几何平均值 $\epsilon_{4D} = \sqrt{\epsilon_L \epsilon_d}$ 。在强磁场中, 因为碰撞相对于 cyclotron 振荡是绝热缓慢 (adiabatically slow) 的, 所以磁化电子束运动的横向自由度不参与能量交换。也就是说, 与传统的笛卡尔坐标的发射度 $\epsilon_{x,y}$ 不同, 磁化电子束温度实际上是由较小的 Larmor 发射度 ϵ_L 决定的。其传输过程中的横向束团尺寸与 drift 发射度 ϵ_d 有关。所以从这一点上看, 对于磁化束团来说, 束团的低温和大的束团横向尺寸并不冲突。

- 贡献: 这篇文章避开在耦合束团中使用 Twiss 参数, 转而利用束矩阵 (sigma matrix) 的概念来表征任何维度之间具有关联的束团。换句话说, 这篇文章使用束矩阵来表征磁化束团的一般特性, 随后通过束矩阵对角化的方法, 大大简化了磁化束团微聚束的 Vlasov 分析, 并且导出了一组用于一般耦合束团的微聚束分析的控制方程。

由于束矩阵 Σ 是实的且对称的, 因此它是可以进行对角化的。也就是说, 总是存在 \mathbf{V} 满足 $\mathbf{V}\Sigma\mathbf{V}^T = \mathbf{D}$ 并且 $\det(\mathbf{V}) = 1$ 。其中, 矩阵 \mathbf{V} 包含特征向量, 而对角矩阵 \mathbf{D} 则包含相应的特征值。因为束矩阵被对角化了, 所以基坐标 \mathbf{X} 也应该具备一个坐标变换 $\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{X}$, 该变换保持了不变量 (束团发射度变化前后相同)。于是可以得到在后续分析中进行化简的关键一步:

$$\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} = \mathbf{U}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}$$

得益于对束矩阵的对角化以及已有的 Vlasov 分析, 在通过引入 6 维相空间坐标系的高斯分布后, 这篇文章最终获得了一组用于一般耦合束团的微聚束分析的控制方程:

$$\begin{aligned} b^{(0,d)}(k_z; s) &= b_0(k_0) \{L.D.; s, 0\} \\ b^{(0,e)}(k_z; s) &= -ik_z(s) R_{56}(s) p_0(k_0) \{L.D.; s, 0\} \\ p^{(0,d)}(k_z; s) &= -ik_z(s) R_{56}(s) \sigma_{\delta 0}^2 b_0(k_0) \{L.D.; s, 0\} \\ p^{(0,e)}(k_z; s) &= (1 - k_z^2(s) R_{56}^2(s) \sigma_{\delta 0}^2) p_0(k_0) \{L.D.; s, 0\} \end{aligned}$$

其中, 从上到下分别是, 由于初始密度和能量调制引起的密度调制, 以及由于初始密度和能量调制引起的能量调制, $\{L.D.; s, 0\}$ 为朗道阻尼项。

这篇文章还将所获得的结果应用到了两个示例磁聚焦结构，其中一个 JLEIC CCR 的早期设计 (见文章 FIG.1)，另一个是 ERL 冷却环 (cooler ring) 设计 (见文章 FIG.5)。这两个例子具有不同的 beamline 设计和不同的循环电子束性质。对于 CCR，束团是非磁性的，而对于 ERL 冷却环，束团被磁化。同时，从微聚束角度来看，CCR 具有很高的增益，特别是在 $\lambda \approx 360 \mu\text{m}$ 时，最大的稳态 CSR 增益可达 4000。相比之下，ERL 冷却环的弧设计不受 MBI 影响，并且最大增益在 1 附近，下面是部分结果。

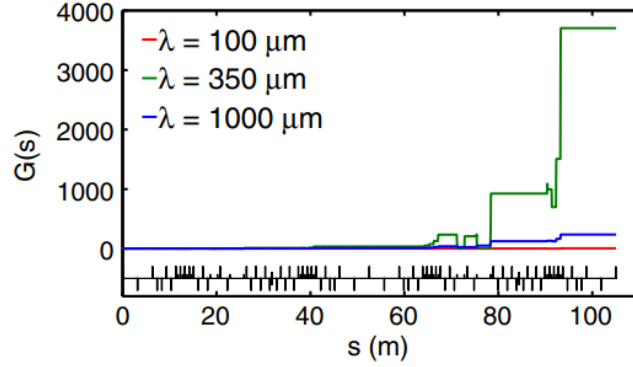


FIG. 2. CSR gain functions $G(s)$ for MEIC CCR lattice: (red) $\lambda = 100 \mu\text{m}$, (green) $\lambda = 350 \mu\text{m}$, (blue) $\lambda = 1000 \mu\text{m}$.

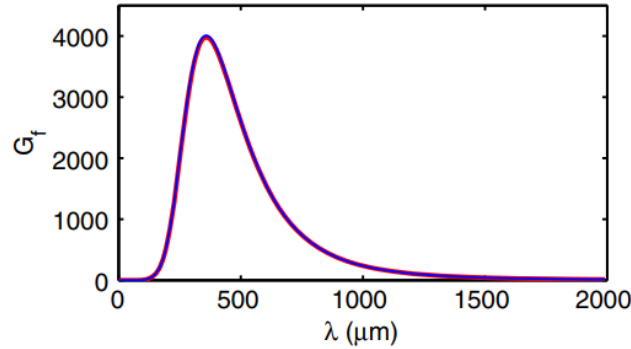


FIG. 3. CSR gain spectra as a function of initial modulation wavelengths for the JLEIC CCR lattice. G_f is evaluated as one-turn microbunching gain. The red curve is obtained by the formulation developed in this paper, while the blue curve is from our previously developed semianalytical Vlasov solver [43] for nonmagnetized beams.

图 3: FIG.2: 三种不同调制波长的稳态 CSR 增益函数 $G(s)$ ，其中发现 $\lambda = 350 \mu\text{m}$ 的微聚束增益与 $\lambda = 100$ 和 $\lambda = 1000 \mu\text{m}$ 相比要大得多，特别是在最后几个弯转位置更为显著。FIG.3: 稳态 CSR 增益谱 $G(\lambda)$ ，在该图中用了两种不同的理论公式得到了相同的结果。其中，红色曲线由这篇文章推广的公式获得，蓝色曲线则通过适用于非磁化束团的半解析 Vlasov solver 获得。这在数值上验证了广义公式与现有公式的等价性。

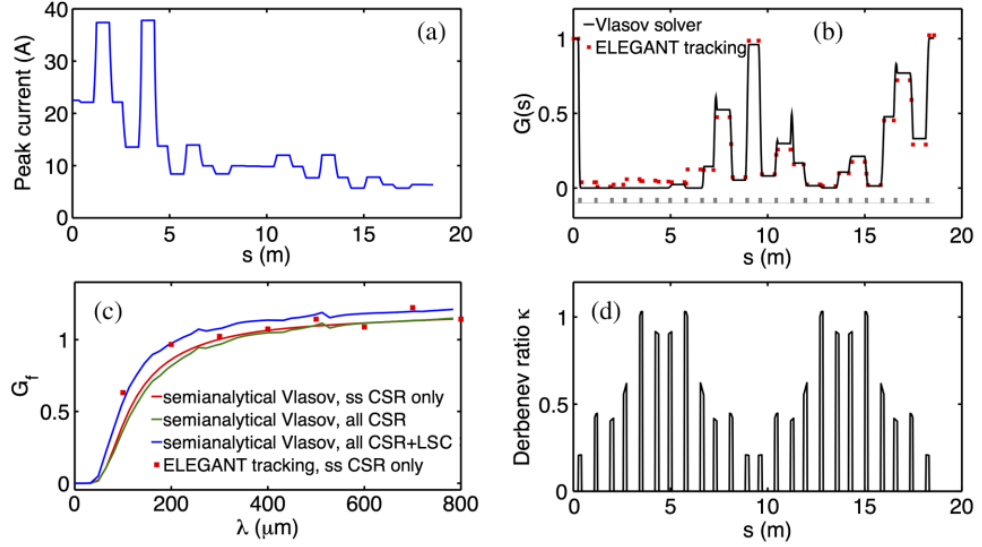


FIG. 6. (a) Bunch decomposition along the arc; (b) microbunching gain function $G(s)$ for $\lambda = 300 \mu\text{m}$; (c) gain spectrum; (d) Derbenev ratio as a function of s . Red dots represent ELEGANT tracking with steady-state (ss) CSR effect.

图 4: FIG.6: 在 ERL 冷却环示例下的模拟结果。初始非零 chirp 被施加在束团上，以便在束团在穿过 arc 时对束团进行 decompress。束团的演变由 FIG.6(a) 所示。FIG.6(b) 则展示了微聚束增益函数的图像 ($\lambda = 300 \mu\text{m}$)，其中图中的点是通过包含 1 维稳态 CSR 的 ELEGANT 模拟获得的。FIG.6(c) 显示了 arc 出口处的微聚束增益谱，该图透露出，即便同时包含 CSR 和 LSC，束团传输过程中也不会存在微聚束。FIG.6(d) 表明了模拟中使用的 1 维 CSR 模型的有效性，其中 Derbenev ratio 的定义为 $\kappa = \sigma_x / \lambda^{2/3} \rho^{1/3}$ 。

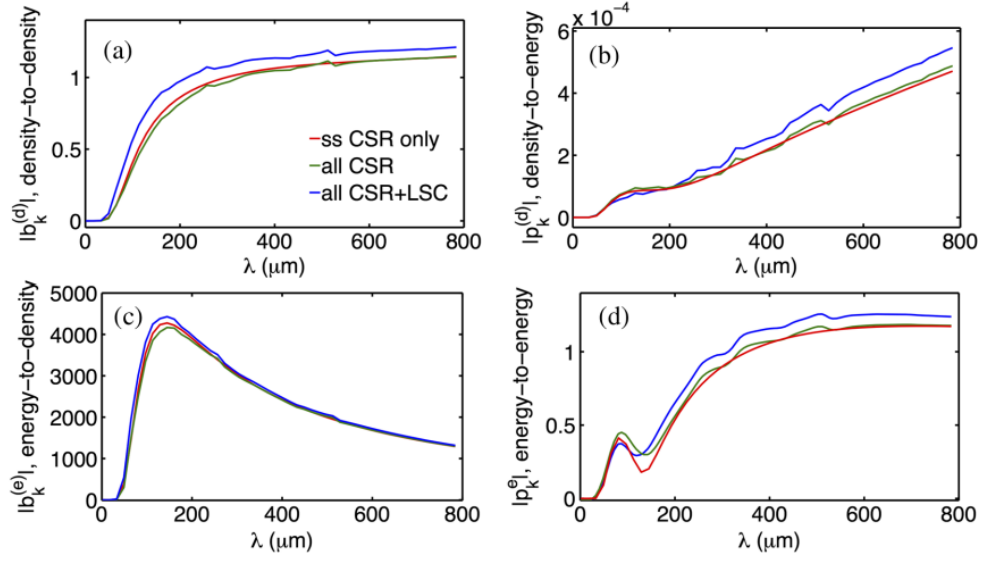


FIG. 7. Microbunching gain spectra for (a) density-to-density; (b) density-to-energy; (c) energy-to-density; and (d) energy-to-energy modulation. Note that in the figures the resultant modulations are evaluated in units of initial modulations.

图 5: FIG.7: 正如这篇文章在第三节讨论的一样，微聚束可以通过初始密度或能量调制来引起，所得的微聚束结构可以以密度和能量调制形式存在。因此，应充分考虑四种转换机制。如该图所示，可以发现调制的谱行为很大程度上来自束团传输的纯光学。FIG.7(c) 中显示的能量密度比率看似很大，但这可能不会真正引起显著的微聚束，因为初始能量调制很小。

参考文献

- [1] Derbenev, Ya, and Y. Zhang. Electron cooling for electron-ion collider at JLab. proceedings COOL 9 (2009). <https://s3.cern.ch/inspire-prod-files-2/2b195291bb6de8be574386857f7c22a1>
- [2] Huang, Zhirong, and Kwang-Je Kim. Formulas for coherent synchrotron radiation microbunching in a bunch compressor chicane. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams 5.7 (2002): 074401. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.5.074401>
- [3] Kim, Kwang-Je. Round-to-flat transformation of angular-momentum-dominated beams. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams 6.10 (2003): 104002. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.6.104002>

8 反射式体布拉格光栅中的有限光束: 理论与实验

Finite Beams in Reflective Volume Bragg Gratings: Theory and Experiments

8.1 基本信息

- 分类: 激光光栅
- 作者: Jonas E. Hellstrom (Institute of Technology, KTH-Royal, Stockholm, Sweden); Bjorn Jacobsson (Institute of Technology, KTH-Royal, Stockholm, Sweden); Valdas Pasiskevicius (Institute of Technology, KTH-Royal, Stockholm, Sweden); Fredrik Laurell (Institute of Technology, KTH-Royal, Stockholm, Sweden)
- 类型: 理论和实验
- 链接: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4407560>

8.2 摘要

这篇文章提出了一个理论模型来描述入射到反射体布拉格光栅 (reflective volume Bragg gratings) 之后的有限光束的电磁场行为。同时这篇文章还给出了验证模型的实验结果。从这些结果中, 这篇文章确定了反射体布拉格光栅的某些特性, 如: 束腰、入射角和光束轮廓。这些特性可以对具有这种光栅结构的激光腔的设计进行指导。这篇文章还展示了这些光栅如何充当空间模式滤波器。

8.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇文章得到了反射体布拉格光栅中有限光束的理论模型。并得到了传输和反射光束的近场和远场的表达式。之后这篇文章通过实验, 对理论进行了验证, 得到了光栅可以用作横向模式滤波器并选择性的反映横向模式。首先, 这篇文章假设模型为正弦波光栅 (可以拓展到任意的反射布拉格光栅), 沿 z 轴方向。之后, 这篇文章通过理论建模最终得到了基于耦合波方程和有限光束的光栅建模, 得到简单的光栅耦合波方程分量:

$$M(\mathbf{r}) = \mathfrak{F}_{\rho\sigma} [\tilde{M}_0 t(\delta'(\rho, \sigma), z)] e^{-i(\mathbf{k}_M + \delta) \cdot \mathbf{r}}$$

$$N(\mathbf{r}) = \mathfrak{F}_{\rho\sigma} [\tilde{M}_0 r(\delta'(\rho, \sigma), z)] e^{-i(\mathbf{k}_N - \delta) \cdot \mathbf{r}}$$

其中, $\check{M}_0(\rho, \sigma) = \mathfrak{F}_{xy}^{-1}[M_0(x, y, 0)]$; $r(\delta, z)$ 和 $t(\delta, z)$ 为文章中定义的函数; $\mathfrak{F}_{\rho, \sigma}$; k_M, k_N 为耦合强度。

之后, 这篇文章推导了基于平面波分解和有限光束的光栅波动方程:

$$M(\mathbf{r}) = \mathfrak{F}_{\rho\sigma} \left[\check{M}_0(\rho, \sigma) t \left(\delta^* \left(\frac{\rho}{\cos \theta}, \sigma \right), z \right) \right] e^{-i(\mathbf{k}_M + \delta) \cdot \mathbf{r}}$$

$$N(\mathbf{r}) = \mathfrak{F}_{\rho\sigma} \left[\check{M}_0(\rho, \sigma) r \left(\delta^* \left(\frac{\rho}{\cos \theta}, \sigma \right), z \right) \right] e^{-i(\mathbf{k}_N - \delta) \cdot \mathbf{r}}$$

其中, $\delta^*(\beta\chi, \beta\psi) = \beta\chi \sin \theta + \beta(\chi^2 + \psi^2) \cos \theta / 2 + \delta$ 。

最后, 这篇文章用理论模型和实验讨论了: 反射率和光谱带宽与入射角和束腰的关系; 光束的横向轮廓; 对横向模式的滤波。

- 贡献: 这篇文章建立了反射式布拉格光栅的模型对激光器内光栅的设计有指导作用。

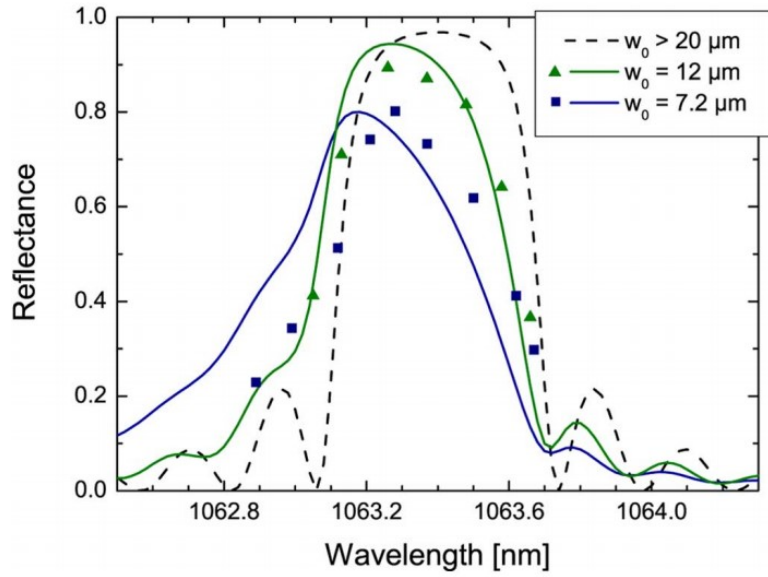


Fig. 4. Reflectivity dependence on wavelength for various beam waists at normal incidence. Experiments are presented with symbols and theoretical simulations with lines.

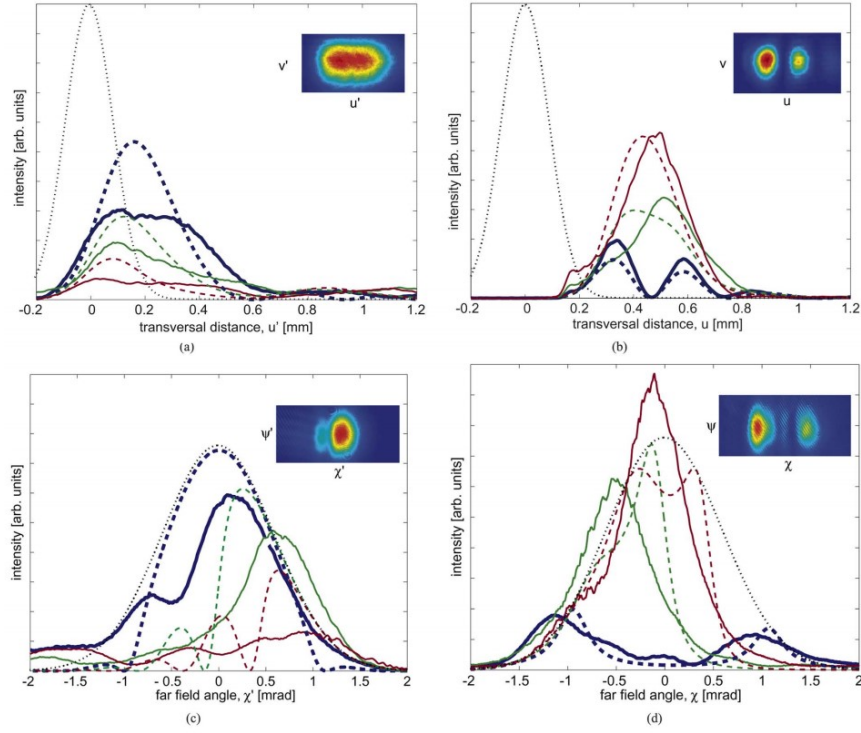


Fig. 5. Transverse intensity distribution at oblique incidence of grating B for various wavelengths, ranging from perfect Bragg matching at 1019.9 nm (thick blue/dark grey), to 1020.2 nm (thin green/light grey) and 1020.3 nm (thin red/dark grey), both experimental data (solid) and theoretical predictions (dashed). Dotted line gives incident beam profile for comparison. Insets give the experimental beam profiles at perfect Bragg matching. The internal angle of incidence is 16° and the beam waist is $165 \mu\text{m}$. (a) Near-field reflection (b) Near-field transmission (c) Far-field reflection (d) Far-field transmission.

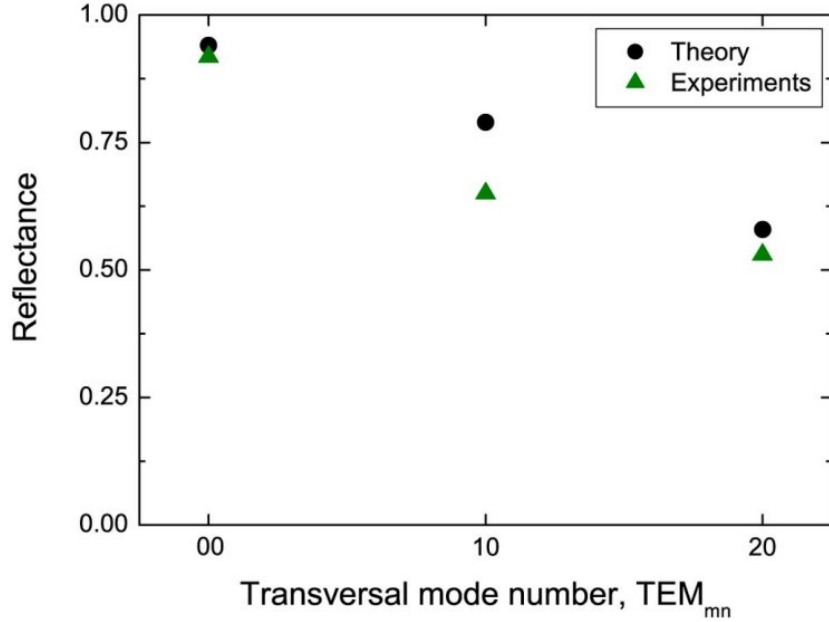


Fig. 7. Transverse mode selectivity in grating B for oblique incidence. 1020-nm wavelength (16° angle), and beam waist of $255 \mu\text{m}$ for the 00-mode.

9 L 形 corrugated 结构中的短程尾场 [PRAB 26-06]

Short-range wakefields in an L-shaped corrugated structure

9.1 基本信息

- 分类: 尾场、阻抗计算
- 作者: Weilun Qin, Martin Dohlus, and Igor Zagorodnov (主要机构: DESY)
- 类型: 理论、数值计算
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.26.064402>

9.2 摘要

这篇文章主要对 L 形 corrugated 结构中的短程尾场进行分析和数值研究。这种结构具有可变的 streaking polarization, 并且在束团以相等距离移动到两个板时, 四极尾场分量被抑制。这些特征在多维束团相空间诊断和 fresh-slice 应用中提供了新的可能性。这篇文章首先使用保角映射方法 (conformal mapping method) 给出了纵向和横向尾场函数的零阶解析表达式。随后, 这篇文章将这些结果与单板结构的一阶近似公式相结合, 以此获得 L 形 corrugated 结构更精确的尾场函数的解析近似。为了确认解析模型的准确性, 这篇文章还开发了一种基于频域积分方程的数值方法, 适用于具有表面阻抗边界条件的任意形状的波导。

9.3 贡献或创新点

- 创新点: Metallic corrugated 结构最早提出时为圆形结构 [1], 后来在几个 FEL 设施中被建造为两个平行板以获得更好的调节性。在这种平面几何结构中, 横向尾场的偶极和四极分量同时存在于两块板之间的对称面附近。最近提出了一种 L 形 corrugated 结构, 电子束在 L 形拐角附近通过, 由此消除横向尾场的四极分量。这种结构还允许通过调节电子束与两块板之间的距离来在 L 形操作模式 (L-shape operation) 和单板操作模式 (single-plate operation) 之间切换。

尽管该结构具有许多应用前景, 但其所涉及的精确尾场模型尚未被开发出来。这篇文章则提出了计算 L 形 corrugated 结构的短程尾场的解析模型和数值方法。这篇文章还将 L 形结构的尾场与单板结构的尾场进行了比较, 因为 L 形结构可以同

时实现这两种操作模式。这篇文章研究所涉及的四种几何形状可以参考 FIG.1，即 (a)L 形；(b) 单板；(c) 平行板和 (d) 矩形结构，corrugations 的侧视图和相应的参数可以参考 FIG.1(e)。

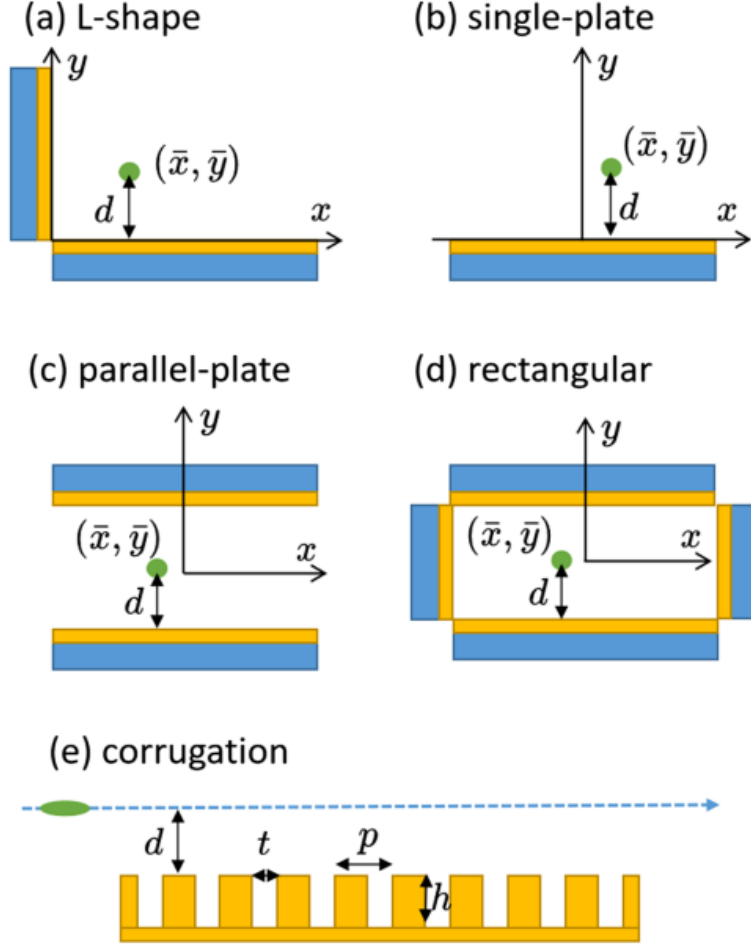


FIG. 1. Sketches of four types of corrugated structure geometries. Front views: (a) L-shape, (b) single-plate, (c) parallel-plate, and (d) rectangular structures. The corrugations are drawn as a yellow layer in the front views and shown with corrugation parameters in the side view (e). The electron beams, located at (\bar{x}, \bar{y}) , are represented with a green dot in the front view and a green ellipse in the side view. In the side view (e), only the corrugations for the lower plate and its distance to beam d are shown for simplicity.

- 贡献：这篇文章给出了计算 L 形 corrugated 结构的短程尾场的解析模型和数值方式，解析表达式以零阶和一阶近似给出。其中，零阶公式是通过保角映射方法获得的 [2, 3]，即可以通过保角映射方法获得纵向电场和洛伦兹力横向分量的上限的精确计算。该方法适用于具有任意延迟层 (retarding layers) 的纵向均匀波导。

在该分析中，波导的横截面在复平面 $z = x + iy$ 中表示，并保角映射到另一个复平面 ω 中半径为 a 的圆盘上。源粒子 z_0 的位置被映射到圆盘的中心 $\omega_0 = 0$ 。已知保角变换为 $\omega = f(z, z_0)$ ，纵向电场和洛伦兹力横向分量的上限可以通过其相对于 z 的导数获得：

$$E_{\parallel}(z, z_0, 0^+) = -\frac{Z_0 c}{\pi} \frac{Q}{a^2} \Re[f'(z, z_0)^* f'(z_0, z_0)],$$

$$\frac{\partial}{\partial s} F_{\perp}(z, z_0, 0^+) = \frac{Z_0 c}{\pi} \frac{qQ}{a^2} f''(z, z_0)^* f'(z_0, z_0),$$

其中， \Re 表示实部， $Z_0 = 337 \Omega$ 是真空阻抗， c 是真空中光速， s 是源粒子后面的纵向距离， Q 是源粒子的电荷并且 q 是见证粒子 (witness particle) 的电荷。通过这一方法，该文章给出了四种几何结构尾场的零阶解析公式。

上述通过保角映射的分析给出了尾场函数的零阶近似，其中纵向尾场是常数，横向尾场具有常数斜率。零阶近似给出了尾场函数的上限，这对极短的束团是有效的。但对于较长的束团来说，零阶近似可能已经不适用，因此这篇文章考虑了单板和平行板结构的现有一阶近似，并将表达式与零阶近似相结合，给出了 L 形结构尾场的一阶近似：

$$w_{xm}^{L1}(\bar{x}, \bar{y}, s) = w_{ym}^{S1}(\bar{x}, s),$$

$$w_{ym}^{L1}(\bar{x}, \bar{y}, s) = w_{ym}^{S1}(\bar{y}, s),$$

$$w_d^{L1}(\bar{x}, \bar{y}, s) = w_d^{S1}(\bar{y}, s) + w_d^{S1}(\bar{x}, s),$$

$$w_q^{L1}(\bar{x}, \bar{y}, s) = w_d^{S1}(\bar{y}, s) - w_d^{S1}(\bar{x}, s)$$

这篇文章还提出了基于边界元法 (boundary element method) 的一个计算相对论点电荷高频阻抗的数值方法，该数值方法可用于计算任意横向几何形状中的稳态尾场，其假设表面 (如电阻壁等) 可以通过给定的表面阻抗表达式进行建模。这篇文章还给出了数值示例，以证明所开发的数值积分方程法与解析近似和时域仿真代码 ECHO2D 的一致性，并且证实了上面所提出的 L 形结构尾场一阶近似的有效性。下面是部分数值结果，TABLE I 则给出了所使用的 corrugated 参数：

9.4 其它

需要注意的是，这篇文章使用的数值方法无法模拟 FIG.1(a)-1(c) 中所示的开放式结构。而时域方法只能对放置在两个垂直完全导电板之间的两个水平 corrugated 板进行建模 [见 FIG.1(c)]。所以，为了计算单板、平行板以及 L 形结构等非闭合几何形状的尾场，这篇文章使用了大尺寸的矩形波导，并将电荷靠近感兴趣的板来表示非闭合几何形状。

TABLE I. Corrugation parameters used in the calculations.

Parameter	Value	Units
Period, p	0.5	mm
Longitudinal gap, t	0.25	mm
Depth, h	0.5	mm
Nominal distance to plate, d	0.5	mm

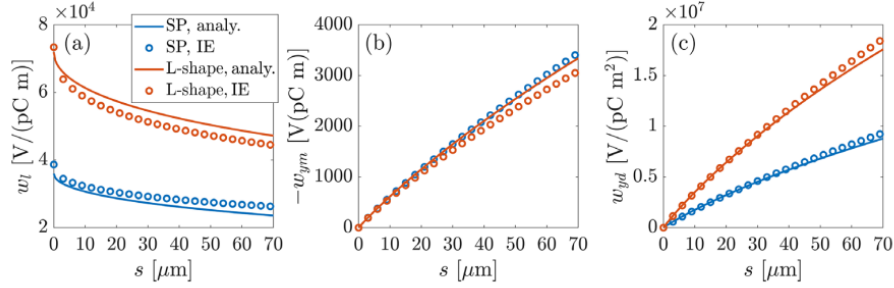


FIG. 6. Longitudinal (a) and transverse point charge wakes (b) and (c) for an L-shaped corrugated structure. The distances to both corrugated plates are 0.5 mm. For comparison, the corresponding wakes for a single-plate structure with the same distance to the plate are also plotted. Here, SP stands for single-plate and IE stands for integral equation.

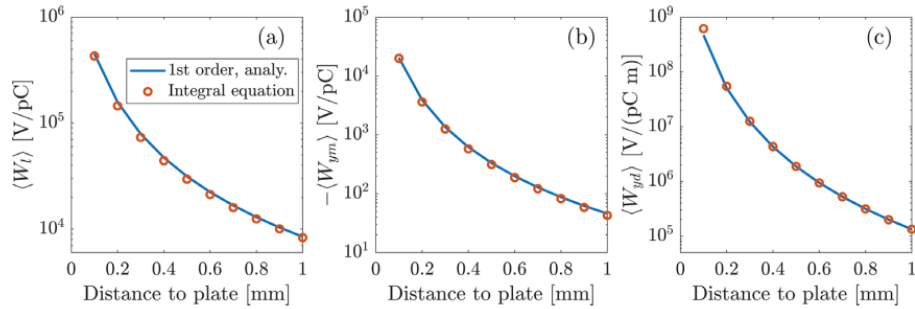


FIG. 7. Longitudinal loss factor (a) and transverse kick factors (b), and (c) as a function of beam distance to both plates in an L-shaped corrugated structure. The beam is shifted in both the x and y planes such that the distances from the beam to the two plates are kept equal.

参考文献

- [1] K. Bane and G. Stupakov. Corrugated pipe as a beam dechirper. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 690 (2012): 106-110. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900212007310>
- [2] S. S. Baturin and A. D. Kanareykin. Cherenkov radiation from short relativistic bunches: General approach. Physical review letters 113.21 (2014): 214801. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.113.214801>
- [3] S. S. Baturin and A. D. Kanareykin. New method of calculating the wakefields of a point charge in a waveguide of arbitrary cross section. Physical Review Accelerators and Beams 19.5 (2016): 051001. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.051001>