

加速器束流动力学期刊论文导读 (2023 年 9 月)

受“京师物理”公众号启发,我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊,与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布,在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平,导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流,我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2023 年 9 月) 结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]、[6]	jcytsai@hust.edu.cn
周剑晖	[??]	
李嘉鹏	[??]	

目录

1	面向桌上型自由电子激光的迷你波荡器进展 [LPB 36]	
	Development of mini-undulators for a table-top free-electron laser	3
2	基于渐变波荡器产生的准半周期辐射脉冲 [PRAB 20 08]	
	Quasi-half-cycle pulses of light from a tapered undulator	7
3	主动 Q 开关 X 射线再生放大器自由电子激光 [PRL 131]	
	Active Q-switched X-Ray Regenerative Amplifier Free-Electron Laser	12
4	分析相对论短束图契伦科夫辐射的一般方法 [PRL 113]	
	Cherenkov Radiation from Short Relativistic Bunches: General Approach	18
5	经过任意波导截面的相对论粒子尾场的一种新的计算方法 [PRAB 19 05]	
	New method of calculating the wakefields of a point charge in a waveguide of arbitrary cross section	21
6	具有横向分布的束团经历平面慢波结构时产生的尾场的解析分析 [PRAB 21 12]	
	Analytical treatment of the wakefields driven by transversely shaped beams in a planar slow-wave structure	24

1 面向桌上型自由电子激光的迷你波荡器进展 [LPB 36]

Development of mini-undulators for a table-top free-electron laser

1.1 基本信息

- 分类：自由电子激光
- 作者：G. Petrov et al. (主要机构：NRL 海军研究所，美国)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://www.cambridge.org/core/journals/laser-and-particle-beams/article/abs/development-of-miniundulators-for-a-tabletop-freeelectron-laser/37A3DDE16AC5AB529DBC38A88542B07F>

1.2 摘要

近年来，激光尾场加速器 (laser wakefield accelerator, LWFA) 的发展引起了人们对紧凑 X 射线辐射源的兴趣，例如，桌上型“台式”自由电子激光器。然而，使用传统的永久磁铁的波荡器装置，系统尺寸很大。这篇论文评估了新型迷你波荡器装置与 LWFA 结合使用的可能性，使波荡器装置的尺寸与 LWFA 实验的加速距离 (几个 cm) 相当。这篇论文还描述了使用激光加工永久磁铁制作的原型波荡器装置在这一应用中的使用情况，并确定了该系统的辐射特性和限制。基于此设计，在密西根大学使用 LWFA 电子束进行了初步的电子传播和 X 射线辐射测量。

1.3 贡献或创新点

- 创新点：讨论了基于迷你波荡器形成的 X 射线自由电子激光装置，电子束经过时产生的辐射特性模拟评估。使用的波荡器参数与电子束参数总结如下表 Table 1 与 Table 2。

此外，结合迷你波荡器与激光尾场加速器产生的 400 MeV 电子束，这篇论文后半部分描述了设计初步实验量测的构想与结果。由于设计实验涉及的迷你波荡器周期数仅有 50，不足以产生激光，只有 X 射线波荡器 (非相干) 辐射。甚至，目前量测到的信号不足以区分是波荡器 (非相干) 辐射或是电子束与迷你结构交互作用产生的宽带 X 射线信号。

Table 1. Electron beam and undulator parameters for the mini-undulator and LCLS-FEL

Parameter	LCLS FEL	Mini-undulator	Ratio
Undulator length (m)	110	1	~ 100
Undulator period (cm)	3	0.04	~ 75
Number of undulator periods	3600	2500	~ 1.5
Undulator field (T)	1.25	0.2	~ 6
Undulator strength parameter	3.5	7.5×10^{-3}	~ 500
Fundamental wavelength (nm)	0.12	1–100	~ 0.01
Pierce parameter	4.5×10^{-4}	10^{-3} – 10^{-4}	~ 1
Gain length (m)	4.4	0.02–0.2	~ 40
Electron energy (GeV)	13.6	0.02–0.25	~ 100
Bunch duration (fs)	200	20	~ 10
Bunch charge (nC)	1	0.1	~ 10
Bunch current (kA)	3.4	5	~ 1

Table 2. Electron bunch parameters

Parameter	Value
Q [C]	0.1
D [μm]	20
τ [fs]	20
N_e	6×10^8
V [m^{-3}]	9.4×10^{-16}
n_e [m^{-3}]	6.4×10^{23}
λ_p [μm]	44
λ_p/λ_u	0.11

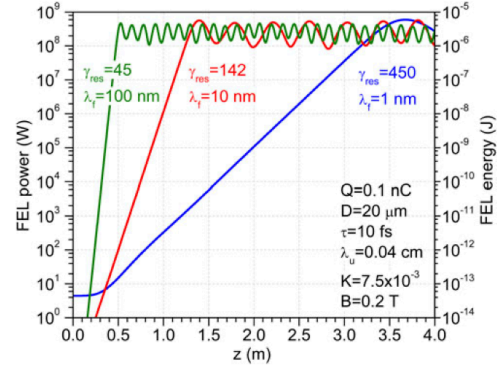


Fig. 3. Power amplification and FEL pulse energy as a function of the length z traveled in the undulator for beam energies $\gamma = 450, 142$ and 45 , corresponding to fundamental wavelengths 1, 10 and 100 nm. The energy above resonance at the undulator entrance is $\eta = (\Delta\gamma/\gamma_{\text{res}})_{z=0} = 10^{-4}, 3 \times 10^{-4}, 10^{-3}$, respectively. Electron bunch parameters: $Q = 0.1$ nC, $D = 20$ μm , $\tau = 20$ fs, $I = 5$ kA. Undulator parameters: $\lambda_u = 400$ μm , $B_0 = 0.2$ T and $K = 7.5 \times 10^{-3}$.

- 贡献：早期关于桌上型自由电子激光概念由两组人马提出。第一组在 2007 年由 Eichner 等人、Gruner 等人提出，在 VUV 波段 (25 nm), $\lambda_u = 5$ mm, $K = 0.5$, $L_{\text{sat}} = 0.8$ m，利用拍瓦 (petawatt, 10^{15} W) 激光产生电子束，实验在 2009 年由 Fuchs 等人得到验证。第二组在 2008 年由 Nakajima 提出，在红外光波段。此时，桌上型装置要求波荡器周期约为 mm 量级。近期，对桌上型波荡器周期的要求提升到 100 μm “迷你”量级，通过激光加工制成。

当采迷你波荡器时，由于波荡器周期有量级减小，其它相应物理量也要跟着调整。因此，分析时需要一些定标 (scaling) 关系。由 FEL 共振关系

$$\lambda_f = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} \right)$$

再根据 Table 2 中的电子束参数，整理如下结果

$$\begin{aligned} \rho &= 5.3 \times 10^{-2} / \gamma \\ L_{\text{gain}} [\text{m}] &= 3.5 \times 10^{-4} \gamma \\ L_{\text{sat}} [\text{m}] &\cong 7.5 \times 10^{-4} \gamma \end{aligned}$$

为了满足以上要求，目前电子束能量已经容易满足，但是，若要求波荡器整体总长度 ~ 1 m，则电子束能散仍比 Pierce 参数 ρ 所要求达到的目标稍大。

数值模拟采一维、稳态模拟，结果如上面 Fig. 3 所示。三维效应通过谢明拟合公式 (Ming Xie fitting formula) 估算，细节此处不论，可以参考介绍 FEL 的教科书。

这篇论文后半部分描述初步实验设计与结果。由于电子束能量分布仍太宽泛，不足以产生激光过程 (lasing)，这里更多的是验证多数电子能够顺利通过迷你波荡器，参考下图 Fig. 4。

目前实验结果显示，迷你波荡器能够成功与激光尾波加速器配合使用。但是，电子束需要经过更准确控制以避免与波荡器的内壁相互作用并产生明显的韧制辐射。如果要观测到显著的 X 射线波荡器发射，迷你波荡器的长度需要是目前这些实验中使用的原型的多倍才行。

1.4 其它

如上所述，由于设计实验涉及的迷你波荡器周期数仅有 50，不足以产生激光过程 (lasing)，甚至，目前量测到的信号不足以区分是波荡器 (非相干) 辐射或是电子束与迷

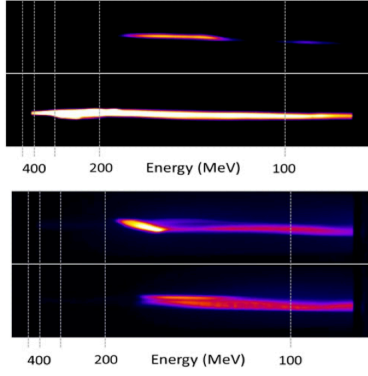


Fig. 5. Electron beam spectra taken without traveling through the undulator (top) and traveling through the undulator (bottom). Although the electron beam charge is slightly reduced after traveling through the undulator the spectral shape is similar. The change in beam charge is within shot-to-shot variability and we estimate that the majority of the electron beam from an LWFA is easily able to pass through an undulator of these dimensions.

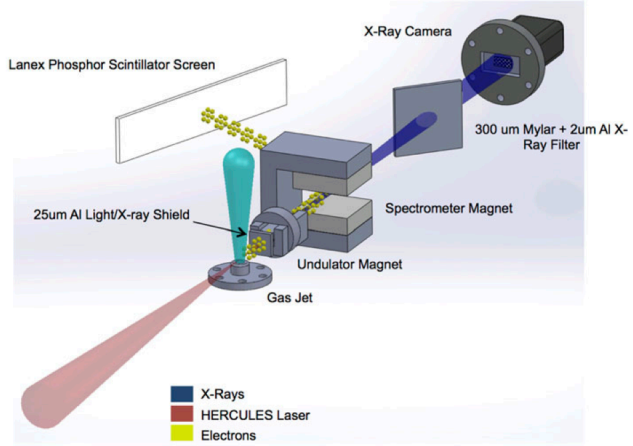


Fig. 4. Diagram of the set-up for preliminary measurements using the micro-undulator in a laser wakefield accelerator set-up.

你结构交互作用产生的宽带 X 射线信号。此外，激光尾场加速器产生的电子中包含暗电流成分，这些暗电流造成背景信号可能包含韧致 (bremsstrahlung) 辐射，后阶段还需进一步探究，参考下图 Fig. 6。

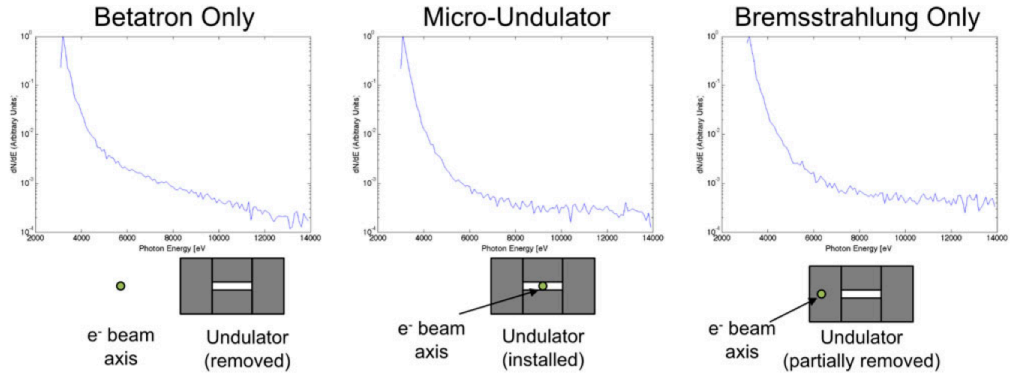


Fig. 6. X-ray spectrum from the experiment under three different conditions (corresponding to the diagrams). The three conditions correspond to (a) the electron beam passing outside the undulator, (b) the electron beam traveling through the undulator, and (c) the electron beam striking the undulator material (generating) bremsstrahlung. Although there is a slight increase in the X-ray signal from the bremsstrahlung case the total photon spectrum is roughly similar. Further work showed that these X rays were mainly caused by a large divergence dark current in the beam.

2 基于渐变波荡器产生的准半周期辐射脉冲 [PRAB 20 08]

Quasi-half-cycle pulses of light from a tapered undulator

2.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：V.A. Goryashko (Uppsala University, 瑞典)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.080703>

2.2 摘要

强场少周期太赫兹 (strong-field few-cycle THz) 脉冲是产生与研究高度非平衡物质态的有力工具。这篇论文提出一种方案，用于产生准半周期 GV/m 尺度的太赫兹脉冲，重复频率为千赫兹 (kHz) 量级。该方案利用经过优化渐变波荡器的预聚束 (prebunched) 电子束产生的相干自发辐射。该方案点子源于基于自由电子激光器中滑移控制的进一步发展 [T. Tanaka, Phys. Rev. Lett. 114, 044801 (2015)]¹。这篇论文还给出了用于产生所需脉冲的波荡器辐射的频谱幅值条件和电子密度分布的相位条件。通过满足适当的渐变波荡器磁场设计满足幅值条件，这篇论文给出了最优的波荡器参数的解析解。为了满足相位条件，相邻电子束团间的距离根据瞬时共振波荡器波长进行调变。

2.3 贡献或创新点

在太赫兹或红外波段，准半周期辐射脉冲是产生与研究高度非平衡物质态的有力工具。目前产生强场少周期太赫兹光脉冲的方式大致有：

- 强激光在非线性晶体中，通过非线性作用，如铌酸锂 (LiNbO₃, lithium niobate)，结合光整形 (optical rectification) 技术 \Rightarrow 中心频率一般低于 5 THz，重频约在 Hz 量级；
- 高能粒子通过多层金属薄膜的穿越辐射 \Rightarrow 要求 GeV、nC 电子束，对小规模加速器而言，中心频率一般低于 5 THz，重频受限于薄膜热负载。

¹<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.114.044801>

- 创新点：这篇论文利用预聚束 (prebunched) 电子束经过优化后的渐变波荡器，产生准半周期太赫兹相干自发辐射。利用超导加速器技术，重频可以提高至 MHz 量级，并且中心频率由共振条件决定，不限于几个 THz 量级。这篇论文还提到，此方案点子源于 Tanaka 的一种基于自由电子激光器中滑移控制产生少周期辐射脉冲的想法。

在周期性的波荡器场中，束团会发射一个周期取决于波荡器场的正弦脉冲。现在，如果波荡器场沿着波荡器的长度发生变化，那么就会产生一个具有频率啁啾的脉冲。当两个相邻束团发射的脉冲在某些点上可以相互干涉时，如果束团之间的间距等于频率啁啾正弦脉冲的其中一个周期，则通过使用间距与频率啁啾脉冲对应周期相等的束团串，就可以产生一个仅有少数几个周期 (few-cycle) 的辐射脉冲。

- 贡献：按这篇论文惯例，impulse 指单个电子束团产生的辐射脉冲；pulse 则是指束团串合成产生的辐射脉冲。这篇论文首先讨论两种情况：quasi-half-cycle pulse 与 frequency-chirp pulse 之间的微妙区别，由下图 Fig. 1 体现。根本区别在于不同频率成分间的相位。

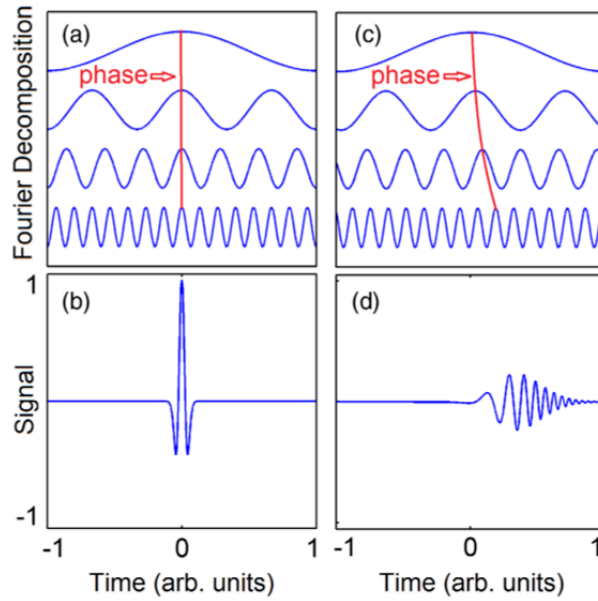


FIG. 1. Schematic illustration of the Fourier decompositions (a) and (c) of the quasi-half-cycle (b) and frequency-chirped (d) pulses, respectively. The quasi-half-cycle pulse is formed by the superposition of in-phase sinusoidal components, whereas the frequency-chirped pulse is composed of the sinusoids with a nonlinear phase shift in between them. The amplitudes of the Fourier components are not to scale.

接着，这篇论文介绍 Tanaka 的点子，通过给出辐射场的时域与频域表示式

$$E(t) = \int E_0 p(t - t_0) n_0 g(t_0) dt_0 \Leftrightarrow E_\omega = E_0 n_0 \int p_\omega g(t_0) e^{i\omega t_0} dt_0 = E_0 n_0 p_\omega g_\omega$$

其中， p 是辐射场 profile， g 是电子束 profile。如果想产生合适的辐射场 E ，那么就要准备对应的电子束分布函数 g 。由此，分别有振幅条件与相位条件

$$|g_\omega p_\omega| = f_\omega, \quad \arg(g_\omega) = -\arg(p_\omega)$$

其中， $f_\omega = \sqrt{2/\pi} \sigma_t^3 \omega^2 e^{-\sigma_t^2 \omega^2/2}$ 是 quasi-half-cycle pulse 的傅立叶频谱函数。Tanaka 在之前的工作中采 $g_\omega = p_\omega^*$ 。

相位条件的调变可以通过改变波荡器磁场 (tapering) 或是调整电子束团串彼此间距得到，参考下图 Fig. 2。

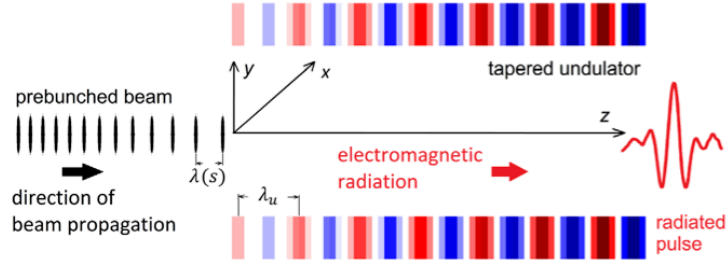


FIG. 2. Schematic of a tapered undulator and a prebunched beam. The distance between the bunches s changes as the radiation wavelength along the undulator impulse λ .

波荡器辐射场求解总结如下。从傅立叶变换开始，

$$E(\vec{r}, t) = \text{Re} \int_0^\infty E_\omega(z) e^{-i\omega(t-z/c)} d\omega.$$

频域电场可以通过求解波方程

$$\left(\nabla_\perp^2 + \frac{2i\omega}{c} \frac{\partial}{\partial z} \right) E_\omega = -i\omega \frac{4\pi}{c^2} j_\omega$$

其中， $j_\omega = \frac{Q}{2\pi\sigma_b^2} \frac{v_x}{v_z} F \exp\left[-\frac{r_\perp^2}{2\sigma_b^2}\right] \exp[i\omega t_e(z)]$ 。利用格林函数法，有

$$G = \frac{1}{4\pi(z-z')} \exp\left[\frac{i\omega|\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp|^2}{2c(z-z')}\right]$$

由此，辐射场频率分解可写成

$$E_\omega = E_\omega^0 \int_0^{L_u} g(z') f_u(z') \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z')} + i\Psi(z') \right] dz'$$

$$\approx \sum_j \sqrt{\frac{2\pi}{|\Psi''(z_{0,j})|}} E_\omega^0 g(z_{0,j}) f_u(z_{0,j})$$

$$\times \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z_{0,j})} + i\Psi(z_{0,j}) + i\frac{\pi}{4} \text{sgn} \Psi''(z_{0,j}) \right]$$

其中，近似符号采 method of stationary phase 得到，此外

$$E_\omega^0 = -\frac{QKF(\omega)}{\pi\sigma_b^2\gamma c}, \quad \Psi(z) = \frac{kr^2}{2R(z)} - \phi(z) + \psi(z)$$

$$w^2 = 2\sigma_b^2 \left[1 + \frac{(L_u - z)^2}{z_R^2} \right], \quad g(z') = \frac{JJ(z')}{\sqrt{1 + (L_u - z')^2/z_R^2}}$$

$f_u(z)$ 表征波荡器渐变磁场。这里的 $z_{0,j}$ 称 stationary point，为沿着波荡器上的几个特殊位置。在这些特殊位置处， f_u 约束了波荡器的磁场。

为了产生 quasi-half-cycle pulse，这篇论文在 Section IV 最后给出了近似的解析公式，有

$$f_u(z) \approx 5.4 \left(\frac{\zeta z}{L_u} \right)^3 + 10 \left(\frac{\zeta z}{L_u} \right)^2 + 4.8 \left(\frac{\zeta z}{L_u} \right)$$

其中， $\zeta = 0.65$ 。

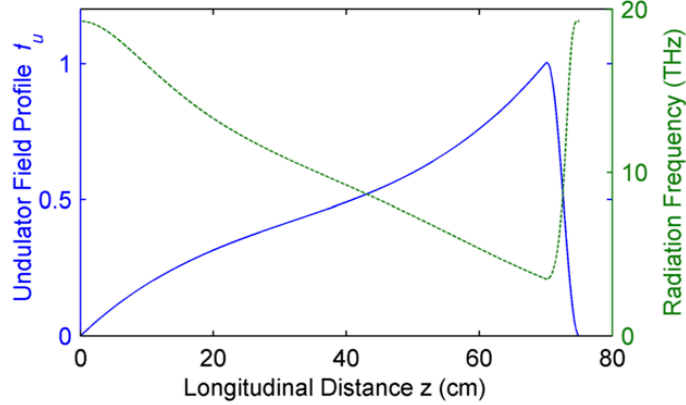


FIG. 5. Optimal undulator field envelope and radiation frequency vs distance in the undulator. $L_u = 70$ cm.

2.4 其它

这篇论文 Section III 给出的理论模型似乎默认波荡器渐变磁场的幅度没有限制，即允许 weak undulator tapering，也允许 strong undulator tapering，值得琢磨。

此外，关于如何产生改变间距的电子束图串，在这篇论文 Section VI 最后两段有简短讨论。

3 主动 Q 开关 X 射线再生放大器自由电子激光 [PRL 131]

Active Q-switched X-Ray Regenerative Amplifier Free-Electron Laser

3.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：Jingyi Tang, Zhen Zhang, Jenny Morgan, Erik Hemsing, and Zhirong Huang (主要机构：SLAC)
- 类型：模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.131.055001>

3.2 摘要

过去十年尽管在 X 射线自由电子激光 (x-ray free-electron laser, XFEL) 有了许多显著进展，但是还未有在既有 XFEL 装置上演示全相干、稳定运行的 X 射线激光。这篇论文描述一种基于主动 Q 开关的 X 射线再生放大器²自由电子激光，用来产生全相干、高亮度、高重频的硬 X 射线自由电子激光。通过简单的电子相空间操控，这个方案能够有效地控制光腔的品质因数 Q 值而控制输出辐射。

3.3 贡献或创新点

当前运行的 XFEL 一般重频较低，因此平均亮度较低。高重频 XFEL 有望能够提供高出衍射极限储存环平均亮度约二至三个数量级，开展潜在的科学新应用。同时，高重频电子束能够分配至不同 FEL 波荡器，并行开展应用。

- 创新点：为了实现 (类似) 振荡器模式的主动 Q 开关，这篇论文考虑调变电子束的能量啁啾。由于在 X 射线波段极窄的 Bragg 反射谱频宽 (< 100 meV)，当谐振腔内的辐射场功率达到输出状态时，此时如果能够通过适当³改变直线加速器导致电子束的能量啁啾，则部分辐射激光场将能够从谐振腔耦合出来，实现主动 Q 开关

²再生放大机制自由电子激光 (RAFEL) 与自由电子激光振荡器 (FELO) 虽然硬件上看不出明显差异，然而它们的物理机制稍有不同。FELO 为低增益过程，利用低损耗的光学谐振腔。RAFEL 则为高增益过程，在硬 X 射线，对光学谐振腔的设计要求可以较 XFEL 为缓和，对电子束重频的要求也可以适当降低，因为辐射场经历高增益过程，可承受较多圈导致的损耗。

³由于 Bragg 反射谱很窄，调变啁啾的范围很小，不至于影响 FEL 增益过程。

X 射线再生放大器自由电子激光。

有别于此方案，目前多数提出的基于 XFEL 振荡器的耦合输出一般采特殊的光学传输设计，需要对腔体光学进行调控，例如：使用晶体的薄膜鼓膜部分、腔体内光栅、分光器、钻孔钻石镜，或掺杂的金刚石镜等。这些操作可能降低晶体品质，或者较薄的晶体或光栅容易受热变形等。

基于主动 Q 开关 X 射线再生放大器自由电子激光原理如下图 Fig. 1，其中，在 Bragg 窗口内的辐射场逐圈逐圈循环，将用来调制波荡器入口新鲜的电子束，在窗口外的辐射场则耦合到谐振腔外部作为输出。

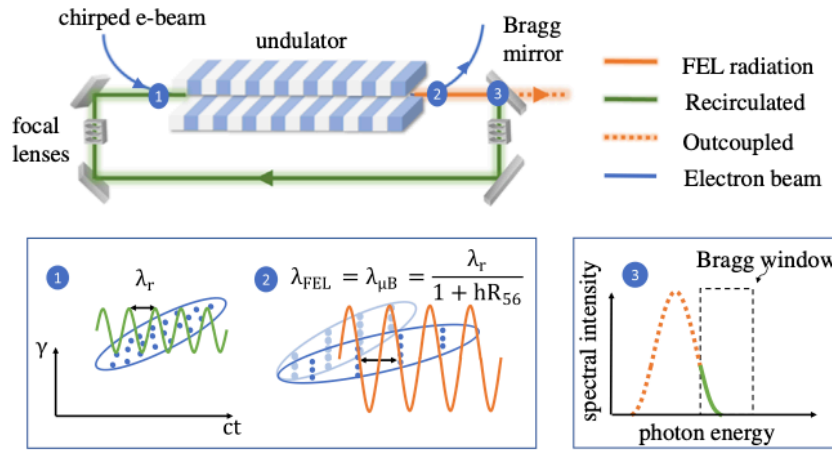


FIG. 1. Illustration of an electron-beam-based Q -switching scheme for an XRA FEL. Insets 1 and 2: electron longitudinal phase space evolution and FEL process. A chirped electron beam (blue line) will be slightly compressed or decompressed by the undulator (see text for details), resulting in a shift in the microbunching and the FEL wavelengths ($\lambda_{\mu B}$ and λ_{FEL}). Inset 3: the FEL radiation (orange line) spectrum is effectively switched out of the narrow reflection bandwidth of the Bragg mirror for output (orange dashed line). The remaining portion of the spectrum within the reflection window (green line) is recirculated to seed the next electron beam.

- 贡献：这篇论文先给出存在能量啁啾 $h = \frac{d\gamma/\gamma_0}{cdt}$ 的电子束在波荡器中的辐射场特性，其中心频率将存在一定量偏移

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{4}{3}h\lambda_r N_u$$

此偏移量也可以通过束团压缩得到，细节此处不论。接着，这篇论文考虑三种模拟情况，其中，第一种假设逐圈注入的电子束具有同样的能量啁啾。参数总结如

Table I.

TABLE I. Electron Beam and Cavity Parameters.

Parameter	Case I	II	III	Units
Beam energy, E	8.0	8.0	3.0	GeV
Beam repetition rate,	0.1	0.1	1.0	MHz
Cavity round-trip length, L_c	300	100	100	m
Embedded undulator length,	128	46	46	m
Undulator strength K	1.657	1.657	0.675	
Undulator period, λ_u	2.6	2.6	1.0	cm
Resonant photon energy, $\hbar\omega_r$	9.83	9.83	6.95	keV
Beam peak current, I		2		kA
Beam rms duration		20		fs
Normalized emittance, $\gamma\epsilon_x, \gamma\epsilon_y$		0.3, 0.3		μm
Uncorrelated energy spread		1.0		MeV
Beam energy chirp	0.33	0.33	0.25	MeV/fs

对第一种情况, 前面五发电子束产生的辐射场的一小部分在谐振腔里循环五圈, 经历衰减后再由后面注入的电子束经过高增益 FEL 过程增加, 最终逐渐达到稳态。达到稳态后, 辐射输出相对稳定, 由于在单次经过波荡器中已进入饱和阶段, 不受啁啾抖动影响。部分模拟结果如下图 Fig. 2。

考虑 start-to-end 模拟, 对真实束团分布情况, 达到饱和需要更多新鲜注入的电子束团。考虑模拟接近真实情况下的啁啾抖动影响, 有下图 Fig. 5 结果。

对第二种情况, 考虑前六发注入的电子束团不存在能量啁啾 (flat), 则发出的辐射场可以较好地在谐振腔内循环, 直到准备将辐射场引出时, 再注入存在能量啁啾的电子束使经过波荡器时改变辐射场频谱中心频率, 当其在 Bragg 窗口外时耦合引出。部分模拟结果如下图 Fig. 3。

3.4 其它

存在能量啁啾的电子束对经过波荡器, 产生 SASE FEL 辐射场频谱的影响, 分析可参考 Refs. [1, 2]。

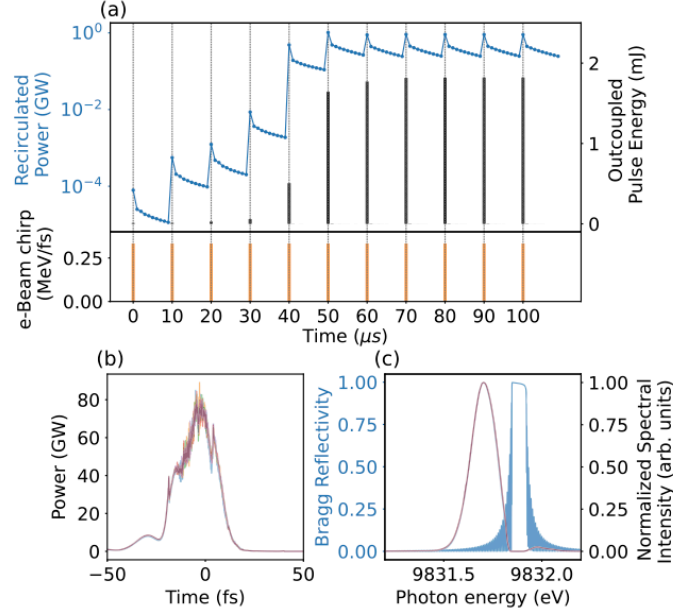


FIG. 2. Case I: Electron-beam-based Q -switching scheme with 100-kHz 8-GeV electron beam and 300-m cavity round-trip distance. (a) Recirculated and outcoupled power evolution as a function of time with FEL starting from shot noise. Each dot represents a recirculation pass in the cavity. Orange bars in the lower inset indicate the passes where a chirped electron is involved and amplifies the recirculated radiation. (b) Five shots of outcoupled radiation power profile after reaching steady state. (c) Five shots of normalized on-axis spectra outcoupled from the cavity. The blue curve represents the on-axis reflectivity of diamond (400).

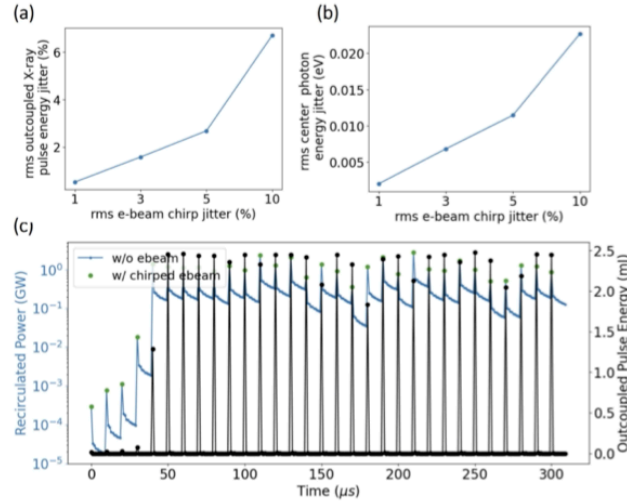


FIG. 5. Simulation of electron-beam-based Q -switching scheme with electron energy chirp jittering. (a) (b) Stability of the outcoupled pulse as a function of e-beam chirp jitter. (c) The intra-cavity power buildup process with 10% rms energy chirp jittering.

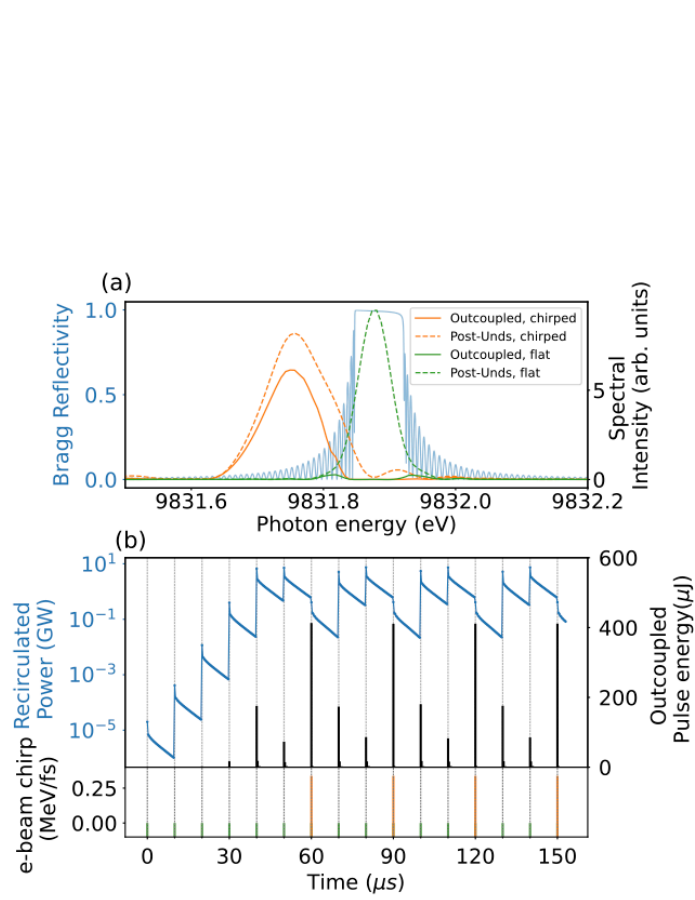


FIG. 3. Case II: Electron-beam-based Q switching scheme with 100-kHz 8-GeV electron beam and 100-m cavity round-trip distance. Flat and chirped electron beams are used alternatively to build the intracavity power and outcouple radiation. (a) On-axis spectrum of FEL radiation from flat electron beam (green) and chirped electron beam (orange). Solid curves are the spectra outcoupled from the first Bragg mirror while dashed curves are the spectra at the undulator exit. (b) Recirculated and outcoupled power evolution as a function of time with FEL starting from shot noise. Bars in the lower plot show the pass with electron beams, with green ones representing the flat electron beams and orange ones the chirped electron beams.

参考文献

- [1] S. Krinsky and Z. Huang, Frequency chirped self-amplified spontaneous-emission free-electron lasers, Phys. Rev. ST Accel. Beams 6, 050702 (2003). <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.050702>
- [2] Z. Huang, Y. Ding, and J. Wu, Three-dimensional analysis of frequency-chirped FELs, SLAC- PUB-14236. <https://accelconf.web.cern.ch/FEL2010/papers/mopb28.pdf>

4 分析相对论短束团契伦科夫辐射的一般方法 [PRL 113]

Cherenkov Radiation from Short Relativistic Bunches: General Approach

4.1 基本信息

- 分类：尾场与阻抗计算
- 作者：S. S. Baturin and A. D. Kanareykin (圣彼得堡国立电子技术大学, LETI, 俄罗斯)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.113.214801>

4.2 摘要

近年来，由于其在生物医学成像、光子晶体结构、超材料和束流物理等新应用方面取得的进展，对切伦科夫辐射 (Cherenkov radiation) 产生了新的兴趣。这些新应用要求将切伦科夫辐射理论扩展到比最初考虑的更为复杂的介质和结构。我们提出了一种新的通用方法，用于分析任意慢波导向系统中相对论性短束团⁴的切伦科夫场和损耗因子 (loss factor)。这种新的分析方式通过考虑一个通用的积分关系来得到，从而允许计算电荷附近的场：

$$\iint_{S_V} E_z^V(0) dS = -\frac{q}{2\epsilon_0}$$

所提出的方法极大地简化了使用切伦科夫辐射运动源附近的解析场进行模拟的过程。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：对求解短束团情况下的短程尾场函数，这篇论文
 1. 将粒子经过结构产生的尾场视为一种切伦科夫辐射，于是，求解尾场的问题转变为求解切伦科夫辐射场。
 2. 利用既有的圆柱形结构的解析结果，求解其它结构的问题通过保角或共形映射 (conformal mapping) 得到。

⁴束团长度何谓短？这里的长短是相对的，短束团指的是纵向束团长度与结构的特征波长（基模波长）相比而言短得多，或者说阻抗中的低频部分。

- 贡献：这篇论文先定义损耗因子 κ 与尾场函数 (wake function) w 及尾势 (wake potential) W 的关系，有

$$W(s) = \sum_n \kappa_n w_n(s), \quad \kappa = W(0) = \sum_n \kappa_n$$

其中，下标 n 表示第 n 个本征模。这里不考虑谐振腔结构，因此假设最低阶模。

接着，这篇论文通过 Maxwell-Ampere 全电流定律 $\int_{l_\perp} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_{S_\perp} \left(\frac{\partial D_z}{\partial t} + \rho V \right) dS$ ，经过对相对论粒子经过尾场结构的论证 (参考下图 Fig. 1)，得到类似于高斯定律的如下积分关系：

$$\iint_{S_V} E_z^V(0) dS = -\frac{q}{2\varepsilon_0}$$

其中， S_V 为同行、围绕在源粒子、在真空通道的 pancake $\zeta = Vt - z$ 面积范围。当纵向 ζ 积分通过 $\zeta = 0^+$ 时，将有

$$\iint_{S_V} E_z^V(0^+) dS = -\frac{q}{\varepsilon_0}$$

此即 fundamental theorem of beam loading。

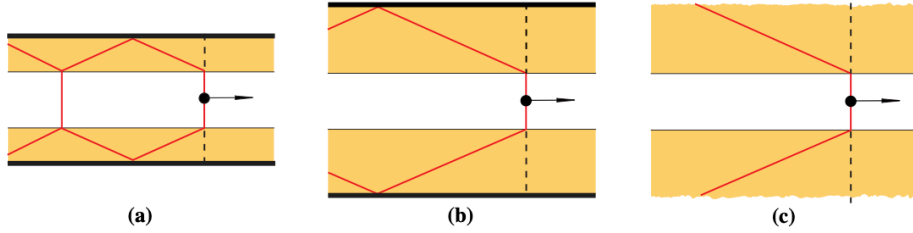


FIG. 1 (color online). Cherenkov wakefield cones of a pointlike charge moving along (a) a waveguide with a thin arbitrary slowdown layer on a metal surface; (b) waveguide with a thick layer; (c) infinite medium.

由以上结果，可以得到完美圆柱形结构的解析结果，在源粒子附近后方的测试粒子位置，有

$$E_z^c(0) = -\frac{q}{2\pi a_c^2 \varepsilon_0}, \quad E_z^c(0^+) = -\frac{q}{\pi a_c^2 \varepsilon_0}$$

以此作为已知结果，求解其它结构的问题将通过保角或共形映射 (conformal mapping) 得到。参考下图 Fig. 2，如果 Fig. 2(a) 的情况有解，则 Fig. 2(b,c,d) 可以通过选择适当的保角映射得到对应不同结构的解。

比如，对于同样完美圆柱形结构，但现在考虑偏心情况，则利用适当的保角映射 $\omega \rightarrow \psi : \psi = a_c^2 \frac{\omega - r_0}{a_c^2 - \omega r_0}$ ，积分关系根据映射，以下定理成立

$$\iint E_z^c dS_\psi = \iint E_z^c J dS_\omega$$

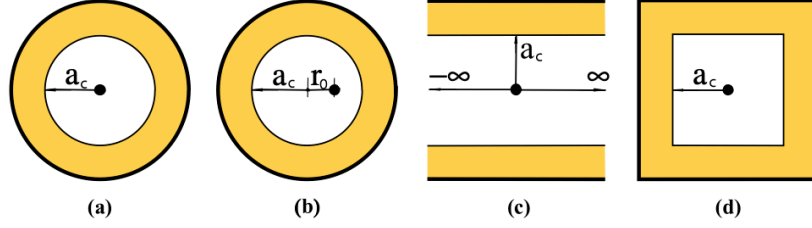


FIG. 2 (color online). Cross section of the considered metal waveguides with slowdown layers (yellow): (a) cylindrical, (b) cylindrical with displaced charge, (c) planar, and (d) square.

其中, J 为 Jacobi 矩阵的行列式值。以求解偏心情况的尾场函数为例, 有

$$J = \left| \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|^2 = \left| \frac{d}{d\omega} a_c^2 \frac{\omega - r_0}{a_c^2 - \omega r_0} \right|^2 = \frac{a_c^4 (a_c^2 - r_0^2)^2}{[a_c^4 + r^2 r_0^2 - 2r r_0 a_c^2 \cos(\varphi)]^2}$$

对方形截面波导结构的尾场可以通过如下映射得到, 细节此处不论。

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{f}} \int_0^\psi \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}$$

其中, $f = \frac{\pi}{2} \left[\frac{\Gamma(\frac{5}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})} \right]^2 \approx 0.86$ 。

这篇论文最后给出 Table 1, 总结不同结构得到的 loss factor κ 。分析发现, 点状源粒子的 loss factor 与材料特性无关, 即对介质壁或金属电阻壁的结果一样。

TABLE I. Longitudinal loss factors for various cross sections of the waveguides [see Figs. 2(a), 2(c), 2(d)], and the kick for cylindrical waveguides (small offsets) [Fig. 2(b)].

Cylindrical	Planar	Square	Cylindrical; kick factor
$\kappa_c = (2\pi a_c^2 \epsilon_0)^{-1}$	$\kappa_p = (2\pi a_c^2 \epsilon_0)^{-1} (\pi^2/16)$	$\kappa_{sq} = 0.86(2\pi a_c^2 \epsilon_0)^{-1}$	$\kappa_\perp^c = 2(\pi a_c^4 \epsilon_0)^{-1} [1 + 3(r_0/a_c)^2]$

4.4 其它

以上分析不考虑结构特性, 对于实际情况, 比如存在结构的阻抗边界条件 (impedance boundary conditions, IBC)、非理想导体情况 (Leontovich conditions), 这篇论文的分析方式仍适用, 细节讨论可参考 [1]。

参考文献

- [1] S. S. Baturin and A. D. Kanareykin, Analytical Loss Factors in Approximation of the Leontovich Boundary Conditions. <https://arxiv.org/abs/1409.0209>

5 经过任意波导截面的相对论粒子尾场的一种新的计算方法 [PRAB 19 05]

New method of calculating the wakefields of a point charge in a waveguide of arbitrary cross section

5.1 基本信息

- 分类：尾场与阻抗计算
- 作者：S.S. Baturin and A.D. Kanareykin (Euclid Techlabs)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.051001>

5.2 摘要

一个新的方法用于计算通过一种纵向均匀结构，并覆盖有任意减速（介电、电阻或波纹）材料的层的相对论点电荷粒子上的切伦科夫尾场。这篇论文基于保角映射方法对这些场的表达式进行了严格推导，这些表达在粒子的横截面上是有效的。这种新的分析方式将使损耗因子（loss factor）的计算简化为从任意横截面到圆盘的保角映射函数的简单推导。

这篇论文将这些结果推广到具有任意横向分布的束团，通过在粒子的横截面上导出二维格林函数。因此，首次得到了电场 E_z 在最常用的圆柱形、平面形和椭圆形横截面几何形状上的解析表达式。该提出的方法显著减少了数值模拟需要的时间，并在自由电子激光和直线对撞机应用中为优化短程尾场效应开辟了新的可能性。

5.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文基于保角映射（conformal mapping）技巧分析短束团、短程尾场，并讨论这些解析表达式在束团的横截面分布范围是有效的。对一般情况，这种创新的分析方式将使尾场与损耗因子的计算简化为从任意横截面到圆盘的保角映射函数的简单推导，如示意图 Fig. 1。

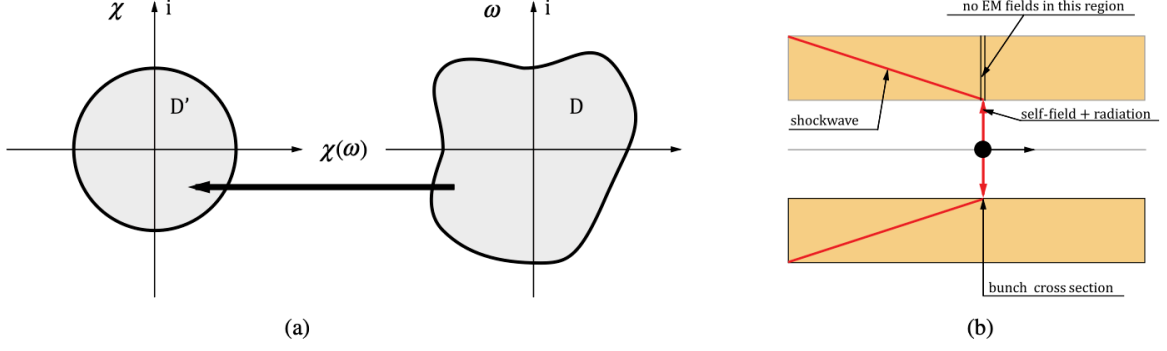


FIG. 1. (a) Definition of the conformal map from the ω plane to the χ plane. (b) Schematic of the shock wave formation process.

- 贡献：既有的许多尾场或阻抗分析需要将问题从时域变换到频域，进行模式展开，然后，为了进行实际数值计算，通常需要在某阶截断。对短束团来说，准确估算尾场效应（如：束流崩溃不稳定性 BBU）一般需要展开/保留到更高阶，将造成解析与数值挑战。这篇论文给出的结果为准确解析解，因此在某些情况下可以免除数值计算带来的挑战。

Ref. [1] 仅给出在点源粒子平面上的纵向尾场，或者说在 $\zeta = 0$ 处的 loss factor。这个工作给出的尾场仍在 $\zeta = 0$ 处的横向场（还没有沿着源粒子后方 ζ 的函数依存关系），但允许束团不再是点源，而是存在横向分布。注意，这篇论文仍未给出一般实用的尾场分析形式，其在该论文作者稍后的一个工作中体现 [2]。

从 Maxwell 方程开始，在 Section II 得到真空截面内，纵向电场与磁场以保角变换函数的表示式

$$E_z^0 = -\frac{2Q}{a^2} \operatorname{Re} [f'(\omega, \omega_0)^* f'(\omega_0, \omega_0)]$$

$$H_z^0 = -\frac{2Q}{a^2} \operatorname{Im} [f'(\omega, \omega_0)^* f'(\omega_0, \omega_0)]$$

其中， $\chi(\omega) = f(\omega, \omega_0)$ 。此式可看成二维格林函数解。接着，在 Section III 给出横向洛伦兹力的表示式，有

$$F_{\perp} = \frac{4qQ\theta(\zeta)\zeta}{a^2} f''(\omega, \omega_0)^* f'(\omega_0, \omega_0)$$

其中， θ 为 Heaviside 阶梯函数。

这篇论文 Section V 则给出几种不同情况下的尾场计算，包含

1. 圆柱形波导结构的 $E_z(r, r_0, \phi, \phi_0)$
2. 平行板波导结构的 $E_z(x, y, a)$

3. 矩形金属波导结构的 E_z
4. 椭圆形波导结构的 $E_z(x, y, a, b)$

最后，这篇论文附录给出关于短程横向、纵向尾场函数的上限估算。

5.4 其它

在这篇论文 Section I 结束之前，区分了自场 (self-fields) 与尾场 (wakefields) 的区别。这篇论文讨论的对象为尾场，或称切伦科夫辐射场。自场可以视为是库仑场在远程 (如，远于 Debye 长度) 近似下的一种特殊情况。

注意，这篇论文采 CGS 单位制。

参考文献

- [1] S. S. Baturin and A. D. Kanareykin, Cherenkov Radiation from Short Relativistic Bunches: General Approach, Phys. Rev. Lett. 113, 214801 (2014). <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.113.214801>
- [2] S.S. Baturin, G.Andonian, and J.B. Rosenzweig, Analytical treatment of the wakefields driven by transversely shaped beams in a planar slow-wave structure, Phys. Rev. Accel. Beams 21,121302 (2018). <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.21.121302>

6 具有横向分布的束团经历平面慢波结构时产生的尾场的解析分析 [PRAB 21 12]

Analytical treatment of the wakefields driven by transversely shaped beams in a planar slow-wave structure

6.1 基本信息

- 分类：尾场与阻抗计算
- 作者：S.S. Baturin, G.Andonian, and J.B. Rosenzweig (主要机构：芝加哥大学)
- 类型：理论、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.21.121302>

6.2 摘要

这篇论文提出一种简单的分析模型，研究一般在尾场加速器应用中，在平面结构中使用横向椭圆驱动束来抑制横向尾场效应的物理现象，并揭示该现象背后的几何特性。通过分析所提出的模型，这篇论文推导了纵向和横向尾势对束团椭圆度 (ellipticity)，即 σ_x/a ，的比例关系。这篇论文表明，在尾场加速器应用中，使用高度椭圆形束有利于缓解横向尾场效应，同时保持足够的加速场。作为此分析工具在尾场加速器的实际应用，这篇论文考虑了两种比例策略：

- 孔径比例缩放 (aperture scaling)，即保持恒定的电荷以获得与圆柱结构中相同的加速梯度；
- 电荷比例缩放 (charge scaling)，即孔径与圆柱结构相同，但增加电荷以匹配加速梯度。

6.3 贡献或创新点

- 创新点：为了有效抑制束流崩溃不稳定性 (beam breakup instability, BBU)，一般将直线加速器中的束团压扁，比如束团在两个 y - z 平行板中⁵，使形成高度椭圆的状态有利于抑制不想要的横向力。对这个既有结果的观察早期从数值模拟得到，现

⁵板宽 $a \gg \sigma_x$ ，此时， $E_z \propto \frac{1}{\sigma_x}$ ， $F_{\perp} \propto \frac{1}{\sigma_x^3}$ 。

在这篇论文通过创新的解析方法，揭示现象背后的几何特性。方法基于保角映射，可视为上面两篇导读的一种实际应用。

- 贡献：这篇论文先总结先前结果，给出纵向尾场与横向洛伦兹力的格林函数解⁶

$$E_z^{0+}(\omega, \omega_0) = -\frac{4Q}{a^2} \Re[f'(\omega, \omega_0)^* f'(\omega_0, \omega_0)]$$

$$F_{\perp}(\omega, \omega_0, \zeta) = \frac{4qQ\theta(\zeta)\zeta}{a^2} f''(\omega, \omega_0)^* f'(\omega_0, \omega_0)$$

其中， Q 是驱动电荷， q 为测试电荷， a 为横向尺寸， $\zeta = ct - z > 0$ 表“后方”， θ 为 Heaviside 函数， $\omega = x + iy$, $F_{\perp} = F_x + iF_y$, \Re 表示取实部， $f(\omega, \omega_0)$ 表示保角映射函数， ω_0 对应到变换后的圆心。

一个系列变换参考下图 Fig. 1，在水平平行板中，先转 90° 成垂直平行板，再变换为圆，最后将 χ_0 移至圆心。

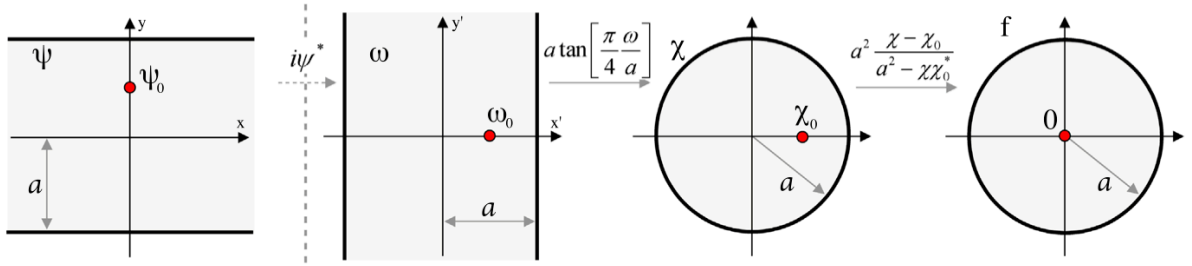


FIG. 1. Initial plane ψ and schematics of the conformal mapping of the ω plane.

由上变换，可得横纵向尾场函数，有

$$w_{\parallel}(\psi, \psi_0) = -\frac{E_z^{0+}}{Q} = \frac{\pi^2}{4a^2} \Re \left\{ \left[\operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{4} \frac{\psi - \psi_0^*}{a} \right) \right]^2 \right\}$$

$$w_{\perp}(\psi, \psi_0) = \frac{F_{\perp}^{\psi}}{qQ} = -\frac{\pi^3 \theta(\zeta) \zeta}{8a^3} \left[\operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{4} \frac{\psi^* - \psi_0}{a} \right) \right]^2 \tanh \left(\frac{\pi}{4} \frac{\psi^* - \psi_0}{a} \right)$$

其中， $\psi = x + iy$ 。注意到，这里的纵向尾场表示式不含 ζ ，横向尾场则 $\propto \zeta$ 。与局部纵向坐标 ζ 的函数依存关系可以视为一阶修正 [1]。因此，该作者系列工作可视为分析短程尾场。

细节不论，这篇论文后半部引入 flatness 参数 $\kappa = \sigma_x/a$ ，讨论这些“短程”尾场随横向束团尺寸、横向结构尺寸的关系，参考下图 Fig. 5。

⁶此解视为束团尾场的上限，因为格林函数表征的是点源的贡献，整体束团的尾场为此解的卷积，其值只能持平或减少。

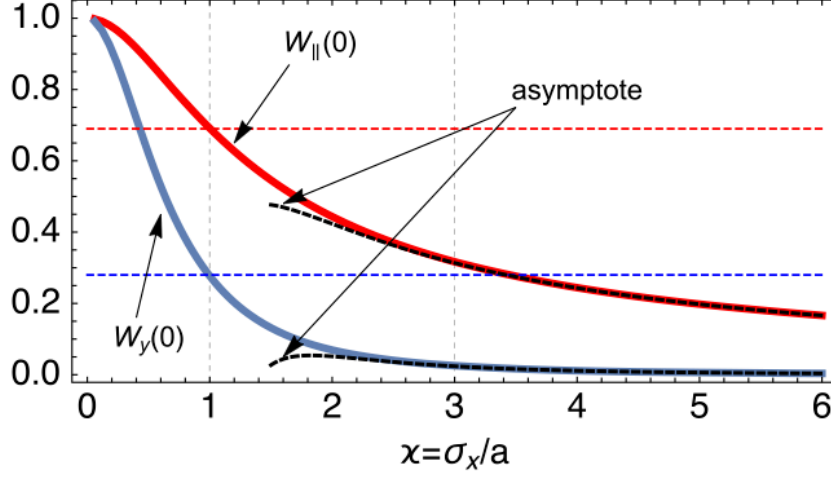


FIG. 5. Normalized maximum of the longitudinal wake potential (red) and maximum of the y-component of the transverse wake potential (blue) for the Gaussian distribution as a functions of the σ_x/a . Dashed lines are asymptote given by Eqs. (20) and (21).

束团尾场的近似表示式有

$$W_{\parallel}^{\sigma_x} \approx \frac{4}{a^2} \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\kappa} - \frac{2}{3\kappa^3} \right) \propto \frac{1}{\sigma_x}$$

$$W_y^{\sigma_x} \approx \frac{8(y+y_0)\zeta\theta(\zeta)}{a^4} \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\kappa^3} - \frac{2}{\kappa^5} \right) \propto \frac{1}{\sigma_x^3}$$

在尾场加速器应用中，当 $\kappa \approx 3$ 时，可以抑制横向尾场，同时保留足够的纵向尾场用来加速粒子。

6.4 其它

注意，这篇论文采 CGS 单位制。这篇论文的结果被应用到计算 L 型褶皱结构的短程尾场，可参考 [1]。

参考文献

- [1] Weilun Qin, Martin Dohlus, and Igor Zagorodnov, Short-range wakefields in an L-shaped corrugated structure, Phys. Rev. Accel. Beams. 26, 064402 (2023). <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.26.064402>