

加速器束流动力学期刊论文导读 (2023 年 4 月)

受“京师物理”公众号启发,我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊,与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布,在 http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article 可以找到过去的导读文档。限于成员水平,导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流,我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2023 年 4 月) 结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]	jcytsai@hust.edu.cn
周剑晖	[6]、[8]、[??]、[??]	
李嘉鹏	[??]	

目录

1	金属-空气粗糙面表面波的色散关系 [PRA 94]	
	Dispersion relation of a surface wave at a rough metal-air interface	3
2	色散傍轴光学系统中的时空脉冲传播 [OE 24]	
	Spatial and temporal pulse propagation for dispersive paraxial optical systems	7
3	尾场非线性导致的纵向不稳定性饱和	
	Saturation of longitudinal instability due to nonlinearity of the wake field	10
4	相对论离子束团的储存环电子冷却设计	
	Storage-ring Electron Cooler for Relativistic Ion Beams	13
5	针对高能强子束的电子冷却储存环设计 [PRAB 24]	
	Ring-based electron cooler for high energy beam cooling	16
6	储存环中宽带自放大自发相干太赫兹同步辐射的观测 [PRL 89]	
	Observation of Broadband Self-Amplified Spontaneous Coherent Terahertz Synchrotron Radiation in a Storage Ring	22
7	宽频域可调的太赫兹电子束团串方案获实验验证	
	Widely tunable electron bunch trains for the generation of high-power narrowband 1-10 THz radiation	27
8	储存环中纵向单束不稳定性的一种机制 [PA 51]	
	A mechanism of longitudinal single-bunch instability in storage rings	29

1 金属-空气粗糙面表面波的色散关系 [PRA 94]

Dispersion relation of a surface wave at a rough metal-air interface

1.1 基本信息

- 分类：尾场、阻抗分析
- 作者：Igor Kotelnikov and Gennady Stupakov (主要机构：BINP)
- 类型：理论
- 链接：<https://journals.aps.org/prabstract/10.1103/PhysRevA.94.053847>

1.2 摘要

这篇论文推导了在金属-空气界面存在粗糙情况下的表面波 (surface wave, SW) 的色散关系。与之前的工作不一样的地方在于，这里的分析假设粗糙面贡献的阻抗与由于有限电导率贡献的阻抗在同一个数量级。作为讨论，这篇论文将得到的色散关系应用到在太赫兹波段的表面波实验量测结果，并与经典的 Drude 模型预测结果比较。

比较结果似乎表明，将表面粗糙度 (h, q) 与有限电导率 (σ) 的贡献都考虑之后，表面波的传输距离 $L_{y,z}$ 仅与先前理论模型预测结果短了一倍。与实验数据比较仍有一至两个数量级的差异。

1.3 贡献或创新点

- 创新点：根据这篇论文第一部分介绍，多数分析方式为一般考虑表面粗糙度时忽略金属有限电导率，或是考虑电导率时忽略表面粗糙度。这篇论文同时考虑两者对表面波传播时在同一数量级的影响。此外，多数分析涉及计算表面粗糙度的等效介电系数 $\varepsilon(\omega)$ ，这篇论文采用表面阻抗概念 (与应用 Leontovich 条件有关)。
- 贡献：忽略表面粗糙度，一般分析给出金属-空气界面表面波的色散关系，有

$$k_z = k \sqrt{\frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}}, \quad \kappa_y = k \sqrt{-\frac{1}{1 + \varepsilon}}$$

其中， $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ 。套用到金属情况下，常用的介电系数有两种模型：

$$\cdot \varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \text{ 其中, } \omega_p \text{ 为等离子体振荡频率;}$$

$$\cdot \varepsilon = 1 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}.$$

一般对较低频段 (如太赫兹或红外光等) 电磁波, 采后者。则上面的色散关系可以化简为

$$k_z \approx k \left(1 - \frac{\xi^2}{2} \right), \quad \kappa_y \approx ki\xi$$

定义表面阻抗为

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = (1 - i) \sqrt{\frac{\omega}{8\pi\sigma}}$$

以下采 $\xi = \xi' + i\xi''$ 对实部与虚部的符号约定。表面波在金属面上两个方向的传输长度为

$$\frac{1}{L_y} \equiv \text{Re } \kappa_y = \text{Re}(ki\xi) = -k\xi''$$

$$\frac{1}{L_z} \equiv \text{Im } k_z = \text{Im} \left(k - k\xi^2/2 \right) = -k\xi'\xi''$$

这里假设表面波往 z 方向传, 金属板在 y 方向上。 $y = 0$ 表示金属板平面。

这篇论文 Section III 考虑一维凹槽结构、Section IV 考虑二维凹槽结构, 然后在 Section V 考虑表面粗糙度的阻抗分析。对一维凹槽结构, 有

$$y = \mu h \sin(qz)$$

其中, h, q 为表征凹槽的参数。对二维凹槽结构, 可以类似地以如下方式描述

$$F = y - \mu h \sin(\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} + \psi)$$

以下考虑一维情况, 在凹槽结构附近, 不妨将磁场写成¹

$$H_x(y, z) = H_{0x}(y, z) + \delta H_x(y, z)$$

其中, H_{0x} 为不存在凹槽时的磁场, $\delta H_x(y, z)$ 为受凹槽结构扰动的磁场。两者的解形式可以大致写为

$$H_{0x}(y, z) = H_0 e^{ik_z z - \mu^2 x_y y}$$

与

$$\delta H_x(y, z) = \mu B_+ e^{i(k_z+q)z - \sqrt{(k_z+q)^2 - k^2} y} + \mu B_- e^{i(k_z-q)z - \sqrt{(k_z-q)^2 - k^2} y}$$

两者的叠加必须满足 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + k^2 H_x = 0$$

¹该论文 Eq. (15) 可能存在笔误。

由此可以决定 $k_z \pm q$ 中只有一个分量为传播模式，另一个分量为指数衰减。基于此方程得到磁场后，电场可以通过全电流定律 $\mathbf{E} = \frac{i}{k} \times \mathbf{H}$ 得到。

这里的分析将 κ_y 视为自由参数，由于凹槽结构不同而异。 k_z 则通过 κ_y 与电磁波频率而定，有

$$k_z = \sqrt{k^2 + (\mu^2 \kappa_y)^2}$$

注意到，这里与一般分析不太一样。一般分析将 k_z 与 κ_z 视为都是待定的物理量。

此处分析的关键一步为引入 Leontovich 边界条件，有如下形式

$$\mathbf{E}_t = \mu^2 \xi [\mathbf{n} \times \mathbf{H}]$$

将切向电场与磁场代入 Leontovich 边界条件，按 μ 阶数分解，零阶有 $0 = 0$ ，为 trivial case。一阶决定 B_{\pm} 系数，有

$$B_{\pm} = -\frac{ikqhH_0}{2\sqrt{(k \pm q)^2 - k^2}}$$

二阶决定 κ_y 与 B_{\pm} 的二阶贡献 (此处略去)，有

$$\kappa_y = ik\xi + \frac{h^2 k^2 q^2}{4\sqrt{q(q-2k)}} + \frac{h^2 k^2 q^2}{4\sqrt{q(2k+q)}}$$

由此可以求得一维凹槽结构的表面阻抗。

这篇论文 Section V 讨论表面粗糙度的阻抗。首先，通过推广凹槽的量化定义

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{q}} f(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \rightarrow \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} f(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}$$

接着，按照类似分析，最终可以得到粗糙表面的阻抗，有

$$\bar{\xi} = \xi + \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \frac{q_z^2 k G(\mathbf{q})}{\sqrt{k^2 - q_x^2 - (k - q_z)^2}}$$

对于粗糙表面相关函数为高斯的表面结构，有 $G(\mathbf{q}) = \pi \delta^2 a^2 e^{-|\mathbf{q}|^2 a^2 / 4}$ ，可以得到解析形式的阻抗公式，为

$$\bar{\xi} = \xi + \frac{\delta^2}{a^2} \left[-i \frac{\sqrt{\pi}}{2} k a + \frac{2}{3} k^4 a^4 \right]$$

值得注意的是，方括弧中的 $-i \frac{\sqrt{\pi}}{2} k a$ 在过去既有文献中没有出现，但是此项可能有感性贡献。

1.4 其它

这篇论文在 Section V 的最后讨论了实验量测结果与既有 Drude 模型与现在理论模型预测结果的差异。似乎表明，将表面粗糙度 (h, q) 与有限电导率 (σ) 的贡献同时考虑之后，表面波的传输距离 $L_{y,z}$ 仅与先前理论模型预测结果短了一倍。与实验数据比较仍有一至两个数量级的差异。参考下表。

TABLE I. Parameters of the surface waves.

	L_y , mm	L_z , mm
Flat metal	14.6	14.3×10^3
Rough ideal conductor	16.1	5.8×10^{12}
Rough metal	7.7	7.5×10^3
Experiment [16]	16	116

注意，这篇论文采 CGS 单位制。

关于介电系数的物理图像的一些解释：介电系数可以视为需要多少电荷以产生一单位的电场，介电系数越大，表示需要越多的电荷以产生相同大小的电场。对理想导体，由于内部不能存在电场，因此需要无限大电荷才能产生有限大的电场。此种解释为 DC 情况。对于 AC 情况，金属的介电系数不再是无限大。

2 色散傍轴光学系统中的时空脉冲传播 [OE 24]

Spatial and temporal pulse propagation for dispersive paraxial optical systems

2.1 基本信息

- 分类：激光光学
- 作者：G. Marcus (SLAC)
- 类型：理论
- 链接：<https://opg.optica.org/oe/fulltext.cfm?uri=oe-24-7-7752&id=338692>

2.2 摘要

描述色散傍轴光学系统中的时空脉冲传播最早由 Kostenbader 提出，使用 4×4 射线-脉冲 (ray-pulse) 矩阵。这篇论文推广其理论框架至 6×6 矩阵，包含了横向非分离、横向两个维度见的时空耦合与时间上包含至二阶相位的色散效应。这篇论文推导了基于 Fresnel 近似的修正惠更斯积分，并应用到傍轴近似的色散光学传输系统。此外，这篇论文还给出高斯分布超短激光脉冲传输的简明公式。

2.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文基于 Kostenbader 矩阵描述，从 4×4 推广到 6×6 形式，能够描述窄带、超短激光脉冲在一般情况下的线性传输。
- 贡献：从定义六维相空间坐标开始

$$\begin{bmatrix} x \\ \theta_x \\ y \\ \theta_y \\ t \\ f \end{bmatrix}_o = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_o}{\partial x_i} & \frac{\partial x_o}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial x_o}{\partial y_i} & \frac{\partial x_o}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial x_o}{\partial t_i} & \frac{\partial x_o}{\partial f_i} \\ \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial x_i} & \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial y_i} & \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial t_i} & \frac{\partial \theta_{x_o}}{\partial f_i} \\ \frac{\partial y_o}{\partial x_i} & \frac{\partial y_o}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial y_o}{\partial y_i} & \frac{\partial y_o}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial y_o}{\partial t_i} & \frac{\partial y_o}{\partial f_i} \\ \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial x_i} & \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial y_i} & \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial t_i} & \frac{\partial \theta_{y_o}}{\partial f_i} \\ \frac{\partial t_o}{\partial x_i} & \frac{\partial t_o}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial t_o}{\partial y_i} & \frac{\partial t_o}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial t_o}{\partial t_i} & \frac{\partial t_o}{\partial f_i} \\ \frac{\partial f_o}{\partial x_i} & \frac{\partial f_o}{\partial \theta_{x_i}} & \frac{\partial f_o}{\partial y_i} & \frac{\partial f_o}{\partial \theta_{y_i}} & \frac{\partial f_o}{\partial t_i} & \frac{\partial f_o}{\partial f_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_x \\ y \\ \theta_y \\ t \\ f \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} A_{xx} & B_{xx} & A_{xy} & B_{xy} & 0 & E_{xf} \\ C_{xx} & D_{xx} & C_{xy} & D_{xy} & 0 & F_{xf} \\ A_{yx} & B_{yx} & A_{yy} & B_{yy} & 0 & E_{yf} \\ C_{yx} & D_{yx} & C_{yy} & D_{yy} & 0 & F_{yf} \\ G_{tx} & H_{tx} & G_{ty} & H_{ty} & 1 & I_{tf} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_x \\ y \\ \theta_y \\ t \\ f \end{bmatrix}_i$$

其中，有些矩阵元素根据光学传输系统的特性已经予以化简。为了描述激光脉冲的电场函数，采惠更斯积分，在 Fresnel 近似下，在位置 \mathbf{r}_0 的电场可以写成

$$E(\mathbf{r}_o) = e^{-ikL_0} \int_{-\infty}^{\infty} K(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i) E(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i$$

其中, L_0 是轴上参考脉冲的路径长度。核函数有

$$K(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i) = \frac{i}{|\mathbf{B}|^{1/2} \lambda_0} e^{-\frac{i\pi}{\lambda} (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}_i - 2\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{r}_o + \mathbf{r}_o \cdot \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{r}_o)}$$

这篇论文尝试将上式推广, 考虑窄带、时变场, 在傍轴近似下, 可写成

$$E_o(x_o, y_o, t_o) = \iiint K(x_o, x_i, y_o, y_i, t_o, t_i) E_i(x_i, y_i, t_i) dx_i dy_i dt_i$$

上式中的核函数为

$$K(x_o, x_i, y_o, y_i, t_o, t_i) \propto e^{-i2\pi L(x_o, x_i, y_o, y_i, t_o, t_i)/\lambda_0}$$

注意到, 这里的推广并不是单纯的推广, 在该论文附录 A 有些讨论。将电场表示式中的 L 展开至二阶, 有

$$E_o(x_o, y_o, t_o) = \Delta \iiint E_i(x_i, y_i, t_i) \exp \left[-\frac{i\pi}{\lambda_0} \begin{pmatrix} x_i \\ x_o \\ y_i \\ y_o \\ T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta & \varepsilon \\ \beta & \eta & \mu & \rho & \kappa \\ \gamma & \mu & v & \sigma & \psi \\ \delta & \rho & \sigma & \tau & \omega \\ \varepsilon & \kappa & \psi & \omega & \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_o \\ y_i \\ y_o \\ T \end{pmatrix} \right] dx_i dy_i dt_i$$

由此, 我们只要知道 α, β, \dots 等与 Kostenbauder 矩阵元素的关系, 则可以从光学传输线获得这些系数。具体形式稍微冗长, 可参考该论文附录 B。可以证明, 传输矩阵 \mathbf{M} 保辛。

对于输入激光脉冲为高斯分布的情况, 以上积分可以解析积出, 虽然形式看似复杂, 但是可以表示成 \mathbf{Q} 矩阵形式, 有

$$E_i(x_i, y_i, t_i) = \exp \left\{ -\frac{i\pi}{\lambda_0} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ -t_i \end{pmatrix}^T \mathbf{Q}_i^{-1} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ t_i \end{pmatrix} \right\}$$

其中,

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} \\ -Q_{13} & -Q_{23} & Q_{33} \end{bmatrix}_i$$

写成 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 矩阵形式, 有

$$\mathbf{Q}_o = [\mathbf{A}\mathbf{Q}_i + \mathbf{B}][\mathbf{C}\mathbf{Q}_i + \mathbf{D}]^{-1}$$

对一维情况, 明显退化为束线光学矩阵结果

$$q_o = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}$$

2.4 其它

这篇论文分析中提到，稍微偏离参考脉冲频率的那些成分，可以等价地视为部件的 misalignment。关于 Kostenbauder 的原始论文，可参考 [1]。

参考文献

- [1] A.G. Kostenbauder, Ray-pulse matrices: a rational treatment for dispersive optical systems, IEEE J. Quantum Electron. 26, 1148-1157 (1990). <https://ieeexplore.ieee.org/document/108113>

3 尾场非线性导致的纵向不稳定性饱和

Saturation of longitudinal instability due to nonlinearity of the wake field

3.1 基本信息

- 分类：非线性集体效应
- 作者：S. Krinsky (BNL)
- 类型：理论
- 链接：<https://ieeexplore.ieee.org/document/4333899/>

3.2 摘要

一般来说，描述束团集体效应时假设纯光学传输过程为线性。对大振幅振荡的情况，描述集体效应是一个困难的问题。目前还没有合适的分析工具能够适当地处理 Vlasov 或 Fokker-Planck 方程。这篇论文考虑一个宏粒子，受单模 RF 谐振腔影响，采用 Bogoliubov 与 Mitropolsky 的平均法，研究非线性集体效应（由于尾场的非线性而）达到饱和的动力学过程。这篇论文还讨论了极限或渐进情况下，存在同步辐射阻尼与否的振荡振幅。

3.3 贡献或创新点

- 创新点：首次引入处理非线性动力微分方程的 Bogoliubov-Mitropolsky 平均法。分析一基于宏粒子模型的非线性集体效应动力学过程，给出渐进结果。
- 贡献：传统的小振幅、线性化动力学过程的分析涉及如下方程

$$\frac{d^2 x(s)}{ds^2} + x(s) = \lambda \sum_{p=1}^{\infty} \exp(-p\Gamma T_0) \cos[p\alpha + x(s - p\mu) - x(s)]$$

其中,

$$\begin{aligned}
s &= \omega_s t \\
x(s) &= \omega_r \tau (s/\omega_s) \\
\alpha &= w_e T \\
\mu &= \omega_s T_0 \\
\lambda &= \frac{\omega_r}{\omega_s^2} \frac{\alpha_c N e^2}{E_0 T_0} 2\Gamma R, \quad \Gamma = \omega_r/2Q
\end{aligned}$$

对纯光学情况, 其解可以写成

$$\begin{aligned}
x(s) &= \sqrt{J(s)} \cos \theta(s) \\
\frac{dx}{ds} &= -\sqrt{J(s)} \sin \theta(s)
\end{aligned}$$

继续以下分析之前, 做如下假设:

$$x(s - p\mu) - x(s) = \sqrt{J}(\cos(\theta - p\mu) - \cos \theta)$$

其中, 引入了 J 。在 p 不是太大的情况下, 此假设不影响 $\sum_{p=1}^{\infty}$ 求和。 J 与 θ 应遵循的运动方程为

$$\begin{aligned}
\frac{dJ}{ds} &= -2\lambda\sqrt{J} \sin \theta \sum_{p=1}^{\infty} \exp(-p\Gamma T_0) \cos \left[p\alpha + 2\sqrt{J} \sin \frac{p\mu}{2} \sin \left(\theta - \frac{p\mu}{2} \right) \right] \\
\frac{d\theta}{ds} &= 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{J}} \cos \theta \sum_{p=1}^{\infty} \exp(-p\Gamma T_0) \cos \left[p\alpha + 2\sqrt{J} \sin \frac{p\mu}{2} \sin \left(\theta - \frac{p\mu}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

这篇论文讨论了 $\sqrt{J} \ll 1$ 情况, 即小振幅情况, 可以得到既有的分析结果, 即 Eq. (11)。细节此处不论。

现应用 Bogoliubov-Mitropolsky 平均法, 考虑如下的只保留 $p = 1$ 的简化情况

$$\begin{aligned}
\frac{dJ}{ds} &= -2\lambda\sqrt{J} \sin \theta \cos \left[\alpha + 2\sqrt{J} \sin \frac{\mu}{2} \sin \left(\theta - \frac{\mu}{2} \right) \right] \\
\frac{d\theta}{ds} &= 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{J}} \cos \theta \cos \left[\alpha + 2\sqrt{J} \sin \frac{\mu}{2} \sin \left(\theta - \frac{\mu}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

将如下猜解形式代入

$$\begin{aligned}
\frac{dJ}{ds} &= \lambda \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n(J) \exp(in\theta) \\
\frac{d\theta}{ds} &= 1 + \lambda \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(J) \exp(in\theta)
\end{aligned}$$

则 J 与 θ 的解可以写成 I 与 ψ 形式

$$\begin{aligned} J &= I + \lambda \xi(I, \psi) + \mathcal{O}(\lambda^2) \\ \theta &= \psi + \lambda U(I, \psi) + \mathcal{O}(\lambda^2) \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} \xi &= \sum_{n \neq 0} \frac{G_n(I)}{in} \exp(in\psi) \\ U &= \sum_{n \neq 0} \frac{A_n(I)}{in} \exp(in\psi) \end{aligned}$$

Bogoliubov-Mitropolsky 平均法巧妙处在于, 这里的 I 与 ψ 满足如下一组微分方程

$$\begin{aligned} \frac{dI}{ds} &= \lambda X_0(I) + \lambda^2 X_1(I) + \mathcal{O}(\lambda^3), \\ \frac{d\psi}{ds} &= 1 + \lambda \Omega_0(I) + \lambda^2 \Omega_1(I) + \mathcal{O}(\lambda^3) \end{aligned}$$

其中的 I 方程随 s 演化与 ψ 无关。因此, I 就可以通过对 s 积分求解。注意, 这里的 λ 表征束团电荷量, 为集体效应相关项。

这篇论文最后讨论了两个极端情况, 一为 $\tau_{\text{gr}} < \tau_{\text{rad}}$ (几乎没有集体效应或是辐射阻尼很强), 一为 $\tau_{\text{gr}} \ll \tau_{\text{rad}}$ (集体效应主宰)。两种情况在 $t \rightarrow \infty$ 时, 同步振荡振幅 I 的渐进结果 [分别为 Eq. (25) 与 (26)] 不同。

4 相对论离子束团的储存环电子冷却设计

Storage-ring Electron Cooler for Relativistic Ion Beams

4.1 基本信息

- 分类：磁聚焦结构设计
- 作者：F. Lin, Y.S. Derbenev, D. Douglas, J. Guo, G. Krafft, V.S. Morozov, Y. Zhang, and R.P. Johnson (主要机构：JLab)
- 类型：设计
- 链接：<https://arxiv.org/abs/1605.02594>

4.2 摘要

对 GeV 量级的离子束，使用电子冷却 (electron cooling) 技术的局限在于：

- 电子冷却效率随能量提高而下降；
- 产生强流高品质电子束的困难²。

这篇论文给出一种同时解决两个难点的方案，即通过电子束天然的同步辐射阻尼效应。方案的适用范围由以下效应局限：对低能离子束，由于电子束能量也降低了，同步辐射阻尼效应自然也减小；对高能离子束，由于电子束能量提高了，同步辐射量子激发效应将使电子束稳态能散增加。

4.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文给出的设计方案为双能量储存环，包含两个部分：cooling section 与 damping section。在 cooling section 中，电子束参数由设计的最佳冷却效率决定。在 damping section 中，电子束参数则由其最佳同步辐射阻尼衰减率决定。电子在两个 sections 的能量不一样，其能量差由能量回收超导直线加速器 (ERL) 调整。此外，电子束在在两个 sections 的形态不同，在 cooling section 为磁化束 (magnetized beam 或称 canonical-angular-momentum dominated beam, CAM beam)，在 damping section 为寻常的扁平束 (flat beam)。期间需要 round-to-flat 或 flat-to-round beam transformer。下图 Fig. 2 给出这个设计中，电子束的纵向相空间示意图。解释的细节可以参考该论文 Section II。

²具体的初步设计参数参考表 1。

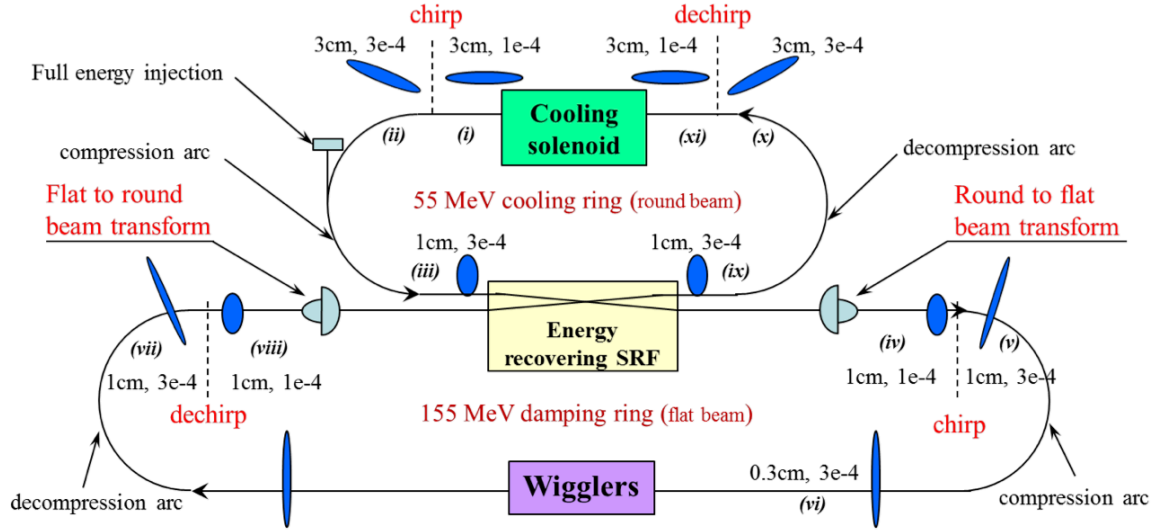


Figure 2: A complete scheme on the beam transport in the whole storage-ring electron cooler. The electron beam information, in terms of bunch length and energy spread, along the storage ring is indicated by Roman numerals.

- 贡献：这篇论文给出基于此设计概念的实际磁聚焦结构初步设计，光学参数如下图 Fig. 3，其中，在 cooling section/solenoid 的电子束参数要求总结在 Table 1。

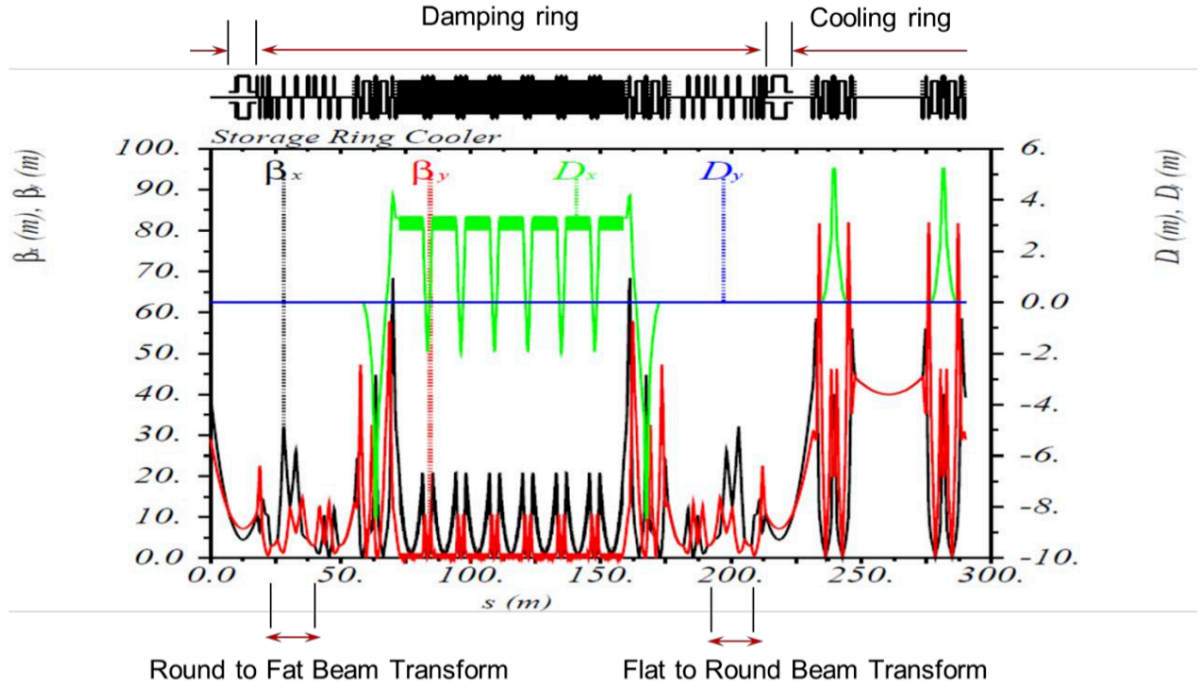


Figure 3: Optics of a prototype storage-ring electron cooler.

Table 1: Design parameters of the cooling electron beam in the JLEIC at Jefferson Lab.

Parameter	Unit	
Energy	MeV	20-55
Current	A	0.5-1
Repetition rate	MHz	476
rms bunch length	cm	3
Normalized emittance*	$\mu\text{m-rad}$	100-500
Energy spread	10^{-4}	1
Solenoid field	T	2
Solenoid length	m	20-30

* This is the large canonical emittance (drift emittance) determining the beam size in the cooling section.

5 针对高能强子束的电子冷却储存环设计 [PRAB 24]

Ring-based electron cooler for high energy beam cooling

5.1 基本信息

- 分类：设计与束流动力学
- 作者：H. Zhao, J. Kewisch, M. Blaskiewicz, and A. Fedotov (主要机构：BNL)
- 类型：设计、模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.043501>

5.2 摘要

Brookhaven National Laboratory (BNL) 的电子-离子对撞机 (electron-ion collider, EIC) 项目已经被提出作为下一代核物理的实验装置。为了达到物理目标的设计，由于束内散射 (intrabeam scattering, IBS) 且没有同步辐射阻尼效应，强子束的冷却变得非常重要。这篇论文提出一种基于储存环的电子冷却装置设计。这里的储存环为单能量电子储存环，电子在环中除了在特定区域被用来冷却强子束，在环的剩余区域将通过同步辐射阻尼效应“自我冷却”。既然作为储存环，设计时，许多效应就必须仔细考虑，如：光学传输、色品校正、动力学孔径、辐射阻尼、量子激发、束内散射等。此外，多圈情况下，电子束与强子束的束-束散射 (beam-beam scattering, BBS) 也成为可能的问题。

这篇论文考虑如上所述的几个效应，讨论束团寿命与不稳定性。这里的储存环设计有一特点，在 cooling section 中有效利用了色散特性，因此重新分配了束团在横纵方向上的冷却率。最后，这篇论文计算了在 EIC 设计情况下，运行质子束的性能；指出此设计能够提供在 275 GeV 能量下达到设计指标的质子束。

5.3 贡献或创新点

- 创新点：这里的储存环设计有一特点，在 cooling section 中有效利用了色散特性，因此重新分配了束团在横纵方向上的冷却率。这么做应基于一个假设：强子束的横向 y 方向不需要冷却。在 Ref. [1] 中，则限制 cooling solenoid 为消色散段。由于储存环为单能量电子储存环，电子在环中除了在特定区域被用来冷却强子束，在环的剩余区域将通过同步辐射阻尼效应“自我冷却”。在 Ref. [1] 中的设计的电子束

则采用两个不同能量，利用 ERL SRF 调整。此外，在 cooling section 中，这篇论文考虑的是非磁化电子束；在 Ref. [1] 中则采用磁化电子束。与 Ref. [1] 相比，这篇论文讨论了束-束散射效应。

- 贡献：这篇论文 Section III 针对冷却环 lattice 设计给出基本介绍，Section IV 考虑了作为储存环应该考虑的一些效应，如：IBS、辐射阻尼、量子激发、束-束散射、动力学孔径、束流寿命、集体效应等。

Section IV.A 针对前三个效应对束团横向发射度的估算，通过

$$\frac{d\{\epsilon \text{或} \delta_p\}}{dt} = (-2\lambda_{\text{damp}} + \lambda_{\text{IBS}} + \lambda_{\text{BBS}}) \{\epsilon \text{或} \delta_p\} + C_q$$

其中， $C_q = 2\lambda_{\text{damp}}\epsilon_{\text{nat}}$ 表征量子激发效应的贡献。辐射阻尼 λ_{damp} 与 C_q 由 lattice 光学参数决定，但是 λ_{IBS} 与 λ_{BBS} 则逐圈随着束团参数改变而变。 λ_{BBS} 的计算根据 Hazeltine 公式，有 $\lambda_{\text{BBS},x} = \langle \dot{v}_x^2 \rangle / 2\sigma_{vx}^2$ ，其中

$$\begin{aligned} \langle \dot{v}_x^2 \rangle &= \frac{\gamma_{ei} n_i}{(2\pi)^3 \sigma_{v_{ex}} \sigma_{v_{ey}} \sigma_{v_{es}} \sigma_{v_{ix}} \sigma_{v_{ijy}} \sigma_{v_{is}}} \\ &\times \frac{L_{\text{cool}}}{C} \int d^3u \left\{ \frac{u^2 - u_x^2}{u^3} \frac{1}{\sigma_{v_{ex}}^2} I_{x,2} I_{y,0} I_{s,0} \right. \\ &\quad - \frac{u_x u_y}{u^3} \frac{1}{\sigma_{v_{ey}}^2} I_{x,1} I_{y,1} I_{s,0} \\ &\quad \left. - \frac{u_x u_s}{u^3} \frac{1}{\sigma_{v_{es}}^2} I_{x,1} I_{y,0} I_{s,1} \right\} \end{aligned}$$

其中， $\gamma_{ei} = \frac{e_e^2 e_i^2 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_e^2}$ ， $I_{m,n} = I\left(\frac{1}{2\sigma_{v_{em}}^2}, \frac{1}{2\sigma_{v_{im}}^2}, u_m, n\right)$ ，

$$\begin{aligned} I(\alpha, \beta, u, 0) &= \sqrt{\frac{\pi}{\alpha + \beta}} \exp\left(-\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} u^2\right) \\ I(\alpha, \beta, u, 1) &= -\frac{\beta u}{\alpha + \beta} I(\alpha, \beta, u, 0) \\ I(\alpha, \beta, u, 2) &= \left[\frac{1}{2(\alpha + \beta)} + \frac{\beta^2 u^2}{(\alpha + \beta)^2} \right] I(\alpha, \beta, u, 0). \end{aligned}$$

对于 y, z 方向的增长率 $\lambda_{\text{BBS},y,z}$ ，按类似方式计算。计算结果如该论文 Fig. 5，发现 $\lambda_{\text{BBS},z}$ 与 λ_{IBS} 大概在同一个数量级，表示此效应在分析中不能忽略。

Section IV.B 则利用 ELEGANT 估算动力学孔径。Section III.C 则针对束流寿命进行评估。Touschek 寿命按 ELEGANT 结果估算，大约 55 秒，可以再优化。量子寿命则将 Piwinski 的一维分析推广至三维，在不考虑集体效应情况下，束团分

布函数 w 与密度通量 (flux of density) $I_{x,y,p}$ 满足

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial I_x}{\partial \epsilon_x} + \frac{\partial I_y}{\partial \epsilon_y} + \frac{\partial I_p}{\partial \delta_p^2} = 0$$

略去细节, 最终可得到三维情况下的量子寿命公式

$$\frac{1}{\tau} = A_x^2 A_y^2 A_p^2 \left(k_x e^{-\frac{A_x^2}{2}} + k_y e^{-\frac{A_y^2}{2}} + k_p e^{-\frac{A_p^2}{2}} \right)$$

其中,

$$\begin{aligned} k_{x,y,p} = & \frac{1}{(A_{p,x,y}^2 - A_{x,y,p}^2)^2 (A_{y,p,x}^2 - A_{x,y,p}^2)^2} \\ & \times \{ \lambda_{x,y,p} [A_{x,y,p}^2 (A_{x,y,p}^2 - A_{y,p,x}^2 - A_{p,x,y}^2) + A_{y,p,x}^2 A_{p,x,y}^2] \\ & + 2A_{x,y,p}^2 (2\lambda_{x,y,p} - \lambda_{y,p,x} - \lambda_{p,x,y}) \\ & + 2A_{y,p,x}^2 (\lambda_{p,x,y} - \lambda_{x,y,p}) \\ & + 2A_{p,x,y}^2 (\lambda_{y,p,x} - \lambda_{x,y,p}) \} \end{aligned}$$

当动力学孔径在其它两个方向非常大而可忽略时, 上面结果退化到一维情况 $\tau = \exp\left(\frac{A^2}{2}\right) / (\lambda A^2)$ 。

Section IV.D 讨论集体效应。在阻尼扭摆器中, 目前仅考虑电阻壁效应, CSR 效应仍需要谨慎处理。目前考虑的 CSR 效应为相对低频或长波长情况, 受到金属屏蔽效应。利用 Boussard 条件得到的阻抗阈值约

$$\left| \frac{Z}{n} \right|^{\text{thr}} = \frac{\sqrt{2\pi\alpha} E \delta_p^2 \sigma_s}{e I_b R} = 49 \text{ m}\Omega$$

电阻壁效应的贡献 $\left| \frac{Z}{n} \right|_{\text{eff}}^{\text{RW}} = \frac{(1-i)C}{2\pi b \sigma_c \delta_{\text{skin}} n_{\text{eff}}} = (1-i)20 \text{ m}\Omega$, 在阈值以下。初步分析, CSR 的贡献 $|Z/n|_{\text{eff}}^{\text{CSR}} = 0.1\Omega$ 在阈值以上。

类似地, 对于横向模式耦合不稳定性, 根据 Boussard 条件得到的阻抗阈值约

$$Z_{\perp}^{\text{thr}} = \frac{2E w_0 Q_s \tau_L}{e I_b \bar{\beta}_{\perp}} = 2.0 \text{ k}\Omega/\text{m}$$

电阻壁的影响根据 Panofsky-Wenzel 定理估算, 有 $Z_{\perp}^{\text{RW}} = \frac{2R}{b^2} \left| \frac{Z}{n} \right|_{\text{eff}}^{\text{RW}} = (1-i)3.2 \text{ k}\Omega/\text{m}$, 稍微超过阈值。可以通过选择较大金属尺寸的管壁缓解。

关于电子储存环初步给出的设计参数可以参考如下 Table III。

这篇论文最后一部分给出离子束冷却的模拟。这里的冷却段允许存在色散, 因此不同维度间的冷却率可能重新分配。冷却分析包含 IBS 效应, 采用 Bjorken-Mtingwa

TABLE III. Electron beam parameters in the ring cooler.

Beam energy [MeV]	149.8
Relativistic factor γ	293.1
Number of electrons per bunch	3×10^{11}
Peak current [A]	48.3
Number of bunches	135
Average current [A]	4.4
rms emittance (x/y) [nm]	21/18
rms momentum spread	8.9×10^{-4}
rms bunch length [cm]	12
Required rf voltage [kV]	6.1
Synchrotron tune Q_s	1.63×10^{-3}
Maximum space charge (x/y)	0.19/0.21
Damping rates (x/y/s) [s^{-1}]	32/32/64
IBS rates (x/y/s) [s^{-1}]	54/53/68
BBS rates (x/y/s) [s^{-1}]	-0.4/1.0/49
Dynamic aperture (x/y/s)	$6 \sigma/6 \sigma/13 \sigma$
Momentum aperture	0.79%
Quantum lifetime [hour]	2.8
Touschek lifetime [s]	< 55

模型，非磁化束。对高能粒子，束团的纵向温度比起横向温度低得多，因此两个维度的冷却率不一样。传统基于磁化束的电子冷却，可以通过冷却束团的磁化程度调整冷却率（增加横向冷却率）。这里则利用 cooling section 的色散特性调整。色散对电子束与离子束都有影响。在不同方向的冷却率对电子、离子的色散强度的扫描如下图 Fig. 9

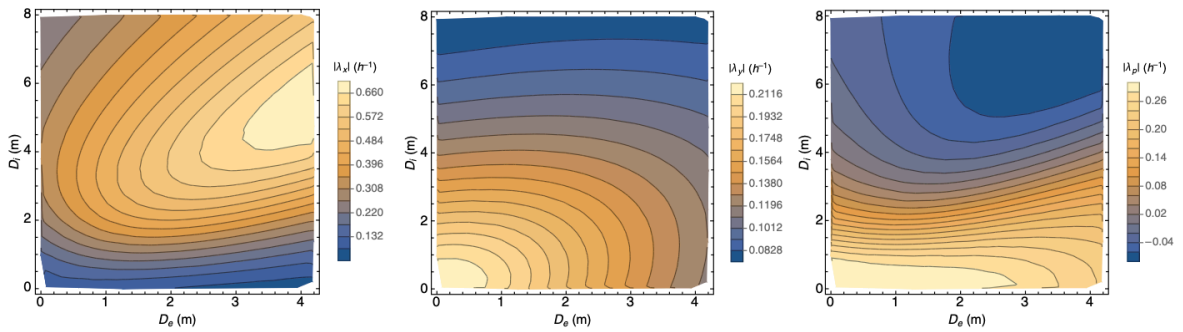


FIG. 9. Dependence of the cooling rate on dispersions.

关于存在色散情况下的冷却分析细节，此处不论，可参考这篇论文作者的相关工作 [4]。这篇论文在 Section V 最后提到，色散在束-束散射与 IBS 效应还没有自洽地考虑，即计算中使用的束团分布函数未必是稳态时的分布函数。此外，在 cooling section 中，电子与离子的束团尺寸还没有完全匹配。

最后，比较 IBS 对离子束发射度的影响与存在电子冷却情况下的发射度。

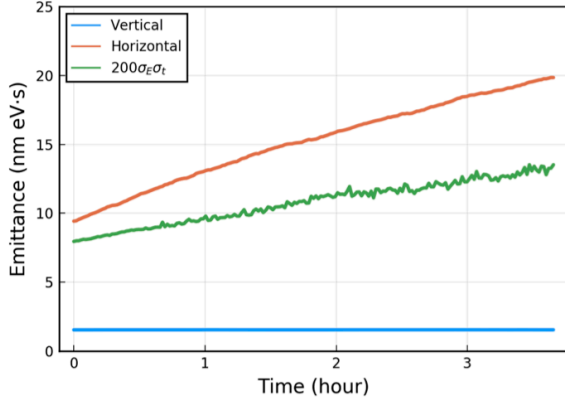


FIG. 1. Emittance growth of the 275 GeV proton beam caused by IBS.

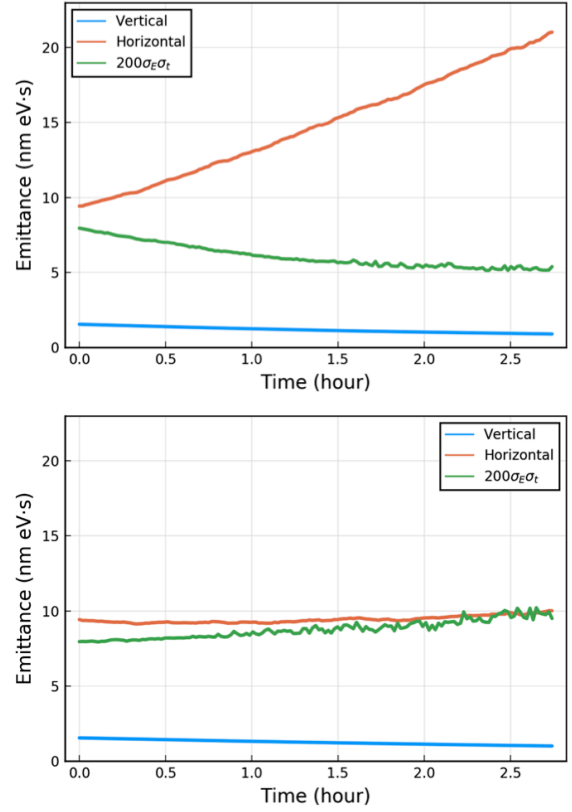


FIG. 11. The evolution of the hadron beam emittance during cooling (upper plot: $D_i = 0\text{ m}$, $D_e = 0\text{ m}$; bottom plot: $D_i = 2.5\text{ m}$, $D_e = 2\text{ m}$).

5.4 其它

关于离子与电子的束-束散射效应，碰撞项估算根据 Hazeltine 公式，可以参考 [2]。一维 Piwinski 的量子寿命分析可以参考 [3]。

参考文献

- [1] F. Lin, Y. Derbenev, D. Douglas, J. Guo, R. P. Johnson, G. Krafft, V. Morozov, and Y. Zhang, Storage-ring electron cooler for relativistic ion beams. <https://arxiv.org/pdf/1605.02594.pdf>
- [2] R. Hazeltine, Coulomb collision operator, IFS Technical Report No. 1140, 2006. https://w3fusion.ph.utexas.edu/ifs/ifsreports/1140_Hazeltine.pdf

- [3] A. Piwinski, Beam losses and lifetime (1985). <https://cds.cern.ch/record/165148/files/p432.pdf>.
- [4] H. Zhao and M. Blaskiewicz, Rate redistribution in dispersive electron cooling, Phys. Rev. Accel. Beams 24, 083502 (2021). <https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.083502>

6 储存环中宽带自放大自发相干太赫兹同步辐射的观测 [PRL 89]

Observation of Broadband Self-Amplified Spontaneous Coherent Terahertz Synchrotron Radiation in a Storage Ring

6.1 基本信息

- 分类: 相干同步辐射 (CSR)、微波不稳定性 (Microwave instability)
- 作者: J. M. Byrd, W. P. Leemans, A. Loftsdottir, B. Marcelis, Michael C. Martin, W. R. McKinney, F. Sannibale, T. Scarvie, and C. Steier (主要机构: Lawrence Berkeley National Laboratory)
- 类型: 实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.89.224801>

6.2 摘要

最近在多个储存环上观察到了远红外和毫米波长的相干同步辐射爆发 (burst)[1, 2, 3], 并且已经提出了“微波不稳定性”作为这种爆发的理论解释。然而, 微聚束的机制尚待阐明。这篇文章提供了首个证明爆发是由于束团中同步辐射驱动的微聚束不稳定性的证据。在 Advanced Light Source (ALS) 进行观测的结果与所提出的微聚束模型预测的值一致。这篇文章提出的这些结果证明了高能同步辐射源的一种新的不稳定状态, 并可能影响未来光源的设计。

6.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇文章提出了首个 CSR 爆发的实验证据, 该证据表明微聚束模型预测的不稳定性阈值与 CSR 爆发的观测阈值相对应。文章中给出了所测量的 ALS (1.9 GeV 的电子储存环) 的 CSR 爆发。此外, 对于不同的电子束能量和束长, 在两个波长下分别测量了不稳定性的阈值。这篇文章中测量的这些数据结果与理论模型显示出良好的一致性。

此外, 这篇文章使用 Heifets 和 Stupakov 所提出的理论模型 [4] 作为实验的比较, 该模型预测了电子储存环中相干同步辐射激发的微聚束不稳定性。通过该模型, 可以推导出一个给出不稳定性和 CSR 爆发的电流阈值 (下式假设没有处于微波不稳

定性状态，并且使用自然束长和能散)。

$$I_b > A \frac{1}{f_0 h^{1/2} V_{\text{rf}}^{1/2} \left[1 - \left(\frac{U_0}{e V_{\text{rf}}} \right)^2 \right]^{1/4}} \frac{\alpha^{3/2}}{\rho^{11/6} J_s^{3/2}} \frac{\gamma^{9/2}}{\lambda^{2/3}}$$

其中， I_b 是每个束团的平均电流； $A = (m_0 e c^6 C_q^3)^{1/2} / 2\pi^{1/3} r_0$ ； r_0 是电子经典半径； δ_0 是相对能散； σ 是 rms 束长以及 λ 是微扰波长。需注意，该方程适用于 $\sigma > \frac{\lambda}{2\pi}$ 的高斯分布和小于真空腔截止波长的 λ 。这篇文章的一些数据如下：

文章中的数据	
Dipole bending radius ρ (m)	4.96 (normal magnets)
Momentum compaction factor α	1.37×10^{-3}
Harmonic number h	328
Revolution frequency f_0 (MHz)	1.5233
RF peak voltage V_{rf} (MV)	1.3
Longitudinal partition number J_s	1.75
C_q (m)	3.832×10^{-13}

因为在 ALS 中，36 个常温弯转磁铁其中的 3 个被超导弯转磁铁取代。新的偶极铁保持相同的弯转角度，但具有不同的半径 (1.46 m)。为了能更好的将实验观测结果与理论模型进行对比，需要对上式中的弯转半径进行修正：

$$\rho^{11/6} = \frac{(\rho_{\text{sc}}^{1/3} + 11\rho_n^{1/3})}{12} \left(\frac{\rho_{\text{sc}}\rho_n(\rho_n + 11\rho_{\text{sc}})}{\rho_n^2 + 11\rho_{\text{sc}}^2} \right)^{3/2}$$

其中， ρ_n 和 ρ_{sc} 分别为普通磁铁和超导磁铁的弯转半径。

- 贡献：这篇文章给出了由 4.2 K 辐射热测量计 (bolometer) 在 CSR 爆发过程中观察到的信号示例以及爆发的平均光谱。超过单束团阈值电流时，会出现爆发的信号。随着电流的增加，爆发信号的幅度和频率都会增加。在最高的单束团电流下，爆发几乎连续出现，并且大到足以使辐射热测量计饱和。而在 27 – 31 mA 时，爆发则产生出周期性包络。爆发的平均光谱中的插图给出了信号在 $15 - 40 \mu\text{m}^{-1}$ 的积分，结果显示为电流的二次函数，这证实了该信号是相干的。

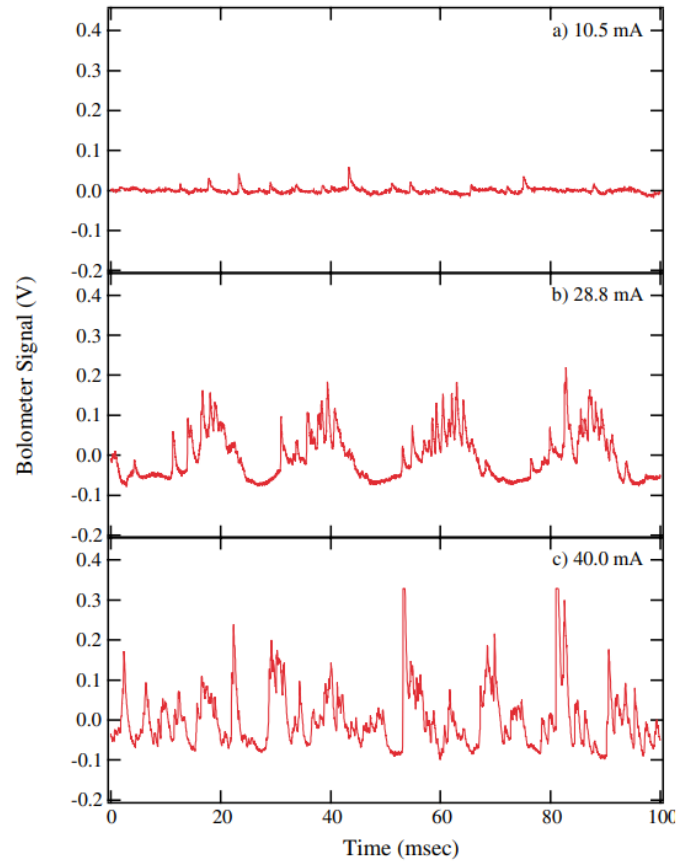


FIG. 1 (color online). Bolometer signal measured demonstrating bursting above threshold at three current values. Between 27 and 31 mA the bursts develop a periodic behavior. Above this current they appear more chaotic.

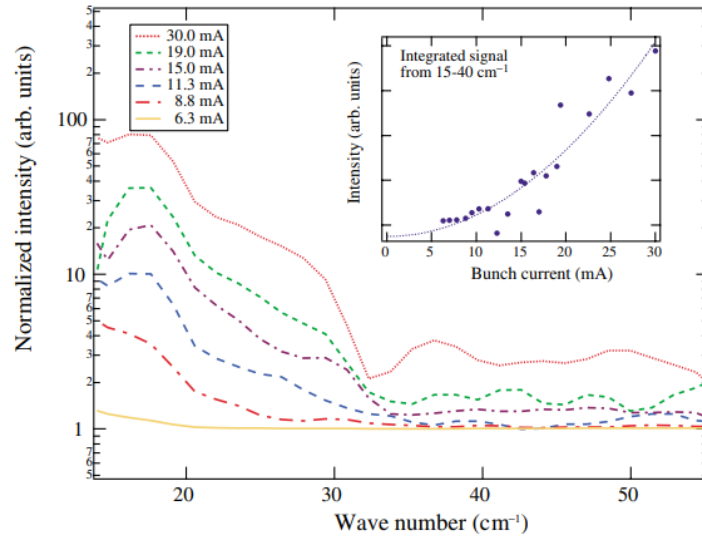


FIG. 2 (color online). Average frequency spectrum of bursts as a function of current. Inset: the integrated signal shows a quadratic dependence of the signal.

这篇文章还给出了由 1.6 K 辐射热测量计测量的时间平均信号，该信号是作为储存环在单束团以及多束团填充下的电流的函数给出的。因为多束团的电流分布在 300 个束团中，所以电流远低于任何不稳定性的阈值，此时辐射信号是非相干的并且显示出对电流的线性关系。在总电流的爆发阈值以下，单束团信号对电流的依赖性不再是线性的，并且幅度显著高于相同（总）电流下的多束团信号。这篇文章认为这是稳定 CSR 的一个迹象。在观测爆发的阈值处，数据显示出指数增长，最终在更高的束流下显示出一些饱和。

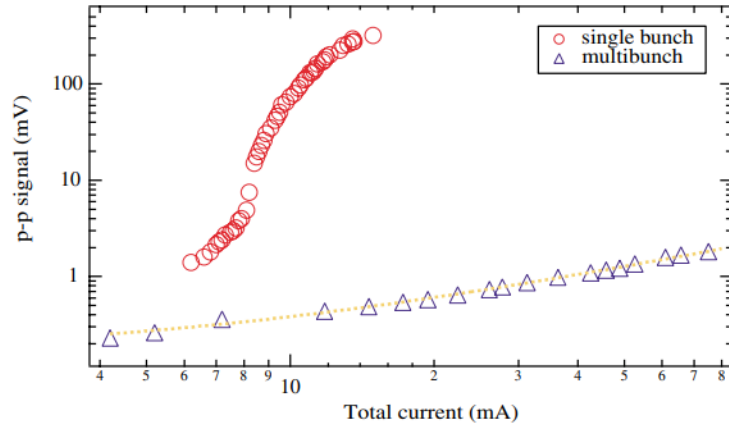


FIG. 3 (color online). 1.6 K bolometer signal as a function of total current for single and multibunch operation. The multibunch beam current is distributed into 300 bunches. The dashed line is a linear fit to the multibunch signal.

此外，这篇文章还将爆发阈值作为电子束能量的函数并进行了测量，以此与理论模型进行比较，如下图 Fig. 4 所示。其中带误差条的点表示实验数据，而实线代表使用理论模型公式计算的爆发阈值。分别利用 94 GHz 探测器以及 1.6 K Si 辐射热测量计在两个不同的微扰波长下进行了测量。其中，因为前者灵敏性的不足，无法探测到任何低于阈值的信号，这导致测量到的电流过高；而后者的灵敏度则允许在没有 CSR 爆发的情况下进行清晰的测量。实验与理论的结果有较好的一致性。

6.4 其它

注意文章中的 Fig.4，使用辐射热测量计在较高阈值电流下的结果似乎与理论模型不太一致。这是因为，较高的电流下，由于真空室阻抗的影响（如势阱畸变和微波不稳定性），预计束团的能散和束长将比标准值更大。因此，在较高电流下结果的一致性将比在较低电流下更差。

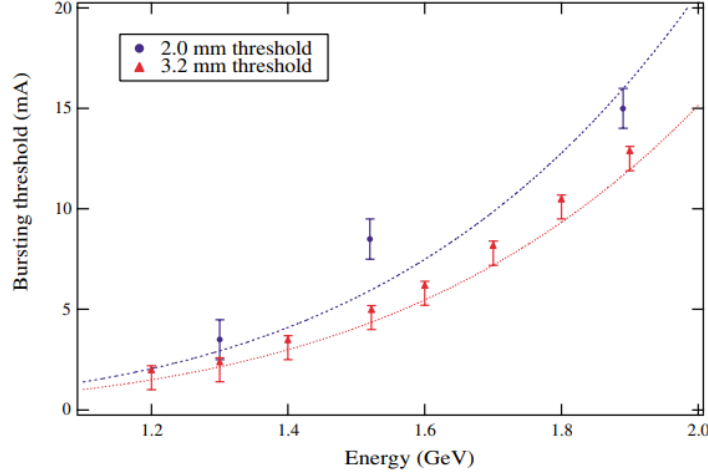


FIG. 4 (color online). Bursting threshold as a function of electron beam energy at 3.2 and 2 mm wavelengths. Data are shown as points. Calculated threshold using nominal ALS parameters at 3.2 and 2 mm wavelengths are shown as dashed lines.

参考文献

- [1] Arp, U., et al. "Spontaneous coherent microwave emission and the sawtooth instability in a compact storage ring." *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* 4.5 (2001): 054401. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.4.054401>
- [2] Carr, G. L., et al. "Observation of coherent synchrotron radiation from the NSLS VUV ring." *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 463.1-2 (2001): 387-392. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900201005216>
- [3] Andersson, Ake, Matthew S. Johnson, and Bengt Nelander. "Coherent synchrotron radiation in the far-infrared from a 1 mm electron bunch." *Optical Engineering* 39.12 (2000): 3099-3105. <https://www.spiedigitallibrary.org/journals/Optical-Engineering/volume-39/issue-12/0000/Coherent-synchrotron-radiation-in-the-far-infrared-from-a-1/10.1117/1.1327498.short?SS0=1>
- [4] Stupakov, G., and S. Heifets. "Beam instability and microbunching due to coherent synchrotron radiation." *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* 5.5 (2002): 054402.p.1623. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.5.054402>

7 宽频域可调的太赫兹电子束团串方案获实验验证

Widely tunable electron bunch trains for the generation of high-power narrowband 1–10 THz radiation

7.1 基本信息

- 分类: 相干辐射
- 作者: Yifan Liang, Zhuoyuan Liu, Qili Tian, Tong Li, Xiancai Lin, Lixin Yan, Yingchao Du, Renkai Li, Jiaru Shi, Cheng Cheng, Wenhui Huang and Chuanxiang Tang (主要机构: 清华大学)
- 类型: 实验
- 链接: <https://www.nature.com/articles/s41566-022-01131-7>
- 链接: https://mp.weixin.qq.com/s/H6YG_aI580S8QgRCmeRBNA

7.2 摘要

在该课题组近期提出的方案中, 通过控制电子束自身的空间电荷力, 可在 1~10 THz 宽频域范围获得高聚束因子的可调电子微束团串, 从而可直接产生覆盖“THz 间隙”的高功率的 THz 超辐射。

该方法通过驱动激光整形在加速器光阴极处产生具有初始密度调制的电子束, 结合非线性空间电荷振荡在电子枪出口处产生周期性电流尖峰。在下游传输中, 周期电流尖峰的空间电荷力作用于电子束自身, 产生准线性的能量调制, 进一步经色散段可转化为尖峰密度调制。调节加速管相位, 给电子束施加不同的能量啁啾, 经压缩可改变微束团间距, 从而实现电子微束团串宽频域可调。

进一步数值模拟表明, 通过该方案, 利用 1 nC 电荷量的电子束经过 3 m 长的波荡器, 可在 1~10 THz 产生数百 μJ 量级连续可调谐的窄带 THz 辐射。

该团队提出了一种崭新的太赫兹电子束团串产生方案, 巧妙地利用了电子束的空间电荷力, 实现了电子束团串 1~10 THz 宽频域连续可调。该方案产生的电子束流可直接通过各种辐射元件产生高功率窄带太赫兹辐射。

该工作提出的方案仅通过控制束流聚焦，无需增加额外调控器件，十分简单有效，且不受重复频率限制，因而可发展高平均功率窄带 THz 源。这是国际首个经实验验证的覆盖 1~10 THz 的电子束产生方法，提供了有效解决“THz 间隙”难题的紧凑加速器光源方案。

8 储存环中纵向单束不稳定性的一种机制 [PA 51]

A mechanism of longitudinal single-bunch instability in storage rings

8.1 基本信息

- 分类: 纵向单束不稳定性
- 作者: K. Oide (KEK)
- 类型: 理论
- 链接: <https://cds.cern.ch/record/276015/files/p43.pdf>

8.2 摘要

这篇文章提出储存环中纵向单束不稳定性的一种新机制。这种不稳定性是由属于同一方位角模式 (azimuthal mode) 但具有不同作用幅度的两个径向模式 (radial mode) 之间的相互作用引起的。同时, 这样的耦合只有束团在具有 potential-well distortion (PWD) 的情况下才有可能发生。PWD 产生的束团中非相干同步运动 (synchrotron motion) 的频率扩展 (或, 频散) 在这种不稳定性中起着重要作用。当两个不同作用的同步频率退化 (degenerate) 为一个时, 系统开始由于两个径向模式的耦合而变得不稳定。这篇文章还进一步表明, 在纯电阻 (δ 函数) 尾场势的极端情况下, 系统总总是不稳定的, 即阈值强度为零。

8.3 贡献或创新点

- 创新点: 这篇文章考虑储存环中纵向单束团集体运动, 并且通过 Vlasov 方程来描述这样的运动 [1]:

$$-\frac{\partial f}{\partial s} = -p \frac{\partial f}{\partial q} + (q - V(q, s)) \frac{\partial f}{\partial p}$$

其中 $f = f(p, q, s)$ 为电子束的相空间分布函数, $p \equiv (E - E_0) / E_0 \sigma_e$, $q \equiv z / \sigma_z$ 以及 $s \equiv \omega_s t$ 分别为相对能量偏差, 相对纵向位置以及同步运动相位, 并且 E_0 为 nominal 束团能量, σ_e 为 nominal 能散, σ_z 为自然束长。电子束的电荷通过纵向尾场函数 (格林函数) $W(q)$ 引起相对能量损失 $-V(q)$:

$$V(q, s) = k \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(q', s) W(q' - q) dq'$$

其中 $\rho(q, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(p, q, s) dp$ 为电子的纵向密度, 并且由 $\int \rho(q, s) dq = 1$ 归一化。参数 k 表示束团强度为 $k = \frac{N}{2\pi\nu_s\sigma_\epsilon}$, N 为电子束中电子的总数, ν_s 为未受扰动的 synchrotron tune。这篇文章只考虑超相对论的情况, 即对于 $q < 0$ 有 $W(q) = 0$, 或者说在后方的粒子不会影响前方的粒子。

Vlasov 方程的平衡解 (equilibrium solution) 可以写为 $f_0(p, q) = g(H(p, q))$, 其中 $H(p, q)$ 为束团中单个粒子运动的哈密顿量, 并且有运动方程:

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} - \int_0^q V_0(q') dq' \quad (1)$$

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\partial H}{\partial q}, \quad \frac{dq}{ds} = -\frac{\partial H}{\partial p} \quad (2)$$

其中 $V_0(q) = k \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0(q') W(q' - q) dq'$, 分布函数 f_0 和电压 V_0 因尾场势的强度而发生的变形被称为 potential-well distortion (PWD), 这将纵向单束团不稳定性中发挥重要作用。这篇文章的第一个亮点在于, 通过将分布函数 f 展开为 $f(p, q, s) = f_0(p, q) + f_1(p, q, s)$ 来对 Vlasov 方程进行了线性化处理并得到:

$$-\frac{\partial f_1}{\partial s} = -p \frac{\partial f_1}{\partial q} + (q - V_0(q)) \frac{\partial f_1}{\partial p} - V_1(q, s) \frac{\partial f_0}{\partial p}$$

这篇文章在线性化 Vlasov 方程中引入了作用量-角度变量, 这使得该方程的性质变得更清晰:

$$-\frac{\partial f_1}{\partial s} = \omega(J) \frac{\partial f_1}{\partial \phi} - V_1(q, s) \frac{\partial f_0}{\partial p} = \omega(J) \frac{\partial f_1}{\partial \phi} - p V_1(q, s) g'(H(J))$$

其中, $\omega(J) = d\phi/ds = \partial H/\partial J$ 为势阱中单个粒子运动的角频率。结合以上方程并利用运动方程 $p = -\omega(J) \partial q/\partial \phi$ 有:

$$-\frac{\partial f_1}{\partial s} = \omega(J) \frac{\partial}{\partial \phi} \left(f_1 - k g'(H(J)) \iint f_1(p', q', s) F(q' - q) dp' dq' \right) \quad (3)$$

上式表明, 即使有尾场的影响, 粒子在相空间中的运动也总是沿着 $J = \text{const}$ 的线。此处, 这篇文章另一个亮点是, 以方位角模式对上式的本征函数展开 $f_1(J, \phi, s) = \sum_m a_m(J) \exp(im\phi - i\mu s)$ 并得到:

$$a_m(J) = -\frac{mk\omega(J)g'(H(J))}{2\pi(\mu - m\omega(J))} \sum_{m'} \iint a_{m'}(J') F(q' - q) \exp(im'\phi' - im\phi) dJ' d\phi' d\phi$$

上式意味着, 如果本征模式是稳定的, 即 μ 是实数, 则径向函数 $a_m(J)$ 将会在某个值处变得无穷大, 此时 $m\omega(J) = \mu$ 。尽管可能存在一些没有奇点的稳定模式, 例

如刚性偶极模式 (rigid-dipole mode), 但大多数稳定模式都会具有这样的奇点。另一方面, 由于不稳定模式下的 μ 为复数, 上式的分母对任何 J 总是有限的, 所以不稳定模式不可能具有奇点。这是具有连续谱 $\omega(J)$ 的运动的显著性质, 并且这是由 PWD 产生的。因此, 在不稳定阈值以下观察或激发特定的稳定模式应该非常困难, 而一旦强度达到阈值, 就很容易看到不稳定模式。

此外, 这篇文章还对径向函数 $a_m(J)$ 根据正交基底进行了展开

$$f_1 = \sum_{im} m\omega_j (-g'_j \Delta J_j)^{1/2} h_j(J) \exp(-i\mu s) (C_{jm} \cos m\phi + S_{jm} \sin m\phi)$$

并以展开系数的矩阵形式重写线性化 Vlasov 方程, 然后求解矩阵的本征系统。将上式代入线性化 Vlasov 方程后并在 J 和 ϕ 上进行积分得到:

$$\begin{aligned} i\mu C_{jm} &= m\omega_j S_{jm} \\ i\mu S_{jm} &= -m\omega_j C_{jm} - \frac{k}{\pi} \sum_{j'm'} m'\omega_{j'} (-g'_j \Delta J_j)^{1/2} (-g'_{j'} \Delta J_{j'})^{1/2} C_{j'm'} \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' F(q(J_{j'}, \phi') - q(J_j, \phi)) \cos m\phi \cos m'\phi'. \end{aligned}$$

需要注意的是, 此处假设了 $h_j(J)$ 中的 ω 、 q 以及 F 的光滑性 (smoothness), 这使得可以用 J_j 和 $J_{j'}$ 处的值来评估它们的积分。结合上面两式即可得到 C_{jm} 的线性方程:

$$\mu^2 C_{jm} = \sum_{j'm'} M_{jmj'm'} C_{j'm'}$$

其中,

$$\begin{aligned} M_{jmj'm'} &= m^2 \omega_j^2 \delta_{jj'} \delta_{mm'} + \frac{k}{\pi} m m' \omega_j \omega_{j'} (-g'_j \Delta J_j)^{1/2} (-g'_{j'} \Delta J_{j'})^{1/2} \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos m'\phi' F(q(J_{j'}, \phi') - q(J_j, \phi)) d\phi d\phi', \end{aligned} \quad (4)$$

当矩阵 M 具有负的或复数的特征值时, 系统变得不稳定。

- 贡献: 这篇论文贡献大致总结如下:
 - 为进一步分析, 这篇文章还将上面推导得到的公式应用到了特殊形式的尾场势的情况: 纯电容 $W(q) = C\theta(q)$ 和纯电感 $W(q) = L\delta'(q)$ 。其中函数 $\theta(q)$ 是阶跃函数, 当 $q > 0$ 时有 $\theta(q) = 1$, 而其他情况下则等于 0。

首先, 在纯电容尾场和纯电感尾场的情况下, 矩阵 $M_{jmj'm'}$ 在 (j, m) 和 (j', m') 的交换下完全对称。由上面式子不难看出, 当 F 是偶函数时, 矩阵 M 变得

完全对称。在纯电容尾场的情况下，我们可以选择 $F(q) = C(|q| + q)/2$ 。它的第一项在 q 中是偶函数，第二项在上式的积分中消失，所以矩阵 M 是对称的。类似的，在纯电感情况下可以选择 $F(q) = L\delta(q)$ ，此时矩阵也变得对称。对于上述两种情况， M 的所有特征值均为实数，这使得纯电容和纯电感情况下为稳定系统。

- 另一方面，这篇文章还分析了纯电阻尾场 $W(q) = R\delta(q)$ 所带来的截然不同的情况。在这种情况下，可以使用 $F(q) = R(\theta(q) - 1/2)$ ，这使得上面式子中 $M_{jmj'm'}$ 的第二项在 (j, m) 和 (j', m') 的交换下变得反对称。纯电阻情况的主要特征可以通过观察矩阵 M 的 2×2 子矩阵来理解。这篇文章选取属于同一方位角模式 m 并且具有不同作用 j_1 和 j_2 的矩阵 M 的 2×2 元素：

$$M_{j_1 j_2} = m^2 \begin{pmatrix} \omega_{j_1}^2 & b_m(k) \\ -b_m(k) & \omega_{j_2}^2 \end{pmatrix}$$

其中， $b_m(k)$ 是由上面式子中的积分给出的量。当满足以下条件时，矩阵 $M_{j_1 j_2}$ 会变得不稳定：

$$(\omega_{j_1}^2 - \omega_{j_2}^2)^2 - 4b_m^2(k) < 0$$

上式意味着，如果两个作用下的频率相等或接近，即 $\omega_{j_1} \approx \omega_{j_2}$ ，那么子矩阵 $M_{j_1 j_2}$ 对于任何方位角模数 m 都是不稳定的。然后，如果其它分量的贡献或多或少地抵消，则整个矩阵 M 的可以是稳定的。在“double-waterbag model”情况下，上式的条件变得严格，该模型假设平衡分布为双阶函数 (double-step function)。注意，具有相同方位角模数 m 的两个模之间的耦合只有在 PWD 下才可能发生，因为当没有 PWD 时，具有相同 m 的耦合项将消失。

这篇文章还给出了这三种情况以及与增长率相关的数值结果，如下：

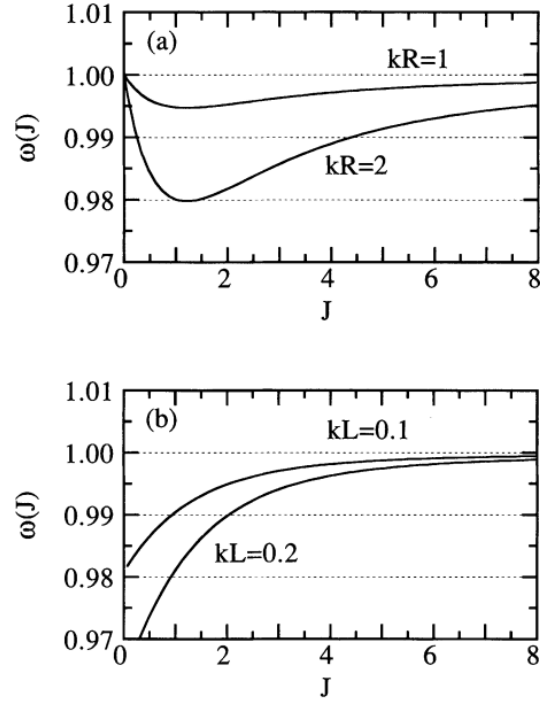


FIGURE 1: The normalized synchrotron frequency $\omega(J)$ of the single-particle motion in the bunch as the function of the action J . (a): the pure-resistive wake $W(q)=R\delta(q)$. (b): the pure-inductive wake $W(q)=L\delta'(q)$.

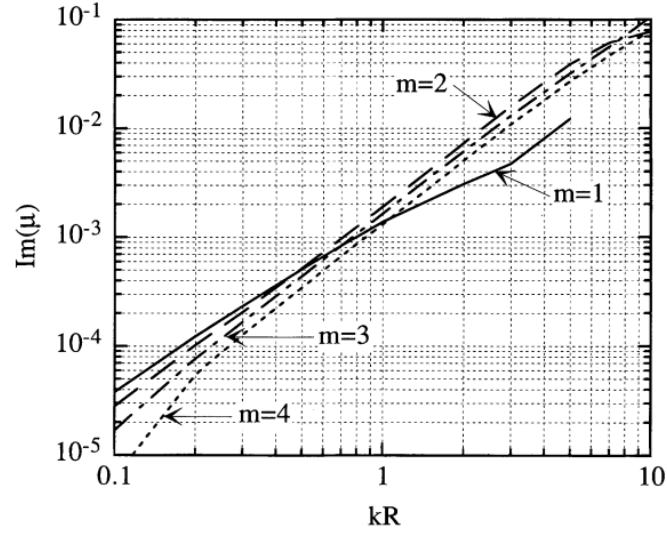


FIGURE 2: Growth rates of unstable modes with the pure-resistive wake $W(q)=R\delta(q)$ obtained from the matrix in Eq. 22. The parameter m specifies the nearest integer of the frequency of each mode. It is seen that the growth rate is roughly proportional to k^2 .

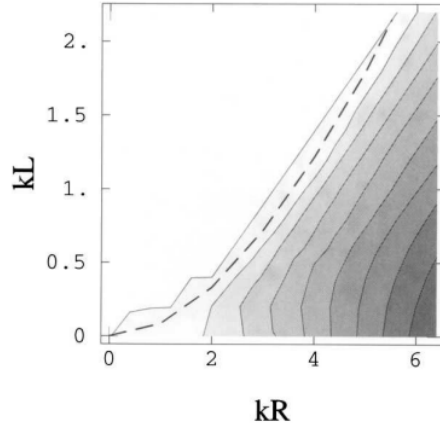


FIGURE 3: Contour plot of the growth rate $\text{Im}(\mu)$ of $m=2$ mode of the combined wake $W(q)=R\delta(q)+L\delta'(q)$, obtained from the matrix in Eq. 22. The pitch of the contour is $\Delta \text{Im}(\mu)=0.006$. The dashed curve is the stability condition Eq. 31.

参考文献

- [1] A.W. Chao, Physics of collective beam instabilities in high energy accelerators. Wiley series in beam physics and accelerator technology (1993). <https://www.amazon.com/Collective-Instabilities-Accelerators-Accelerator-Technology/dp/0471551848>