

## 加速器束流动力学期刊论文导读 (2023 年 5 月)

受“京师物理”公众号启发,我们几个同好便萌生将加速器领域的代表性期刊 Physical Review Accelerators and Beams (PRAB) 里的论文进行导读。主要 (但不限于) 导读材料选自 PRAB 近期上线的期刊,与部分美国物理学会 (American Physical Society, APS) 旗下的其它期刊或过去 PRST-AB、Elsevier 的核物理与技术 Nuclear Instruments and Methods (NIM) 期刊等可能涉及加速器方面的论文。与超快电子衍射成像动力学相关的论文则不在此限。

预期论文导读将于每个月初收集后发布,在 [http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh\\_CN/article/2191806/content/1551.htm#article](http://faculty.hust.edu.cn/jcytsai/zh_CN/article/2191806/content/1551.htm#article) 可以找到过去的导读文档。限于成员水平,导读仍许多地方有待改进 (正)。任何关于导读内容的指正、建议、意见都欢迎提出、交流,我们期待从交流讨论中激发的可能研究课题。

本期 (2023 年 5 月) 结果统计如下表

成员姓名	导读列表	联系方式
蔡承颖	[1]、[2]、[3]、[4]、[5]	jcytsai@hust.edu.cn
周剑晖	[6]、[7]、[8]	
李嘉鹏	[9]	

## 目录

1	超导直线加速器驱动的混合环概念设计 [JSR 29] Conceptual design of the Hybrid Ring with superconducting linac	3
2	储存环微束团不稳定性：相空间结构与太赫兹相干同步辐射射频谱的一种关联 [PRST-AB 17-01] Microbunching instability in storage rings: Link between phase-space structure and terahertz coherent synchrotron radiation radio-frequency spectra	7
3	储存环的纵向动力学 [NIMA 258] Longitudinal dynamics in storage rings	11
4	储存环电流限制的现象学分析 [NIM 177] Phenomenological analysis of current limits in storage rings	14
5	储存环中宽带自放大自发相干太赫兹同步辐射的实验观测 [PRL 89] Observation of Broadband Self-Amplified Spontaneous Coherent Terahertz Synchrotron Radiation in a Storage Ring	17
6	阈值以上的微波不稳定性理论 [PRE 54] Microwave instability beyond threshold	20
7	在双弯铁消色散段中抑制相干同步加速器辐射导致发射度增长的一般条件 [PRAB 17-06] Generic conditions for suppressing the coherent synchrotron radiation induced emittance growth in a two-dipole achromat	26
8	在多弯转束流传输或再循环弧中抑制相干同步辐射导致的微聚束的条件 [PRAB 20-02] Conditions for coherent-synchrotron-radiation-induced microbunching suppression in multibend beam transport or recirculation arcs	32
9	平面啁啾镜反射中的光束聚束 [PRA 87] Beam focusing in reflection from flat chirped mirrors	38

## 1 超导直线加速器驱动的混合环概念设计 [JSR 29]

### Conceptual design of the Hybrid Ring with superconducting linac

#### 1.1 基本信息

- 分类：同步辐射与自由电子激光
- 作者：K. Harada, N. Funamori, N. Yamamoto, Y. Shimosaki, M. Shimada, T. Miyajima, K. Umemori, H. Sakai, N. Nakamura, S. Sakanaka, Y. Kobayashi, T. Honda, S. Nozawa, H. Nakao, Y. Niwa, D. Wakabayashi, K. Amemiya and N. Igarashi (主要机构：KEK)
- 类型：设计
- 链接：<https://scripts.iucr.org/cgi-bin/paper?S1600577521012753>

#### 1.2 摘要

这篇论文给出一个基于超导直线加速器驱动的混合环 (hybrid ring) 概念设计，一种高度弹性的同步辐射光源，允许用户的既有实验技术，同时开展新的实验技巧的平台。在这个混合环中，既有由储存环特性决定的储存环束团 (storage ring bunch, SR)，也有由超导直线加速器特性决定的单次通过束团 (single-pass bunch, SP)。对于 SR 与 SP 束团产生的 X 射线，实验可以采 pump-probe，或是 probe-probe 形态。

#### 1.3 贡献或创新点

- 创新点：给出一个基于超导直线加速器驱动的混合环 (hybrid ring) 概念设计，并且讨论其可行性与初步设计想法。
- 贡献：这篇论文的 Section I 很好地整理了同步辐射光源的四代历程，并且点出不同代间的电子束团品质的差异。从第一代设计将同步辐射视为寄生产物，到第二代开始利用同步辐射光，此时基于 FODO 设计的电子束团横向几何发射度大约在 100 nm rad 量级。此时以增加光的通量 (flux) 为主要目标。到了第三代，引入 DBA (double-bend achromat) 消色散设计，束团发射度达到 1-10 nm rad，低了一至二个数量级。此时以增加光的亮度 (brightness) 为主要目标。接着陆续有些其它形态的 lattice cell 设计，一直到标志着 MBA (multi-bend achromat) 时代，现在

第四代同步辐射光源的束团发射度大约在 0.1 nm rad 量级。此时以增加光的空间相干性 (spatial coherence) 为主要目标。

混合环的设计概念如下图 Fig. 1。以超导直线加速器作为注入器，一部分束团储存在储存环中，作为 SR 束，一部分则作为单次经过的 SP 束。

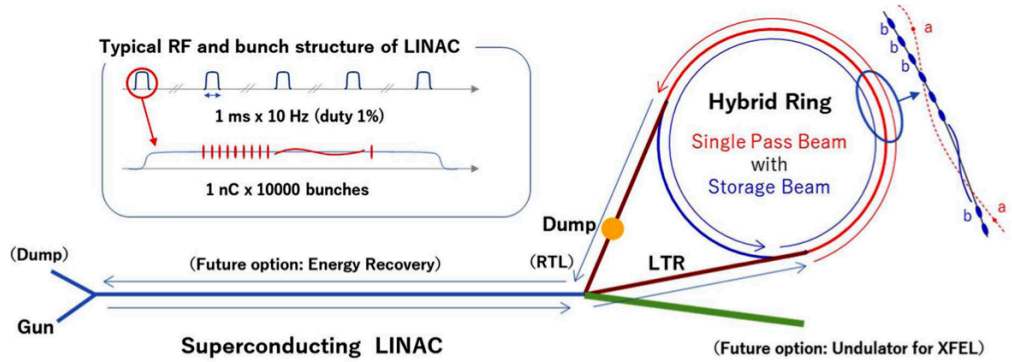


Figure 1  
Concept of the Hybrid Ring with superconducting LINAC.

表 1 是超导直线加速器的参数。

**Table 1**  
Tentative parameters of superconducting LINAC.

Parameter	Value
<b>Electron beam</b>	
Energy (GeV)	3
Averaged current (mA)	0.1
Bunch charge (nC)	1
Normalized emittance (mm mrad)	0.6
Natural emittance (nm rad)	0.1
Bunch length (fs)	50
Energy spread (%)	0.50
<b>Superconducting LINAC</b>	
RF frequency (GHz)	1.3
Accelerating gradient ( $\text{MV m}^{-1}$ )	30
Number of nine-cell accelerating tubes	96
Number of cryomodules	12
Macro pulse repetition rate (Hz)	10
RF pulse length (ms)	1
RF flat-top length (ms)	0.6
Bunch numbers/pulse	10000
Bunch repetition frequency within pulse (MHz)	18
RF load (2 K) for cryosystem (W/module)	8
Static loss (2 K) for cryosystem (W/module)	8
Total capacity (2 K) of cryosystem (W)	200

虽然 SR 与 SP 束带有一样的电荷量，但是两种束团在混合环中的特性非常不同，

因此，混合环的设计就需要兼顾两者。在环中，单次经过的电子束为了维持束长不被拉伸，要求环的等时性。在环中，储存环又必须操作在存在部分非零的动量压缩因子以保持环的稳定性。因此，此储存环的 16 个 cell 中，有 10 个 cell 为等时单元，并在部分位置安置反向弯转磁铁 (reverse bend) 以降低 (纵向) 色散。表 2 为混合环的初步设计参数。

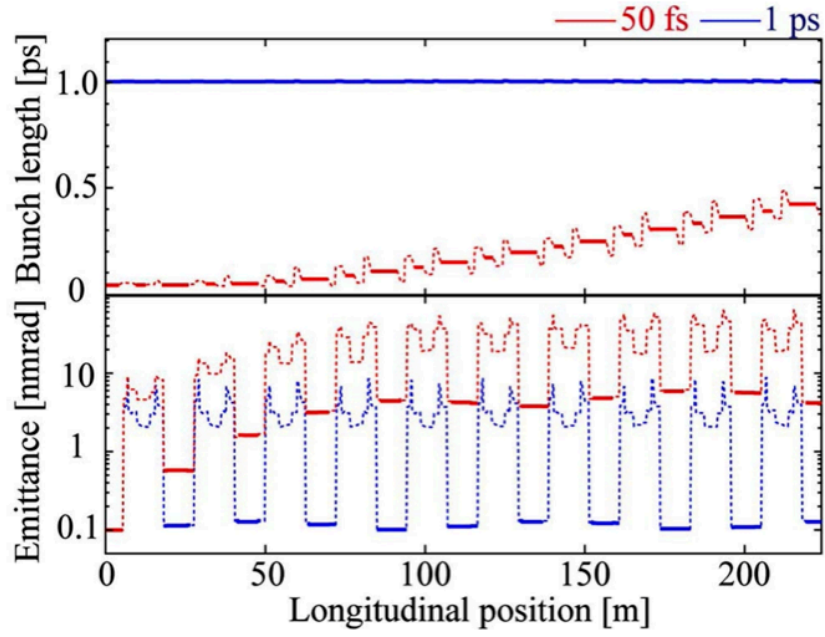
**Table 2**  
Tentative parameters of the Hybrid Ring.

Parameter	Normal ring	Isochronous	Hybrid ring
Energy (GeV)	3	3	3
Circumference (m)	350	350	350
Lattice	DDBA	DDBA	DDBA
Number of normal cell	16	0	6
Number of isochronous cell	0	16	10
RF voltage (MV)	3.6	–	3.6
RF frequency (MHz)	500.0	–	500.0
Bucket height (%)	4.70	–	7.30
Energy loss (MeV/turn)	0.62	0.83	0.75
Momentum compaction	$4.26 \times 10^{-4}$	0.00	$1.59 \times 10^{-4}$
Betatron tune, $\nu_x/\nu_y$	28.17/9.23	28.17/9.23	28.17/9.23
Damping time, $x/y/z$ (ms)	8.12/1.12/6.93	3.23/8.43/21.7	4.17/9.30/12.1
Storage current (mA)	500	–	500
Natural emittance (nm rad)	1.15	0.55	0.66
Energy spread	$8.42 \times 10^{-4}$	$1.80 \times 10^{-3}$	$1.26 \times 10^{-3}$
Natural bunch length (ps)	9.64	–	8.84

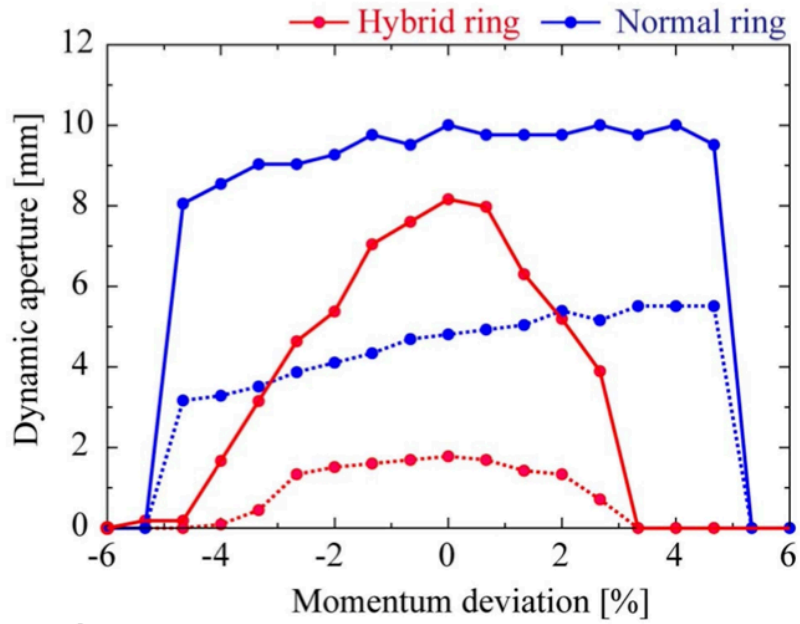
下面 Fig.3 给出 SR(蓝色) 与 SP(红色) 束在混合环中的束长与横向发射度。Fig. 4 给出此混合环与一般环的动力学孔径。此设计为基于 PF (Photon Factory) 的 Double-DBA (DDBA) 设计。

#### 1.4 其它

一般认为，直线加速器驱动的自由电子激光为相对昂贵的用户装置，储存环同步辐射光源则为相对成本较低的实验平台。这篇论文给出一种混合设计，能够针对较广的用户面向，同时或选择性地善用两种束团 (SP 与 SR) 的特性。思路值得琢磨。



**Figure 3**  
RMS bunch length and RMS emittance of the SP bunch with a charge of 1 nC in the isochronous cells.



**Figure 4**  
Dynamic apertures at the center of the long straight section. Solid and dashed lines indicate horizontal and vertical dynamic apertures, respectively.

## 2 储存环微束团不稳定性：相空间结构与太赫兹相干同步辐射射频谱的一种关联 [PRST-AB 17-01]

**Microbunching instability in storage rings: Link between phase-space structure and terahertz coherent synchrotron radiation radio-frequency spectra**

### 2.1 基本信息

- 分类：同步辐射、自由电子激光
- 作者：E. Roussel, C. Evain, C. Szwaj, and S. Bielawski (主要机构：University of Lille、里尔大学，法国)
- 类型：理论、数值模拟
- 链接：<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.17.010701>

### 2.2 摘要

在储存环中，受相干同步辐射 (coherent synchrotron radiation, CSR) 影响，当电子束团电荷量超过一阈值后，相空间将同步出现微结构 (microstructure)。关于微结构随时间的演化，实验量测一般得到的为间接信息。由于这些微结构在亚毫米 (mm) 量级，实际上我们其实量测的是这种带有微结构的电子束团的太赫兹相干同步辐射频谱。

这篇论文给出一个简单公式， $\varphi \simeq \lambda_{\text{CSR peak}} / \sigma_z$ ，尝试关联微结构的张角与太赫兹相干同步辐射频谱的峰值频率。并且以 SOLEIL 与 UVSOR-II 两个同步辐射储存环参数为例，比较此公式与数值模拟得到的频谱峰值，得到一致结果。

### 2.3 贡献或创新点

- 创新点：舍去复杂的理论推导，这篇论文通过数值求解 Vlasov-Fokker-Planck (VFP) 方程

$$\frac{\partial f(q, p, \tau)}{\partial \tau} - p \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial p} (q - I_c E_{wf}) = 2\epsilon \frac{\partial}{\partial p} \left( pf + \frac{\partial f}{\partial p} \right)$$

通过对数值解的观察，考虑了束团纵向同步振荡与辐射阻尼、量子激发效应后，给出电子束受 CSR 影响下，相空间微结构的张角  $\varphi$  与数值计算的得到相干同步辐

射频谱的峰值频率的关系，有

$$\varphi \simeq \frac{\lambda_{\text{CSR peak}}}{\sigma_z}$$

其中， $\sigma_z$  为束团长度。

- 贡献：基于这篇论文作者的工作，先求解电子束在储存环中的纵向相空间动力学，如下 VFP 方程

$$\frac{\partial f(q, p, \tau)}{\partial \tau} - p \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial p} (q - I_c E_{wf}) = 2\epsilon \frac{\partial}{\partial p} \left( pf + \frac{\partial f}{\partial p} \right)$$

其中， $\tau = \omega_s t$  为同步振荡的归一化时间， $f$  为相空间分布函数， $p = \frac{E - E_0}{\sigma_E}$  与  $q = \frac{z}{\sigma_z}$  为归一化纵向相空间坐标， $E_{wf}$  为尾场函数， $I_c = \frac{N_e}{T_0} \frac{e 2\pi R}{\sigma_E \omega_s T_0}$  为归一化电流， $\epsilon = \frac{1}{\tau_d \omega_s}$ 。CSR 模型为平行板完美导体模型。细节此处不论，可以参考 [1]。

根据 SOLEIL 与 UVSOR-II 的参数，通过 VFP 计算，得到接近不稳定性阈值附近的纵向相空间分布，如图 Fig. 2 所示。

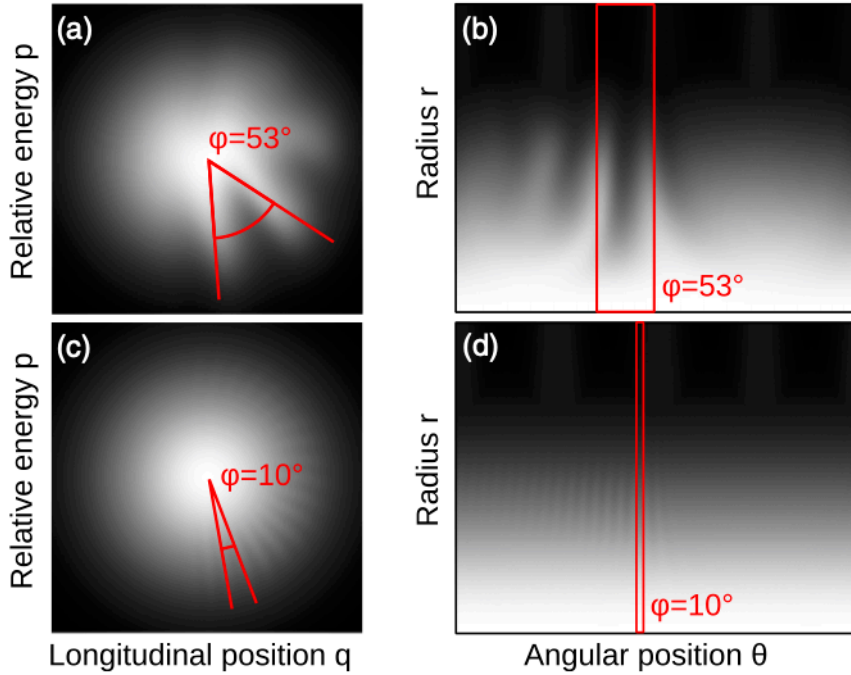


FIG. 2 (color online). Angle  $\varphi$  calculated from the Eq. (6) (in red) superposed to the numerical phase space (in grey scale). (a) and (b) SOLEIL case and (c) and (d) UVSOR II case. (a) and (c) Cartesian  $(q, p)$  coordinates and (b) and (d) polar  $(r, \theta)$  coordinates (same parameters as Fig. 1).



根据这些结果，这篇论文给出一个简单公式，尝试关联微结构的张角与太赫兹相干同步辐射频谱的峰值频率。首先，先将张角  $\varphi$  与相空间同步振荡频率关联，有

$$\varphi = \frac{2\pi f_s}{f_m}$$

其中， $f_m$  为微结构在相空间的“旋转”频率<sup>1</sup>。然后，再将同步振荡与相干同步辐射频谱对应，有

$$\varphi \simeq \frac{\lambda_{\text{CSR peak}}}{\sigma_z}$$

或写成

$$f_m \lambda_{\text{CSR peak}} \simeq 2\pi f_s \sigma_z$$

下图 Fig. 3 为相空间同步运动的示意图。

因此，这个式子能够在不通过复杂计算之前，估算相干同步辐射可能导致的束团纵向相空间微结构的大致张角。换句话说，这个式子关联了相空间微结构与相干同步辐射频谱的峰值频率。

## 参考文献

- [1] E. Roussel, Spatio-temporal dynamics of relativistic electron bunches during the microbunching instability: study of the Synchrotron SOLEIL and UVSOR storage rings, University Lille1 - Sciences et Technologies, 2014. <https://theses.hal.science/tel-01112910/document>

---

<sup>1</sup>对  $\epsilon = \frac{1}{\tau_d \omega_s}$  越小的情况，即同步振荡越快，或是辐射阻尼效应越不明显，此式越准确。

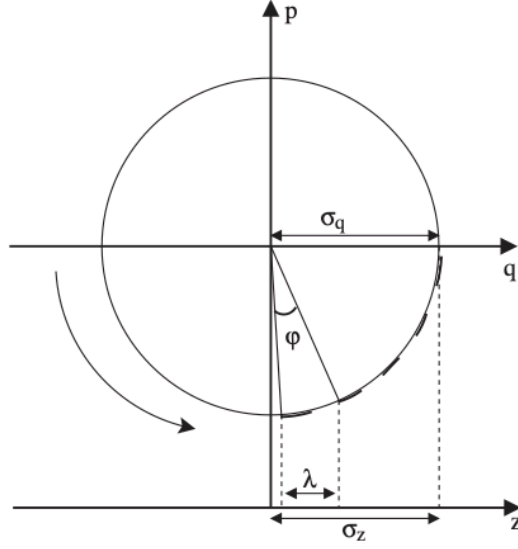


FIG. 3. Schematic representation of an electron-bunch phase space with a modulation located at a distance  $\sigma_q$  from the bunch center. The distance  $\lambda$  is associated to the projection on the horizontal axis (in unit of meters) of the arclength corresponding to one modulation period of the phase space. The distance  $\lambda$  is generally associated to a coherent emission, and thus can be measured experimentally.

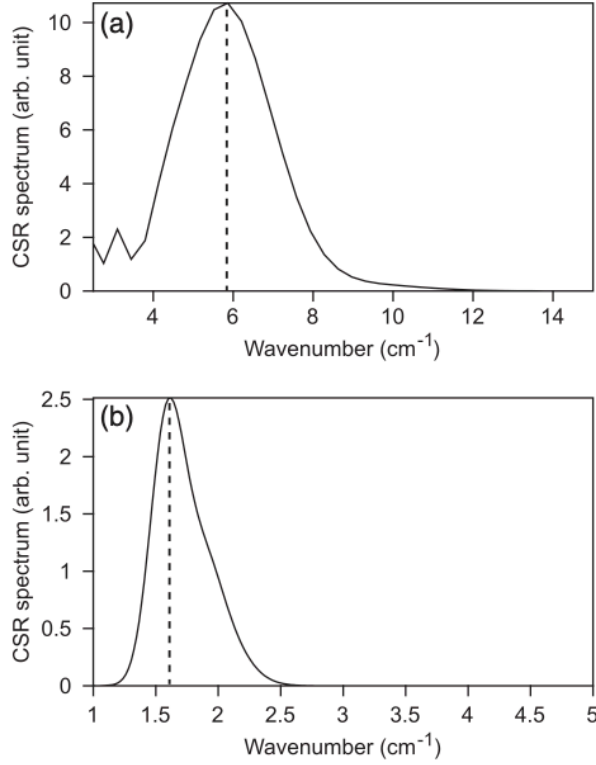


FIG. 4. Average THz CSR spectrum  $\langle P_{\text{CSR}}(\nu, \tau) \rangle$  in the case of (a) SOLEIL and (b) UVSOR-II. Vertical lines indicate  $\lambda_{\text{CSR peak}}$  (same parameters as in Fig. 1).

### 3 储存环的纵向动力学 [NIMA 258]

#### Longitudinal dynamics in storage rings

##### 3.1 基本信息

- 分类：束流动力学
- 作者：Eugene P. Colton (LANL)
- 类型：理论
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/016890028790934X>

##### 3.2 摘要

这篇论文推导了储存环中带电粒子的纵向运动方程，其中，考虑了纵向空间电荷效应，被包含在势能项里，假设金属管壁为理想导体，且具有分布电感。分析使用的正则纵向相空间坐标为  $\phi, W$ ，构建了对应的空间电荷哈密顿量。对小振幅同步振荡情况，定义了纵向 Twiss 参数，给出类似于横向动力学的传输矩阵描述。考虑了粒子束呈抛物线分布与契合相空间 bucket 分布。这篇论文后半部还讨论了存在二次谐波 RF 的情况。

##### 3.3 贡献或创新点

- 创新点：一般横向的线性动力学分析采 Twiss 或 Courant-Snyder 传输矩阵。这篇论文针对纵向线性动力学，采类似方式定义了纵向 Twiss 参数，给出逐圈的传输矩阵 (映射) 显形式。此外，这些分析中包含了纵向空间电荷效应，分析方式值得琢磨。
- 贡献：定义 (正则) 相空间坐标为  $\phi, W = \frac{\Delta E}{\Omega}$ ，其中， $\Omega = \beta c/R$  为绕行角频率。有纵向运动方程

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{dt} &= \frac{h\eta\Omega c W}{pcR} \\ \frac{dW}{dt} &= \frac{eV}{2\pi} (\sin \phi - \sin \phi_s)\end{aligned}$$

为了简化起见，假设  $\phi_s = 0$ ，考虑  $\gamma < \gamma_T$ 。以下作者将空间电荷效应作为等效的  $V$ ，加入形成一修正的  $V(1-r)$ 。首先，纵向空间电荷场有

$$E_z = -e \frac{\partial \lambda}{\partial z} \left( \frac{g_0}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} - \frac{dL}{dz} \beta^2 c^2 \right)$$

其中,  $L$  为金属管壁的电感, 则

$$V_s = \int E_z dz = e\beta c R \frac{\partial \lambda}{\partial z} \text{Im} \left( \frac{Z_e}{n} \right)$$

其中,  $\text{Im} \left( \frac{Z_e}{n} \right) = \Omega L - \frac{g_0 Z_0}{2\beta\gamma^2}$ 。由此,

$$\frac{dW}{dt} = \frac{eV}{2\pi} \sin \phi (1 - r)$$

将  $V$  写成  $V(1 - r)$ , 由 RF 与空间电荷效应分别贡献, 其中

$$r = -\frac{e\beta c R}{V \sin \phi} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \text{Im} \left( \frac{Z_e}{n} \right)$$

其中,  $G = h\eta\Omega c/(2pcR)$ 。

由运动方程可以构建对应的哈密顿量, 有

$$H(\phi, W) = GW^2 - \frac{eV}{2\pi} \int_0^\phi (1 - r) \sin \psi d\psi$$

当  $\phi$  在一与 RF 相对的相位附近小范围改变时, 可以利用传输矩阵描述动力学。有

$$\begin{pmatrix} \phi \\ W \end{pmatrix}_f = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \phi \\ W \end{pmatrix}_i = \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \theta + \alpha_s \sin \theta & \beta_s \sin \theta \\ -\gamma_s \sin \theta & \cos \theta - \alpha_s \sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ W \end{pmatrix}_i$$

对于我们感兴趣的情况, 纵向方程的线性近似可写成

$$\begin{aligned} \phi_f &= \phi_i + aW_i \\ W_f &= W_i + b\phi_i \end{aligned}$$

其中,  $a = \frac{h\eta\Omega c \Delta t}{pcR}$ 、 $b = \frac{eV}{2\pi} \Delta t (1 - r)$ 。注意, 这里空间电荷效应  $r$  藏在  $b$  中。以 RF cavity 为中心, 逐圈的传输矩阵可以写成

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b/2 & 1 \end{pmatrix}$$

由此可以推知, 在空间电荷效应影响下, Twiss 参数的改变为  $\beta_s = \beta_{s0}/\sqrt{1 - r}$ 、 $\nu_s = \nu_{s0}\sqrt{1 - r}$ , 其中,

$$\begin{aligned} \beta_{s0} &= 2\pi \left[ \frac{-\eta f_{\text{rf}} c}{pcReV} \right]^{1/2} \\ \nu_{s0} &= \frac{1}{\beta} \left[ \frac{-eV\eta h}{2\pi E} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

有了单粒子运动方程 (包含空间电荷效应), 给定  $\lambda(z)$  分布函数, 也就可以描述束团整体特性, 如束长  $\propto \phi_M$ 、能散  $\propto W_m$  等。对于抛物线分布函数  $\lambda(z) = \frac{6N}{l^3} \left( \frac{l^2}{4} - z^2 \right)$ , 束长对于不同程度的空间电荷效应, 应满足如下四次代数方程

$$l^4 + \frac{12R^2 e N \beta c}{hV} \text{Im} \left( \frac{Z_e}{n} \right) l - l_0^4 = 0$$

对于与契合相空间 bucket 分布  $\lambda(z) = \frac{Nh}{\pi R} \cos^2 \frac{\phi}{2}$ , 也有类似讨论, 细节此处不论。

这篇论文后半部还讨论了存在二次谐波 RF 的情况, 分析利用类似的思路。

## 4 储存环电流限制的现象学分析 [NIM 177]

### Phenomenological analysis of current limits in storage rings

#### 4.1 基本信息

- 分类：集体效应
- 作者：C. Pellegrini and M. Sands (主要机构：BNL)
- 类型：理论
- 链接：<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029554X80905327>

#### 4.2 摘要

这篇论文讨论了在储存环中能够稳定储存的电流上限，主要考虑真空金属管壁、RF cavity、信号极<sup>2</sup>引致的集体效应的影响，忽略了热效应与辐射效应。在反馈系统能够覆盖的频段，束团能够稳定运行；在反馈系统不能覆盖的频段，将依赖朗道阻尼 (Landau damping) 效应。基于现象学分析，这篇论文给出质子储存环与电子储存环作为同步辐射光源与对撞机的电流上限估算公式。

#### 4.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文是早期探讨集体效应的论文之一，尝试利用简化的物理图像给出储存环中，稳定运行上限 (阈值) 电流的数量级估计。这里的分析主要着重于单束团内、高频阻抗、一至数圈<sup>3</sup>导致的集体效应。
- 贡献：基于现象学分析，这篇论文给出质子储存环与电子储存环作为同步辐射光源与对撞机的电流上限估算公式。首先，定义三种频率： $\omega_0 = c/R$  (其中， $R$  为储存环弯转磁铁半径)、 $\omega_B = c/L$  (其中， $L$  为束长)、 $\omega_{co} = c/d$  (其中， $d$  为金属管壁横向尺寸)。

一般而言，阻抗由以下三部分组成

- 窄带宽、高品质因数的共振成分  $\Rightarrow$  导致多束团或单束团多圈效应，不在这篇论文讨论范围。

---

<sup>2</sup>一种束测元件。当粒子束经过时，可能受到该部件扰动。

<sup>3</sup>单圈内的或单次经过的情况暂时不考虑。辐射阻尼时间的数量级大约可按  $\frac{1}{\tau_{rad}} = \frac{2}{3} \left( \frac{r_e}{\rho} \right) \gamma^3 \omega_0$  估算。

- 宽带非共振部分  $\Rightarrow$  导致头尾或微波不稳定性，为这篇论文讨论范围。
- 电阻壁  $\Rightarrow$  相对以上两者而言较小，此处忽略不计。

宽带非共振的典型纵向阻抗如下图 Fig. 1，注意到，这里的  $y$  轴为  $\frac{Z_{\parallel}}{\omega}$ ，不是  $Z_{\parallel}$ 。此处的阻抗可以用宽带 RLC 模型表示，有

$$\frac{Z_{\parallel}(\omega)}{\omega} = \left( \frac{R_0}{\omega_{co}} \right) \frac{(\omega/\omega_{co}) + iQ [1 - (\omega/\omega_{co})^2]}{(\omega/\omega_{co})^2 + Q^2 [1 - (\omega/\omega_{co})^2]^2}$$

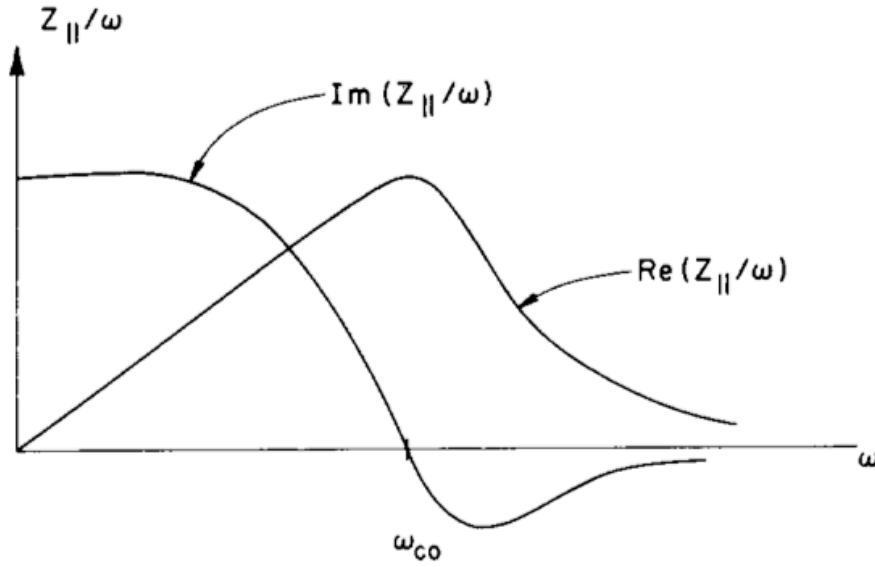


Fig. 1. Broadband longitudinal impedance.

横向阻抗可以通过 Panofsky-Wenzel 定理获得。此处按近似方法，给出  $Z_{\parallel}$  所对应的横向阻抗

$$Z_T(m\omega_0) \approx \frac{2R}{d^2} \frac{Z_{\parallel}(m\omega_0)}{m}$$

与空间电荷横向阻抗

$$Z_T(\text{space charge}) = R \frac{Z_0}{\gamma^2} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{d^2} \right)$$

以下讨论中，横向阻抗为上面两项加总。

为分析储存环稳定运行的最大电流阈值， $\omega < \omega_{co}$  的横向与纵向阻抗假设可以通过反馈系统完全抑制。对  $\omega > \omega_{co}$  的横向与纵向阻抗，尽管阻抗随频率衰减，引致的集体效应只能依赖朗道阻尼。

#### 4.4 其它：公式整理

对纵向、unbunched beam，有

$$eI_0 \left( \frac{Z_{\parallel}}{\omega} \right) \leq \alpha E \left( \frac{\Delta E}{E} \right)^2$$

可以决定阈值电流。

对横向、unbunched beam，有  $\delta\nu \leq \Delta\nu$ ，其中， $\Delta\nu$  为束团自身的 betatron tune spread，一般约  $10^{-2}$ 。此外，

$$\delta\nu = \frac{eI_0 Z_T R}{2\pi\nu_\beta E}$$

以上结果对质子或电子都成立，因为 unbunched beam 不辐射。

以下讨论 bunched beam，主要针对电子储存环。对纵向、bunched beam，有

$$eI_p (Z_{\parallel}/n)_{\text{eff}} < \alpha E \left( \frac{\Delta E}{E} \right)^2$$

其中，

$$\left( \frac{Z_{\parallel}}{n\omega_0} \right)_{\text{eff}} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{Z_{\parallel}(p\omega_0)}{p\omega_0} \rho_m(p)$$

其中， $\rho_m$  为 bunch form factor， $m = 1$  表示 dipole mode， $m = 2$  表示 quadrupole mode。

对横向、bunched beam，有  $\delta\nu \leq \Delta\nu$ ，其中， $\Delta\nu$  为束团自身的 betatron tune spread，一般约  $10^{-2}$ 。此外，有<sup>4</sup>

$$\delta\nu = \frac{eI_{\text{peak}} Z_{\perp\text{eff}} R}{2\pi\nu_\beta E}$$

其中，

$$Z_{\perp\text{eff}} = \frac{2R}{d^2} \left( \frac{Z_l}{n\omega_0} \right)_{\text{eff}} + Z_0 \frac{R}{\gamma^2} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{d^2} \right)$$

对 bunched beam，阈值与峰值电流相关，意味着可以固定 (峰值) 电流，增加电荷量 (即，增加束长) 而提高加速器性能。此时，限制性能的源头不再是集体效应，而是量子激发或束内散射效应。为了避免这些效应，一般考虑束长不超过 RF 波长的  $\frac{1}{10}$ 。

---

<sup>4</sup>该论文中缺少 Eq. (9)。按前后文，此式应该为 Eq. (9)。



## 5 储存环中宽带自放大自发相干太赫兹同步辐射的实验观测 [PRL 89] Observation of Broadband Self-Amplified Spontaneous Coherent Terahertz Synchrotron Radiation in a Storage Ring

### 5.1 基本信息

- 分类：同步辐射、自由电子激光
- 作者：J. M. Byrd, W. P. Leemans, A. Loftsdottir, B. Marcellis, Michael C. Martin, W. R. McKinney, F. Sannibale, T. Scarvie, and C. Steier (主要机构：Lawrence Berkeley National Laboratory)
- 类型：实验
- 链接：<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.89.224801>

### 5.2 摘要

近几年在许多同步辐射储存环已经观察到远红外与毫米波段相干同步辐射暴涨，微束团不稳定性被认为是此现象的起因。然而，这个不稳定性还没有被完全理清。这篇论文基于 LBL (Lawrence Berkeley National Laboratory) 实验室的 ALS (Advanced Light Source) 储存环，首次给出相干同步辐射导致微束团不稳定性暴涨现象的实验量测，与理论预测基本一致。

### 5.3 贡献或创新点

- 创新点：这篇论文是早期关于相干同步辐射与微束团动力学的实验工作之一，首次给出相干同步辐射导致微束团不稳定性暴涨现象的实验量测。
- 贡献：这篇论文描述的 stable CSR 指的是低于束团不稳定性阈值时，束团发出的相干同步辐射；高于电流阈值的电子束团发出的相干同步辐射为 unstable CSR。根据实验量测推知，对 ALS 储存环的 CSR 不稳定性，单束团电流阈值约为 27-31 mA。如下图 Fig. 1 所示，在阈值附近 (28.8 mA)，除了出现局部暴涨之外，还形成一大约 10 ms 的周期包络。每个暴涨约有 50  $\mu$ sec 的上升沿与 500  $\mu$ sec 的下降沿，这是由于辐射测定器 (bolometer) 的响应时间导致。

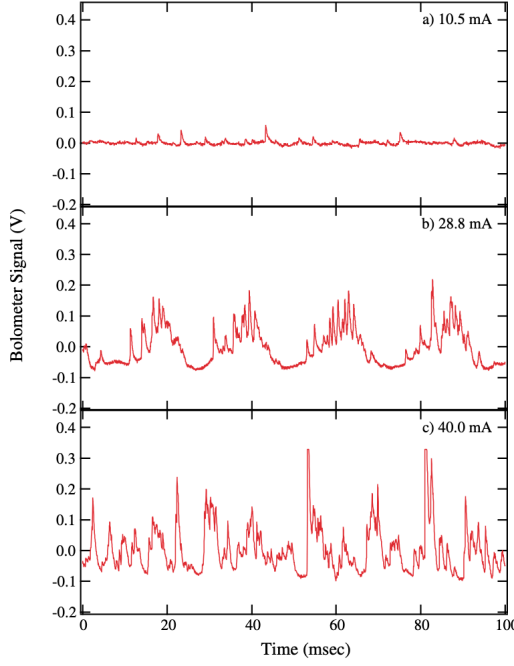


FIG. 1 (color online). Bolometer signal measured demonstrating bursting above threshold at three current values. Between 27 and 31 mA the bursts develop a periodic behavior. Above this current they appear more chaotic.

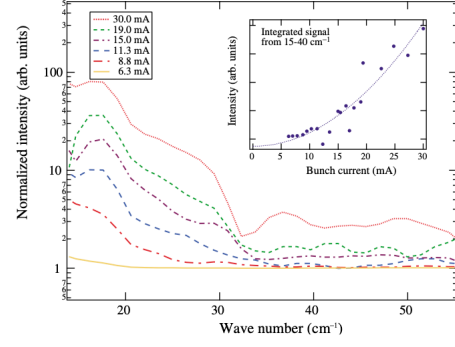


FIG. 2 (color online). Average frequency spectrum of bursts as a function of current. Inset: the integrated signal shows a quadratic dependence of the signal.

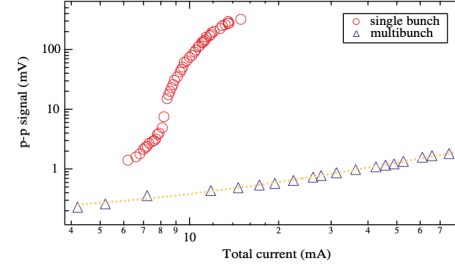


FIG. 3 (color online). 1.6 K bolometer signal as a function of total current for single and multibunch operation. The multibunch beam current is distributed into 300 bunches. The dashed line is a linear fit to the multibunch signal.

图 Fig. 2 为电子束产生的暴涨同步辐射时序脉冲的频谱，可以看到随着电流增加，辐射功率可能增加 100 倍，揭示束团内存在相干结构。Fig. 2 缩图为将频谱主要部分积分得到的辐射能量与束团电流的拟合，大致呈现平方关系。

这篇论文针对不同单束团电流范围 (0-20 mA) 与电子束能量 (1.2-2.0 GeV) 进行扫描，寻找阈值电流。实验上，阈值电流的界定为当在某一范围的电流扫描过程，当辐射测定器读值呈现显著的非线性比例关系时，取刚发生非线性关系的初始电流。图 Fig. 4 给出实验量测与理论预测。

#### 5.4 其它

这篇论文采用的电流阈值公式为

$$I_b > A \frac{1}{f_0 h^{1/2} V_{rf}^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{U_0}{e V_{rf}} \right)^2 \right]^{1/4}} \frac{\alpha^{3/2}}{\rho^{11/6} J_s^{3/2}} \frac{\gamma^{9/2}}{\lambda^{2/3}}$$

其中， $\alpha = 1.37 \times 10^{-3}$ ,  $h = 328$ ,  $f_0 = 1.5233$  MHz,  $V_{rf} = 1.3$  MV,  $J_s = 1/75$ ,  $A = (m_0 e c^6 C_q^3)^{1/2} / 2\pi^{1/3} r_0$ ,  $C_q = 3.832 \times 10^{-13}$  m.  $\rho$  为磁铁弯转半径。由于 ALS 环包含不

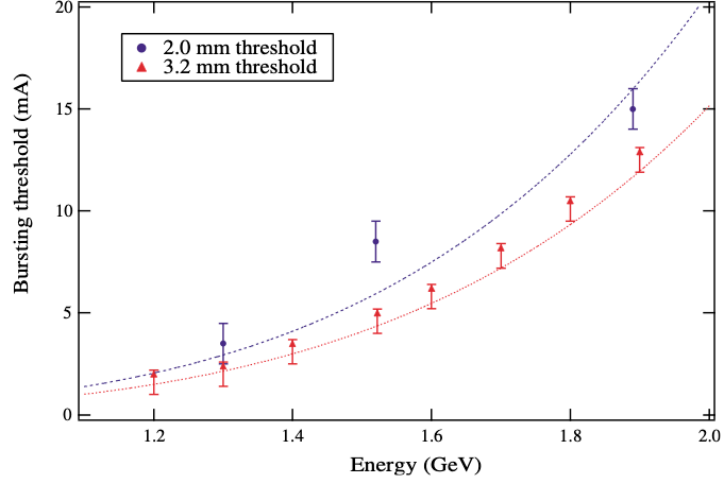


FIG. 4 (color online). Bursting threshold as a function of electron beam energy at 3.2 and 2 mm wavelengths. Data are shown as points. Calculated threshold using nominal ALS parameters at 3.2 and 2 mm wavelengths are shown as dashed lines.

同弯转半径的磁铁，因此，上式分母  $\rho^{11/6}$  项修正如下

$$\rho^{11/6} = \frac{(\rho_{sc}^{1/3} + 11\rho_n^{1/3})}{12} \left( \frac{\rho_{sc}\rho_n(\rho_n + 11\rho_{sc})}{\rho_n^2 + 11\rho_{sc}^2} \right)^{3/2}$$

其中， $\rho_n$  为常温磁铁 (4.96 m)， $\rho_{sc}$  为超导磁铁 (1.46 m)。

## 6 阈值以上的微波不稳定性理论 [PRE 54]

### Microwave instability beyond threshold

#### 6.1 基本信息

- 分类: 多粒子集体效应
- 作者: S.A. Heifets (SLAC)
- 类型: 理论
- 链接: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.54.2889>

#### 6.2 摘要

J. Haissinski 已经研究了在微波不稳定性阈值以上, 由 Haissinski 解描述的稳态束团分布的稳定性 [1]。研究表明, 不稳定性可能导致一种新的自洽状态, 对应于被困在不稳定模式分界线 (separatrix) 中的粒子分布。这篇论文证明了 Fokker-Planck 方程还存在另一个解, 然后将新解和该 Haissinski 解的自由能 (free energy) 进行了比较, 并发现新的解和 Haissinski 解之间的弛豫振荡 (relaxation oscillation) 是可能的, 而且与在实验中观察到的锯齿不稳定性 (sawtooth instability) 有关。

#### 6.3 贡献或创新点

- 创新点: 锯齿不稳定性 (swatooth instability) 表明对于单束团粒子数大于  $N_B$  的情况存在两个稳态解。根据阻尼时间的不同, 如果阻尼率足够大, 那么系统可能在这两个解之间具有弛豫振荡 (relaxation oscillation), 或者可能从其中一个解绝热漂移 (adiabatically drift) 到另一个解。这篇文章所考虑的机制如下: 该机制与由于非线性共振而产生的非线性自洽状态有关。这篇文章的一些想法遵循 Shonfeld [2] 和 Melle [3] 的论文。尽管这种方法没有描述一个束团的全时演化 (full time evolution), 但其可以让我们对不稳定模式的非线性动力学有一些理解。因此, 该机制与线性化 Vlasov 方程的研究是互补的。

通常, 稳定性的研究都基于线性化 Vlasov 方程, 该方程是从 Fokker-Planck 方程的一种退化形式, 适用于小的  $f(x, p, t) = \rho(x, p, t) - \rho_H(x, p)$ , 并忽略方程的右侧 (线性化处理)。这给出了一个齐次方程, 该方程定义了小扰动的方位角和径向本征模, 并且给出了相应模式的频率。当一些本征频率变为复数时, 微波不稳定性的

开始或起始将与模式耦合有关。

这篇文章提出，微波不稳定性的更详细研究基于准线性 (quasilinear) 方法，该方法考虑了增长的不稳定模式对自洽势的反馈效应 (feedback effect)，而这种反馈可能会停止不稳定性。或者，增长模式 (growing mode) 导致了一个新的准稳态解。这篇文章在准线性近似中说明了该新稳态解的起源。分布函数被分为两个函数  $\rho(x, p, t) = \rho_0(x, p, t) + f(x, p, t)$ ，其中这两个函数分别对时间具有缓慢和快速的依赖性。于是，Fokker-Planck 方程将给出两个方程：

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \{H(\rho_0), \rho_0\} = \left[ D \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial p^2} + \gamma_d \frac{\partial (p \rho_0)}{\partial p} \right] - \overline{\{U_W(f), f\}},$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \{H(\rho_0), f\} + \{U_W(f), \rho_0\} = 0.$$

其中， $H(f)$  意味着自洽哈密顿量是通过函数  $f$  计算得到的。上面第一个方程中符号上的横线代表在快速振荡项取平均值，第二个方程可以通过从  $x, p$  到角度作用变量  $\phi, J$  的正则变换来简化，以使得  $H(\rho_0) = H(J)$ 。

这篇文章通过上面两个式子，定义了方位角谐波 (azimuthal harmonics)  $f_m(J)$ ：

$$f(J, \phi, t) = \sum_m f_m(J) e^{i\Omega t - im\phi}, \quad f_m(J) = \frac{\partial \rho_0}{\partial J} \frac{U_m(J)}{\omega(J) - (\Omega/m)},$$

其中， $\omega(J) = dH(J)/dJ$ 。结合  $U_m(J) = \int \frac{d\phi}{2\pi} e^{im\phi - i\Omega t} U_W(f)$ ，给出了定义  $\Omega = m(\omega_r + i\gamma_m)$  实部和虚部的色散关系，并且  $m > 0$  给出  $\omega(J) > 0$ 。如果  $\gamma_m < 0$ ，那么这意味着该模式不稳定。

此外，对于零方位角谐波，新变量中的  $\rho_0(J)$  采用以下形式：

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial J} \left[ D \frac{J}{\omega(J)} \frac{\partial \rho_0}{\partial J} + \gamma_d J \rho_0(J) \right] + \frac{\partial}{\partial J} \overline{\frac{\partial U_W(f)}{\partial \phi} f}.$$

等式右边最后一项描述了模式对分布函数的反馈效应：

$$\overline{\frac{\partial U_W(f)}{\partial \phi} f} = \frac{2m\gamma_m |U_m(J)|^2}{(\omega(J) - \omega_r)^2 + \gamma_m^2} \frac{\partial \rho_0}{\partial J} e^{-2m\gamma_m t}.$$

该项可以与和扩散系数  $D$  成比例的项相结合。因此，它可以改变束团温度并改变自洽势。作为结果，不稳定的增长模式可能稳定，也可能衰减。然而，还存在另外一种可能性，当  $\gamma_m \rightarrow 0$  时，分布函数可以达到一个新的平衡。分布函数的修正对应于等离子体中准线性理论的一个众所周知的结果：在  $J = J_r$  处， $\partial \rho_0 / \partial J \propto \gamma_m \rightarrow 0$ 。

这与朗道阻尼理论中的 Van-Kampen 波密切相关，这篇文章也考虑了该解 (称为共振解) 所对应的情况。

这篇文章假设存在一个被激发到有限振幅的方位角模式，对应的频率为  $\Omega$ 。这种模式可以被认为是对束团中粒子的周期性扰动，同步频率为  $\omega(J) \simeq \Omega/n$  的共振粒子可能被困在分界线 (separatrix) 中。被捕获粒子的运动产生尾场和束团密度的周期性调制。这篇文章想要找到一个自洽的解，其中共振粒子产生周期性扰动，并支持在分界线中捕获这些粒子。该机制描述了朗道阻尼的非线性状态。

这篇文章对哈密顿量引入了小的扰动，并通过对坐标的正则变换以使得问题简化。此外，还引入了两个新的变量，分别可以视作常数的扰动幅度  $\epsilon$  以及用来定义能量的参数  $\kappa$  (此处省略部分推导)：

$$\epsilon = 2 |V_n(J_r)|, \quad \frac{1}{M} = |\omega'_r|,$$

$$H = \frac{2\epsilon}{\kappa^2}, \quad q = \pm \sqrt{\frac{4M\epsilon}{\kappa^2} [1 - \kappa^2 \sin^2(n\alpha/2)]}.$$

注意，此处假设了在  $\omega_r \equiv \omega(J_r) = \Omega/n$  的束长内存在一个振幅  $J_r$ 。对于  $\kappa > 1$  的运动是有界的，对应于分界线内的运动；对于  $0 < \kappa < 1$  的运动是无界的，对于负的  $q$ ， $J > J_r$  和  $J < J_r$  分别对应分界线上方和下方的粒子。参考下图 Fig. 1 与 2。

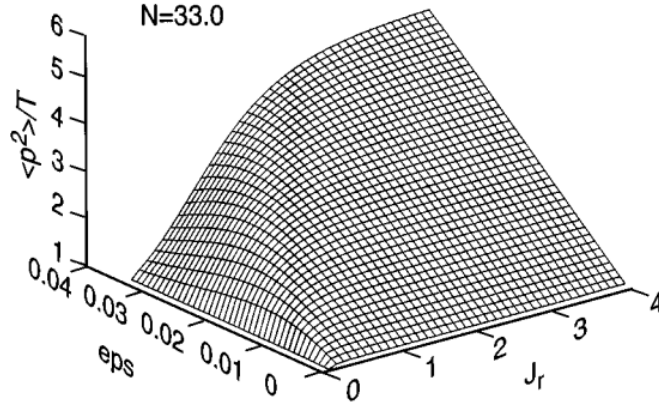


FIG. 1. RMS  $\langle \delta^2 \rangle$  for the resonance solution.

- 贡献：热力学平衡系统的一般说法是，在平衡状态下不存在内部宏观运动。然而这篇文章所考虑的系统是具体的， $N$  粒子系统没有哈密顿量，因为第三牛顿定律不适用于尾场势的相互作用。处于自洽势的粒子可以用 Fokker-Planck 方程来描述。这篇文章表明，共振解是自发对称性破缺 (spontaneously breaking symmetry) 的

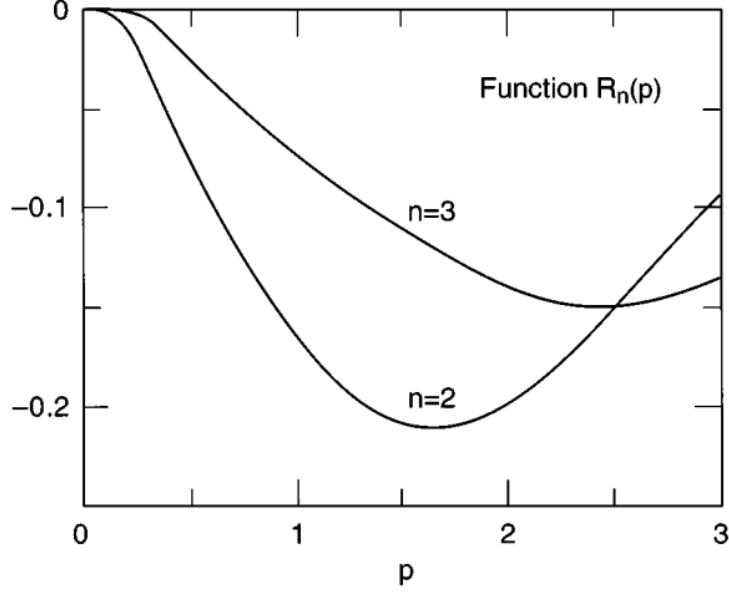


FIG. 2.  $R_{nn}(J_r, J_r)$  as a function of  $J_r$  for  $n=2$  and  $n=3$ .

结果。该解描述了一种自洽状态，该状态出现在被捕获在具有本征频率  $\Omega$  的方位角模式的分界线中的粒子产生与这种方位角模式的激发等效的自洽势的扰动的时候。在旋转坐标 (rotating frame) 中，共振解是稳态解。在原始的  $\phi, J$  变量中，如果存在频率为  $\omega(J) \simeq \Omega/n$  的共振粒子，则这对应于修改 (modified) 的零次和  $n$  次方位角谐波的特定组合。

这篇文章还表明在大束团电流的情况下，共振解可能具有比 Haissinski 解更低的自由能。自由能的最小值和自洽条件定义了共振解  $\epsilon$  和  $\Omega$  的参数。新状态下的束团具有不同于 Haissinski 解的 rms 能散。另外，从其中一种解到另外一种解的转换过程可以是绝热的，但前提是阻尼时间要足够大。由于一个简单的非线性动力学只存在于单个共振中，所以可以很容易的根据势阱畸变 (potential well distortion, PWD) 和束团的参数推测出，可以同时激发几个共振。大振幅共振之间的相互作用可能导致分界线的重叠及其破坏。在这种情况下，被捕获的粒子变成自由的丝状 (filament)，并产生束团的动力学加热 (dynamic heating)，需要注意的是这必须与单模的 rms 能散的准静态变化区分开来。

本文的一些数值结果如下：

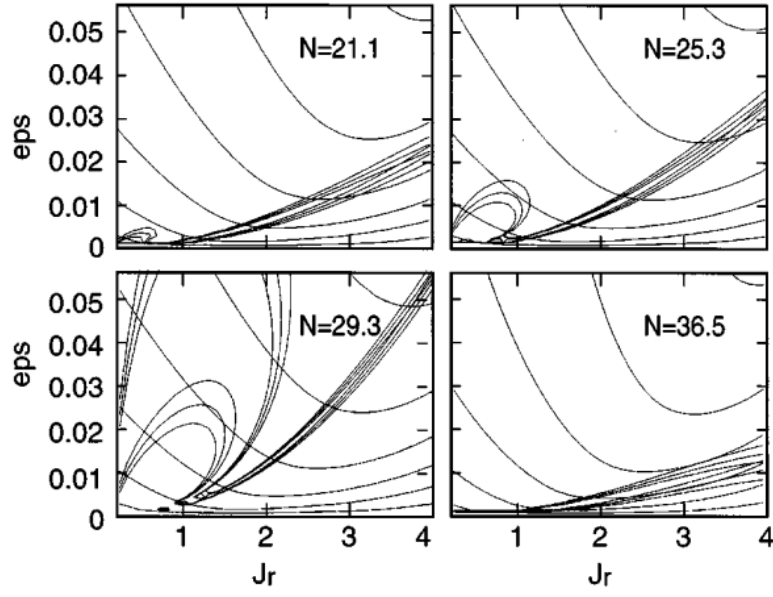


FIG. 4. Difference of free energies  $\Delta\Phi$  and lines corresponding to the condition of self-consistency Eq. (42) for modes  $n=2,3$  and different  $N_B$ .

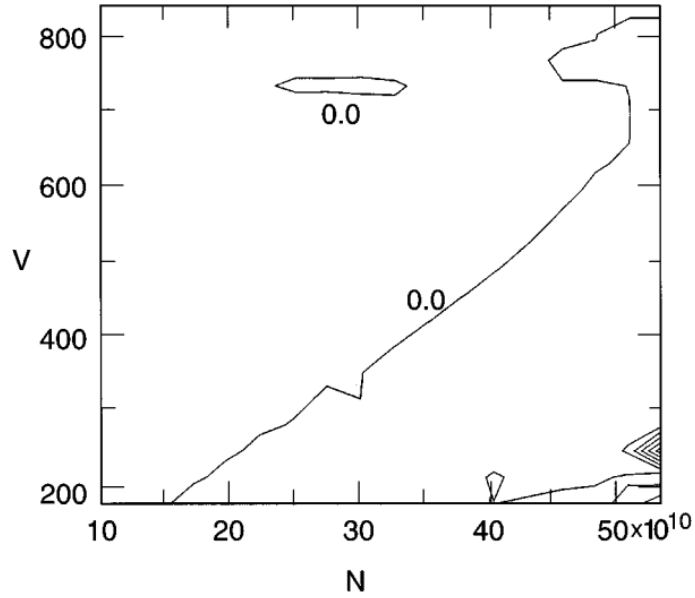


FIG. 5. Contour line  $\omega'(N,V)=0$  in the plane  $V, N_B$ .



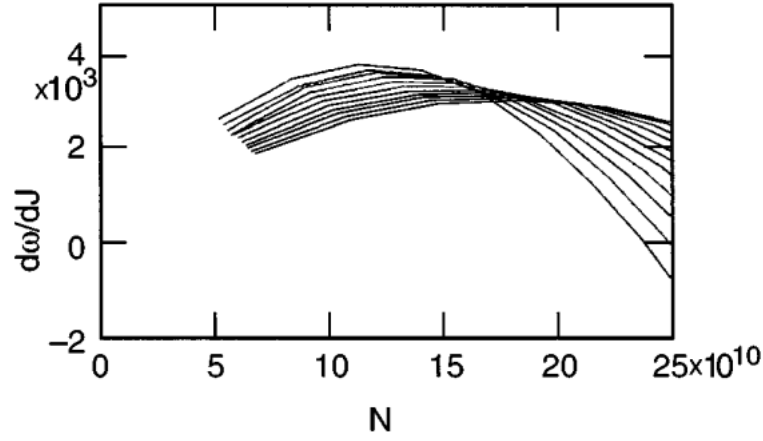


FIG. 6. Dependence of  $\omega'$  on  $N_B$  for different temperatures  $T$  and fixed rf voltage  $V=350$  MV.

## 参考文献

- [1] J. Haissinski, Exact longitudinal equilibrium distribution of stored electrons in the presence of self-fields. *Il Nuovo Cimento B* 18, 72-82 (1973). <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02832640>
- [2] J.F. Schonfeld, Statistical mechanics of colliding beams. *Annals of Physics* 160, 149-193 (1985). <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491685903689>
- [3] R.E. Meller, Statistical methods for non-equilibrium systems with application to accelerator beam dynamics, Cornell University (1986). <https://www.proquest.com/openview/b68a6bafc988a49c359fc9023b94e1da/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>

## 7 在双弯铁消色散段中抑制相干同步加速器辐射导致发射度增长的一般条件 [PRAB 17-06]

Generic conditions for suppressing the coherent synchrotron radiation induced emittance growth in a two-dipole achromat

### 7.1 基本信息

- 分类: 束流光学、相干同步辐射 (CSR)
- 作者: Yi Jiao, Xiaohao Cui, Xiyang Huang, and Gang Xu (主要机构: 中国科学院高能物理研究所)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.17.060701>

### 7.2 摘要

相干同步辐射 (CSR) 的影响在高亮度电子加速器中的影响较为明显, 并且会导致束团能散增加和横向发射度稀释 (transverse emittance dilution)。由于在当前已有以及未来计划中的高亮度光源和直线对撞机中, 对电子束的发射度和短束长的要求不断提高, 因此抑制这种由 CSR 带来的影响是非常重要的。

用来评估和抑制消色散单元 (achromatic cells) 中由于 CSR 引起的发射度增长的方法有两种, 分别是  $R$  矩阵 (R-matrix) 和 Courant-Snyder 分析法 (C-S 分析法), 这篇文章通过对两种方法进行了一些修改以证明它们的等价性。这篇文章通过修正后的分析方法, 获得了在由两个任意弯转磁铁组成的单个消色散单元中抵消 CSR 导致的发射度激发 (emittance excitation) 的一般条件。尽管这篇文章的分析仅适用于线性区域, 但基于 CSR 引起的粒子能量偏差与弯转角度  $\theta$  和弯转半径的  $1/3$  次方  $\rho^{1/3}$  成比例的假设, 并通过 ELEGANT 模拟证明, 当考虑更详细的一维 CSR 模型时, 从该分析方法导出的条件在抑制发射度增长方面仍然有效。此外, 这篇文章还表明, 与 CSR kick 匹配法和光学平衡法相比, 通过修正后分析方法的条件可以将发射度增长降低到更低的水平。

### 7.3 贡献或创新点

这篇文章采用操纵束流光学 (manipulation of beam optics) 的方法来抑制 CSR 带来的影响。其中一种方式是通过将相同单元之间的 betatron 相位超前微调至适当的值, 并在传输系统 (transport system) 上施加某些对称条件来消除 CSR kick, 又称光学平衡法。该方法可以利用 Courant-Snyder 分析法进行研究, 并发现发射度的增长与束团的 C-S 参数 (Twiss 参数) 有关 [1]。另一种方法是通过将束团包络与单个消色散单元出口处的净 CSR kick 相匹配来最小化 CSR 导致的发射度增长 [2], 又称 CSR kick 匹配法。这种方法则可以通过  $R$  矩阵分析法来对单个消色散单元中的 CSR 效应进行分析 [2]。

- 创新点: 由于在 CSR kick 匹配法中, CSR kick 不会在单个消色散单元中被消除, 同时在光学平衡法中, 也只能通过把束团包络与 CSR kick 相匹配来最小化发射度增长。因此, 这篇文章出于对“是否存在消除而不是最小化单个消色散单元中 CSR 引起的发射度增长的一般规律”的思考, 对  $R$  矩阵和 C-S 分析法做出了如下一些修改:

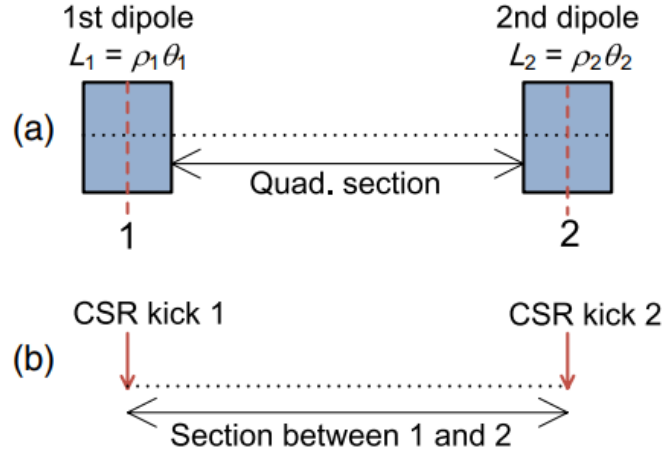


FIG. 1. Schematic layout of a two-dipole achromat (a) and physical model for the two-dimensional point-kick analysis of the CSR effect in a two-dipole achromat (b). The points 1 and 2 indicate the centers of the first and the second dipole, respectively.

- (1) 基于  $\delta(\text{csr}) \propto L_b/\rho^{2/3}$  的新假设, 将  $R$  矩阵分析法的范围扩展到了具有不同弯转半径二极铁的消色散段中, 其中  $\delta(\text{csr})$  为在上游二极铁中 CSR 引起的能量偏差,  $L_b$  与  $\rho$  分别为二极铁中粒子的弯转路径和弯转半径。该新假设源于 CSR 引起的 rms 能散  $\Delta E_{\text{rms}}$  与  $L_b$  和  $\rho^{-2/3}$  成正比, 并且可以通过这个新假设  $\delta(\text{csr}) = kL_b/\rho^{2/3}$  来线性化 CSR 效应, 其中,  $k$  仅取决于束团的电荷  $Q$  和束长  $\sigma_z$ 。另外, 通过 ELEGANT 模拟表明, 这种关系适用于  $\theta$  从  $1^\circ$  到  $12^\circ$  以及  $\rho$  从 1 到 150 m 的范围。参考下图 Fig. 2。

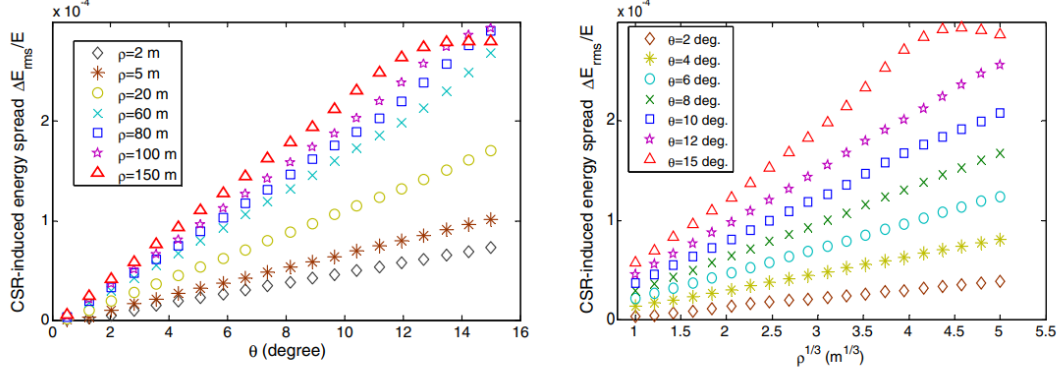


FIG. 2. Variation of the CSR-induced rms energy spread in a dipole with  $\theta$  (left) and  $\rho^{1/3}$  (right), respectively, obtained by ELEGANT simulations with  $Q = 100$  pC and  $\sigma_z = 30$   $\mu$ m.

- (2) 由于  $k$  与二极铁参数无关，所以二极铁的  $R$  矩阵可以用于研究不同弯转半径和弯转角度消色散段中的 CSR 效应。此外，这篇文章将两个二极铁之间 (两个二极铁中心之间) 的 beamline 作为一个整体进行处理，并根据 betatron 相位超前和 C-S 参数来表示二极铁之间四极部分的  $R$  矩阵，以使最终的分析独立于具体的光学设计。
- (3) 在 C-S 分析法基础上建立二极铁中 CSR 效应的 point-kick 模型，利用该模型可以将 CSR 引起的发射度增长的分析简化至  $(x, x')$  二维平面。这种模型将二极铁中的 CSR 效应等效地表示为 point-kick，并且有以下几个假设：首先，kick 发生在二极铁的中心；其次，CSR kick 包含两个元素，分别与  $\delta_{\text{csr}}$  和  $k$  有关；最后，粒子的能量偏差不是恒定的，但在穿过二极铁后增加  $k\rho^{1/3}\theta$ 。

这篇文章通过修正后的分析法，获得了消除具有任意弯转半径和弯转角度的两个二极铁的单个消色散段的 CSR 驱动发射度激发的明确条件。这篇文章还表明，对于所提出的 CSR point-kick 模型，C-S 分析等效于  $R$  矩阵分析。

- 贡献：这篇文章给出了在线性状态下消除 CSR kick 的一般条件，并且该条件适用于具有任意弯转半径和弯转角度二极铁的双弯铁消色散段。这些条件提出了一种新的方法来抑制双弯铁消色散段中由 CSR 导致的发射度增长。

这篇文章通过 ELEGANT 模拟验证了所提出的条件，数值模拟的结果表明，在考虑更详细的 CSR 尾场一维物理模型的情况下，发射度的增长仍然可以得到很好的控制 (n.c.CSR、tr. CSR 和 d.s.CSR 分别表示二极铁中 CSR 尾场的非线性分量、二极铁边缘的瞬态 CSR 和二极铁后漂移段中的 CSR 尾场)。此外，这篇文章还通过 ELEGANT 对所提出的条件与其他两种方法 (CSR kick 匹配法和光学平衡法) 进行了比较。数值结果表明，与其他两种方法相比，在这篇文章所提出的条件下，CSR 导致的发射度增长可以保持在较低的水平。

TABLE I. The emittance growth in presence of the effects of n.c. CSR, tr. CSR, and d.s. CSR in a two-dipole achromat with  $r = r^*$ ,  $M_{c2c}(2, 1) = M_{c2c}^*(2, 1)$  and  $(\beta_0, \alpha_0) = (3 \text{ m}, 8)$ , obtained by ELEGANT simulations.

CSR effects	Initial normalized emittance $\epsilon_{n0}$ (mm.rad)	Final normalized emittance $\epsilon_{nf}$ (mm.rad)	Relative emittance growth $\Delta\epsilon_n/\epsilon_{n0}$
n.c. CSR	2	2.0030	$1.5 \times 10^{-3}$
n.c. CSR + tr.CSR	2	2.0056	$2.8 \times 10^{-3}$
n.c. CSR + tr.CSR +d.s.CSR	2	2.0119	$5.95 \times 10^{-3}$

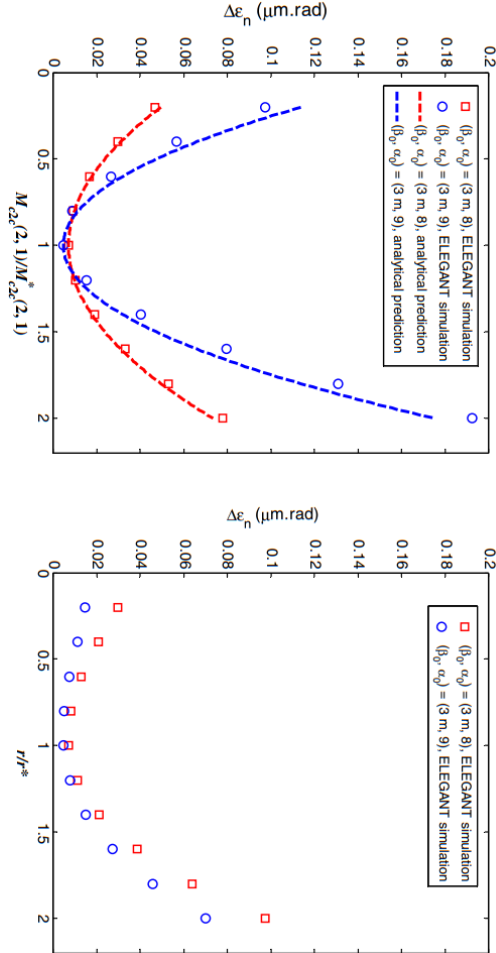


FIG. 3. Variation of the emittance growth  $\Delta\epsilon_n$  due to CSR with  $r$  (in units of  $r^*$ ) and  $M_{c2c}^*(2, 1)$  [in units of  $M_{c2c}^*(2, 1)$ ] for the cases with initial C-S parameters  $(\beta_0, \alpha_0)$  of  $(3 \text{ m}, 8)$  and  $(3 \text{ m}, 9)$  in a two-dipole achromat, obtained by ELEGANT simulations. The dashed lines are the analytical prediction from Eqs. (2.13) and (2.18) with  $k_{\text{rms}} = 0.0012 \text{ m}^{-1/3}$  and with a shift of the minimum  $\Delta\epsilon_n$ .

TABLE II. Parameters of the electron beam and of the DBA used in the ELEGANT simulations.

Parameter	Value	Unit
Bunch charge	500	pC
Beam energy	1000	MeV
Energy spread	0.05	%
Beam normalized emittance	2	$\mu\text{m} \cdot \text{rad}$
Bunch length	30	$\mu\text{m}$
Dipole bending radius	7	m
Dipole bending angle	3	degrees

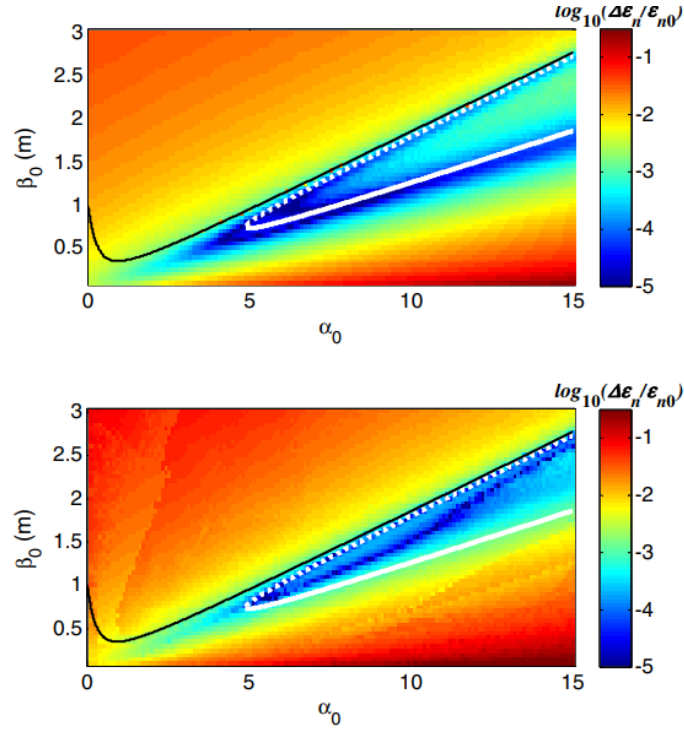


FIG. 4. Variation of the relative emittance growth  $\Delta\epsilon_n/\epsilon_{n0}$  after passage through a DBA with  $\beta_0$  and  $\alpha_0$ , obtained by ELEGANT simulations, with (lower plot) and without (upper plot) considering the effect of d.s. CSR. The white solid, white dotted, and black solid lines represent the solutions  $\beta_{0,1}$ ,  $\beta_{0,2}$ , and  $\beta_{0,\text{match}}$ , respectively.

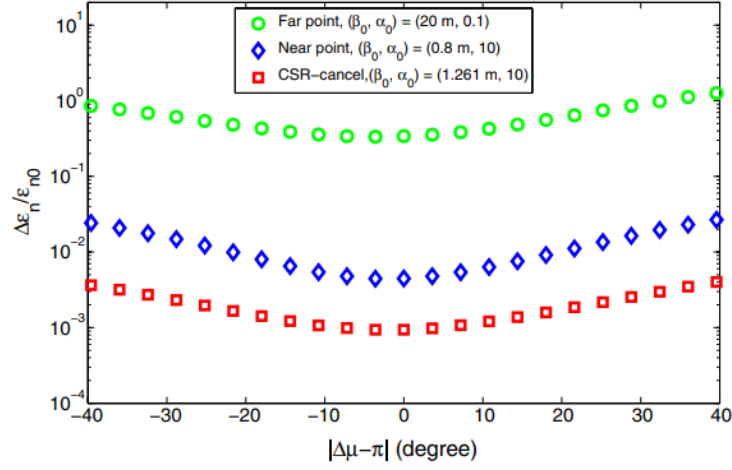


FIG. 5. Variation of the relative emittance growth  $\Delta\epsilon_n/\epsilon_{n0}$  after passage through two identical DBAs with the phase advance of the quadrupole section between two DBAs,  $\Delta\mu$ , obtained by ELEGANT simulations.

#### 7.4 其它

需要注意的是，在这篇文章的分析中假设了固定的束团电荷和束长。因此，这篇文章给出的结果更适用于具有小的  $R_{56}$  的传输系统。对于束长变化较大的传输系统的情况，需要更进一步的研究。

#### 参考文献

- [1] Di Mitri S, Cornacchia M, Spampinati S. Cancellation of coherent synchrotron radiation kicks with optics balance[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(1): 014801. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.110.014801>
- [2] Hajima R. Emittance compensation in a return arc of an energy-recovery linac[M]//Free Electron Lasers 2003. Elsevier, 2004: 335-339. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/B9780444517272500778>

## 8 在多弯转束流传输或再循环弧中抑制相干同步辐射导致的微聚束的条件 [PRAB 20-02]

### Conditions for coherent-synchrotron-radiation-induced microbunching suppression in multibend beam transport or recirculation arcs

#### 8.1 基本信息

- 分类: 束流光学、相干同步辐射 (CSR)
- 作者: C.-Y. Tsai (Virginia Polytechnic Institute and State University), S. Di Mitri (Elettra-Sincrotrone Trieste), D. Douglas (Jefferson Laboratory), R. Li (Virginia Polytechnic Institute and State University and Jefferson Laboratory), and C. Tennant (Jefferson Laboratory)
- 类型: 理论、数值模拟
- 链接: <https://link.aps.org/pdf/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.024401>

#### 8.2 摘要

这篇文章为在 transport or recirculation arcs 中抑制相干同步辐射 (CSR) 引起的微聚束不稳定性提供了充分条件, 并且通过参考文献 [1] 中开发的半解析 Vlasov solver 进行了相关的微聚束分析以作为举例说明。示例中的磁聚焦结构包括低能量 ( $\sim 100$  MeV) 和高能量 ( $\sim 1$  GeV) recirculation arcs, 以及中等能量的 compressor arcs。这篇文章的研究表明, 满足所提出条件的磁聚焦结构确实抑制了微聚束增益 (microbunching gain)。这篇文章还证明了, 最大 CSR 微聚束增益对束团电流的依赖性, 这将有助于概述不同 nominal 电流尺度的 beamline 设计。这篇文章的分析与结果有望能够阐明旨在控制 CSR 导致的微聚束的磁聚焦结构设计的方法。

#### 8.3 贡献或创新点

这篇文章的分析基于线性化 Vlasov 方程, 该方程在 single-pass 束流传输系统中建立了 CSR 导致的微聚束不稳定性的理论公式。该公式假设了初始调制波长与束长相比很小的情况, 即 coasting beam 近似。在线性化 Vlasov 方程处理中, CSR 效应被视为



对束团相空间分布的小扰动。控制 complex bunching factor 沿 beamline 演化的方程可以写成以下积分方程：

$$b(k; s) = b_0(k; s) + i \int_0^s ds' \Lambda \mathcal{K}(s, s') b(k; s')$$

其中， $s'$  表示 CSR 可能发生的位置， $s$  表示束团受到 energy kick 的位置；bunching factor  $b(k; s)$  和  $b_0(k; s)$  分别被定义为扰动和未扰动相空间分布的纵向  $z$  坐标的傅里叶变换。系数  $\Lambda$  表征了对束团电流和束团能量的依赖性。

- 创新点：对于 transport arcs，已经提出了几种方案来抑制 CSR 引起的发射度增长，并且已经在一些场景中进行了引入来抑制 CSR 导致的微聚束不稳定性 [2, 3]，然而这些场景都主要针对基于直线加速器的机器，这些机器中的二极铁的数量通常都很小。在这篇文章中，作者提供了一组充分条件来抑制在含有多个 (几个到几十个) 弯转磁铁组成的 arcs 中由 CSR 引起的微聚束。因此这篇文章的发现对 recirculating accelerator 的磁聚焦结构设计以及 single-pass 设施中的 multidipole 传输线的设计都很有意义。

由 CSR 导致的微聚束可以通过增强朗道阻尼 (Landau damping) 或使整个 beamline 的相对动量压缩函数 (momentum compaction function) 尽可能小来进行抑制。这篇文章采用后者的方法，引入了一个表征 beamline 磁聚焦结构中 CSR 效应的参数  $\xi$ ，并试图通过标准线性矩阵分析将  $\xi$  与磁聚焦结构的 Twiss 参数联系起来。这篇文章所考虑的 beamline 如图 Fig. 1 所示。

$$\xi = \left| \max \left\{ R_{56}^{s' \rightarrow s} \right\} \frac{k_0^{1/3}}{\rho^{2/3}} \Delta L \right|.$$

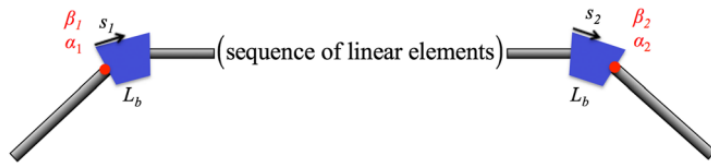


FIG. 1. Illustration of a two-dipole system. The in-between section can be a general transport section (see context for definition of notations).

- 贡献：这篇文章找到了抑制 CSR 微聚束的明确条件，所采取的方法是通过操纵  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$  来获得较小的核函数  $\mathcal{K}$ 。同时，这篇文章讨论了消色散、色散、等时和非等时四种情况下 CSR 微聚束抑制的条件。给定两个二极铁的  $R_{16}, R_{26}, R_{56}$  (Fig. 1),  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$  将仅取决于磁聚焦结构的 Twiss 参数和相位差  $\psi_{21}$ 。Fig. 2 展示了消色散 ( $R_{16} = R_{26} = 0$ ) 和等时 ( $R_{56} = 0$ ) 情况的典型  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$  行为，从图中可以明显看

出，较小的  $\beta$  函数是更好的选择。在该特定参数范围内， $\alpha$  函数的选择不会对所得  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$  产生太大影响。此外，Fig. 2 似乎也透露出，在  $\psi_{21} \approx \pi$  (或其整数倍) 处有最小的  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$ 。

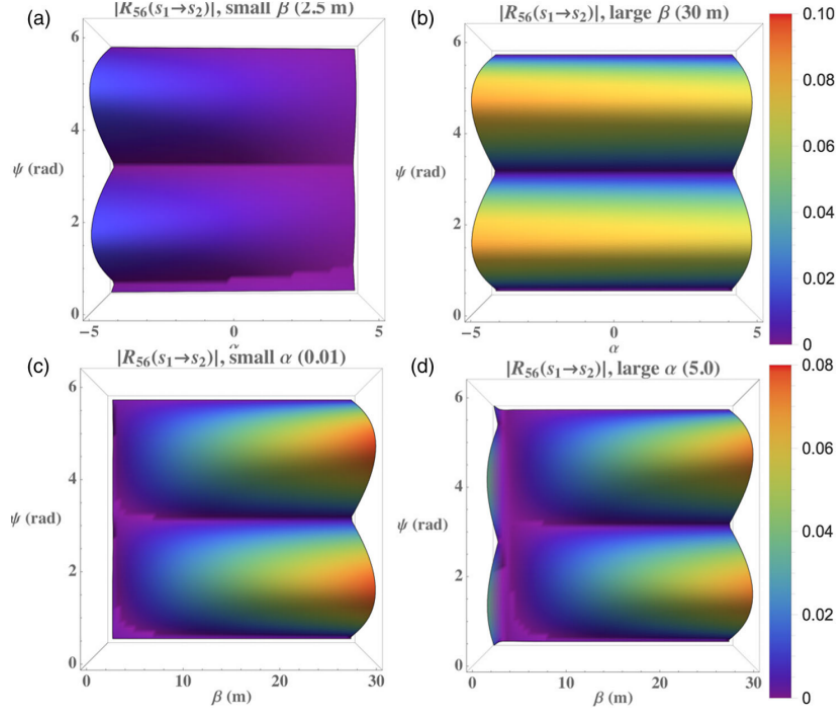


FIG. 2.  $|R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}|$  pattern for an achromatic and isochronous unit,  $R_{16} = R_{26} = R_{56} = 0$ . (Top)  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}(\alpha, \psi)$  for (a) small and (b) large  $\beta$  functions; (bottom)  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}(\beta, \psi)$  for (c) small and (d) large  $\alpha$  functions. The color bar is measured in meters.

此外，这篇文章还分别通过低能量 ( $\sim 100$  MeV) 和高能量 ( $\sim 1$  GeV) recirculation arcs，以及中等能量 compressor arcs 三组比较示例来对所提出的条件进行检验。这里给出其中第一组涉及两个 1.3 GeV 高能 recirculation arcs (以下简称 HERA v1 和 v2) 的例子以说明结果 (更多有关其他示例的对比和结果详见文章 Sec.III B 和 III C)。它们的相关参数见 Table I。Fig. 5 分别显示了 HERA v1 和 v2 的 CSR 导致的微聚束增益谱 (红色线和点)。Fig. 6 则分别给出了 HERA v1[(a) 和 (c)] 和 v2[(b) 和 (d)] 二极铁处的  $\alpha$  函数和 betatron 相位  $\psi_{21}$ ，以验证文章中所提出的条件。这篇文章还研究了最大 CSR 增益处的束团电流标度 (Fig. 7)，它可以作为设置最大幅度的相对动量压缩函数的指南，以便在不同的束团电流和束团能量水平下设计用于类似目的的磁聚焦结构。

TABLE I. Selected beam parameters used in HERA arcs.

Name	HERA v1	HERA v2	Unit
Beam energy	1.3	1.3	GeV
Peak current	65	65	A
Slice rms energy spread	$1.23 \times 10^{-5}$	$1.23 \times 10^{-5}$	
Normalized emittance	0.3	0.3	$\mu\text{m}$
Chirp	0	0	$\text{m}^{-1}$
Compression factor	1	1	
$\rho$	3.6	3.6	m
$\Delta L$	40	20	m
$\max\{R_{56}(s' \rightarrow s)\}$	0.52	0.13	m
$G_{f,\max}$	250	1	
$\lambda_{\text{opt}}$	40	20	$\mu\text{m}$
$\xi$	477.8	75.2	m

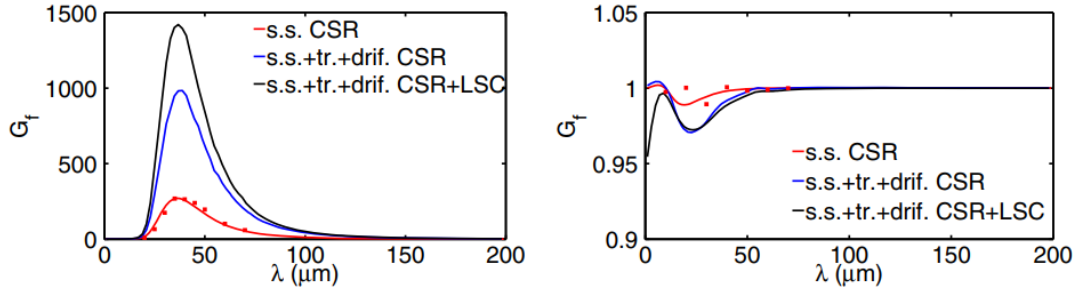


图 1: 两个例子之间的 CSR 增益的显著差异清楚地表明: HERA v1 容易受到 CSR 微聚束的影响, 峰值增益为  $\sim 250$ , 而 HERA v2 中的微聚束增益保持在 1 左右 (即没有微聚束放大)。此外, 为了验证 Vlasov 的结果, 这篇文章还使用了 ELEGANT 对两个示例进行了模拟。ELEGANT 模拟的结果与 Vlasov solver 显示出极好的一致性。

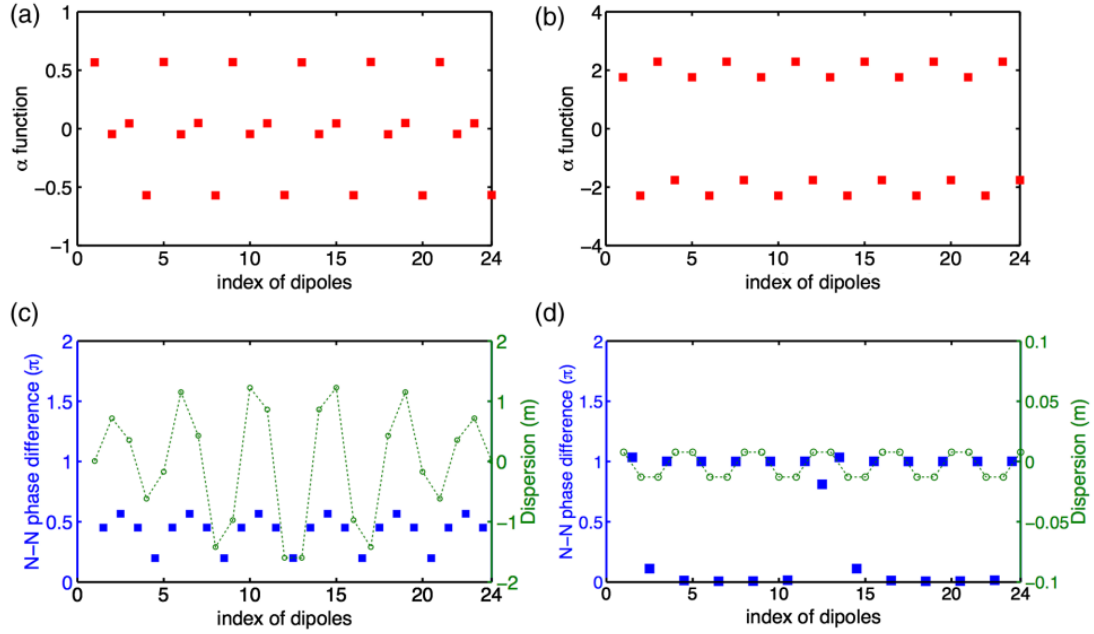


图 2: 6(a) 和 6(b) 比较了二极铁位置的  $\alpha$  函数和相邻二极铁之间的 betatron 相位  $\psi_{21}$ 。如这篇文章所提出的一样, 适度的  $\alpha$  函数 [6(b)] 通常是获得较小相对动量压缩函数的较好选择。6(c) 和 6(d) 分别展示了这两个例子中相邻二极铁之间的相位差。相邻二极铁之间具有  $\sim 0$  或  $\sim \pi$  相位差的 HERA v2 确实满足了这篇文章所提出的条件, 即当  $\psi_{21} \approx \pi$  (或其整数倍时), 可以实现较小的相对动量压缩函数。相反,  $\psi_{21}$  从 0 散射到  $\pi/2$  的 HERA v2 则不满足所提出的条件, 所以会具有相对较大的相对动量压缩函数。

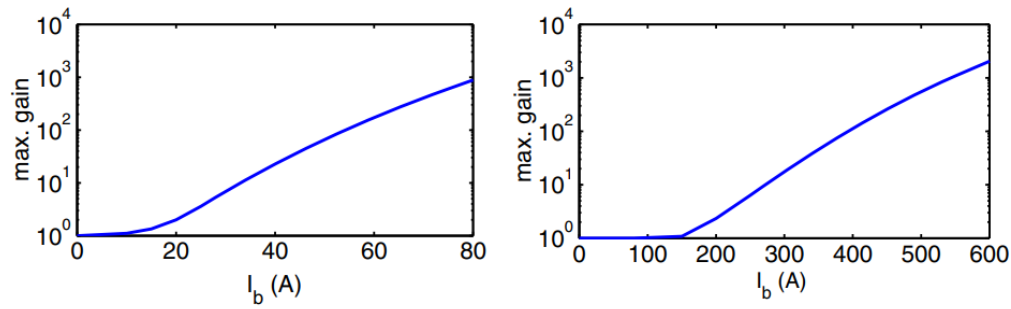


图 3: 参数  $\Lambda$  和  $\xi$  可以用于缩放比较磁聚焦结构的最大增益。HERA v1 的  $\xi$  大约是 HERA v2  $\xi$  的 6.4 倍。从 FIG.7 可以看到, 事实上, 这个因子可以反映最大增益的束团电流的缩放, 这种缩放可以用作设置最大相对动量压缩函数  $R_{56}^{s_1 \rightarrow s_2}$  的数量级的准则。

## 8.4 其它

需要注意的是,除了 CSR 之外,束团质量下降也可能由纵向空间电荷 (longitudinal space charge, LSC) 效应引起。尽管在这篇文章的分析中排除了 LSC 效应,但作者在一组示例磁聚焦结构中 (HERA v1 和 v2) 展示数值结果时,同时展示了单纯 CSR 和综合 (CSR 加 LSC) 效应的影响。

## 参考文献

- [1] Tsai C Y, Douglas D, Li R, et al. Linear microbunching analysis for recirculation machines[J]. Physical Review Accelerators and Beams, 2016, 19(11): 114401. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.114401>
- [2] Saldin E L, Schneidmiller E A, Yurkov M V. Longitudinal space charge-driven microbunching instability in the TESLA Test Facility linac[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2004, 528(1-2): 355-359. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S016890020400720X>
- [3] Huang Z, Borland M, Emma P, et al. Suppression of microbunching instability in the linac coherent light source[J]. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams, 2004, 7(7): 074401. <https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.7.074401>

## 9 平面啁啾镜反射中的光束聚束 [PRA 87]

### Beam focusing in reflection from flat chirped mirrors

#### 9.1 基本信息

- 分类: 激光
- 作者: Y.C. Cheng, M. Peckus, S. Kicas, J. Trull, C. Cojocaru, R. Vilaseca, R. Drazdys, and K. Staliunas
- 类型: 理论和实验
- 链接: <https://journals.aps.org/prapdf/10.1103/PhysRevA.87.045802>

#### 9.2 摘要

这篇文章提出光束聚束 (beam focusing) 和成像可以从微调制电介质结构 (micro-modulated dielectric structure) 的光滑平面反射中获得, 并通过计算和实验验证。这篇文章演示一维调制和啁啾结构可以聚束并对光的一个模式成像, 即可以充当横向不变的平面聚焦镜。

#### 9.3 贡献或创新点

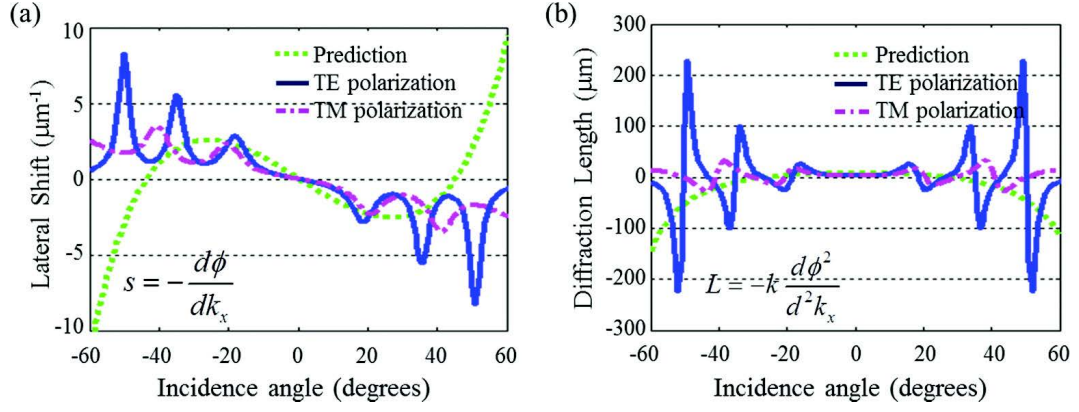
- 创新点和贡献: 这篇论文将光束经过啁啾镜反射的色散等效为一维穿过多个聚焦透镜的结构, 并推导了光束的横向位移  $s = -d\varphi/dk_x$  和衍射传播距离 (给出了在真空中的传播距离, 即平面聚焦镜的焦距)  $L_{\text{diff}} = -kd^2\varphi/dk_x^2$ , 公式如下:

$$s = -\frac{d\varphi}{dk_x} = \frac{2}{\alpha} \left( k - k_0 - \frac{1}{2} \frac{k_x^2}{k} \right) \frac{k_x}{k}$$

$$L_{\text{diff}} = -k \frac{d^2\varphi}{dk_x^2} = \frac{2}{\alpha} \left( k - k_0 - \frac{3}{2} \frac{k_x^2}{k} \right)$$

其中,  $\alpha > 0$  为正线性啁啾系数,  $k_B(z) = k_0 + \alpha z$ ,  $k_0 = \omega_0/c$  为入射处的 Bragg 波数,  $\vec{k} = (k_x, k_z)$  为波矢量, 其中  $k_x$  和  $k_z$  为波矢量的横向和纵向分量。

接着, 这篇论文给出了预测结果、TE、TM 波的横向光束偏移  $s$  和衍射传播距离  $L_{\text{diff}}$  分别与角度的关系如下图。



在一定角度范围内预测结果和 TM、TE 波相近。同时，可以得到对于不同模式的入射波 (不等于 0 度) 所得到的横向位移  $s = -d\phi/dk_x$  和衍射传播距离  $L_{\text{diff}} = -kd^2\phi/dk_x^2$  是不一样的，会得到不同的成像图像并用实验验证了结果。实验中光束波长为  $532\text{nm}$  并以  $54^\circ$  入射。后续采用  $42^\circ$  和  $54^\circ$  下的结果验证了一维模型中的光束聚焦依赖于入射角度。以下为部分结果，考虑来自 1-D 啁啾结构的光束反射，对于 TM(左图) 和 TE(右图) 偏振情况，在  $54^\circ$  的特定入射角度下：(a) 入射平面内的光束轮廓；[(b), (c)] 在 (a) 中所示的相应横向平面 1、2 和 3 处的光束横截面。(a) 和 (b) 显示 FDTD 计算，(c) 显示实验 CCD 图像。

